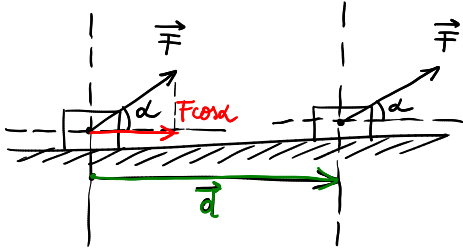


# LUCRUL MECANIC

Forțele lucrează!  
Mișcă obiecte în spațiu!

## Lucrul mecanic al forței de tracțiune ( $L_F$ )



clasa a VII-a:  $L = F \cdot d$

clasa a IX-a:  $L = (F \cos \alpha) \cdot d$

$L = \vec{F} \cdot \vec{d}$

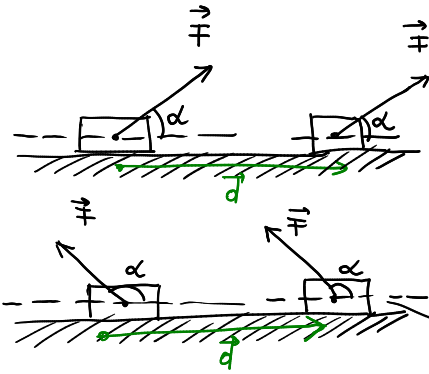
regula produsului scalar

$\vec{a} \cdot \vec{b} = a \cdot b \cdot \cos \alpha$



Obs Doar componenta  $F \cos \alpha$  din forța  $F$  lucrează efectiv la deplasarea corpului de-a lungul lui  $\vec{d}$ .

$L = F \cdot d \cdot \cos \alpha$



CONVENȚIA DE SEMN:

$\cos 0 = 1$

$\cos 90 = 0$

$\cos 180 = -1$

$L_F = F \cdot d \cdot \cos \alpha$

$\alpha \in (0, 90) \Rightarrow \cos \alpha > 0$

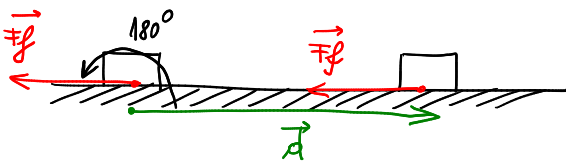
$\Rightarrow L_F > 0$  lucru motor  
 $\vec{F}$  ajută la deplasarea  $\vec{d}$

$L_F = F \cdot d \cdot \cos \alpha$

$\alpha \in (90, 180) \Rightarrow \cos \alpha < 0$

$\Rightarrow L_F < 0$  lucru rezistiv  
 $\vec{F}$  se opune la deplasarea  $\vec{d}$

## Lucrul mecanic al forței de frecare ( $L_{ff}$ )

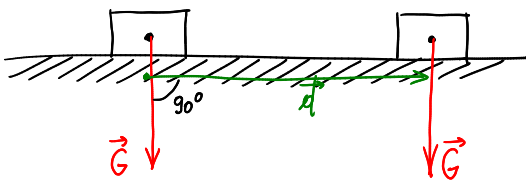


$L_{ff} = \vec{ff} \cdot \vec{d}$   
 $= ff \cdot d \cdot \cos 180$   
 $= -ff \cdot d$

