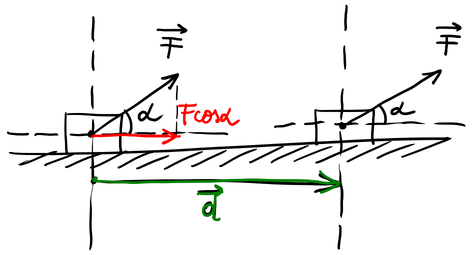
LUCRUL MECANIC

Forțele lucrează!
Mișcă obiecte în spațiu!

Lucrul mecanic al forței de tracțiune (L_F)



clasa a VII-a: $\boxed{L = F \cdot d}$

clasa a IX-a: $L = (F\cos\alpha) \cdot d$

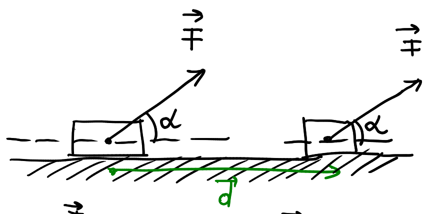
$\boxed{L = \vec{F} \cdot \vec{d}}$

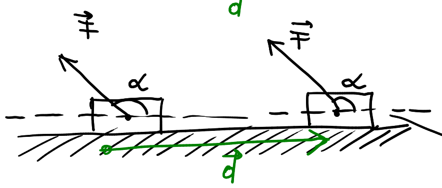
regula produsului scalar

$\vec{a} \cdot \vec{b} = a \cdot b \cdot \cos\alpha$

Obs Doar componenta $F\cos\alpha$ din forța F lucrează efectiv la deplasarea corpului de-a lungul lui $\vec{d}$.

$$\boxed{L = F \cdot d \cdot \cos\alpha}$$





CONVENȚIA DE SEMN:

$\cos 0 = 1$

$\cos 90 = 0$

$\cos 180 = -1$

$\boxed{L_F = F \cdot d \cdot \cos\alpha}$

$\alpha \in (0, 90) \Rightarrow \cos\alpha > 0 \Rightarrow \boxed{L_F > 0}$ lucru motor

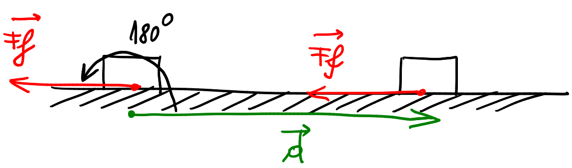
$\vec{F}$ ajută la deplasarea $\vec{d}$

$\boxed{L_F = F \cdot d \cdot \cos\alpha}$

$\alpha \in (90, 180) \Rightarrow \cos\alpha < 0 \Rightarrow \boxed{L_F < 0}$ lucru rezistiv

$\vec{F}$ se opune la deplasarea $\vec{d}$

Lucrul mecanic al forței de frecare (L_{F_f})

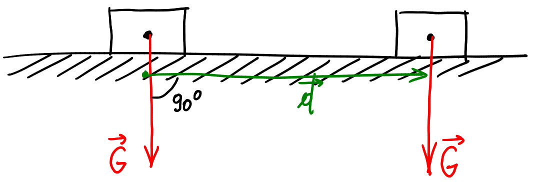


$$L_{F_f} = \vec{F_f} \cdot \vec{d}$$
$$= F_f \cdot d \cdot \cos 180$$
$$= -F_f \cdot d$$

$\boxed{L_{F_f} < 0}$

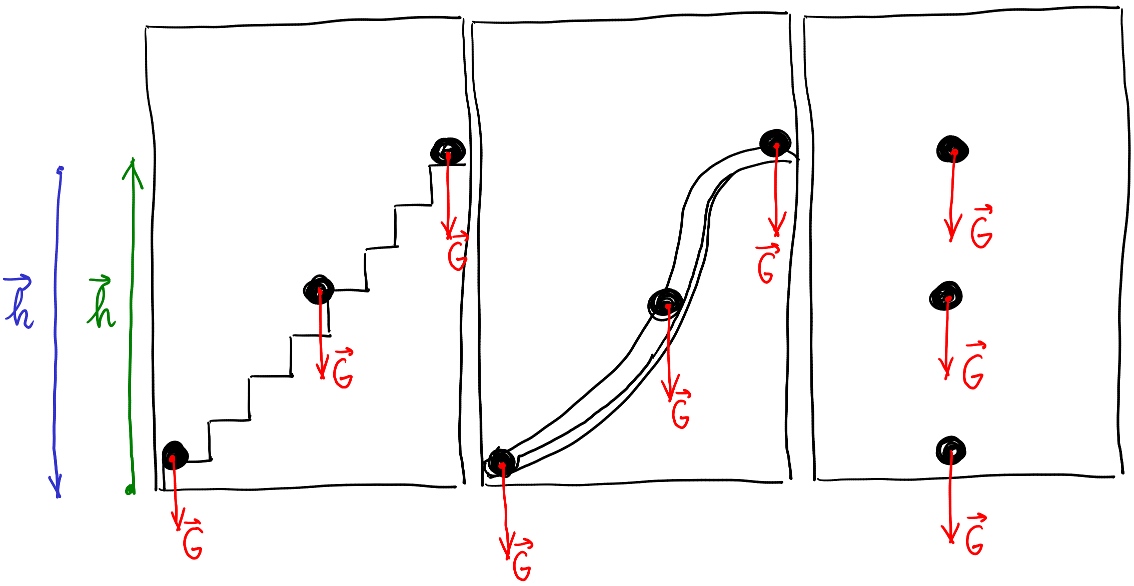
lucru mecanic rezistiv

Lucrul mecanic al forței de greutate (L_G)



$$L_G = \vec{G}\cdot\vec{d} = G\cdot d\cdot \cancel{\cos 90^\circ}^{\,0} = 0\,J$$

$$L_N = \vec{N}\cdot\vec{d} = N\cdot d\cdot \cancel{\cos 90^\circ}^{\,0} = 0\,J$$



la urcarea greutății:

$$L_G = \vec{G}\cdot\vec{h} = G\cdot h\cdot \cancel{\cos 180}^{\,-1} = -mgh$$

$\boxed{L_G<0}$ lucru mecanic rezistiv

$\vec{G}$ se opune la urcarea pe distanța $\vec{h}$

la coborârea greutății:

$$L_G = \vec{G}\cdot\vec{h} = G\cdot h\cdot \cancel{\cos 0}^{\,1} = +mgh$$

$\boxed{L_G>0}$ lucru mecanic motor

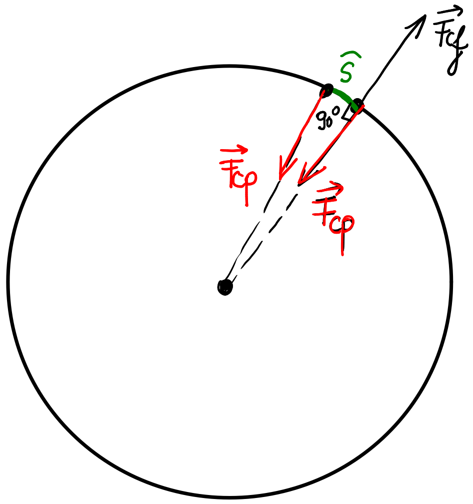
$\vec{G}$ ajută la coborârea pe distanța $\vec{h}$

Obs!

