



ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

Раздел 3. Электрические цепи синусоидального тока. Часть 2.

Никитина Мария Владимировна
mvnikitina@itmo.ru

Санкт-Петербург, 2025

Трёхфазные электрические цепи

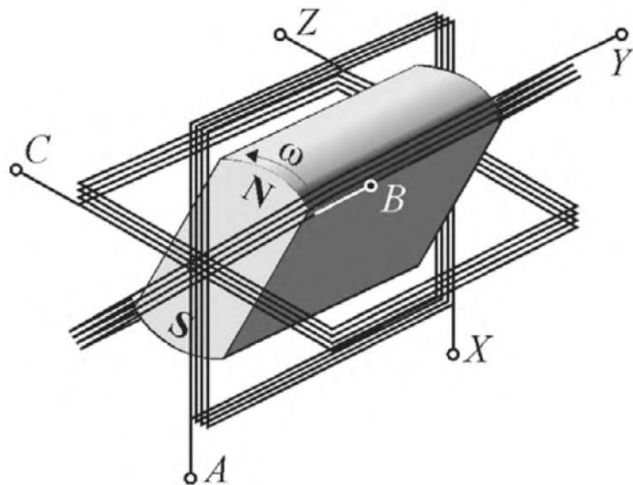
Трёхфазные цепи - частный случай *симметричных многофазных цепей* с источниками синусоидальных ЭДС, имеющих одинаковые амплитуды и частоты и смещённые по фазе относительно друг друга на одинаковый угол.



Преимущества:

- экономически эффективное производство, передача и распределение электроэнергии;
- эффективное преобразование электрической энергии в механическую посредством машин с вращающимся магнитным полем;
- возможность использования потребителем двух различных напряжений питания без дополнительных преобразований.

Получение трехфазной системы ЭДС



$$e_A = E_m \sin \omega t$$

$$e_B = E_m \sin(\omega t - 2\pi/3)$$

$$e_C = E_m \sin(\omega t - 4\pi/3) = E_m \sin(\omega t + 2\pi/3)$$

$$\underline{E}_A = E e^{j0} = E(1 + j0)$$

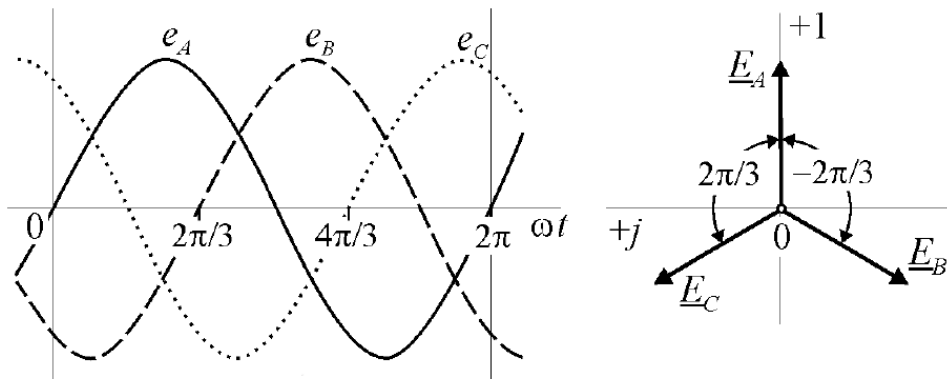
$$\underline{E}_B = E e^{-j2\pi/3} = E \left(-\frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$\underline{E}_C = E e^{-j4\pi/3} = E e^{j2\pi/3} = E \left(-\frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

