Soit un signal $x \in \mathcal{L}^2(\mathbb{R})$. Laquelle des expressions suivantes est la définition de son énergie E_x ?

a. $E_x = \frac{1}{T}\int_0^T |x(t)|^2 dt$

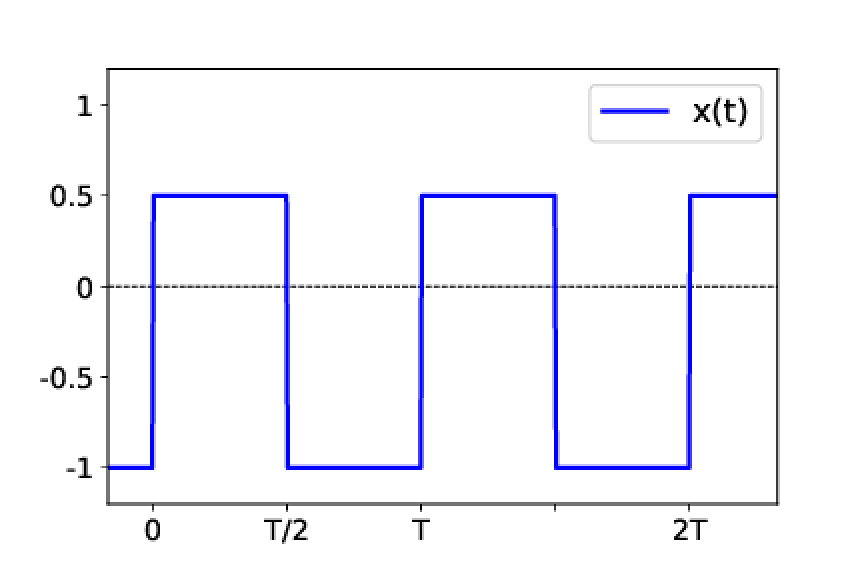
b. $E_x = \sqrt{\int_{\mathbb{R}} |x(t)|^2 dt}$

c. $E_x = \int_{\mathbb{R}} |x(t)|^2 dt$

d. $E_x = \left(\int_{\mathbb{R}} |x(t)| dt\right)^2$

La réponse correcte est :
$E_x = \int_{\mathbb{R}} |x(t)|^2 dt$

Quelle est l'énergie **sur une période** du signal x ?



a. $E_x = -\frac{3}{4}$

b. $E_x = -\frac{1}{2}$

c. $E_x = \frac{5}{4}$

d. $E_x = \frac{5}{8}$

La réponse correcte est :
$E_x = \frac{5}{8}$

Laquelle de ces propriétés de la fonction d'autocorrélation Γ_{xx} d'un signal x n'est pas vraie ?

a. $\Gamma_{xx}(0) = E_x$

b. $|\Gamma_{xx}(\tau)| \leq \Gamma_{xx}(0)\ \forall \tau \in \mathbb{R}$

c. $\Gamma_{xx}(-\tau) = \Gamma_{xx}(\tau)$ si x est à valeurs réelles

d. Γ_{xx} est définie quel que soit le signal x

La réponse correcte est :
Γ_{xx} est définie quel que soit le signal x

Que vaut l'autocorrélation d'un signal périodique non nul ?

a. Elle est périodique, de même période que le signal

b. Elle n'est pas définie

c. Elle est périodique, mais de période différente que celle du signal

La réponse correcte est :
Elle n'est pas définie

Quelle est la définition de l'intercorrélation Γ_{xy} entre deux signaux x et y ?

a. $\Gamma_{xy}(\tau) = \int_{\mathbb{R}} x(t)y(\tau - t)dt$

b. $\Gamma_{xy}(\tau) = \int_{\mathbb{R}} x(t)\overline{y(t - \tau)}dt$

c. $\Gamma_{xy}(\tau) = \int_{\mathbb{R}} x(t)\overline{y(\tau - t)}dt$

d. $\Gamma_{xy}(\tau) = \int_{\mathbb{R}} x(t)y(t - \tau)dt$

La réponse correcte est :

$\Gamma_{xy}(\tau) = \int_{\mathbb{R}} x(t)\overline{y(t - \tau)}dt$

Quelle est la définition de convolution $(x * y)$ entre deux signaux x et y ?

