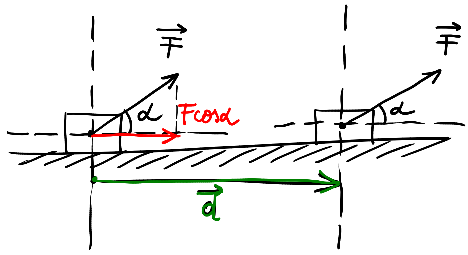
LUCRUL MECANIC

Lucrul mecanic al forței de tracțiune (L_F)



clasa a VII-a: $\boxed{L = F \cdot d}$

clasa a IX-a: $L = (F\cos\alpha)\cdot d$

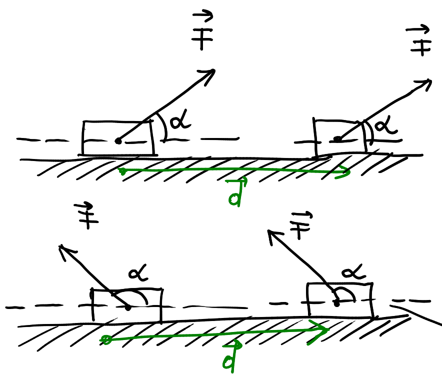
$\boxed{L = \vec{F}\cdot\vec{d}}$

regula produsului scalar

$\vec{a}\cdot\vec{b} = a\cdot b\cdot\cos\alpha$

Obs. Doar componenta $F\cos\alpha$ din forța F lucrează efectiv la deplasarea corpului de-a lungul lui $\vec{d}$.

$$\boxed{L = F\cdot d\cdot\cos\alpha}$$



CONVENȚIA DE SEMN:

$\cos 0 = 1$

$\cos 90 = 0$

$\cos 180 = -1$

$\boxed{L_F = F\cdot d\cdot\cos\alpha}$

$\alpha\in(0,90) \Rightarrow \cos\alpha > 0 \Rightarrow \boxed{L_F > 0}$ lucru motor

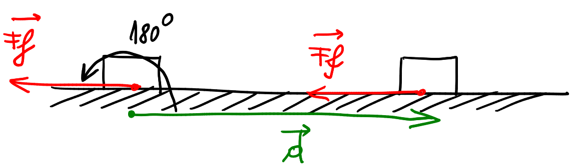
$\vec{F}$ ajută la deplasarea $\vec{d}$

$\boxed{L_F = F\cdot d\cdot\cos\alpha}$

$\alpha\in(90,180) \Rightarrow \cos\alpha < 0 \Rightarrow \boxed{L_F < 0}$ lucru rezistiv

$\vec{F}$ se opune la deplasarea $\vec{d}$

Lucrul mecanic al forței de frecare (L_{Ff})



$L_{Ff} = \vec{F_f}\cdot\vec{d}$

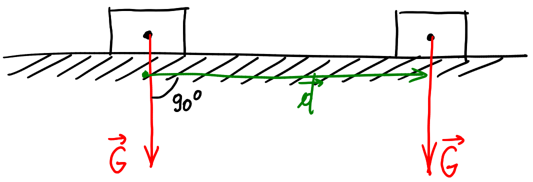
$= F_f\cdot d\cdot \overset{-1}{\cos 180}$