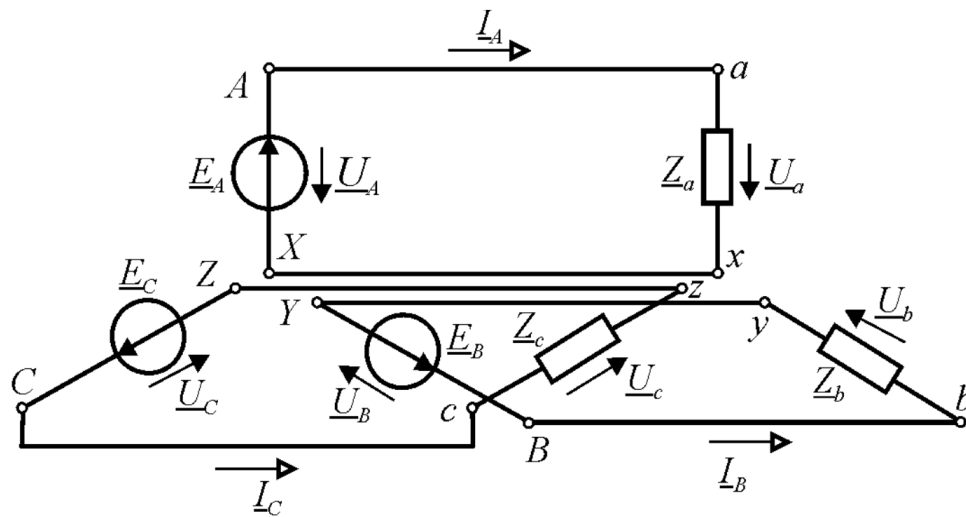
Свойство симметрии

Основным свойством симметрии многофазных систем является равенство нулю суммы мгновенных значений ЭДС, напряжений и токов:

$$e_A + e_B + e_C = 0 \Leftrightarrow \underline{E}_A + \underline{E}_B + \underline{E}_C = 0$$

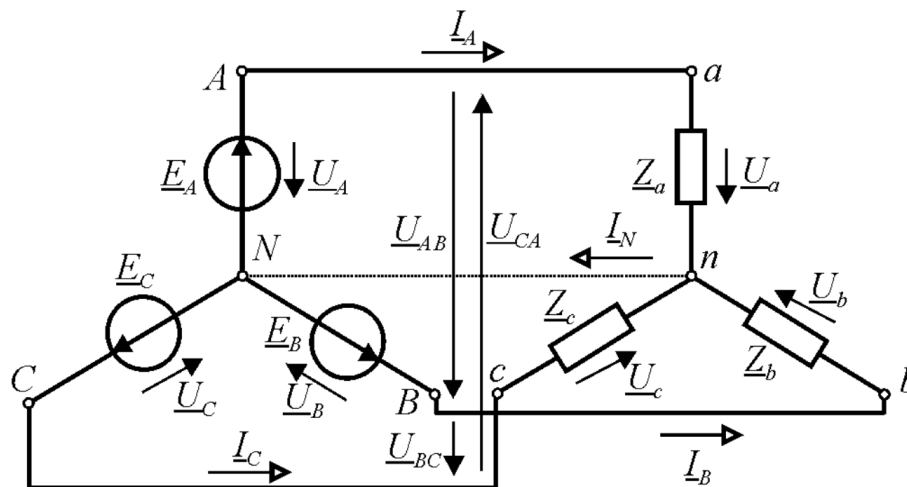


Трёхфазная несвязная система



Такая система ничем не отличается от трёх однофазных цепей

Связывание трехфазных систем



$$\underline{U}_{AB} = \underline{U}_A - \underline{U}_B$$

$$\underline{U}_{BC} = \underline{U}_B - \underline{U}_C$$

$$\underline{U}_{CA} = \underline{U}_C - \underline{U}_A$$

Основные соотношения трехфазных систем



$$\underline{U}_{AB} = \underline{U}_A - \underline{U}_B \quad \underline{U}_{BC} = \underline{U}_B - \underline{U}_C \quad \underline{U}_{CA} = \underline{U}_C - \underline{U}_A$$

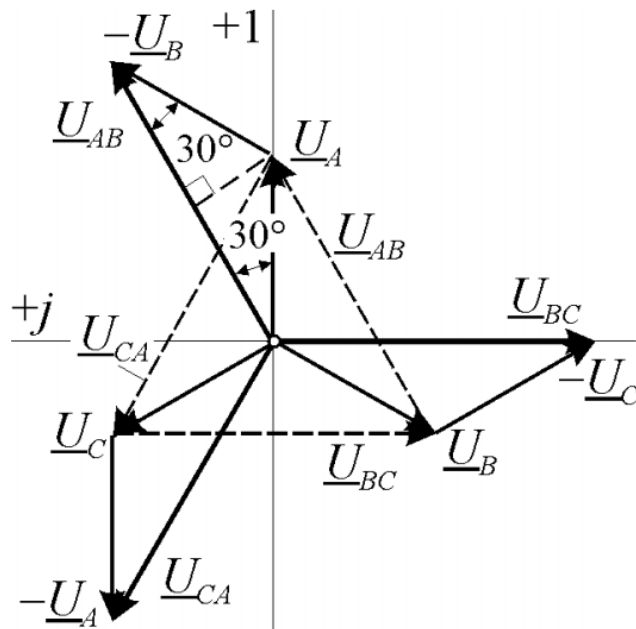
$$U_A = U_B = U_C = U_\phi$$

$$\underline{U}_{AB} = U_\phi - U_\phi \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \frac{U_\phi}{2} (3 + j\sqrt{3})$$

