

## Τεχνικές Βελτιστοποίησης

### 1<sup>η</sup> Εργαστηριακή Άσκηση

**Θέμα: Ελαχιστοποίηση κυρτής συνάρτησης μιας μεταβλητής σε δοσμένο διάστημα**

Στην εργασία αυτή μας ζητήθηκε να ελαχιστοποιήσουμε τρεις συναρτήσεις με τη χρήση ορισμένων αλγορίθμων μέσω Matlab.

Οι αλγόριθμοι που χρησιμοποιήθηκαν ανήκουν σε δυο κατηγορίες:

1) Μέθοδοι αναζήτησης ελαχίστου χωρίς την χρήση παραγώγων:

- a) Μέθοδος της Διχοτόμου,
- b) Μέθοδος του Χρυσού Τομέα,
- c) Μέθοδος Fibonacci.

2) Μέθοδοι αναζήτησης με χρήση παραγώγων:

- a) Μέθοδος της Διχοτόμου με χρήση παραγώγου.

Οι τρεις συναρτήσεις είναι οι εξής:

- $f_1(x) = (x - 3)^2 + \sin^2(x + 3)$
- $f_2(x) = (x - 1) \cos\left(\frac{1}{2}x\right) + x^2$
- $f_3(x) = (x + 2)^2 + e^{x-2} \sin(x + 3)$

Και το διάστημα μελέτης είναι το  $[-4, 4]$ .

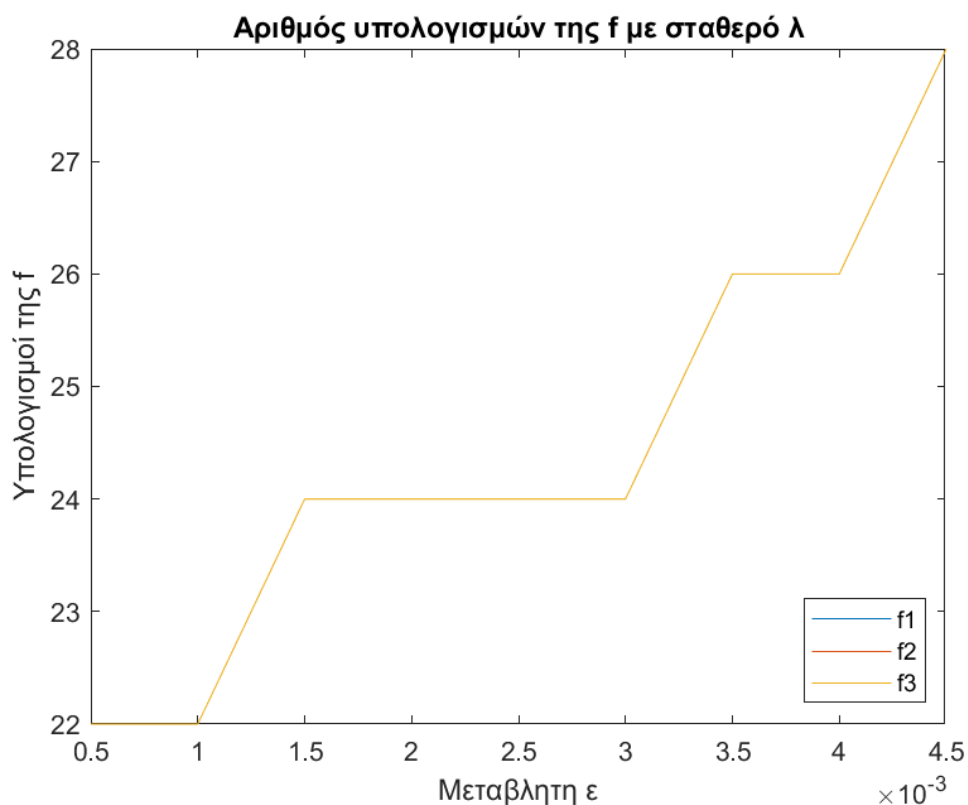
## 1) Μέθοδοι αναζήτησης ελαχίστου χωρίς την χρήση παραγώγων

### α) Μέθοδος της Διχοτόμου

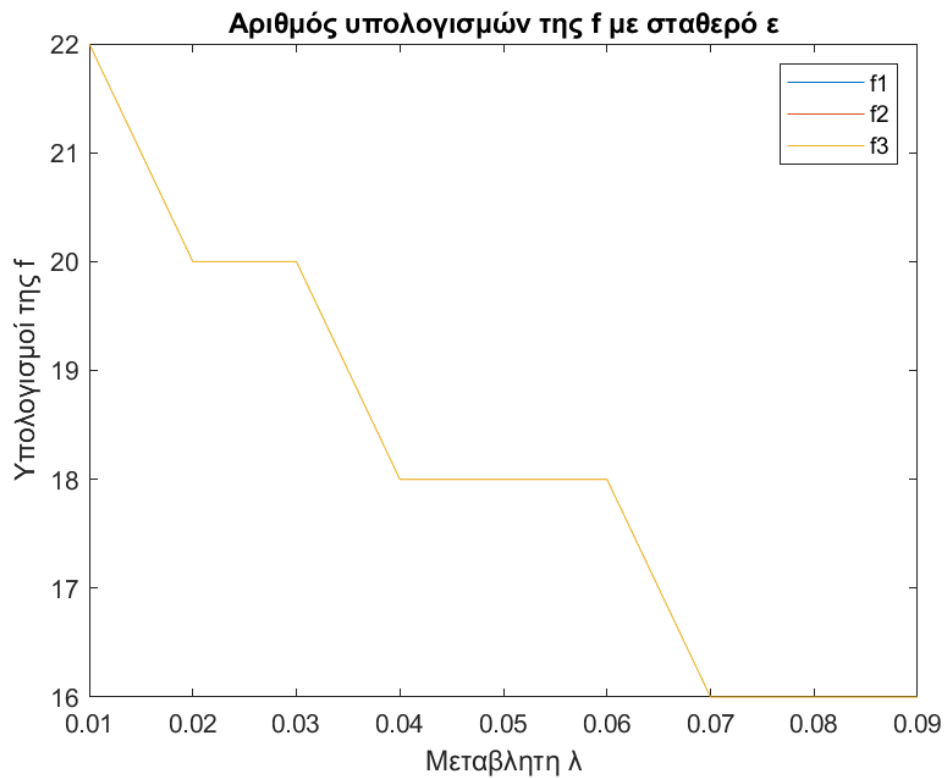
Μας ζητήθηκε να εφαρμόσουμε τον αλγόριθμο για όλες τις συναρτήσεις, να μελετήσουμε τη μεταβολή των υπολογισμών των συναρτήσεων,

1. κρατώντας σταθερό το τελικό εύρος αναζήτησης  $l = 0.01$  και μεταβάλλοντας τη σταθερά  $\varepsilon > 0$ , δηλαδή την απόσταση από τη διχοτόμο.
2. κρατώντας σταθερό το  $\varepsilon = 0.001$  και μεταβάλλοντας το  $l$ .

