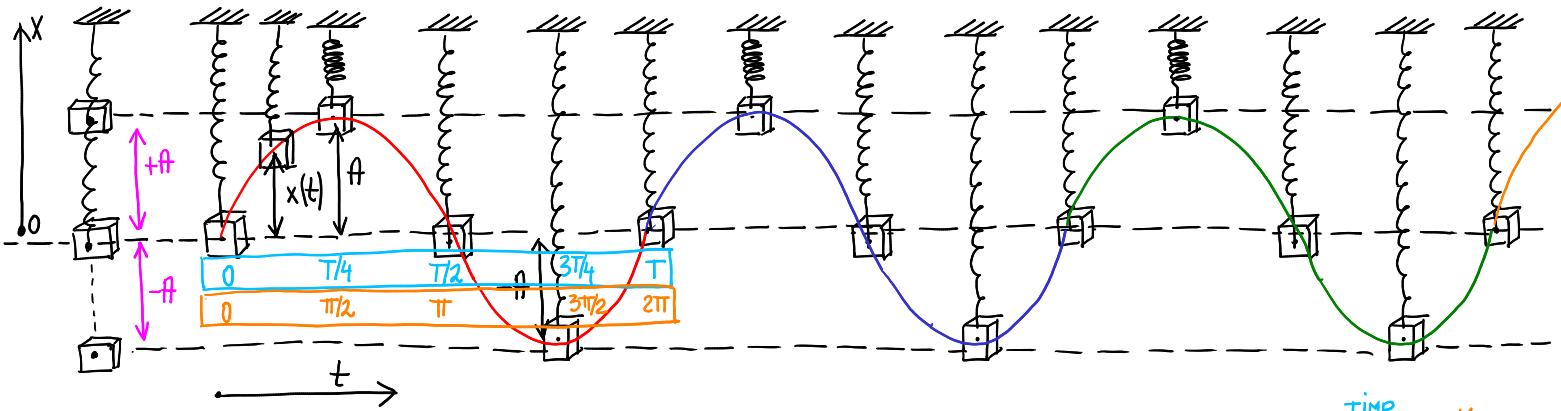


OSCILATORUL LINIAR ARMONIC FĂRĂ FRECĂRI

Movare oscilatorie def.: deplasare alternativă efectuată de un corp, de-o parte și de alta față de o poziție de echilibru



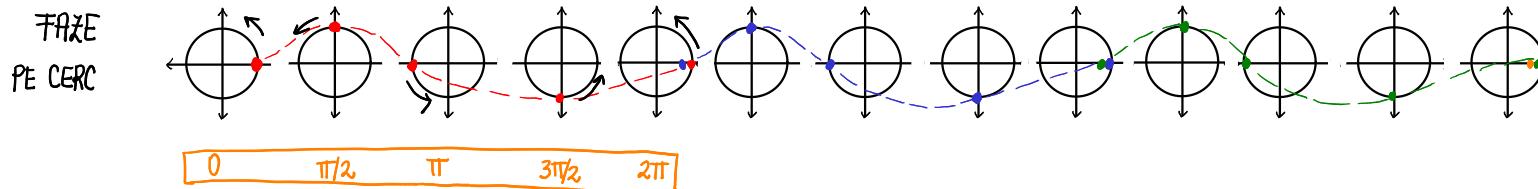
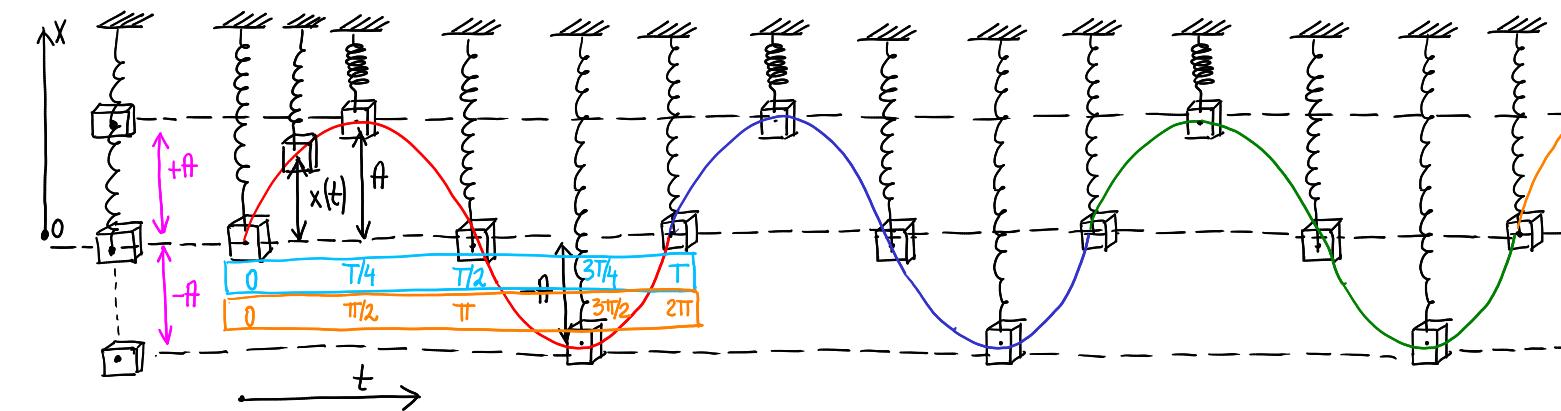
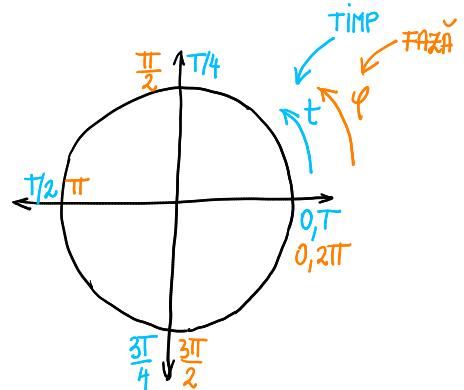
$x(t)$ = elongare

