

Projet Analyse Numérique, INFO-F-205, 2018

Problème

Considérer la fonction

$$f(u) = c - \cos \left[\pi \left(4u^3 - 3u^4 \right) \right] \quad (1)$$

Le but est d'examiner la racine x de cette courbe dans l'intervalle $[0, 1]$ en fonction de la valeur de c , notamment pour c autour de 1. Posons $c = 1 - r$ où $r = 2^{-d}$, pour $d = 1, 2, 3, \dots, 100$. On voudrait connaître l'exposant q tel que $x(d) \sim 2^{-dq} = r^q$. Cet exposant est donné par la pente asymptotique de la courbe de $\log_2(x(d))$, car si $x(d) = 2^{-dq}$, alors $\log_2(x(d)) = -qd$.

Enoncé

Dans le cadre de ce projet on vous demande de fournir un fichier pdf contenant les réponses aux questions suivantes

1. Rouler le fichier `projet2018enonce.m` pour tracer le graphique de la fonction $\log_2(x(d))$ pour cinq méthodes : bisection, corde, sécante, regula falsi et Newton-Raphson.
 - (a) La fonction `iterationsbisection.m` est appelée par la routine `projet2018enonce.m`, mais elle manque dans le paquet de routines. C'est à vous de l'encoder, en vous basant sur le code des autres itérations.
 - (b) La fonction `fonctionprojet2018.m` met en oeuvre $f(u)$ ci-dessus. Cette implémentation souffre d'un problème numérique qui se manifeste pour grandes valeurs de r . Il faut donc trouver une alternative `fonctionprojet2018bis.m` pour contourner ce problème. Nommer le problème.
 - (c) Trouver la valeur de l'exposant q dans l'expression $x(d) \sim 2^{-dq} = r^q$ à partir des valeurs de $x(d)$ trouvées par la méthode de la bisection.
2. Tracer la courbe $x^{(k)}$ en fonction de l'étape k de l'itération, pour $x^{(k)}$ les résultats de la méthode de la corde et pour $r = 1/2$. Afficher et discuter le graphe de la fonction d'itération $\phi_C(x)$ associée.
3. Tracer les courbes $x^{(k)}$ pour les méthodes de la sécante et de la fausse position, avec $r = 0, 22$. Comparer.
4. Tracer et comparer les courbes $\log_2(x^{(k)})$ pour les méthodes de la bisection et de Newton-Raphson avec $r = 10^{-8}$. Tracer la courbe de la fonction d'itération $\phi_{NR}(x)$ pour la méthode de Newton-Raphson. Comment est-ce que cette courbe explique que la convergence de New-Raphson est plus lente que celle de la bisection ? Où se manifeste alors la convergence rapide de Newton-Raphson ?

Aspects pratiques

1. Le paquet des routines mises à votre disposition est téléchargeable depuis le site

<http://homepages.ulb.ac.be/~majansen/teaching/INFO-F-205/projet2018.zip>

2. Pour exporter un graphique sous le format j-peg, utiliser la commande suivante après la construction du graphique

```
outfilename = ['projet' num2str(matricule) 'graph' num2str(graphnumber)];  
print('-djpeg90', outfilename)
```

Pour exporter un graphique sous le format eps, taper

```
outfilename = ['projet' num2str(matricule) 'graph' num2str(graphnumber)];  
print('-depsc', outfilename)
```

3. N'oubliez pas d'intituler les graphiques, avec toutes les informations spécifiques pour chaque graphique, en utilisant (par exemple)

```
titre = ['Method 1; value = ' num2str(parameter)];  
title(titre, 'fontsize', fontsize, 'fontweight', 'b')
```

4. Si vous désirez travailler chez vous/ sur votre PC/portable personnel, vous pouvez télécharger et installer octave, une version gratuite de matlab. Consulter le site

<http://www.gnu.org/software/octave/>

5. La création du fichier jpg peut poser des problèmes en octave, ou dans des versions de Matlab plus anciennes. On pourrait considérer d'utiliser la touche PrintScreen du clavier.

Evaluation

L'évaluation sera basée sur la qualité, la clarté, ainsi que sur la correction des implémentations. Le projet est individuel. Evidemment, vous pouvez discuter entre vous sur les questions et l'implémentation du projet, mais le rapport doit refléter votre contribution personnelle.

Ce qui devra être rendu

- Chaque étudiant doit envoyer un dossier zip ou gz contenant
 1. un fichier .m contenant le code pour le problème (2)
et
 2. — **ou bien** : un fichier .pdf contenant un rapport avec le texte et les graphiques
— **ou bien** : un fichier .txt avec le texte et des fichiers .jpg, .eps ou .pdf pour les graphiques.

— Les fichiers `.doc` sont interdits.

- **Le nombre de pages (en dehors du code matlab) est strictement limité à deux, y inclus les graphiques** (une page de text au maximum ; une demi-page devrait suffir)
- Le nom du dossier doit être composé par le nom de famille de l'étudiant suivi par son matricule et 4 lettres pour sa section tout en minuscule. Donc, si vous êtes Jean Dubois et votre matricule est 12345, votre fichier sera nommé
dubois12345info.zip
dubois12345math.zip
dubois12345actu.zip
- le dossier doit être compressé en format `.zip` ou `.gz`. Les autres formats (notamment `winmail.dat`, `.rar`, `.7z`) sont interdits.
- ce dossier compressé doit être envoyé en attachement par mail à l'adresse du prof (maartenDOTjansenATulbDOTacDOTbe) avec le subject PROJ (4 lettres majuscules).

Rappel

- la date de remise est le vendredi 4 mai 2018 à 17h00.