L_G nu depinde de forma drumului pe care s-a efectuat lucrul $\Longrightarrow$ $\vec{G}$ este o forță conservativă

L_{Ff} depinde de forma drumului pe care s-a efectuat lucrul $\Longrightarrow$ $\vec{F_f}$ este o forță neconservativă

Lucrul forței centripete ($L_{F_{cp}}$). Lucrul forței centrifuge ($L_{F_{cf}}$)

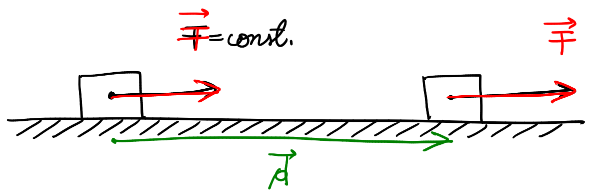


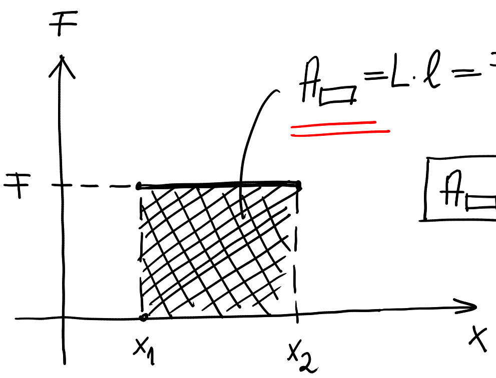
$$L_{F_{cp}} = \vec{F}_{cp} \cdot \vec{\hat{s}}$$
$$= F_{cp} \cdot s \cdot \cancel{\cos 90}^{\,0}$$
$$= 0\,J$$

$$L_{F_{cf}} = 0\,J$$

Obs: În mișcări circulare forța centripetă și forța centrifugă nu efectuează lucru mecanic.

Aria de sub graficul funcției F(x)



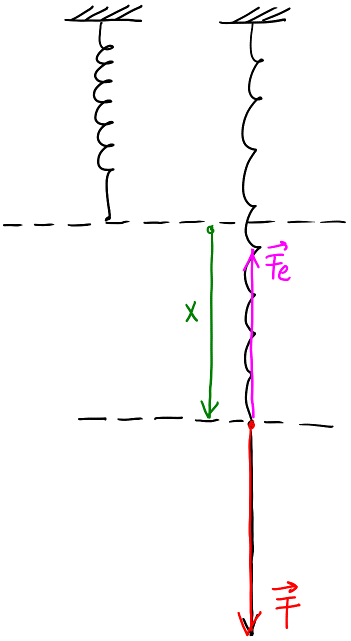


$$A_{\square} = L \cdot \ell = F \cdot d = L$$

$$\boxed{A_{\square} = L}$$

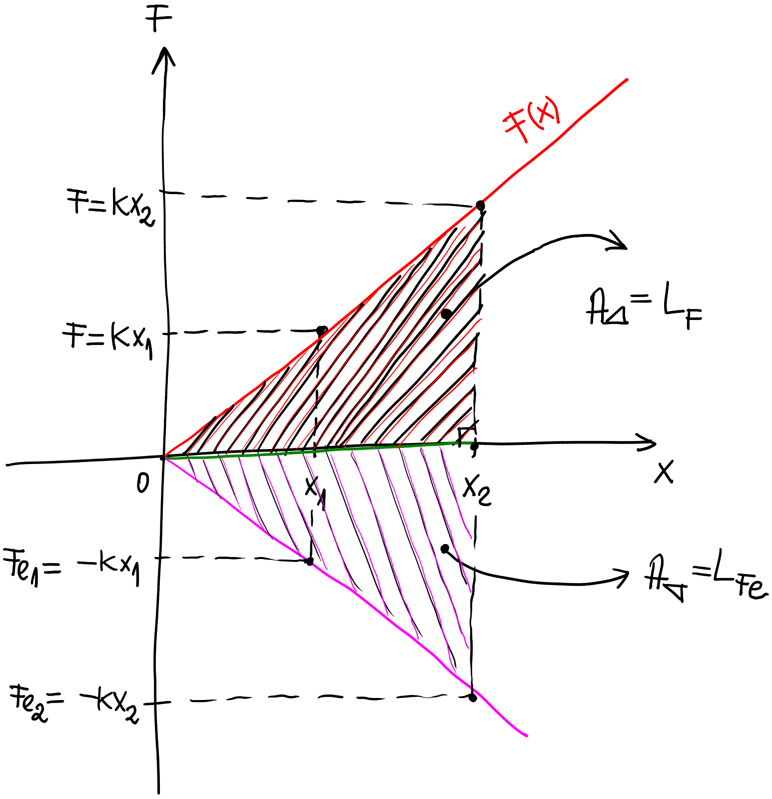
Obs: Aria de sub graficul forței în funcție de poziție are semnificație de lucru mecanic.

Lucrul mecanic al forței elastice (L_{Fe})



$|\vec{F}| = |\vec{Fe}| = k \cdot x$

$F(x) = k \cdot x$
$y(x) = a \cdot x + b$



- Tragem uniform de capătul inferior al resortului.

  Forța F crește liniar.

$$A_\triangle = \frac{c_1 \cdot c_2}{2} = \frac{\Delta l \cdot (k \cdot \Delta l)}{2} = \frac{k \cdot \Delta l^2}{2} \Rightarrow \boxed{L_F = \frac{k \Delta l^2}{2}}$$

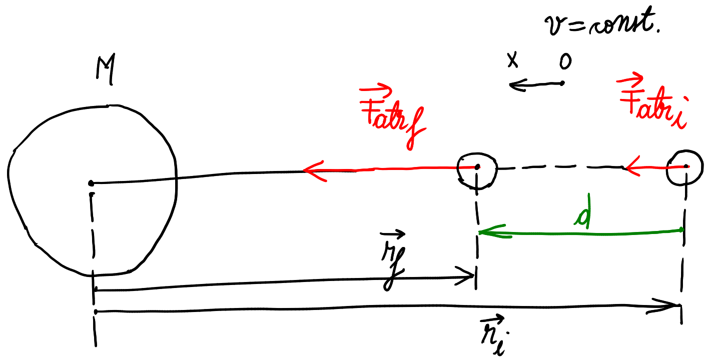
Pentru întinderea resortului (comprimarea) pe distanța x forța F lucrează: $\boxed{L_F = \frac{k \cdot x^2}{2}}$ $L_F > 0$ lucru motor

Pentru întinderea resortului (comprimarea) pe distanța x forța Fe se opune cu: $\boxed{L_{Fe} = \frac{-k \cdot x^2}{2}}$ $L_{Fe} < 0$ lucru rezistiv

<u>Obs1</u> La sfârșitul procesului, <u>lucrul mecanic motor</u> (L_F) se regăsește stocat în resort sub formă de <u>energie potențială de deformare</u>. (E_{pd})

<u>Obs2</u> Ulterior această energie are potențial de a se converti înapoi în lucru mecanic.

Lucrul mecanic al forței de atracție universală ($L_{F_{atr}}$)



$$F_{atr_i} = k\cdot\frac{M\cdot m}{r_i^2}$$

$$F_{atr_f} = k\cdot\frac{M\cdot m}{r_f^2}$$

F_{atr} – variabilă $\Rightarrow \overline{F}_{atr} = \sqrt{F_{atr_i}\cdot F_{atr_f}}$

$$\overline{F}_{atr} = \sqrt{\left(k\cdot\frac{M\cdot m}{r_i^2}\right)\cdot\left(k\cdot\frac{M\cdot m}{r_f^2}\right)}$$

$$\overline{F}_{atr} = k\cdot\frac{M\cdot m}{r_i\cdot r_f}$$

$$L_{F_{atr}} = \overline{F}_{atr}\cdot d = \overrightarrow{\left(k\cdot\frac{Mm}{r_i\cdot r_f}\right)}\cdot\left(\vec{r}_f - \vec{r}_i\right) = \frac{kMm}{r_i\cdot r_f}\cdot r_f\cdot\cancelto{-1}{\cos 180^\circ} - \frac{kMm}{r_i\cdot r_f}\cdot r_i\cdot\cancelto{-1}{\cos 180^\circ}$$

$$\Rightarrow \boxed{L_{F_{atr}} = k\cdot Mm\left(\frac{1}{r_f} - \frac{1}{r_i}\right)}$$