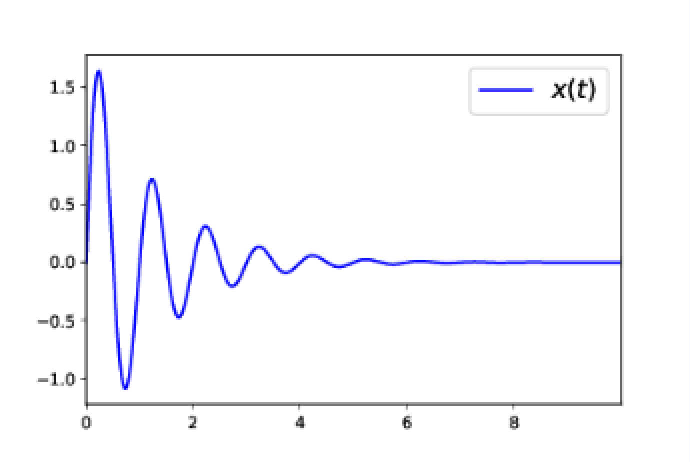
a. $(x * y)(\tau) = \int_{\mathbb{R}} x(t)\overline{y(\tau - t)}dt$

b. $(x * y)(\tau) = \int_{\mathbb{R}} x(t)\overline{y(t - \tau)}dt$

c. $(x * y)(\tau) = \int_{\mathbb{R}} x(t)y(\tau - t)dt$

d. $(x * y)(\tau) = \int_{\mathbb{R}} x(t)y(t - \tau)dt$

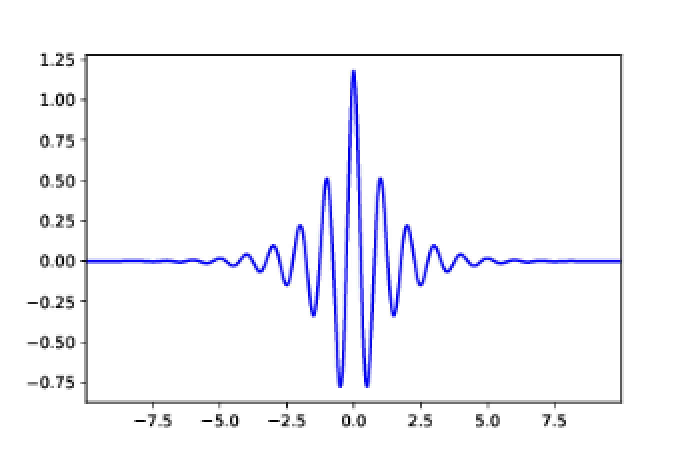
La réponse correcte est :
$(x * y)(\tau) = \int_{\mathbb{R}} x(t)y(\tau - t)dt$



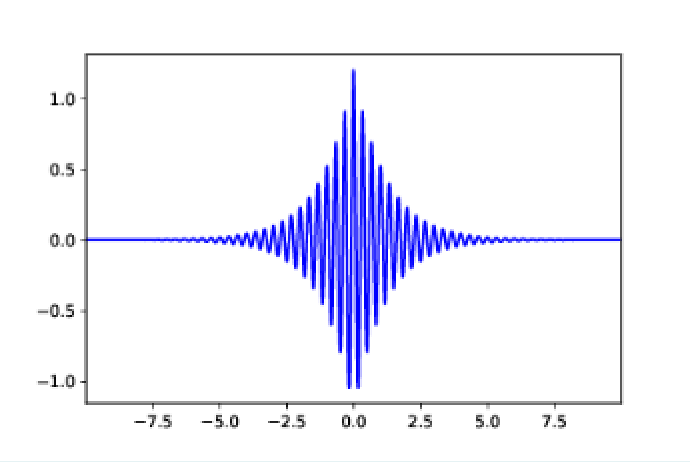
Quelle est l'autocorrélation Γ_{xx} du signal x

?

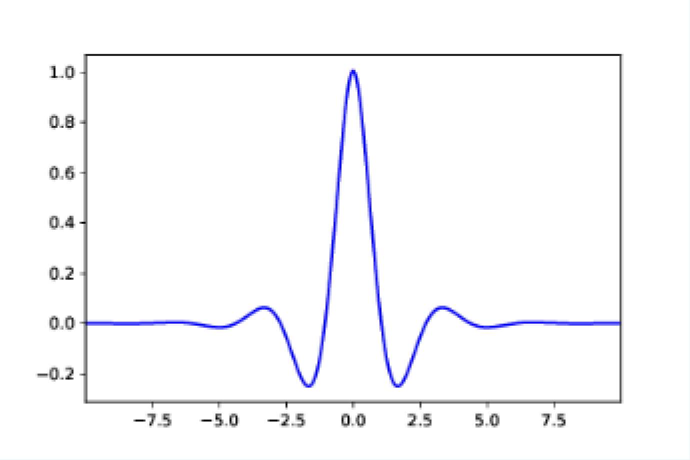
a.



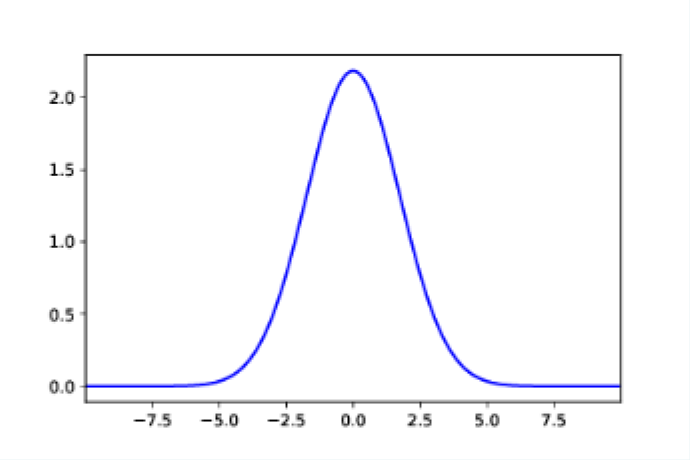
b.



