ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

Домашнее задание №2

Расчет переходных процессов в цепях первого порядка

Группа ***P3332***

Вариант ***40***

Выполнил(а): ***Ястребов-Амирханов Алекси***

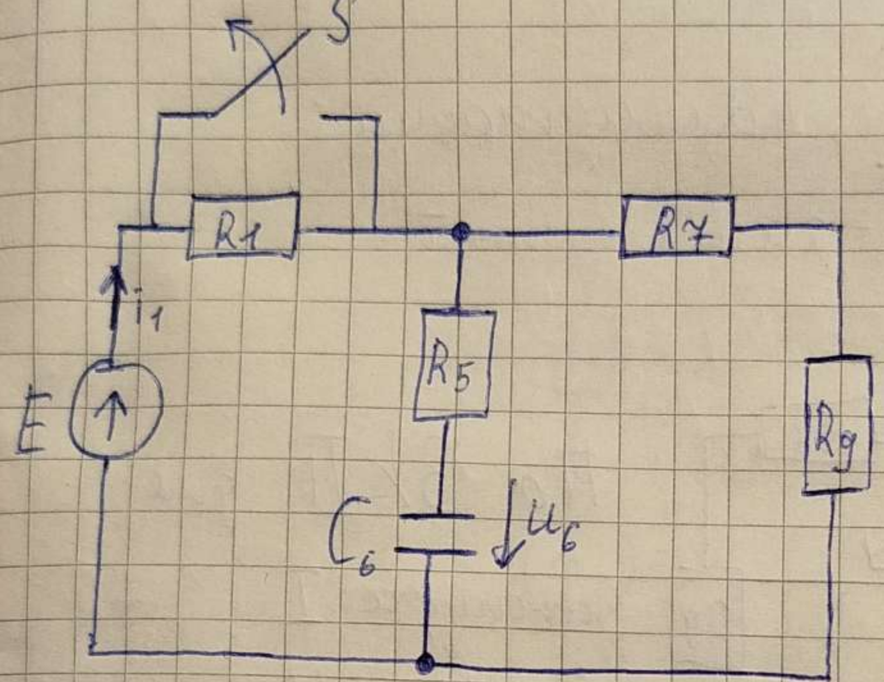
Дата сдачи: **10.11.2025**

Контрольный сдачи: **10.11.2025**

Количество баллов:

СПб – 2025

Вариант 40



Дано:

$E = 95$ [В]

$R_1 = R_5 = R_7 = R_9 =$

$= 5000$ [Ом]

$C_6 = 1{,}4 \cdot 10^{-6}$ [Ф]

Найти i_1 и U_6

классическим и операторным методами, построить величины на интервале времени

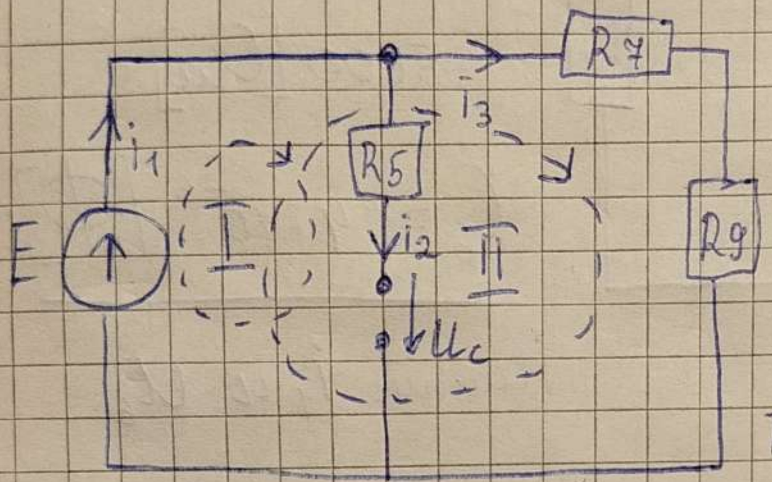
$[-\tau; 4\tau]$

Решение

(I) Расчет классическим методом.

