



ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

Раздел 3. Электрические цепи синусоидального тока. Часть 2.

Никитина Мария Владимировна
mnikitina@itmo.ru

Санкт-Петербург, 2025

Трёхфазные электрические цепи

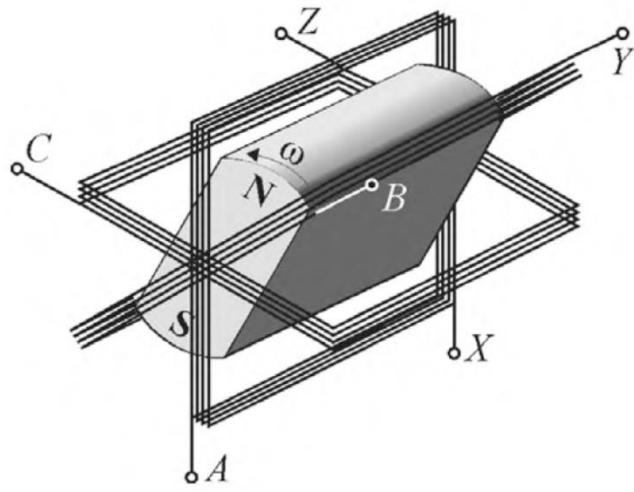
Трёхфазные цепи - частный случай *симметричных многофазных цепей* с источниками синусоидальных ЭДС, имеющих одинаковые амплитуды и частоты и смещённые по фазе относительно друг друга на одинаковый угол.



Преимущества:

- экономически эффективное производство, передача и распределение электроэнергии;
- эффективное преобразование электрической энергии в механическую посредством машин с вращающимся магнитным полем;
- возможность использования потребителем двух различных напряжений питания без дополнительных преобразований.

Получение трехфазной системы ЭДС



$$e_A = E_m \sin \omega t$$

$$e_B = E_m \sin(\omega t - 2\pi/3)$$

$$e_C = E_m \sin(\omega t - 4\pi/3) = E_m \sin(\omega t + 2\pi/3)$$

$$\underline{E}_A = E e^{j0} = E(1 + j0)$$

$$\underline{E}_B = E e^{-j2\pi/3} = E \left(-\frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

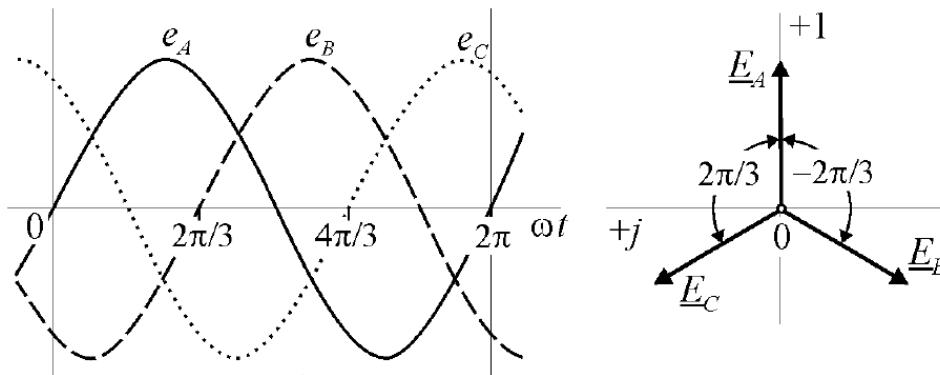
$$\underline{E}_C = E e^{-j4\pi/3} = E e^{j2\pi/3} = E \left(-\frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

