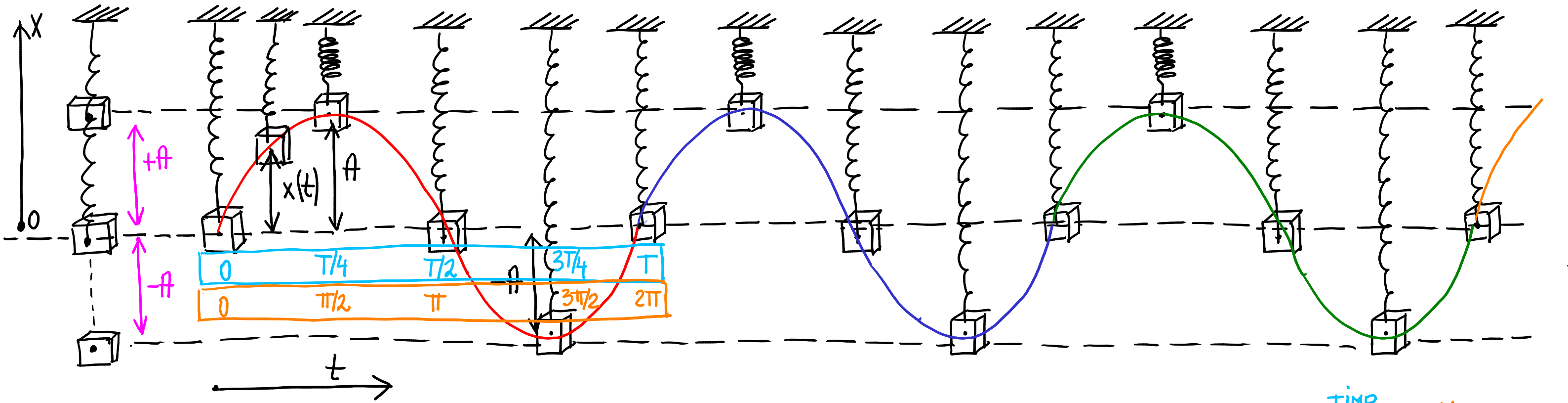
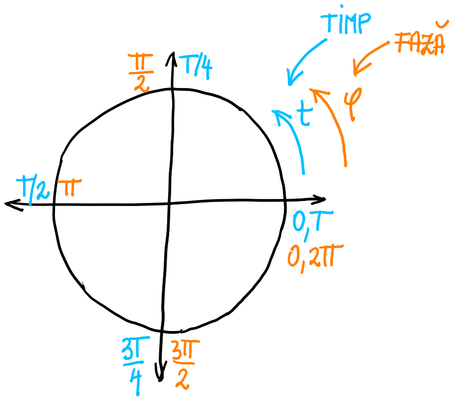
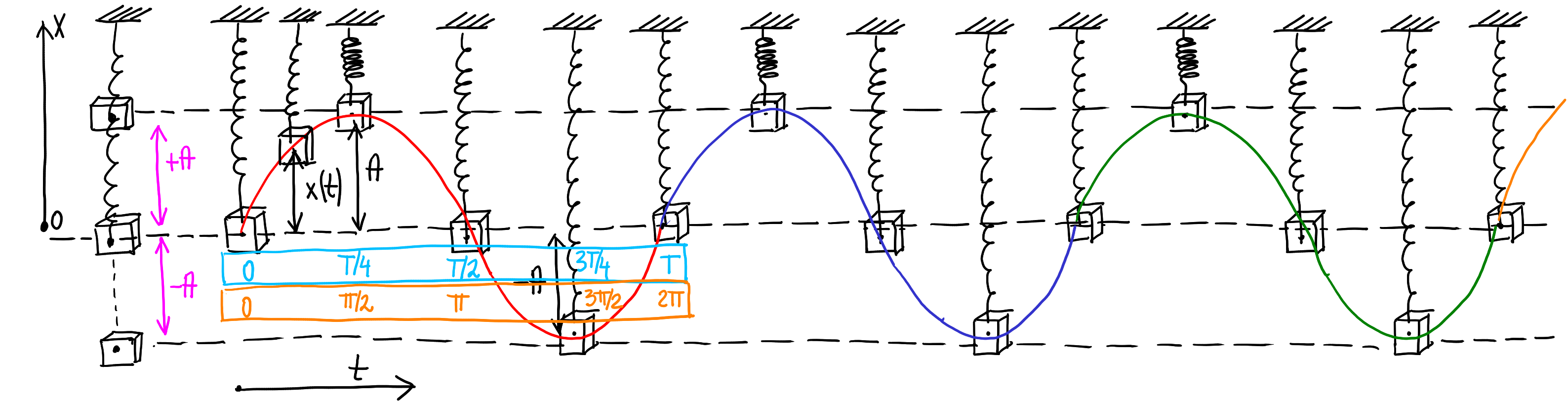
# OSCILATORUL LINIAR ARMONIC FĂRĂ FRECĂRI

