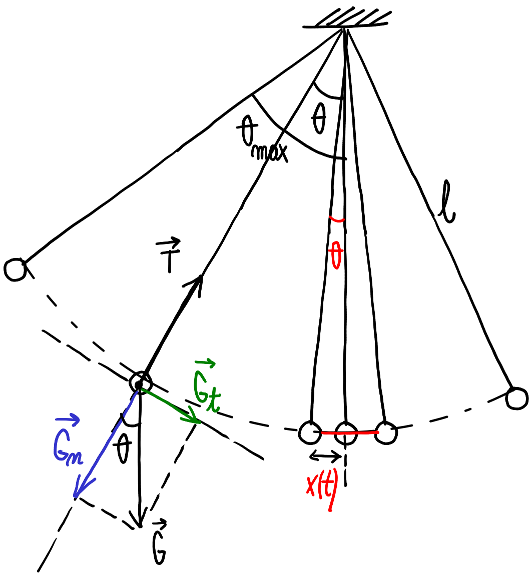
PENDULUL GRAVITAȚIONAL



$G_t = mg\sin\theta$

$G_n = mg\cos\theta$

θ = elongație unghiulară

θ_{max} = amplitudine unghiulară

$\theta < 5^\circ \Rightarrow x$ = elongație liniară

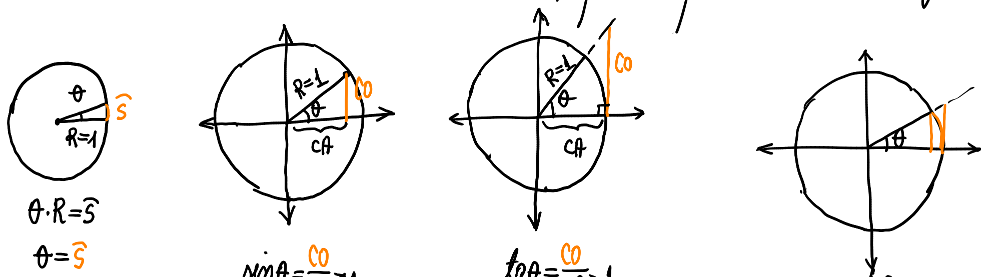
Principiul II: $\vec{G_t} + \cancel{\vec{G_n}} + \cancel{\vec{T}} = m\cdot\vec{a}$

$mg\sin\theta = m\cdot a$

$a = g\sin\theta$

! Obs Forța $G_t = mg\sin\theta$ nu este o forță de revenire elastică de tipul $F = -k\cdot\theta$, unde θ este elongația unghiulară.

În cazul oscilațiilor mici ($\theta < 5^\circ$, $\theta < 0{,}09$ rad) putem aproxima $\sin\theta \approx \theta \approx tg\theta$.



$\theta\cdot R = \hat{s}$

$\theta = \hat{s}$

$\sin\theta = \frac{CO}{\cancel{IP}}$ 1

$\sin\theta = CO$

$tg\theta = \frac{CO}{\cancel{CA}}$ 1

$tg\theta = CO$

$\theta < 5^\circ$

$\theta \simeq \sin\theta \simeq tg\theta$

$\theta\cdot l = x(t)$

$G_t = mg\sin\theta \simeq mg\theta$

$\boxed{G_t \simeq -mg\,\theta(t)}$ Micile oscilații pot fi considerate oscilații armonice

dar $\theta = \frac{x(t)}{l} \Rightarrow$

$$\left.\begin{aligned} G_t &\simeq -\frac{mg}{l}\cdot x(t) \\ G_t &\simeq -k\cdot x(t) \end{aligned}\right\} \Rightarrow k = \frac{mg}{l}$$

Orice oscilator are o frecvență naturală proprie $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$.

Frecvența naturală proprie a pendulului în această aproximare este $\boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}}$

Perioada proprie este $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$ $\boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}}$

! Obs Perioada proprie a pendulului depinde doar de lungimea pendulului și de accelerația gravitațională a Pământului.

Măsurarea accelerației gravitaționale a Pământului g cu ajutorul unui pendul gravitațional

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad \Big| \cdot (\,)^2$$

$$T_0^2 = 4\pi^2 \frac{l}{g}$$

$$\boxed{T_0^2 = \frac{4\pi^2}{g} \cdot l}$$

$$\boxed{y = a \cdot x}$$

grafic $T_0^2(l)$

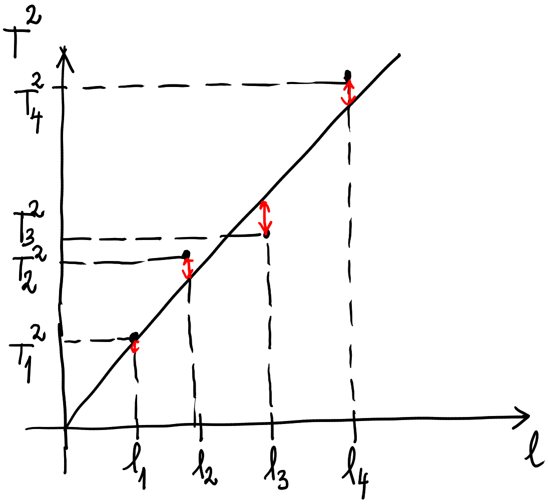
$y(x)$

$l_1, \; T_1 = \frac{\Delta t}{N} \Rightarrow T_1^2$

$l_2, \; T_2 = \frac{\Delta t}{N} \Rightarrow T_2^2$

$l_3, \; T_3 = \frac{\Delta t}{N} \Rightarrow T_3^2$

$l_4, \; T_4 = \frac{\Delta t}{N} \Rightarrow T_4^2$



Erori:
- erori la măsurarea precisă a lungimilor pendulului
- erori la măsurarea cu cronometrul a duratelor perioadelor oscilațiilor pentru fiecare lungime în parte
- erori de aproximații a funcției polyfit care potrivește prin metoda celor mai mici pătrate o dreaptă printre punctele $T^2(l)$
- torsionarea firului în timpul oscilațiilor
- devierea de la planul oscilației în timpul oscilațiilor
- considerarea lungimii firului până în centrul de greutate al corpului, erori de determinare precisă a lungimii pendulului
- frecări cu aerul
- erori din cauza punctului de susținere a pendulului, frecări la oscilații

$l = [l_1 \; l_2 \; l_3 \; l_4]$

$T^2 = [T_1^2 \; T_2^2 \; T_3^2 \; T_4^2]$

$\text{polyfit}(l, T^2, 1)$ — trasează o funcție polinom de gradul 1 adică o dreaptă printre punctele de coordonate (l_i, T_i^2) și returnează coeficienții a și b

$a = 4{,}02$

$b = 0$

$$\boxed{T_0^2 = \frac{4\pi^2}{g} \cdot l}$$

$$\boxed{y = a \cdot x}$$

$$\Rightarrow a = \frac{4\pi^2}{g} \Rightarrow \boxed{g = \frac{4\pi^2}{a}} \qquad g = \frac{4\pi^2}{4{,}02} = 9{,}82$$

$\theta \simeq \sin\theta \simeq \mathrm{tg}\,\theta$ $\quad T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ (aproximație liceu)

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left[\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{(2n)!}{2^{2n}(n!)^2}\right)^2 \sin^{2n}\left(\frac{\theta_0}{2}\right)\right] = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left(1+\frac{1}{16}\theta_0^2+\frac{11}{3072}\theta_0^4+\dots\right)$$ (aproximație facultate...

θ_0 - unghiul inițial