Свойство симметрии

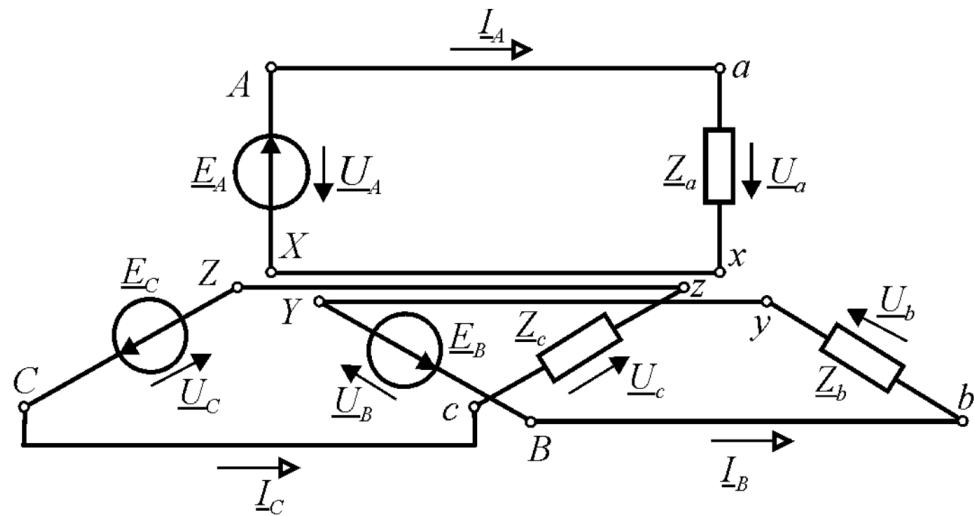
Основным свойством симметрии многофазных систем является равенство нулю суммы мгновенных значений ЭДС, напряжений и токов:



$$e_A + e_B + e_C = 0 \Leftrightarrow \underline{E}_A + \underline{E}_B + \underline{E}_C = 0$$



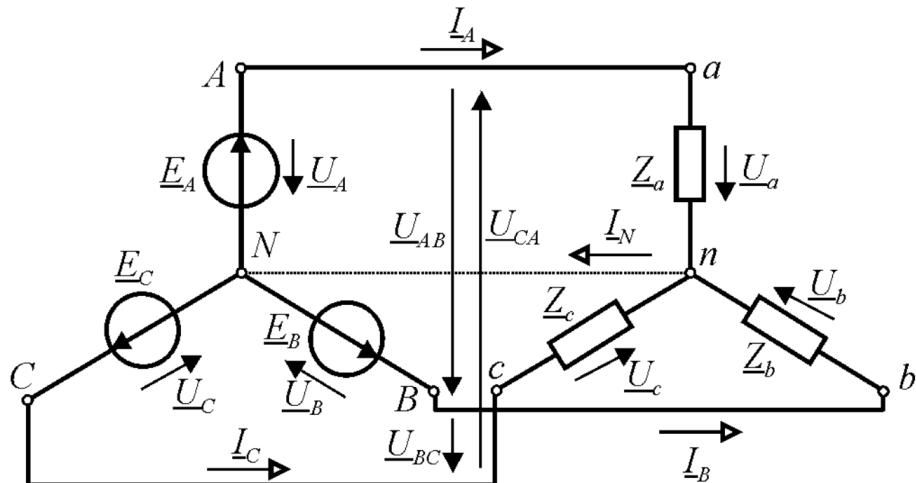
Трехфазная несвязанная система



- X

Такая система ничем не отличается от трёх однофазных цепей

Связывание трехфазных систем



- X

$$\underline{U}_{AB} = \underline{U}_A - \underline{U}_B$$

$$\underline{U}_{BC} = \underline{U}_B - \underline{U}_C$$

$$\underline{U}_{CA} = \underline{U}_C - \underline{U}_A$$

Основные соотношения трехфазных систем



$$\underline{U}_{AB} = \underline{U}_A - \underline{U}_B$$

$$\underline{U}_{BC} = \underline{U}_B - \underline{U}_C$$

$$\underline{U}_{CA} = \underline{U}_C - \underline{U}_A$$

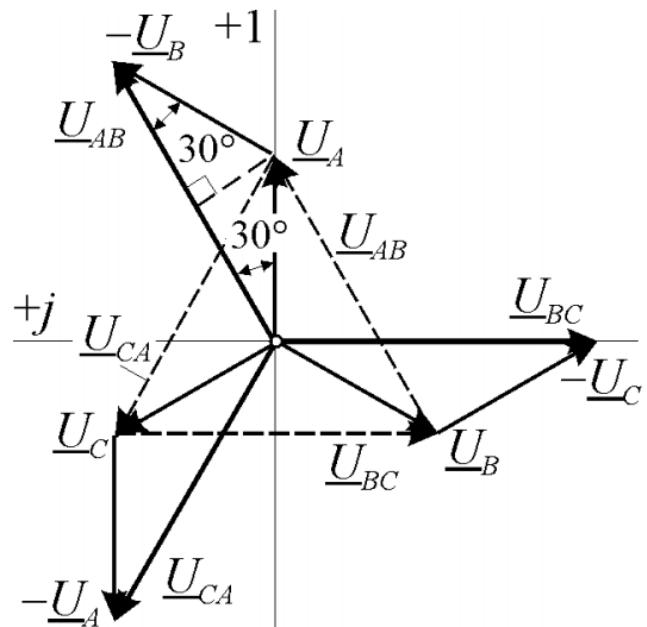
$$U_A = U_B = U_C = U_\phi$$

$$\underline{U}_{AB} = U_\phi - U_\phi \left(-\frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \frac{U_\phi}{2} (3 + j\sqrt{3})$$



