

On constate que l'optimisation de la fonction de perte globale par rapport à β_0 et $[\beta^J \ \beta_{\text{uni}}]$ revient à résoudre

$$\underset{(\beta_0, \beta) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}^{JK+M}}{\operatorname{argmin}} \left(C(\beta_0, (\mathbf{Q}^J)^{-1} \beta, \mathbf{Z}^J \mathbf{Q}^J, \mathbf{y}, \lambda) \right) \quad (1)$$

Où \mathbf{Q}^J et \mathbf{Z}^J sont définis de la façon suivante :

$$\mathbf{Z}^J = [\mathbf{Z}_{\text{tens}}^J \ \mathbf{Z}_{\text{uni}}^J] \quad (2)$$

$$\text{with } \mathbf{Z}_{\text{uni}}^J = \mathbf{X}_{a:, (JK+1):(JK+M)} \quad (3)$$

$$\text{and } \mathbf{Z}_{\text{tens}}^J = [\mathbf{Z}_1^J \ \cdots \ \mathbf{Z}_R^J] \quad (4)$$

$$\text{where } \forall r \in \llbracket 1, R \rrbracket, \quad \mathbf{Z}_r^J = \sum_{k=1}^K (\underline{X})_{:,k} \beta_r^K \quad (5)$$

$$\mathbf{Q}^J = \operatorname{Diag}([\mathbf{u}_{\text{tens}}^J \ \mathbf{u}_{\text{uni}}^J]) \quad (6)$$

$$\text{with } \mathbf{u}_{\text{uni}}^J = (\lambda, \ \cdots, \ \lambda) \in \mathbb{R}^M \quad (7)$$

$$\text{and } \mathbf{u}_{\text{tens}}^J = (\|\beta_1^K\|_1, \ \cdots, \ \|\beta_R^K\|_1) \quad (8)$$