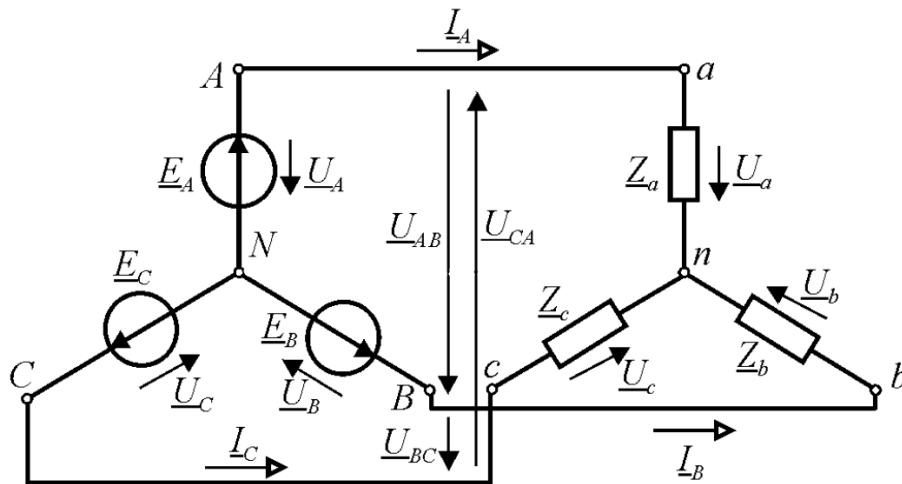
\Downarrow

$$|\underline{U}_{AB}| = \frac{U_\phi}{2} \sqrt{3^2 + (\sqrt{3})^2} = U_\phi \sqrt{3}$$

Векторная диаграмма напряжений



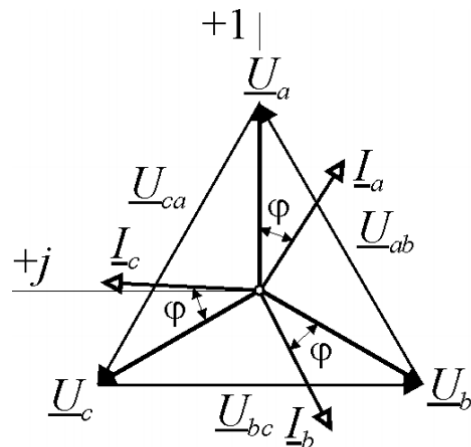
Соединение нагрузки звездой без нейтрального провода



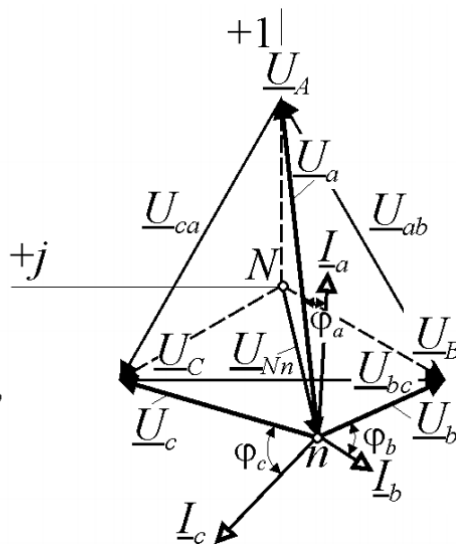
$$i_A + i_B + i_C = 0 \Leftrightarrow \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = 0$$