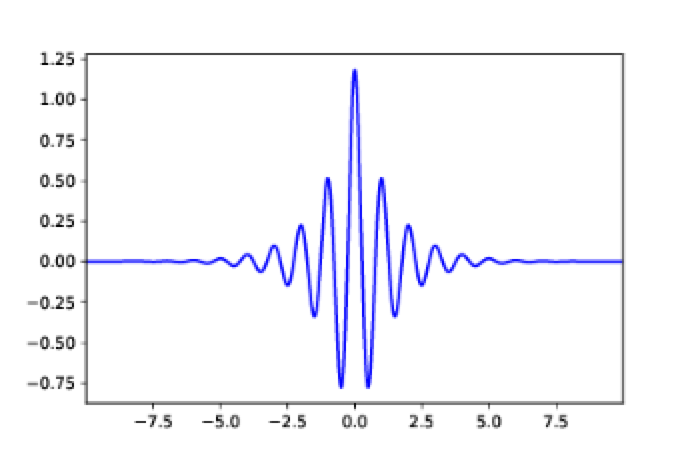
c.



d.



La réponse correcte est :



Quel est le lien entre l'intercorrélation et la convolution de deux signaux x et y *à valeurs réelles* ?
On rappelle la notation $x^-(t) = x(-t)$ (et idem pour y).

a. $\Gamma_{xy}(\tau) = (x * y)(\tau)$

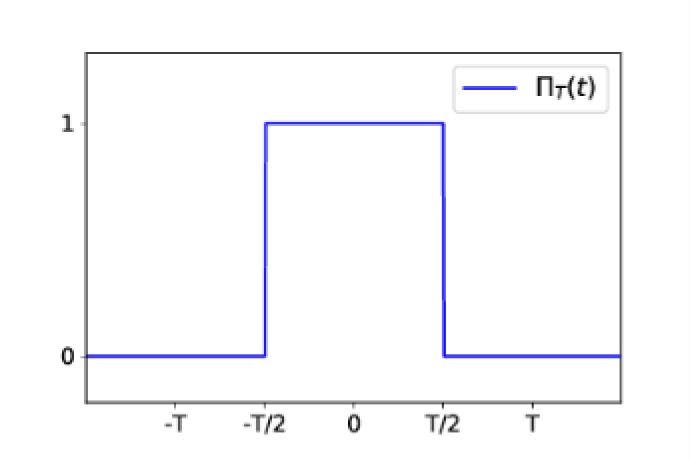
b. $\Gamma_{xy}(\tau) = (x^- * y^-)(\tau)$

c. $\Gamma_{xy}(\tau) = (x * y^-)(\tau)$

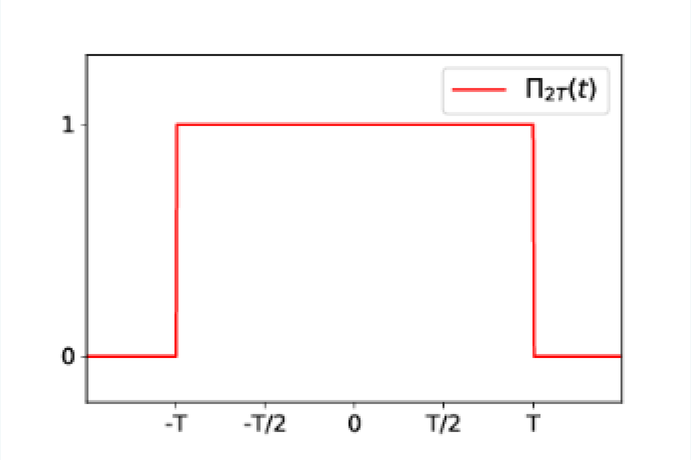
d. $\Gamma_{xy}(\tau) = (x^- * y)(\tau)$

La réponse correcte est :
$\Gamma_{xy}(\tau) = (x * y^-)(\tau)$

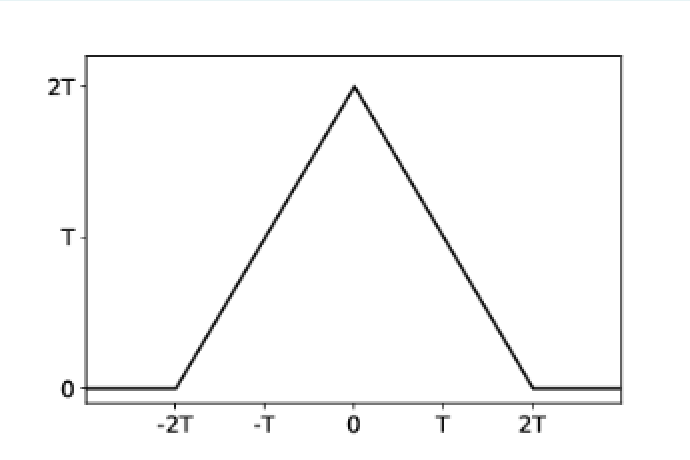
Quelle est la forme du produit de convolution entre une porte Π_T de largeur T (en bleu)