$= -F_f\cdot d$

$\boxed{L_{Ff} < 0}$

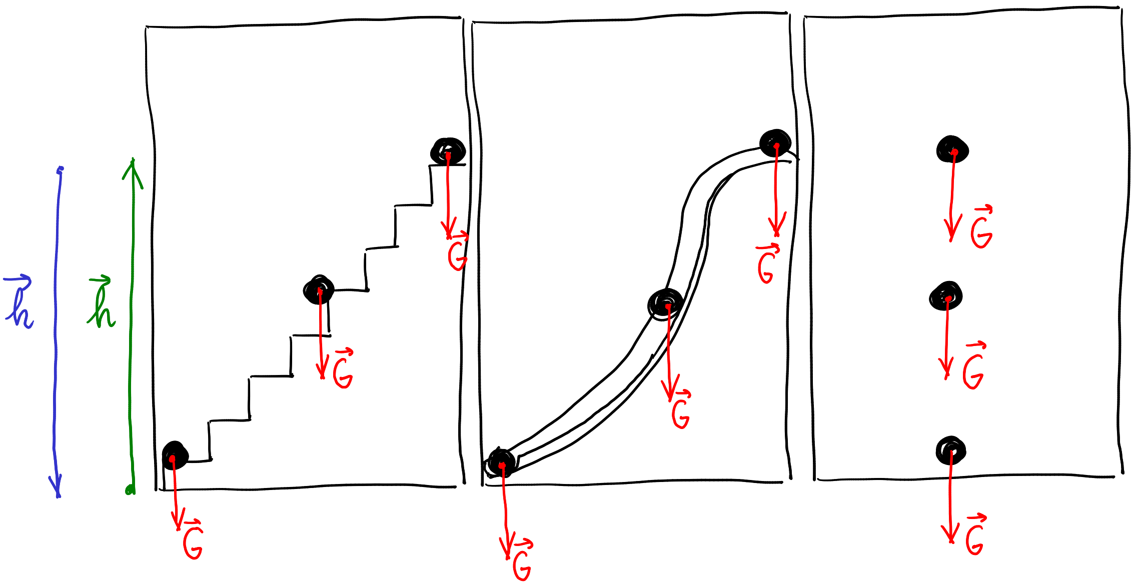
lucru mecanic rezistiv

Lucrul mecanic al forței de greutate (L_G)



$$L_G = \vec{G} \cdot \vec{d} = G \cdot d \cdot \cancel{\cos 90^\circ}^{0} = 0\,J$$

$$L_N = \vec{N} \cdot \vec{d} = N \cdot d \cdot \cancel{\cos 90^\circ}^{0} = 0\,J$$



la urcarea greutății:

$$L_G = \vec{G} \cdot \vec{h} = G \cdot h \cdot \cancel{\cos 180}^{-1} = -mgh$$

$\boxed{L_G < 0}$ lucru mecanic rezistiv

$\vec{G}$ se opune la urcarea pe distanța $\vec{h}$

la coborârea greutății:

$$L_G = \vec{G} \cdot \vec{h} = G \cdot h \cdot \cancel{\cos 0}^{1} = +mgh$$

$\boxed{L_G > 0}$ lucru mecanic motor

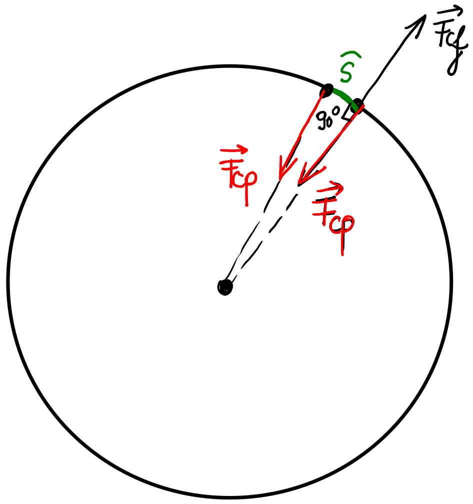
$\vec{G}$ ajută la coborârea pe distanța $\vec{h}$

Obs!

L_G nu depinde de forma drumului pe care s-a efectuat lucrul $\Longrightarrow$ $\vec{G}$ este o forță conservativă

L_{Ff} depinde de forma drumului pe care s-a efectuat lucrul $\Longrightarrow$ $\vec{Ff}$ este o forță neconservativă

Lucrul forței centripete ($L_{F_{cp}}$). Lucrul forței centrifuge ($L_{F_{cf}}$)

