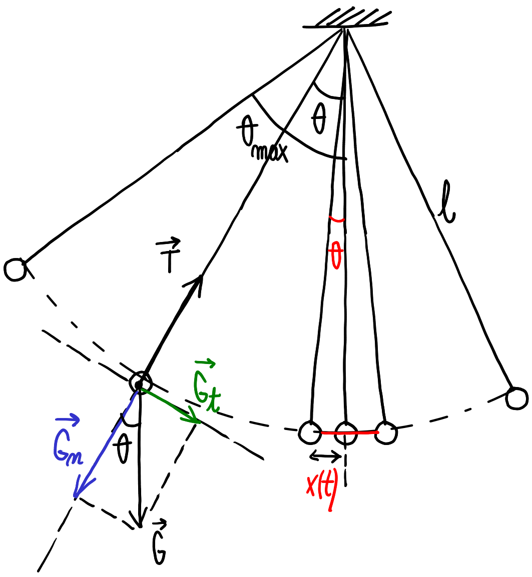
PENDULUL GRAVITAȚIONAL



θ = elongație unghiulară

θ_{max} = amplitudine unghiulară

$\theta<5^\circ \Rightarrow x$ = elongație liniară

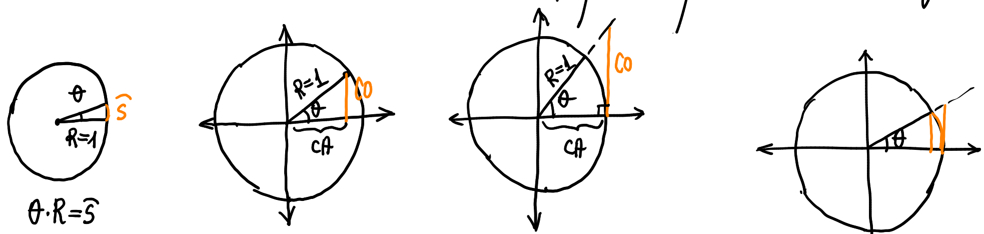
Principiul II: $\vec{G_t}+\cancel{\vec{G_n}}+\cancel{\vec{T}}=m\cdot\vec{a}$

$$mg\sin\theta=m\cdot a$$
$$a=g\sin\theta$$

!Obs Forța $G_t=mg\sin\theta$ nu este o forță de revenire elastică de tipul $F=-k\cdot\theta$, unde θ este elongația unghiulară.

$$G_t=mg\sin\theta$$
$$G_n=mg\cos\theta$$

În cazul oscilațiilor mici $(\theta<5^\circ,\ \theta<0{,}09\ \text{rad})$ putem aproxima $\sin\theta\approx\theta\approx tg\theta$.

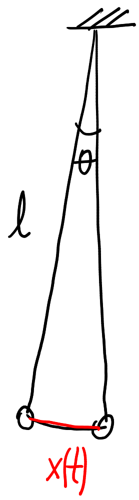


$\theta\cdot R=\hat{s}$, $\theta=\hat{s}$

$\sin\theta=\frac{CO}{\cancel{IP}}$ ($IP\to1$), $\sin\theta=CO$

$tg\theta=\frac{CO}{\cancel{CA}}$ ($CA\to1$), $tg\theta=CO$

$\theta<5^\circ$, $\theta\simeq\sin\theta\simeq tg\theta$



$\theta\cdot l=x(t)$

$$G_t=mg\sin\theta\simeq mg\theta$$

$\boxed{G_t\simeq-mg\,\theta(t)}$ Micile oscilații pot fi considerate oscilații armonice

dar $\theta=\frac{x(t)}{l} \Rightarrow G_t\simeq-\frac{mg}{l}\cdot x(t)$, $G_t\simeq-k\cdot x(t)$ $\Rightarrow k=\frac{mg}{l}$

Orice oscilator are o frecvență naturală proprie $\omega_0=\sqrt{\frac{k}{m}}$.