Mişcare oscilatorie $\stackrel{def}{=}$ deplasare alternativă efectuată de un corp, de-o parte şi de alta faţă de o poziţie de echilibru

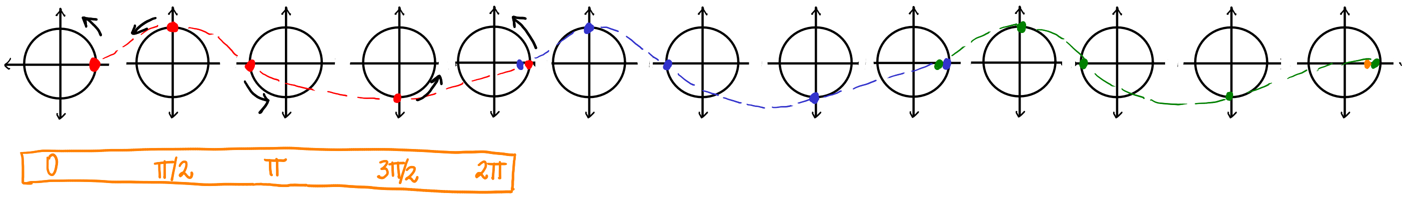



$x(t)$ = elongaţie
$A$ = elongaţie maximă = amplitudine
$T$ = perioada → timpul necesar unei oscilaţii complete
$\nu$ = frecvenţa → numărul de oscilaţii dintr-o secundă
$\varphi$ = fază → unghi pe cerc corespunzător momentului de timp




FAZE PE CERC



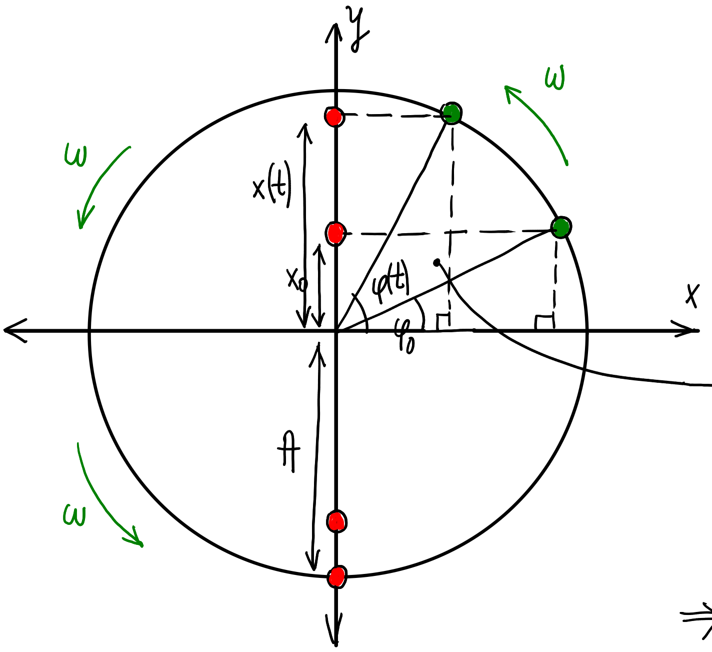

la momentul $t = 0$ corespunde $\varphi = 0$ pe cerc
la momentul $t = T/4$ corespunde $\varphi = \pi/2$ pe cerc
la momentul $t = T/2$ corespunde $\varphi = \pi$ pe cerc
la momentul $t = 3T/4$ corespunde $\varphi = \frac{3\pi}{2}$ pe cerc
la momentul $t = T$ corespunde $\varphi = 2\pi$ pe cerc

! Obs

1 secundă ..... $\nu$ oscilaţii
T secunde ..... 1 oscilaţie

$$\Rightarrow \frac{1}{T} = \frac{\nu}{1} \Rightarrow \boxed{\nu = \frac{1}{T}} \qquad [\nu]_{S.I.} = \frac{1}{s} = Hz$$

# LEGEA MIȘCĂRII $x(t)$ A OSCILATORULUI LINIAR ARMONIC




Considerăm un mobil în mișcare circulară uniformă ($\omega = const$) pe un cerc. Proiectăm mișcarea mobilului de pe cerc pe axa verticală Oy și obținem o mișcare oscilatorie liniară, sus-jos pe axa Oy, față de centrul cercului.

