ÎMPULSUL MECANIC (p)
TEOREMA VARIAȚIEI ÎMPULSULUI MECANIC (Δp)

Când două corpuri interacționează fac schimb de impulsuri!

Principiul II $\boxed{\vec{F} = m \cdot \vec{a}}$

$$\vec{F} = m \cdot \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

$$\vec{F} = \frac{\Delta (m \cdot \vec{v})}{\Delta t}, \quad \boxed{\vec{p} = m \cdot \vec{v}}$$

$\vec{p}$ = impulsul mecanic
m = masa
$\vec{v}$ = viteza

! **Obs** Formularea originală a Principiului II din lucrarea "Philosophiae Naturalis Principia Mathematica" (1687)

$$\boxed{\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}}$$

TEOREMA VARIAȚIEI ÎMPULSULUI

$$\boxed{\vec{F} \cdot \Delta t = \Delta \vec{p}}$$

$$\vec{F} \cdot \Delta t = \vec{p_f} - \vec{p_i}$$

$\boxed{\text{CAZUL 1}}$

- $\vec{F}$ aplicată unui corp m $\Rightarrow$ $\vec{F} \cdot \Delta t = m \cdot \vec{v_f} - m \cdot \vec{v_i}$

! **Obs** O forță F acționând asupra unui corp m, un interval de timp Δt, îi produce acestuia schimbarea impulsului $\Delta \vec{p} = m\vec{v_f} - m \cdot \vec{v_i}$

$\boxed{\text{CAZUL 2}}$

- $\vec{F} = \vec{F}_{externă} = 0$, pentru un sistem izolat de corpuri m_1, m_2 care interacționează și schimbă impuls

$$\Rightarrow \cancel{F_{ext}}^{\,0} \cdot \Delta t = \vec{p_f} - \vec{p_i}$$

$$0 = \left(m_1 \cdot \vec{v_{1f}} + m_2 \cdot \vec{v_{2f}}\right) - \left(m_1 \vec{v_{1i}} + m_2 \cdot \vec{v_{2i}}\right)$$

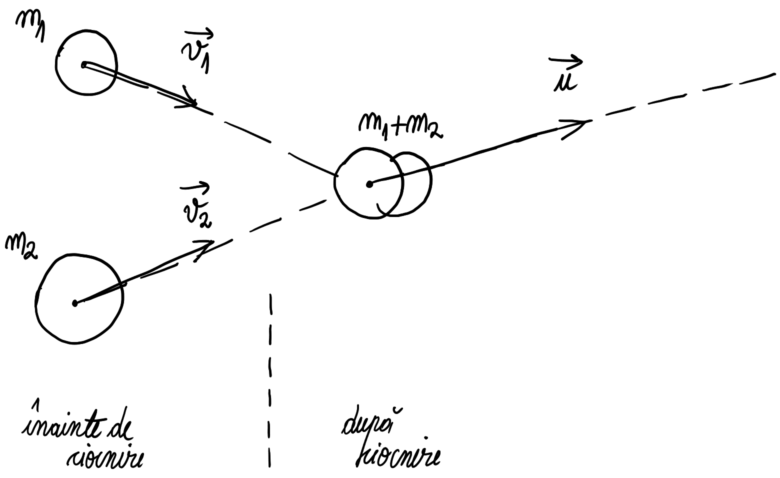
$$F_{ext} = 0 \Rightarrow \boxed{\vec{p_f} = \vec{p_i}}$$

LEGEA CONSERVĂRII ÎMPULSULUI

Ciocniri

Ciocnirea plastică → ciocnirea în urma căreia corpurile implicate rămân deformate

Ciocnirea perfect plastică → ciocnirea plastică în care corpurile se cuplează și își continuă mișcarea solidar, ca un singur corp



$$\vec{F}_{externă} = \vec{0} \Rightarrow \cancel{\vec{F}_{ext}}^{\,0} \cdot \Delta t = \vec{p}_f - \vec{p}_i = 0$$

$$\vec{p}_f = \vec{p}_i$$ (Impulsul sistemului de corpuri se conservă)

$$(m_1+m_2)\vec{u} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$$

$$\boxed{\vec{u} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1+m_2}}$$ (viteza corpului m_1+m_2 după ciocnire)

! Obs Corpurile se deformează plastic, ca urmare o parte din energia lor cinetică se pierde prin "căldura de ciocnire" Q

$E_{c_i} > E_{c_f}$

$$Q = E_{c_i} - E_{c_f}$$

$$Q = \left(\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}\right) - \left[\frac{(m_1+m_2)\cdot u^2}{2}\right]$$