$$|\underline{U}_{AB}| = \frac{U_\phi}{2} \sqrt{3^2 + (\sqrt{3})^2} = U_\phi \sqrt{3}$$

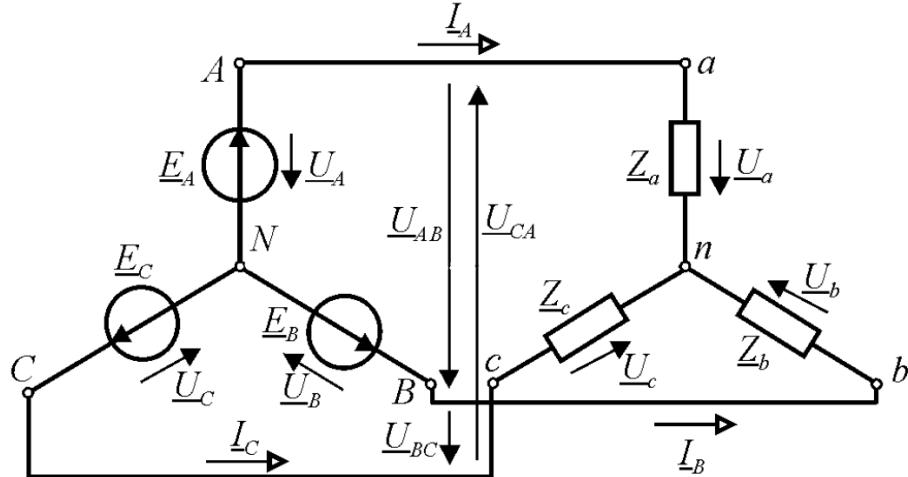
Векторная диаграмма напряжений



- ×

Соединение нагрузки звездой без нейтрального провода

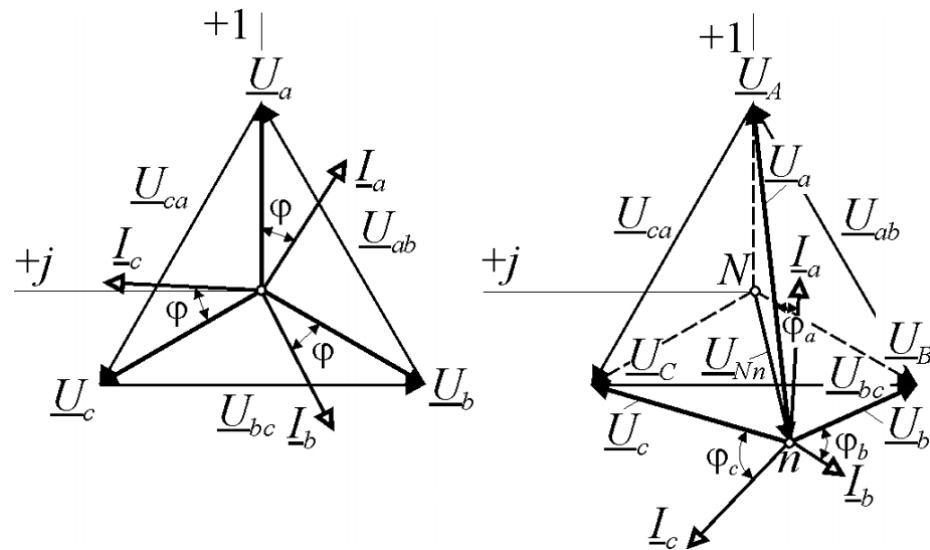
— ✖



$$i_A + i_B + i_C = 0 \Leftrightarrow \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = 0$$

