

Lista 1 - Programação Linear

Prof. Tatiane Fernandes Figueiredo

Problemas de Programação Linear

1 - Um fazendeiro tem 200ha de terra, onde planeja plantar trigo, arroz e milho. A produção esperada, em Kg por hectare plantada, é de 1800, 2100 e 2900 para trigo, arroz e milho, respectivamente. Para atender ao consumo interno da fazenda, ele deve plantar pelo menos 12ha de trigo, 16ha de arroz e 20ha de milho. Ele tem condição de armazenar no máximo 700t de grãos. Sabendo que o trigo dá um lucro de $R\$1,20$ por Kg, o arroz de 60 centavos por Kg e o milho de 28 centavos por Kg, elabore um modelo de PL para planejar o plantio do fazendeiro que forneça o lucro máximo.

2 - Uma refinaria produz três tipos de gasolina: verde, azul e comum. Cada tipo requer gasolina pura, octana e aditivo que são disponíveis nas quantidades de 9000000, 4800000 e 2200000 litros por semana, respectivamente. As especificações de cada tipo são:

- um litro de gasolina verde requer 0,22 litro de gasolina pura, 0,50 litro de octana e 0,28 litro de aditivo;
- um litro de gasolina azul requer 0,52 litro de gasolina pura, 0,34 litro de octana e 0,14 litro de aditivo;
- um litro de gasolina comum requer 0,74 litro de gasolina pura, 0,20 litro de octana e 0,06 litro de aditivo.

Como regra de produção, baseada em demanda de mercado, o planejamento da refinaria estipulou que a quantidade de gasolina comum deve ser no mínimo igual à 16 vezes a quantidade de gasolina verde e que a quantidade de gasolina azul seja no máximo igual a 600000 litros por semana. A empresa sabe que cada litro de gasolina verde, azul e comum dá uma margem de contribuição para o lucro de $R\$0,30$, $R\$0,25$ e $R\$0,20$ respectivamente. Elabore um modelo de para que maximiza a margem total de contribuição para o lucro.

3 - O processo de fabricação de 2 tipos de cimento (portland 320/CP320 e alto-forno 250/AF25). As fórmulas convencionais de fabricação dos dois tipos de cimento são mostradas na tabela que se segue:

Componentes	CP 320	AF 250
Clínquer	85%	50%
Escória de alto-forno	75%	45%
Gesso	3%	2%
Aditivo	5%	2%

A produção de clínquer é limitada a um máximo de 1.100.000 toneladas por ano (capacidade do forno). Da mesma forma, a produção de cimento também é limitada a 1.100.000 toneladas por ano para os dois tipos (limitação devido a capacidade do moinho). As seguintes limitações adicionais são conhecidas:

- venda de clínquer a outros fabricantes de cimento: máximo de 200.000 t/ano
- compra de escória de usinas siderúrgicas: máximo de 180.000 t/ano
- compra de gesso e aditivo (cada um): máximo de 50.000 t/ano

Por outro lado, os seguintes dados de lucros e custos são conhecidos:

- contribuição marginal do CP320: $R\$41,00/t$
- contribuição marginal do AF250: $R\$37,80/t$
- contribuição marginal do clínquer: $R\$34,40/t$
- preço da escória de siderúrgica: $R\$22,10/t$
- preço do gesso: $R\$34,20/t$
- preço do aditivo: $R\$1,90/t$

A contribuição marginal é calculada como a receita líquida menos os custos fixos e variáveis, exceto escória, gesso e aditivo. O objetivo da empresa é calcular a produção total anual que maximiza o lucro total.

4 - Duas ligas metálicas, A e B são feitas de quatro metais distintos, I, II, III, IV, de acordo com as especificações apresentadas na Tabela 1. Os quatro metais são extraídos de três minérios diferentes, cujas percentagens em peso destes metais, quantidades máximas dos minérios e custos por tonelada são mostrados na Tabela 2

LIGAS	ESPECIFICAÇÃO
A	No máximo 80% de I
	No máximo 30% de II
	No mínimo 50% de IV
B	Entre 40% e 60% de II
	No mínimo 30% de III
	No mínimo 70% de IV

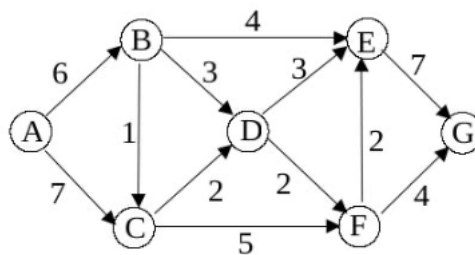
Figura 1 – Tabela 1

Minério	Quantidade máxima (tonelada)	Componentes (%)					Preço por tonelada (R\$)
		I	II	III	IV	Outros	
1	1000	20	10	30	30	10	30,00
2	2000	10	20	30	30	10	40,00
3	3000	5	5	70	20	0	50,00

Figura 2 – Tabela 2

Considerando-se que os preços de venda das ligas A e B sejam R\$200,00 e R\$300,00 por tonelada, respectivamente, formular o problema como sendo um modelo de programação linear, escolhendo a função-objetivo apropriada que fará o melhor uso das informações dadas.

