TRAVAUX PRATIQUES V
Méthode à pas multiples.
Méthode explicite d'Adams-Bashforth.

Le but de ce TP est de programmer la Méthode d'Adams-Bashforth permettant de calculer l'approximation de la solution du problème à valeurs intiales suivant :

$$\begin{cases} y' = f(t,y); \quad t \in [a,b] \\ y(a) = \alpha \end{cases}$$

aux $N+1$ points équidistants discrétisant l'intervalle $[a,b)$.

Algorithme :

Données : les points a et b, l'entier N et la condition initiale α.
Sorties : les approximations w_i de la solution y au point $t_i = t_{i-1} + h$.
Etape 1 : Initialisation : $h = \dfrac{b-a}{N}$; $t(1) = a$; $w(1) = \alpha$;
et $t(2)$ et $w(2)$ sont obtenus par la Méthode de Runge-Kutta 4 (voir TP3).

Etape 2 : Calcul des approximations :

Pour i = 2 à N, faire :
$f_0 = f\left(t(i), w(i)\right)$
$f_1 = f\left(t(i-1), w(i-1)\right)$
$w(i+1) = w(i) + \dfrac{h}{2}\left(3f_0 - f_1\right)$
$t(i+1) = t(i) + h$

Etape 3 : Impression des résultats:
Tracer la solution excate et la solution approchée en fonction du temps sur un même graphique.
Tracer l'erreur en fonction du temps sur un autre graphique.

Applications

Soit le problème à valeurs initiales suivant :

$$\begin{cases} y' = 1 + \dfrac{y}{t}; \quad t \in [1,2] \\ y(1) = 2 \end{cases}$$

1) Calculer la solution exacte du problème.
2) Appliquer la Méthode d'Adams-Bashforth avec $N = 10$.
3) Tracer la solution exacte fonction du temps, et la solution approchée en fonction du temps, sur un même graphique.
4) Calculer les erreurs $E(i) = |w(i) - y(i)|$.
5) Tracer l'erreur en fonction du temps, sur un autre graphique.
6) En renouvelant les questions 2) à 5) avec N=20; N=40, puis N=80, en déduire l'ordre de précision du schéma.