Соединение нагрузки звездой без нейтрального провода



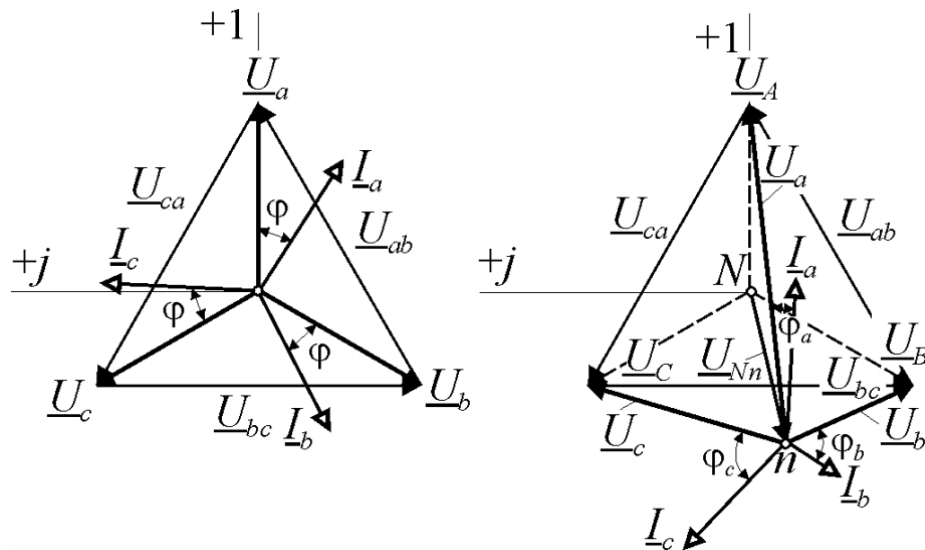
$$\underline{I}_a = \frac{\underline{U}_A}{\underline{Z}_\phi} = \frac{U_\phi e^{j0}}{Z_\phi e^{j\varphi}} = I_\phi e^{-j\varphi}$$



$$\underline{U}_{Nn} = \frac{\underline{U}_A \underline{Y}_a + \underline{U}_B \underline{Y}_b + \underline{U}_C \underline{Y}_c}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c}$$



Соединение нагрузки звездой без нейтрального провода



$$\underline{U}_{Nn} = \frac{\underline{U}_A \underline{Y}_a + \underline{U}_B \underline{Y}_b + \underline{U}_C \underline{Y}_c}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c}$$

$$\underline{U}_a = \underline{U}_A - \underline{U}_{Nn}$$

$$\underline{U}_b = \underline{U}_B - \underline{U}_{Nn}$$

$$\underline{U}_c = \underline{U}_C - \underline{U}_{Nn}$$

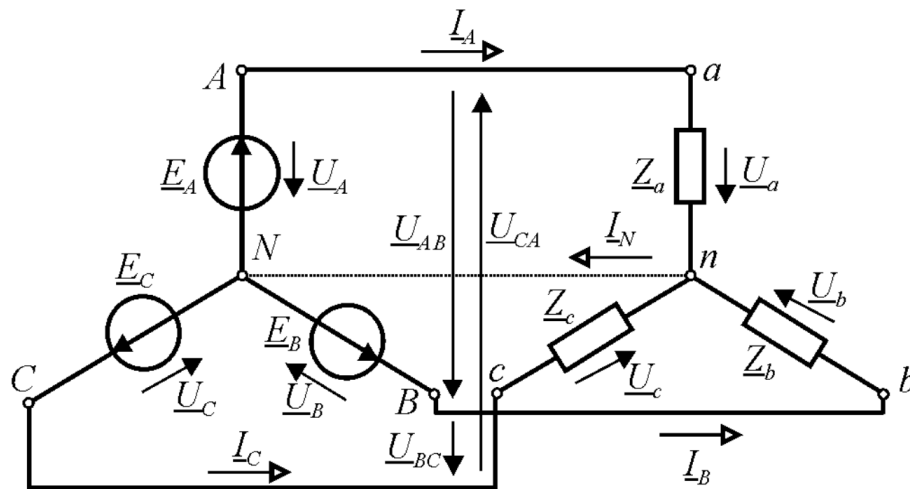
$$\underline{I}_a = \underline{Y}_a \underline{U}_a$$

$$\underline{I}_b = \underline{Y}_b \underline{U}_b$$

$$\underline{I}_c = \underline{Y}_c \underline{U}_c$$



Соединение нагрузки звездой с нейтральным проводом



$$\underline{I}_{\phi} = \underline{I}_{\text{л}}$$

$$\underline{U}_A = \underline{U}_a; \underline{U}_B = \underline{U}_b; \underline{U}_C = \underline{U}_c$$