Και να παρουσιάσουμε σε διαγράμματα τα άκρα του διαστήματος καθώς τρέχει ο αλγόριθμος, τη σύγκλιση δηλαδή των άκρων προς την ελάχιστη τιμή.

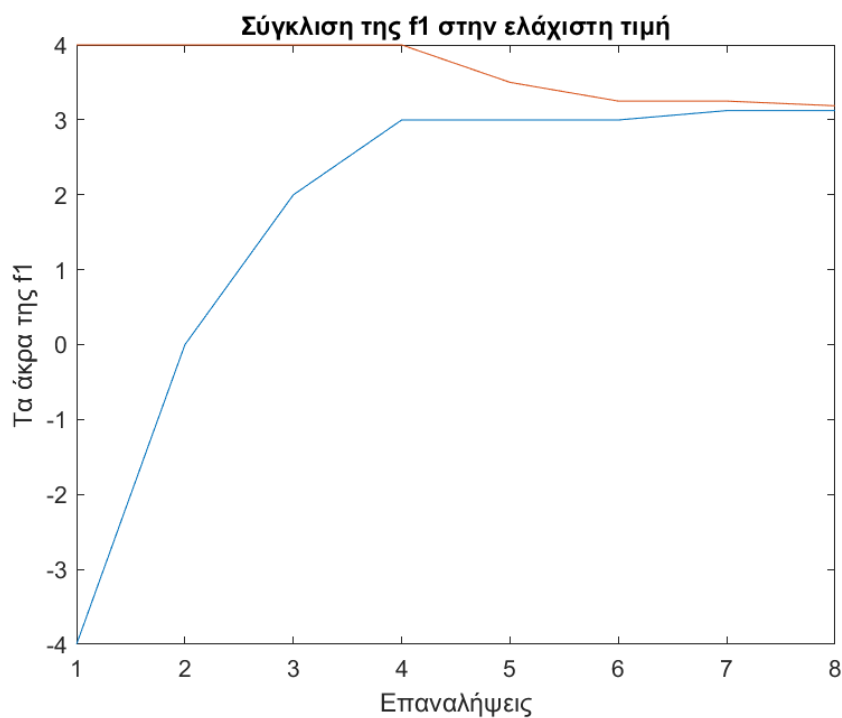


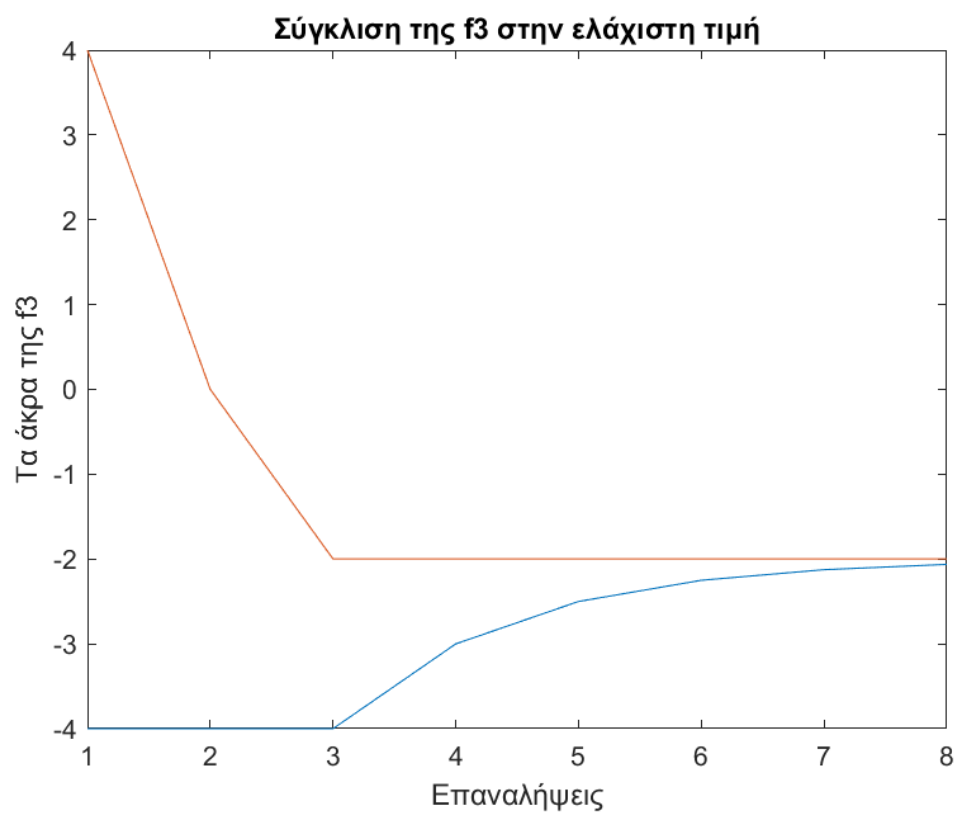
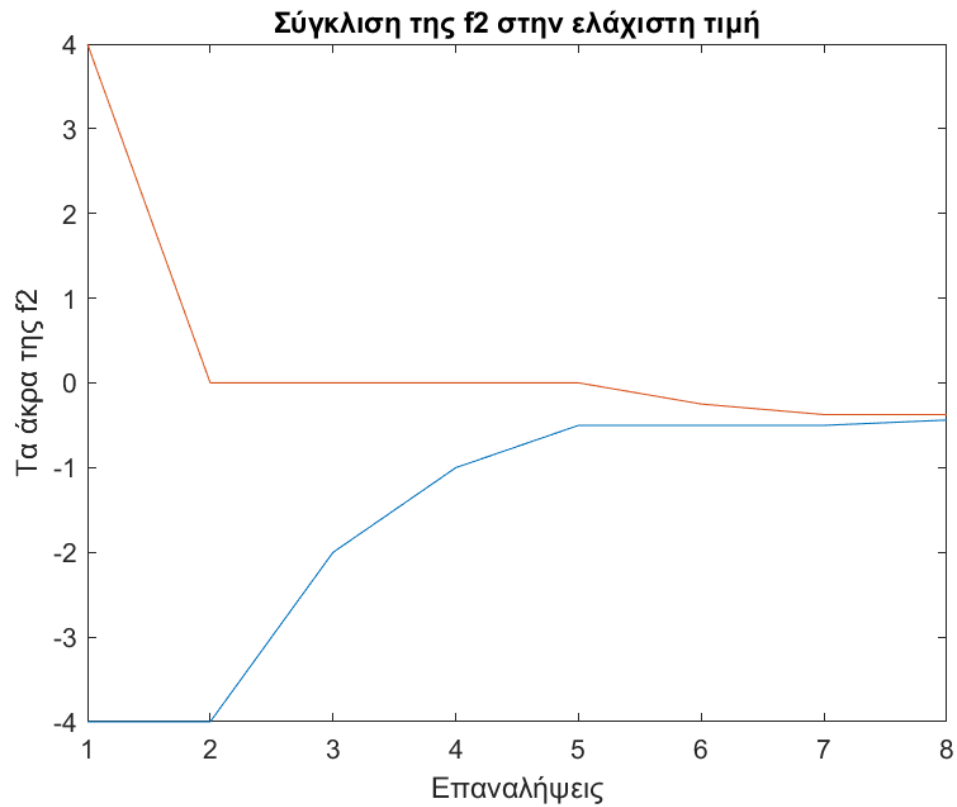
Παρατηρούμε πως αυξάνοντας το  $\varepsilon$ , δηλαδή την απόσταση από τη διχοτόμο, αυξάνονται και οι αριθμοί των επαναλήψεων που απαιτούνται μέχρι να ικανοποιηθεί η συνθήκη τερματισμού.