1. Цепь до коммутации:

$t<0$; S - замкнутый



По ЗКII для контура I

$$E = U_c + U_5$$

Так как $U_5 = i_2 \cdot R_5$, и цепь разорвана $\Rightarrow i_2 = 0 \Rightarrow U_5 = 0$

$$E = U_c \Rightarrow \boxed{U_c} = 95\,[В]$$

По ЗКII для контура II:

$$E = U_7 + U_9$$

$$E = i_3 \cdot R_7 + i_3 \cdot R_9$$

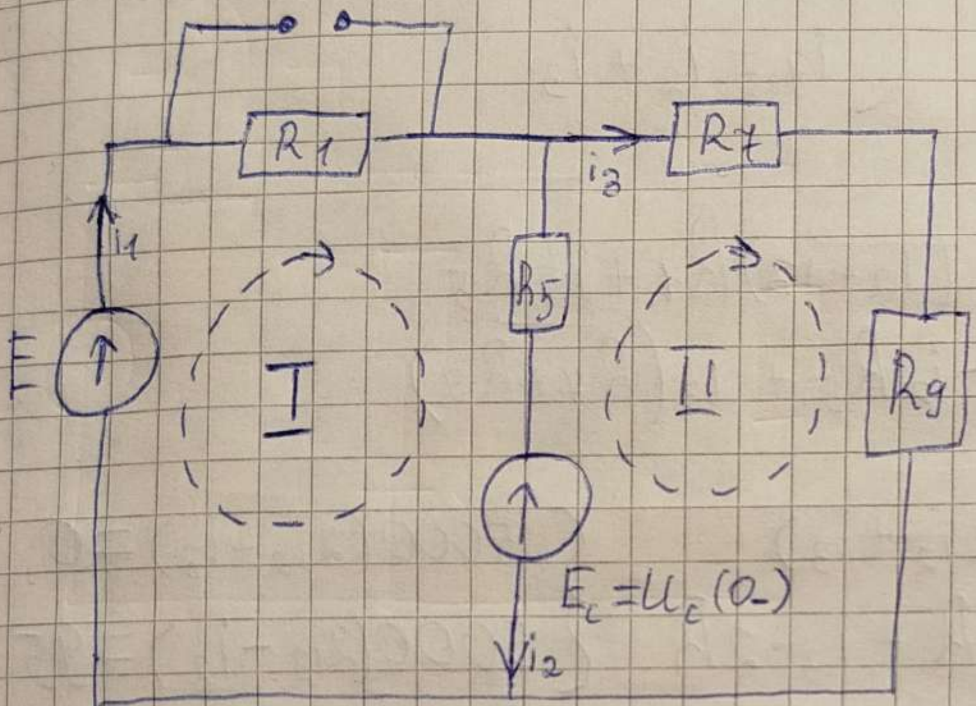
$$E = i_3(R_7 + R_9)$$

$$i_3 = \frac{E}{2R}$$

Так как $I_1 = i_2 + i_3$, $i_2 = 0 \Rightarrow i_3 = \boxed{i_1} = \frac{E}{2R} =$

$$= \frac{95}{10000} = 0{,}0095\,[A]$$

2. Цепь в моменте коммутации:
$t = 0$; S – разомкнут



$$\boxed{E_c} = U_c(0_-) = 95\ [B]$$

ЗК II для контура I.

$$E - E_c = U_1 + U_5$$

$$E - E_c = i_1 R_1 + i_2 \cdot R_5$$

ЗК II для контура II

$$E_c = -U_5 + U_7 + U_9$$

$$E_c = -i_2 R_5 + i_3 (R_7 + R_9)$$

ЗКII-I
ЗКII-II
ЗКА

$$\begin{cases} E - E_c = i_1 R_1 + i_2 R_5 \\ E_c = -i_2 R_5 + i_3 (R_7 + R_9) \\ i_1 = i_2 + i_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} E - E_c = (i_2 + i_3) R_1 + i_2 R_5 \\ E_c = -i_2 R_5 + i_3 (R_7 + R_9) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 = R(2i_2 + i_3) \\ 95 = -i_2 R + i_3 \cdot 2R \end{cases} \qquad \begin{cases} 5000(2i_2 + i_3) = 0 \\ 5000(2i_3 - i_2) = 95 \end{cases}$$

