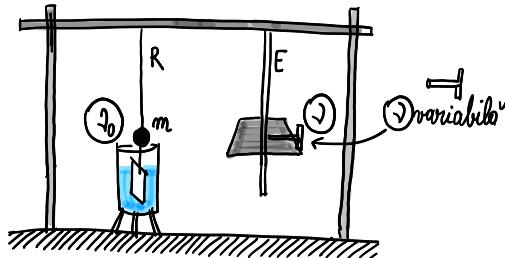


OSCILATORI CUPLAȚI. OSCILAȚII ÎNTREȚINUTE. OSCILAȚII FORȚATE. REZONANȚĂ.

EXPERIMENT 1



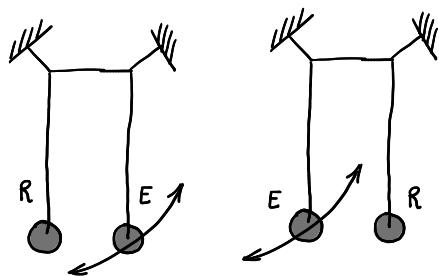
R = rezonator
 E = excitator

Obs: Atunci când $\omega \approx \omega_0 \Rightarrow f = f_{\max}(R)$
 \Rightarrow REZONANȚĂ = transfer maxim de energie de la excitatorul (E) la rezonatorul (R).

Obs 1: Excitorul (E) jund mare și impune frecvența ω rezonatorului (R) \Rightarrow oscilații forțate.
 Excitorul (E) jund mare, mișcarea acestuia este foarte puternic influențată de mișcarea rezonatorului (R).

Obs 2: Singurul caz în care amplitudinea (R) este mai mare este în cazul în care frecvența excitorului (E) este egală cu frecvența naturală proprie a rezonatorului (R).

EXPERIMENT 2



Obs 1: Când excitatorul (E) și rezonatorul (R) au mase comparabile mișcarea excitorului (E) este influențată de mișcarea rezonatorului (R) schimbându-
relelor între ele.

Obs 2: Purând în oscilații pendulul (E) amplitudinea lui (E) va crește constant până se oprește în timp ce amplitudinea lui (R) crește constant până să egleze pe val initială a pendulului E. (E) și (R) nu-ai schimbat relația și continuă să și le schimbe în modul descris.

CONDIȚIA REALIZĂRII STĂRII DE REZONANȚĂ

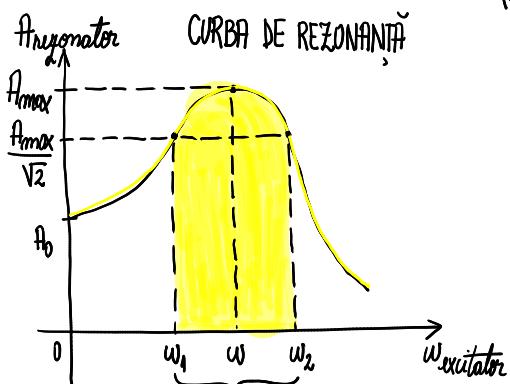
În rezonanță, perioada (frecvența) sistemului excitator (E) trebuie să fie egală cu oportunitate de perioada (frecvența) naturală proprie a sistemului rezonator (R).

$$\Rightarrow \begin{cases} T \approx T_0 \\ \omega \approx \omega_0 \end{cases} \Rightarrow f \rightarrow f_{\max}(R) \Rightarrow \text{Rezonanță!}$$

(E) (R)

Transfer maxim de energie de la (E) la (R)
Amplitudinea rezonatorului devine maximă

Pentru a măsura cantitativ rezonanță se reprezintă curba de rezonanță, adică graficul amplitudinilor rezonatorului (R) în funcție de frecvența impună de excitator (E) $\Rightarrow A(\omega)$