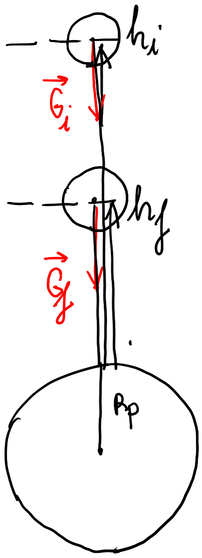
! **Obs** $L_{F_{atr}}$ – nu depinde de forma drumului dintre punctele (i) și (f)

F_{atr} – este o forță conservativă

Lucrul mecanic al forței de atracție universale ($L_{F_{atr}}$)

$\boxed{\text{CAZ PARTICULAR}}$

Lucrul greutății



$$\frac{1}{r_f} - \frac{1}{r_i} = \frac{1}{R_p + h_f} - \frac{1}{R_p + h_i}$$

$$= \frac{1}{R_p\left(1 + \frac{h_f}{R_p}\right)} - \frac{1}{R_p\left(1 + \frac{h_i}{R_p}\right)}$$

din matematică: $\frac{1}{1+x} \simeq 1 - x$, pentru $|x| \ll 1$

serie binomială: $(1+x)^{-1} = 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - \ldots$

$$\Rightarrow \frac{1 - \frac{h_f}{R_p}}{R_p} - \frac{1 - \frac{h_i}{R_p}}{R_p} = \frac{1}{R_p}\left[\left(1 - \frac{h_f}{R_p}\right) - \left(1 - \frac{h_i}{R_p}\right)\right] = \frac{1}{R_p}\left(\frac{h_i - h_f}{R_p}\right)$$

$$\frac{1}{r_f} - \frac{1}{r_i} = \frac{1}{R_p^2}(h_i - h_f)$$

$$L_{F_{atr}} = K \cdot M \cdot m \cdot \left(\frac{1}{r_f} - \frac{1}{r_i}\right) = \frac{K \cdot M \cdot m}{R_p^2}(h_i - h_f), \quad \text{dar } g = \frac{K \cdot M}{R_p^2}$$

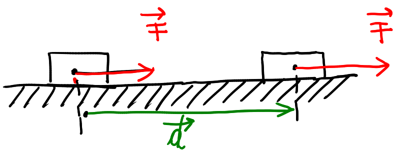
$$= mg(h_i - h_f)$$

$$= -mg(h_f - h_i)$$

$$L_{F_{atr}} = L_G = -mg(h_f - h_i)$$

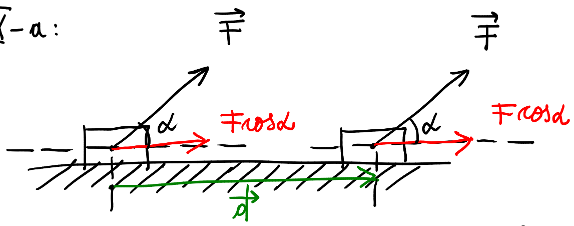
$$= mg(h_i - h_f)$$

clasa a VI-a:



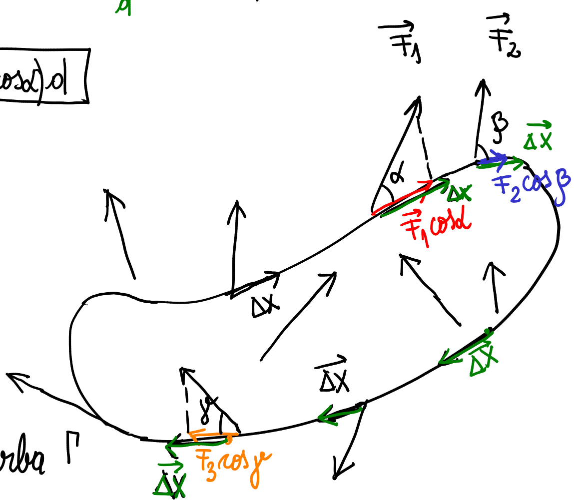
$$\boxed{L = F \cdot d}$$

clasa a IX-a:



$$\boxed{L = (F\cos\alpha)\, d}$$

facultate anul I:



Γ, γ - gamma curba Γ

$$\boxed{L = \int_\Gamma \vec{F}(x)\, \vec{dx}}$$

$$L = \vec{F}(x) \cdot \vec{\Delta x}$$

$$L_1 = (F_1\cos\alpha) \cdot \Delta x$$

$$L_2 = (F_2\cos\beta) \cdot \Delta x$$

...

$$L_n = (F_3\cos\gamma) \cdot \Delta x$$

$$L = L_1 + L_2 + L_3 + \dots + L_n$$

$$L = \sum_{i=1}^{n} L_i = \boxed{\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i(x) \cdot \vec{\Delta x}}$$

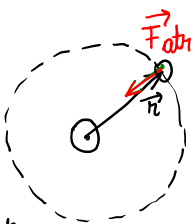
$$\boxed{L = \int_\Gamma \vec{F}(x)\, \vec{dx}}$$

$\Delta x \to 0$, intervale fine

$\Delta \to d$

$\Sigma \to \int$

$$F_{atr} = -\frac{KMm}{r^2}$$



!Obs

$$L_{F_{atr}} = \int_{r_i}^{r_f} -\frac{K \cdot M \cdot m}{r^2}\, dr$$

$$= KMm \int_{r_i}^{r_f} \frac{1}{r^2}\, dr$$

$$\int \frac{1}{x^2}\, dx = -\frac{1}{x}$$

$$= KMm \left(\frac{1}{r}\right)\Bigg|_{r_i}^{r_f}$$

$$= KMm \left(\frac{1}{r_f} - \frac{1}{r_i}\right)$$

Formula generală a lucrului mecanic

$$\boxed{L = \int_\Gamma \vec{F}(x)\, \vec{dx}}$$

PUTEREA MECANICĂ

$$\boxed{P = \frac{L}{\Delta t}} \qquad [P]_{S.I.} = \frac{1J}{1s} = 1W \text{ (Watt)}$$

P = puterea mecanică medie
L = lucrul mecanic
Δt = timpul

MĂRIME DE PROCES

Puterea mecanică medie este o mărime fizică care ține cont de întregul proces în care s-a pornit de la o stare inițială și s-a ajuns într-o stare finală.

Puterea mecanică instantanee este o mărime fizica care poate fi calculată într-o anumită stare din cadrul procesului.

MĂRIME DE STARE

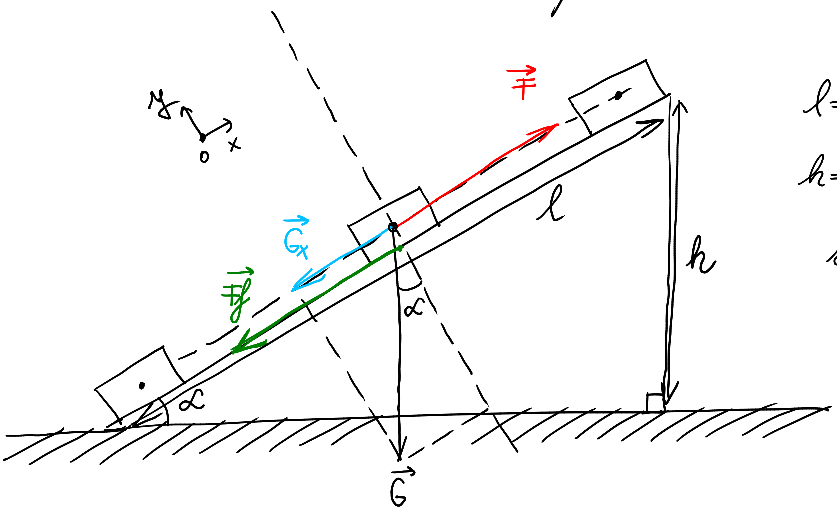
$$P = \frac{L}{\Delta t} = \frac{\vec{F} \cdot \vec{d}}{\Delta t} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