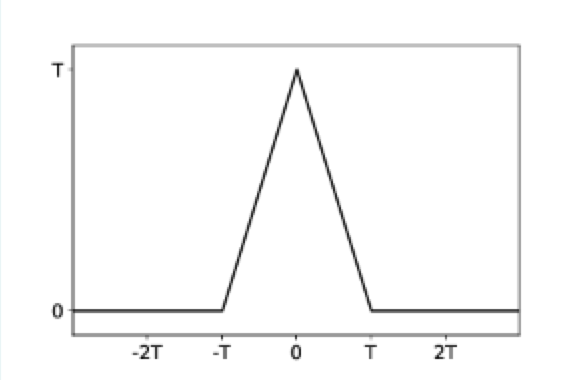
et une porte Π_{2T} de largeur $2T$ (en rouge)



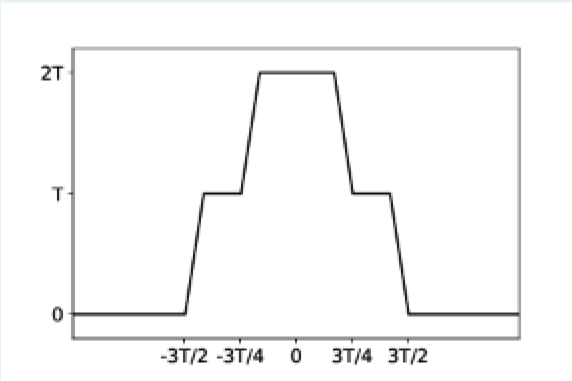
a.



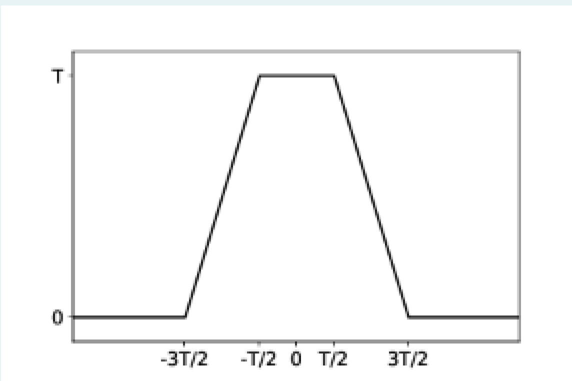
b.



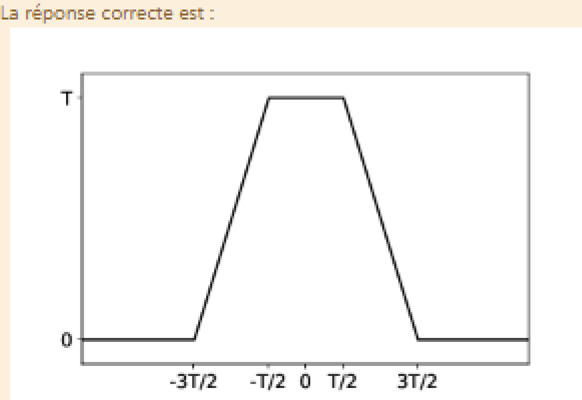
c.



d.



La réponse correcte est :



Quelle est la période du signal $x(t) = \sin\left(8\pi t\right)$?

a. $T = 4$

b. $T = \dfrac{\pi}{4}$

c. $T = \dfrac{1}{4}$

d. $T = \dfrac{4}{\pi}$

La réponse correcte est :
$T = \dfrac{1}{4}$

Quelles sont les bonnes formules des coefficients de la décomposition en série de Fourier d'un signal x de période T ?