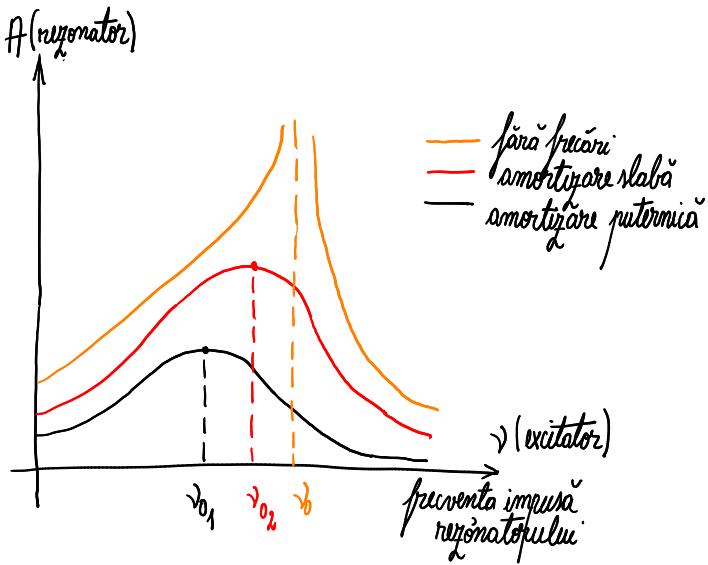
BANDĂ DE TRECERE: $w \in [w_1, w_2]$
 \Rightarrow Amplitudini nemultiplicative: $A \in \left[\frac{A_{\max}}{\sqrt{2}}, A_{\max} \right]$
 \Rightarrow Rezonanță

BANDĂ DE TRECERE: intervalul de pulsări ale excitatorului (E) pentru care amplitudinea rezonatorului (R) este semnificativ $f > f_{\max}/\sqrt{2}$

LĂRGINIME DE BANDĂ: $\Delta w = w_2 - w_1$

FACTOR DE CALITATE: $Q = \frac{\omega_0}{|w_2 - w_1|}$

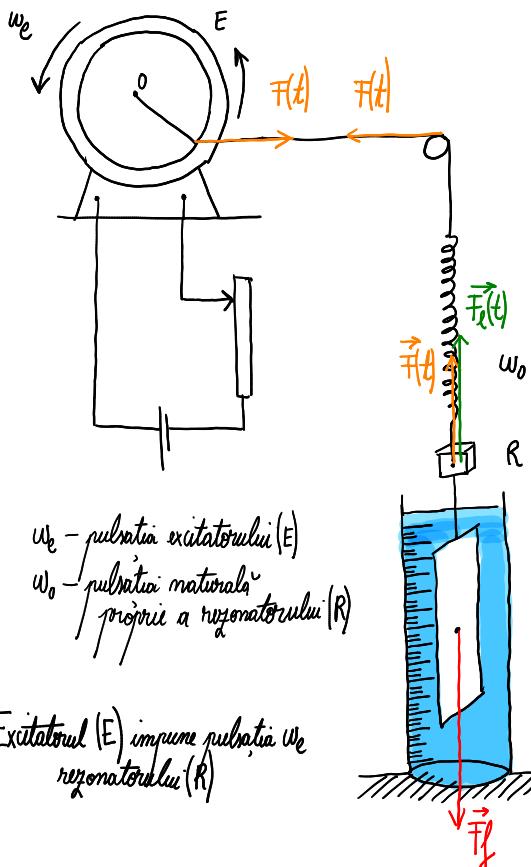
Obs: $\Delta w \downarrow \Rightarrow Q \uparrow$



Acțiunea rezonatorului (R) actionază periodic pe excitațorul (E) prin intermediul unei forțe periodice $F(t) = F_{\max} \sin(\omega t)$.

Obs. La fixare oscilația a excitațorului (E) rezonatorul (R) mai primește o parte de energie din partea forței periodice $F(t)$.