$\boxed{P = \vec{F} \cdot \vec{v}}$ P = Puterea mecanică instantanee $\rightarrow$ $\begin{cases} F - \text{forța instantanee} \\ v - \text{viteza instantanee} \end{cases}$

$\boxed{P_m = \vec{F}_m \cdot \vec{v}_m}$ P_m = Puterea mecanică medie $\rightarrow$ $\begin{cases} F_m - \text{forța medie} \\ v_m - \text{viteza medie} \end{cases}$

RANDAMENTUL MECANIC

Urcarea uniformă a unei greutăți pe planul înclinat



ℓ = lungimea planului înclinat

h = înălțimea planului înclinat

$\sin\alpha = \dfrac{h}{\ell}$

$$\begin{cases} G_x = mg\sin\alpha \\ G_y = mg\cos\alpha \end{cases}$$

Principiul II: $\boxed{F - G_x - F_f = 0} \quad |\cdot \ell$

$$F\cdot\ell - G_x\cdot\ell - F_f\cdot\ell = 0$$

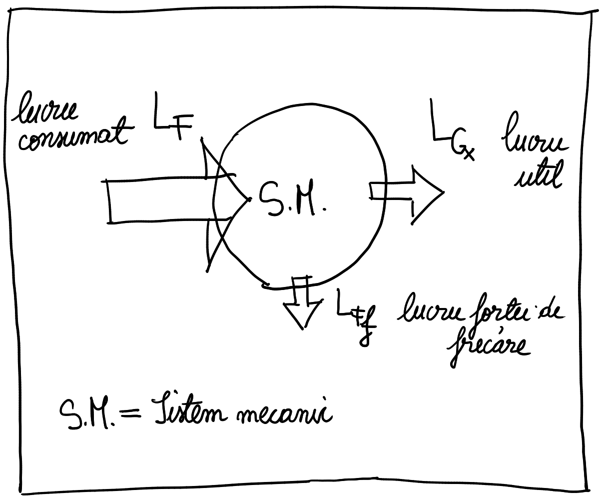
Cele trei forțe de pe direcția Ox de-a lungul planului lucrează pe toată lungimea planului înclinat (ℓ).

$$\Rightarrow \quad \boxed{L_F - L_{G_x} - L_{F_f} = 0}$$

$L_F = \vec{F}\cdot\vec{\ell} = F\cdot\ell\cdot\cancelto{1}{\cos 0} = F\cdot\ell \qquad L_F > 0$ lucru motor

$L_{G_x} = \vec{G}_x\cdot\vec{\ell} = G_x\cdot\ell\cdot\cancelto{-1}{\cos 180} = -G_x\cdot\ell \qquad L_{G_x} < 0$ lucru rezistiv

$L_{F_f} = \vec{F}_f\cdot\vec{\ell} = F_f\cdot\ell\cdot\cancelto{-1}{\cos 180} = -F_f\cdot\ell \qquad L_{F_f} < 0$ lucru rezistiv



η, H – eta

η = randamentul mecanic

$$\boxed{\eta = \frac{|L_{util}|}{L_{consumat}}}$$

$$\eta = \frac{|L_{G_x}|}{L_F} = \frac{G_x\cdot\ell}{F\cdot\ell} = \frac{G_x}{F}$$

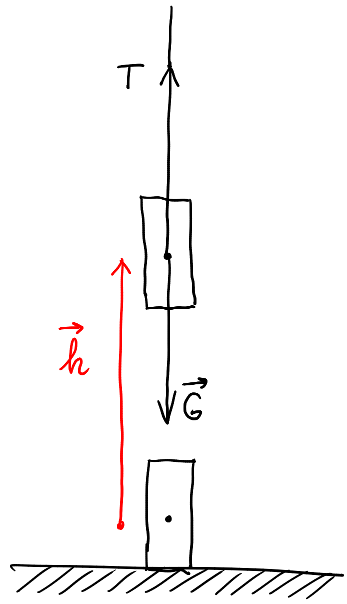
Pr. II: $F - G_x - F_f = 0 \Rightarrow F = G_x + \underbrace{F_f}_{\mu mg\cos\alpha}$

$$\Rightarrow \eta = \frac{G_x}{G_x + F_f} = \frac{mg\sin\alpha}{mg\sin\alpha + \mu mg\cos\alpha} \Rightarrow \boxed{\eta = \frac{1}{1+\mu\, ctg\,\alpha}}$$

(410) O greutate cu masa $m=3t$ este ridicată de către o macara cu accelerația $a=2\,m/s^2$. Să se afle lucrul mecanic efectuat de macara în primele $t=1{,}5\,s$ de la începutul mișcării.

$m=3000\,kg$
$a=2\,m/s^2$
$t=1{,}5\,s$

$L=?$



Principiul II $\quad T-G=m\cdot a$

Forța de tracțiune a macaralei $\quad F=T=ma+mg$

$$L_F=F\cdot h=(ma+mg)\,h$$

Mișcare rectilinie uniform variată (M.R.U.V.) $\quad a=\text{const.}$

$$x(t)=\cancel{x_0}^{\,0}+\cancel{v_0}^{\,0}t+\frac{at^2}{2}$$

$$h=\frac{at^2}{2}$$

$$\Longrightarrow L_F=(ma+mg)\cdot\frac{at^2}{2}$$

$$=(3000\cdot 2+3000\cdot 10)\cdot\frac{\cancel{2}\cdot(1{,}5)^2}{\cancel{2}}$$

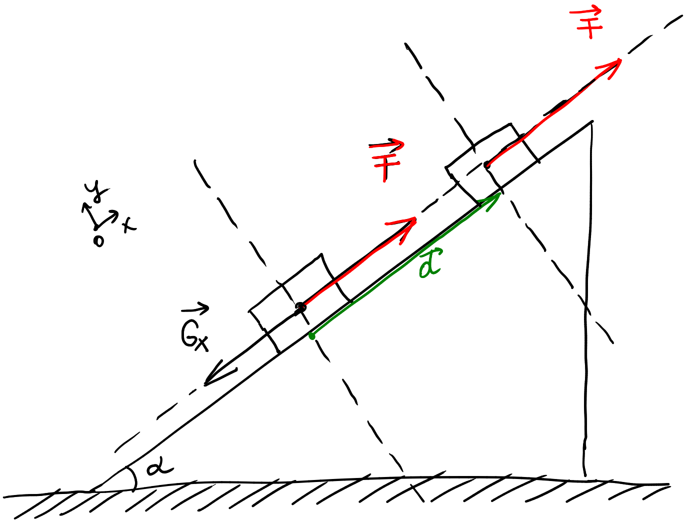
$$=3000\cdot\cancel{12}^{\,3}\cdot\frac{3}{\cancel{2}}\cdot\frac{3}{\cancel{2}}$$

$$=81000\,J$$

(411) Un corp cu masa $m=100\,kg$ este ridicat uniform pe un plan înclinat care face unghiul $\alpha=30°$ cu orizontala, cu ajutorul unui cablu paralel cu planul. Ce lucru mecanic se efectuează pentru deplasarea corpului pe o distanță $d=80\,cm$? Frecările se neglijează.

$m=100\,kg$
$\alpha=30°$
$d=0,8\,m$

$L_F=?$



Principiul II $F-G_x=0$ (M.R.U.)

$F=G_x=mg\sin\alpha$

$L_F=F\cdot d\cdot \cancel{\cos 0}^{\,1}$

$=(mg\sin\alpha)\cdot d$

$=100\cdot 10\cdot \frac{1}{2}\cdot 0,8$

$=400\,J$

(413) Un corp cu masa $m = 100\,kg$ este urcat cu accelerația $a = 1\,m/s^2$ pe un plan înclinat cu unghiul $\alpha = 30^\circ$ față de orizontală. Lungimea planului înclinat este $l = 2\,m$, iar coeficientul de frecare dintre corp și plan $\mu = 0{,}1$. Care este lucrul mecanic efectuat?