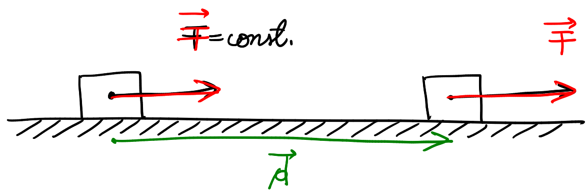


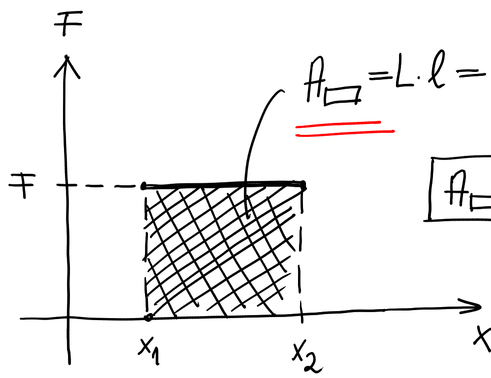
$$L_{F_{cp}} = \vec{F}_{cp} \cdot \vec{\hat{s}}$$
$$= F_{cp} \cdot s \cdot \cancel{\cos 90}^{\,0}$$
$$= 0\,J$$

$$L_{F_{cf}} = 0\,J$$

Obs În mișcări circulare forța centripetă și forța centrifugă nu efectuează lucru mecanic.

Aria de sub graficul funcției $F(x)$



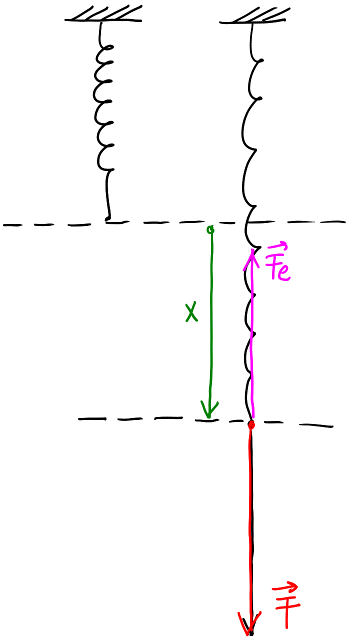


$$A_{\square} = L \cdot \ell = F \cdot d = L$$

$$\boxed{A_{\square} = L}$$

Obs Aria de sub graficul forței în funcție de poziție are semnificație de lucru mecanic.

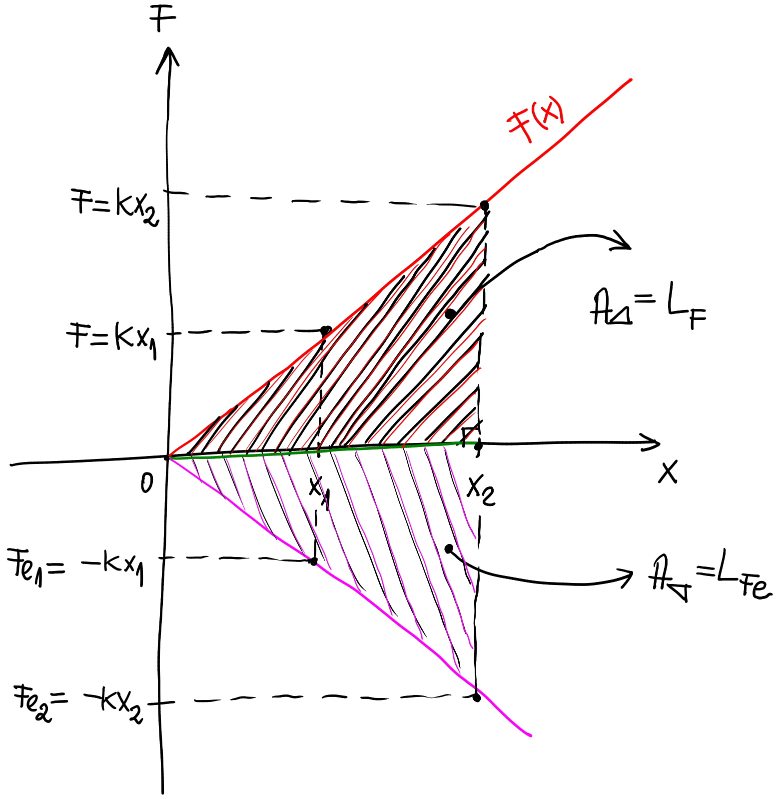
Lucrul mecanic al forței elastice (L_{Fe})



