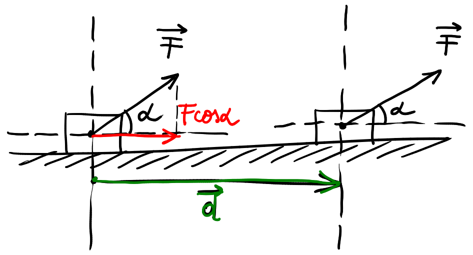
LUCRUL MECANIC

Forțele lucrează!

Lucrul mecanic al forței de tracțiune (L_F)



clasa a VII-a: $\boxed{L = F\cdot d}$

clasa a IX-a: $L = (F\cos\alpha)\cdot d$

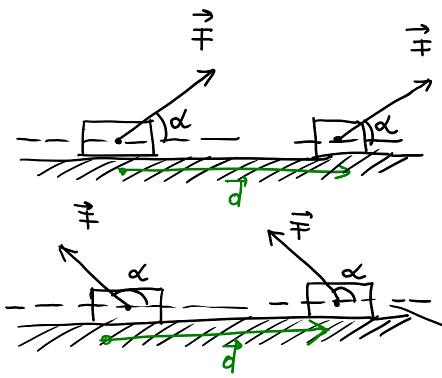
$\boxed{L = \vec{F}\cdot\vec{d}}$

regula produsului scalar

$\vec{a}\cdot\vec{b} = a\cdot b\cdot\cos\alpha$

Obs. Doar componenta $F\cos\alpha$ din forța F lucrează efectiv la deplasarea corpului de-a lungul lui $\vec{d}$.

$$\boxed{L = F\cdot d\cdot\cos\alpha}$$



CONVENȚIA DE SEMN:

$\cos 0 = 1$

$\cos 90 = 0$

$\cos 180 = -1$

$\boxed{L_F = F\cdot d\cdot\cos\alpha}$

$\alpha \in (0,90) \Rightarrow \cos\alpha > 0 \Rightarrow \boxed{L_F > 0}$ lucru motor

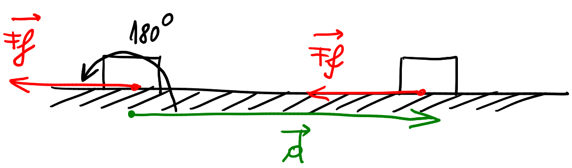
$\vec{F}$ ajută la deplasarea $\vec{d}$

$\boxed{L_F = F\cdot d\cdot\cos\alpha}$

$\alpha \in (90,180) \Rightarrow \cos\alpha < 0 \Rightarrow \boxed{L_F < 0}$ lucru rezistiv

$\vec{F}$ se opune la deplasarea $\vec{d}$

Lucrul mecanic al forței de frecare (L_{Ff})

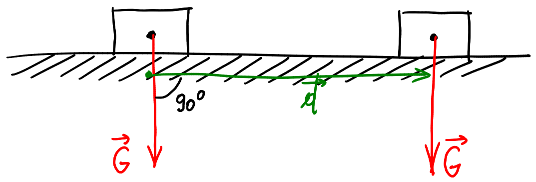


$$L_{Ff} = \vec{F_f}\cdot\vec{d} = F_f\cdot d\cdot\underbrace{\cos 180}_{-1} = -F_f\cdot d$$

$\boxed{L_{Ff} < 0}$

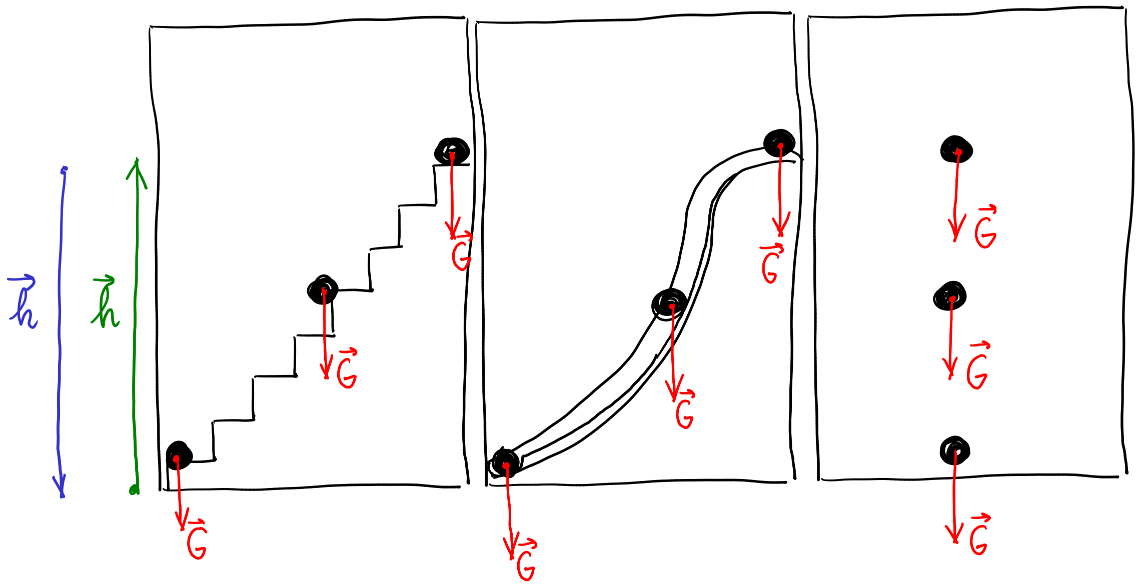
lucru mecanic rezistiv

Lucrul mecanic al forței de greutate (L_G)



$$L_G = \vec{G}\cdot\vec{d} = G\cdot d\cdot \overset{0}{\cancel{\cos 90}} = 0\,J$$

$$L_N = \vec{N}\cdot\vec{d} = N\cdot d\cdot \overset{0}{\cancel{\cos 90}} = 0\,J$$



la urcarea greutății:

$$L_G = \vec{G}\cdot\vec{h} = G\cdot h\cdot \overset{-1}{\cancel{\cos 180}} = -mgh$$

$\boxed{L_G<0}$ lucru mecanic rezistiv

$\vec{G}$ se opune la urcarea pe distanța $\vec{h}$

la coborârea greutății:

$$L_G = \vec{G}\cdot\vec{h} = G\cdot h\cdot \overset{1}{\cancel{\cos 0}} = +mgh$$

$\boxed{L_G>0}$ lucru mecanic motor

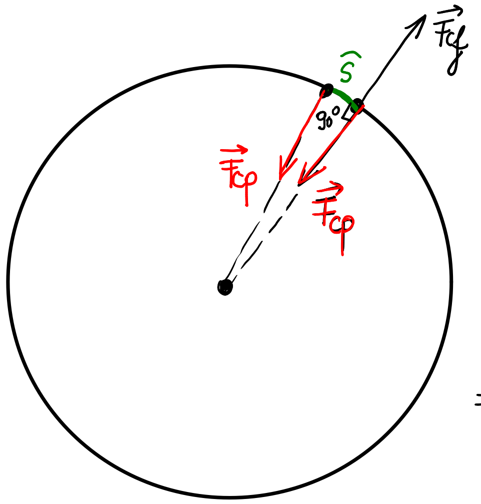
$\vec{G}$ ajută la coborârea pe distanța $\vec{h}$

Obs!

