[INFO-F-205] Calcul numérique et formel - Projet

Alexandre Heneffe - 000440761

04 mai 2018

1 Question 1

(a) Voir fichier iterationsbissection.m

(b) Une erreur numérique survient à 50% du graphique. Nous constatons que la fonction contient une soustraction de 2 petits nombres. Lorsque `d` devient très grand (de 1 à 100), `r` devient très petit. Donc `1-r` stagne au bout d'un moment en 0 car il tend vers 1 et le cosinus vaut 1 la plupart du temps. C'est une erreur de propagation dû au modèle, et plus particulièrement une erreur d'annulation.
Pour contourner la soustraction, il suffit de transformer le 1-cos en un sinus ($2sin^2(x/2)$) puis de soustraire `r` dans la fonction

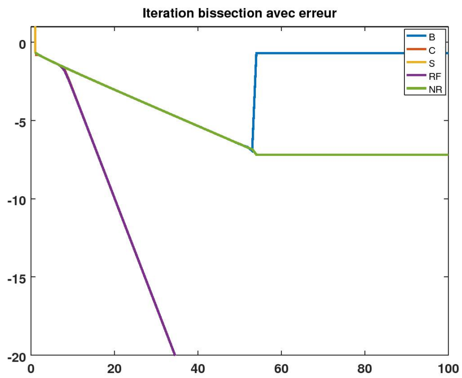


Figure 1: *bissection avec erreur numérique (r=0.123)*

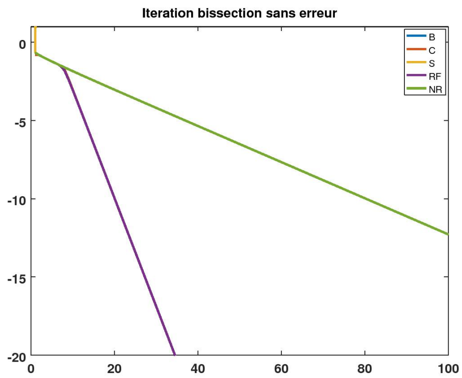


Figure 2: *bissection sans erreur numérique (r=0.123)*

(c) Nous savons que c vaut 1-r, r = 2^{-d} et d = 1:100. Nous cherchons l'exposant q tel que 2^{-dq} se rapproche de x(d). Comme l'a déduit l'énoncé, $log_2(x(d)) = -qd$. De ce fait, q = $\frac{-log_2(x(d))}{d}$. Nous trouvons $q = 0.17717$ en utilisant xx(100, 1) qui est la dernière itération du calcul de la racine avec la méthode de la bissection. $\rightarrow q = \frac{-log_2(xx(100,1))}{100}$.

2 Question 2

Voir figure 3 et 4 ci-dessous Nous constatons qu'à l'itération $x^{(k)}$, le graphe de la méthode de la corde a une instabillité pour un r vallant 1/2. L'instabilité se manifeste sous forme de courbes oscillantes. La courbe ne converge pas vers la racine mais tend vers un point qui se rapproche de celle-ci (entre 0.4 et 0.55).

Sur le graphe de ϕC, il y a un point fixe qui est l'intersection entre la courbe et la droite identité. Le point fixe est en (0.5, 0.5).

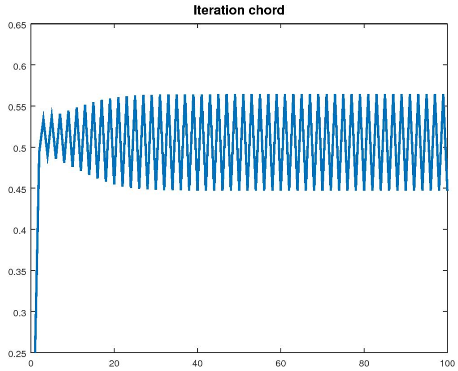


Figure 3: *Itération Corde (r=0.5)*

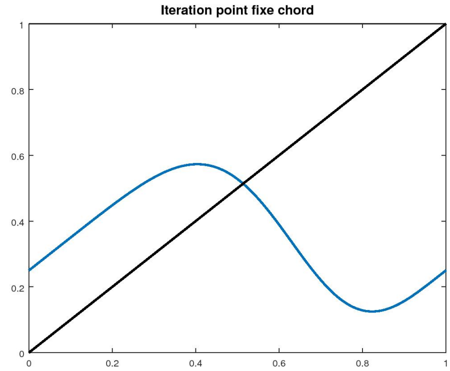
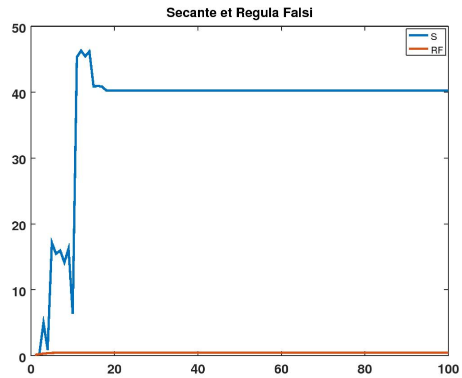


Figure 4: *ϕ de Corde et droite identité (r=0.5)*

3 Question 3



Regula Falsi converge globalement et lentement avec un ordre p = 1 vers la racine (+/- 0) tandis que le résultat de la méthode de la sécante converge localement et rapidement au début mais vu qu'elle n'est pas proche de la bonne valeur, elle va converger vers une autre valeur (+/- 40). Ici, on utilise une méthode locale (Sécante) pour des valeurs globales donc ce n'est pas adapté.

4 Question 4

Normalement, la bissection a une convergence globale donc lente et NR a une convergence locale donc rapide. Mais on constate qu'ici, avec un r = 1.e-8, Newton-Raphson converge plus rapidement.

Avec un r petit, on se trouve au début a gauche du point fixe, donc x(0) sera grand et donc la projection de cette valeur sur la droite va donner un point de départ sur l'abscisse plus éloigné du point recherché. Dès lors, il mettra plus de temps à converger vers le point fixe.

La rapidité de NR se manifeste lorsque r est suffisamment grand.

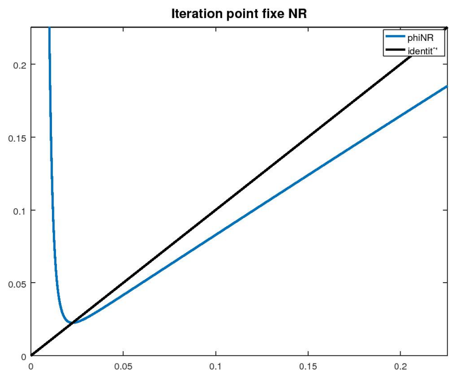


Figure 5: *ϕ de Newton-Raphson et droite identité (r = 1.e-8)*

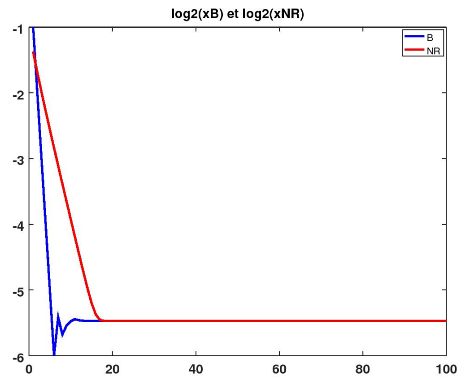


Figure 6: *log2 de bissection et Newton-Raphson (r = 1.e-8)*