Соединение нагрузки звездой без нейтрального провода

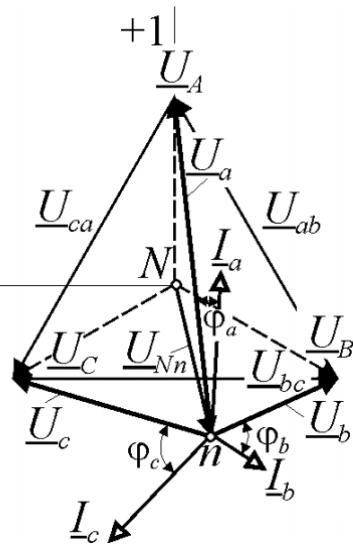
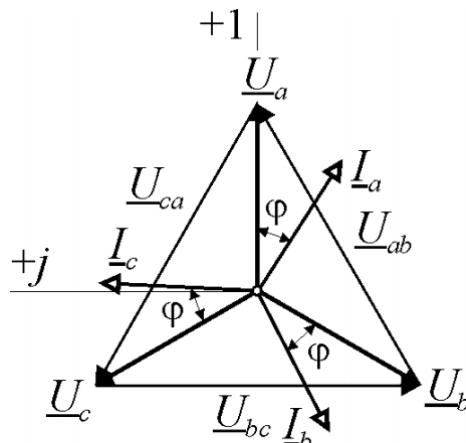
- ×



$$\underline{I}_a = \frac{\underline{U}_A}{\underline{Z}_\phi} = \frac{\underline{U}_\phi e^{j0}}{\underline{Z}_\phi e^{j\varphi}} = I_\phi e^{-j\varphi}$$

$$\underline{U}_{Nn} = \frac{\underline{U}_A \underline{Y}_a + \underline{U}_B \underline{Y}_b + \underline{U}_C \underline{Y}_c}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c}$$

Соединение нагрузки звездой без нейтрального провода



$$\underline{U}_{Nn} = \frac{\underline{U}_A Y_a + \underline{U}_B Y_b + \underline{U}_C Y_c}{Y_a + Y_b + Y_c}$$

$$\underline{U}_a = \underline{U}_A - \underline{U}_{Nn}$$

$$\underline{U}_b = \underline{U}_B - \underline{U}_{Nn}$$

$$\underline{U}_c = \underline{U}_C - \underline{U}_{Nn}$$

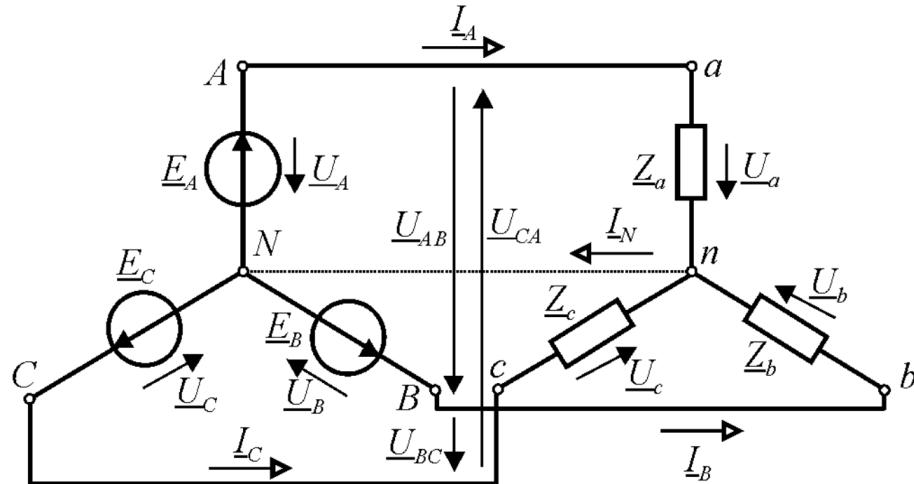
$$\underline{I}_a = \underline{Y}_a \underline{U}_a$$

$$\underline{I}_b = \underline{Y}_b \underline{U}_b$$

$$\underline{I}_c = \underline{Y}_c \underline{U}_c$$



Соединение нагрузки звездой с нейтральным проводом



$$\underline{I}_\phi = \underline{I}_\pi$$

$$\underline{U}_A = \underline{U}_a; \underline{U}_B = \underline{U}_b; \underline{U}_C = \underline{U}_c$$

$$\underline{I}_a = \underline{U}_A / \underline{Z}_a; \quad \underline{I}_b = \underline{U}_B / \underline{Z}_b; \quad \underline{I}_c = \underline{U}_C / \underline{Z}_c$$