L_G nu depinde de forma drumului pe care s-a efectuat lucrul $\Longrightarrow$ $\vec{G}$ este o forță conservativă

L_{Ff} depinde de forma drumului pe care s-a efectuat lucrul $\Longrightarrow$ $\vec{F_f}$ este o forță neconservativă

Lucrul forței centripete ($L_{F_{cp}}$). Lucrul forței centrifuge ($L_{F_{cf}}$)

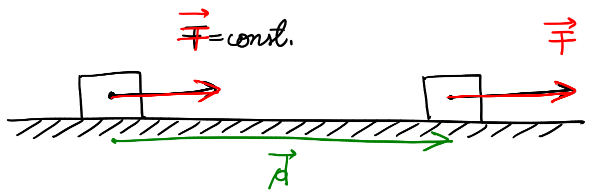


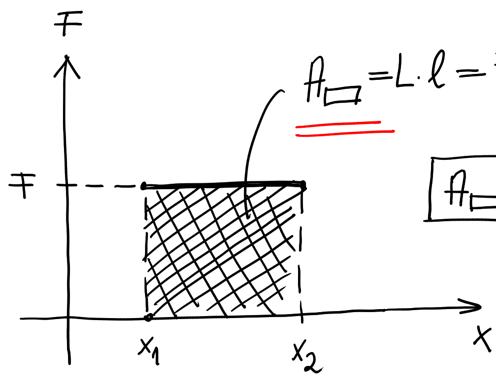
$$L_{F_{cp}} = \vec{F}_{cp}\cdot\vec{s}$$
$$= F_{cp}\cdot s\cdot \cancel{\cos 90}^{\,0}$$
$$= 0\,J$$

$$L_{F_{cf}} = 0\,J$$

Obs În mișcări circulare forța centripetă și forța centrifugă nu efectuează lucru mecanic.

Aria de sub graficul funcției F(x)



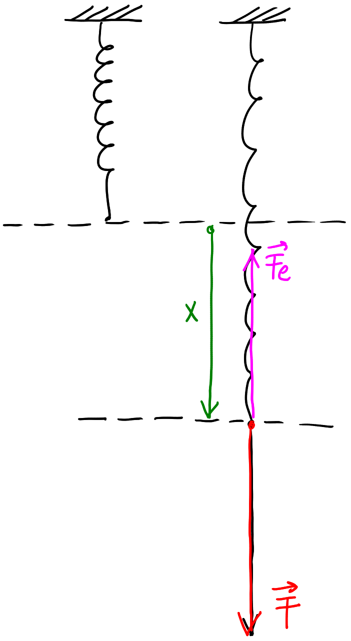


$$A_{\square} = L\cdot l = F\cdot d = L$$

$$\boxed{A_{\square} = L}$$

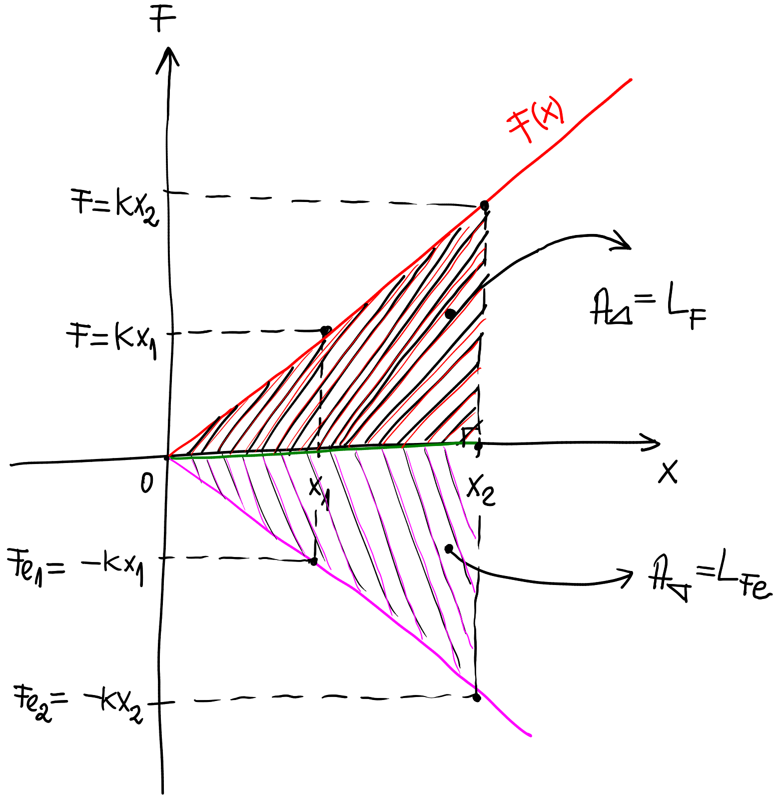
Obs Aria de sub graficul forței în funcție de poziție are semnificație de lucru mecanic.

Lucrul mecanic al forței elastice (L_{Fe})



$|\vec{F}| = |\vec{F_e}| = k\cdot x$

$F(x) = k\cdot x$
$y(x) = a\cdot x + b$



- Tragem uniform de capătul inferior al resortului.

  Forța F crește liniar.

$$A_\triangle = \frac{c_1\cdot c_2}{2} = \frac{\Delta l\cdot(k\cdot\Delta l)}{2} = \frac{k\cdot\Delta l^2}{2} \Rightarrow \boxed{L_F = \frac{k\Delta l^2}{2}}$$

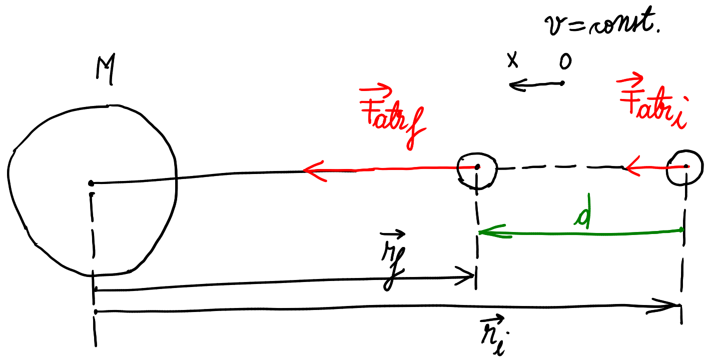
Pentru întinderea resortului (comprimarea) pe distanța x forța F lucrează: $\boxed{L_F = \frac{k\cdot x^2}{2}}$ $L_F > 0$ lucru motor

Pentru întinderea resortului (comprimarea) pe distanța x forța F_e se opune cu: $\boxed{L_{Fe} = -\frac{k\cdot x^2}{2}}$ $L_{Fe} < 0$ lucru rezistiv

Obs1 La sfârșitul procesului, lucrul mecanic motor (L_F) se regăsește stocat în resort sub formă de energie potențială de deformare. (E_{pd})

Obs2 Ulterior această energie are potențial de a se converti înapoi în lucru mecanic.

Lucrul mecanic al forței de atracție universală ($L_{F_{atr}}$)



$$F_{atr_i} = k \cdot \frac{M \cdot m}{r_i^2}$$

$$F_{atr_f} = k \cdot \frac{M \cdot m}{r_f^2}$$

F_{atr} – variabilă $\Rightarrow$ $\overline{F}_{atr} = \sqrt{F_{atr_i} \cdot F_{atr_f}}$

$$\overline{F}_{atr} = \sqrt{\left(k \cdot \frac{M \cdot m}{r_i^2}\right) \cdot \left(k \cdot \frac{M \cdot m}{r_f^2}\right)}$$

$$\overline{F}_{atr} = k \cdot \frac{M \cdot m}{r_i \cdot r_f}$$

$$L_{F_{atr}} = \overline{F}_{atr} \cdot d = \overrightarrow{\left(k \cdot \frac{Mm}{r_i \cdot r_f}\right)} \cdot (\vec{r_f} - \vec{r_i}) = \frac{kMm}{r_i \cdot r_f} \cdot r_f \cdot \underbrace{\cos 180^\circ}_{-1} - \frac{kMm}{r_i \cdot r_f} \cdot r_i \cdot \underbrace{\cos 180^\circ}_{-1}$$

$$\Rightarrow \boxed{L_{F_{atr}} = k \cdot Mm \left(\frac{1}{r_f} - \frac{1}{r_i}\right)}$$