triunghi dreptunghic: $\sin \varphi(t) = \frac{CO}{IP}$

$$\sin \varphi(t) = \frac{x(t)}{A}$$

$$\Rightarrow \underbrace{x(t)}_{MRUV} = A \underbrace{\sin(\varphi(t))}_{MCU}$$ , dar $\varphi(t) = \varphi_0 + \omega t$ din legea mișcării circulare uniforme

$$\Rightarrow \boxed{x(t) = A \sin(\omega t + \varphi_0)}$$ LEGEA MIȘCĂRII OSCILATORULUI LINIAR ARMONIC

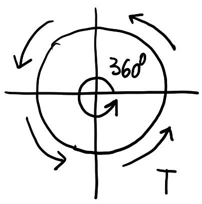
$x(t)$ = elongația
$A$ = amplitudinea
$\omega$ = pulsația (viteza unghiulară)
$\varphi_0$ = faza inițială

A, ω, φ₀ — mărimile caracteristice unei oscilații

**! Obs**

$\omega$ = viteza unghiulară (pulsație pe cerc)
$\nu$ = frecvența (frecvența pe axă)

$$\boxed{\omega = \frac{\Delta\alpha}{\Delta t}} \quad \boxed{\omega = \frac{2\pi}{T}} \Rightarrow \boxed{\omega = 2\pi\nu}$$




**! Obs**

- $A\uparrow \Rightarrow$ mișcarea devine mai amplă
- $\omega\uparrow \Rightarrow$ mișcarea devine mai agitată
- $\varphi_0\uparrow \Rightarrow$ mișcarea este translatată (defazată)

$$x(t) = A \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$\boxed{\varphi_0 = 0}$

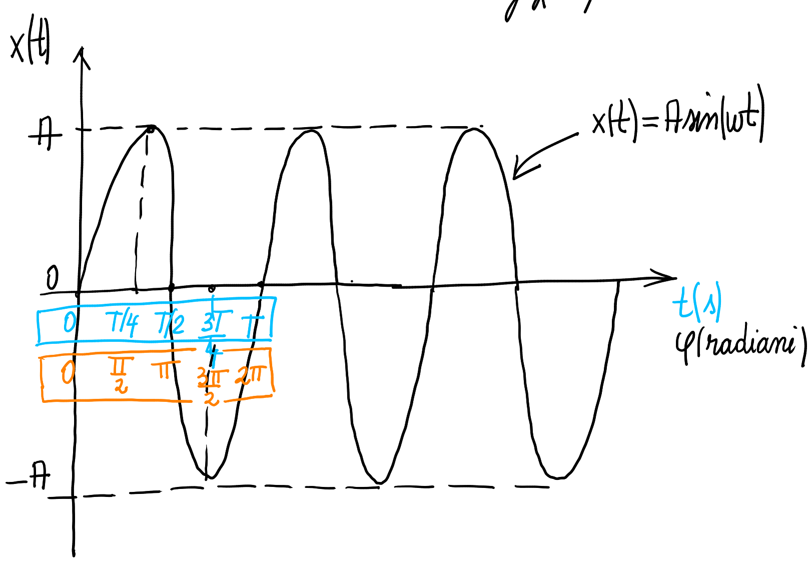
$$x(0) = A \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot 0\right) = 0$$

$$x\left(\frac{T}{4}\right) = A \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{4}\right) = A \cancel{\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)}^{1} = +A$$

$$x\left(\frac{T}{2}\right) = A \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{2}\right) = A \cancel{\sin(\pi)}^{0} = 0$$

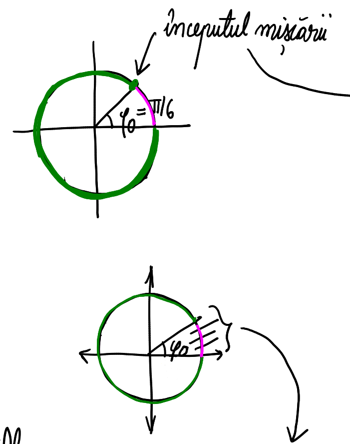
$$x\left(\frac{3T}{4}\right) = A \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot \frac{3T}{4}\right) = A \cancel{\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)}^{-1} = -A$$