Με παρόμοιο τρόπο αυξάνοντας το  $\lambda$ , δηλαδή το τελικό εύρος αναζήτησης, μειώνονται και οι αριθμοί των επαναλήψεων που απαιτούνται μέχρι να ικανοποιηθεί η συνθήκη τερματισμού.

Παρακάτω βλέπουμε πως συγκλίνει το διάστημα στην ελάχιστη τιμή





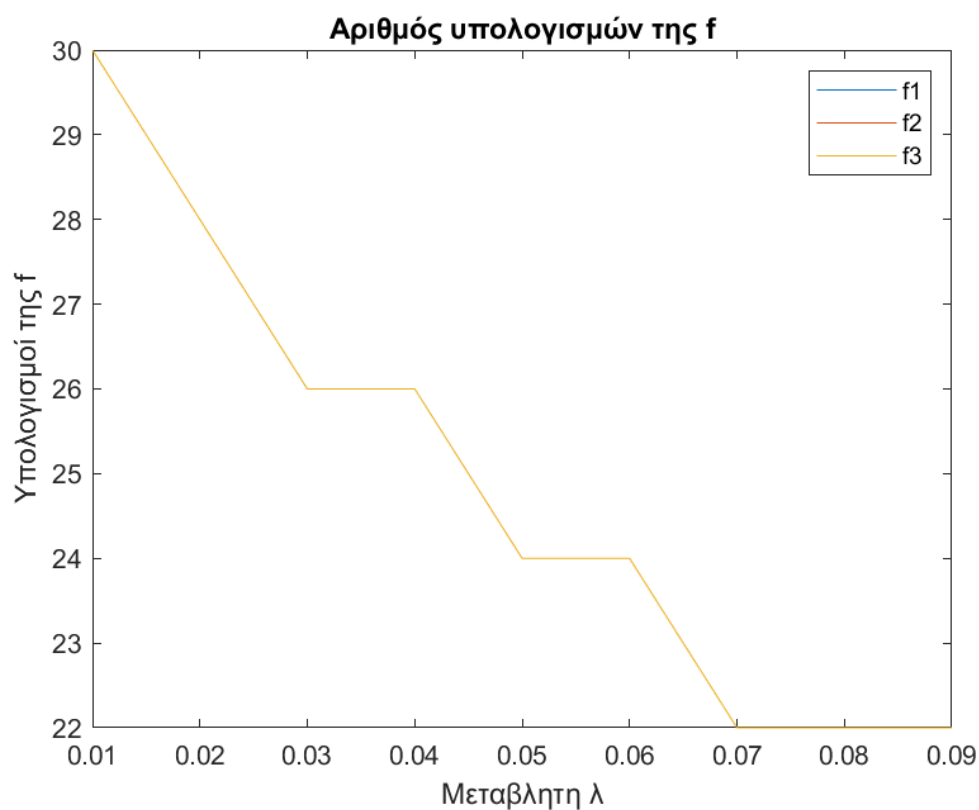
Από τις έξι μολις επαναλήψεις του αλγορίθμου μειώνεται ήδη αρκετά το διάστημα στο οποίο βρίσκεται το ελάχιστο.