$L_{ff} < 0$

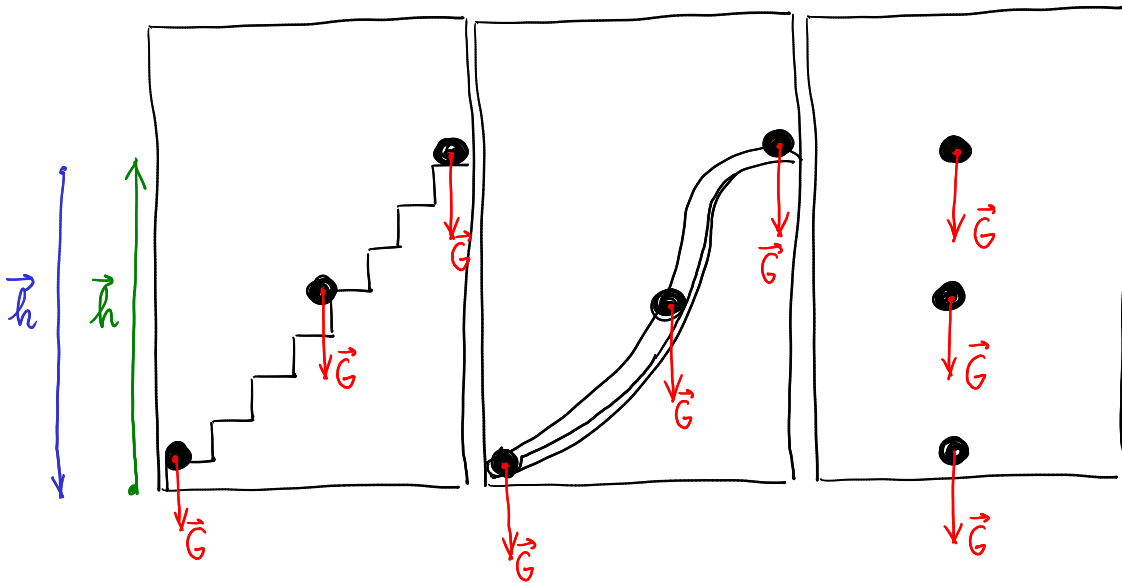
lucru mecanic rezistiv

## Luorul mecanic al forței de greutate ( $L_G$ )



$$\begin{aligned} L_G &= \vec{G} \cdot \vec{d} \\ &= G \cdot d \cdot \cos 90^\circ \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_N &= \vec{N} \cdot \vec{d} \\ &= N \cdot d \cdot \cos 90^\circ \\ &= 0 \end{aligned}$$



la urcarea  
greutății:

$$\begin{aligned} L_G &= \vec{G} \cdot \vec{h} \\ &= G \cdot h \cdot \cos 180^\circ \\ &= -mgh \end{aligned}$$

la coborârea  
greutății:

$$\begin{aligned} L_G &= \vec{G} \cdot \vec{h} \\ &= G \cdot h \cdot \cos 0^\circ \\ &= +mgh \end{aligned}$$

$$\boxed{L_G < 0} \text{ lucru mecanic}$$

rezistent

$\vec{G}$  se opune la urcarea pe distanța  $\vec{h}$

$$\boxed{L_G > 0} \text{ lucru mecanic}$$

motor

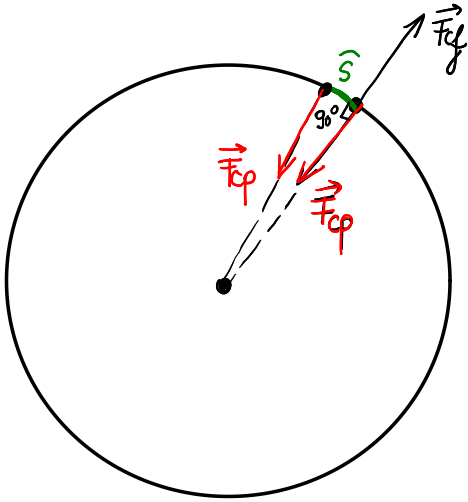
$\vec{G}$  ajută la coborârea pe distanța  $\vec{h}$

Obs!

$L_G$  nu depinde de forma drumului pe care s-a efectuat lucrul  $\Rightarrow \vec{G}$  este o forță conservativă

$L_{f_f}$  depinde de forma drumului pe care s-a efectuat lucrul  $\Rightarrow \vec{f_f}$  este o forță neconservativă

## Lucrul forței centripete ( $L_{F_{cp}}$ ). Lucrul forței centrifuge ( $L_{F_{cf}}$ )

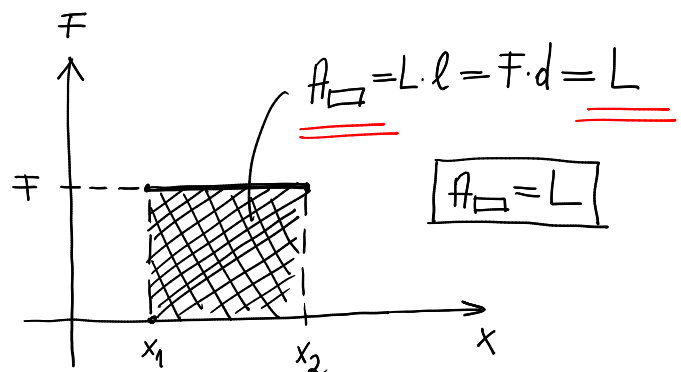
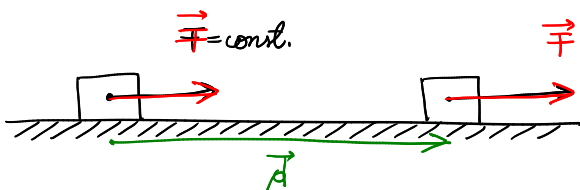