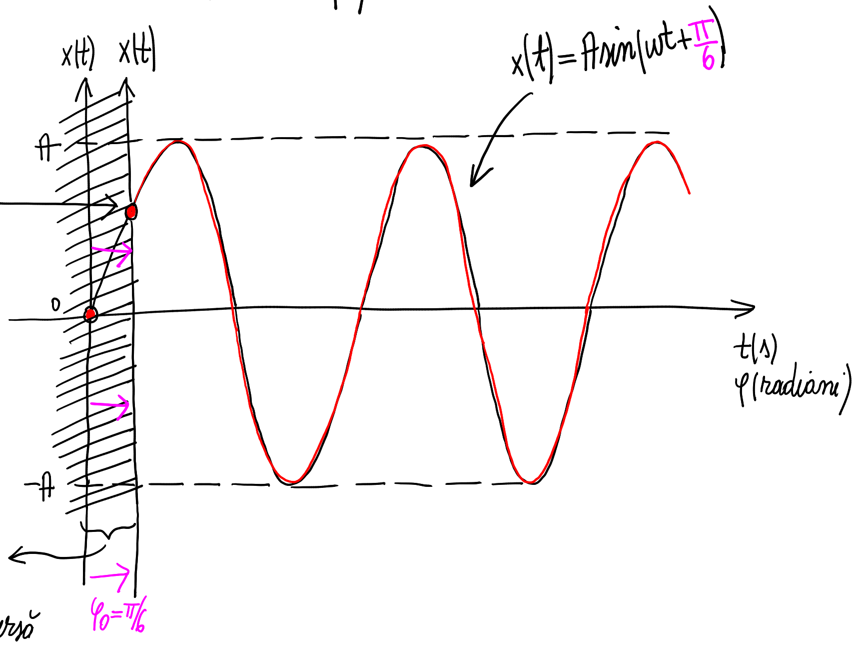
$$x(T) = A \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot T\right) = A \cancel{\sin(2\pi)}^{0} = 0$$



# FAZA INIȚIALĂ ($\varphi_0$)

$\boxed{\varphi_0=\pi/6}$ $x(t)=A\sin(\omega t+\varphi_0)$

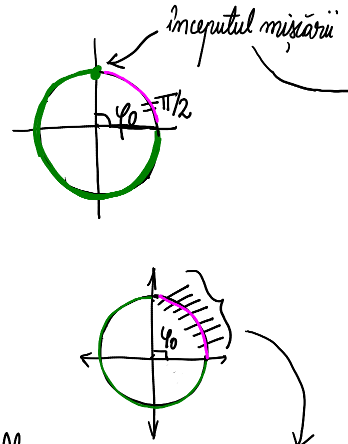


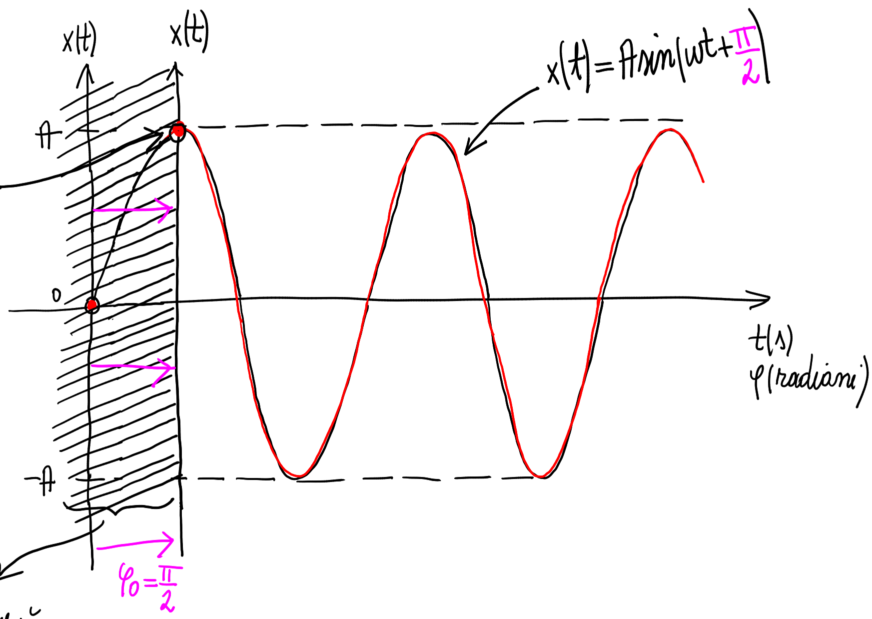




! Obs

Mișcarea de la 0 la $\varphi_0=\pi/6$ este ca și cum ar fi fost parcursă deja!