## 1) Μέθοδοι αναζήτησης ελαχίστου χωρίς την χρήση παραγώγων

### b) Μέθοδος του Χρυσού Τομέα,

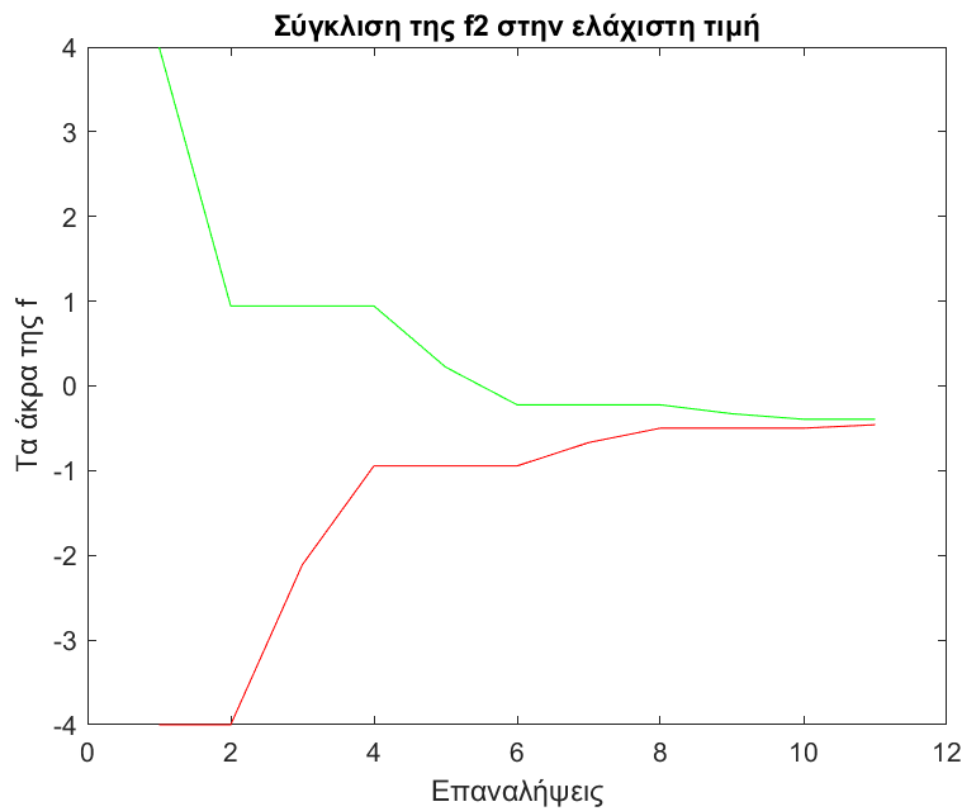
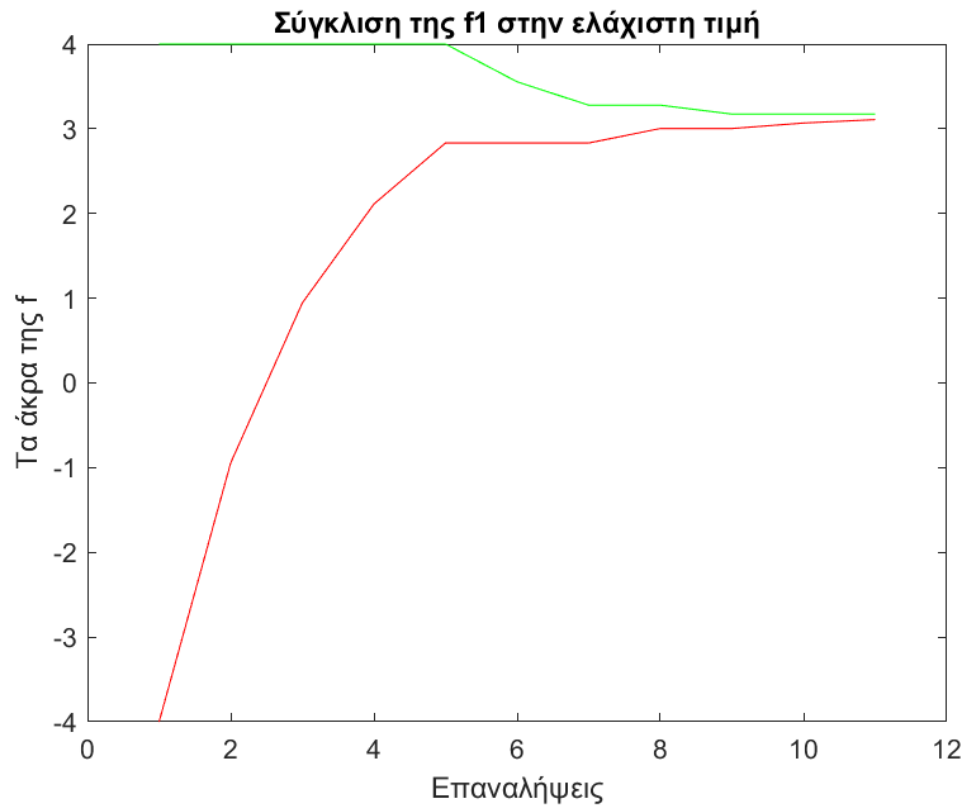
Μας ζητήθηκε να εφαρμόσουμε τον αλγόριθμο για όλες τις συναρτήσεις,

