

III – Numérisation d'un signal

Problème III - A

Introduction

L'objectif de ce troisième problème est de réfléchir à la problématique de numérisation d'un signal. Nous nous intéressons cette fois ci aux différents paramètres et aux différentes étapes qui entrent en jeu lors de la numérisation d'un signal analogique. Nous allons étudier la qualité audio du son numérisé ainsi que la quantité de données que celui-ci représente.

Méthode proposée

L'énoncé du problème III – A nous indique que nous souhaitons numériser un signal audio en haute-fidélité. Les données de l'énoncé sont les suivantes :

Bande de fréquence : de 20 *Hz* à 20 000 *Hz*

Rapport signal à bruit moyen : 90 *dB*

Amplitude du signal : 500 *mV*

Puissance moyenne du signal : 30 *mW*

Les différentes étapes de la numérisation d'un signal analogique sont :



Dans la suite du problème nous ne nous intéresserons qu'à l'échantillonnage et à la quantification du signal.

Échantillonnage

La première étape consiste donc à déterminer la fréquence d'échantillonnage de notre signal. Pour cela nous allons nous intéresser à la bande de fréquence. Celle-ci va de 20 *Hz* à 20 000 *Hz*, ainsi la fréquence maximale est $f_{max} = 20\,000\text{ Hz}$.

La fréquence d'échantillonnage doit respecter le théorème d'échantillonnage (ou théorème de Nyquist-Shannon) :

$$F_e > 2f_{max}$$

Ce qui équivaut dans notre cas à :

$$F_e > 40\,000\text{ Hz}$$

Le standard qui définit une qualité audio « haute-fidélité » fixe la fréquence d'échantillonnage à 44 100 *Hz*. Celle-ci correspond à notre usage et respecte le théorème d'échantillonnage, nous la conserverons donc :

$$F_e = 44\,100\text{ Hz}$$

Quantification

L'étape suivante consiste à quantifier le signal, c'est-à-dire à approximer par des valeurs discrètes l'amplitude de notre signal.

L'énoncé du problème précise que le rapport signal à bruit moyen de notre signal numérisé doit être de 90 dB et que la puissance moyenne en sortie du micro est de 30 mW. L'information que nous cherchons à déterminer à partir de ces données est le nombre de bits de quantification.

La formule du rapport signal à bruit sans unité est :

$$SNR = \frac{P_{signal}}{P_{bruit}}$$

En décibels cela donne :

$$SNR(dB) = 10 \times \log(SNR)$$

Le standard pour la qualité « haute-fidélité » fixe le nombre de bits de quantification à 16 bits. Nous allons vérifier si cette valeur correspond à nos données.

La puissance de notre signal est : $P_{signal} = 30 \text{ mW}$

La puissance du bruit de quantification est :

$$P_{bruit} = \frac{q^2}{12}$$

avec :

$$q = \frac{2A}{2^b}$$

A étant l'amplitude de notre signal (500 mV) et b le nombre de bits de quantification (ici 16).

Nous avons donc :

$$P_{bruit} = \frac{q^2}{12} = \frac{A^2}{3 \times 2^{2b}} \leftrightarrow P_{bruit} = 1,94 \times 10^{-11} \text{ W}$$

On peut alors calculer le rapport signal à bruit :

$$SNR = \frac{P_{signal}}{P_{bruit}} \leftrightarrow SNR = 1,55 \times 10^9$$

Soit en décibels :

$$SNR(dB) = 91,9 \text{ dB}$$

Cette valeur est très proche du rapport attendu, nous garderons donc une valeur de 16 bits de quantification pour notre numérisation.

Quantité de données

Le débit de données d'un signal mono échantillonné à 44 100 Hz et quantifié sur 16 bits est :

$$D = F_e \times b \leftrightarrow D = 705\,600 \text{ bits/s}$$

Cela représente une quantité de données pour une heure de concert en stéréo :

$$Q = 2 \times D \times 3600 \leftrightarrow Q = 5\,080\,320\,000 \text{ bits}$$

$$Q = 635.04 \text{ Mo}$$

Les paramètres choisis ($F_e = 44\,100\text{ Hz}$ et $b = 16\text{ bits}$) sont compatibles avec une qualité CD. En effet, il s'agit des valeurs standards considérées comme « haute-fidélité ». De plus, une heure de concert en stéréo est stockable sur un seul CD-ROM, ces derniers ayant une capacité de stockage comprise entre 650 Mo et 700 Mo.

Au vu des paramètres choisis, le timbre des instruments d'un orchestre devrait être respecté. En effet, ces paramètres correspondent à un signal audio « haute-fidélité », c'est actuellement la meilleure qualité sonore disponible sur le marché. Néanmoins, on pourrait penser à augmenter encore plus la fréquence d'échantillonnage (96 kHz voir 192 kHz). Le signal serait alors encore mieux retranscrit mais l'oreille humaine ne détecterait aucune différence.

Concernant la quantification logarithmique, celle-ci serait utile pour restituer de manière plus fidèle les faibles amplitudes. En effet, elle permet de faire varier la largeur du pas de quantification en fonction de l'amplitude du signal. Lorsque l'on se situe dans une partie du signal où le signal est de faible amplitude on peut réduire la largeur du pas de quantification pour mieux quantifier le signal à cet endroit et ainsi restituer un son plus fidèle. Néanmoins, il est fort probable que la différence de qualité sonore soit imperceptible pour une personne lambda.

Conclusion

Ce problème nous a permis de réfléchir aux notions d'échantillonnage et de quantification d'un signal analogique que l'on souhaiterait numériser. Cela nous a aussi permis d'aborder le problème du débit de données par rapport à la qualité audio du signal numérisé. Ces recherches nous seront probablement utiles pour le développement du programme de la fonction « reconnaissance de tonalité ».

Problème III - B

La synthèse de la gamme fréquentiel donne de bons résultats avec les fréquences faibles et moyennes (jusqu'à la gamme 6 à peu près). En effet, à partir de 3000 à 4000 le coefficient n'est plus assez précis et les fréquences générées sont éloignées de plusieurs dizaines de Hertz par rapport aux fréquences réelles de la gamme.