zontal está situada a uma altura de 2,3 m acima do solo. Determine o intervalo de ângulos possíveis para que a bola atinja as redes da baliza.

22. Um operador de radar, na superfície do solo, observa a aproximação de um projétil. Num dado instante ele obtém as seguintes informações: o projétil se encontra na sua altitude máxima e está se movendo horizontalmente com velocidade v; a distância em linha reta desde o ponto de observação até o ponto em que se encontra é igual a l; a linha de observação do projétil está orientada formando um ângulo θ acima da horizontal. (a) Encontre uma expressão para a distância D entre o observador e o ponto de impacto do projétil. (b) Qual a condição para que o projétil atinja o observador? (c) Estabeleça a condição para que o projétil ultrapasse o observador e a condição para que o projétil não ultrapasse o observador.

Resposta: (a) $D = |v\sqrt{(2l/g)\ \text{sen}\ \theta}| - l\cos\theta$.
(b) $l\cos\theta = |v\sqrt{(2l/g)\ \text{sen}\ \theta}|$.
(c) O projétil transporá o observador se D for positivo e não ultrapassará o observador se D for negativo.

23. Várias pedras são lançadas de um ponto situado a uma distância R da borda de um penhasco de altura h, de tal modo que atingem o solo a uma distância x da base do penhasco, conforme indica a Fig. 4-16. Se você desejasse para x o menor valor possível, como você ajustaria θ_0 e v_0, supondo que é possível fazer variar v_0 desde zero até um certo valor máximo finito e que θ_0 pode variar continuamente? L

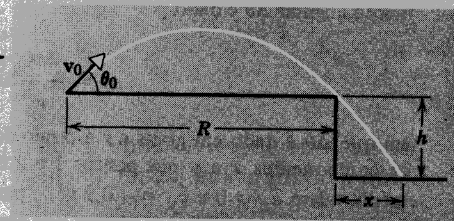

figura 4-16

SEÇÃO 4-4

24. As chamadas estrelas de nêutrons possuem densidades extremamente elevadas. Acredita-se que certas estrelas de nêutrons possuem um período da ordem de 1 s. Suponha que uma destas estrelas possua um raio de 30 km. Calcule a aceleração centrípeta de uma partícula no equador desta estrela.
Resposta: $1{,}2 \times 10^6\ \text{m/s}^2$.

25. Quando uma partícula carregada se move num campo magnético ela sofre um desvio numa direção perpendicular à direção do movimento inicial. O raio de curvatura da trajetória de um elétron num dado instante vale 0,07 m. Neste instante o elétron sofre no interior do campo magnético uma aceleração radial igual a $2{,}0 \times 10^{14}\ \text{m/s}^2$. Calcule o módulo da velocidade do elétron neste instante.

26. No modelo de Bohr para o átomo de hidrogênio, o elétron gira em torno do próton numa órbita circular de raio r. A aceleração centrípeta do elétron no átomo de hidrogênio vale aproximadamente $9{,}0 \times 10^{22}\ \text{m/s}^2$. Estime o valor de r, sabendo que o período vale $1{,}5 \times 10^{-16}$ s.
Resposta: $r = 5{,}28 \times 10^{-11}$ m.

27. Uma partícula está em repouso no topo de um cilindro de raio R. Determine o menor valor da velocidade horizontal da partícula para que ela abandone o cilindro sem deslizar sobre o mesmo.

28. (a) Obtenha uma expressão para o cálculo da *aceleração centrípeta* provocada pela rotação da Terra em função da *latitude* θ do local. (b) Calcule a aceleração centrípeta nos pólos da Terra e ao longo do equador da Terra. (c) Ache a aceleração centrípeta nas seguintes latitudes: $\theta = 30°$, $\theta = 45°$, $\theta = 60°$. (d) Por qual fator deveria ser multiplicada a velocidade angular de rotação da Terra para que a aceleração centrípeta se tornasse igual a $g/2$ no equador da Terra? L
Resposta: (a) $\omega^2 R\cos\theta$, onde ω é a velocidade angular de rotação da Terra e R é o raio equatorial da Terra (supondo a Terra uma esfera). (b) Nos pólos: 0; no equador: $0{,}034\ \text{m/s}^2$. (c) $0{,}029\ \text{m/s}^2$; $0{,}024\ \text{m/s}^2$; $0{,}017\ \text{m/s}^2$.

