Introduction à la bioinformatique

4. la construction des matrices de substitution

l

© Tom Lenaerts, 2012

Objectifs

- Expliquer les principes d'évaluation d'un alignement
- Expliquer comment les matrices de substitution PAM et BLOSUM étaient construites
- Comprendre et être capable d'expliquer les différences entre les méthodes de construction

© Tom Lenaerts, 2012

Bibliographie

- Zvelebil et Baum, Understanding bioinformatics
- M. Dayhoff et al (1978) A model of evolutionary change in proteins. In Atlas of protein sequence and structure Vol 5, No suppl 3, p.345-351



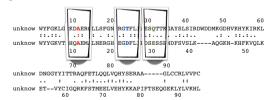
- S. Henikoff et J.G. Henikoff (1991) Automated assembly of protein blocks for database searching Nucleic Acids Research 19(23):6565-6572
- S. Henikoff et J.G. Henikoff (1992) Amino acid substitution matrices from protein blocks. Proc Natl Acad Sci USA 89:10915-10919

2

© Tom Lenaerts, 2012

L'idée de base

Dans la troisième leçon, on a montré qu'un score de similarité entre les acides aminés est nécessaire pour l'évaluation d'un alignement



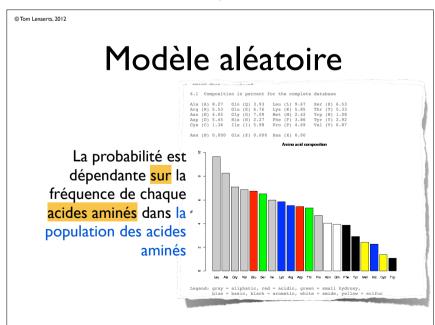
D'où vient le score pour l'alignement des résidus A-A (3), Q-E (2) et T-D (-1)?

Ce score représente la probabilité qu'un A ne change pas, qu'un Q change vers un E et qu'un T change vers un D ?

L'idée de base 2

- Deux mécanismes pourraient produire des différences entre des séquences de protéines
 - Un modèle aléatoire
 - Un modèle non-aléatoire (évolutif)
- Si on établit la probabilité de l'occurrence de l'alignement des résidus pour chaque modèle, on pourrait décider quel modèle est le plus probable de produire cet alignement

5



© Tom Lenaerts, 2012

Modèle aléatoire

- Dans ce modèle, il n'y a pas de contraintes sur la composition de la séquence
- Le choix de résidu pour chaque position est indépendante des autres positions

la population est par exemple la fréquence des acides aminés dans les deux séquences ou ...

- la probabilité est dépendante sur la fréquence de chaque acides aminés dans la population des acides aminés
- Example : p_{tyr} =2.92% et p_{gly} =7.09%
- Si deux résidus a et b sont alignés, le modèle donne comme probabilité de l'occurrence $p_a p_b$ parce que les occurrences de ces résidus sont indépendants : $p_{tyr} * p_{glv} \sim 0.21\%$

6

© Tom Lenaerts, 201

Modèle (évolutif) nonaléatoire

- Ce modèle propose que les séquences ont une association évolutives
 - c.-à.-d. Il existe des contraintes sur les combinaisons qu'on peut trouver
- La probabilité de l'occurrence dépend sur le résidu dans la même position dans l'ancêtre commun
 - la probabilité est $q_{a,b}$
 - La valeur de $q_{a,b}$ dépend $\displaystyle \frac{\mathrm{sur}}{\mathrm{sur}}$ la propriété du mécanisme évolutif
- Si deux résidus a et b sont alignés, le modèle donne comme probabilité de l'occurrence q_{a,b} parce que les résidus sont corrélés

L'idée de base 2

- Le taux de chance q_{a,b}/p_ap_b (odds ratio) montre quel modèle est le plus probable
 - Si $q_{a,b}/p_ap_b > 1$ le modèle non-aléatoir est plus probable pour produire cet alignement entre les deux résidus
- Le modèle doit expliquer l'alignement complet, c.-à-d. qu'on doit combiner les scores pour toutes les pairs de résidus dans l'alignement

$$\prod_{u} (q_{a,b}/p_a p_b)_{u}$$

u est la position dans l'alignement

9

© Tom Lenaerts, 2012

Matrices de substitution

- Deux approches différentes ont été construites pour déterminer les scores S_{a,b}
 - Toutes matrices de PAM ont été dérivées de la matrice PAMI qui était construite en utilisant 71 groupes de protéines alignés sans espaces et les séquences dans chaque groupe ont une identité d'au moins 85%
 - Les matrices de BLOSUM ont été dérivées indépendamment en utilisant des groupes de sous-séquences qui chacune ont une identité de séquence spécifique
 - BLOSUM 62 a utilisé des groupes de sous-séquences alignées sans espaces qui ont une identité d'au moins 62%