Решив систему находим i_2 и i_3

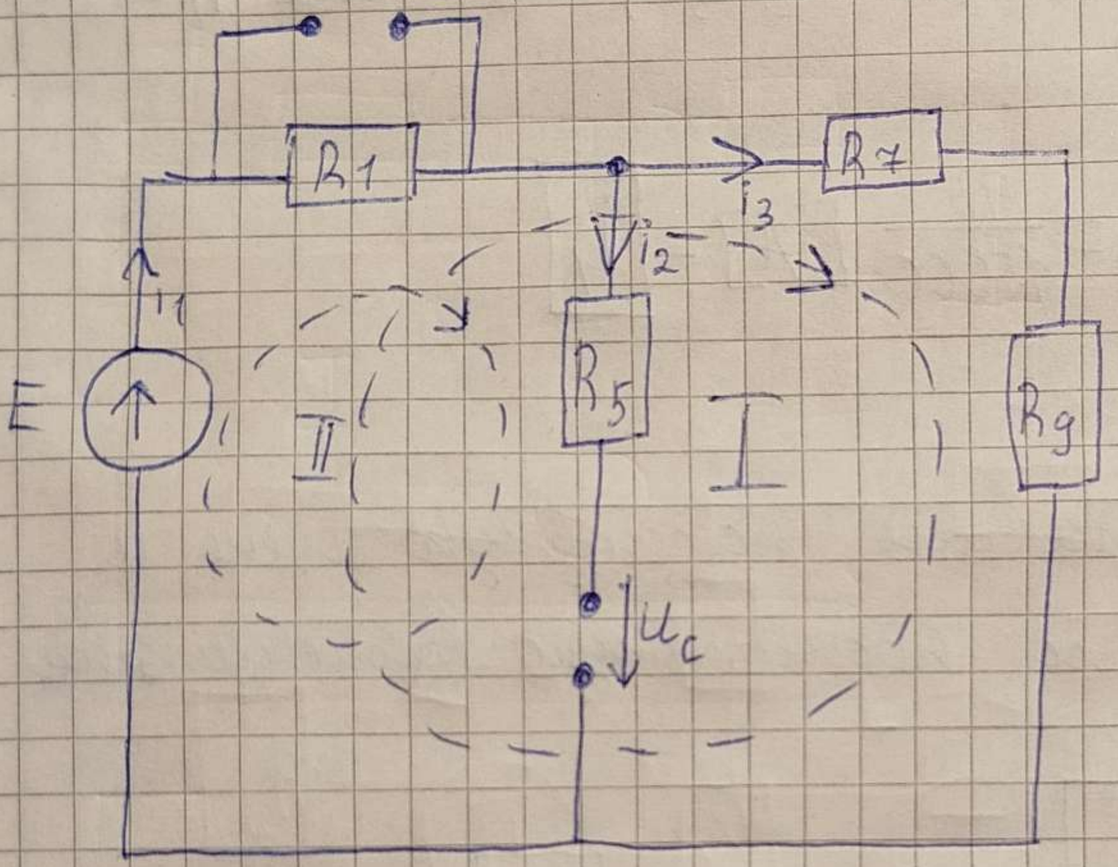
$$i_2 = -\frac{19}{5000}, \quad i_3 = \frac{19}{2500}$$

$$i_1 = i_2 + i_3 = \frac{19}{2500} - \frac{19}{5000} = \frac{19}{5000} [A]$$

$$\boxed{i_1} = 0{,}0038 [A]$$

3. Цепь $\underline{\text{после}}$ коммутации:

$t>0$; S - разомкнут



По ЗКII для контура II

$$E = i_1 R_1 + \underbrace{i_2 R_5}_{0} + U_c$$

Так как ветвь разорвана $i_2 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow i_1 = i_3$