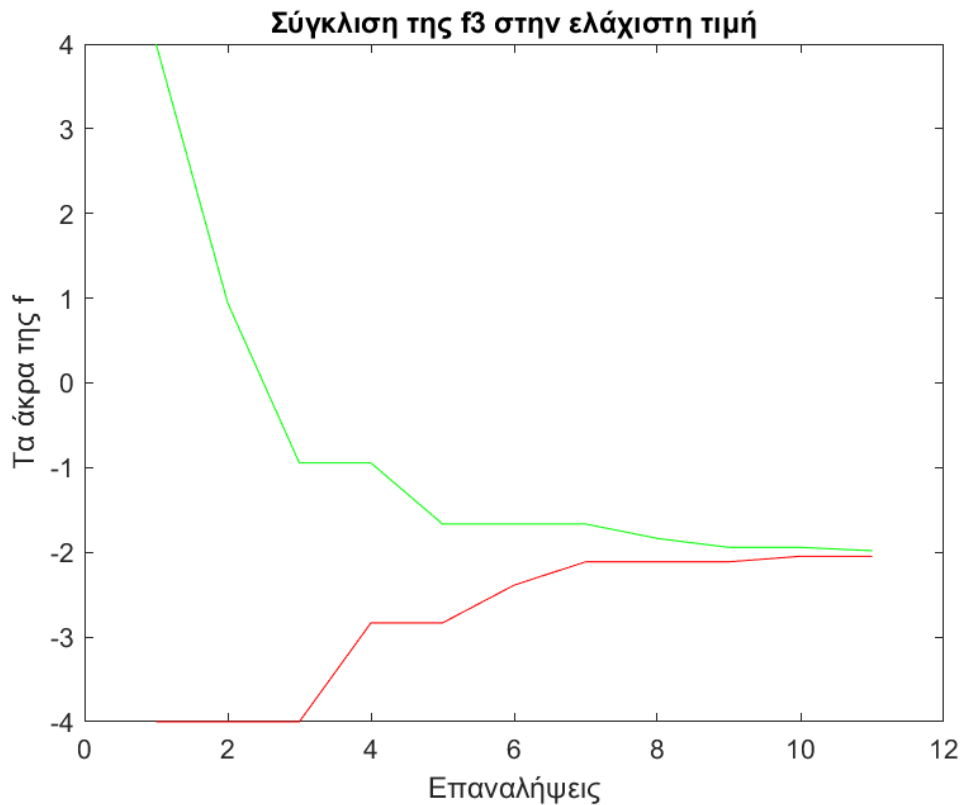
- να μελετήσουμε τη μεταβολή των υπολογισμών των συναρτήσεων μεταβάλλοντας το τελικό εύρος αναζήτησης  $l$  και
- να παρουσιάσουμε σε διαγράμματα τα άκρα του διαστήματος καθώς τρέχει ο αλγόριθμος, τη σύγκλιση δηλαδή των άκρων προς την ελάχιστη τιμή.



Όπως και στην προηγούμενη μέθοδο, αυξάνοντας το  $\lambda$ , δηλαδή το τελικό εύρος αναζήτησης, μειώνονται και οι αριθμοί των επαναλήψεων που απαιτούνται μέχρι να ικανοποιηθεί η συνθήκη τερματισμού.

Παρακάτω βλέπουμε πως συγκλίνει το διάστημα στην ελάχιστη τιμή





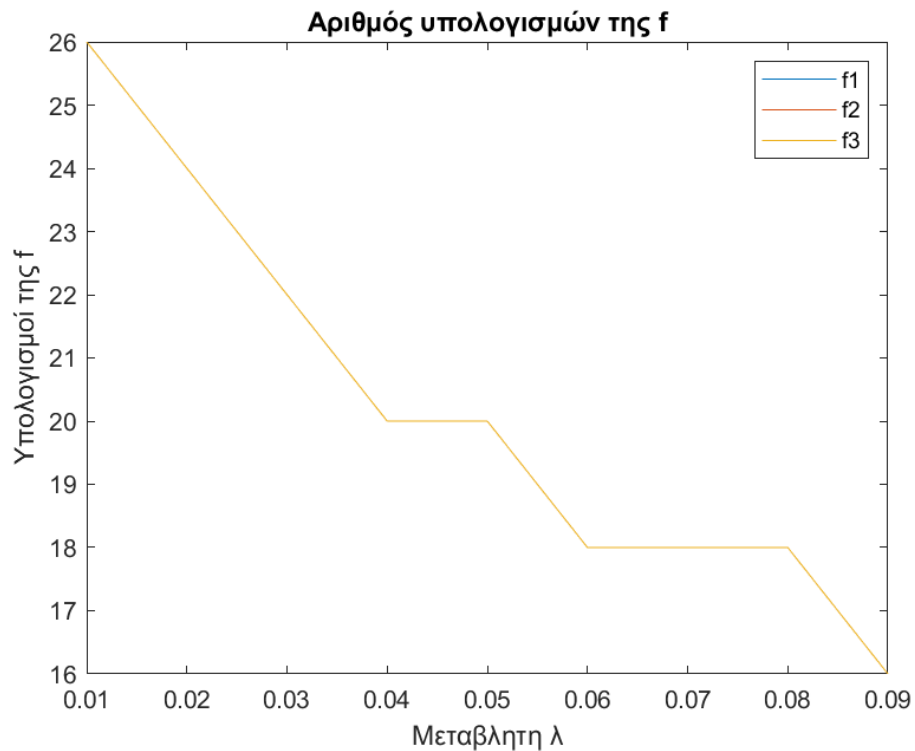
Από τις οχτώ επαναλήψεις του αλγορίθμου μειώνεται ήδη αρκετά το διάστημα στο οποίο βρίσκεται το ελάχιστο. Η μέθοδος αυτή χρειάζεται παραπάνω επαναλήψεις από την προηγούμενη.

## 1) Μέθοδοι αναζήτησης ελαχίστου χωρίς την χρήση παραγώγων

### c) Μέθοδος Fibonacci

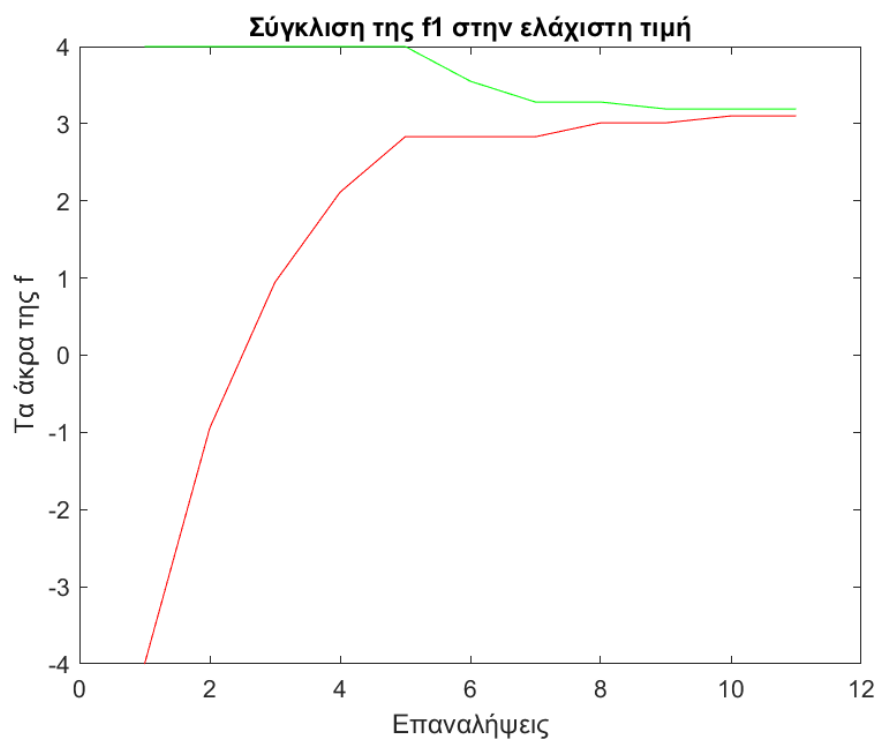
Μας ζητήθηκε να εφαρμόσουμε τον αλγόριθμο για όλες τις συναρτήσεις,