© Tom Lenaerts, 2012

© Tom Lenaerts, 2012

L'idée de base 3

 Parfois, il est plus facile d'utiliser des sommes au lieu des produits.

 $\sum_{u} log(q_{a,b}/p_a p_b)_u$ log-odds ratio

u est la position dans l'alignement

• Le taux de log-chance (log-odds ratio) est la valeur qu'on peut trouver dans une matrice de substitution

 $S = \sum_{u} (s_{a,b})_{u}$

 $S_{a,b}>0$ signifie que la probabilité que les deux résidus <code>sont</code> alignés est plus grande dans le modèle non-aléatoire que dans le modèle aléatoire

10

Les matrices PAM

22 A Model of Evolutionary
Change in Proteins

PAM = Point or percentage accepted mutations

M.O. Dayhoff, R.M. Schwartz, and B.C. Orcutt

In the eight years since we last examined the amino coid exchanges seen in closely related proteins, the information has doubted in quantity and comes from a much wider variety of protein types. The marties derived from these dast that describe the amino acid replacement probabilities between two sequences at various evolutionary distances are more accurate and the scoring matrix that is derived is more sensitive in detecting distant relationships than the one that we previously derived.²³ The method used in this chapter is essentially the same as that described in the Affas, Volume ²³ and Volume 5.

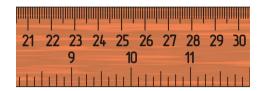
The matrix of accepted point mutations calculated from this tree is shown in Figure 79. We have assumed that the likelihood of amino acid X replacing Y is the same as that of Y replacing X, and hence 1 is entered in box YX as well as in box YX. This assumption is reasonable, because this likelihood should depend on the product of the frequencies of occurrence of the two amino acids and on their chemical and physical similarity. As a consequence of this assumption, no change in amino acid frequencies over evolutionary distance will be detected.

By comparing observed sequences with inferred ancestral sequences, rather than with each other, a sharper

Accepted Point Mutations

M. Dayhoff et al (1978) A model of evolutionary change in proteins. In Atlas of protein sequence and structure Vol 5, No suppl 3, p.345-351

Les Matrices PAM



L'idée de base est de construire une unité pour calculer la distance entre deux séquences

Quelle unité de base ?



PAMI = une mutation acceptée pour 100 acide aminées

13

© Tom Lenaerts, 2012

Les matrices PAM 3

Comment a-t-on déterminé les mutations ponctuelles acceptées?

En analysant les séquences alignées (sans espaces) par groupe:

exemple imaginaire d'un groupe:

ACGH DBGH ADIJ CBIJ © Tom Lenaerts, 2012

Les matrices PAM₂

Analyser les mutations ponctuelles acceptées (accepted point mutations) dans un grand nombre de groupes de séquences alignées (sans espaces)

Une mutation ponctuelle acceptée est la substitution d'un acide aminé par un autre qui était accepté par la sélection naturelle

Etant donné ces mutations ponctuelles acceptées, on pourrait calculer la probabilité qu'un acide aminé dans une position reste le même ou la probabilité qu'il change vers un autre acide aminé

Dayhoff et al. ont utilisé 71 groupes de protéines étroitement liés

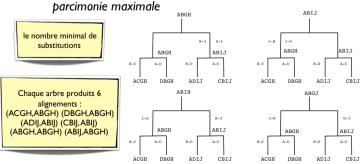
14

© Tom Lenaerts, 2012

Les matrices PAM 4

Comme ces 4 séquences sont dérivées d'un ancêtre commun on peut reconstruire leur relation évolutive en construisant un arbre phylogénétique (leçon 10)

On peut dériver 4 arbres en utilisant la notion de la barcimonie maximale



Les matrices PAM 5

Les substitutions annoté sur les branches des arbres donne les mutations ponctuelles acceptées