$$U_c = E - iR = 95 - \frac{95}{\cancel{15000}_{3}} \cdot \cancel{5000} =$$

$$= 95 - \frac{95}{3}$$

$$\boxed{U_c} = \frac{190}{3}\ [B]$$

По ЗК II для контура I

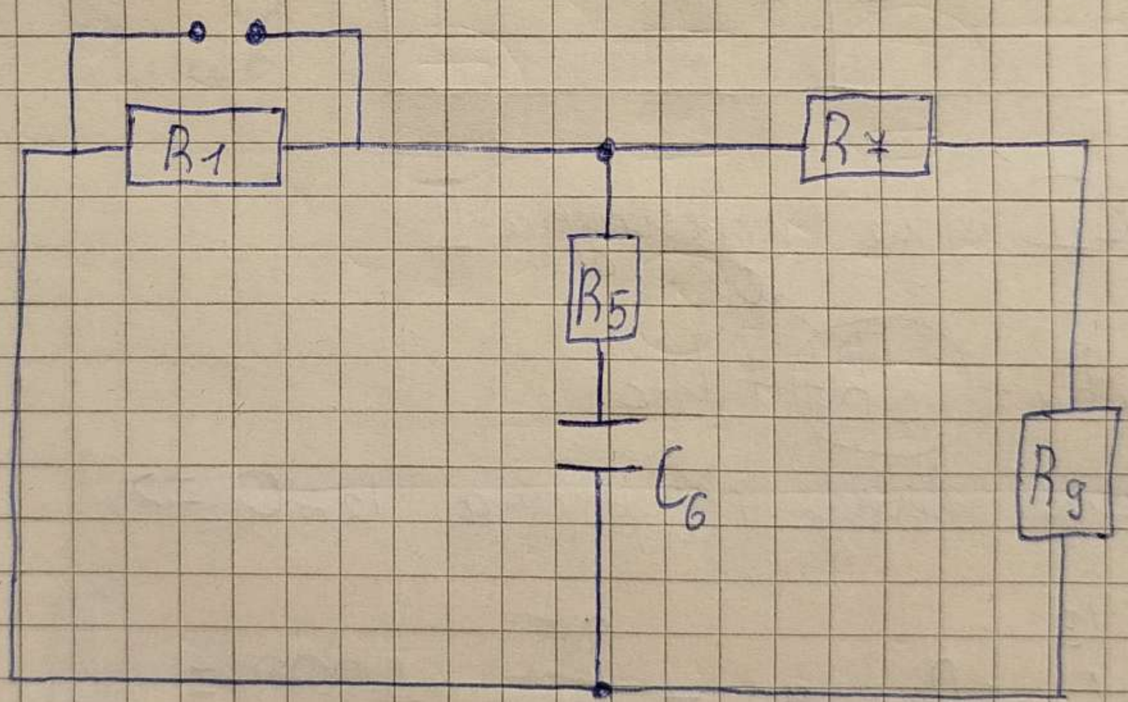
$E = U_1 + U_7 + U_9$

$E = i_1 R_1 + i_3 R_7 + i_3 R_9$, так как $i_1 = i_3 \Rightarrow$

$\Rightarrow E = 3iR$

$i = \frac{E}{3R} = \frac{95}{15000} [A] = \boxed{i_1}$

4. Составим пассивную цепь и определим постоянную времени цепи



$R_{экв} = R_1 + \frac{(R_7 + R_9) \cdot R_5}{R_7 + R_9 + R_5} = R + \frac{2R^2}{3R} = \frac{5R}{3}$

Тогда постоянная времени цепи

$$\tau = C \cdot R_{экв}$$

$$\boxed{\tau} = 1{,}4 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{5 \cdot 5000}{3} = \frac{7}{600} [c]$$

$$d = \frac{1}{\tau} = \frac{600}{7} [1/c] \approx 85{,}714 [1/c]$$

5. Определяем мгновенные значения требуемых величин $i_1(t)$ и $u_6(t)$

$$X(t) = X(\infty) + [X(0) - X(\infty)] \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\boxed{i_1(t)} = i_1(\infty) + (i_1(0) - i_1(\infty)) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} =$$

$$= \frac{95}{15000} + \left(\frac{19}{5000} - \frac{95}{15000}\right) \cdot e^{-\frac{600}{7}t} =$$

$$= \frac{95}{15000} - \frac{38}{15000} \cdot e^{-\frac{600}{7}t}$$

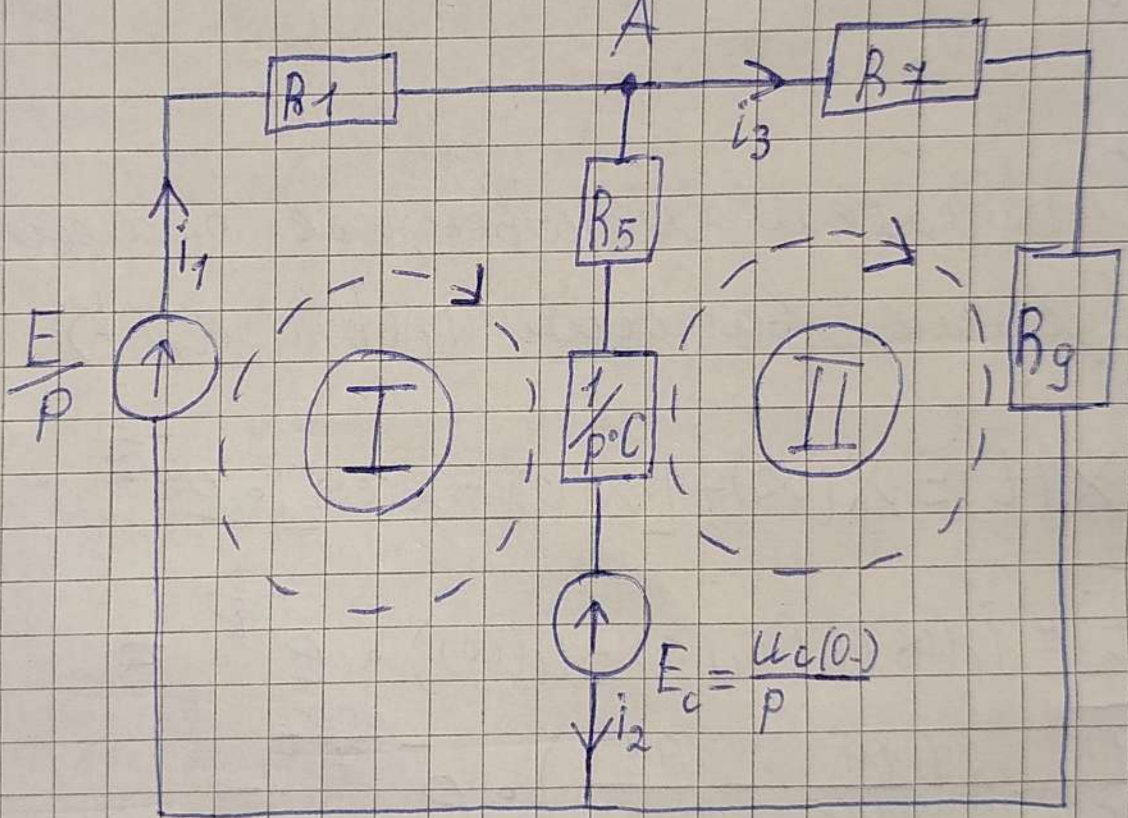
$$\boxed{u_6(t)} = u_6(\infty) + (u_6(0) - u_6(\infty)) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} =$$