A = elongare maxima = amplitudine

T = perioada \rightarrow timpul necesar unei oscilații complete

ν = frecvență \rightarrow numărul de oscilații dintr-o secundă

φ = fază \rightarrow unghi pe cerc corespunzător momentului de timp



la momentul $t=0$ corespunde $\varphi=0$ pe cerc

la momentul $t=T/4$ corespunde $\varphi=\pi/2$ pe cerc

la momentul $t=T/2$ corespunde $\varphi=\pi$ pe cerc

la momentul $t=3T/4$ corespunde $\varphi=3\pi/2$ pe cerc

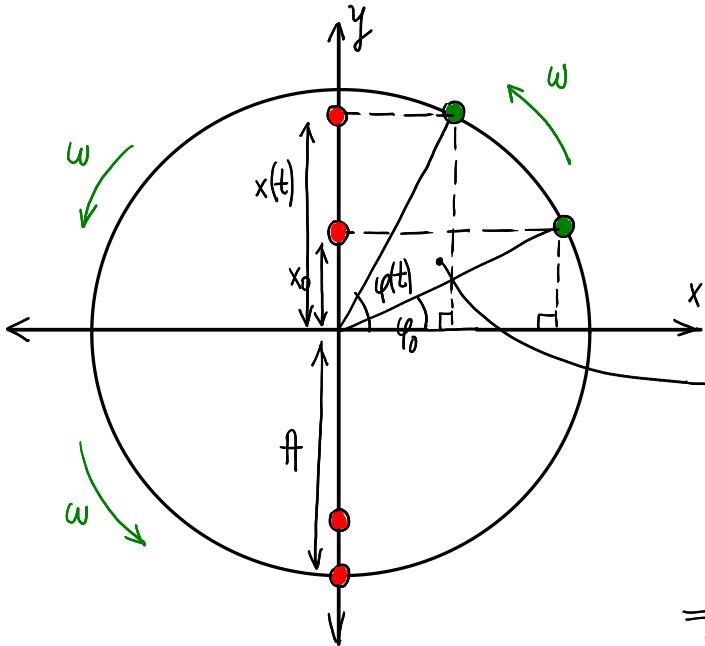
la momentul $t=T$ corespunde $\varphi=2\pi$ pe cerc

! Obs: 1 secundă 1 oscilație

T secunde 1 oscilație

$$\Rightarrow \frac{1}{T} = \frac{\nu}{1} \Rightarrow \boxed{\nu = \frac{1}{T}} \quad [\nu]_{S.I.} = \frac{1}{s} = Hz$$

LEGEA MISCĂRII $x(t)$ A OSCILATORULUI LINIAR ARMONIC



Considerăm un mobil în miscare circulară uniformă ($\omega = \text{const}$) pe un cerc. Proiecțăm miscarea mobilului de pe cerc pe axa verticală Oy și obținem o miscare oscilatorie liniară, sus-jos pe axa Oy , față de centrul cercului.

$$\text{triunghi dreptunghic : } \sin \varphi(t) = \frac{x}{A}$$

$$\begin{array}{ll} \text{MRUV} & \text{MCU} \\ \Rightarrow \underline{\underline{x(t)}} = A \sin(\varphi(t)) & \sin \varphi(t) = \frac{x(t)}{A} \\ , \text{dor } \varphi(t) = \varphi_0 + \omega t \text{ din legea miscării} \\ \text{circulare uniforme} \end{array}$$

$$\Rightarrow \boxed{x(t) = A \sin(\omega t + \varphi_0)}$$

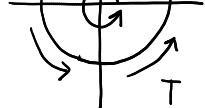
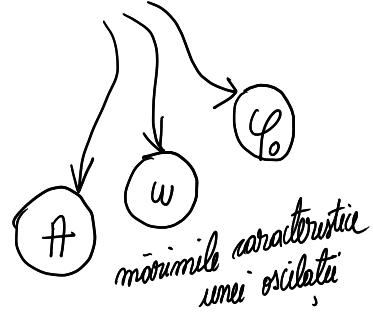
LEGEA MISCĂRII OSCILATORULUI
LINIAR ARMONIC

$x(t)$ = elongația

A = amplitudinea

ω = pulsatia (viteza unghiulară)

φ_0 = fază initială



$$x(t) = A \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$\varphi_0 = 0$

$$x(0) = A \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot 0\right) = A \sin(0) = 0$$

$$x\left(\frac{T}{4}\right) = A \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{4}\right) = A \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = +A$$