	A	В	С	D	G	н	I	J
A			4	4				
В			4	4				
С	4	4						
D	4	4						
G							4	
н								4
I					4			
J						4		

17

© Tom Lenaerts, 2012

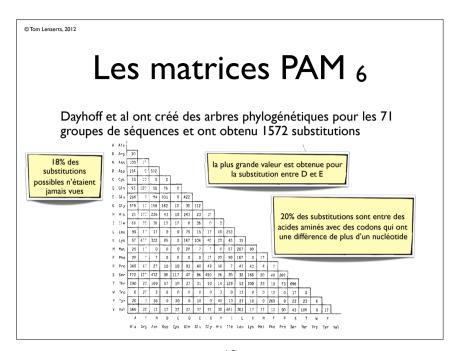
Les matrices PAM 7

Dans la prochaine étape, Dayhoff et al ont calculé la probabilité qu'un acide aminé change dans un petit intervalle évolutif donné = la mutabilité relative (relative mutability)

$$m_j = \frac{nombre\ de\ changements\ de\ j}{nombre\ d'occurrences\ de\ j}$$

Acide aminé	A	В	С	D	G	Н	I	J
Substitutions	8	8	8	8	4	4	4	4
Occurrences	40	40	8	8	24	24	24	24
m_j	0,2	0,2	1	1	0,167	0,167	0,167	0,167

La mutabilité relative montre qu'il y a une différence dans le taux de substitutions pour les acides aminés différents



18

Les matrices PAM₈

La mutabilité relative pour chaque acide aminé obtenu par Dayhoff et al étaient:

Table 21
Relative Mutabilities of the Amino Acids^a

	Relative IV	iutabilities c	or the Amin	O Acias	
	Asn	134	His	66	
	Ser	120	Arg	65	
	Asp	106	Lys	56	Trp et Cys sont moins mutable
	Glu	102	Pro	56	
	Ala	100	Gly	49	et
	Thr	97	Tyr	41	Asn, Ser, Asp et Glu sont plus mutable
	He	96	Phe	41	Asii, Sei, Asp et Giu sont pius mutable
	Met	94	Leu	40	
	Gln	93	Cys	20	
	Val	74	Trp	18	
3-,		h h b /a -	100		

^aThe value for Ala has been arbitrarily set at 100.

© Tom Lenaerts, 2012

Les matrices PAM 9

Etant donné la matrice des mutations ponctuelles acceptées et la mutabilité relative, on peut calculer la probabilité de mutation pour chaque paire d'acides aminés

$$M_{ij} = \frac{\lambda \, m_j A_{ij}}{\sum_i A_{ij}}$$

 $m_{\! j}$ est la mutabilité relative et A_{ij} est un élément de la matrice de mutations ponctuelles acceptées

$$M_{ii} = 1 - \lambda m_i$$

 M_{ij} est la probabilité que l'acide aminé en colonne j soit substitué par l'acide aminé dans la ligne i dans cette unité de temps évolutif

 λ est une constante importante qui est utilisé pour ajuster les M_{ij} de telle manière qu'un nombre spécifique de substitutions se produisent dans chaque 100 résidus

21

© Tom Lenaerts, 2012

Les matrices PAM 10

Pour calculer λ on a besoin des fréquences relatives de l'exposition à la mutation (effective frequency) f_i

$$f_i = k \sum_b q_i^{(b)} N^{(b)}$$

	q_i	N	f_i
A	2/16=0.125	24	0,125
В	0,125	24	0,125
С	0,125	24	0,125
D	0,125	24	0,125
н	0,125	24	0,125
н	0,125	24	0,125
I	0,125	24	0,125
J	0,125	24	0,125

 $q_i^{(b)}$ est la fréquence d'acides aminés i dans le block b (gliss. 13) et $N^{(b)}$ est le nombre de substitution dans tous les arbres phylogénétiques construits pour le block b et k est une constante pour normaliser la somme des f_i à 1.