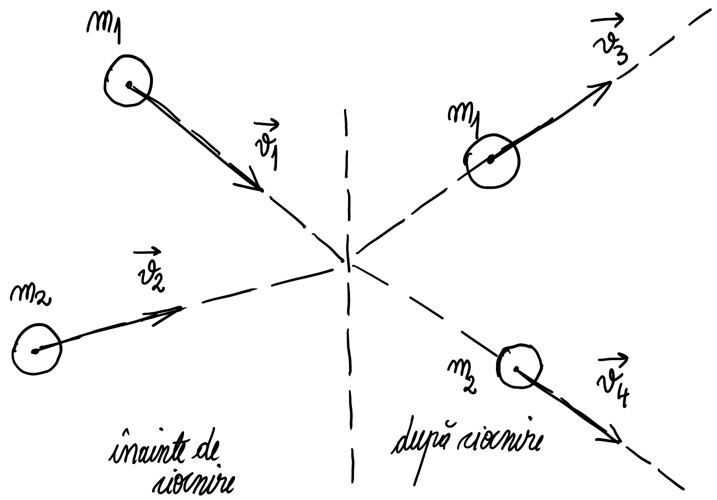
$$Q = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} - \frac{(m_1+m_2)\cdot\left(\frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1+m_2}\right)^2}{2}$$

$$Q = \frac{(m_1+m_2)(m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2) - (m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2)^2}{2(m_1+m_2)} = \frac{\cancel{m_1^2 v_1^2} + m_1 m_2 v_2^2 + m_1 m_2 v_1^2 + \cancel{m_2^2 v_2^2} - \cancel{m_1^2 v_1^2} - 2 m_1 m_2 \vec{v}_1\vec{v}_2 - \cancel{m_2^2 v_2^2}}{2(m_1+m_2)}$$

$$\Rightarrow \boxed{Q = \frac{m_1 m_2}{2(m_1+m_2)} \cdot \left(v_1^2 + v_2^2 - 2\vec{v}_1\vec{v}_2\right)}$$

Obs cazul 1D $\Rightarrow \boxed{Q = \frac{m_1 m_2}{2(m_1+m_2)} \cdot (v_1 - v_2)^2}$

Ciocnirea perfect elastică → ciocnirea în urma căreia corpurile implicate rămân nedeformate, fac numai schimb de impuls și energie între ele (energia cinetică se conservă)



$\vec{F}_{externă} = \vec{0} \Rightarrow \cancel{\vec{F}_{ext}}^{\,0} \cdot \Delta t = \vec{p}_f - \vec{p}_i$

$\vec{p}_f = \vec{p}_i$ (Impulsul sistemului de corpuri se conservă)

conservarea impulsului: $m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}_3 + m_2 \cdot \vec{v}_4$

conservarea energiei cinetice: $\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 v_3^2}{2} + \frac{m_2 v_4^2}{2}$

Considerăm acum cazul unidimensional: atât înainte de ciocnire cât și după ea corpurile se mișcă pe aceeași dreaptă pe care o alegem ca axă Ox

$$\Rightarrow \begin{cases} m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} = m_1 v_{3x} + m_2 v_{4x} \\ m_1 \cdot v_{1x}^2 + m_2 \cdot v_{2x}^2 = m_1 \cdot v_{3x}^2 + m_2 \cdot v_{4x}^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m_1 \cdot (v_{1x} - v_{3x}) = m_2 \cdot (v_{4x} - v_{2x}) \\ m_1 \cdot (v_{1x}^2 - v_{3x}^2) = m_2 \cdot (v_{4x}^2 - v_{2x}^2) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m_1 \cdot (v_{1x} - v_{3x}) = m_2 \cdot (v_{4x} - v_{2x}) \\ m_1 \cdot (v_{1x} - v_{3x}) \cdot (v_{1x} + v_{3x}) = m_2 \cdot (v_{4x} - v_{2x})(v_{4x} + v_{2x}) \end{cases}$$