$$= \frac{190}{3} + \left(95 - \frac{190}{3}\right) \cdot e^{-\frac{600}{7}t} = \frac{190}{3} + \frac{95}{3} \cdot e^{-\frac{600}{7}t}$$

(II) Расчет операторным методом

1) Аналогично методу (I) => $u_c(0_-)=95$ [В]

2) Операторная схема замещения; Операторные изображения $U_c(p)$ и
$\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad \| \;\; E_c$
и $i_1(p)$



$$
\begin{array}{l}
\text{ЗК II - I} \\
\text{ЗК II - II} \\
\text{ЗК I·A}
\end{array}
\begin{cases}
\frac{E}{p} - \frac{u_c}{p} = i_1 R_1 + i_2\left(R_5 + \frac{1}{p \cdot C}\right) \\
\frac{u_c}{p} = i_3(R_7 + R_9) - i_2\left(R_5 + \frac{1}{p \cdot C}\right) \\
i_1 = i_2 + i_3
\end{cases}
$$

$$\begin{cases} \dfrac{E}{p} - \dfrac{u_c}{p} = i_1 R_1 + i_2\left(R_5 + \dfrac{1}{p \cdot C}\right) & / \cdot 2 \quad \to i_2 \\ \dfrac{u_c}{p} = i_3 (R_7 + R_9) - i_2\left(R_5 + \dfrac{1}{p \cdot C}\right) & + \quad \to i_1 \end{cases}$$

$$u_c = E$$

i_2

$$\begin{cases} 0 = 2 i_3 R + i_2\left(4R + \dfrac{2}{pC}\right) \\ \dfrac{E}{p} = 2 i_3 R - i_2\left(R + \dfrac{1}{pC}\right) \end{cases} -$$

$$-\frac{E}{p} = i_2\left(5R + \frac{3}{pC}\right)$$

$$i_2 = -\frac{E}{p\left(5R + \frac{3}{pC}\right)}$$

i_1

$$\frac{E}{p} = i_1 R + 2 i_3 R$$

$$\frac{E}{p} = i_1 R + (i_1 - i_2) 2R$$

$$\frac{E}{p} = i_1 R + \left(i_1 + \frac{E}{p\left(5R + \frac{3}{pC}\right)}\right) 2R$$

$$\frac{E}{p} = i_1 3R + \frac{2RE}{p\left(5R + \frac{3}{pC}\right)}$$

$$\boxed{i_1} = \frac{\dfrac{E}{p} - \dfrac{2RE}{p\left(5R + \frac{3}{pC}\right)}}{3R} = \frac{E\left(5R + \frac{3}{pC}\right) - 2RE}{p\left(5R + \frac{3}{pC}\right) 3R} =$$

$$= \frac{E\left(3R + \frac{3}{pC}\right)}{3Rp\left(5R + \frac{3}{pC}\right)}$$

Находим корни знаменателя

$$p_1 = 0, \quad p_2 = -\frac{3}{5RC}$$

$$\begin{cases} E_c = 2Ri_3 - i_2\left(R + \frac{1}{pC}\right) \\ i_3 = i_1 - i_2 \end{cases}$$

$$E_c = 2R\cancel{\ldots}(i_1 - i_2) - i_2\left(R + \frac{1}{pC}\right) =$$

$$= 2Ri_1 - i_2\left(3R + \frac{1}{pC}\right) = 2R \cdot \frac{E\left(3R + \frac{3}{pC}\right)}{3Rp\left(5R + \frac{3}{pC}\right)} -$$