$m = 100\,kg$

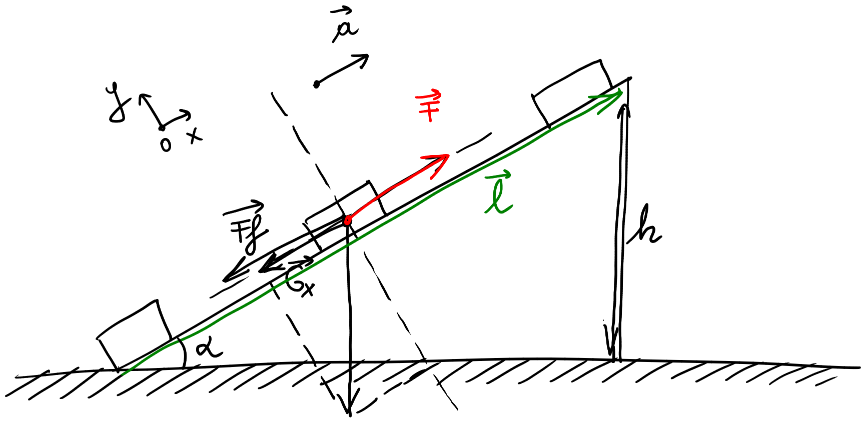
$a = 1\,m/s^2$

$\alpha = 30^\circ$

$l = 2\,m$

$\mu = 0{,}1$

$L_F = ?$



Principiul II $\quad F - G_x - F_f = ma \quad$ (M.R.U.V.)

$$\Rightarrow F = ma + mg\sin\alpha + \mu mg\cos\alpha$$

$$\Rightarrow L_F = F \cdot l$$

$$= (ma + mg\sin\alpha + \mu mg\cos\alpha) \cdot l$$

$$= 100\left(1 + \cancel{10}^{5} \cdot \frac{1}{\cancel{2}} + 0{,}1 \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \cdot 2$$

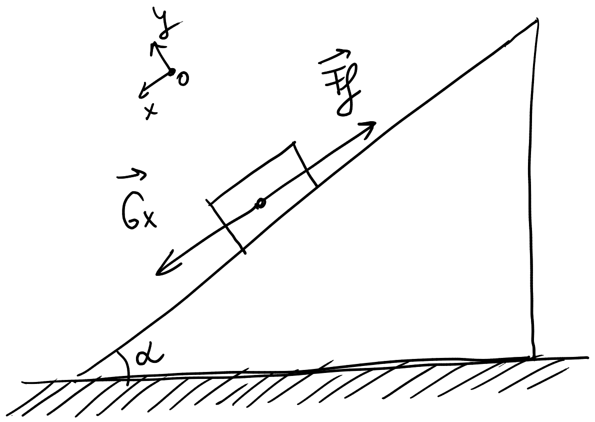
$$= 200\left(6 + \frac{1{,}73}{2}\right)$$

$$= 1200 + \frac{\cancel{2} \cdot 173}{\cancel{2}}$$

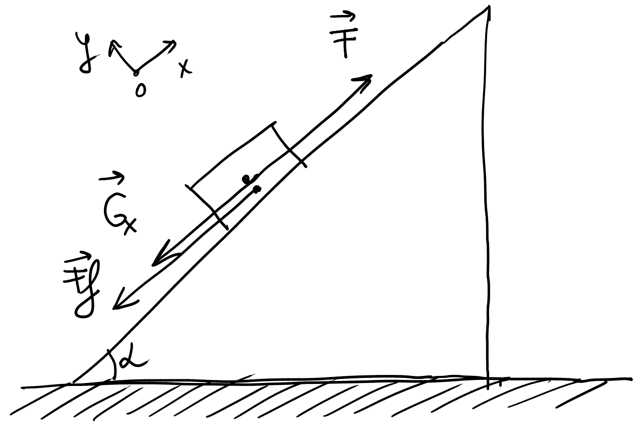
$$= 1373\ J$$

(415) Un corp așezat pe un plan înclinat coboară uniform spre baza acestuia în urma unui mic impuls. Să se determine randamentul planului înclinat la urcarea uniformă a aceluiași corp.

COBORÂRE UNIFORMĂ



URCARE UNIFORMĂ



Principiul II $\quad G_x - F_f = 0$

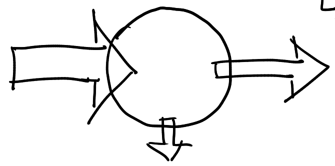
$$G_x = F_f$$

$$\cancel{mg}\sin\alpha = \mu \cancel{mg}\cos\alpha$$

$$\Longrightarrow \mu = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \operatorname{tg}\alpha$$

$$\vec{F}\cdot\vec{l} = L_{consumat}$$

$$L_{util} = \vec{G_x}\cdot\vec{l}$$



$$L_{F_f} = \vec{F_f}\cdot\vec{l}$$

$$\eta = \frac{|L_{util}|}{L_{consumat}}$$

$$\eta = \frac{G_x \cdot l}{F \cdot l} = \frac{G_x}{G_x + F_f}$$

$$\eta = \frac{mg\sin\alpha}{mg\sin\alpha + \mu mg\cos\alpha}$$

$$\eta = \frac{1}{1 + \mu \operatorname{ctg}\alpha}$$

$$\Longrightarrow \quad \eta = \frac{1}{1 + \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\alpha} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2} = 50\%$$

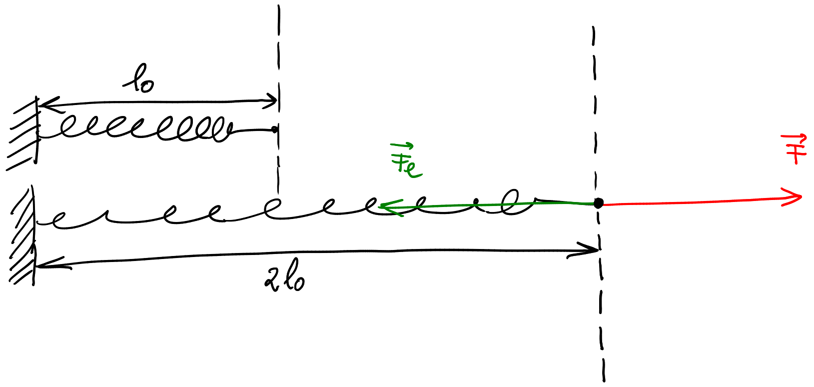
(418) Un șnur de cauciuc are lungimea $l_0 = 0{,}5\,m$ și constanta elastică $K = 100\,N/m$. Ce lucru mecanic trebuie efectuat pentru a dubla lungimea șnurului?

$l_0 = 0{,}5\,m$

$K = 100\,N/m$

$l = 2l_0$

$L_F = ?$



$$L_F = \frac{K \cdot \Delta l^2}{2} = \frac{K \cdot (2l_0 - l_0)^2}{2} = \frac{K l_0^2}{2}$$

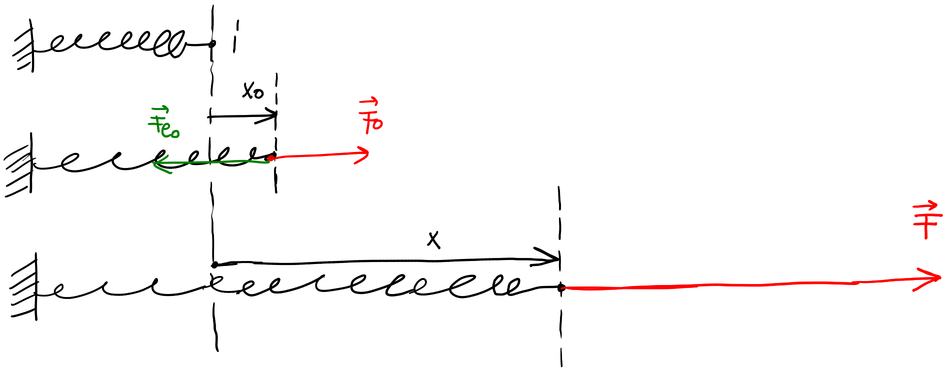
$$L_F = \frac{100 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2}{2} = \frac{100}{8}$$

$$L_F = 12{,}5\,J$$

(419) Ce lucru mecanic trebuie efectuat pentru a comprima un resort cu $X = 10\,cm$, dacă pentru comprimarea sa cu $x_0 = 1\,cm$ este necesară o forță $F_0 = 100\,N$?