$\boxed{\varphi_0=\pi/2}$ $x(t)=A\sin(\omega t+\varphi_0)$

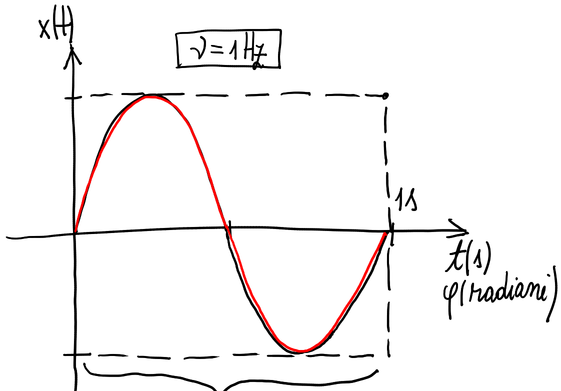


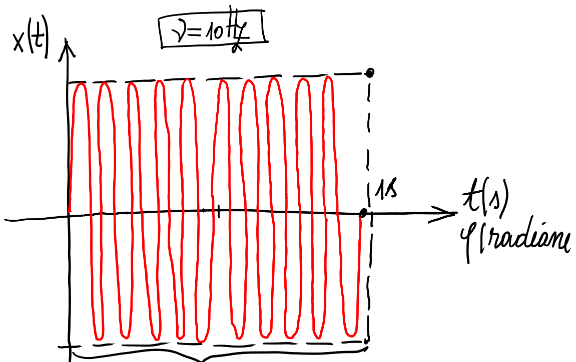

! Obs

Mișcarea de la 0 la $\varphi_0=\pi/2$ este ca și cum ar fi fost parcursă deja!