- να μελετήσουμε τη μεταβολή των υπολογισμών των συναρτήσεων μεταβάλλοντας το τελικό εύρος αναζήτησης  $l$  και
- να παρουσιάσουμε σε διαγράμματα τα άκρα του διαστήματος καθώς τρέχει ο αλγόριθμος, τη σύγκλιση δηλαδή των άκρων προς την ελάχιστη τιμή.

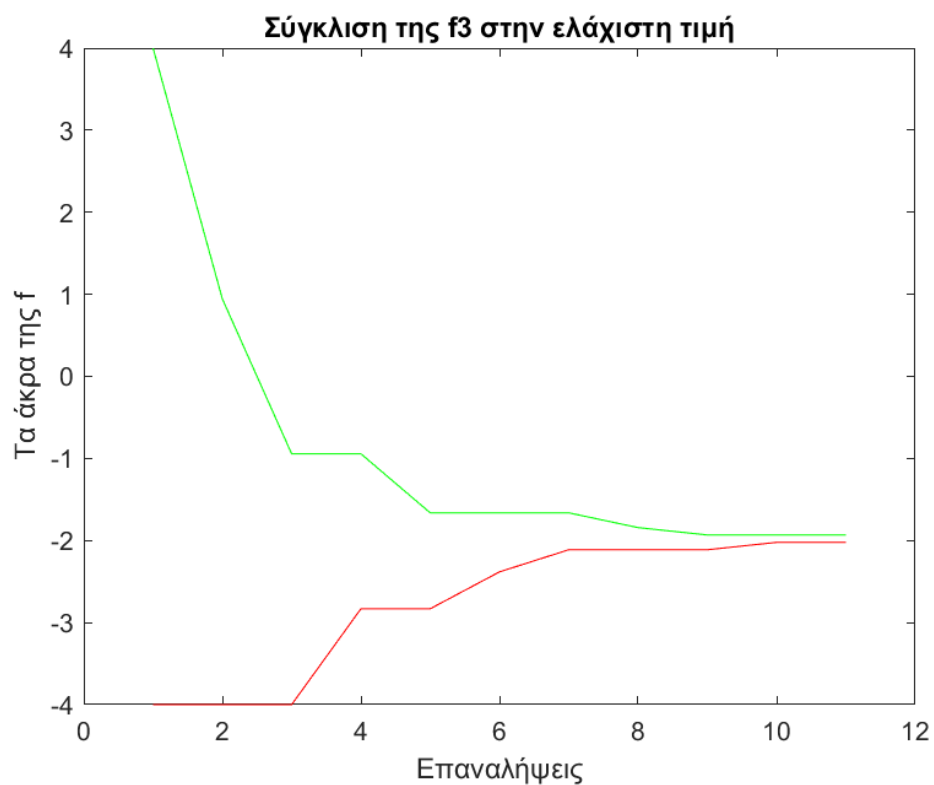
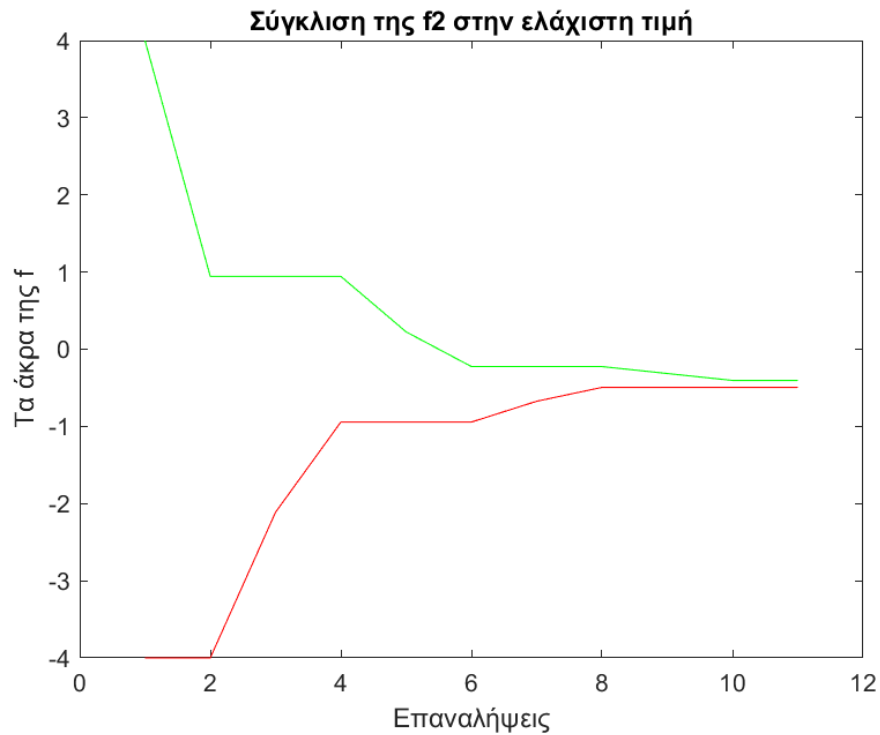


Κι εδώ αυξάνοντας το  $\lambda$ , δηλαδή το τελικό εύρος αναζήτησης, μειώνονται και οι αριθμοί των επαναλήψεων που απαιτούνται μέχρι να ικανοποιηθεί η συνθήκη τερματισμού.