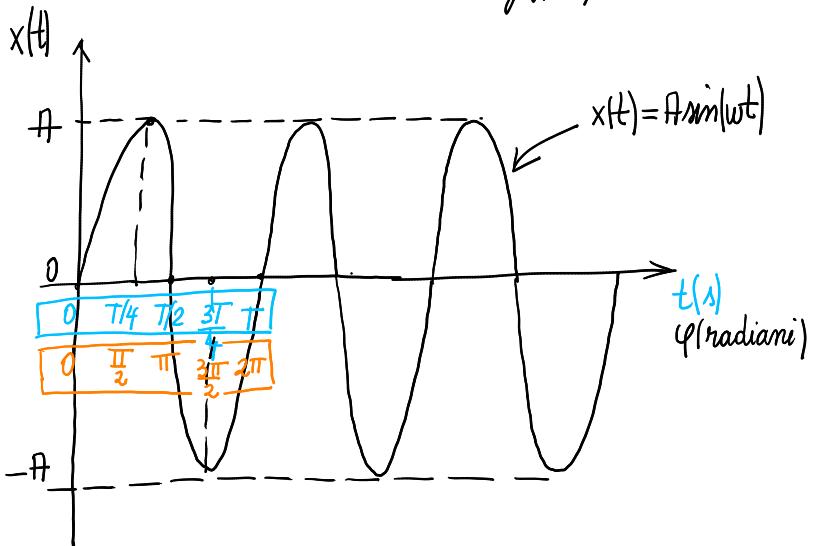
$$x\left(\frac{T}{2}\right) = A \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{2}\right) = A \sin(\pi) = 0$$

$$x\left(\frac{3T}{4}\right) = A \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot \frac{3T}{4}\right) = A \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) = -A$$

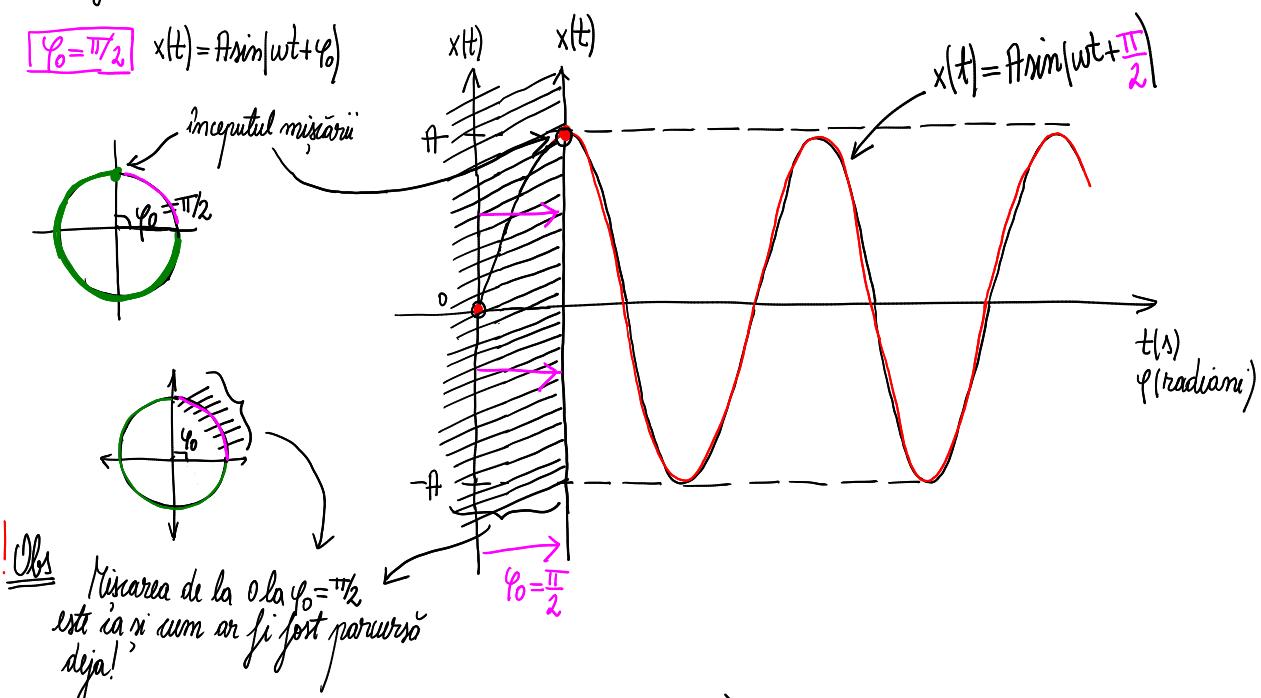
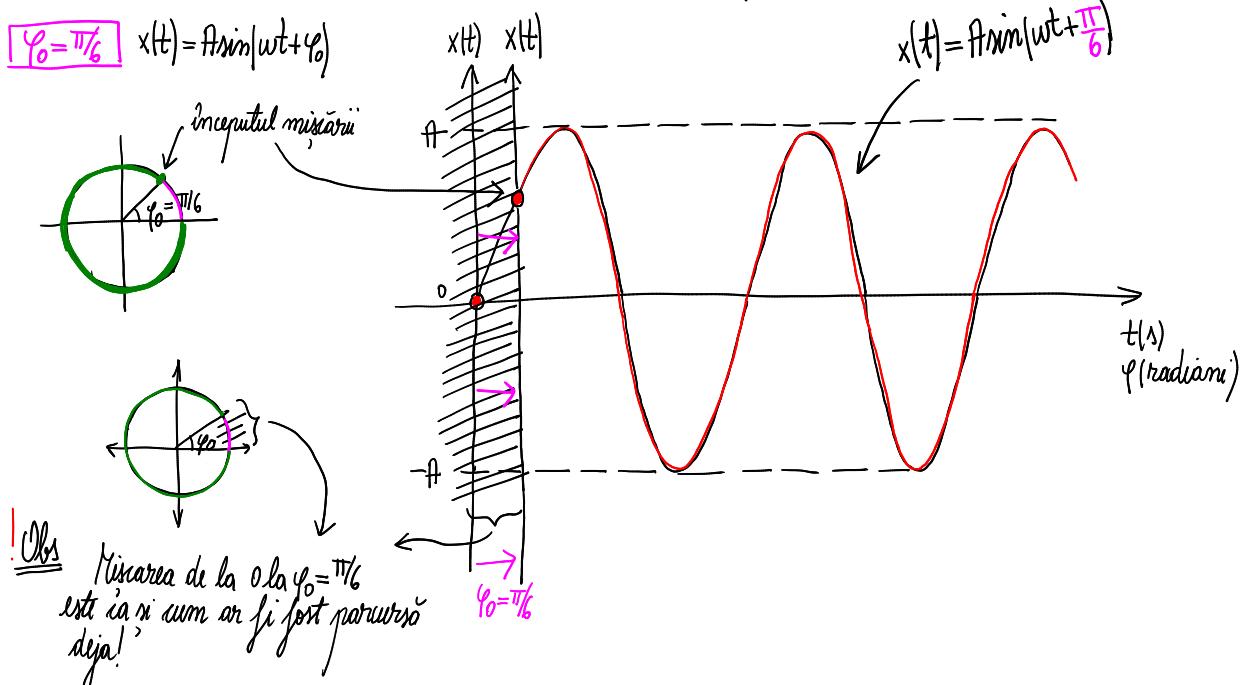
$$x(T) = A \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot T\right) = A \sin(2\pi) = 0$$

