

**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA  
E TECNOLOGIA DO MARANHÃO  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA  
CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL II  
AVALIAÇÃO 1ª ETAPA**

**OBSERVAÇÕES E ORIENTAÇÕES IMPORTANTES:**

a) Devido a pandemia, para preservar vidas – nosso bem mais importante –, tanto as nossas quando as de nossos entes queridos e amigos, nossas atividades estão ocorrendo de forma remota. Isto, no entanto, não quer dizer que a participação nas aulas não é importante, menos ainda, que a presença nas aulas não deve ser contabilizada. Nas aulas de Cálculo Diferencial e Integral II, cujas quais estou como professor neste semestre, cada elemento destes conta para a nota final. Desta forma, não adianta alcançar nota 10 (dez) nas atividades e não participar e nem estar presente nas aulas pois, na nota, não ficará com o 10 (dez) conseguido apenas na atividade.

b) Dito isto, para que tod@s fiquem cientes, esta é **uma parte da nota da Etapa 1**, as demais são a atividade enviada na semana anterior e que foi feita em grupo (atividades enviadas individualmente sequer serão consideradas e corrigidas), a participação em sala de aula e o registro da presença (neste caso, cumpre-me informar que faço o registro tanto da participação quanto da presença, embora, devido a pandemia, apenas registro no SUAP a falta daqueles que, por ventura, mesmo matriculados, sequer apareceram ou muito pouco apareceram nas aulas).

c) A avaliação ocorrerá das 15:45h às 17:30h e é individual.

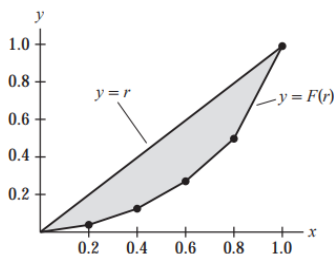
d) Após as 17:30h, @ estudante terá mais 30 minutos (ou seja, até as 18:00h) para o envio do arquivo escaneado em PDF, com qualidade, na vertical (páginas na horizontal e/ou de ponta cabeça não serão sequer consideradas) e todas as folhas de respostas com nome completo e código e tudo em um único arquivo. **ENVIO POSTERIOR A 18:00h NÃO SERÃO CONSIDERADOS.**

e) Respostas fora do que está determinado acima, serão desconsideradas.

f) email para o envio das respostas: prof.raicastro@acad.ifma.edu.br

**QUESTÕES**

1. Seja A a área entre  $y = r$  e  $y = F(r)$  no intervalo  $[0, 1]$  (Figura). O índice de Gini é a razão  $G = A/B$ , onde B é a área sob  $y = r$  em  $[0, 1]$  (**2,0 pontos**).



a) Mostre que  $G = 2 \int_0^1 (r - F(r)) dr$ .

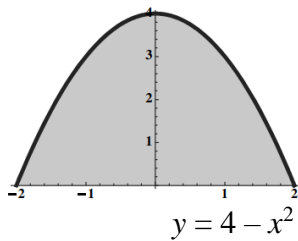
b) Calcule G se 
$$F(r) = \begin{cases} \frac{1}{3}r & \text{for } 0 \leq r \leq \frac{1}{2} \\ \frac{5}{3}r - \frac{2}{3} & \text{for } \frac{1}{2} \leq r \leq 1 \end{cases}$$

O índice de Gini é uma medida da distribuição de renda, com um valor menor indicando uma distribuição mais igualitária. Calcule G se  $F(r) = r$  (neste caso, todas as famílias têm a mesma renda.)

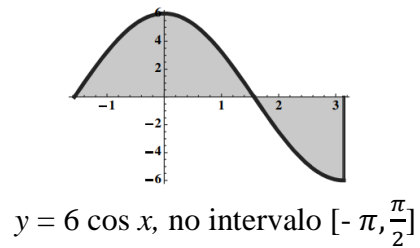
d) O que é G se toda a renda vai para uma família?  
Dica: neste caso extremo,  $F(r) = 0$  para  $0 \leq r < 1$ .

2. Calcule a área da região sob a curva nos casos abaixo (2,0 pontos).

a)



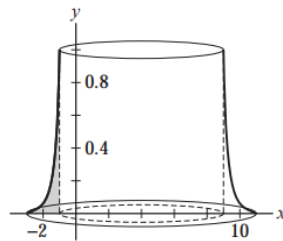
b)



3. O sólido gerado pela rotação da região da elipse com a equação  $(x/a)^2 + (y/b)^2 = 1$ , em torno do eixo  $x$  é chamado de elipsóide. Mostre que o elipsóide tem volume  $4/3\pi ab^2$ . Qual é o volume se a elipse for girada em torno do eixo  $y$ ? (2,0 pontos).

Obs.: nos dois casos, use apenas o método dos discos.

4. Calcule o volume do sólido gerado pela rotação da região determinada pela curva  $y = x^{-4}$ , no intervalo  $[-3, -1]$  em torno do eixo  $x = 4$  (2,0 pontos).



5. Quando um capacitor de capacitância  $C$  é carregado por uma fonte de tensão  $V$ , a energia gasta no tempo  $t$  é

$$P(t) = \frac{V^2}{R}(e^{-t/RC} - e^{-2t/RC})$$

onde  $R$  é a resistência no circuito. A energia total armazenada no capacitor é

$$W = \int_0^\infty P(t) dt$$

Mostre que

$$W = \frac{1}{2}CV^2.$$

(2,0 pontos)