$\div \qquad v_{1x} + v_{3x} = v_{4x} + v_{2x}$

$\Rightarrow v_{3x} = v_{2x} + v_{4x} - v_{1x}$

înlocuind v_{3x} în conservarea impulsului:

$$m_1 v_{1x} + m_2 \cdot v_{2x} = m_1 \cdot v_{3x} + m_2 \cdot v_{4x}$$

$$m_1 \cdot v_{1x} + m_2 \cdot v_{2x} = m_1 \left(v_{2x} + v_{4x} - v_{1x} \right) + m_2 \cdot v_{4x}$$

$$m_1 \cdot v_{1x} + m_2 \cdot v_{2x} = m_1 \cdot v_{2x} + m_1 \cdot v_{4x} - m_1 \cdot v_{1x} + m_2 \cdot v_{4x}$$

$$m_2 \cdot v_{2x} + 2 m_1 v_{1x} = m_1 \cdot v_{2x} + m_1 \cdot v_{4x} + m_2 \cdot v_{4x} + m_2 v_{2x} - m_2 v_{2x}$$

$$2 \cdot \left(m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} \right) = m_1 \left(v_{2x} + v_{4x} \right) + m_2 \left(v_{2x} + v_{4x} \right)$$

$$v_{4x} + v_{2x} = \frac{2\left(m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x}\right)}{m_1 + m_2}$$

$$\Rightarrow \boxed{v_{4x} = \frac{2\left(m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x}\right)}{m_1 + m_2} - v_{2x}}$$

analog $\Rightarrow$ $$\boxed{v_{3x} = \frac{2\left(m_1 v_{1x} + 2 m_2 v_{2x}\right)}{m_1 + m_2} - v_{1x}}$$

CAZURI PARTICULARE:

1. Ciocnirea cu un perete ($m_1 = m$, $m_2 = M$, $M \gg m$)

$$v_{3x} = \frac{2 \cdot \left(m \cdot v_{1x} + M \cdot v_{2x} \right) \big| M}{m + M} - v_{1x}$$

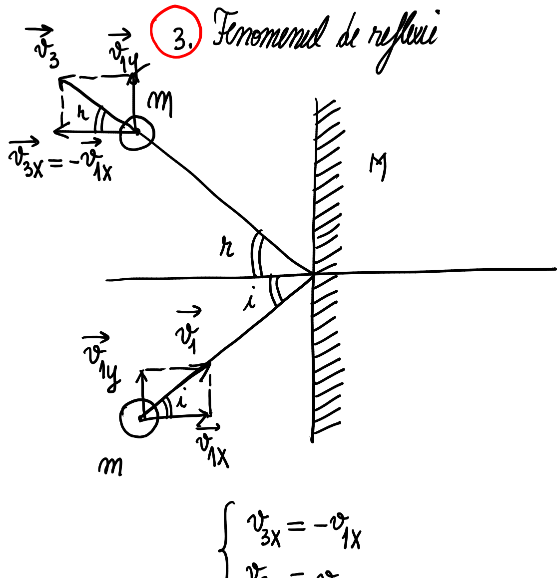
$$v_{3x} = \frac{2 \cdot \left(\cancelto{0}{\frac{m}{M}} \cdot v_{1x} + v_{2x} \right)}{\cancelto{0}{\frac{m}{M}} + 1} - v_{1x} \quad , \frac{m}{M} \approx 0 \text{ neglijabil}$$

$$\boxed{v_{3x} = 2 \cdot v_{2x} - v_{1x}}$$

analog $\Rightarrow$ $$v_{4x} = \frac{2 \cdot \left(\cancelto{0}{\frac{m}{M}} \cdot v_{1x} + v_{2x} \right)}{\cancelto{0}{\frac{m}{M}} + 1} - v_{2x} \quad , \frac{m}{M} \approx 0 \text{ neglijabil}$$

$$\boxed{v_{4x} = v_{2x}}$$

3. Fenomenul de reflexie



$$\begin{cases} v_{3x} = -v_{1x} \\ v_{3y} = v_{1y} \end{cases}$$

$$i = r$$

2. Ciocnirea cu un perete în repaus ($m_1 = m$, $m_2 = M$, $M \gg m$, $v_{2x} = 0$)

$v_{3x} = -v_{1x}$ corpul m a lovit peretele cu viteza v_{1x} și se întoarce cu o viteză egală în modul dar opusă $v_{3x} = -v_{1x}$

$v_{4x} = v_{2x}$ peretele M rămâne în repaus

! **Obs** În cazul bidimensional 2D, calculele făcute anterior pe axa Ox se fac analog și pe axa Oy.
Și apoi compunând v_x cu v_y se obține v.

! Obs $\vec{F} \cdot \Delta t$ forțele se aplică în timp $\Rightarrow$ impulsuri, schimb de impulsuri mecanice în timp

$\vec{F} \cdot \vec{d}$ forțele se aplică spațial pe anumite distanțe $\Rightarrow$ lucruri, schimb de energii mecanice în spațiu

$$\vec{F} \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta \vec{p}$$

$$\vec{F} \cdot \vec{d} \Rightarrow \Delta E$$