! Obs

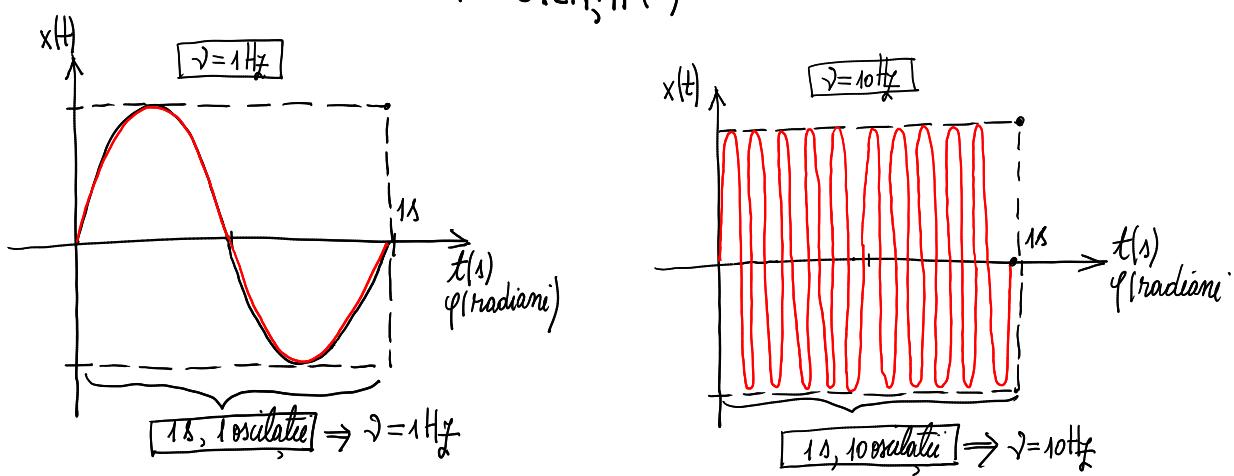
- $A \uparrow \Rightarrow$ miscarea devine mai amplă
- $\omega \uparrow \Rightarrow$ miscarea devine mai agitată
- $\varphi_0 \uparrow \Rightarrow$ miscarea este translatată (defazată)



FAZA INITIALĂ (φ_0)