# FRECVENȚA ($\nu$)



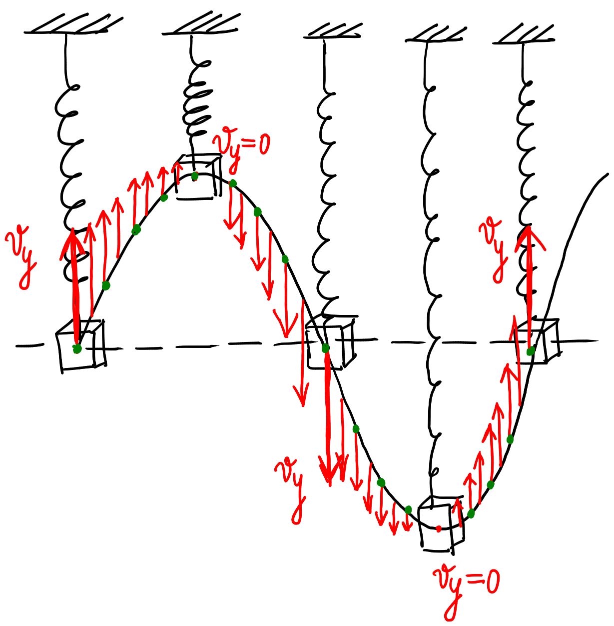

$\boxed{1s,\ 1\ \text{oscilație}} \Rightarrow \nu=1Hz$

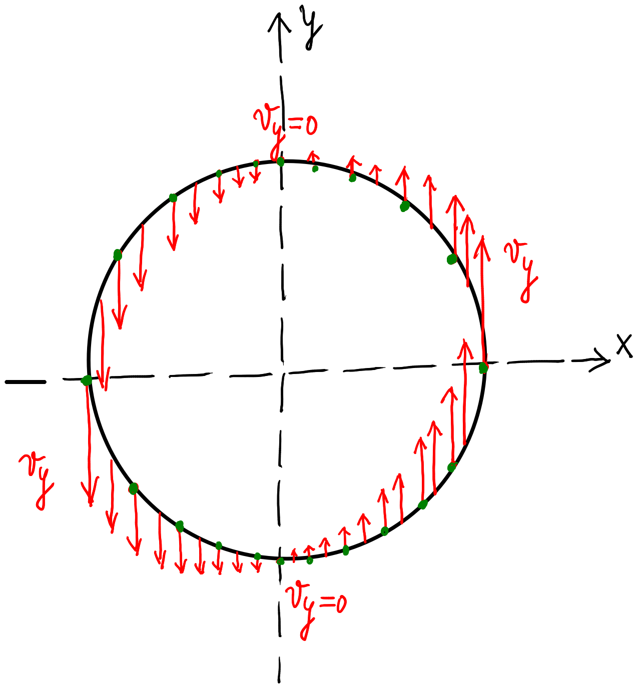


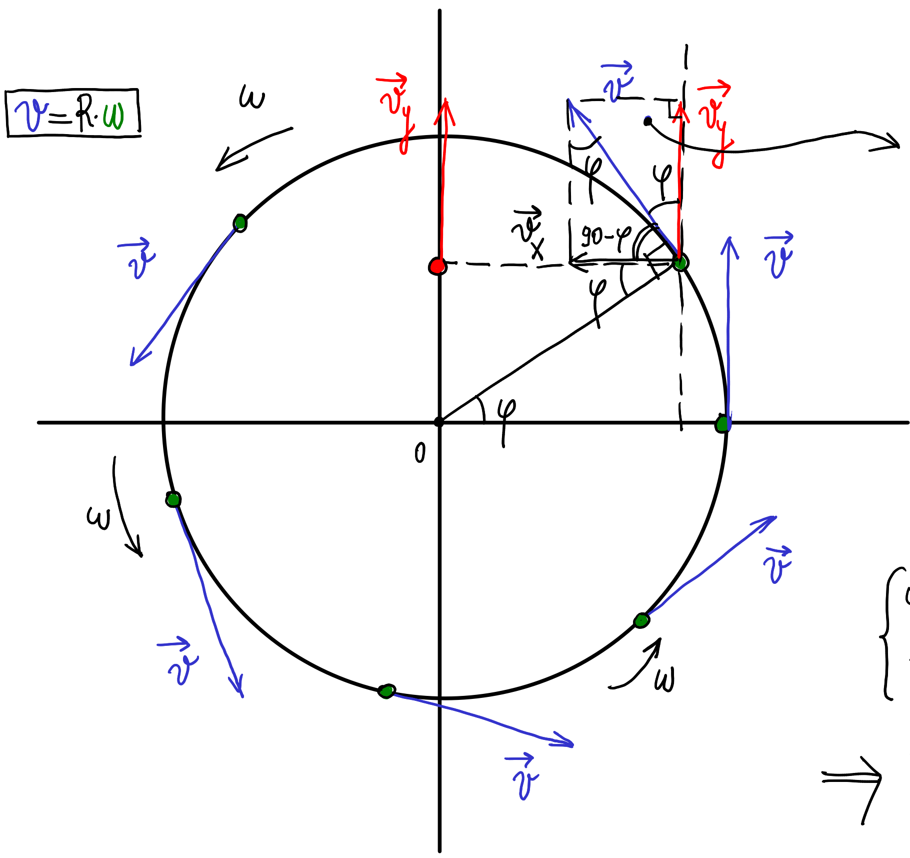

$\boxed{1s,\ 10\ \text{oscilații}} \Rightarrow \nu=10Hz$

$\nu\uparrow \Rightarrow$ oscilația devine mai agitată

# VITEZA $v_y(t)$ OSCILATORULUI LINIAR ARMONIC




$$\cos\varphi = \frac{CA}{IP}$$

$$\cos\varphi(t) = \frac{v_y}{v}$$

$$\boxed{v_y = v\cos(\varphi(t))}$$

Din mișcarea circulară uniformă (M.C.U.) $\Rightarrow$

$$\begin{cases} \varphi(t) = \varphi_0 + \omega t \\ v = R\cdot\omega \text{ și din faptul } R = A \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{v_y = A\omega\cos(\omega t + \varphi_0)}$$

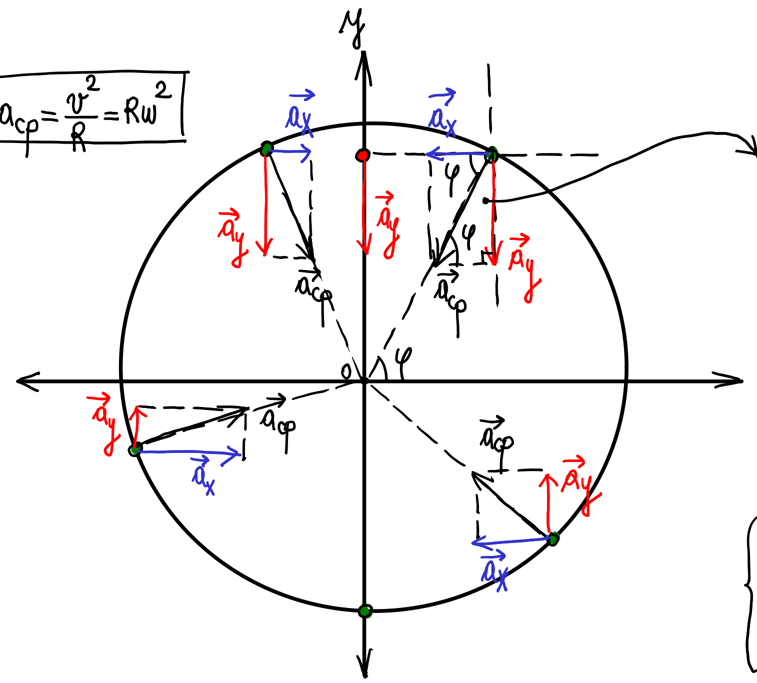
LEGEA VITEZEI OSCILATORULUI
LINIAR ARMONIC