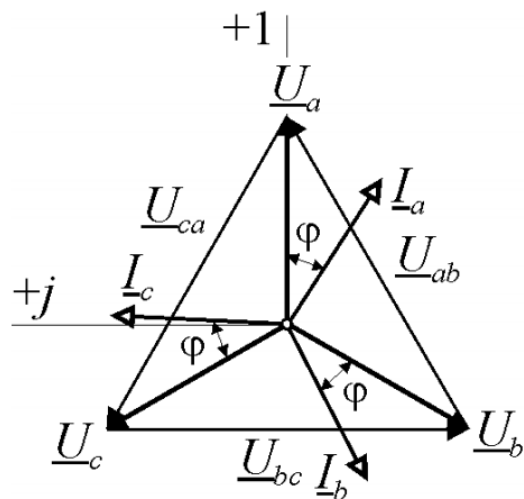
$$\underline{I}_a = \underline{U}_A / \underline{Z}_a; \underline{I}_b = \underline{U}_B / \underline{Z}_b; \underline{I}_c = \underline{U}_C / \underline{Z}_c$$

$$\underline{I}_a + \underline{I}_b + \underline{I}_c = \underline{I}_N$$

$$\underline{Z}_a = \underline{Z}_b = \underline{Z}_c = \underline{Z}_{\phi} = \underline{Z}_{\phi} e^{j\varphi}$$

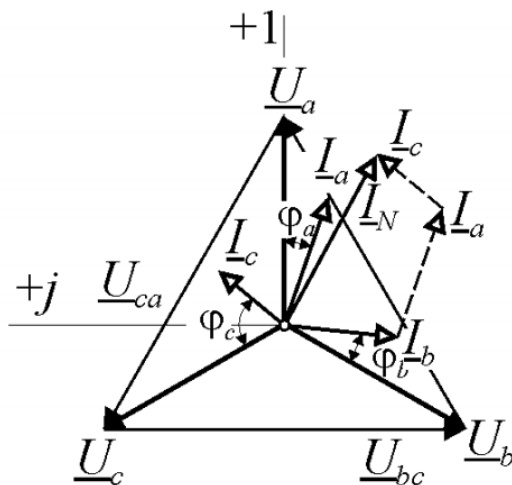


Соединение нагрузки звездой с нейтральным проводом



$$\underline{Z}_a = \underline{Z}_b = \underline{Z}_c = \underline{Z}_\phi = Z_\phi e^{j\varphi}$$