a. $a_n = \frac{2}{T}\int_0^T x(t)\cos\left(2\pi\frac{n}{T}t\right)dt$

b. $b_n = \frac{2}{T}\int_0^T x(t)\sin\left(2\pi\frac{n}{T}t\right)dt$

c. $b_n = \frac{1}{T}\int_0^T x(t)\sin\left(2\pi\frac{n}{T}t\right)dt$

d. $c_n = \frac{2}{T}\int_0^T x(t)e^{i2\pi\frac{n}{T}t}dt$

e. $c_n = \frac{1}{T}\int_0^T x(t)e^{i2\pi\frac{n}{T}t}dt$

f. $b_n = \frac{1}{T}\int_0^T x(t)\cos\left(2\pi\frac{n}{T}t\right)dt$

g. $c_n = \frac{1}{T}\int_0^T x(t)e^{-i2\pi\frac{n}{T}t}dt$

h. $c_n = \frac{2}{T}\int_0^T x(t)e^{-i2\pi\frac{n}{T}t}dt$

i. $a_n = \frac{1}{T}\int_0^T x(t)\cos\left(2\pi\frac{n}{T}t\right)dt$

j. $a_n = \frac{1}{T}\int_0^T x(t)\sin\left(2\pi\frac{n}{T}t\right)dt$

k. $a_n = \frac{2}{T}\int_0^T x(t)\sin\left(2\pi\frac{n}{T}t\right)dt$

l. $b_n = \frac{2}{T}\int_0^T x(t)\cos\left(2\pi\frac{n}{T}t\right)dt$

Les réponses correctes sont :

$$a_n = \frac{2}{T}\int_0^T x(t)\cos\left(2\pi\frac{n}{T}t\right)dt$$

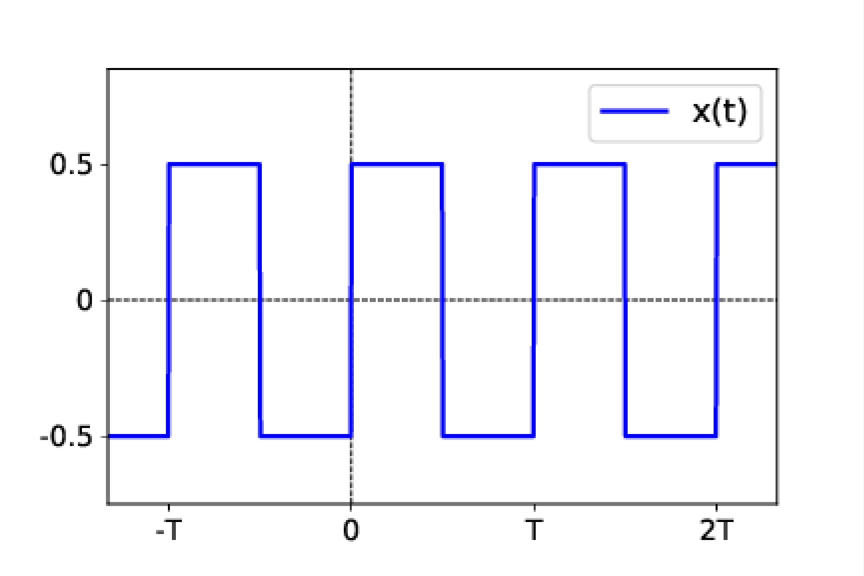
,

$$b_n = \frac{2}{T}\int_0^T x(t)\sin\left(2\pi\frac{n}{T}t\right)dt$$

,

$$c_n = \frac{1}{T}\int_0^T x(t)e^{-i2\pi\frac{n}{T}t}dt$$

Quelle est la vitesse de décroissance des coefficients de la décomposition en série de Fourier du signal créneau x



(en bleu) ?

a. $|c_n| \underset{n\to+\infty}{\sim} \dfrac{1}{n \log n}$

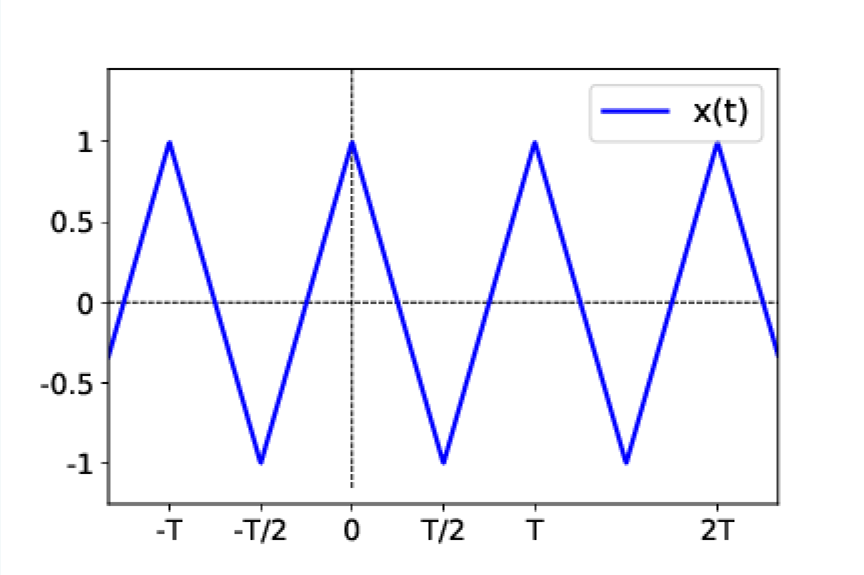
b. $|c_n| \underset{n\to+\infty}{\sim} \dfrac{1}{n^3}$