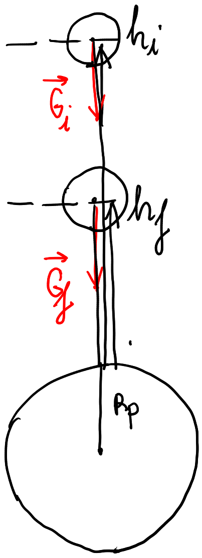
! **Obs** $L_{F_{atr}}$ – nu depinde de forma drumului dintre punctele (i) și (f)

F_{atr} – este o forță conservativă

Lucrul mecanic al forței de atracție universale $(L_{F_{atr}})$

CAZ PARTICULAR

Lucrul greutății



$$\frac{1}{r_f}-\frac{1}{r_i}=\frac{1}{R_p+h_f}-\frac{1}{R_p+h_i}$$

$$=\frac{1}{R_p\left(1+\frac{h_f}{R_p}\right)}-\frac{1}{R_p\left(1+\frac{h_i}{R_p}\right)}$$

din matematică: $\frac{1}{1+x}\simeq 1-x$, pentru $|x|\ll 1$

serie binomială: $(1+x)^{-1}=1-x+x^2-x^3+x^4-\dots$

$$\Rightarrow \frac{1-\frac{h_f}{R_p}}{R_p}-\frac{1-\frac{h_i}{R_p}}{R_p}=\frac{1}{R_p}\left[\left(1-\frac{h_f}{R_p}\right)-\left(1-\frac{h_i}{R_p}\right)\right]=\frac{1}{R_p}\left(\frac{h_i-h_f}{R_p}\right)$$

$$\frac{1}{r_f}-\frac{1}{r_i}=\frac{1}{R_p^2}(h_i-h_f)$$

$$L_{F_{atr}}=K\cdot M\cdot m\cdot\left(\frac{1}{r_f}-\frac{1}{r_i}\right)=\frac{K\cdot M\cdot m}{R_p^2}(h_i-h_f),\quad \text{dar } g=\frac{K\cdot M}{R_p^2}$$

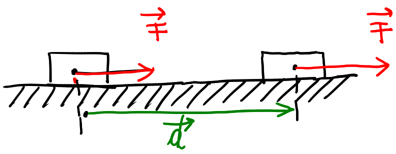
$$=mg(h_i-h_f)$$

$$=-mg(h_f-h_i)$$

$$L_{F_{atr}}=L_G=-mg(h_f-h_i)$$

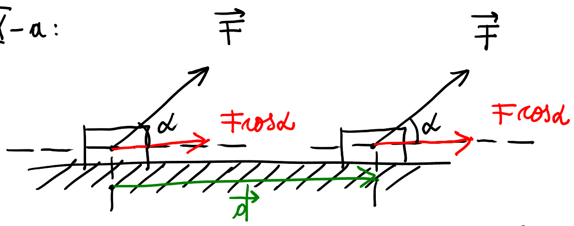
$$=mg(h_i-h_f)$$

clasa a VI-a :



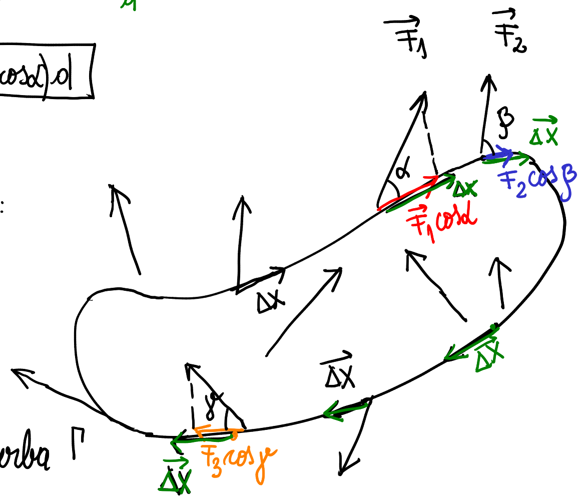
$\boxed{L = F \cdot d}$

clasa a IX-a :



$\boxed{L = (F\cos\alpha)\, d}$

facultate anul I :



$L = \vec F(x) \cdot \vec{\Delta x}$

$L_1 = (F_1 \cos\alpha) \cdot \Delta x$

$L_2 = (F_2 \cos\beta) \cdot \Delta x$

...

$L_n = (F_3 \cos\gamma) \cdot \Delta x$

$L = L_1 + L_2 + L_3 + \dots + L_n$

$L = \sum_{i=1}^{n} L_i = \boxed{\sum_{i=1}^{n} \vec F_i(x) \cdot \vec{\Delta x}}$

$\Delta x \to 0$, intervale fine

$\Delta \to d$

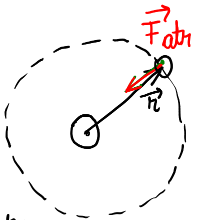
$\Sigma \to \int$

$\boxed{L = \int_\Gamma \vec F(x)\, \vec{dx}}$

Γ, γ - gamma   curba Γ

$\boxed{L = \int_\Gamma \vec F(x)\, \vec{dx}}$

$F_{atr} = -K\frac{Mm}{r^2}$



! **Obs**

$L_{Fatr} = \int_{r_i}^{r_f} -\frac{K \cdot M \cdot m}{r^2}\, dr$

$= KMm \int_{r_i}^{r_f} \frac{1}{r^2}\, dr$

$\int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x}$

$= KMm \left(\frac{1}{r}\right)\Big|_{r_i}^{r_f}$

$= KMm \left(\frac{1}{r_f} - \frac{1}{r_i}\right)$

Formula generală a lucrului mecanic

$$\boxed{L = \int_\Gamma \vec F(x)\, \vec{dx}}$$

PUTEREA MECANICĂ

$$\boxed{P = \frac{L}{\Delta t}} \qquad [P]_{S.I.} = \frac{1J}{1s} = 1W \text{ (Watt)}$$

$P =$ puterea mecanică medie
$L =$ lucrul mecanic
$\Delta t =$ timpul

MĂRIME DE PROCES

Puterea mecanică medie este o mărime fizică care ține cont de întregul proces în care s-a pornit de la o stare inițială și s-a ajuns într-o stare finală.

Puterea mecanică instantanee este o mărime fizica care poate fi calculată într-o anumită stare din cadrul procesului.

MĂRIME DE STARE

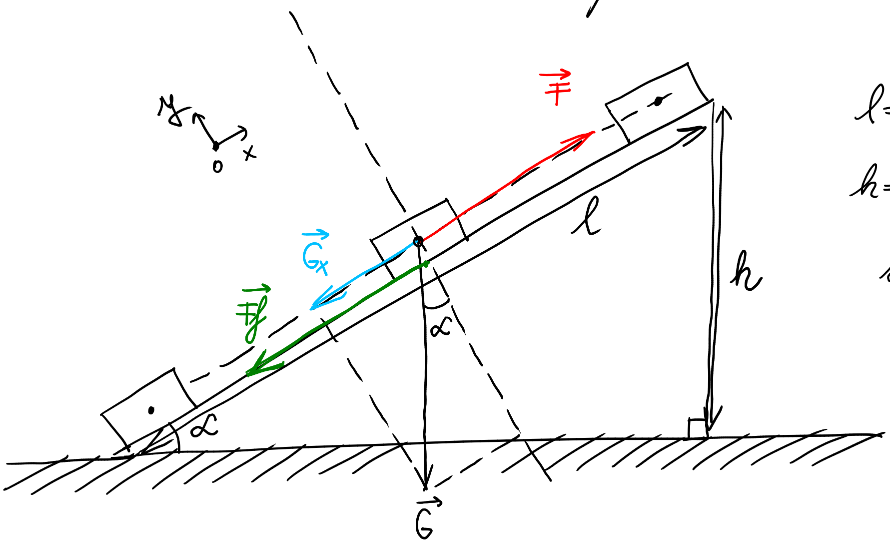
$$P = \frac{L}{\Delta t} = \frac{\vec{F} \cdot \vec{d}}{\Delta t} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