Pour notre exemple k = 0.0417

© Tom Lenaerts, 2012

Les matrices PAM 12

La constante λ ajustera les M_{ij} de telle manière qu'un nombre spécifique de substitutions se produisent dans chaque 100 résidus

Le nombre prévu d'acides aminés qui ne changera pas dans chaque 100 résidus est donné par:

$$x = 100 \sum_{i} f_{i} M_{ii} = 100 \sum_{i} f_{i} (1 - \lambda m_{i})$$

 $\lambda = \frac{(100 - x)}{100 \sum_{i} f_{i} m_{i}}$

Si on veut que, seulement 1% des résidus soient acceptés, λ deviendra

$$\lambda = \frac{1}{100 \sum_{i} f_i \, m_i}$$

22

© Tom Lenaerts, 2012

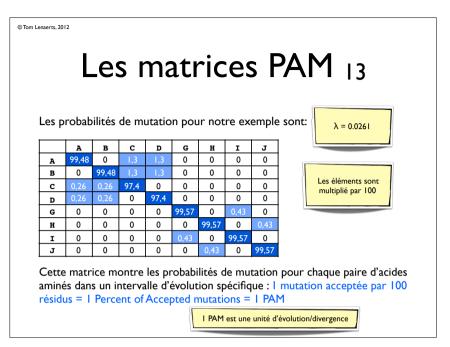
Les matrices PAM 11

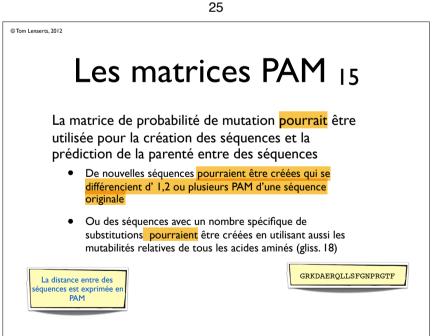
Les fréquences effectives obtenu par Dayhoff et al étaient

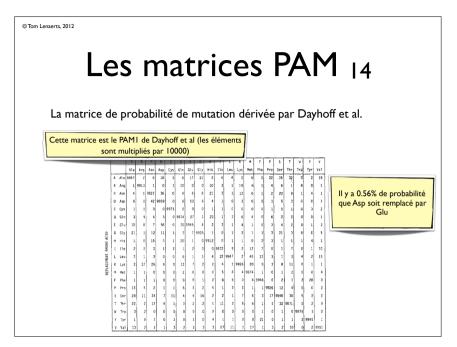
Table 22

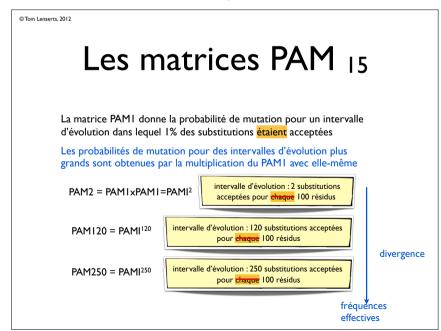
Normalized Frequencies of the Amino Acids in the Accepted Point Mutation Data

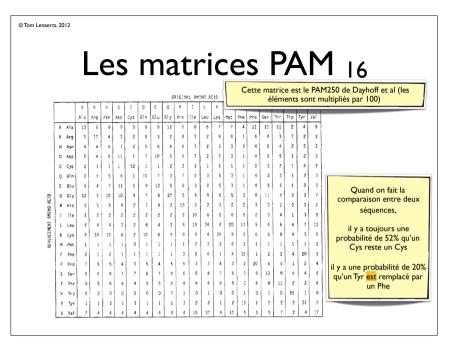
 III the A	recepted i	Jiiic wata	Ion Data	
Gly	0.089	Arg	0.041	
Ala	0.087	Asn	0.040	
Leu	0.085	Phe	0.040	
Lys	0.081	Glin	0.038	
Ser	0.070	He	0.037	
Val	0.065	His	0.034	
Thr	0.058	Cys	0.033	
Pro	0.051	Tyr	0.030	
Glu	0.050	Met	0.015	
 Asp	0.047	Trp	0.010	