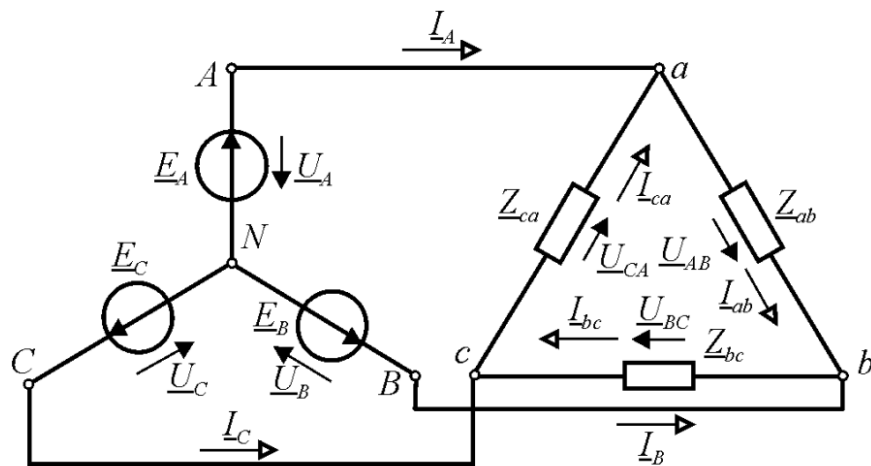
$$\underline{I}_N = 0$$



$$\underline{I}_N \neq 0$$



Соединение нагрузки треугольником



$$\underline{U}_{ab} = \underline{U}_{AB}$$

$$\underline{U}_{bc} = \underline{U}_{BC}$$

$$\underline{U}_{ca} = \underline{U}_{CA}$$

$$\underline{I}_{ab} = \underline{U}_{AB} / \underline{Z}_{ab}$$

$$\underline{I}_{bc} = \underline{U}_{BC} / \underline{Z}_{bc}$$

$$\underline{I}_{ca} = \underline{U}_{CA} / \underline{Z}_{ca}$$

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{ab} - \underline{I}_{ca}$$

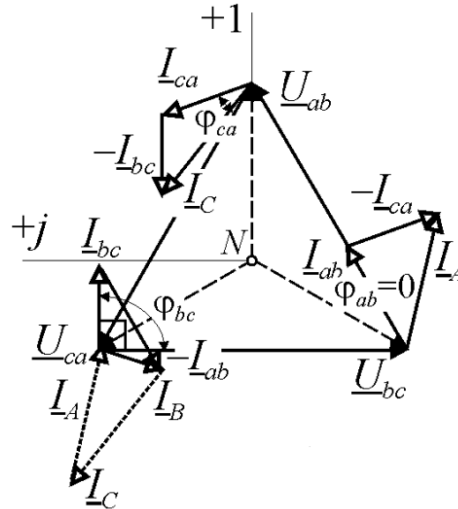
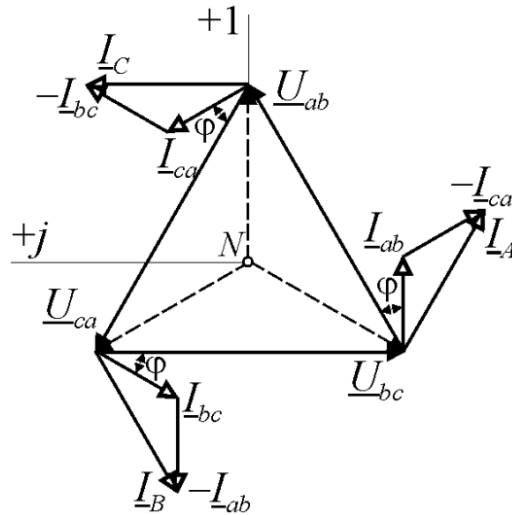
$$\underline{I}_B = \underline{I}_{bc} - \underline{I}_{ab}$$

$$\underline{I}_C = \underline{I}_{ca} - \underline{I}_{bc}$$



Соединение нагрузки треугольником

$$\underline{Z}_{ab} = \underline{Z}_{bc} = \underline{Z}_{ca} = \underline{Z}_{\phi} = Z_{\phi} e^{j\varphi}$$



$$\underline{I}_A = (\underline{U}_{AB} - \underline{U}_{CA}) / \underline{Z}_{\phi}$$

$$\underline{U}_{AB} = U_{\pi} e^{j30^\circ} = U_{\pi} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + j\frac{1}{2} \right)$$

$$\underline{U}_{CA} = U_{\pi} e^{j150^\circ} = U_{\pi} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + j\frac{1}{2} \right)$$

$$I_A = I_{\pi} = U_{\pi} \sqrt{3} / Z_{\phi} = I_{\phi} \sqrt{3}$$

Мощность при несимметричной нагрузке

$$P = P_a + P_b + P_c; \quad Q = Q_a + Q_b + Q_c$$
$$P = P_{ab} + P_{bc} + P_{ca}; \quad Q = Q_{ab} + Q_{bc} + Q_{ca}$$



$$P_\phi = U_\phi I_\phi \cos \varphi_\phi = R_\phi I_\phi^2; \quad Q_\phi = U_\phi I_\phi \sin \varphi_\phi = X_\phi I_\phi^2$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$$S \neq S_a + S_b + S_c; \quad S \neq S_{ab} + S_{bc} + S_{ca}$$

$$\underline{S} = P + jQ = (P_a + P_b + P_c) + j(Q_a + Q_b + Q_c) =$$
$$= \underline{S}_a + \underline{S}_b + \underline{S}_c = \underline{U}_a \overset{*}{I}_a + \underline{U}_b \overset{*}{I}_b + \underline{U}_c \overset{*}{I}_c$$

Мощность при симметричной нагрузке



$$P = 3P_{\phi} = 3U_{\phi}I_{\phi} \cos \varphi_{\phi} = 3R_{\phi}I_{\phi}^2;$$

$$Q = 3Q_{\phi} = 3U_{\phi}I_{\phi} \sin \varphi_{\phi} = 3X_{\phi}I_{\phi}^2;$$

$$S = 3S_{\phi} = 3U_{\phi}I_{\phi}.$$

$$P = \sqrt{3}U_{\text{л}}I_{\text{л}} \cos \varphi_{\phi}; \quad Q = \sqrt{3}U_{\text{л}}I_{\text{л}} \sin \varphi_{\phi};$$

$$S = \sqrt{3}U_{\text{л}}I_{\text{л}}.$$

Спасибо за внимание!

ITMO *re than a*
UNIVERSITY

Никитина Мария Владимировна,
mvnikitina@itmo.ru