5 - A figura abaixo representa uma rede de comunicação de dados entre computadores. Os números representam a capacidade máxima em Mbytes por segundo que pode ser transmitido de um computador a outro. Admita que a transmissão só é possível no sentido especificado pela seta. Elabore um modelo de PL que encontre o fluxo máximo que pode passar entre A e G através desta rede.



1 - Uma companhia de transporte tem 10 caminhões com capacidade de 40000 libras e 5 caminhões de 30000 libras. Os primeiros têm custos operacionais de $R\$0,30/milha$ e os outros de $R\$0,25/milha$. Na próxima semana a companhia deverá transportar 400000 libras de cevada por um percurso de 800 milhas. A possibilidade de outros compromissos impõe que, a cada dois caminhões menores deve ficar ao menos um dos grandes de reserva. Elabora um modelo de PLI que obtenha o número ótimo de caminhões de ambos os portes para o transporte da cevada.

2 - Um hospital trabalha com atendimento variável em demanda durante as 24 horas do dia. As necessidades distribuem-se segundo a tabela:

Turno	Horário	Número requerido de enfermeiros
1	08 às 12h	51
2	12 às 16h	58
3	16 às 20h	62
4	20 às 24h	41
5	24 às 04h	32
6	04 às 08h	19

O horário de trabalho de um enfermeiro é de 8 horas seguidas e só pode ser iniciado no começo de cada turno, isto é, às 8 ou 12 ou 16 ou 20 ou 24 ou 04 horas. Elabore um modelo de PLI que minimize o gasto com a mão-de-obra. Considere que cada enfermeiro recebe $R\$100$ por hora de trabalho no período diurno (08 às 20 h) e $R\$125$ no período noturno (20 às 08 h).

3 - Uma certa fábrica de camisetas deseja aproveitar as finais de um campeonato de futebol para vender camisetas dos times envolvidos. Os jogos vão durar quatro semanas. O custo de produção de cada camiseta é de $R\$2,00$ nas duas primeiras semanas e $R\$2,50$ nas duas últimas, quando a concorrência demandar por material no mercado. A demanda semanal de camisetas será de 5.000, 10.000, 30.000 e 60.000. A capacidade máxima de produção da empresa é de 25.000 camisetas semanalmente. Na primeira e na segunda semana, a empresa poderá contratar horas extras de serviço e fabricar mais 10.000 camisetas em cada semana. Nesse caso, o custo de produção sobe para $R\$2,80$. O excesso de produção pode ser estocado a um custo de $R\$0,20$ por unidade por semana. Elabore um modelo PLI que minimize os custos.

1 - Um excursionista planeja fazer uma viagem acampando. Há 5 itens que o excursionista deseja levar consigo, mas estes, juntos, excedem o limite de 60 quilos que ele supõe ser capaz descarregar. Para ajudar a si próprio no processo de seleção, ele atribuiu valores, por ordem crescente de importância, a cada um dos itens, segundo a tabela.

Item	1	2	3	4	5
Peso (kg)	52	23	35	15	7
Valor	100	60	70	15	15

Que itens devem ser conduzidos de forma a maximizar o valor total sem exceder as restrições de peso?

2 - Três navios serão carregados no porto de Tubarão com minério de ferro. O terminal de minério tem 4 berços onde cada um deles possui um shiploader com capacidade diferente. Devido às diferenças nas capacidades dos navios e dos shiploaders, há diferentes tempos de carregamento, dependendo das combinações entre navios e berços. A tabela a seguir apresenta os tempos de carregamento dos navios em horas para as diferentes combinações navio-berço.

		Navio		
		A	B	C
Berço	1	7	15	21
	2	13	10	15
	3	12	16	28
	4	14	8	5

Por exemplo, se o navio A for carregado no berço 1, demorará 7 horas; mas se o mesmo navio for carregado no berço 2, demorará 13 horas. Formule um modelo de PLIB de modo que o tempo de carregamento total dos navios seja mínimo.

3 - A FlexCar precisa decidir se produz ou compra quatro componentes que são usados em uma série de veículos. Se produzir os componentes em suas próprias instalações, ele precisarão usar seis máquinas diferentes. A tabela a seguir oferece os tempos-máquina, os preços de compra e os custos de fabricação de cada um dos componentes:

Cada uma das máquinas tem uma disponibilidade de 40 horas semanais, e a demanda é de 150 para cada componente por semana. Elabore um modelo de PLIB.

Componente	Máquina [h/componente]						Custos de [\$/componente]	
	A	B	C	D	E	F	Fabricação	Compra
1	0,04	0,02	0,02		0,03	0,06	2,55	3,10
2		0,01	0,05	0,15	0,09	0,06	2,47	2,60
3	0,02	0,06		0,06	0,20	0,20	4,40	4,50
4	0,06	0,04	0,15			0,05	1,90	2,25

4 - Uma fábrica de artigos de decoração, localizada em Lambari (MG), deve entregar uma grande quantidade de peças na cidade de Baependi (MG). A empresa quer saber qual o caminho que seu caminhão de entregas deve fazer para minimizar a distância total percorrida. A figura a seguir, representa, na forma de rede, as ligações entre as cidades da região. Construa um modelo de programação linear inteira binária que ajude a minimizar a distância percorrida.