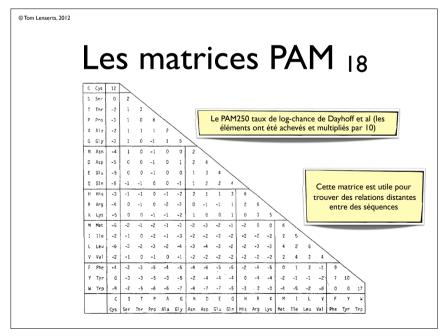












© Tom Lenaerts, 2012

© Tom Lenaerts, 2012

Les matrices PAM 17

Au début, on a dit qu'on avait besoin d'un score de similarité pour faire l'alignement des séquences et ce score est le taux log-chance entre la probabilité d'occurrence de deux acides aminés alignés dans un modèle d'évolution $(q_{a,b})$ et un modèle aléatoire (p_ap_b)

$$\sum_{u} log(q_{a,b}/p_a p_b)_u$$

Ici le score est le taux entre la probabilité de mutation entre les deux acides aminés (modèle d'évolution) et la probabilité qu'on ait un certain acide aminé dans la deuxième séquence (modèle aléatoire)

$$R_{a,b} = \sum_{u} log(M_{a,b}/f_a)_{u}$$

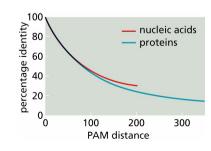
$$R_{a,b}=R_{b,a}$$

30

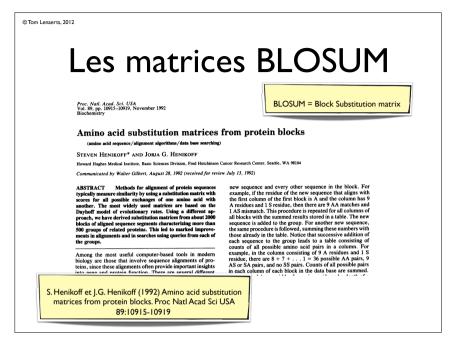
Les matrices PAM 18

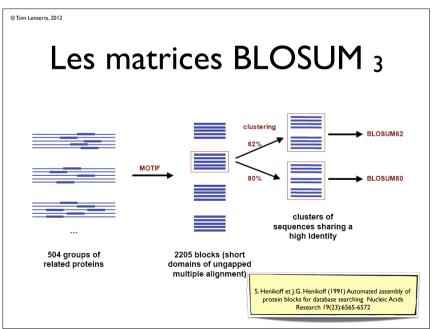
Si deux séquences ont une différence d'identité de 40%, quelle matrice est-ce qu'on doit utiliser pour la production d'un bon alignement ?

$$d = 100(1-\sum_{i} f_i M_{ii}^n)$$



identité (%)	différence d (%)	PAM index n
99	1	- 1
95	5	5
90	10	11
85	15	17
80	20	23
75	25	30
70	30	38
60	40	56
50	50	80
40	60	112
30	70	159
20	80	246
14	86	350





35

© Tom Lenaerts, 2012

Les matrices BLOSUM 2

L'objectif était de créer des bonnes matrices de substitution pour trouver des régions conservées entre des séquences de protéines

Les matrices BLOSUM ne sont pas basées sur la distance d'évolution comme les matrices PAM

Les matrices BLOSUM étaient construites en utilisant la base de données BLOCKS (http://blocks.fhcrc.org/)

La base de données BLOCKS est composée d'une collection de blocs qui représente des familles protéiques qui pourrait être utilisées pour détecter des relations entre des séquences ADN ou des séquences protéiques avec ces familles connues.

34

Les matrices BLOSUM 3

Les séquences sont mises dans le même groupe quand ils ont une identité de C% ou plus que C%.

Un exemple d'un bloc de 7 séquences alignées dans lequel on a trouvé un motif conservé une cystéine

Exemple: C= 50%

ATCKO

SSCRN

TECRQ

ASCKN

SECEN

SDCEO

groupe I:

groupe 2:

groupe 3:

Les matrices BLOSUM 3

Les séquences sont mises dans le même groupe quand ils ont une identité de C% ou plus que C%.

Un exemple d'un bloc de 7 séquences alignées dans lequel on a trouvé un motif conservé une cystéine

Exemple: C= 50% groupe I: groupe 2: ATCKO ATCKO

SSCRN ATCRN TECRO ASCKN

SECEN SDCEQ groupe 3:

36-2

Les matrices BLOSUM 3

36-4

Les séquences sont mises dans le même groupe quand ils ont une identité de C% ou plus que C%.