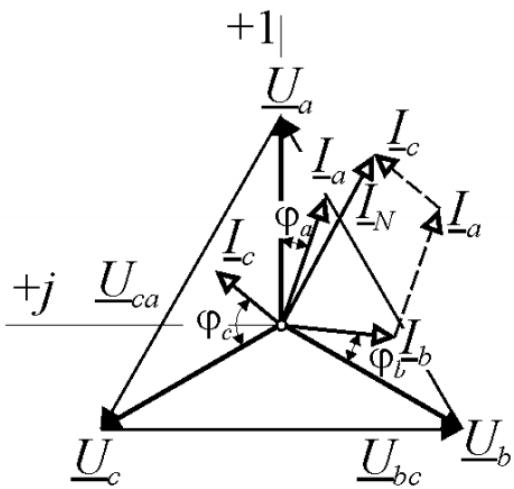
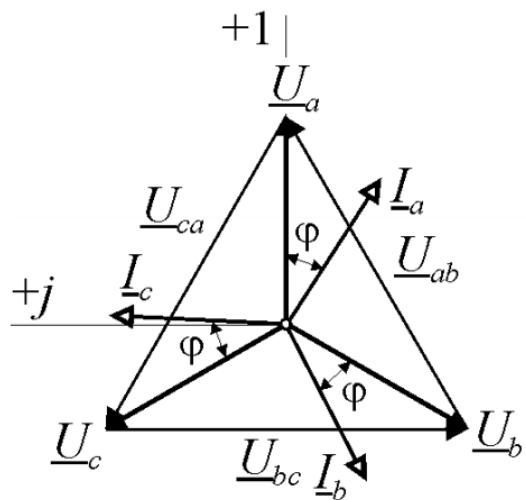
$$\underline{I}_a + \underline{I}_b + \underline{I}_c = \underline{I}_N$$

$$\underline{Z}_a = \underline{Z}_b = \underline{Z}_c = \underline{Z}_\phi = Z_\phi e^{j\phi}$$



Соединение нагрузки звездой с нейтральным проводом

— ×

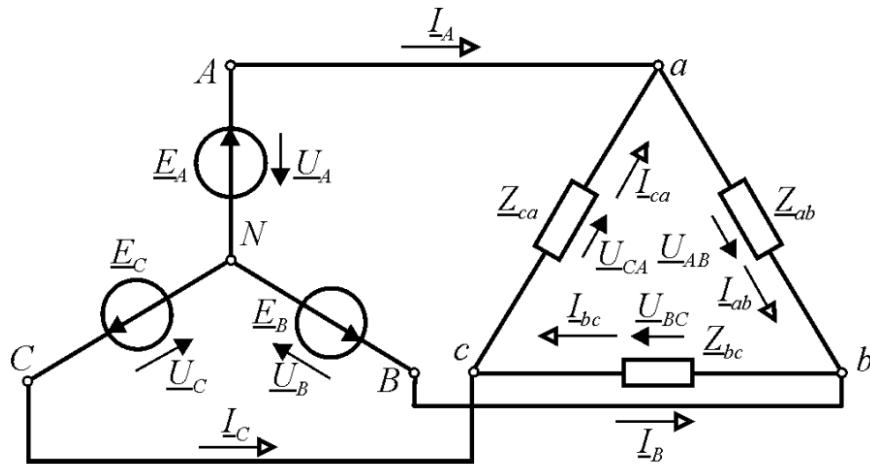


$$\underline{Z}_a = \underline{Z}_b = \underline{Z}_c = \underline{Z}_\phi = Z_\phi e^{j\varphi}$$

