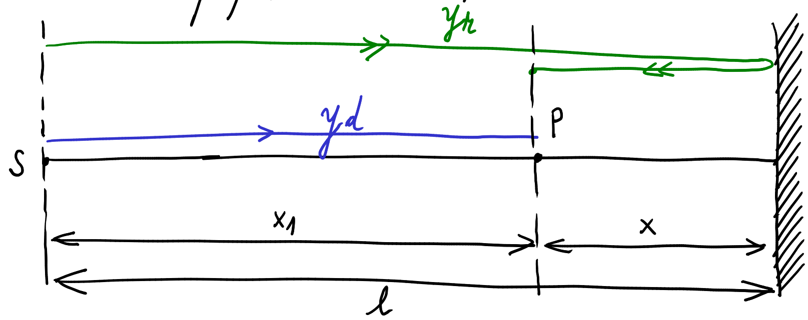
UNDE STAȚIONARE

Unda staționară – unda obținută prin suprapunerea a două unde plane de aceeași frecvență și de aceeași amplitudine care se propagă în sensuri opuse.



Studiem mișcarea punctului P aflat la depărtarea x de perete.

$y_s(t) = A\sin(\omega t)$ ecuația de oscilație a sursei

$y_d(x_1,t) = A\sin\left(\frac{2\pi}{T}\cdot t - \frac{2\pi}{\lambda}x_1\right)$ ecuația undei directe

$y_r(x_2,t) = A\sin\left(\frac{2\pi}{T}\cdot t - \frac{2\pi}{\lambda}\cdot x_2\right)$ ecuația undei reflectate

$x_1 = l - x$

$x_2 = l + x - \frac{\lambda}{2}$

Reflexia se produce cu pierdere de $-\frac{\lambda}{2}$!

$\Delta x = x_2 - x_1 = \left(l + x - \frac{\lambda}{2}\right) - (l - x)$

$\Rightarrow \Delta x = 2x - \frac{\lambda}{2}$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\cdot\Delta x$$

VENTRE

y_d și y_r sunt în fază în P!

$\boxed{\Delta\varphi = 0, 2\pi, 4\pi, 6\pi \dots 2k\pi}$

$2k\cancel{\pi} = \frac{2\cancel{\pi}}{\lambda}\cdot\left(2x_v - \frac{\lambda}{2}\right)$

$(2k)\cdot\frac{\lambda}{2} = 2x_v - \frac{\lambda}{2}$

$(2k+1)\cdot\frac{\lambda}{2} = 2x_v$

$\Rightarrow \boxed{x_v = (2k+1)\frac{\lambda}{4}}$ $k \in \{0, 1, 2, 3, \dots\}$

pozițiile ventrelor

NODURI

y_d și y_r sunt în opoziție de fază în P!

$\boxed{\Delta\varphi = \pi, 3\pi, 5\pi \dots (2k+1)\pi}$

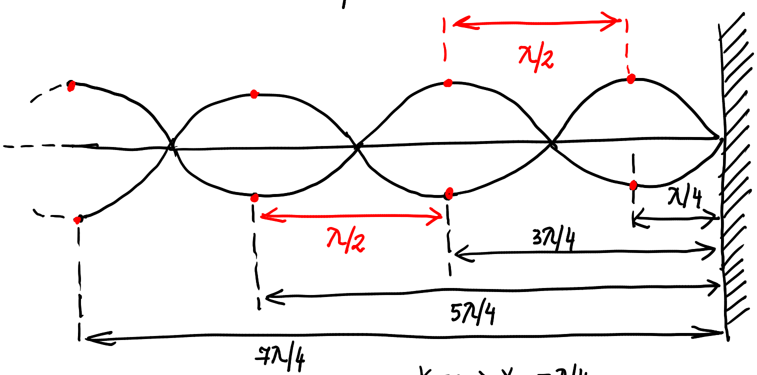
$(2k+1)\cancel{\pi} = \frac{2\cancel{\pi}}{\lambda}\cdot\left(2\cdot x_n - \frac{\lambda}{2}\right)$