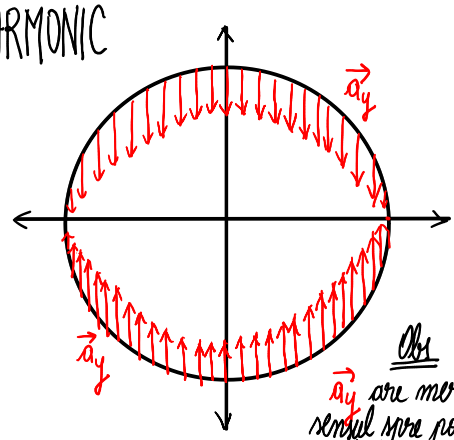
! Obs $\quad v_{y_{max}} = A\omega$

! Obs $\quad \cos\alpha = \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \boxed{v_y(t) = A\omega\sin\left(\omega t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right)}$

# ACCELERAȚIA $a_y(t)$ OSCILATORULUI LINIAR ARMONIC

$$\boxed{a_{cp} = \frac{v^2}{R} = R\omega^2}$$




**Obs** $\vec{a}_y$ are mereu sensul spre poziția de echilibru.

$$\sin\varphi = \frac{CO}{IP}$$

$$\sin\varphi(t) = \frac{-a_y}{a_{cp}}$$

$$\boxed{a_y = -a_{cp}\cdot\sin\varphi(t)}$$

Din mișcarea circulară uniformă (M.C.U.) $\Rightarrow$

$$\begin{cases} \varphi(t) = \varphi_0 + \omega t \\ a_{cp} = R\omega^2 \text{ și din faptul } R = A \end{cases}$$

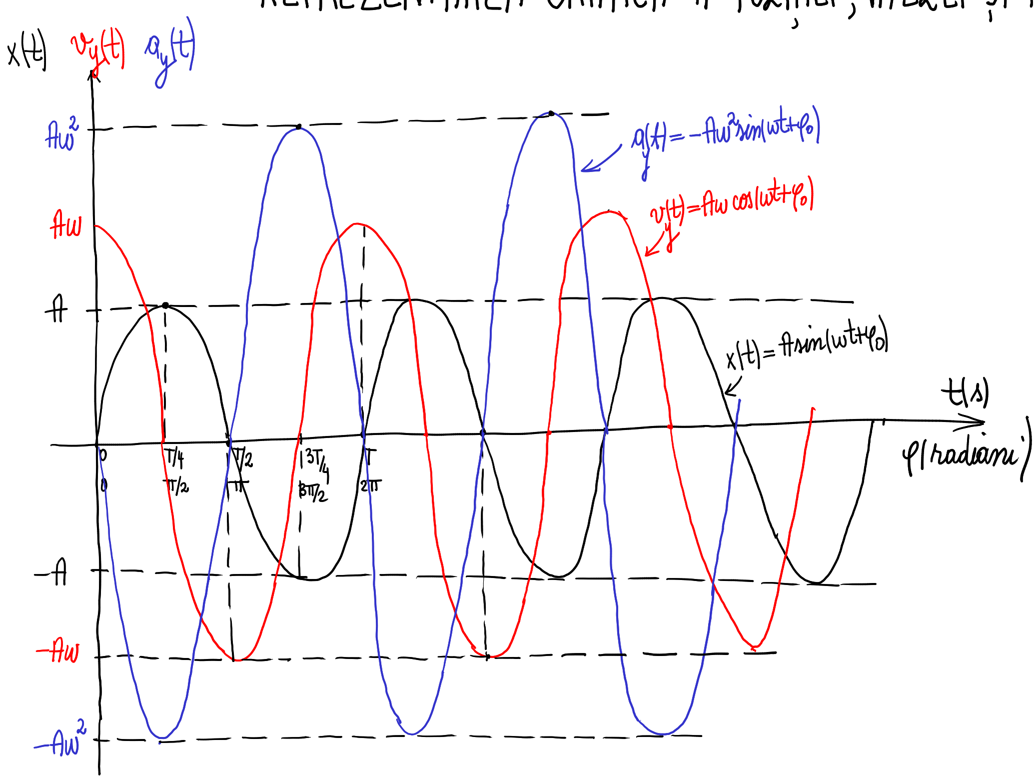
$$\Rightarrow \boxed{a_y = -A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0)}$$