REZONANȚĂ (analiza cantitativă)

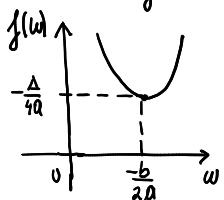


Excitațorul (E) impune pulsătia ω_e rezonatorului (R)

$$\Rightarrow A = \frac{F_{\max}}{\sqrt{(K-m\omega_e^2)^2 + C^2 \omega_e^2}}$$

În numitorul $\Rightarrow f(\omega_e^2) = C^2 \omega_e^2 + (K-m\omega_e^2)^2 = C^2 \omega_e^2 + K^2 - 2km\omega_e^2 + m^2 \omega_e^4$

Notăm $w = \omega_e^2 \Rightarrow f(w) = m^2 w^2 + (C^2 - 2km)w + K^2$



$$\begin{cases} a = m^2 \\ b = C^2 - 2km \\ c = K^2 \end{cases}$$

$f(w)$ prezintă un minimum $\Rightarrow A$ atinge un maxim pentru $w = \frac{-b}{2a} = -\frac{C^2 - 2km}{2m^2} = \frac{2km}{2m^2} - \frac{C^2}{2m^2}$

$$\Rightarrow w = \frac{K}{m} - \frac{C^2}{2m^2} \Rightarrow w_e = w_{\text{rez}}, A = \sqrt{w_e^2 - 2\delta^2}$$

$$w_0 = \sqrt{\frac{K}{m}}; \delta = \frac{C}{2m}$$

$$A = A_{\max} \Leftrightarrow w_e = \sqrt{w_0^2 - 2\delta^2}$$

pulsătia de rezonanță a amplitudinilor

$$\begin{cases} F_e(t) = -K \cdot x \sin(\omega_e t) \\ F_f(t) = -C \cdot v = -C \cdot \dot{x} \cos(\omega_e t) \\ F(t) = F_{\max} \sin(\omega_e t + \varphi_0) \end{cases}$$

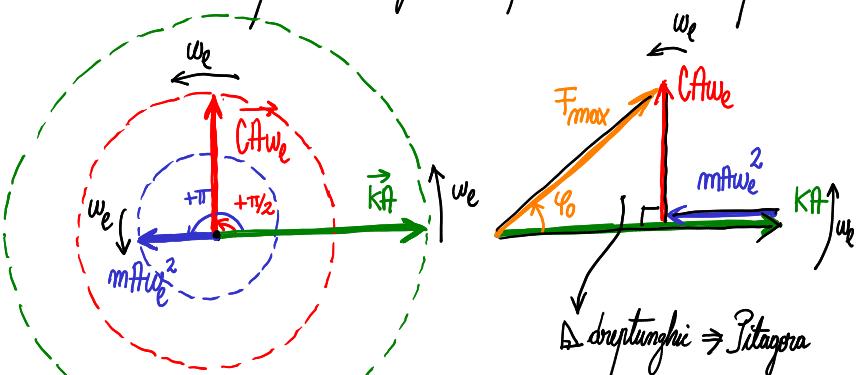
Principiu II: $\vec{F} + \vec{F}_e + \vec{F}_f = m \vec{a}$ (vectorial)

$$F - K \cdot x - C \cdot v = m \cdot a$$

$$\Rightarrow F = Kx + Cv + ma$$

$$F_{\max} \sin(\omega_e t + \varphi_0) = Kx \sin(\omega_e t) + Cv \cos(\omega_e t) + m \cdot a \cdot \omega_e^2 \sin(\omega_e t)$$

Folosim reprezentarea fazorială pentru a studia amplitudinea A .



$$F_{\max}^2 = (C\omega_e \omega_e)^2 + (KA - m\omega_e^2)^2$$

$$F_{\max}^2 = A^2 [C^2 \omega_e^2 + (K - m\omega_e^2)^2]$$

$$\Rightarrow A = \frac{F_{\max}}{\sqrt{(K-m\omega_e^2)^2 + C^2 \omega_e^2}}$$

$$v = v_{max} = Aw_e = \frac{F_{max} w_e}{\sqrt{(K - mu_e^2)^2 + C^2 w_e^2}} = \frac{F_{max}}{\sqrt{\left(\frac{K}{w_e} - mu_e^2\right)^2 + C^2}}$$