c. $|c_n| \underset{n\to+\infty}{\sim} \dfrac{1}{n}$

d. $|c_n| \underset{n\to+\infty}{\sim} \dfrac{1}{n^2}$

La réponse correcte est :
$|c_n| \underset{n\to+\infty}{\sim} \dfrac{1}{n}$

D'après les propriétés de symétrie et de régularité des coefficients de la décomposition en série de Fourier du signal triangulaire x (en bleu) suivant, on peut dire que :



a. $a_n \underset{n \to +\infty}{\sim} b_n \underset{n \to +\infty}{\sim} \frac{1}{n}$

b. $a_n = 0 \ \ \forall n \geq 1$ et $b_n \underset{n \to +\infty}{\sim} \frac{1}{n}$

c. $a_n = 0 \ \ \forall n \geq 1$ et $b_n \underset{n \to +\infty}{\sim} \frac{1}{n^2}$

d. $a_n \underset{n \to +\infty}{\sim} \frac{1}{n^2}$ et $b_n = 0 \ \ \forall n \geq 1$

e. $a_n \underset{n \to +\infty}{\sim} \frac{1}{n}$ et $b_n = 0 \ \ \forall n \geq 1$

f. $a_n \underset{n \to +\infty}{\sim} b_n \underset{n \to +\infty}{\sim} \frac{1}{n^2}$

La réponse correcte est :

$a_n \underset{n \to +\infty}{\sim} \frac{1}{n^2}$ et $b_n = 0 \ \ \forall n \geq 1$

La décomposition en série de Fourier par le théorème de Dirichlet s'applique à **tous** les signaux T-périodiques

Sélectionnez une réponse :

Vrai

Faux

La réponse correcte est « Faux ».

En sachant que $\mathcal{F}\left(e^{i\alpha t}\right) = \delta\left(\nu - \frac{\alpha}{2\pi}\right)$, quelle est la transformée de Fourier de $x(t) = \sin\left(2\pi\nu_0 t\right)$?

a. $X(\nu) = \frac{i}{2}\left(\delta(\nu + \nu_0) - \delta(\nu - \nu_0)\right)$

b. $X(\nu) = \frac{1}{2}\left(\delta(\nu + \nu_0) - \delta(\nu - \nu_0)\right)$

c. $X(\nu) = \frac{i}{2}\left(\delta(\nu + \nu_0) + \delta(\nu - \nu_0)\right)$

d. $X(\nu) = \frac{1}{2}\left(\delta(\nu + \nu_0) + \delta(\nu - \nu_0)\right)$

La réponse correcte est :
$X(\nu) = \frac{i}{2}\left(\delta(\nu + \nu_0) - \delta(\nu - \nu_0)\right)$

La transformée de Fourier d'un signal réel et pair est :

a. réelle et impaire

b. imaginaire pure et impaire

c. réelle et paire

d. imaginaire pure et paire

La réponse correcte est :
réelle et paire

La localisation spatiale des différentes fréquences dans un signal x est donnée par :