$(2k+1)\cdot\frac{\lambda}{2} = 2\cdot x_n - \frac{\lambda}{2}$

$(2k+2)\cdot\frac{\lambda}{2} = 2\cdot x_n$

$\Rightarrow \boxed{x_n = (2k+2)\cdot\frac{\lambda}{4}}$ $k \in \{-1, 0, 1, 2, 3 \dots\}$

pozițiile nodurilor

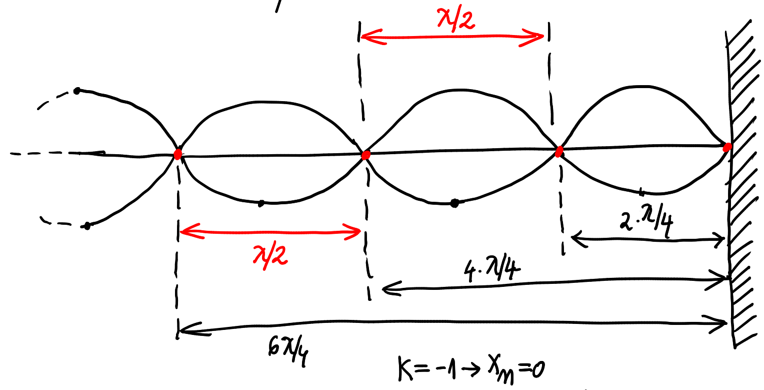


$k=0 \rightarrow x_v = \lambda/4$

$k=1 \rightarrow x_v = 3\lambda/4$

$k=2 \rightarrow x_v = 5\lambda/4$

...



$k=-1 \rightarrow x_n = 0$

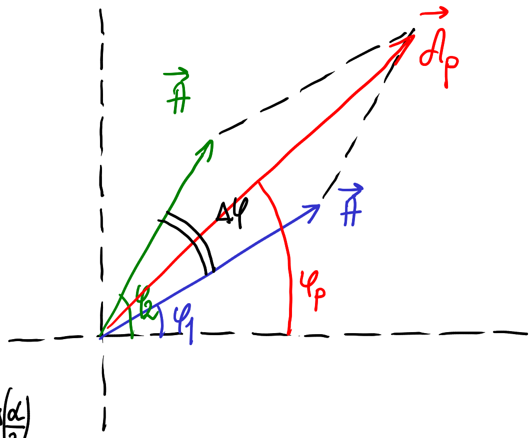
$k=0 \rightarrow x_n = 2\cdot\lambda/4$

$k=1 \rightarrow x_n = 4\cdot\lambda/4$

...

Ecuația undei staționare

$y_p = y_d + y_r$ Principiul superpoziției



A_p

$$A_p = \sqrt{A^2 + A^2 + 2AA\cos\Delta\varphi}$$

$$A_p = A\sqrt{2+2\cos\Delta\varphi}$$

$$A_p = 2A\sqrt{\frac{2+2\cos\Delta\varphi}{4}}$$

$$A_p = 2A\sqrt{\frac{1+\cos\Delta\varphi}{2}} \quad , \text{dar} \quad \sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}} = \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

$$A_p = 2A\cos\frac{\Delta\varphi}{2}$$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\cdot\Delta x = \frac{2\pi}{\lambda}\left(2x-\frac{\lambda}{2}\right)$$

$$A_p = 2A\cos\frac{2\pi}{2\lambda}\left(2x-\frac{\lambda}{2}\right)$$

φ_p

$$\varphi_p = \frac{\varphi_1+\varphi_2}{2} = \frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{2\lambda}(x_1+x_2) \quad , \quad x_1+x_2 = (l-x)+\left(l+x-\frac{\lambda}{2}\right) = 2l-\frac{\lambda}{2}$$

$$\varphi_p = \frac{2\pi}{T}\cdot t - \frac{2\pi}{2\lambda}\cdot\left(2l-\frac{\lambda}{2}\right)$$

$$y(x,t) = A_p \sin(\varphi_p)$$

$$\boxed{y(x,t) = \underbrace{2A\cos\frac{2\pi}{2\lambda}\left(2x-\frac{\lambda}{2}\right)}_{A(x)} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T}\cdot t - \frac{2\pi}{2\lambda}\cdot\left(2l-\frac{\lambda}{2}\right)\right)}$$ ecuația undei staționare

! Obs Amplitudinea unui punct oarecare P nu depinde de timp ci doar de poziția x.

$\Rightarrow$ figură de interferență unidimensională staționară în timp care prezintă ventre (creste) și noduri (văi)