Un exemple d'un bloc de 7 séquences alignées dans lequel on a trouvé un motif conservé une cystéine

groupe 3:

Exemple: C= 50% groupe I: groupe 2: ATCKO ATCKO → SSCRN SSCRN → ATCRN ATCRN -

ASCKN SECEN

TECRQ

SDCEO

ATCRN TECRO ASCKN

ATCKO

SSCRN

SECEN

SDCEQ

Les séquences sont mises dans le même Un exemple d'un bloc de 7 groupe quand ils ont une identité de C% séquences alignées dans lequel ou plus que C%. une cystéine Exemple: C= 50%

groupe I:

ATCKQ

Les matrices BLOSUM 3

on a trouvé un motif conservé

groupe 3:

groupe 2:

→ SSCRN

36-3

Les matrices BLOSUM 3

Les séquences sont mises dans le même groupe quand ils ont une identité de C% ou plus que C%.

Un exemple d'un bloc de 7 séquences alignées dans lequel on a trouvé un motif conservé une cystéine

Exemple: C= 50% groupe I: groupe 2: groupe 3: ATCKO ATCKO → SSCRN SSCRN

ASCKN

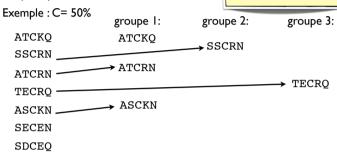
SDCEO

→ ATCRN ATCRN -→ TECRO TECRQ SECEN

Les matrices BLOSUM 3

Les séquences sont mises dans le même groupe quand <mark>ils</mark> ont **une identité** de C% ou plus que C%.

Un exemple d'un bloc de 7 séquences alignées dans lequel on a trouvé un motif conservé une cystéine

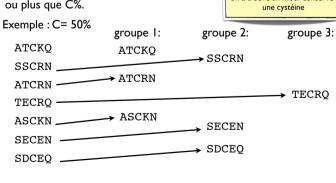


36-6

Les matrices BLOSUM 3

Les séquences sont mises dans le même groupe quand ils ont une identité de C% ou plus que C%.

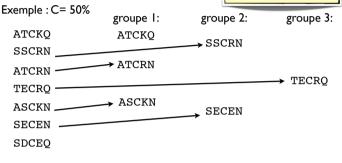
Un exemple d'un bloc de 7 séquences alignées dans lequel on a trouvé un motif conservé : une cystéine



Les matrices BLOSUM 3

Les séquences sont mises dans le même groupe quand ils ont une identité de C% ou plus que C%.

Un exemple d'un bloc de 7 séquences alignées dans lequel on a trouvé un motif conservé : une cystéine



36-7

Les matrices BLOSUM 3

Les séquences sont mises dans le même groupe quand ils ont une identité de C% ou plus que C%.

Un exemple d'un bloc de 7 séquences alignées dans lesquelles on a trouvé un motif conservé : une cystéine

Exemple : C= 50%

ATCKO

ASCKN

ATCRN

TECRQ

SSCRN

SECEN

SDCEO

groupe I:

groupe 2:

groupe 3:

Les matrices BLOSUM 3

Les séquences sont mises dans le même groupe quand ils ont une identité de C% ou plus que C%.

Un exemple d'un bloc de 7 séquences alignées dans lesquelles on a trouvé un motif conservé : une cystéine

Exemple: C= 50%

ATCKQ

ATCKQ

ATCKQ

ATCKQ

ATCRN

TECRQ

SSCRN

SECEN

SDCEQ

37-2

Les matrices BLOSUM 3

37-4

Les séquences sont mises dans le même groupe quand ils ont une identité de C% ou plus que C%.

Un exemple d'un bloc de 7 séquences alignées dans lesquelles on a trouvé un motif conservé : une cystéine

Exemple: C= 50%

ATCKQ ATCKQ

ASCKN ASCKN

ATCRN

TECRQ

SSCRN

SECEN

SDCEO

groupe 2: groupe 3:

Les matrices BLOSUM 3

Les séquences sont mises dans le même groupe quand ils ont une identité de C% ou plus que C%.

Un exemple d'un bloc de 7 séquences alignées dans lesquelles on a trouvé un motif conservé : une cystéine

groupe 3:

Exemple: C= 50%

groupe I:

ATCKQ

ATCKQ

ASCKN

ATCRN

TECRQ

SSCRN

SECEN

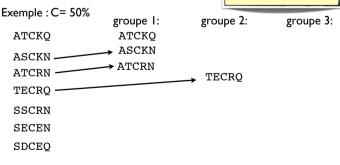
SDCEQ

37-3

Les matrices BLOSUM 3

Les séquences sont mises dans le même groupe quand ils ont une identité de C% ou plus que C%.