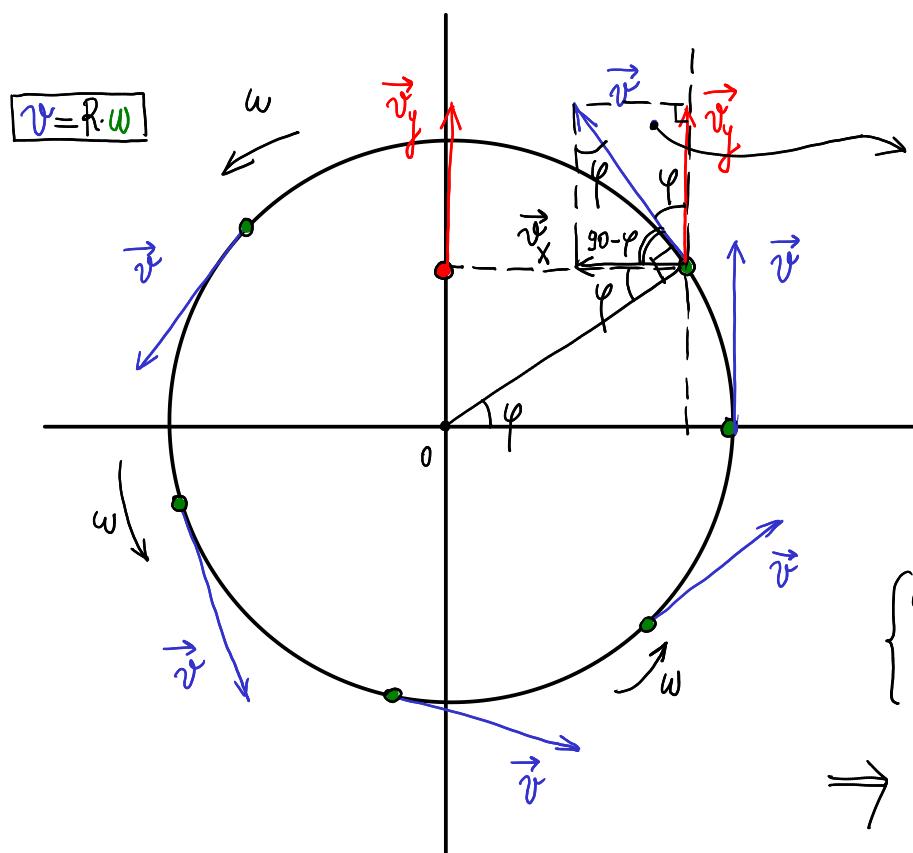
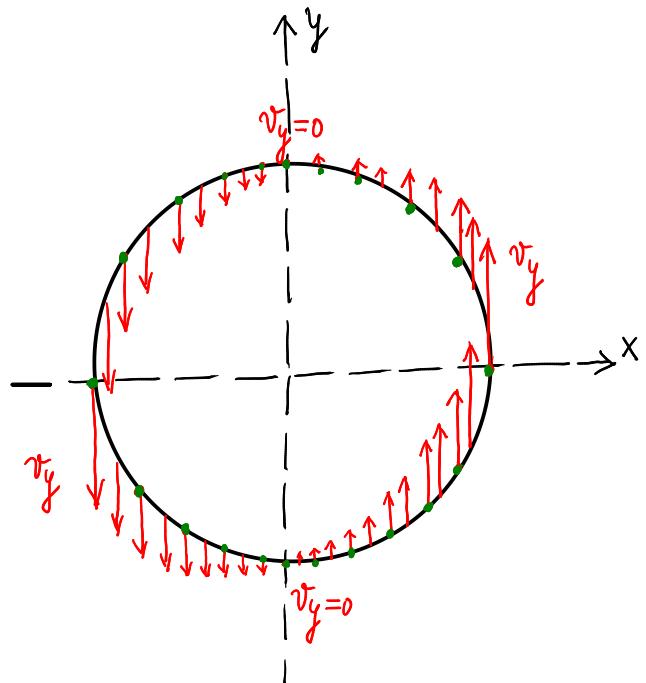
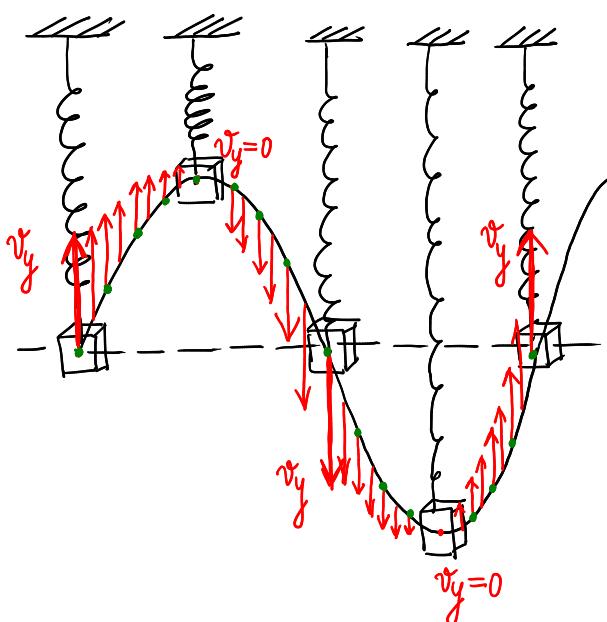


FRECVENȚA (ν)



$\nu \uparrow \Rightarrow$ oscilația devine mai agitată

VITEZA $v_y(t)$ A OSCILATORULUI LINIAR ARMONIC



$$\cos \varphi = \frac{v_x}{v}$$

$$\cos \varphi(t) = \frac{v_x}{v}$$

$$v_y = v \cos(\varphi(t))$$

din mișcarea circulară uniformă (M.C.U.) \Rightarrow

$$\begin{cases} \varphi(t) = \varphi_0 + \omega t \\ v = R \cdot \omega \text{ și din faptul } R = A \end{cases}$$