$$\underline{I}_N = 0$$

$$\underline{I}_N \neq 0$$

Соединение нагрузки треугольником



$$\underline{U}_{ab} = \underline{U}_{AB}$$

$$\underline{U}_{bc} = \underline{U}_{BC}$$

$$\underline{U}_{ca} = \underline{U}_{CA}$$

$$\underline{I}_{ab} = \underline{U}_{AB} / \underline{Z}_{ab}$$

$$\underline{I}_{bc} = \underline{U}_{BC} / \underline{Z}_{bc}$$

$$\underline{I}_{ca} = \underline{U}_{CA} / \underline{Z}_{ca}$$

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{ab} - \underline{I}_{ca}$$

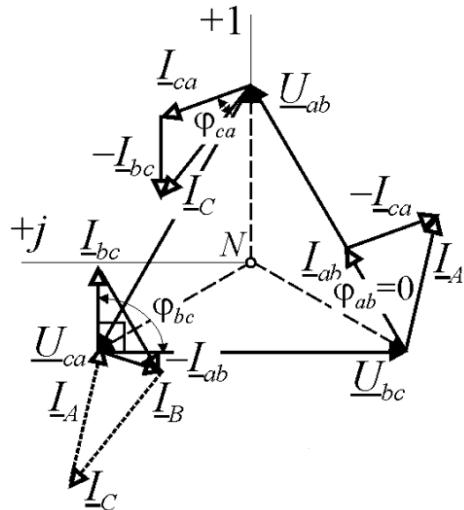
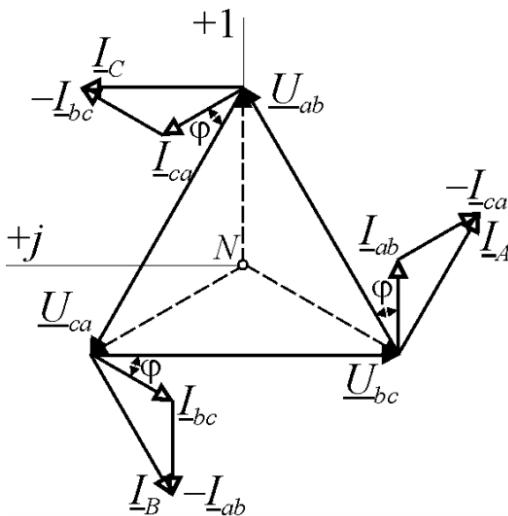
$$\underline{I}_B = \underline{I}_{bc} - \underline{I}_{ab}$$

$$\underline{I}_C = \underline{I}_{ca} - \underline{I}_{bc}$$



Соединение нагрузки треугольником

$$\underline{Z}_{ab} = \underline{Z}_{bc} = \underline{Z}_{ca} = \underline{Z}_\phi = Z_\phi e^{j\varphi}$$



$$I_A = (\underline{U}_{AB} - \underline{U}_{CA}) / \underline{Z}_\phi$$

$$\underline{U}_{AB} = U_\pi e^{j30^\circ} = U_\pi \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + j \frac{1}{2} \right)$$

$$\underline{U}_{CA} = U_\pi e^{j150^\circ} = U_\pi \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + j \frac{1}{2} \right)$$

$$I_A = I_\pi = U_\pi \sqrt{3} / Z_\phi = I_\phi \sqrt{3}$$

Мощность при несимметричной нагрузке

$$P = P_a + P_b + P_c; \quad Q = Q_a + Q_b + Q_c$$

$$P = P_{ab} + P_{bc} + P_{ca}; \quad Q = Q_{ab} + Q_{bc} + Q_{ca}$$



$$P_\phi = U_\phi I_\phi \cos \varphi_\phi = R_\phi I_\phi^2; \quad Q_\phi = U_\phi I_\phi \sin \varphi_\phi = X_\phi I_\phi^2$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$$S \neq S_a + S_b + S_c; \quad S \neq S_{ab} + S_{bc} + S_{ca}$$

$$\begin{aligned}\underline{S} &= P + jQ = (P_a + P_b + P_c) + j(Q_a + Q_b + Q_c) = \\ &= \underline{S}_a + \underline{S}_b + \underline{S}_c = \underline{U}_a \overset{*}{\underline{I}_a} + \underline{U}_b \overset{*}{\underline{I}_b} + \underline{U}_c \overset{*}{\underline{I}_c}\end{aligned}$$

Мощность при симметричной нагрузке



$$P = 3P_\phi = 3U_\phi I_\phi \cos \varphi_\phi = 3R_\phi I_\phi^2;$$

$$Q = 3Q_\phi = 3U_\phi I_\phi \sin \varphi_\phi = 3X_\phi I_\phi^2;$$

$$S = 3S_\phi = 3U_\phi I_\phi.$$

$$P = \sqrt{3}U_\pi I_\pi \cos \varphi_\phi; \quad Q = \sqrt{3}U_\pi I_\pi \sin \varphi_\phi;$$

$$S = \sqrt{3}U_\pi I_\pi.$$

Спасибо
за внимание!

ITMO *more than a*
UNIVERSITY

Никитина Мария Владимировна,
mnikitina@itmo.ru