$$\begin{aligned} L_{F_{cp}} &= \vec{F}_{cp} \cdot \vec{s} \\ &= F_{cp} \cdot s \cdot \cos 90^\circ \\ &= 0 \text{ J} \end{aligned}$$

$$L_{F_{cf}} = 0 \text{ J}$$

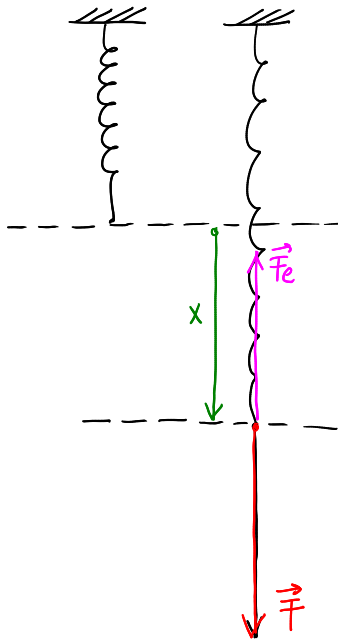
Obs În mișcări circulare forța centripetă și forța centrifugă nu efectuează lucru mecanic.

## Area de sub graficul funcției $F(x)$



Obs Area de sub graficul forței în funcție de poziție are semnificația de lucru mecanic.

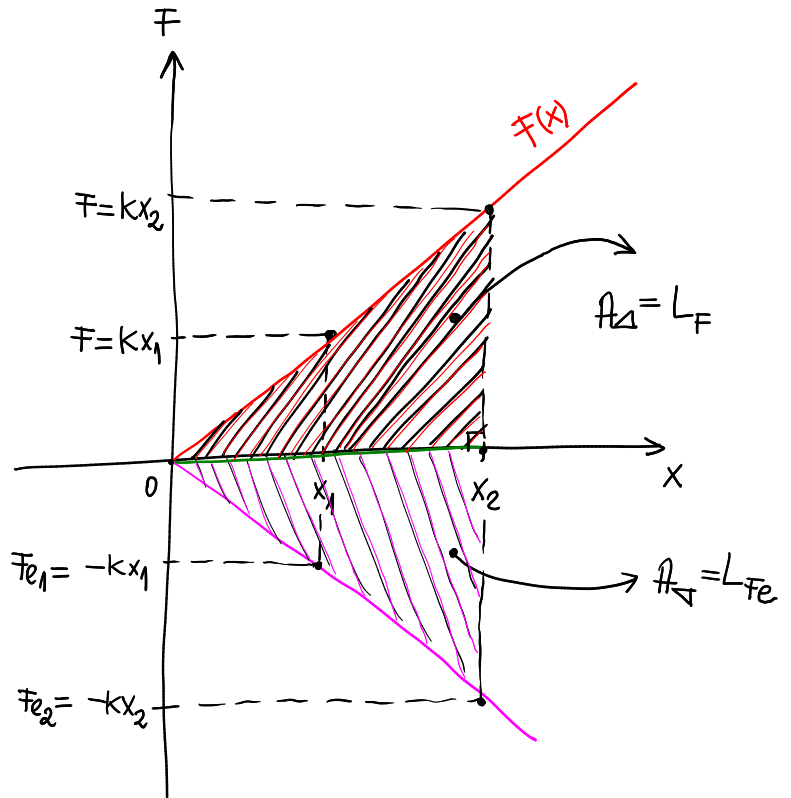
## Lucrul mecanic al forței elastice ( $L_{Fe}$ )



$$|\vec{F}| = |\vec{F}_e| = k \cdot x$$

$$F(x) = k \cdot x$$

$$y(x) = a \cdot x + b$$



- Tragem uniform de capătul inferior al resortului:

Forța  $F$  este liniar.