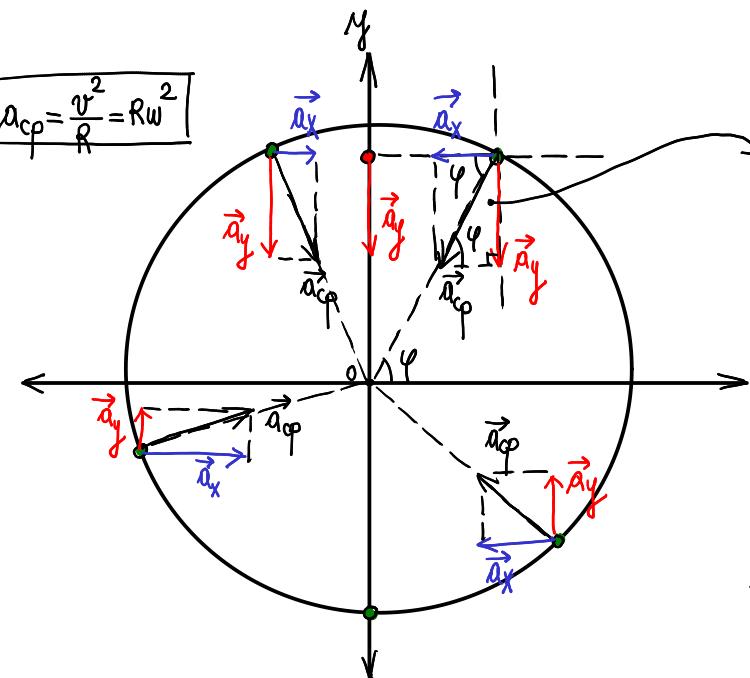
$$\Rightarrow v_y = A \omega \cos(\omega t + \varphi_0)$$

LEGEA VITEZEII OSCILATORULUI LINIAR ARMONIC

Obs $v_{y_{\max}} = A \omega$

Obs $\cos \alpha = \sin(\alpha + \frac{\pi}{2}) \Rightarrow v_y(t) = A \omega \sin(\omega t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2})$

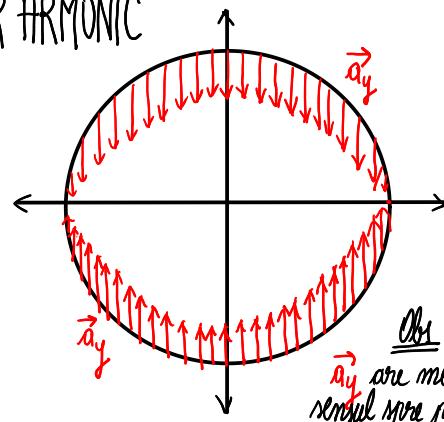
ACCELERATIA $a_y(t)$ A OSCILATORULUI LINIAR ARMONIC



$$\sin \varphi = \frac{CO}{IP}$$

$$\sin(\varphi(t)) = \frac{-a_y}{a_{0p}}$$

$$a_y = -a_{0p} \cdot \sin(\varphi(t))$$



Obs
 \vec{a}_y are mereu
împotriva pozitiei de
echilibru.

din mișarea circulară uniformă (M.C.U.) \Rightarrow

$$\varphi(t) = \varphi_0 + \omega t$$

$$a_{0p} = R\omega^2 \text{ și din faptul } R=A$$

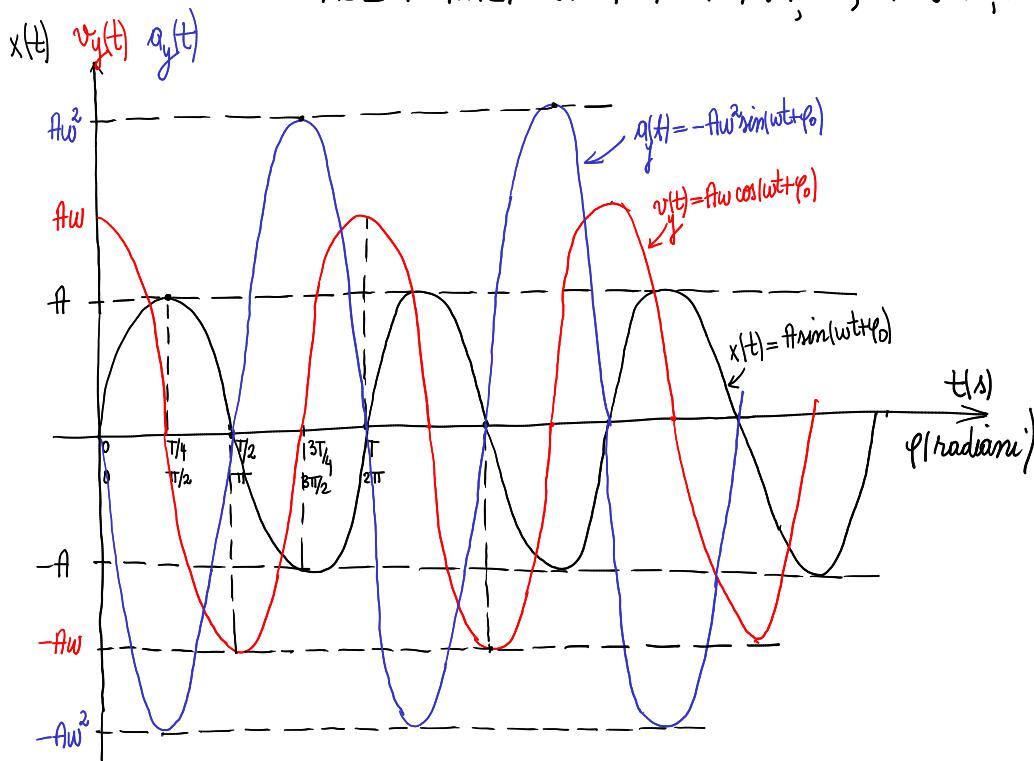
$$\Rightarrow a_y = -A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0)$$