Frecvența naturală proprie a pendulului în această aproximare este $\boxed{\omega_0=\sqrt{\frac{g}{l}}}$

Perioada proprie este $T_0=\frac{2\pi}{\omega_0}$ $\boxed{T_0=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}}$

!Obs Perioada proprie a pendulului depinde doar de lungimea pendulului și de accelerația gravitațională a Pământului.

Măsurarea accelerației gravitaționale a Pământului g cu ajutorul unui pendul gravitațional

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad \Big|\cdot(\;)^2$$

$$T_0^2 = 4\pi^2\frac{l}{g}$$

$$\boxed{T_0^2 = \frac{4\pi^2}{g}\cdot l}$$

$$\boxed{y = a \cdot x}$$

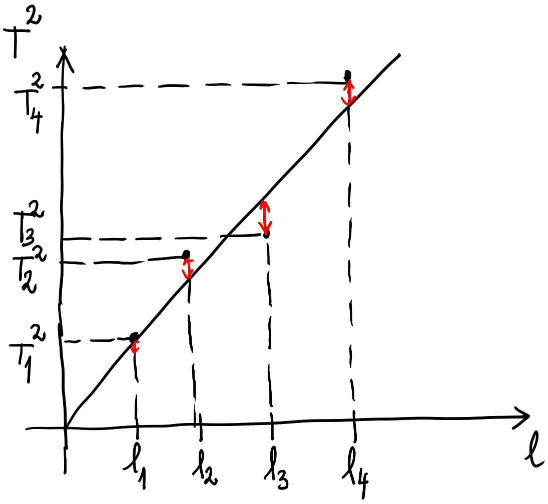
grafic $T_0^2(l)$
$y(x)$

$l_1,\ T_1 = \frac{\Delta t}{N} \Rightarrow T_1^2$

$l_2,\ T_2 = \frac{\Delta t}{N} \Rightarrow T_2^2$

$l_3,\ T_3 = \frac{\Delta t}{N} \Rightarrow T_3^2$

$l_4,\ T_4 = \frac{\Delta t}{N} \Rightarrow T_4^2$



Erori:
- erori la măsurarea precisă a lungimilor pendulului
- erori la măsurarea cu cronometrul a duratelor perioadelor oscilațiilor pentru fiecare lungime în parte
- erori de aproximații a funcției polyfit care potrivește prin metoda celor mai mici pătrate o dreaptă printre punctele $T^2(l)$
- torsionarea firului în timpul oscilațiilor
- devierea de la planul oscilației în timpul oscilațiilor
- considerarea lungimii firului până în centrul de greutate al corpului, erori de determinare precisă a lungimii pendulului
- frecări cu aerul
- erori din cauza punctului de susținere a pendulului, frecări la oscilații

$l = [l_1\ l_2\ l_3\ l_4]$

$T^2 = [T_1^2\ T_2^2\ T_3^2\ T_4^2]$

polyfit$(l, T^2, 1)$ – trasează o funcție polinom de gradul 1 adică o dreaptă printre punctele de coordonate (l_i, T_i^2) și returnează coeficienții a și b

$a = 4{,}02$
$b = 0$

$$\boxed{T_0^2 = \frac{4\pi^2}{g}\cdot l}$$

$$\boxed{y = a \cdot x}$$

$$\Rightarrow a = \frac{4\pi^2}{g} \Rightarrow \boxed{g = \frac{4\pi^2}{a}} \qquad g = \frac{4\pi^2}{4{,}02} = 9{,}82$$

$\theta \simeq \sin\theta \simeq tg\,\theta$ $\boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}}$ (aproximație liceu)

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left[\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{(2n)!}{2^{2n}(n!)^2}\right)^2 \sin^{2n}\left(\frac{\theta_0}{2}\right)\right] = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left(1+\frac{1}{16}\theta_0^2+\frac{11}{3072}\theta_0^4+\ldots\right)}$$ (aproximație facultate...

θ_0 - unghiul inițial