~~$x_0 = 1\,cm$, $F_0 = 100\,N$~~

$L_F = ?$



comprimarea cu $x_0 \Rightarrow F_0 = k \cdot x_0 \Longrightarrow k = \dfrac{F_0}{x_0}$

comprimarea cu $x \Rightarrow L_F = \dfrac{k \cdot x^2}{2}$, lucrul mecanic motor necesar comprimării cu x

înlocuind $k \Rightarrow$

$$L_F = \frac{F_0}{x_0} \cdot \frac{x^2}{2}$$

$$= \frac{100}{0{,}01} \cdot \frac{(0{,}1)^2}{2}$$

$$= 100\cancel{00} \cdot \frac{1}{1\cancel{00} \cdot 2}$$

$$= 50\,J$$

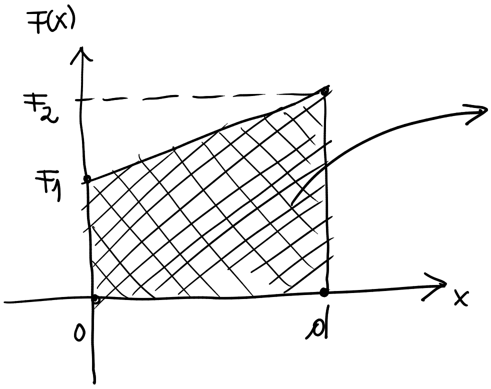
(424) Să se determine lucrul mecanic efectuat pe distanța $d = 12\,m$ de o forță crescătoare care la începutul drumului are valoarea $F_1 = 10N$, iar la sfârșitul drumului $F_2 = 46N$.

$d = 12\,m$

$F_1 = 10N$

$F_2 = 46N$

$L = ?$



$$A_{\square} = \frac{(b+B)}{2} \cdot h$$

Lucrul mecanic efectuat este numeric egal cu aria de sub graficul forței în funcție de poziție.

$$L = A_{\square} = \frac{(F_1 + F_2)}{2} \cdot d$$

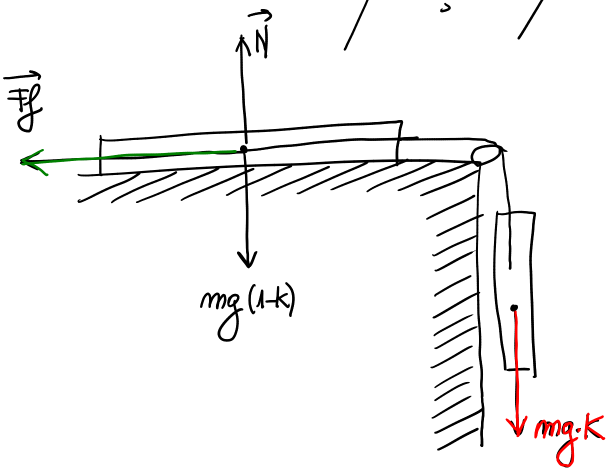
$$L = \frac{10+46}{\cancel{2}} \cdot \overset{6}{\cancel{12}} = 56 \cdot 6$$

$$L = 336\,J$$

(426) Un lanț cu masa $m=0{,}8\,kg$ și lungimea $l=1{,}5\,m$ este așezat pe o masă orizontală astfel o parte a sa atârnă la marginea mesei. Lanțul începe să alunece singur atunci când lungimea părții care atârnă este o fracțiune $k=1/3$ din lungimea totală. Să se determine lucrul mecanic efectuat de forța de frecare care acționează asupra lanțului până în momentul în care părăsește complet masa.

$m=0{,}8\,kg$
$l=1{,}5\,m$
$k=1/3$

$L_{Ff}=?$



Chiar înainte de a porni să alunece lanțul este în repaus:

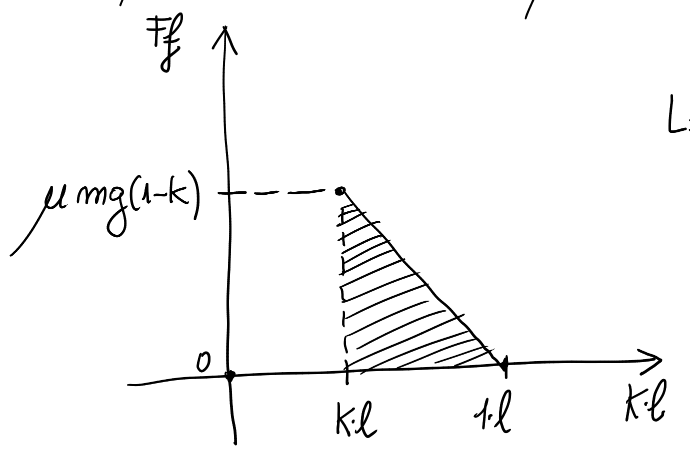
$$\Longrightarrow mg\cdot k-\mu\cdot mg(1-k)=0$$

$$k=\mu(1-k)$$

$$\Rightarrow \boxed{\mu=\frac{k}{1-k}}$$

Lanțul începe să alunece:

Forța de frecare (Ff) scade pentru că din ce în ce mai puțină masă de lanț se găsește pe masă.



$$L_{Ff}=\frac{C_1\cdot C_2}{2}$$
$$=\frac{\mu mg(1-k)\cdot(1-k)l}{2}$$
$$=\frac{\frac{k}{\cancel{1-k}}\cdot mg\cancel{(1-k)}\cdot(1-k)\cdot l}{2}$$
$$=\frac{k(1-k)mgl}{2}$$

"For geeks":

$$Ff=\mu\cdot N=\mu\cdot mg(1-k)$$

$$\Rightarrow Ff(k)=\mu mg-\mu mgk,\ k\in[0,1]$$

$$\boxed{y(x)=b+a\cdot x}$$

funcție de gradul I $\left\langle\begin{array}{l}a=-\mu mg\\ b=\mu mg\end{array}\right.$

$a<0$: dreaptă descrescătoare

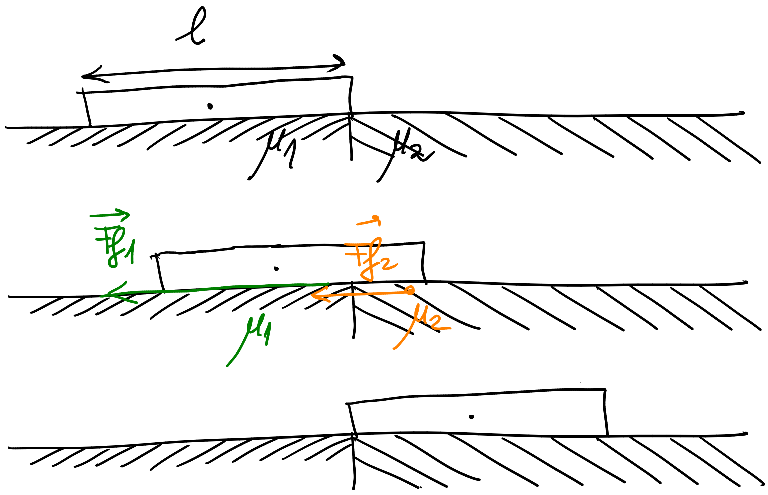
$$L_{Ff}=\frac{\frac{1}{3}\cdot\frac{\cancel{2}}{\cancel{3}}\cdot\frac{8}{\cancel{10}}\cdot\cancel{10}\cdot\frac{\cancel{3}}{\cancel{2}}}{2}=\frac{4}{3}$$