LEGEA ACCELERATIEI OSCILATORULUI
LINIAR ARMONIC

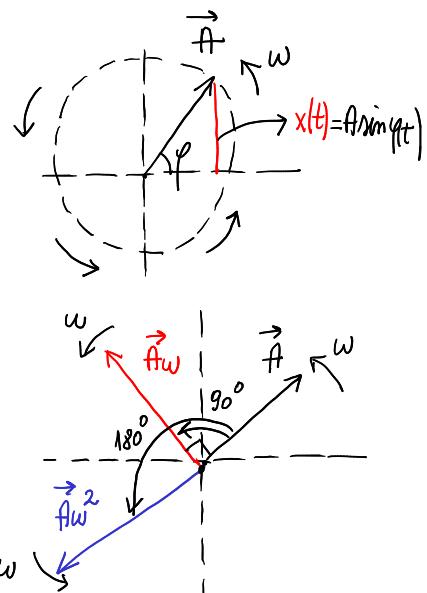
Obs $a_{y\max} = A\omega^2$

Obs $-\sin \alpha = \sin(\alpha + \pi) \Rightarrow a_y(t) = A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0 + \pi)$

REPREZENTAREA GRAFICĂ A POZIȚIEI, VITEZEI ȘI ACCELERAȚIEI

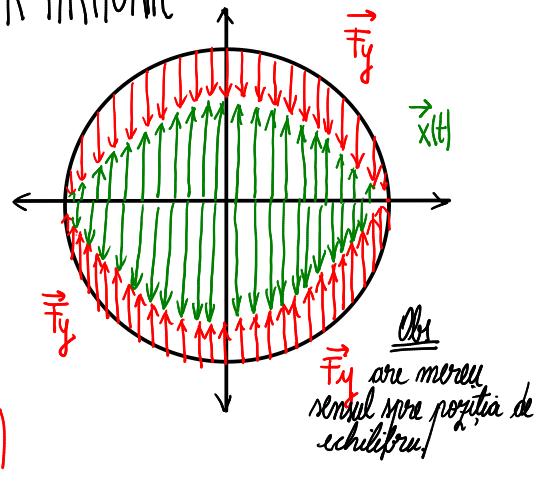


REPREZENTARE FAZORIALĂ



FAZOR = VECTOR ROTITOR

FORȚA $\vec{F}_y(t)$ și OSCILATORULUI LINIAR ARMONIC

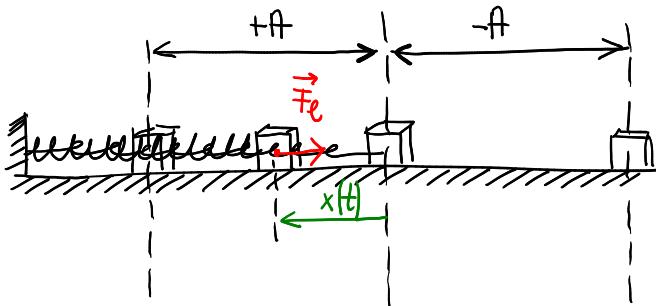


CINEMATICA

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{F}_y(t) = m \cdot a_y(t) \\ \vec{F}_y(t) = -m \cdot f \omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0) \\ \vec{F}_y(t) = -m \omega^2 \cdot f \sin(\omega t + \varphi_0) \\ \vec{F}_y(t) = -m \omega^2 \cdot x(t) \end{array} \right.$$

$\vec{F}_y(t)$ se opune elongatiei $x(t)$

DINAMICA



\vec{F}_e se opune mereu elongatiei $x(t)$, G, N se anuleaza.

$$\vec{F}_e = -k \cdot \Delta l$$

$$\boxed{\vec{F}_e = -k \cdot x(t)}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_y(t) = -m \omega^2 \cdot x(t) \quad (\text{cinematic})$$

$$\vec{F}_e(t) = -k \cdot x(t) \quad (\text{dinamic})$$

In cazul general, rezultanta forțelor $\vec{F}_y(t)$ într-o mișcare oscilatorie mereu se opune existenței unei elongatii $x(t)$, încercând să reducă mobilul în poziția de echilibru.

$$\boxed{\vec{F}_y(t) = -k \cdot x(t)}$$

$\vec{F}_y(t) =$ forță de revenire
 $k =$ constantă
 $x(t) =$ elongație

CRITERIU DE CLASIFICARE

A UNEI MISCĂRI DREPT MISCARE OSCILATORIE LINIARA DIN PUNCT DE VEDERE DINAMIC

!!! Obs

$$\boxed{K = m \omega^2}$$

$$\boxed{w = \sqrt{\frac{K}{m}}}$$

$$w = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{w} \Rightarrow \boxed{T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}}$$

Perioada oscilatorului depinde doar de constanta elastică (K) a arcului și de masa (m) legată de arc.

Perioada și frecvența oscilatorului nu se schimbă dacă lovim initial mai puternic oscilatorul!

Perioada și frecvența oscilatorului depend doar de natura cum a fost fabricat oscilatorul (K, m)!

Numeam $\boxed{w_0 = \sqrt{\frac{K}{m}}}$ frecvența proprii sau frecvența naturală proprie a oscilatorului liniar armonic

Oricare corp care oscilează are o frecvență naturală proprie (w_0) de oscilație care depinde doar de natura oscilatorului.