$|\vec{F}| = |\vec{F_e}| = k \cdot x$

$F(x) = k \cdot x$

$y(x) = a \cdot x + b$



- Tragem uniform de capătul inferior al resortului.

  Forța F crește liniar.

$$A_\triangle = \frac{c_1 \cdot c_2}{2} = \frac{\Delta l \cdot (k \cdot \Delta l)}{2} = \frac{k \cdot \Delta l^2}{2} \Rightarrow \boxed{L_F = \frac{k \Delta l^2}{2}}$$

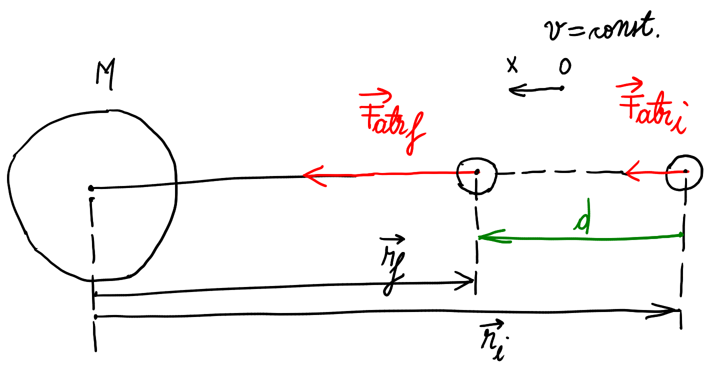
Pentru întinderea resortului (comprimarea) pe distanța x forța F lucrează: $\boxed{L_F = \frac{k \cdot x^2}{2}}$ $L_F > 0$ lucru motor

Pentru întinderea resortului (comprimarea) pe distanța x forța F_e se opune cu: $\boxed{L_{Fe} = \frac{-k \cdot x^2}{2}}$ $L_{Fe} < 0$ lucru rezistiv

Obs1 La sfârșitul procesului, lucrul mecanic motor (L_F) se regăsește stocat în resort sub formă de energie potențială de deformare. (E_{pd})

Obs2 Ulterior această energie are potențial de a se converti înapoi în lucru mecanic.

Lucrul mecanic al forței de atracție universală ($L_{F_{atr}}$)



$$F_{atr_i} = k\cdot\frac{M\cdot m}{r_i^2}$$

$$F_{atr_f} = k\cdot\frac{M\cdot m}{r_f^2}$$

F_{atr} – variabilă $\Rightarrow$ $\overline{F_{atr}} = \sqrt{F_{atr_i}\cdot F_{atr_f}}$

$$\overline{F_{atr}} = \sqrt{\left(k\cdot\frac{M\cdot m}{r_i^2}\right)\cdot\left(k\cdot\frac{M\cdot m}{r_f^2}\right)}$$

$$\overline{F_{atr}} = k\cdot\frac{M\cdot m}{r_i\cdot r_f}$$

$$L_{F_{atr}} = \overline{F_{atr}}\cdot d = \overrightarrow{\left(k\cdot\frac{Mm}{r_i\cdot r_f}\right)}\cdot\left(\vec{r_f}-\vec{r_i}\right) = \frac{kMm}{r_i\cdot r_f}\cdot r_f\cdot\cancelto{-1}{\cos 180^\circ} - \frac{kMm}{r_i\cdot r_f}\cdot r_i\cdot\cancelto{-1}{\cos 180^\circ}$$

$$\Rightarrow \boxed{L_{F_{atr}} = k\cdot Mm\left(\frac{1}{r_f}-\frac{1}{r_i}\right)}$$