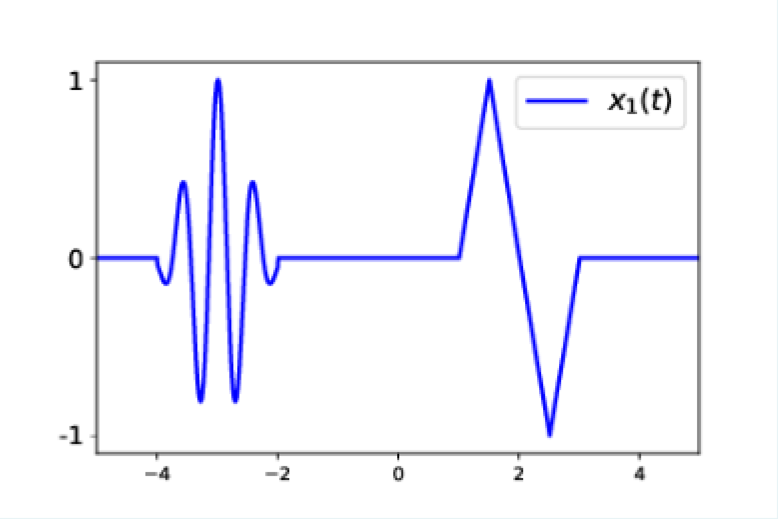
a. La partie imaginaire $\Im_m(X(\nu))$

b. La partie réelle $\Re_e(X(\nu))$

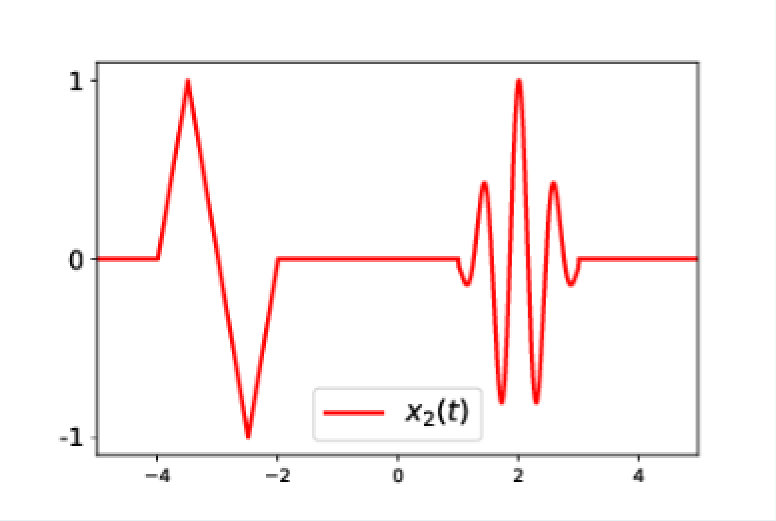
c. Le module $|X(\nu)|$

d. La phase $\phi\big(X(\nu)\big)$

La réponse correcte est :
La phase $\phi\big(X(\nu)\big)$

Soient les signaux x_1 (en bleu) 

et x_2 (en rouge)



, et X_1 et X_2 leurs transformées de Fourier. Alors :

a. $\phi(X_1(\nu)) = \phi(X_2(\nu))$ mais $|X_1(\nu)| \neq |X_2(\nu)|$

b. $|X_1(\nu)| = |X_2(\nu)|$ mais $\phi(X_1(\nu)) \neq \phi(X_2(\nu))$

c. $|X_1(\nu)| \neq |X_2(\nu)|$ et $\phi(X_1(\nu)) \neq \phi(X_2(\nu))$

d. $X_1(\nu) = X_2(\nu)$

La réponse correcte est :
$|X_1(\nu)| = |X_2(\nu)|$ mais $\phi(X_1(\nu)) \neq \phi(X_2(\nu))$

Quelle est la bonne interprétation du théorème de Plancherel ?

a. $\mathcal{F}\big((x * y)(t)\big) = (X * Y)(\nu)$

b. $\mathcal{F}\big((x * y)(t)\big) = X(\nu)Y(\nu)$

c. $\mathcal{F}\big(x(t)y(t)\big) = X(\nu)Y(\nu)$

d. $\mathcal{F}\big((x * y)(t)\big) = X(\nu)\overline{Y(\nu)}$

La réponse correcte est :
$\mathcal{F}\big((x * y)(t)\big) = X(\nu)Y(\nu)$

Les énergies d'un signal dans le domaine temporel et dans le domaine spectral sont reliées par l'égalité de Parseval

Sélectionnez une réponse :

Vrai

Faux

La réponse correcte est « Vrai ».

Soit le signal $x(t) = A\Pi_T(t)$ et $X(\nu)$ sa transformée de Fourier. Grâce à l'égalité de Parseval, calculez $\int_{\mathbb{R}} |X(\nu)|^2 d\nu$

a. AT^2

b. A^2T^2

c. AT

d. A^2T

La réponse correcte est :
A^2T

Laquelle de ces propriétés de la fonction δ de Dirac n'est pas vraie ?

a. $x(t) \times \delta(t - t_0) = x(t_0)\delta(t - t_0)$

b. $\mathcal{F}(\delta(t)) = 1$

c. $x(t) * \delta(t - t_0) = x(t - t_0)$

d. $x(t) \times \delta(t - t_0) = x(t - t_0)$

e. $\delta(0) = +\infty$

f. $\int_{\mathbb{R}} \delta(t)dt = 1$

La réponse correcte est :
$x(t) \times \delta(t - t_0) = x(t - t_0)$

La transformée de Fourier d'un peigne de Dirac est également un peigne de Dirac

Sélectionnez une réponse :