Numeratorul este minim pentru $\frac{K}{w_e} - mu_e^2 = 0$ adică pentru $w_e = \sqrt{\frac{K}{m}} = w_0$

$v = v_{max} \Leftrightarrow w_e = w_0$ pulsatia de rezonanta a vitezei

CONCLuzIE :

viteza, forta rezistiva, puterea transforata ating un maxim pentru $w_e = w_0$
amplitudinea, forta elastica ating un maxim pentru $w_e = \sqrt{w_0^2 - 2\delta^2}$

Astfel studiat amplitudinea F , acum studiem defazajul φ_0 dintre excitatot (E) si rezonator (R).

$$F_{max} \sin(w_e t + \varphi_0) = K f \sin(w_e t) + C A w_e \cos(w_e t) + m f w_e^2 \sin(w_e t)$$

$$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$$

$$\Rightarrow F_{max} \sin(w_e t) \cos \varphi_0 + F_{max} \sin \varphi_0 \cdot \cos(w_e t) = C A w_e \cos(w_e t) + [Kf - m f w_e^2] \sin(w_e t)$$

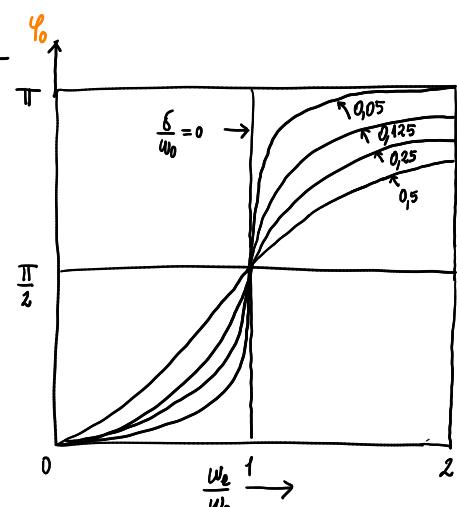
$$\text{d\u00e2m valori} \begin{cases} t=0 \Rightarrow \sin(w_e t)=0 \\ \cos(w_e t)=1 \end{cases} \Rightarrow F_{max} \sin \varphi_0 = C A w_e$$

$$\begin{cases} t=\frac{T}{4} \Rightarrow \sin(w_e t)=1 \\ \cos(w_e t)=0 \end{cases} \Rightarrow F_{max} \cos \varphi_0 = Kf - m f w_e^2$$

$$\therefore \tan \varphi_0 = \frac{C w_e}{K - m u_e^2}$$

$$\Rightarrow \tan \varphi_0 = \frac{\frac{C}{m} w_e}{\frac{K}{m} - u_e^2}$$

$$\delta = \frac{C}{2m}; w_0^2 = \frac{K}{m} \Rightarrow \tan \varphi_0 = \frac{2\delta w_e}{w_0^2 - w_e^2}$$



CONCLuzIE:

Daca pulsatile w_e sunt mai mici, diferența de fază φ_0 este aproape zero. (E) și (R) sunt în fază.

Daca pulsatile w_e sunt mult mai mari decât w_0 , diferența de fază φ_0 este aproape π . (E) și (R) sunt opuse de fază.

Cu răță precădere sunt mai mici, și, în același timp, transitia de la regimul în fază la regimul în opozitie de fază este mai rapidă.

$$\underline{\text{Obs}} \begin{cases} w_e = w_0 \Rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{2} \\ w_e < w_0 \Rightarrow \varphi_0 \rightarrow 0 \quad (\text{E}) \text{ și } (\text{R}) \text{ sunt în fază} \\ w_e > w_0 \Rightarrow \varphi_0 \rightarrow \pi \quad (\text{E}) \text{ și } (\text{R}) \text{ sunt opuse de fază} \end{cases}$$