Annexe A

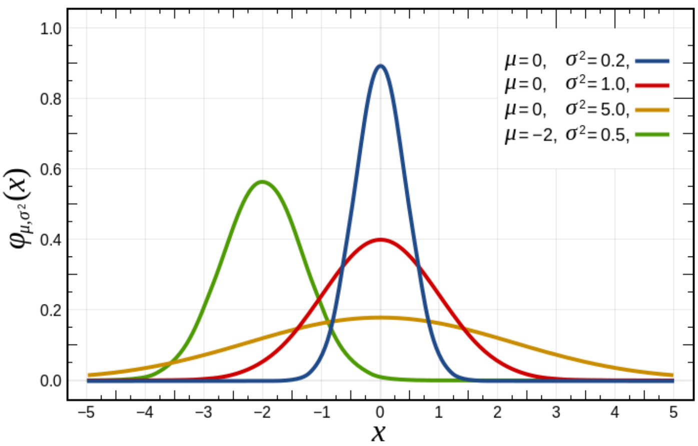
Quelques densités de probabilités

Loi normale

La *densité de probabilité* de la loi normale de moyenne μ et d'écart type σ s'écrit :

$$\varphi_{\mu,\sigma^2}(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

En voila ci-dessous une illustration pour différentes valeurs de μ et σ issue de wikipedia :



Alors :

- Si la *variable aléatoire* X suit une loi normale de moyenne μ et d'écart type σ, on écrit $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$.
- Pour connaitre la probabilité qu'un réalisation de X ait une valeur entre x_1 et x_2, on calcule $\int_{x_1}^{x_2} \varphi_{\mu,\sigma^2}(x)dx$.
- Une probabilité proche de 0 indique que cette réalisation a très peu de chances d'arriver et plus la probabilité est proche de 1 plus la réalisation a des chances d'être observée.

Loi de Student

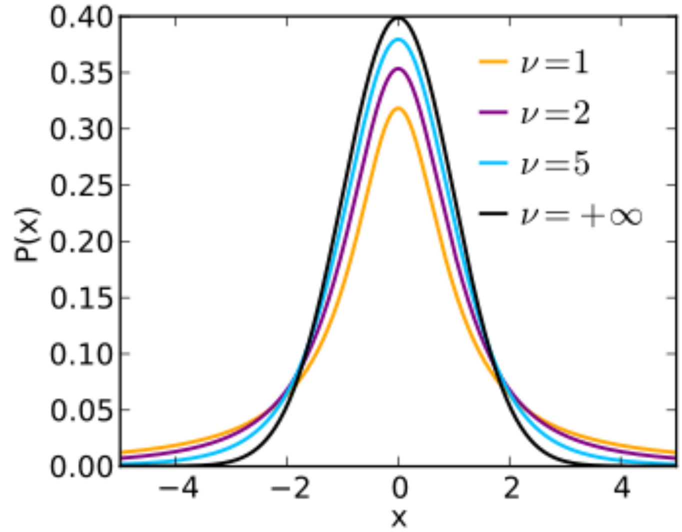
La densité de probabilité de la loi de Student t_k à ν degrés de liberté est :

$$f_T(t) = \frac{1}{\sqrt{\nu\pi}} \frac{\Gamma(\frac{\nu+1}{2})}{\Gamma(\frac{\nu}{2})} \left(1 + \frac{t^2}{\nu}\right)^{-\frac{\nu+1}{2}} \quad , \nu > 0$$

où $\Gamma(x)$ est la fonction Gamma d'Euler :

$$\Gamma(x) = \int_0^{+\infty} t^{x-1} e^{-t} dt$$

En voila ci-dessous une illustration pour plusieurs valeurs de ν issue de wikipedia :



Loi de Fisher-Snedecor

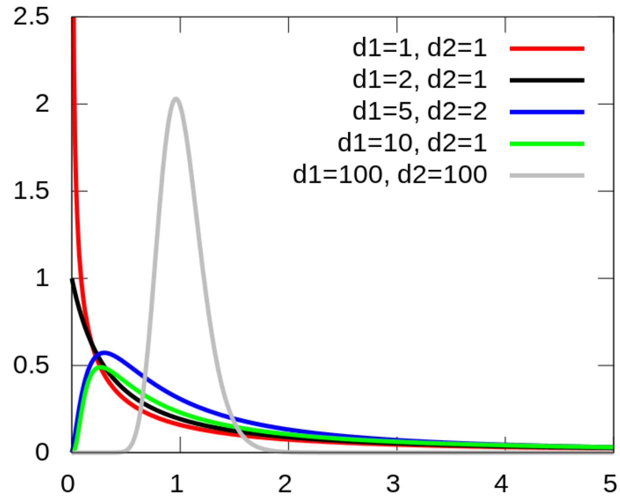
La densité de probabilité d'une loi de Fisher $\mathcal{F}(d1, d2)$ de degrés de liberté d_1 et d_2 est :

$$f_F(x) = \frac{\left(\frac{d_1 x}{d_1 x + d_2}\right)^{d_1/2} \left(1 - \frac{d_1 x}{d_1 x + d_2}\right)^{d_2/2}}{x\mathbf{B}(d_1/2, d_2/2)}$$

où $\mathbf{B}(x, y)$ est la fonction Beta :

$$\mathbf{B}(x, y) = \int_0^1 t^{x-1}(1-t)^{y-1} dt$$

En voila ci-dessous une illustration pour plusieurs valeurs de d_1 et d_2 issue de wikipedia :



Loi du χ^2

La densité de probabilité de la loi du χ^2 à k degrés de libertés :

$$f_k(x) = \frac{1}{2^{k/2}\Gamma(k/2)} x^{x/2-1} e^{-x/2}$$

où $\Gamma(x)$ est la fonction Gamma d'Euler :

$$\Gamma(x) = \int_0^{+\infty} t^{x-1} e^{-t} dt$$

En voila ci-dessous une illustration pour plusieurs valeurs de k issue de wikipedia :