$\boxed{P = \vec{F} \cdot \vec{v}}$ $P =$ Puterea mecanică instantanee $\rightarrow$ $\begin{cases} F - \text{forța instantanee} \\ v - \text{viteza instantanee} \end{cases}$

$\boxed{P_m = \vec{F}_m \cdot \vec{v}_m}$ $P_m =$ Puterea mecanică medie $\rightarrow$ $\begin{cases} F_m - \text{forța medie} \\ v_m - \text{viteza medie} \end{cases}$

RANDAMENTUL MECANIC

Urcarea uniformă a unei greutăți pe planul înclinat



l = lungimea planului înclinat

h = înălțimea planului înclinat

$\sin\alpha = \frac{h}{l}$

$$\begin{cases} G_x = mg\sin\alpha \\ G_y = mg\cos\alpha \end{cases}$$

Principiul II: $\boxed{F - G_x - F_f = 0} \quad |\cdot l$

$$F\cdot l - G_x\cdot l - F_f\cdot l = 0$$

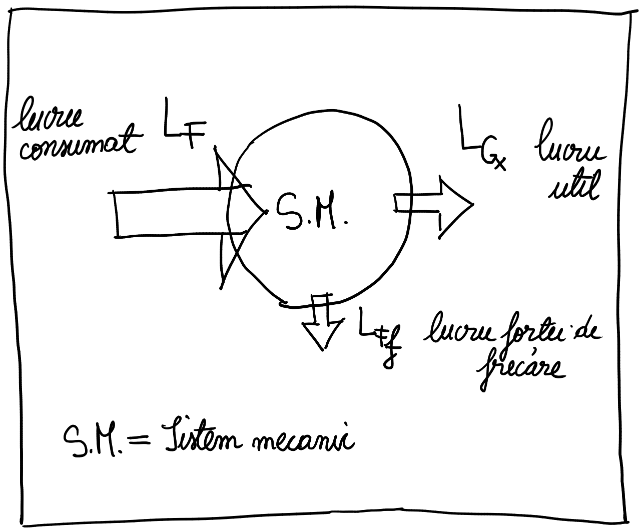
Cele trei forțe de pe direcția Ox de-a lungul planului lucrează pe toată lungimea planului înclinat (l).

$$\Rightarrow \quad \boxed{L_F - L_{G_x} - L_{F_f} = 0}$$

$L_F = \vec{F}\cdot\vec{l} = F\cdot l\cdot \overset{1}{\cancel{\cos 0}} = F\cdot l \qquad L_F > 0$ lucru motor

$L_{G_x} = \vec{G_x}\cdot\vec{l} = G_x\cdot l\cdot \overset{-1}{\cancel{\cos 180}} = -G_x\cdot l \qquad L_{G_x} < 0$ lucru rezistiv

$L_{F_f} = \vec{F_f}\cdot\vec{l} = F_f\cdot l\cdot \overset{-1}{\cancel{\cos 180}} = -F_f\cdot l \qquad L_{F_f} < 0$ lucru rezistiv



η, H – eta

η = randamentul mecanic

$$\boxed{\eta = \frac{|L_{util}|}{L_{consumat}}}$$

$$\eta = \frac{|L_{G_x}|}{L_F} = \frac{G_x\cdot l}{F\cdot l} = \frac{G_x}{F}$$

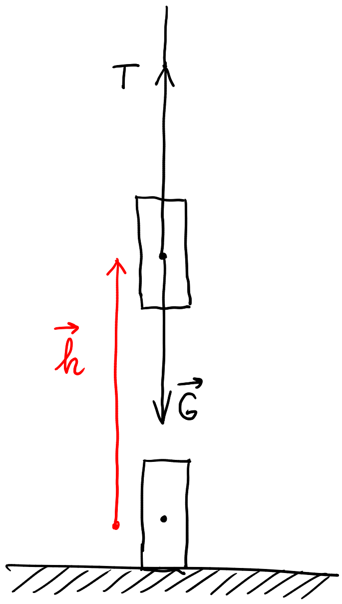
PrII: $F - G_x - F_f = 0 \Rightarrow F = G_x + F_f$ (mg sinα)

$$\Rightarrow \eta = \frac{G_x}{G_x + F_f} = \frac{mg\sin\alpha}{mg\sin\alpha + \mu mg\cos\alpha} \Rightarrow \boxed{\eta = \frac{1}{1+\mu\,\mathrm{ctg}\,\alpha}}$$

(410) O greutate cu masa $m=3t$ este ridicată de către o macara cu accelerația $a=2\,m/s^2$. Să se afle lucrul mecanic efectuat de macara în primele $t=1,5\,s$ de la începutul mișcării.

$m=3000\,kg$
$a=2\,m/s^2$
$t=1,5\,s$

$L=?$



Principiul II $\quad T-G=m\cdot a$

Forța de tracțiune a macaralei $F=T=ma+mg$

$$L_F=F\cdot h=(ma+mg)\,h$$

Mișcare rectilinie uniform variată (M.R.U.V.) $\quad a=\text{const.}$

$$x(t)=\cancel{x_0}^{0}+\cancel{v_0}^{0}t+\frac{at^2}{2}$$

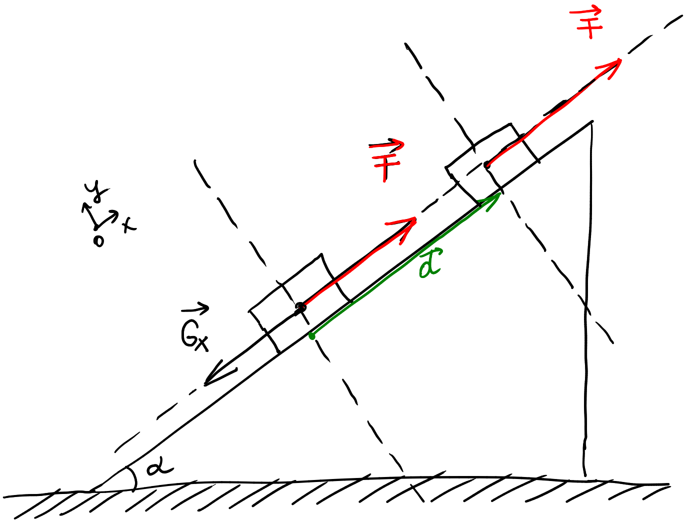
$$h=\frac{at^2}{2}$$

$$\Longrightarrow L_F=(ma+mg)\cdot\frac{at^2}{2}$$
$$=(3000\cdot 2+3000\cdot 10)\cdot\frac{\cancel{2}\cdot(1,5)^2}{\cancel{2}}$$
$$=3000\cdot\cancel{12}^{3}\cdot\frac{3}{\cancel{2}}\cdot\frac{3}{\cancel{2}}$$
$$=81000\,J$$

411 Un corp cu masa $m=100\,kg$ este ridicat uniform pe un plan înclinat care face unghiul $\alpha=30^\circ$ cu orizontala, cu ajutorul unui cablu paralel cu planul. Ce lucru mecanic se efectuează pentru deplasarea corpului pe o distanță $d=80\,cm$? Frecările se neglijează.

$m = 100\,kg$
$\alpha = 30^\circ$
$d = 0{,}8\,m$

$L_F = ?$



Principiul II $\quad F - G_x = 0 \quad$ (M.R.U.)

$F = G_x = mg\sin\alpha$

$$L_F = F\cdot d\cdot \cancel{\cos 0}^{\,1}$$
$$= (mg\sin\alpha)\cdot d$$
$$= 100\cdot 10\cdot \frac{1}{2}\cdot 0{,}8$$
$$= 400\,J$$

(413) Un corp cu masa $m = 100\,kg$ este urcat cu accelerația $a = 1\,m/s^2$ pe un plan înclinat cu unghiul $\alpha = 30°$ față de orizontală. Lungimea planului înclinat este $l = 2\,m$, iar coeficientul de frecare dintre corp și plan $\mu = 0{,}1$. Care este lucrul mecanic efectuat?