$$-\left(-\frac{E}{p\left(5R + \frac{3}{pC}\right)}\right)\left(3R + \frac{1}{pC}\right) =$$

$$= \frac{E}{p\left(5R + \frac{3}{pC}\right)}\left(\frac{2}{3}\left(3R + \frac{3}{pC}\right) + \left(3R + \frac{1}{pC}\right)\right) =$$

$$= \frac{E(5CRp + 2)}{p(5CRp + 3)}$$

Находим корни знаменателя

$$p_1 = 0, \quad p_2 = -\frac{3}{5RC}$$

Переходим от операторных изображений к мгновенным значениям величин.

1) $\dot{I}_1(p) \to i_1(t)$: $p_1 = 0$; $p_2 = -\frac{3}{5RC}$

$$\boxed{i_1(t)} = \left[\frac{E\left(3R + \frac{3}{pC}\right)}{3R\cancel{p}\left(5R + \frac{3}{pC}\right)} \cdot \cancel{(p-0)} \cdot e^{0t}\Bigg|_{p=p_1=0}\right]^{\mathrm{I}} +$$

$$+ \left[\frac{E\left(3R + \frac{3}{pC}\right)}{3Rp\left(5R + \frac{3}{pC}\right)} \cdot \left(p + \frac{3}{5RC}\right)\right]^{\mathrm{II}} \cdot e^{-\frac{3}{5RC}t}\Bigg|_{p=p_2=-\frac{3}{5RC}} =$$

$$= \frac{E}{3R} - \frac{2E}{15R} \cdot e^{-\frac{3}{5RC}t} = \underline{\frac{95}{15000} - \frac{38}{15000} \cdot e^{-\frac{600}{7}t}}$$

сходится с классич. методом

$$\boxed{\mathrm{I}} = \frac{E(3RpC+3)}{3R(5RpC+3)} = \frac{3RpCE + 3E}{15R^2pC + 9R}\Bigg|_{p=0} =$$

$$= \frac{0 + 3E}{0 + 9R} = \frac{\cancel{3}E}{\cancel{9}_3 R} = \frac{E}{3R} = \frac{95}{3 \cdot 5000} = \frac{95}{15000}$$

$$[\mathrm{II}] = \frac{E\left(3R + \frac{3}{pC}\right)}{3Rp\left(5R + \frac{3}{pC}\right)} \cdot \left(p + \frac{3}{5RC}\right) =$$

$$\frac{E}{Rp} \cdot \frac{RpC+1}{\cancel{5RpC+3}} \cdot \frac{\cancel{5RpC+3}}{5RC} =$$

$$= \frac{E(RpC+1)}{5R^2pC}\Big|_{p=-\frac{3}{5RC}} =$$

$$= \frac{E\left(R \cdot \left(-\frac{3}{5RC}\right) \cdot C + 1\right)}{5R^2 \cdot \left(-\frac{3}{5RC}\right) \cdot C} = \frac{E \cdot \frac{2}{5}}{-3R} =$$

$$= -\frac{2E}{15R} = -\frac{2 \cdot 95}{15 \cdot 5000} = -\frac{38}{15000}$$

2) $E_c(p) \to E_c(t)$: $p_1 = 0$, $p_2 = -\frac{3}{5RC}$

$$\boxed{E_c(t)} = \frac{E(5CRp+2)}{p(5CRp+3)} \cdot (p-0) \cdot e^{-0t}\Big|_{p=p_1=0} +$$

$$+ \frac{E(5CRp+2)}{p(5CRp+3)} \cdot \left(p + \frac{3}{5RC}\right) \cdot e^{-\frac{3}{5RC}t}\Big|_{p=p_2=-\frac{3}{5RC}} =$$

$$= \frac{2E}{3} + \frac{E}{3} e^{-\frac{3}{5RC}t} = \underline{\frac{190}{3} + \frac{95}{3} \cdot e^{-\frac{600}{7}t}}$$

Сходится с класс. методом.