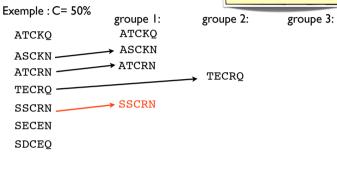
Un exemple d'un bloc de 7 séquences alignées dans lesquelles on a trouvé un motif conservé : une cystéine



Les matrices BLOSUM 3 Les séquences sont mises dans le même Un exemple d'un bloc de 7

Les séquences sont mises dans le même groupe quand ils ont une identité de C% ou plus que C%.

Un exemple d'un bloc de 7 séquences alignées dans lesquelles on a trouvé un motif conservé : une cystéine

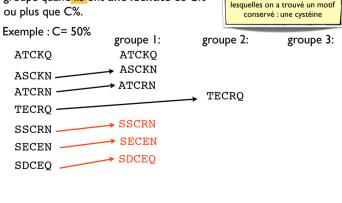


37-6

Les matrices BLOSUM 3

Les séquences sont mises dans le même groupe quand ils ont une identité de C% ou plus que C%.

Un exemple d'un bloc de 7 séquences alignées dans lesquelles on a trouvé un motif conservé : une cystéine

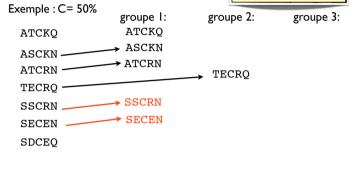


37-8

Les matrices BLOSUM 3

Les séquences sont mises dans le même groupe quand ils ont une identité de C% ou plus que C%.

Un exemple d'un bloc de 7 séquences alignées dans lesquelles on a trouvé un motif conservé : une cystéine



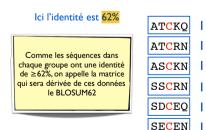
37-7



Dans les slides suivants, la dérivation des matrices de BLOSUM sera démontré

TECRQ

38

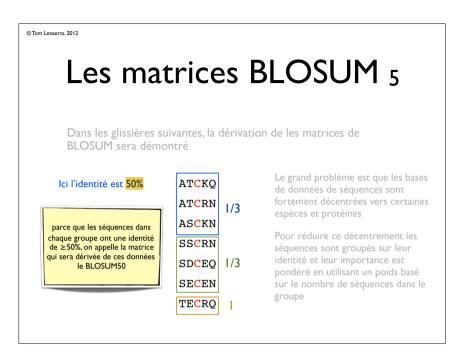


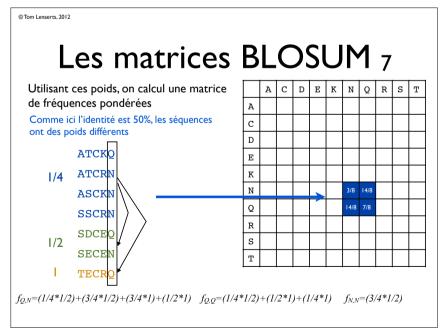
© Tom Lenaerts, 2012

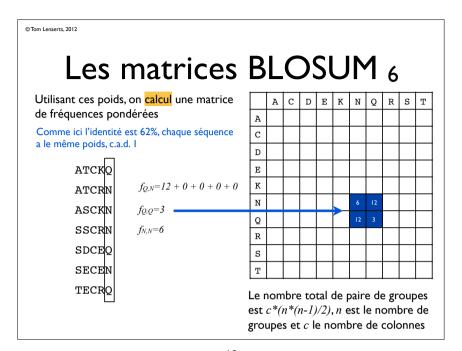
Le grand problème est que les bases de données de séquences sont fortement décentrées vers certaines espèces et protéines

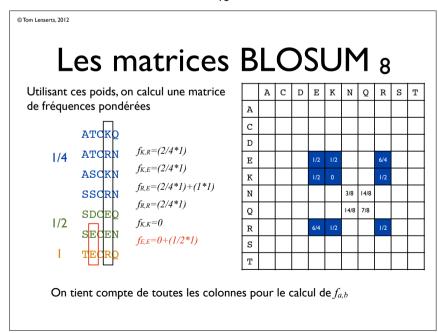
Pour réduire ce décentrement les séquences sont groupées en utilisant leur identité.