Παρακάτω βλέπουμε πως συγκλίνει το διάστημα στην ελάχιστη τιμή







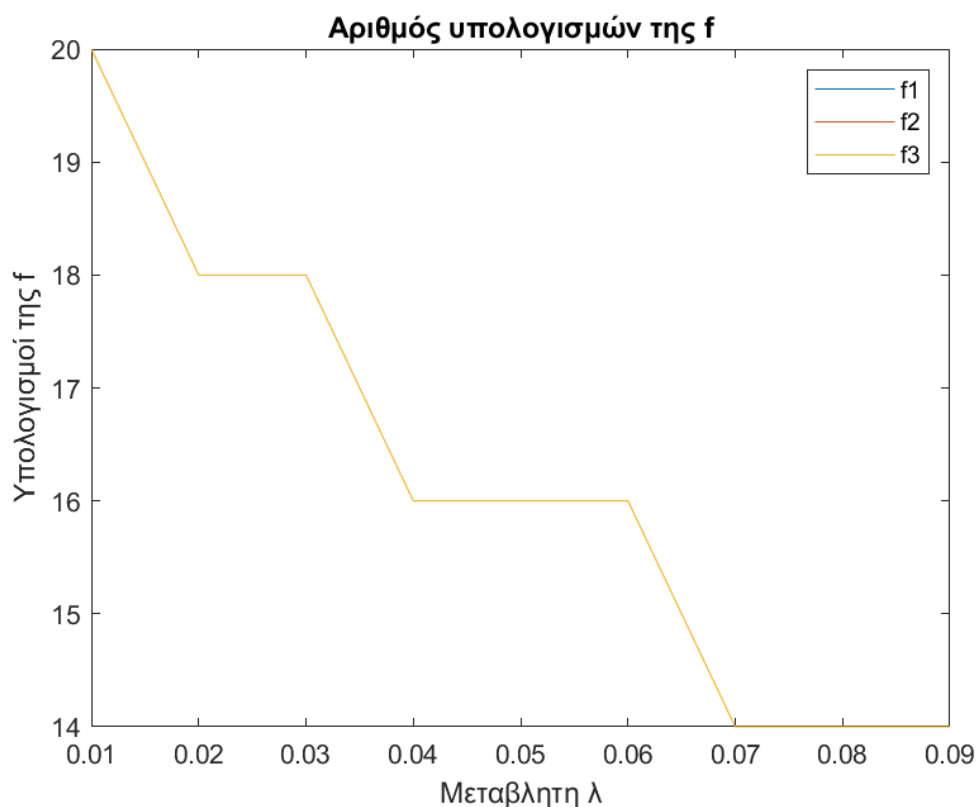
Από τις οχτώ επαναλήψεις του αλγορίθμου μειώνεται ήδη αρκετά το διάστημα στο οποίο βρίσκεται το ελάχιστο. Η μέθοδος αυτή μοιάζει με την μέθοδο του χρυσού τομέα.

## 2) Μέθοδοι αναζήτησης με χρήση παραγώγων:

### a) Μέθοδος της Διχοτόμου με χρήση παραγώγου

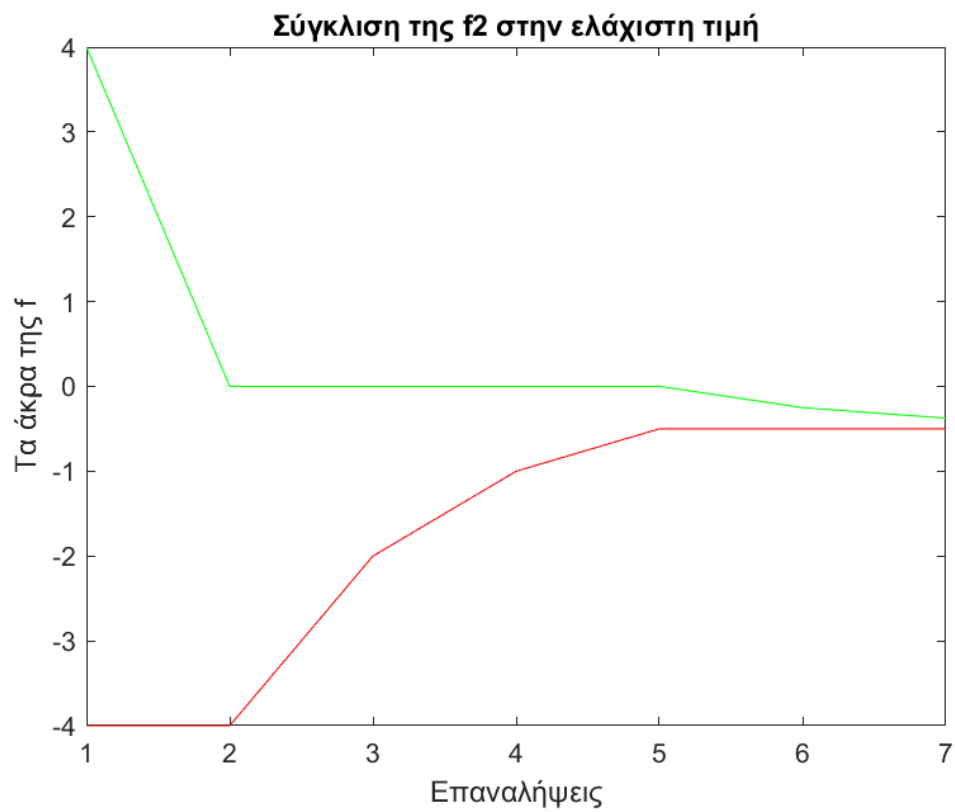
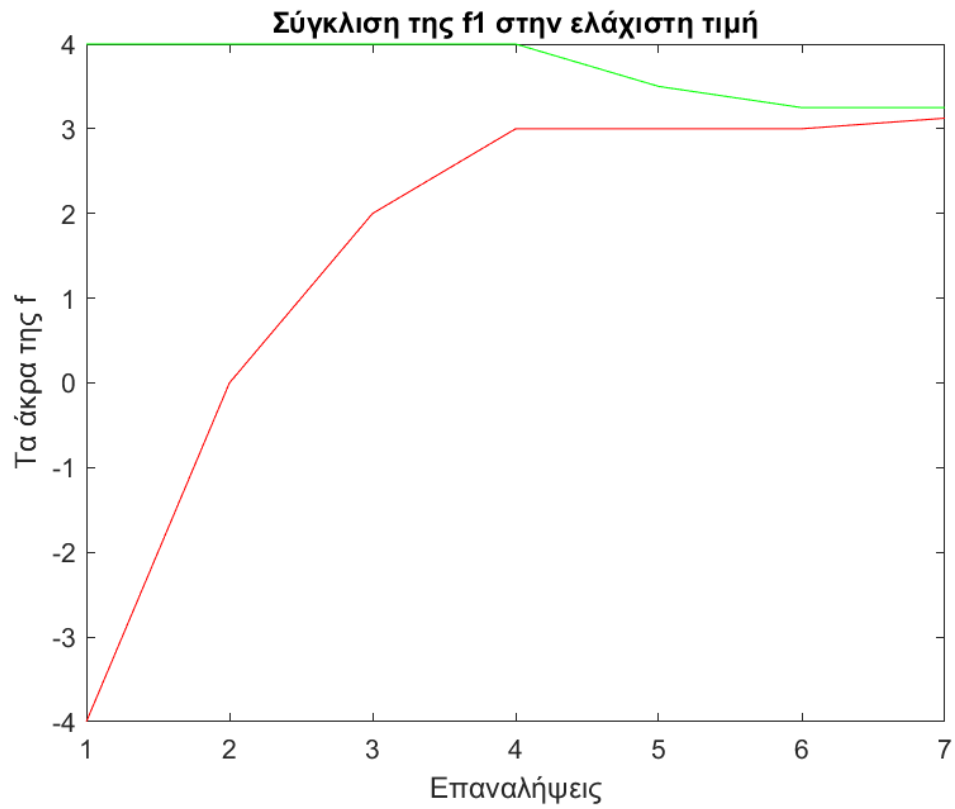
Μας ζητήθηκε να εφαρμόσουμε τον αλγόριθμο για όλες τις συναρτήσεις,