29. Um menino faz girar uma pedra num círculo horizontal a 1,5 m acima do solo por meio de um barbante de 1,2 m de comprimento. O barbante arrebenta e a pedra é lançada horizontalmente, colidindo com o chão a 10 m de distância. Calcule a aceleração centrípeta da pedra durante o movimento circular. L

30. Uma partícula P percorre o círculo de 2,0 m de raio indicado na Fig. 4-17. O período do movimento é de 30 s e a rotação possui sentido anti-horário. A partícula passa através da origem O no instante inicial $t = 0$. Determine: (a) o vetor posição para $t = 8$ s, (b) o vetor deslocamento no intervalo entre $t = 3$ e $t = 5$ s. (c) o vetor velocidade média neste mesmo intervalo, (d) o vetor velocidade instantânea no início e no final deste intervalo, (e) o vetor aceleração média neste intervalo, (f) o vetor aceleração instantânea no início e no final deste intervalo. L
Resposta: (a) 2,97 m; 48°, (b) 0,83 m; 48,4°, (c) 0,41 m/s; 48,4°, (d) 0,42 m/s; 36°; 0,42 m/s, 60°, (e) $0{,}17\ \text{m/s}^2$, 320°, (f) $0{,}09\ \text{m/s}^2$, 126°; $0{,}09\ \text{m/s}^2$, 150°. Não precisam fazer este exercício.

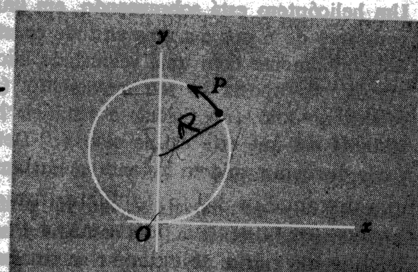

figura 4-17

31. (a) Obtenha uma expressão para o vetor posição $\mathbf{r}$ de uma partícula que descreve um movimento circular uniforme, usando coordenadas cartesianas ortogonais e os vetores unitários $\mathbf{i}$ e $\mathbf{j}$. (b) A partir da expressão do vetor posição deduza expressões para a velocidade $\mathbf{v}$ e para a aceleração $\mathbf{a}$. (c) Prove vetorialmente que a aceleração no movimento circular uniforme é dirigida para o centro da circunferência.

32. (a) Expresse os vetores unitários $\mathbf{u}_r$ e $\mathbf{u}_\theta$ na Fig. 4-8 em termos de $\mathbf{i}$, de $\mathbf{j}$ e do ângulo θ. (b) Obtenha uma expressão para o vetor posição $\mathbf{r}$ em função de $\mathbf{u}_r$ e $\mathbf{u}_\theta$ supondo um movimento circular uniforme. (c) A partir da expressão obtida no item anterior obtenha uma relação entre $\mathbf{v}$ e $\mathbf{u}_\theta$ e obtenha uma outra relação entre $\mathbf{a}$ e $\mathbf{u}_r$.
Resposta: (a) $\mathbf{u}_r = \cos\theta\ \mathbf{i} + \text{sen}\ \theta\ \mathbf{j}$; $\mathbf{u}_\theta = -\text{sen}\ \theta\ \mathbf{i} + \cos\theta\ \mathbf{j}$. ($b$) $\mathbf{r} = r\mathbf{u}_r$.
(c) $\mathbf{v} = v\mathbf{u}_\theta$; $\mathbf{a} = -(v^2/r)\ \mathbf{u}_r$.