Leur importance est pondérée en utilisant un poids basé sur le nombre de séquences dans le groupe









Les matrices BLOSUM 9

La matrice de fréquences pondérées pour BLOSUM50 est :

ATCKQ

I/4 ATCRN ASCKN

SSCRN

SDCEQ

© Tom Lenaerts, 2012

SECEN TECRO 43

© Tom Lenaerts, 2012

Les matrices BLOSUM 10

Ces fréquences pondérées sont utilisées pour le calcul des probabilités d'occurrence dans le modèle d'évolution $(q_{a,b})$

$$q_{a,b} = \frac{f_{a,b}}{\sum_{1 \le b \le a} f_{a,b}}$$

	А	С	D	Е	K	N	Q	R	s	т
А	0									
С	0									
D	0	0								
Е	0	0	1/2							
K	0	0	0	1/2						
N	0	0	0	0	0		14/			
Q	0	0	0	0	0	14/				
R	0	0	0	6/4	1/2	0	0			
s	3/4	0	1/4	1/2	0	0	0	0		5/4
т	3/4	0	1/4	1/2	0	0	0	0	5/4	

	A	С	D	E	K	N	Q	R	s	Т
A	0	0	0	0	0	0	0	0	0,05	0,05
С	0	0,2	0	0	0	0	0	0	0	0
D	0	0	0	0,033	0	0	0	0	0,0167	0,0167
Е	0	0	0,033	0,033	0,033	0	0	0,1	0,05	0,05
K	0	0	0	0,033	0	0	0	0,033	0	0
N	0	0	0	0	0	0,025	0,1167	0	0	0
Q	0	0	0	0	0	0,1167	0,0583	0	0	0
R	0	0	0	0,1	0,033	0	0	0,033	0	0
S	0,05	0	0,0167	0,05	0	0	0	0	0,0167	0,0833
Т	0,05	0	0,017	0,05	0	0	0	0	0,083	0
									-	

44

© Tom Lenaerts, 2012

Les matrices BLOSUM 12

Pour le calcul des taux de log-chance on aura aussi besoin de la probabilité d'occurrence de cet alignement de résidu a et b dans le modèle aléatoire

La fréquence prévue pour l'alignement

 $e_{aa}=p_a^2$

pour des résidus identiques

 $e_{ab}=2p_ap_b$

pour des résidus différents

La fréquence prévue par $p_a=q_{a,a}+\frac{1}{2}\sum_{a\neq b}q_{a,b}$ résidu

T 0,05 0 0,017 0,05

0 0

0 0,0167 0,0833

Les matrices BLOSUM 13

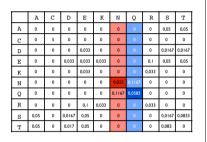
Pour le calcul des taux de log-chance on aura aussi besoin de la probabilité d'occurrence de cet alignement de résidu a et b dans le modèle aléatoire

$$p_Q = q_{Q,Q} + (1/2) \sum_{b \neq 0} q_{Q,b}$$

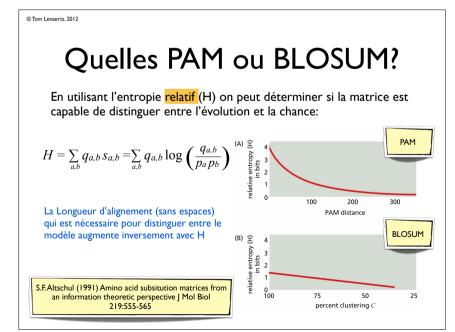
$$p_Q = 0.058 + (0.117/2) = 0.117$$

$$p_N = q_{N,N} + (1/2) \sum_{i=1}^{n} q_{N,b}$$

$$p_Q = 0.025 + (0.117/2) = 0.0834$$



47



Les matrices BLOSUM 14

Comme dans les matrices PAM, les matrices BLOSUM contiennent le taux de log-chance entre la probabilité d'occurrence du pair dans le modèle d'évolution et le modèle aléatoire $s_{a,b} = 2\log_2\left(\frac{q_{a,b}}{e_{a,b}}\right)$