$m = 100\,kg$

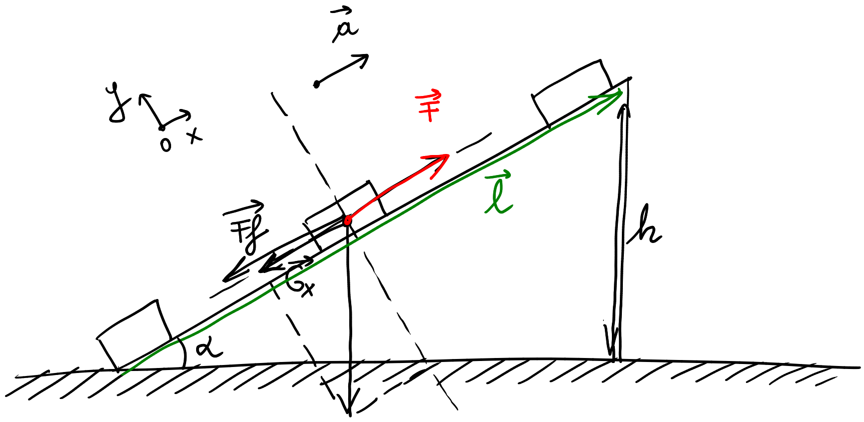
$a = 1\,m/s^2$

$\alpha = 30°$

$l = 2\,m$

$\mu = 0{,}1$

$L_F = ?$



Principiul II $\quad F - G_x - F_f = ma \quad$ (M.R.U.V.)

$$\Rightarrow F = ma + mg\sin\alpha + \mu mg\cos\alpha$$

$$\Rightarrow L_F = F \cdot l$$

$$= (ma + mg\sin\alpha + \mu mg\cos\alpha) \cdot l$$

$$= 100\left(1 + \overset{5}{\cancel{10}} \cdot \frac{1}{\cancel{2}} + 0{,}1 \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \cdot 2$$

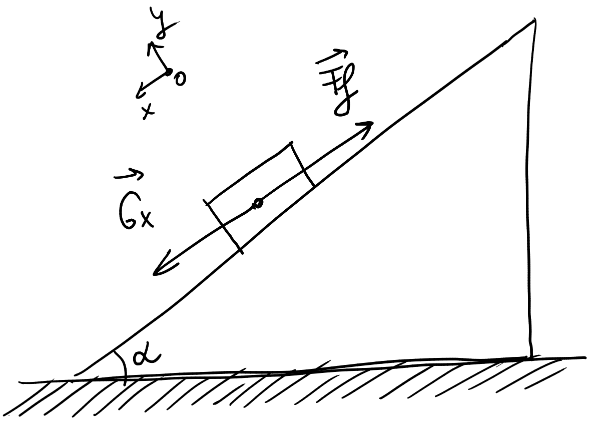
$$= 200\left(6 + \frac{1{,}73}{2}\right)$$

$$= 1200 + \frac{\cancel{2} \cdot 173}{\cancel{2}}$$

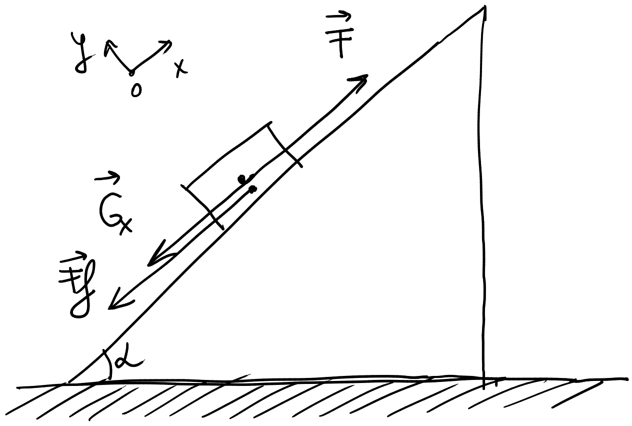
$$= 1373\ J$$

(415) Un corp așezat pe un plan înclinat coboară uniform spre baza acestuia în urma unui mic impuls. Să se determine randamentul planului înclinat la urcarea uniformă a aceluiași corp.

COBORÂRE UNIFORMĂ



URCARE UNIFORMĂ



Principiul II $\quad G_x - F_f = 0$

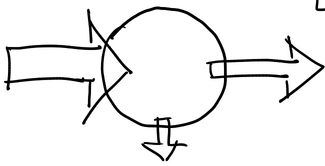
$$G_x = F_f$$

$$\cancel{mg}\sin\alpha = \mu \cancel{mg}\cos\alpha$$

$$\Longrightarrow \mu = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = tg\alpha$$

$\vec{F}\cdot\vec{l} = L_{consumat}$

$L_{util} = \vec{G_x}\cdot\vec{l}$



$L_{F_f} = \vec{F_f}\cdot\vec{l}$

$$\eta = \frac{|L_{util}|}{L_{consumat}}$$

$$\eta = \frac{G_x \cdot l}{F \cdot l} = \frac{G_x}{G_x + F_f}$$

$$\eta = \frac{mg\sin\alpha}{mg\sin\alpha + \mu mg\cos\alpha}$$

$$\eta = \frac{1}{1+\mu\, ctg\alpha}$$

$$\Longrightarrow \eta = \frac{1}{1 + tg\alpha \cdot ctg\alpha} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2} = 50\%$$

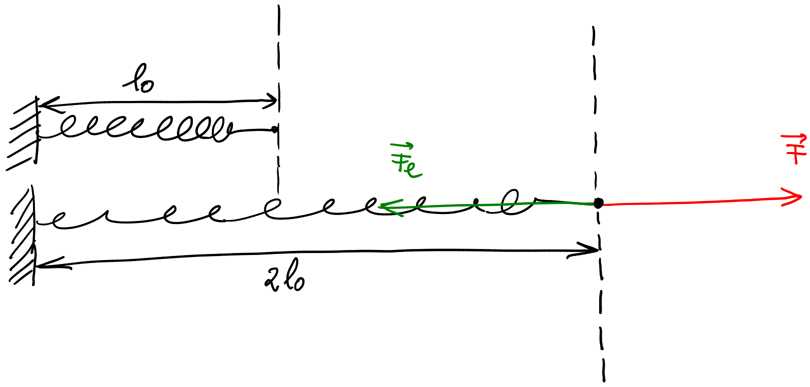
(418) Un șnur de cauciuc are lungimea $l_0 = 0{,}5\,m$ și constanta elastică $k = 100\,N/m$. Ce lucru mecanic trebuie efectuat pentru a dubla lungimea șnurului?

$l_0 = 0{,}5\,m$

$k = 100\,N/m$

$l = 2l_0$

$L_F = ?$



$$L_F = \frac{k \cdot \Delta l^2}{2} = \frac{k \cdot (2l_0 - l_0)^2}{2} = \frac{k l_0^2}{2}$$

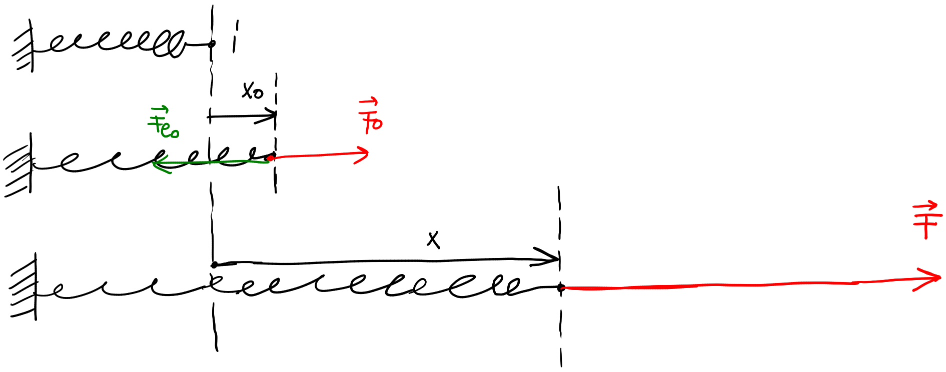
$$L_F = \frac{100 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2}{2} = \frac{100}{8}$$

$$L_F = 12{,}5\,J$$

(419) Ce lucru mecanic trebuie efectuat pentru a comprima un resort cu $X = 10\,cm$, dacă pentru comprimarea sa cu $x_0 = 1\,cm$ este necesară o forță $F_0 = 100\,N$?