$$A_F = \frac{c_1 \cdot c_2}{2} = \frac{\Delta l \cdot (k \Delta l)}{2} = \frac{k \cdot \Delta l^2}{2} \Rightarrow \boxed{L_F = \frac{k \Delta l^2}{2}}$$

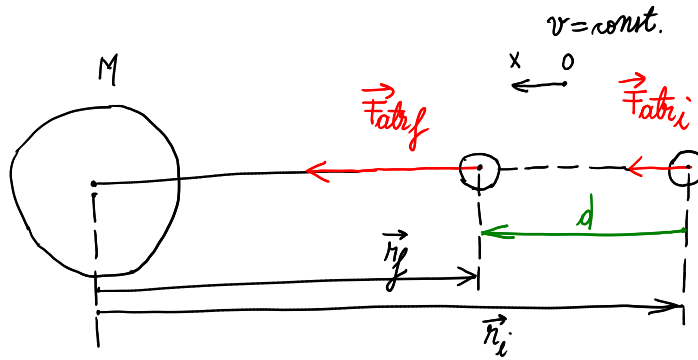
Pentru întinderea resortului pe distanța  $x$  forța  $F$  lucrează:  $\boxed{L_F = \frac{k \cdot x^2}{2}}$   $L_F > 0$  lucru motor

Pentru comprimarea resortului pe distanța  $x$  forța  $F_e$  se opune lui:  $\boxed{L_{Fe} = -\frac{k \cdot x^2}{2}}$   $L_{Fe} < 0$  lucru rezistiv

Obs1 La sfârșitul procesului, lucrul mecanic motor ( $L_F$ ) se regăsește stocat în resort sub formă de energie potențială de deformare ( $E_{pd}$ )

Obs2 Ulterior această energie are potențial de a se converti înapoi în lucru mecanic.

# Lucrul mecanic al forței de atracție universale ( $L_{F_{atr}}$ )



$$F_{atr,i} = k \cdot \frac{M \cdot m}{r_i^2}$$

$$F_{atr,f} = k \cdot \frac{M \cdot m}{r_f^2}$$

$F_{atr}$  - variabilă

$$\Rightarrow \bar{F}_{atr} = \sqrt{F_{atr,i} \cdot F_{atr,f}}$$

$$\bar{F}_{atr} = \sqrt{\left(k \cdot \frac{M \cdot m}{r_i^2}\right) \cdot \left(k \cdot \frac{M \cdot m}{r_f^2}\right)}$$

$$\bar{F}_{atr} = k \cdot \frac{M \cdot m}{r_i \cdot r_f}$$

$$L_{F_{atr}} = \bar{F}_{atr} \cdot d = \left(k \cdot \frac{M \cdot m}{r_i \cdot r_f}\right) \cdot (r_f - r_i) = \frac{k M m}{r_i \cdot r_f} \cdot r_f \cdot \cos 180^\circ - \frac{k M m}{r_i \cdot r_f} \cdot r_i \cdot \cos 180^\circ$$

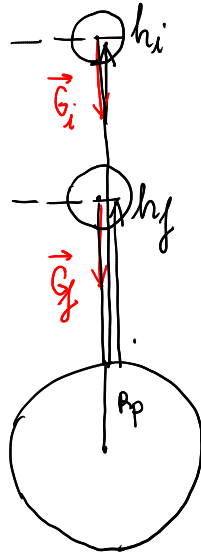
$$\Rightarrow \boxed{L_{F_{atr}} = k \cdot M m \left( \frac{1}{r_f} - \frac{1}{r_i} \right)}$$

! Obs  $L_{F_{atr}}$  - nu depinde de forma drumului dintre punctele (i) și (f)  
 $F_{atr}$  - este o forță conservativă

## Lucrul mecanic al forței de atracție universale ( $L_{F_{atr}}$ )

**CAZ PARTICULAR**

Lucrul gravitațional



$$\begin{aligned} \frac{1}{r_f} - \frac{1}{r_i} &= \frac{1}{R_p + h_f} - \frac{1}{R_p + h_i} \\ &= \frac{1}{R_p \left(1 + \frac{h_f}{R_p}\right)} - \frac{1}{R_p \left(1 + \frac{h_i}{R_p}\right)} \end{aligned}$$

din matematică:  $\frac{1}{1+x} \approx 1-x$ , pentru  $|x| \ll 1$

serie binomială:  $(1+x)^{-1} = 1-x+x^2-x^3+x^4-\dots$

$$\Rightarrow \frac{1 - \frac{h_f}{R_p}}{R_p} - \frac{1 - \frac{h_i}{R_p}}{R_p} = \frac{1}{R_p} \left[ \left(1 - \frac{h_f}{R_p}\right) - \left(1 - \frac{h_i}{R_p}\right) \right] = \frac{1}{R_p} \left( \frac{h_i - h_f}{R_p} \right)$$