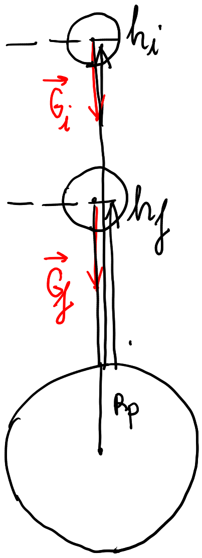
! **Obs** $L_{F_{atr}}$ – nu depinde de forma drumului dintre punctele (i) și (f)

F_{atr} – este o forță conservativă

Lucrul mecanic al forței de atracție universală ($L_{F_{atr}}$)

$\boxed{\text{CAZ PARTICULAR}}$

Lucrul greutății



$$\frac{1}{r_f}-\frac{1}{r_i}=\frac{1}{R_p+h_f}-\frac{1}{R_p+h_i}$$

$$=\frac{1}{R_p\left(1+\frac{h_f}{R_p}\right)}-\frac{1}{R_p\left(1+\frac{h_i}{R_p}\right)}$$

din matematică: $\frac{1}{1+x}\simeq 1-x$, pentru $|x|\ll 1$

serie binomială: $(1+x)^{-1}=1-x+x^2-x^3+x^4-\dots$

$$\Rightarrow \frac{1-\frac{h_f}{R_p}}{R_p}-\frac{1-\frac{h_i}{R_p}}{R_p}=\frac{1}{R_p}\left[\left(1-\frac{h_f}{R_p}\right)-\left(1-\frac{h_i}{R_p}\right)\right]=\frac{1}{R_p}\left(\frac{h_i-h_f}{R_p}\right)$$

$$\frac{1}{r_f}-\frac{1}{r_i}=\frac{1}{R_p^2}(h_i-h_f)$$

$$L_{F_{atr}}=K\cdot M\cdot m\cdot\left(\frac{1}{r_f}-\frac{1}{r_i}\right)=\frac{K\cdot M\cdot m}{R_p^2}(h_i-h_f),\quad \text{dar } g=\frac{K\cdot M}{R_p^2}$$

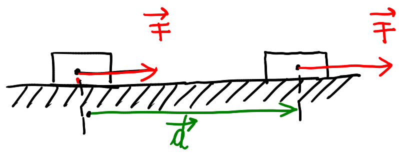
$$=mg(h_i-h_f)$$

$$=-mg(h_f-h_i)$$

$$L_{F_{atr}}=L_G=-mg(h_f-h_i)$$

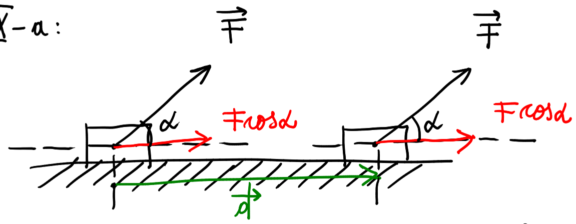
$$=mg(h_i-h_f)$$

clasa a VI-a:



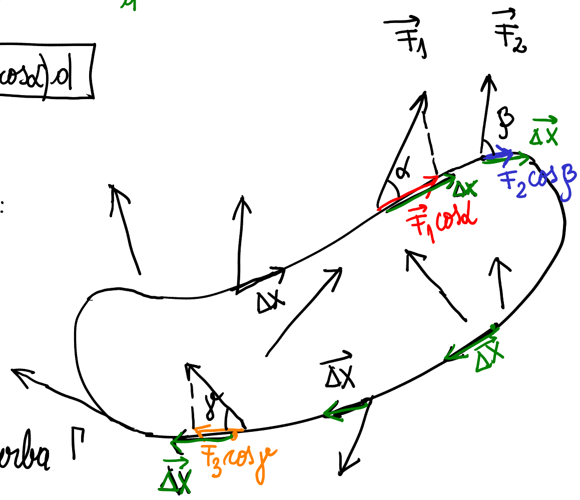
$$\boxed{L = F\cdot d}$$

clasa a IX-a:



$$\boxed{L = (F\cos\alpha)\, d}$$

facultate anul I:



Γ, γ - gamma   curba Γ

$$\boxed{L = \int_\Gamma \vec F(x)\, d\vec x}$$

$$L = \vec F(x)\cdot\vec{\Delta x}$$

$$L_1 = (F_1\cos\alpha)\cdot\Delta x$$

$$L_2 = (F_2\cos\beta)\cdot\Delta x$$

...

$$L_n = (F_3\cos\gamma)\cdot\Delta x$$

$$L = L_1 + L_2 + L_3 + \dots + L_n$$

$$L = \sum_{i=1}^{n} L_i = \boxed{\sum_{i=1}^{n} \vec F_i(x)\cdot\vec{\Delta x}}$$

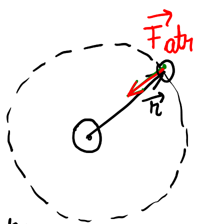
$$\boxed{L = \int_\Gamma \vec F(x)\, d\vec x}$$

$\Delta x \to 0$, intervale fine

$\Delta \to d$

$\Sigma \to \int$

$$F_{atr} = -\frac{KMm}{r^2}$$



! Obs

$$L_{F_{atr}} = \int_{r_i}^{r_f} -\frac{K\cdot M\cdot m}{r^2}\, dr$$

$$= KMm \int_{r_i}^{r_f} \frac{1}{r^2}\, dr$$

$$\int \frac{1}{x^2}\, dx = -\frac{1}{x}$$

$$= KMm \left(\frac{1}{r}\right)\Bigg|_{r_i}^{r_f}$$

$$= KMm \left(\frac{1}{r_f} - \frac{1}{r_i}\right)$$

Formula generală a lucrului mecanic

$$\boxed{L = \int_\Gamma \vec F(x)\, d\vec x}$$

PUTEREA MECANICĂ

$$\boxed{P = \frac{L}{\Delta t}} \qquad [P]_{S.I.} = \frac{1J}{1s} = 1W \text{ (Watt)}$$

P = puterea mecanică medie
L = lucrul mecanic
Δt = timpul

MĂRIME DE PROCES

Puterea mecanică medie este o mărime fizică care ține cont de întregul proces în care s-a pornit de la o stare inițială și s-a ajuns într-o stare finală.

Puterea mecanică instantanee este o mărime fizica care poate fi calculată într-o anumită stare din cadrul procesului.

MĂRIME DE STARE

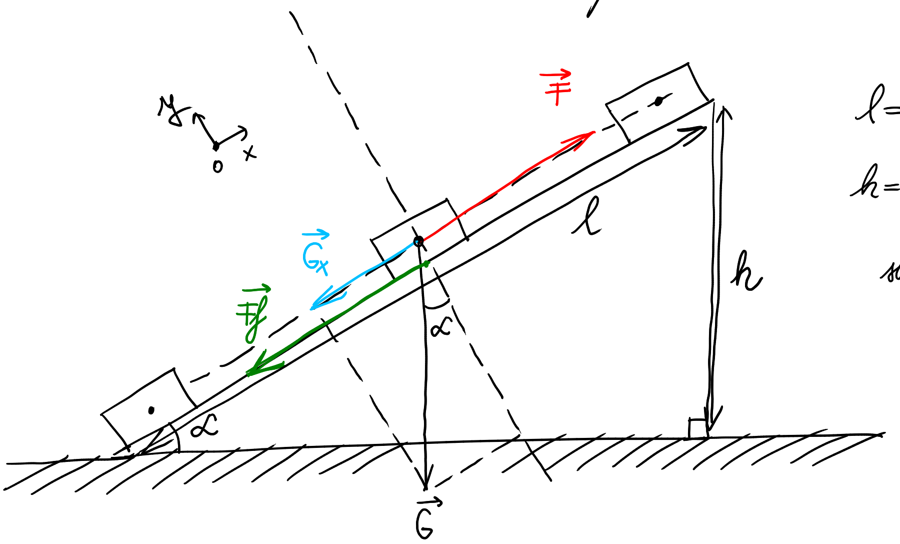
$$P = \frac{L}{\Delta t} = \frac{\vec{F} \cdot \vec{d}}{\Delta t} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