33. Uma partícula descreve um movimento circular uniforme em torno de uma origem O com velocidade v. (a) Mostre que o tempo Δt necessário para que ela sofra um deslocamento angular $\Delta\theta$ é dado por

$$\Delta t = \frac{2\pi r}{v}\Delta\theta/360°$$

em que $\Delta\theta$ é dado em graus e r é o raio do círculo. Considere a Fig. 4-18. (b) Calcule os componentes x e y nos pontos 1 e 2 e mostre que os componentes da aceleração média valem $\bar{a}_x = 0$ e $\bar{a}_y = -0{,}9\ v^2/r$, para intervalos simétricos em torno do eixo Oy para os quais $\Delta\theta = 90°$. (c) Mostre que para $\Delta\theta = 30°$, obtemos: $\bar{a}_x = 0$ e $\bar{a}_y = -0{,}99\ v^2/r$. ($d$) Diminuindo o ângulo $\Delta\theta$ mostre que quando $\Delta\theta$ tende a zero, o valor de $\bar{a}_y$ tende a $-v^2/r$; usando a simetria circular mostre que a aceleração instantânea tem módulo igual a v^2/r e aponta para o centro O em cada ponto do círculo.

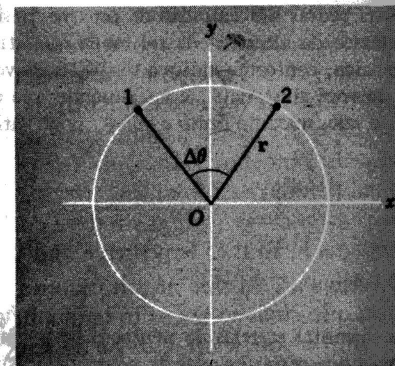

figura 4-18

SEÇÃO 4-5

34. Os componentes do vetor posição de uma partícula são dados por:

$$x = R\ \text{sen}\ \omega t + \omega R t$$
$$y = R\cos\omega t + R$$

onde ω e R são constantes. A extremidade do vetor posição acima descreve uma curva chamada *ciclóide*. A ciclóide é a trajetória descrita por um ponto situado na borda de uma roda que rola sem deslizar ao longo do eixo Ox. Determine o módulo das componentes da velocidade e da aceleração da partícula quando ela se encontra: (a) no valor máximo de y, (b) no valor mínimo de y.
Resposta: (a) $v_x = 2\omega R$, $v_y = 0$; $a_x = 0$, $a_y = -\omega^2 R$, (b) $v_x = v_y = 0$; $a_x = 0$, $a_y = +\omega^2 R$.

SEÇÃO 4-6

35. As gotas de água da chuva caem verticalmente com velocidade de 8 m/s. Um automóvel percorre uma estrada retilínea com uma velocidade de 60 km/h. Determine o módulo, a direção e o sentido da velocidade das gotas de água em relação a um observador situado dentro deste automóvel.

36. Um barco leva um tempo $t = 20$ s para ir de um ponto A a um ponto B situado sobre a mesma margem de um rio, se deslocando no sentido contrário ao da corrente. Quando ele volta do ponto B ao ponto A, o barco gasta um tempo igual a $t/2$. A velocidade do barco em relação à água é constante e igual a 8 m/s. Calcule a distância AB.
Resposta: 106,7 m.

37. Um helicóptero está sobrevoando, em linha reta, uma planície com uma velocidade constante de 6 m/s e a uma altitude constante de 8 m. Um fardo é atirado para fora horizontalmente com uma velocidade inicial de 10 m/s em relação ao helicóptero e em direção oposta ao seu movimento. (a) Ache a velocidade inicial do fardo em relação ao solo. (b) Calcule a distância horizontal entre o helicóptero e o fardo no instante em que este cai ao solo. (c) Determine o ângulo que o vetor velocidade do fardo faz com o solo no instante imediatamente anterior ao impacto.