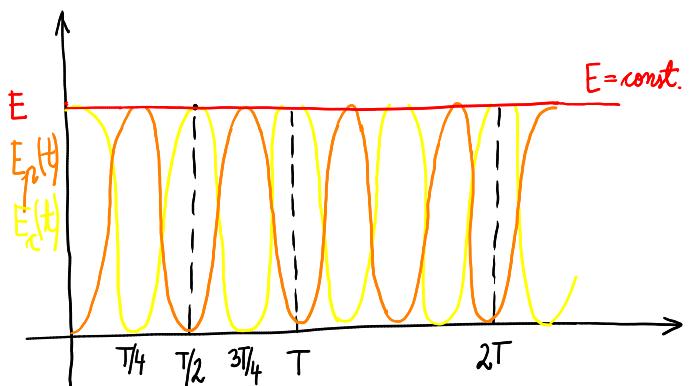
ENERGIA OSCILATORULUI LINIAR ARMONIC

$E_p(t), E_c(t), E(t)$

$$E_c(t) = \frac{m \cdot v^2(t)}{2} = \frac{m A^2 \omega^2}{2} \cos^2(\omega t + \varphi_0)$$

$$E_p(t) = \frac{k \cdot x^2(t)}{2} = \frac{m A^2 \omega^2}{2} \sin^2(\omega t + \varphi_0)$$

$$E = E_c(t) + E_p(t) = \frac{m A^2 \omega^2}{2} = \text{const}$$



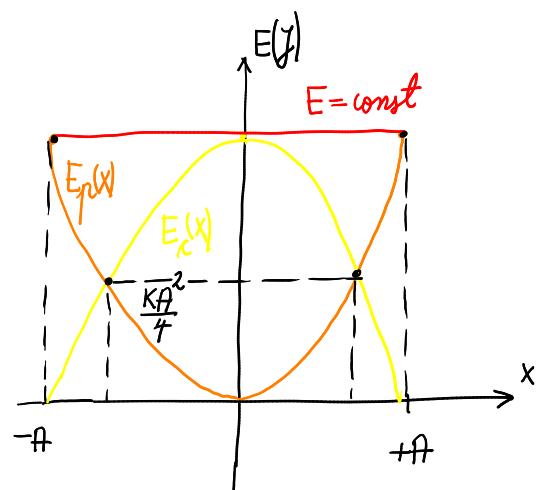
$E_p(x), E_c(x), E(x)$

$$E_p(x) = \frac{k \cdot x^2}{2}$$

$$E = \frac{m A^2 \omega^2}{2}$$

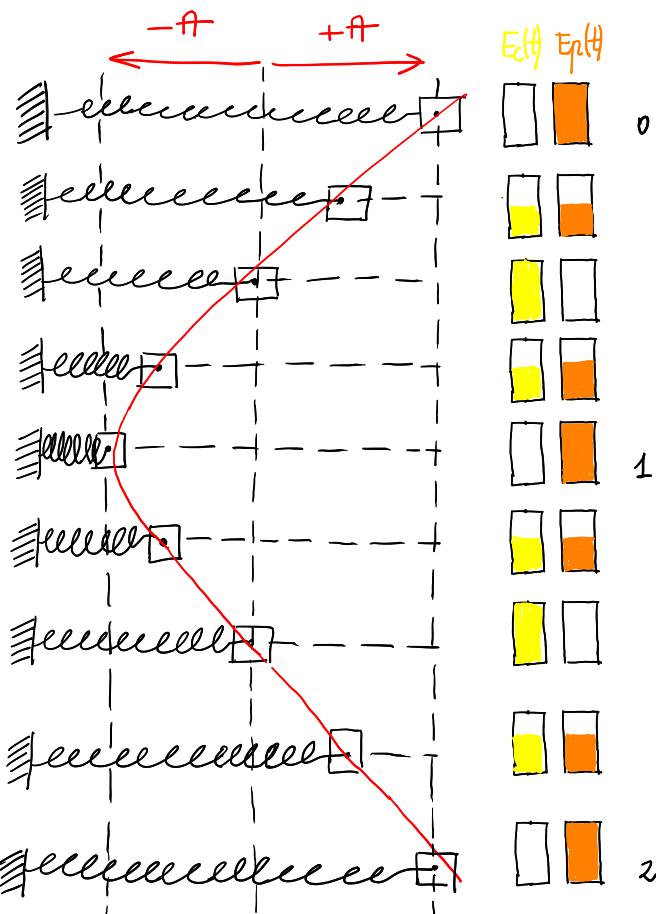
$$E_c = E - E_p = \frac{m A^2 \omega^2}{2} - \frac{m w^2 x^2}{2} = \frac{m w^2}{2} (A^2 - x^2)$$

$$\Rightarrow E_c(x) = E - \frac{m w^2 x^2}{2}$$



! Obs $E_{c\max} = \frac{m v_{\max}^2}{2} = \frac{m A^2 \omega^2}{2}$

$$E_{p\max} = \frac{k \cdot A^2}{2} = \frac{m A^2 \omega^2}{2}$$



! Obs Într-o oscilație completă
 $E_p(t)$ și $E_c(t)$ circulă două oscilații complete.

$E_p(t)$ și $E_c(t)$ sunt armonici
cu perioada $\frac{T}{2}$.