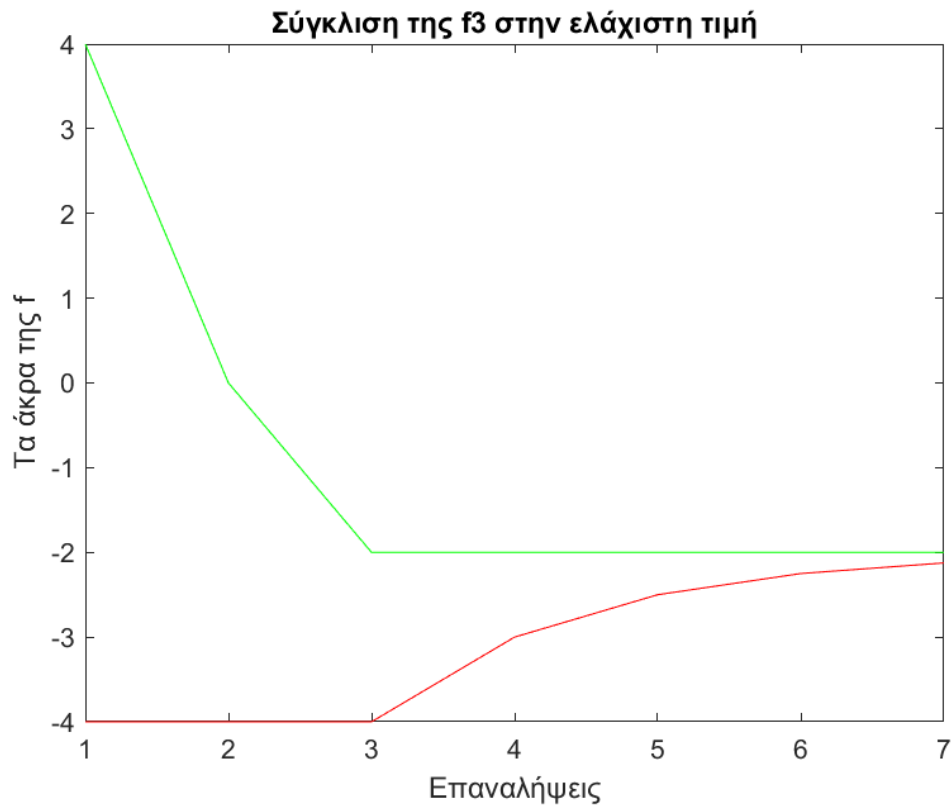
- να μελετήσουμε τη μεταβολή των υπολογισμών των συναρτήσεων μεταβάλλοντας το τελικό εύρος αναζήτησης  $l$  και
- να παρουσιάσουμε σε διαγράμματα τα άκρα του διαστήματος καθώς τρέχει ο αλγόριθμος, τη σύγκλιση δηλαδή των άκρων προς την ελάχιστη τιμή.



Κι εδώ αυξάνοντας το  $\lambda$ , δηλαδή το τελικό εύρος αναζήτησης, μειώνονται και οι αριθμοί των επαναλήψεων που απαιτούνται μέχρι να ικανοποιηθεί η συνθήκη τερματισμού.

Παρακάτω βλέπουμε πως συγκλίνει το διάστημα στην ελάχιστη τιμή





Όπως και χωρίς τις παραγώγους, έτσι κι εδώ από τις έξι μόλις επαναλήψεις του αλγορίθμου μειώνεται ήδη αρκετά το διάστημα στο οποίο βρίσκεται το ελάχιστο.

Συγκρίνοντας τα διαγράμματα παρατηρούμε ότι η μέθοδος της διχοτόμου είναι η πιο αποδοτική. Στη συνέχεια είναι η μέθοδος της διχοτόμου με χρήση παραγώγων, μετά η μέθοδος fibonacci και τέλος η μέθοδος του χρυσού τομέα.

Σχετικά με τον κώδικα, έχω δημιουργήσει ένα demo το οποίο καλεί όλες τις συναρτήσεις και βγάζει τα αποτελέσματα στα διαγράμματα.