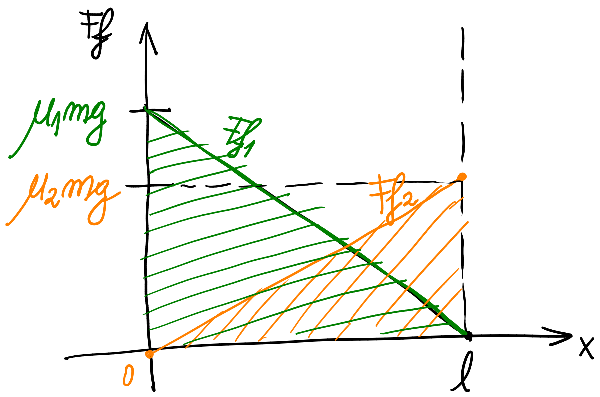
$$L_{Ff}=1{,}33\,J$$

427) Un lanț cu masa m și lungimea l se află cu unul din capete la limita de separație dintre două suprafețe orizontale confecționate din materiale diferite. Coeficienții de frecare dintre lanț și cele două suprafețe sunt μ_1 și μ_2. Cât este lucrul mecanic necesar pentru a trece complet lanțul de pe o suprafață pe cealaltă?

m
l
μ_1, μ_2

$L_{Ff} = ?$





x = porțiunea intrată pe a doua suprafață

Forța de frecare F_{f1} este $\mu_1 mg$ inițial și scade până la 0, când lanțul iese de pe prima suprafață. $F_{f1}\downarrow$

Forța de frecare F_{f2} este 0 inițial și crește până la $\mu_2 mg$, când lanțul a trecut pe a doua suprafață. $F_{f2}\uparrow$

$$L_{Ff_1} = \frac{c_1 \cdot c_2}{2} = \frac{\mu_1 mg \cdot l}{2}$$

$$L_{Ff_2} = \frac{c_1 \cdot c_2}{2} = \frac{\mu_2 mg \cdot l}{2}$$

$$\boxed{L_{Ff} = L_{Ff_1} + L_{Ff_2} = \frac{(\mu_1 + \mu_2) mg l}{2}}$$

---

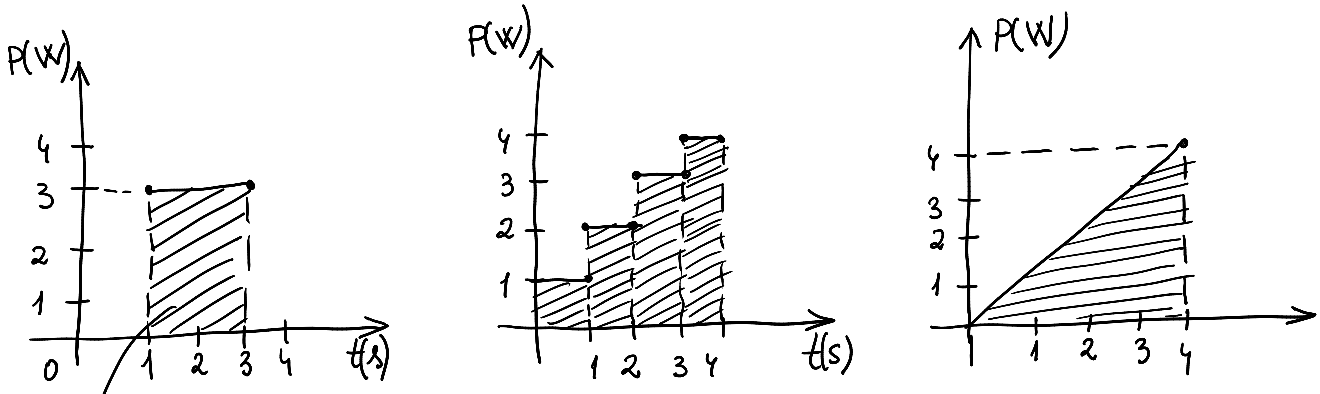
x = porțiunea din lanț care intră pe a doua suprafață $x \in [0, l]$ Studiu:

$l - x$ = porțiunea din lanț rămasă pe prima suprafață

$F_{f1} = \mu_1 mg \cdot \frac{(l-x)}{l}$ $\quad F_{f1}(x) = \mu_1 mg - \mu_1 mg \frac{x}{l} \rightarrow y_1(x) = a_1 x + b_1$ $\quad a_1 < 0$ dreaptă descrescătoare

$F_{f2} = \mu_2 mg \cdot \frac{x}{l}$ $\quad F_{f2}(x) = \mu_2 mg \frac{x}{l} \rightarrow y_2(x) = a_2 x$ $\quad a_2 > 0$ dreaptă crescătoare

429) În graficele din figură este reprezentată dependența de timp a puterii unor motoare. Să se afle lucrul mecanic efectuat în fiecare din cele trei cazuri.



$A_{\square} = L \cdot l = P \cdot \Delta t$

$\boxed{P = \frac{L}{\Delta t}}$ $\quad L = P \cdot \Delta t = 3 \cdot 2$

$L = 6J$

$L = P_1 \cdot \Delta t_1 + P_2 \cdot \Delta t_2 + P_3 \Delta t_3 + P_4 \cdot \Delta t_4$

$= 1 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 1 + 4 \cdot 1$

$= 10J$

$L = P_m \cdot \Delta t$

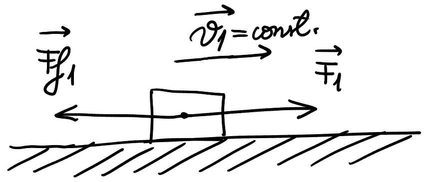
$= \frac{0+4}{2} \cdot 4$

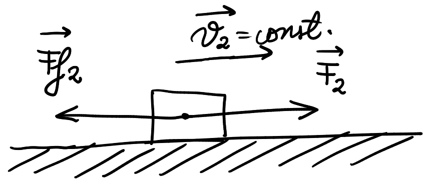
$= 8J$

431) Un motor cu puterea $P = 15\,kW$, montat la un automobil, îi poate imprima acestuia pe drum orizontal o viteză constantă maximă $v_1 = 90\,km/h$. Acelaşi motor, montat la o barcă, îi permite deplasarea pe o apă liniştită cu o viteză nu mai mare de $v_2 = 15\,km/h$. Să se determine valorile forţelor de rezistenţă care se opun celor două mobile.

$P = 15\,kW$
$v_1 = 90\,km/h$
$v_2 = 15\,km/h$

$F_{f1} = ?$
$F_{f2} = ?$





$F_1 - F_{f1} = 0$ (M.R.U.)

$F_1 = F_{f1}$

$\boxed{P_1 = F_1 \cdot v_1}$

$\Rightarrow F_1 = \frac{P_1}{v_1}$

$F_{f1} = \frac{P_1}{v_1} = \frac{1500\cancel{0}\,W}{\frac{9\cancel{0}\cancel{000}\,m}{36\cancel{00}\,s}}$

$F_{f1} = \frac{150 \cdot \cancel{36}^{4}}{\cancel{9}}$

$F_{f1} = 600\,N$

$F_2 - F_{f2} = 0$ (M.R.U.)