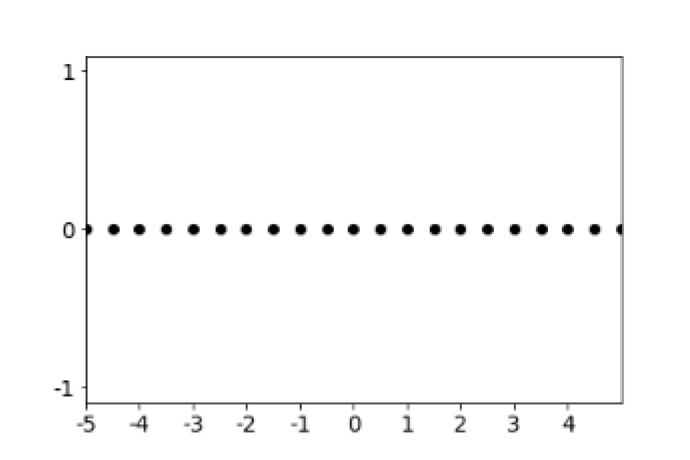
Vrai

Faux

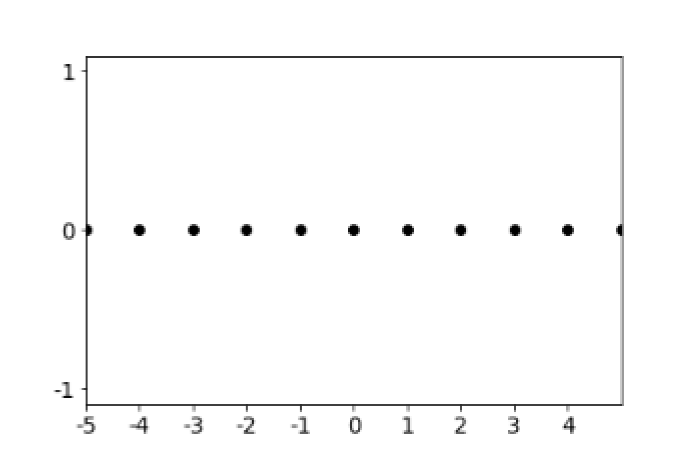
La réponse correcte est « Vrai ».

Quelle est la suite des échantillons obtenue lorsque l'on échantillonne $x(t) = \sin(\pi t)$ avec une période d'échantillonnage $T_e = \frac{1}{2}$?

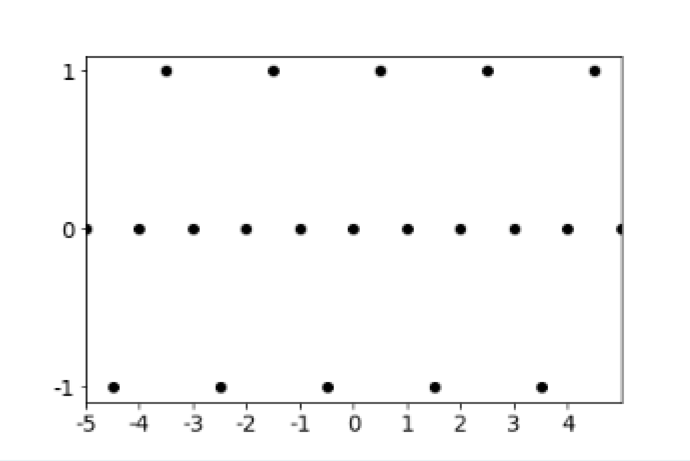
a.



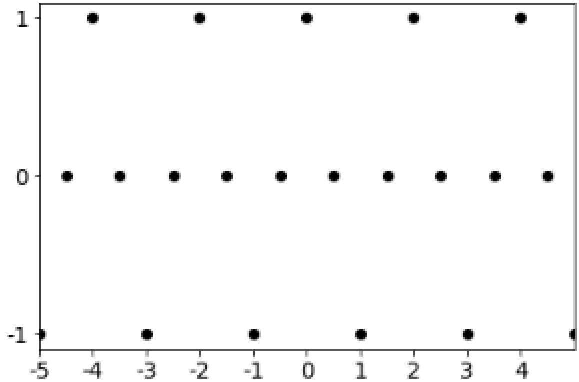
b.



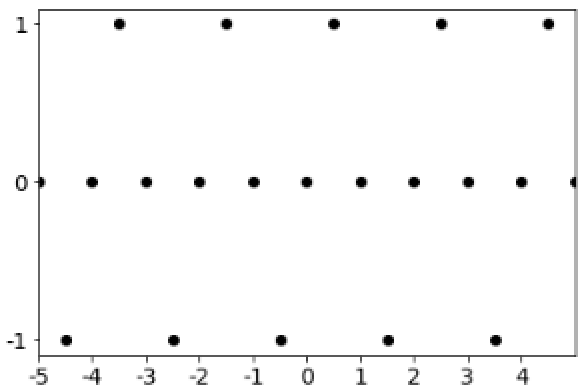
c.



d.



La réponse correcte est :



Il est possible de faire la conversion analogique-numérique d'un signal x sans perte d'information

a. Vrai

b. Faux, on perd forcément de l'information lors de la phase de quantification (mais pas nécessairement lors de la phase d'échantillonnage)

c. Faux, on perd forcément de l'information lors de la phase d'échantillonnage (mais pas nécessairement lors de la phase de quantification)

d. Faux, on perd forcément de l'information lors de la phase d'échantillonnage et de la phase de quantification

La réponse correcte est :
Faux, on perd forcément de l'information lors de la phase de quantification (mais pas nécessairement lors de la phase d'échantillonnage)

Il est possible d'échantillonner sans perte la fonction sinus cardinal $x(t) = \mathbf{sinc}(t)$

Sélectionnez une réponse :

Vrai

Faux

La réponse correcte est « Vrai ».

Que vaut la fonction f dans la formule d'interpolation de Shannon-Whittaker :

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(nT_e) f\left(\frac{\pi}{T_e}(t - nT_e)\right)$$

a. $f(t) = \sin(t)$

b. $f(t) = \cos(t)$

c. $f(t) = e^{it}$

d. $f(t) = \mathrm{sinc}(t)$

La réponse correcte est :

$f(t) = \mathrm{sinc}(t)$