LEGEA ACCELERAȚIEI OSCILATORULUI LINIAR ARMONIC

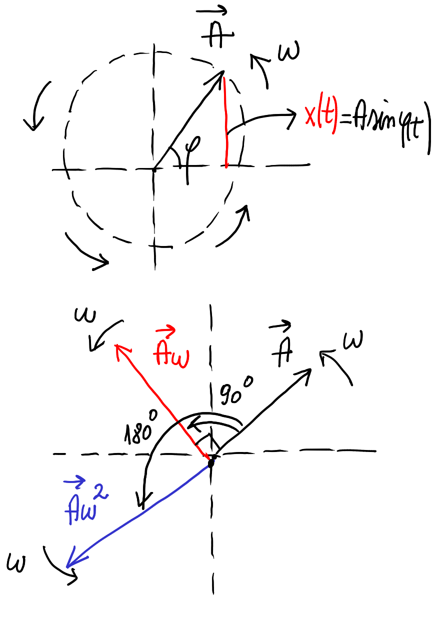
! **Obs** $a_{y\,max} = A\omega^2$

! **Obs** $-\sin\alpha = \sin(\alpha + \pi) \Rightarrow \boxed{a_y(t) = A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0 + \pi)}$

# REPREZENTAREA GRAFICĂ A POZIȚIEI, VITEZEI ȘI ACCELERAȚIEI




REPREZENTARE FAZORIALĂ



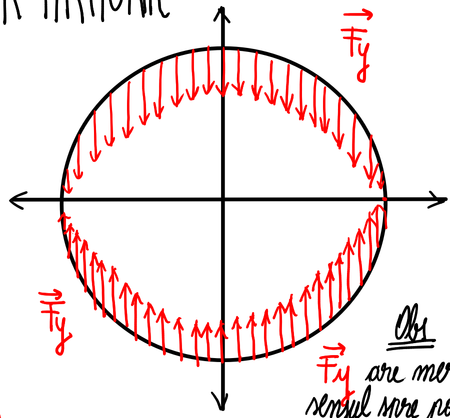

FAZOR = VECTOR ROTITOR

# FORȚA $F_y(t)$ OSCILATORULUI LINIAR ARMONIC

**CINEMATICĂ**

$$F_y(t)=m\cdot a_y(t)$$
$$F_y(t)=-mA\omega^2\sin(\omega t+\varphi_0)$$
$$F_y(t)=-m\omega^2\cdot A\sin(\omega t+\varphi_0)$$
$$F_y(t)=-m\omega^2\cdot x(t)$$

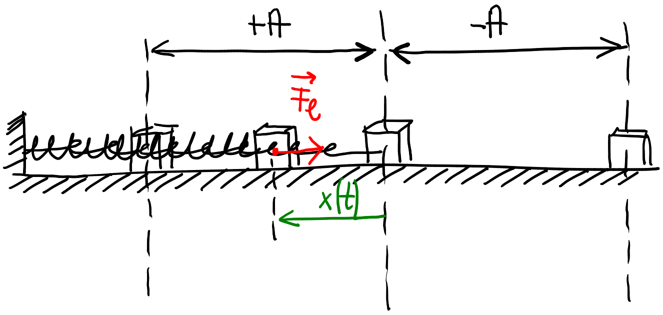
$F_y(t)$ se opune elongației $x(t)$




Obs

$\vec{F_y}$ are mereu sensul spre poziția de echilibru!

**DINAMICĂ**




$\vec{F_e}$ se opune mereu elongației $x(t)$, $\vec{G}$ și $\vec{N}$ se anulează.

$$F_e=-k\cdot\Delta l$$
$$\boxed{F_e=-k\cdot x(t)}$$

$\Rightarrow$ $F_y(t)=-m\omega^2\cdot x(t)$ (cinematic)

$F_e(t)=-k\cdot x(t)$ (dinamic)

$$\boxed{k=m\omega^2}$$
$$\boxed{\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}}$$

$$\omega=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow T=\frac{2\pi}{\omega}\Rightarrow\boxed{T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}$$

În cazul general, rezultanta forțelor $F_y(t)$ într-o mișcare oscilatorie mereu se opune existenței unei elongații $x(t)$, încercând să readucă mobilul în poziția de echilibru.

$$\boxed{F_y(t)=-k\cdot x(t)}$$

$F_y(t)$ = forță de revenire

$k$ = constantă

$x(t)$ = elongație

CRITERIU DE CLASIFICARE A UNEI MIȘCĂRI DREPT MIȘCARE OSCILATORIE LINIARĂ DIN PUNCT DE VEDERE DINAMIC

!!! Obs

Perioada oscilatorului depinde doar de constanta elastică ($k$) a arcului și de masa ($m$) legată de arc.

Perioada și frecvența oscilatorului nu se schimbă dacă lovim inițial mai puternic oscilatorul!

Perioada și frecvența oscilatorului depind doar de natura cum a fost fabricat oscilatorul ($k$, $m$)!

Numim $\boxed{\omega_0=\sqrt{\frac{k}{m}}}$ frecvența proprie sau frecvența naturală proprie a oscilatorului liniar armonic.

Orice corp care oscilează are o frecvență naturală proprie ($\nu_0$) de oscilații care depinde doar de natura oscilatorului.