III Построение графиков $i_1(t)$ и $U_6(t)$ при $[-\tau; 4\tau]$

$$i_1(t) = \begin{cases} i_1(0_-) & \text{если } t<0 \\ i_1(\infty) + [i_1(0) - i_1(\infty)] \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} & \text{если } t \geq 0 \end{cases} \quad [A]$$

$$i_1(t) = \begin{cases} 0{,}010 & \text{при } t<0 \\ 0{,}006 - 0{,}003\, e^{-\frac{600}{7}t} \end{cases} \quad [A]$$

t/τ	-1	0	1	2	3	4
$i_1(t)$	0,010	0,003	0,005	0,006	0,006	0,006

$0{,}006 - 0{,}003e^{-0} = 0{,}003$

$0{,}006 - 0{,}003e^{-1} = 0{,}00489636 \approx 0{,}005$

$0{,}006 - 0{,}003e^{-2} = 0{,}00559399 \approx 0{,}006$

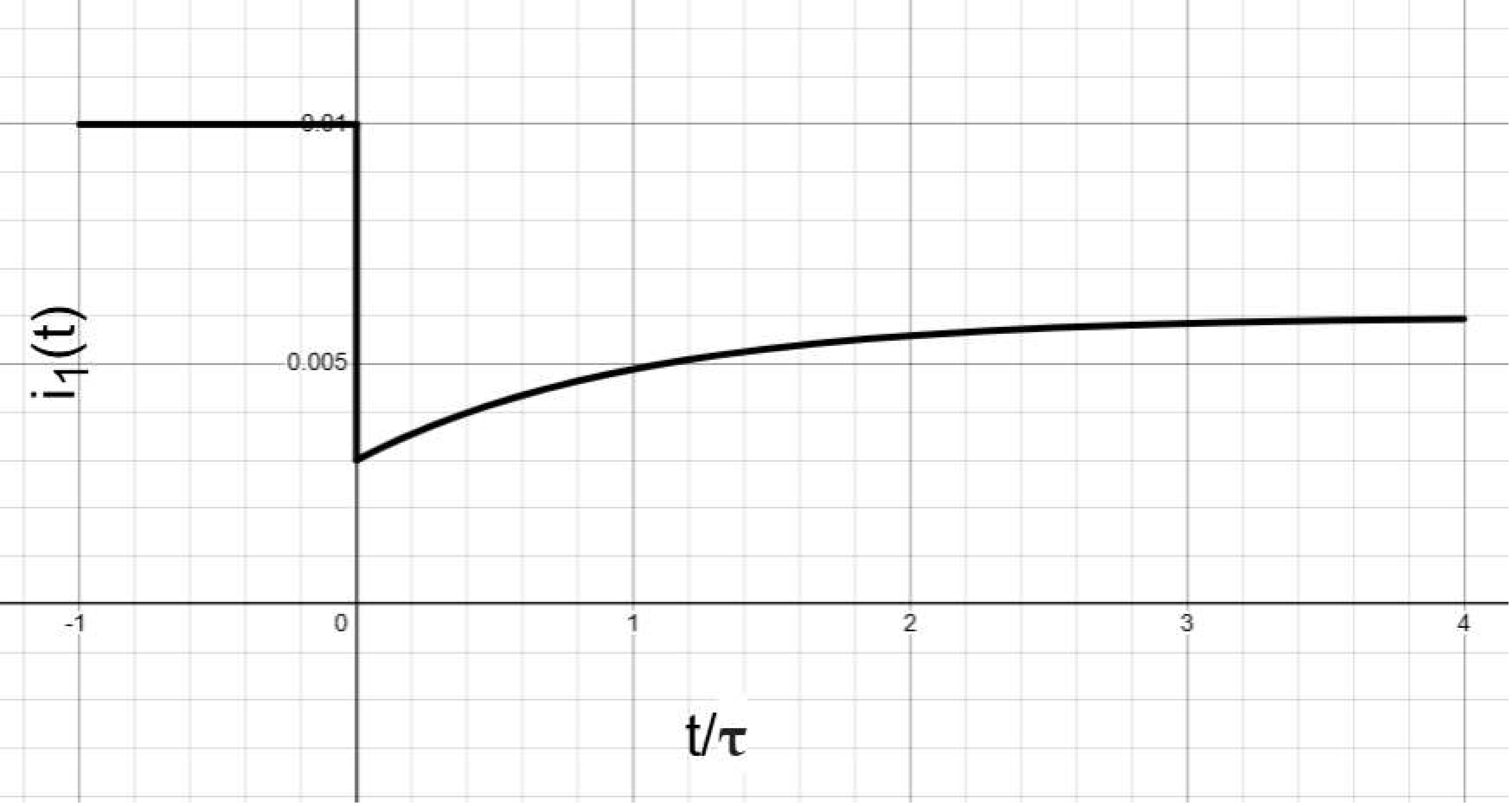
$0{,}006 - 0{,}003e^{-3} = 0{,}00585064 \approx 0{,}006$