$F_2 = F_{f2}$

$\boxed{P_2 = F_2 \cdot v_2}$

$\Rightarrow F_2 = \frac{P_2}{v_2}$

$F_{f2} = \frac{P_2}{v_2} = \frac{1500\cancel{0}\,W}{\frac{15\cancel{000}\,m}{36\cancel{00}\,s}}$

$F_{f2} = \frac{\cancel{1500}^{100} \cdot 36}{\cancel{15}}$

$F_{f2} = 3600\,N$

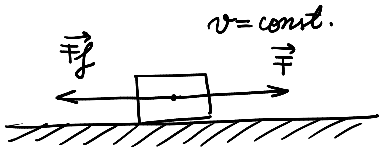
(432) Motorul unui autocamion cu masa $m=5t$ dezvoltă o putere $P=40kW$ atunci când acesta se deplasează cu viteza constantă $v=57,6\ km/h$. Să se afle valoarea coeficientului de frecare dintre roți și șosea.

$m = 5t$

$v = 57,6\ \frac{km}{h}$

$P = 40kW$

$\mu = ?$



Principiul II

$F - F_f = 0$

$F = F_f$

$$\boxed{P = F \cdot v}$$

$$P = F_f \cdot v$$

$$P = \mu m g \cdot v$$

$$\Rightarrow \mu = \frac{P}{mgv}$$

$$\mu = \frac{4\cancel{0000}}{5\cancel{000} \cdot 1\cancel{0} \cdot \frac{576\cancel{00}}{36\cancel{00}}}$$

$$\mu = \frac{4 \cdot \cancel{36}}{5 \cdot \cancel{576}\ 16}$$

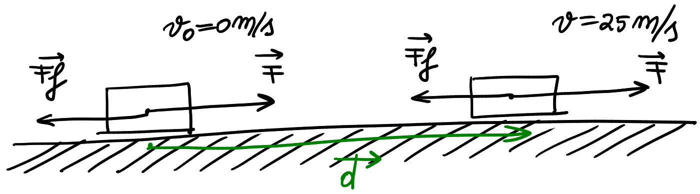
$$\mu = \frac{1}{20}$$

$$\mu = 0,05$$

(433) Pentru a se desprinde de sol un avion trebuie să aibă viteza $v=25\,m/s$, pe care o obține după o rulare pe pistă pe distanța $d=100\,m$, mișcarea fiind uniform accelerată. Masa avionului este $m=1000\,kg$, iar coeficientul de frecare $\mu=0{,}02$. Ce putere dezvoltă motorul avionului?

$v=25\,m/s$
$m=1000\,kg$
$d=100\,m$
$\mu=0{,}02$

$P_m=?$



Principiul II

$$F-F_f=ma$$
$$F=ma+F_f$$
$$F=m\cdot\frac{v^2}{2d}+\mu mg$$

Galilei: $v^2=\cancel{v_0^2}^{\,0}+2a\cdot d$

$$a=\frac{v^2}{2d}$$

$$v_m=\frac{\cancel{v_0}^{\,0}+v}{2}$$

$$P_m=F_m\cdot v_m$$
$$=\left(m\cdot\frac{v^2}{2d}+\mu mg\right)\cdot\frac{v}{2}$$

$$P_m=\left(\cancel{1000}\cdot\frac{25^2}{2\cdot\cancel{100}}+0{,}02\cdot1000\cdot10\right)\cdot\frac{25}{2}$$
$$=\left(5\cdot25^2+200\right)\cdot\frac{25}{2}$$
$$=\left(5\cdot625+200\right)\cdot\frac{25}{2}$$
$$=\frac{3325\cdot25}{2}$$
$$=41562{,}5\,W$$

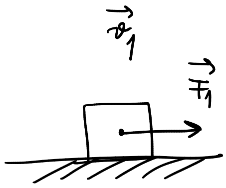
$$\begin{array}{r} {}^{1\,2} \\ 625\cdot \\ 5 \\ \hline 3125+ \\ 200 \\ \hline 3325 \end{array}$$

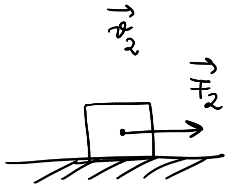
(437) Două autocamioane ale căror motoare au puterile P_1 și P_2, pot atinge vitezele v_1 respectiv v_2. Ce viteză vor atinge cele două camioane legate între ele printr-un cablu?

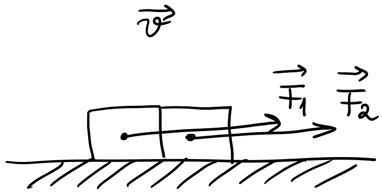
P_1, P_2

v_1, v_2

$v = ?$







$P_1 = F_1 \cdot v_1$

$F_1 = \dfrac{P_1}{v_1}$

$P_2 = F_2 \cdot v_2$

$F_2 = \dfrac{P_2}{v_2}$

$P = (F_1 + F_2) \cdot v$

$v = \dfrac{P}{F_1 + F_2}$

$$\Rightarrow \quad v = \frac{P_1 + P_2}{\dfrac{P_1}{v_1} + \dfrac{P_2}{v_2}}$$

$$v = \frac{(P_1 + P_2) v_1 v_2}{P_1 v_2 + P_2 \cdot v_1}$$

$$\boxed{F = F_1 + F_2} \quad \Big| \cdot d$$

$$F \cdot d = F_1 \cdot d + F_2 \cdot d \quad \Big| \cdot \frac{1}{\Delta t}$$

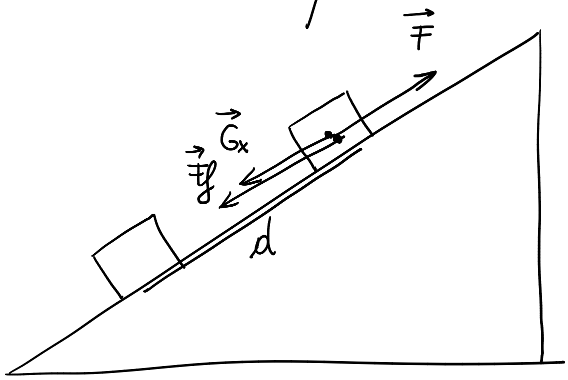
$$\frac{L}{\Delta t} = \frac{L_1}{\Delta t} + \frac{L_2}{\Delta t}$$

$$\boxed{P = P_1 + P_2}$$

445 Un automobil cu masa $m = 2000 kg$ pornește din repaus și urcă un deal cu înclinarea $\alpha = 0{,}02$. După parcurgerea distanței $d = 100 m$, el atinge viteza $v = 32{,}4 km/h$. Coeficientul de frecare este $\mu = 0{,}05$. Să se determine puterea medie dezvoltată de motorul automobilului.

$m = 2000 kg$
$\alpha = 0{,}02$
$d = 100 m$
$v = 32{,}4 km/h$
$\mu = 0{,}05$

$P_m = ?$



Principiul II: $F - G_x - F_f = m \cdot a$

$$F = ma + F_f + G_x$$

$$F = ma + \mu mg\cos\alpha + mg\sin\alpha$$

Galilei: $v^2 = \cancel{v_0^2}^{0} + 2ad$

$$a = \frac{v^2}{2d}$$

M.R.U.V.: $v_m = \frac{\cancel{v_0}^{0} + v}{2} = \frac{v}{2}$

$$P_m = F_m \cdot v_m$$

$$= \left(m \cdot \frac{v^2}{2d} + \mu mg\cos\alpha + mg\sin\alpha\right) \cdot \frac{v}{2}$$

$$\Rightarrow P_m = \frac{mv}{2}\left(\frac{v^2}{2d} + \mu g\cos\alpha + g\sin\alpha\right)$$

$$P_m = \frac{2000 \cdot 9}{2} \cdot \left(\frac{9^2}{2 \cdot 100} + 0{,}05 \cdot 10 \cdot \cancel{\cos 0{,}02}^{1} + 10\cancel{\sin 0{,}02}^{0{,}02}\right)$$

$$P_m = 1000 \cdot 9 \cdot \left(\frac{81}{200} + \frac{5}{10}_{20} + \frac{2}{10}_{20}\right) = \frac{\cancel{1000}}{\cancel{200}} \cdot 9 \cdot (81 + 100 + 40)$$

$$P_m = 45 \cdot 221 = 9945 W$$