38. Quando dois automóveis se movem uniformemente em sentidos contrários sobre a mesma estrada retilínea, eles conseguem se aproximar de 9 m a cada décimo de segundo. Quando eles se deslocam no mesmo sentido com as mesmas velocidades originais, conseguem, a cada segundo, se aproximar de 10 m. Calcule as velocidades originais destes automóveis.
Resposta: 50 m/s, 40 m/s.

39. Um homem consegue remar um barco, em águas paradas, com uma velocidade de 4,5 km/h. (*a*) Suponha que ele esteja atravessando um rio em que a velocidade da correnteza vale 2,0 km/h; determine a direção segundo a qual ele deve orientar o barco para que ele atinja um ponto diretamente oposto ao ponto de onde ele partiu numa das margens do rio. (*b*) Se a largura do rio for igual a 3,0 km, quanto tempo o barco levará para atravessar o rio nas condições do item anterior? (*c*) Quanto tempo ele gastaria se o homem remasse 2,0 km rio abaixo e, em seguida, ele retornasse ao ponto de partida? (*d*) Quanto tempo ele gastaria para fazer um percurso inverso ao do item anterior, isto é, primeiro remar 2,0 km rio acima e, em seguida, retornar ao ponto de partida? (*e*) Em que direção o homem deveria orientar o barco se ele desejasse atravessar o rio no menor tempo possível?

40. O piloto de um avião mede a velocidade do vento em relação ao avião. Ele verifica que o módulo desta velocidade vale 25 km/h e que o ângulo formado entre a direção da velocidade do vento em relação ao avião e a direção do avião vale 60°. Um observador situado no solo informa ao piloto, através do rádio, que a velocidade do vento em relação ao solo possui módulo igual a 45 km/h. (*a*) Ache o módulo da velocidade do avião em relação ao solo. (*b*) Determine o ângulo formado entre a velocidade do vento e a velocidade do avião, medido pelo observador situado no solo.
Resposta: (*a*) 52 km/h. (*b*) 28,7°.

41. Um piloto deseja voar de Oeste para Leste, de um ponto P a um ponto Q e, em seguida, seguir de Leste para Oeste, retornando ao ponto P. A velocidade do avião, no ar, é igual a $\mathbf{v}'$ e a velocidade do ar em relação ao solo é igual a $\mathbf{u}$. A distância entre P e Q vale D e a velocidade do avião no ar $\mathbf{v}'$ é constante. (*a*) Se $u = 0$ (ar parado), mostre que o tempo para a viagem de ida e volta vale $t_0 = 2D/v'$. (*b*) Suponha que a velocidade do vento esteja dirigida para Leste (ou para Oeste); neste caso, mostre que o tempo de ida e volta será:

$$t_L = \frac{t_0}{1 - u^2/(v')^2}$$

(*c*) No item anterior devemos supor $u < v'$. Por quê?

42. Uma partícula A se desloca em relação a outra partícula B com uma velocidade relativa dada por: $\mathbf{v}_{AB} = 2\mathbf{i} - \mathbf{j}$. A partícula B se desloca em relação a uma outra partícula C com uma velocidade relativa dada por: $\mathbf{v}_{BC} = \mathbf{i} - 2\mathbf{j}$. Determine a velocidade da partícula A em relação à partícula C.
Resposta: $\mathbf{v}_{AC} = 3\mathbf{i} - 3\mathbf{j}$.

43. Um homem quer atravessar um rio de 700 m de largura. O barco, no qual ele rema, possui velocidade em relação à água igual a 4 km/h. A velocidade da correnteza é de 2 km/h. Quando o homem caminha na terra firme sua velocidade é de 4,8 km/h. Ao atravessar o rio a remo ele atinge um ponto a jusante do local inicial; a seguir ele retorna a pé até o ponto oposto ao ponto onde ele se encontrava na outra margem do rio. (*a*) Determine a trajetória combinada (entre atravessar o rio e andar) para que o tempo de percurso seja mínimo (para atingir o ponto considerado). (*b*) Calcule o valor deste tempo mínimo.