$\boxed{P = \vec{F} \cdot \vec{v}}$ P = Puterea mecanică instantanee $\rightarrow$ $\begin{cases} F - \text{forța instantanee} \\ v - \text{viteza instantanee} \end{cases}$

$\boxed{P_m = \vec{F}_m \cdot \vec{v}_m}$ P_m = Puterea mecanică medie $\rightarrow$ $\begin{cases} F_m - \text{forța medie} \\ v_m - \text{viteza medie} \end{cases}$

RANDAMENTUL MECANIC

Urcarea uniformă a unei greutăți pe planul înclinat



ℓ = lungimea planului înclinat

h = înălțimea planului înclinat

$\sin\alpha = \frac{h}{\ell}$

$$\begin{cases} G_x = mg\sin\alpha \\ G_y = mg\cos\alpha \end{cases}$$

Principiul II: $\boxed{F - G_x - F_f = 0} \quad |\cdot\ell$

$$F\cdot\ell - G_x\cdot\ell - F_f\cdot\ell = 0$$

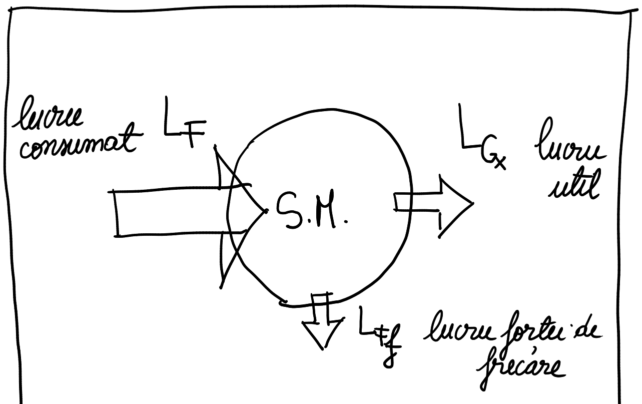
Cele trei forțe de pe direcția Ox de-a lungul planului lucrează pe toată lungimea planului înclinat (ℓ).

$$\Rightarrow \quad \boxed{L_F - L_{G_x} - L_{F_f} = 0}$$

$L_F = \vec{F}\cdot\vec{\ell} = F\cdot\ell\cdot\overset{1}{\cancel{\cos 0}} = F\cdot\ell \qquad L_F > 0$ lucru motor

$L_{G_x} = \vec{G}_x\cdot\vec{\ell} = G_x\cdot\ell\cdot\overset{-1}{\cancel{\cos 180}} = -G_x\cdot\ell \qquad L_{G_x} < 0$ lucru rezistiv

$L_{F_f} = \vec{F}_f\cdot\vec{\ell} = F_f\cdot\ell\cdot\overset{-1}{\cancel{\cos 180}} = -F_f\cdot\ell \qquad L_{F_f} < 0$ lucru rezistiv



S.M. = Sistem mecanic

η, H – eta

η = randamentul mecanic

$$\boxed{\eta = \frac{|L_{util}|}{L_{consumat}}}$$

$$\eta = \frac{|L_{G_x}|}{L_F} = \frac{G_x\cdot\ell}{F\cdot\ell} = \frac{G_x}{F}$$

Pr II: $F - G_x - F_f = 0 \Rightarrow F = G_x + F_f$ $\quad mg\sin\alpha$

$$\Rightarrow \eta = \frac{G_x}{G_x + F_f} = \frac{mg\sin\alpha}{mg\sin\alpha + \mu mg\cos\alpha} \Rightarrow \boxed{\eta = \frac{1}{1 + \mu\,\mathrm{ctg}\,\alpha}}$$