$\cancel{x_0 = 1\,cm,\ F_0 = 100\,N}$

$L_F = ?$



comprimarea cu $x_0 \Rightarrow F_0 = k \cdot x_0 \Rightarrow k = \frac{F_0}{x_0}$

comprimarea cu $x \Rightarrow L_F = \frac{k \cdot x^2}{2}$, lucrul mecanic motor necesar comprimării cu x

înlocuind $k \Rightarrow$

$$L_F = \frac{F_0}{x_0} \cdot \frac{x^2}{2}$$

$$= \frac{100}{0{,}01} \cdot \frac{(0{,}1)^2}{2}$$

$$= 100\cancel{00} \cdot \frac{1}{\cancel{100} \cdot 2}$$

$$= 50\,J$$

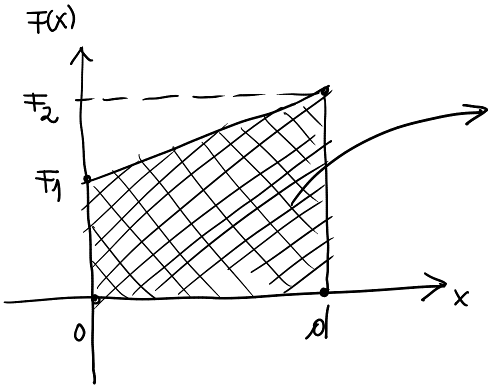
424) Să se determine lucrul mecanic efectuat pe distanța $d=12m$ de o forță crescătoare care la începutul drumului are valoarea $F_1=10N$, iar la sfârșitul drumului $F_2=46N$.

$d=12m$

$F_1=10N$

$F_2=46N$

$L=?$



$$A_{\square}=\frac{(b+B)}{2}\cdot h$$

Lucrul mecanic efectuat este numeric egal cu aria de sub graficul forței în funcție de poziție.

$$L=A_{\square}=\frac{(F_1+F_2)}{2}\cdot d$$

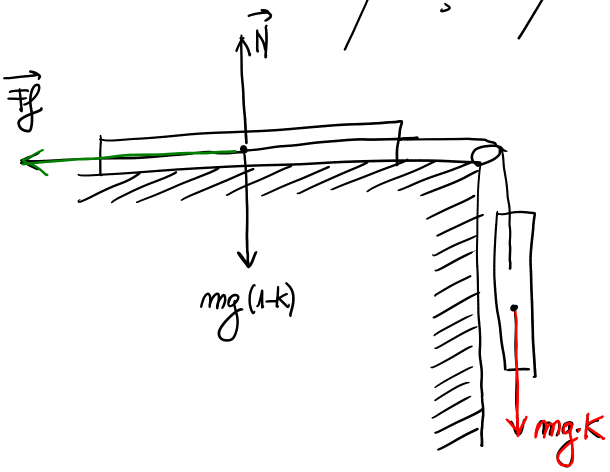
$$L=\frac{10+46}{\cancel{2}}\cdot \overset{6}{\cancel{12}}=56\cdot 6$$

$$L=336\,J$$

(426) Un lanț cu masa $m=0,8\,kg$ și lungimea $l=1,5\,m$ este așezat pe o masă orizontală astfel o parte a sa atârnă la marginea mesei. Lanțul începe să alunece singur atunci când lungimea părții care atârnă este o fracțiune $k=1/3$ din lungimea totală. Să se determine lucrul mecanic efectuat de forța de frecare care acționează asupra lanțului până în momentul în care părăsește complet masa.

$m=0,8\,kg$
$l=1,5\,m$
$k=1/3$

$L_{Ff}=?$



Chiar înainte de a porni să alunece lanțul este în repaus:

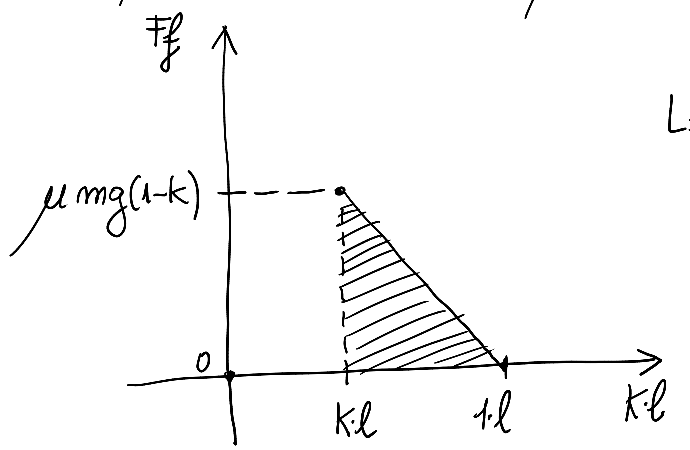
$$\Longrightarrow mg\cdot k-\mu\cdot mg(1-k)=0$$

$$k=\mu(1-k)$$

$$\Rightarrow \boxed{\mu=\frac{k}{1-k}}$$

Lanțul începe să alunece:

Forța de frecare (Ff) scade pentru că din ce în ce mai puțină masă de lanț se găsește pe masă.



$$L_{Ff}=\frac{C_1\cdot C_2}{2}$$
$$=\frac{\mu mg(1-k)\cdot(1-k)l}{2}$$
$$=\frac{\frac{k}{\cancel{1-k}}\cdot mg\cancel{(1-k)}\cdot(1-k)\cdot l}{2}$$
$$=\frac{k(1-k)mgl}{2}$$

"For geeks":

$$Ff=\mu\cdot N=\mu\cdot mg(1-k)$$
$$\Rightarrow Ff(k)=\mu mg-\mu mgk,\ k\in[0,1]$$
$$\boxed{y(x)=b+a\cdot x}$$

funcție de gradul I $<$ $a=-\mu mg$, $b=\mu mg$

$a<0$: dreapta descrescătoare

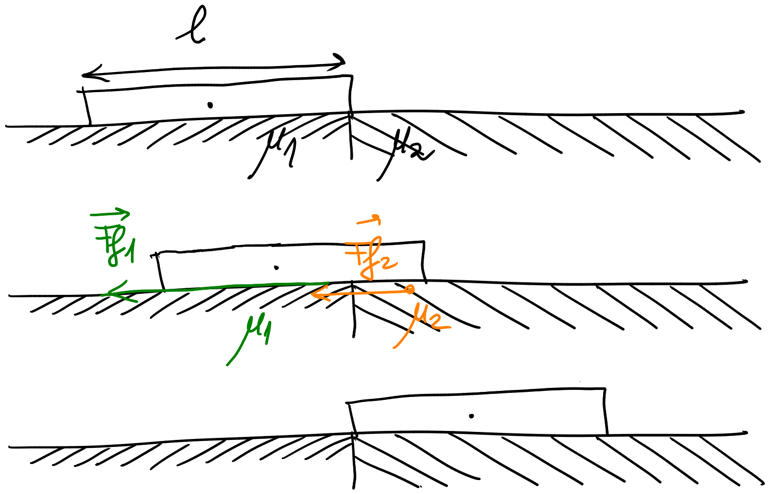
$$L_{Ff}=\frac{\frac{1}{3}\cdot\frac{\cancel{2}}{\cancel{3}}\cdot\frac{8}{\cancel{10}}\cdot\cancel{10}\cdot\frac{\cancel{3}}{\cancel{2}}}{2}=\frac{4}{3}$$

