Θεώρημα 0.0.1. *Έστω A ένα σύνολο k ακεραίων, τότε $|2A| \geq 2k-1$. Αν A είναι ένα σύνολο k ακεραίων και αν $|2A| = 2k-1$, τότε το A είναι αριθμητική πρόοδος.*

Απόδειξη. Έστω

$$A = \{a_0, a_1, a_2, \ldots, a_{k-1}\}$$

όπου

$$a_0 < a_1 < a_2 < \cdots < a_{k-1}.$$

Τότε το $2A$ περιέχει τους k το πλήθος ακεραίους $2a_i$ για $i = 0, 1, \ldots, k-1$, και τους $k-1$ το πλήθος ακεραίους $a_{i-1} + a_i$ για $i = 0, 1, \ldots, k-1$. Καθώς

$$2a_{i-1} < a_{i-1} + a_i < 2a_i$$

για $i = 0, 1, \ldots, k-1$,προκύπτει ότι $|2A| \geq 2k-1$.

Αν $|2A| = 2k-1$, τότε κάθε στοιχείο του συνόλου $2A$ είναι της μορφής $2a_i$ ή $a_{i-1}+a_i$. Επίσης παρατηρούμε ότι

$$a_{i-1} + a_i < a_{i-1} + a_{i+1} < a_i + a_{i+1}$$

και

$$a_{i-1} + a_i < 2a_i < a_i + a_{i+1}$$

για $i = 1, \ldots, k-2$. Έπεται λοιπόν ότι

$$2a_i = a_{i-1} + a_{i+1}$$

, ή ισοδύναμα ότι

$$a_i - a_{i-1} = a_{i+1} - a_i$$

για $i = 1, \ldots, k-2$. Συνεπώς το σύνολο A είναι αριθμητική πρόοδος και η απόδειξη του θεωρήματος είναι πλήρης. □