

CHAPITRE 11 : ALGORITHMES GLOUTONS

ACTIVITE 1 : LE PROBLEME DU SAC A DOS

Dans un jeu vidéo, le héros dispose d'un sac à dos lui permettant de porter les objets collectés au fil du jeu, avec une capacité maximale de 10 kg. Le héros souhaite maximiser la valeur en pièces d'or des objets contenus dans le sac à dos, qui varie de 3 à 30 pièces d'or selon l'objet. L'objectif est de définir un algorithme qui permette d'aider le héros à effectuer cette optimisation.



Objet	Antidote	Baguette magique	Cape d'invisibilité	Diadème	Epée	Horloge	Miroir
Numéro de l'objet	1	2	3	4	5	6	7
Valeur (pièces d'or)	4	5	12	30	9	10	12
Masse	0,5	1	1	5	6	5	3

1. Algorithme naïf

a. Afin de remplir le sac, on pourrait tester toutes les possibilités et choisir la meilleure d'entre elles. Expliquer comment cet algorithme, qualifié de « naïf », permettrait de trouver la ou les solution(s) optimale(s).

b. En observant que le choix de chaque objet est binaire (choisi ou non), combien de possibilités différentes pourrait-on dénombrer avec 7 objets possibles ? Avec 70 objets ? Conclure sur la durée d'exécution d'un tel algorithme naïf.

2. Algorithme glouton

Principe : Un algorithme glouton a pour objectif de « gagner le plus possible à chaque étape de l'algorithme », sans jamais se soucier des conséquences des choix effectués. Autrement dit, un algorithme glouton fait toujours le choix qui lui semble le meilleur sur le moment, en espérant que la solution globale soit la meilleure.

- a. Préciser la différence majeure entre l'algorithme glouton et l'algorithme naïf.
- b. A choisir entre la baguette et la cape d'invisibilité, quel choix conseilleriez-vous au héros ? Pourquoi ?
- c. Parmi les critères suivants, le(s)quel(s) vous semblent le(s) plus pertinent(s) ?
- Choisir en premier l'objet le plus lourd / le plus léger
 - Choisir en premier l'objet le plus précieux / le moins précieux
 - Choisir en premier l'objet ayant la valeur massique (en pièces/kg) la plus élevée / la moins élevée
 - Prendre le plus d'objets possibles dans le sac
- d. En utilisant le critère précédent le plus pertinent, quel serait le meilleur choix possible à chaque étape d'ajout d'un objet dans le sac ?
- e. Quel pré-traitement faudrait-il effectuer avant de remplir le sac à dos ? Quels objets seraient alors choisis, et dans quel ordre ? Calculer alors la valeur en pièces d'or du sac à dos et sa masse.
- | N° étape | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|--------------|---|---|---|---|---|---|---|
| Objet ajouté | | | | | | | |
- f. Proposer un algorithme glouton écrit en pseudo-code répondant au problème posé.

3. Conclusion

a. Complexité : On suppose que le tri s'effectue avec un coût en $O(n \log(n))$, en multipliant le nombre d'objets par 10, de combien serait multiplié le temps de calcul ?

b. Comparer la solution trouvée avec la solution suivante : {baguette, Cape, Diadème, Miroir}.

Conclure sur le caractère optimal ou non de l'algorithme glouton.

c. Application : Faire l'Exercice 1.

ACTIVITE 2 : LE PROBLEME DU RENDU DE MONNAIE

1. PRESENTATION DU PROBLEME

Certains commerces de proximité installent sur leur comptoir une caisse automatique connectée à un logiciel d'encaissement. Le traitement automatique des espèces (billets et pièces) améliore ainsi l'hygiène, la sécurité et limite les erreurs de rendu de monnaie.

On suppose que le système monétaire est simplifié : il est formé des valeurs 200, 100, 50, 20, 10, 5, 2 et 1 € (on ignore les centimes et le billet de 500 €). Comment une machine peut-elle rendre la monnaie à un client, **avec un minimum de pièces ou de billets**.

Y a-t-il une grandeur à optimiser ici ? Un algorithme glouton vous semble-t-il approprié ?



2. ETUDE DU PROBLEME A RESOUDRE

a. Donner deux configurations possibles d'un rendu de monnaie de 43 €. Préciser quel serait le rendu optimal pour cette somme à rendre (avec le moins de pièces ou billets possible).

b. Proposer une structure de données adaptée pour représenter le type et la quantité de pièces à rendre. Représenter alors le rendu de monnaie pour une somme de 43 €.

c. Pensez-vous que l'on puisse rendre exactement et de manière optimale n'importe quelle somme d'argent avec le système de monnaie européen ?

3. ALGORITHME GLOUTON

a. La somme à rendre est de 43 €. En utilisant la division euclidienne, compléter le tableau suivant, qui suit le déroulé d'un algorithme glouton :

Somme restante	Billet ou pièce	Quotient	Reste
43	200	0	43

b. Peut-on prévoir à l'avance combien d'étapes seront nécessaires pour effectuer le rendu de monnaie ? En déduire la nature de la boucle à utiliser dans l'algorithme.

c. De plus, afin de sélectionner le meilleur billet ou la meilleure pièce à rendre à chaque étape, on doit parcourir l'ensemble ordonné {200, 100, 50, 20, 10, 5, 2, 1}. Quel type de boucle faut-il choisir ?

d. Proposer un algorithme en pseudo-code répondant au problème posé.

e. Montrer que l'algorithme se termine.

f. Presque tous les systèmes monétaires réels dans le monde permettent un rendu optimal en minimisant le nombre de pièces à rendre. On dit alors qu'ils sont canoniques.

Que dire du système $[4, 3, 1]$, qui n'est pas canonique, et d'une somme à rendre égale à 6 ?

g. Application : faire l'exercice 2.