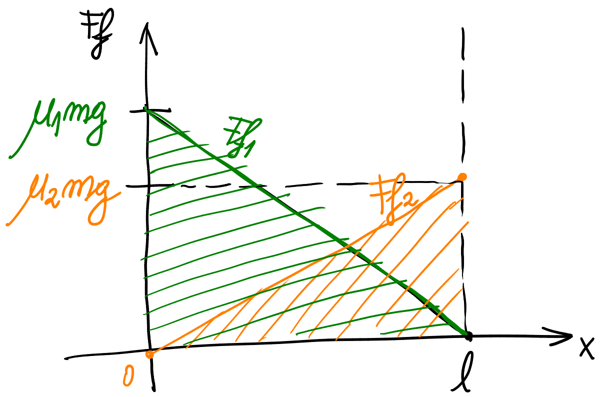
$$L_{Ff}=1,33\,J$$

427) Un lanț cu masa m și lungimea l se află cu unul din capete la limita de separație dintre două suprafețe orizontale confecționate din materiale diferite. Coeficienții de frecare dintre lanț și cele două suprafețe sunt μ_1 și μ_2. Cât este lucrul mecanic necesar pentru a trece complet lanțul de pe o suprafață pe cealaltă?

m
l
μ_1, μ_2

$L_{Ff} = ?$





x = porțiunea intrată pe a doua suprafață

Forța de frecare Ff_1 este $\mu_1 mg$ inițial și scade până la 0, când lanțul iese de pe prima suprafață. $Ff_1 \downarrow$

Forța de frecare Ff_2 este 0 inițial și crește până la $\mu_2 mg$, când lanțul a trecut pe a doua suprafață. $Ff_2 \uparrow$

$$L_{Ff_1} = \frac{c_1 \cdot c_2}{2} = \frac{\mu_1 mg \cdot l}{2}$$

$$L_{Ff_2} = \frac{c_1 \cdot c_2}{2} = \frac{\mu_2 mg \cdot l}{2}$$

$$\boxed{L_{Ff} = L_{Ff_1} + L_{Ff_2} = \frac{(\mu_1 + \mu_2) mg l}{2}}$$

---

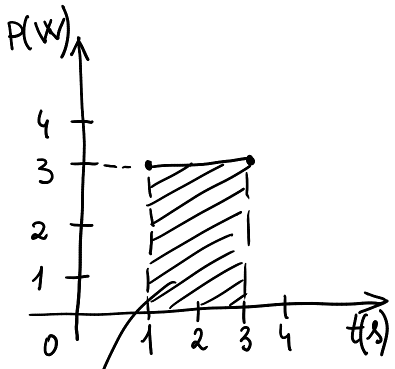
x = porțiunea din lanț care intră pe a doua suprafață $\quad x \in [0, l]$ $\qquad$ Studiu:

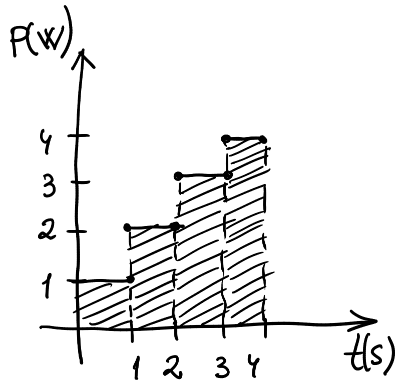
$l - x$ = porțiunea din lanț rămasă pe prima suprafață

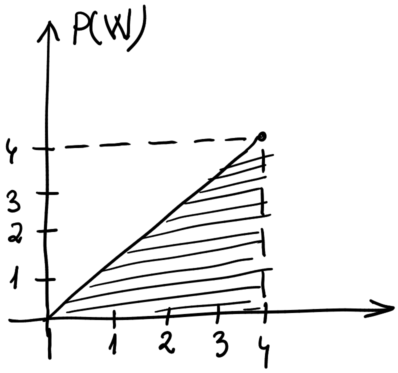
$Ff_1 = \mu_1 mg \cdot \frac{(l-x)}{l}$ $\qquad Ff_1(x) = \mu_1 mg - \mu_1 mg \frac{x}{l} \rightarrow y_1(x) = a_1 x + b_1$ $\quad a_1 < 0$ dreaptă descrescătoare

$Ff_2 = \mu_2 mg \cdot \frac{x}{l}$ $\qquad Ff_2(x) = \mu_2 mg \frac{x}{l} \rightarrow y_2(x) = a_2 x$ $\quad a_2 > 0$ dreaptă crescătoare

(429) În graficele din figură este reprezentată dependența de timp a puterii unor motoare. Să se afle lucrul mecanic efectuat în fiecare din cele trei cazuri.







$$A_{\square} = L \cdot l = P \cdot \Delta t$$

$$\boxed{P = \frac{L}{\Delta t}} \qquad L = P \cdot \Delta t = 3 \cdot 2$$

$$L = 6J$$

$$L = P_1 \cdot \Delta t_1 + P_2 \cdot \Delta t_2 + P_3 \Delta t_3 + P_4 \cdot \Delta t_4$$

$$= 1 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 1 + 4 \cdot 1$$

$$= 10J$$

$$L = P_m \cdot \Delta t$$

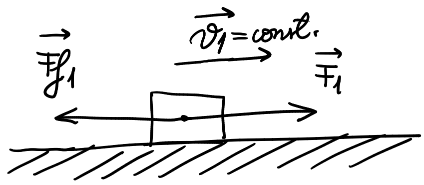
$$= \frac{0+4}{2} \cdot 4$$

$$= 8J$$

431) Un motor cu puterea $P=15KW$, montat la un automobil, îi poate imprima acestuia pe drum orizontal o viteză constantă maximă $v_1=90km/h$. Același motor, montat la o barcă, îi permite deplasarea pe o apă liniștită cu o viteză nu mai mare de $v_2=15\,km/h$. Să se determine valorile forțelor de rezistență care se opun celor două mobile.

$P=15KW$
$v_1 = 90\,km/h$
$v_2 = 15\,km/h$

$F_{f1}=?$
$F_{f2}=?$



$F_1 - F_{f1} = 0$ (M.R.U.)

$F_1 = F_{f1}$

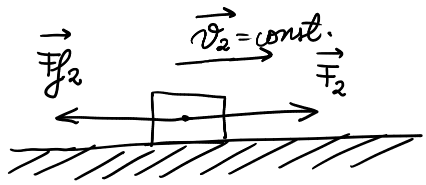
$$\boxed{P_1 = F_1 \cdot v_1}$$

$\Rightarrow F_1 = \dfrac{P_1}{v_1}$

$F_{f1} = \dfrac{P_1}{v_1} = \dfrac{1500\cancel{0}\,W}{\dfrac{9\cancel{0}\cancel{000}\,m}{36\cancel{00}\,s}}$

$F_{f1} = \dfrac{150 \cdot \cancel{36}^{4}}{\cancel{9}}$

$F_{f1} = 600N$



$F_2 - F_{f2} = 0$ (M.R.U.)