$0{,}006 - 0{,}003e^{-4} = 0{,}00594505 \approx 0{,}006$

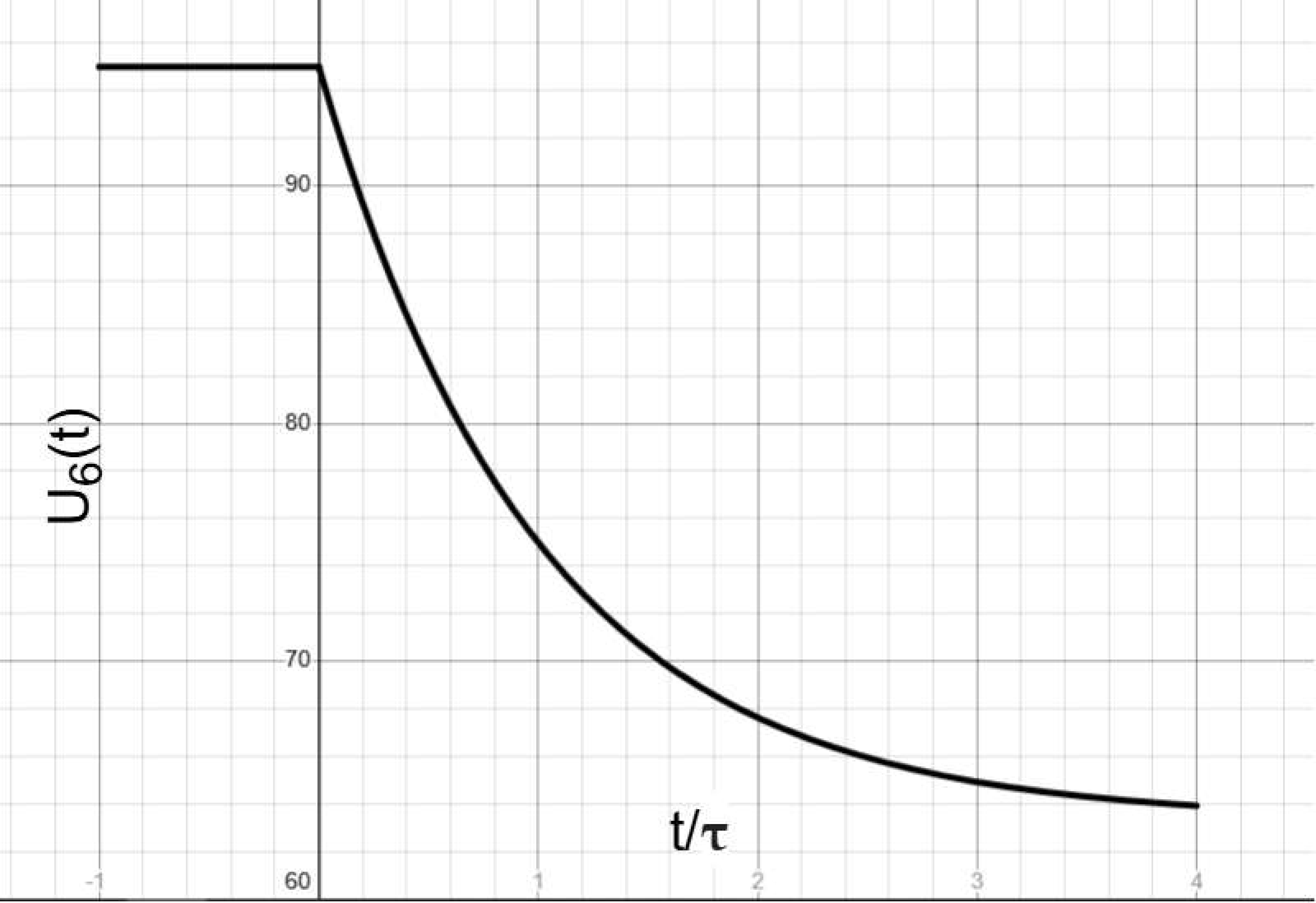
$$u_6(t) = \begin{cases} u_6(0_-) \text{ если } t<0 \\ u_6(\infty) + [u_6(0) - u_6(\infty)] \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \text{ если } t \geq 0 \end{cases} \quad [\text{В}]$$

t/τ	-1	0	1	2	3	4
$u_6(t)$	95	95	74,983	67,619	64,910	63,913

$$u_6(t) = \begin{cases} 95 \text{ при } t<0 \\ 63,333 + 31,667\, e^{-\frac{600}{7}} \text{ при } t \geq 0 \end{cases} \quad [\text{В}]$$



0.01
0.005
$i_1(t)$
-1
0
1
2
3
4
t/τ



U6(t)
t/τ
90
80
70
60
-1
1
2
3
4