$F_2 = F_{f2}$

$$\boxed{P_2 = F_2 \cdot v_2}$$

$\Rightarrow F_2 = \dfrac{P_2}{v_2}$

$F_{f2} = \dfrac{P_2}{v_2} = \dfrac{1500\cancel{0}\,W}{\dfrac{15\cancel{000}\,m}{36\cancel{00}\,s}}$

$F_{f2} = \dfrac{\overset{100}{\cancel{1500}} \cdot 36}{\cancel{15}}$

$F_{f2} = 3600\,N$

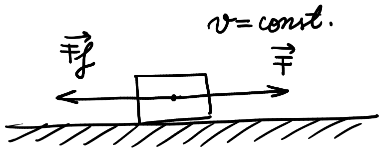
(432) Motorul unui autocamion cu masa $m=5t$ dezvoltă o putere $P=40kW$ atunci când acesta se deplasează cu viteza constantă $v=57,6\ km/h$. Să se afle valoarea coeficientului de frecare dintre roți și șosea.

$m=5t$

$v=57,6\ \frac{km}{h}$

$P=40kW$

$\mu=?$



Principiul II

$F-F_f=0$

$F=F_f$

$\boxed{P=F\cdot v}$

$P=F_f\cdot v$

$P=\mu mg\cdot v$

$\Rightarrow \mu=\frac{P}{mgv}$

$\mu=\frac{4\cancel{0000}}{5\cancel{000}\cdot 1\cancel{0}\cdot\frac{576\cancel{00}}{36\cancel{00}}}$

$\mu=\frac{4\cdot\cancel{36}}{5\cdot\cancel{576}\ 16}$

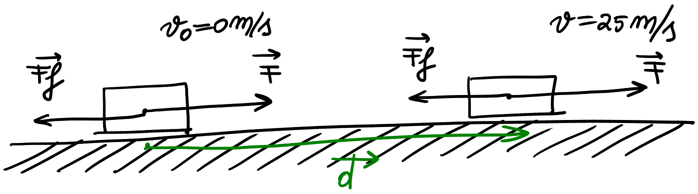
$\mu=\frac{1}{20}$

$\mu=0,05$

433. Pentru a se desprinde de sol un avion trebuie să aibă viteza $v=25\,m/s$, pe care o obține după o rulare pe pistă pe distanța $d=100\,m$, mișcarea fiind uniform accelerată. Masa avionului este $m=1000\,kg$, iar coeficientul de frecare $\mu=0{,}02$. Ce putere dezvoltă motorul avionului?

$v=25\,m/s$
$m=1000\,kg$
$d=100\,m$
$\mu=0{,}02$

$P_m=?$



Principiul II

$$F-F_f=ma$$
$$F=ma+F_f$$
$$F=m\cdot\frac{v^2}{2d}+\mu mg$$

Galilei: $v^2=\cancel{v_0^2}^{\,0}+2a\cdot d$

$$a=\frac{v^2}{2d}$$

$$v_m=\frac{\cancel{v_0}^{\,0}+v}{2}$$

$$P_m=F_m\cdot v_m$$
$$=\left(m\cdot\frac{v^2}{2d}+\mu mg\right)\cdot\frac{v}{2}$$

$$P_m=\left(1000\cdot\frac{25^2}{2\cdot 100}+0{,}02\cdot 1000\cdot 10\right)\cdot\frac{25}{2}$$
$$=\left(5\cdot 25^2+200\right)\cdot\frac{25}{2}$$
$$=\left(5\cdot 625+200\right)\cdot\frac{25}{2}$$
$$=\frac{3325\cdot 25}{2}$$
$$=41562{,}5\ W$$

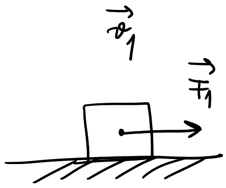
$$\begin{array}{r} 625\cdot \\ 5 \\ \hline 3125+ \\ 200 \\ \hline 3325 \end{array}$$

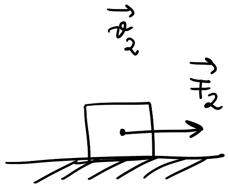
(437) Două autocamioane ale căror motoare au puterile P_1 și P_2, pot atinge vitezele v_1 respectiv v_2. Ce viteză vor atinge cele două camioane legate între ele printr-un cablu?

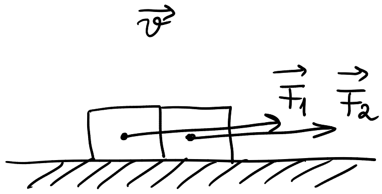
P_1, P_2

v_1, v_2

$v = ?$







$$P_1 = F_1 \cdot v_1 \qquad P_2 = F_2 \cdot v_2 \qquad P = (F_1 + F_2) \cdot v$$

$$F_1 = \frac{P_1}{v_1} \qquad F_2 = \frac{P_2}{v_2} \qquad v = \frac{P}{F_1 + F_2}$$

$$\Rightarrow v = \frac{P_1 + P_2}{\frac{P_1}{v_1} + \frac{P_2}{v_2}}$$

$$v = \frac{(P_1 + P_2) v_1 v_2}{P_1 v_2 + P_2 \cdot v_1}$$

$$\boxed{F = F_1 + F_2} \Big| \cdot d$$

$$F \cdot d = F_1 \cdot d + F_2 \cdot d \Big| \cdot \frac{1}{\Delta t}$$

$$\frac{L}{\Delta t} = \frac{L_1}{\Delta t} + \frac{L_2}{\Delta t}$$

$$\boxed{P = P_1 + P_2}$$

(445) Un automobil cu masa $m=2000\,kg$ pornește din repaus și urcă un deal cu înclinarea $\alpha=0{,}02$. După parcurgerea distanței $d=100\,m$, el atinge viteza $v=32{,}4\,km/h$. Coeficientul de frecare este $\mu=0{,}05$. Să se determine puterea medie dezvoltată de motorul automobilului.

$m=2000\,kg$

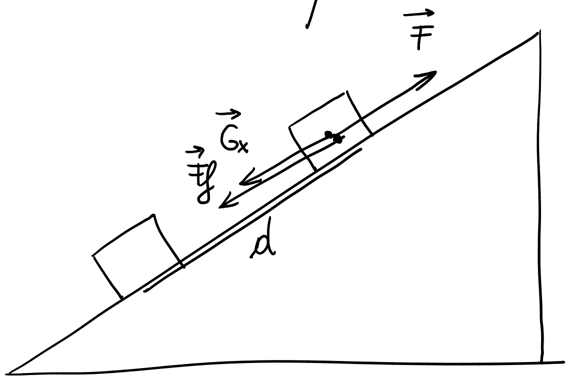
$\alpha=0{,}02$

$d=100\,m$

$v=32{,}4\,km/h$

$\mu=0{,}05$

$P_m=?$



Principiul II: $F-G_x-F_f=m\cdot a$

$$F=ma+F_f+G_x$$

$$F=ma+\mu mg\cos\alpha+mg\sin\alpha$$

Galilei: $v^2=\cancel{v_0^2}^{\,0}+2ad$

$$a=\frac{v^2}{2d}$$

M.R.U.V.: $v_m=\frac{\cancel{v_0}^{\,0}+v}{2}=\frac{v}{2}$

$$P_m=F_m\cdot v_m$$

$$=\left(m\cdot\frac{v^2}{2d}+\mu mg\cos\alpha+mg\sin\alpha\right)\cdot\frac{v}{2}$$

$$\Rightarrow P_m=\frac{mv}{2}\left(\frac{v^2}{2d}+\mu g\cos\alpha+g\sin\alpha\right)$$

$$P_m=\frac{2000\cdot 9}{2}\cdot\left(\frac{9^2}{2\cdot 100}+0{,}05\cdot 10\cdot\cancel{\cos 0{,}02}^{\,1}+10\cancel{\sin 0{,}02}^{\,0{,}02}\right)$$

$$P_m=1000\cdot 9\cdot\left(\frac{81}{200}+\frac{5}{10}_{20}+\frac{2}{10}_{20}\right)=\frac{\cancel{1000}}{\cancel{200}}\cdot 9\cdot(81+100+40)$$

$$P_m=45\cdot 221=9945\,W$$