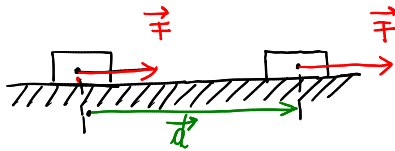
$$\frac{1}{r_f} - \frac{1}{r_i} = \frac{1}{R_p^2} (h_i - h_f)$$

$$L_{F_{atr}} = K \cdot M \cdot m \cdot \left( \frac{1}{r_f} - \frac{1}{r_i} \right) = \frac{K \cdot M \cdot m}{R_p^2} (h_i - h_f), \text{ dar } g = \frac{K \cdot M}{R_p^2}$$

$$\begin{aligned} &= mg(h_i - h_f) \\ &= -mg(h_f - h_i) \end{aligned}$$

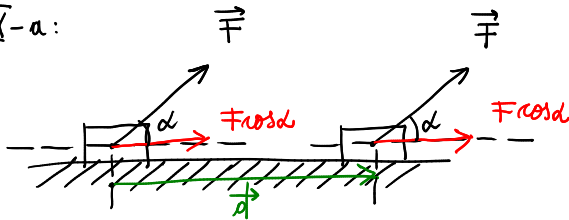
$$\begin{aligned} L_{F_{atr}} &= L_G = -mg(h_f - h_i) \\ &= mg(h_i - h_f) \end{aligned}$$

clasa a VI-a:



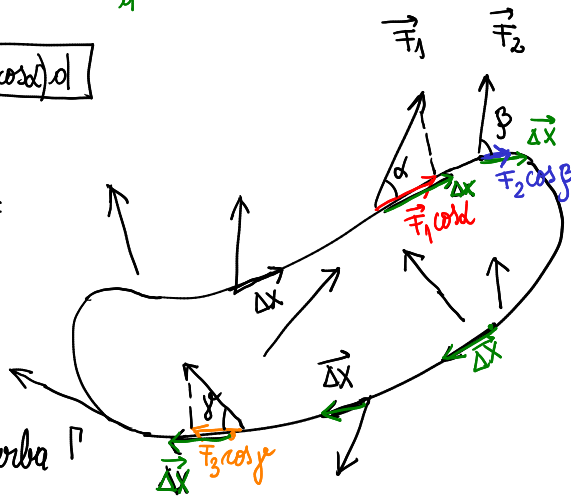
$$L = F \cdot d$$

clasa a IX-a:



$$L = (F \cos \alpha) \cdot d$$

facultate anul I:



gamma - curba

$$L = \int_{\Gamma} \vec{F}(x) \cdot d\vec{x}$$

$$L = \vec{F}(x) \cdot \Delta \vec{x}$$

$$L_1 = (F_1 \cos \alpha) \cdot \Delta x$$

$$L_2 = (F_2 \cos \beta) \cdot \Delta x$$

...

$$L_m = (F_m \cos \gamma) \cdot \Delta x$$

$$L = L_1 + L_2 + L_3 + \dots + L_m$$

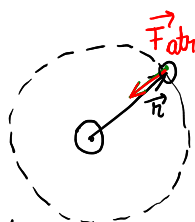
$$L = \sum_{i=1}^m L_i = \sum_{i=1}^m \vec{F}_i(x) \cdot \Delta \vec{x}$$

$$L = \int_{\Gamma} \vec{F}(x) \cdot d\vec{x}$$

$\Delta x \rightarrow 0$ , intervale fine

$\Delta \rightarrow d$   
 $\Sigma \rightarrow \int$

$$F_{atr} = -\frac{kMm}{r^2}$$



Obs

$$L_{F_{atr}} = \int_{n_i}^{n_f} \frac{k \cdot M \cdot m}{r^2} dr$$

$$\int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x}$$

$$= kMm \int_{n_i}^{n_f} \frac{1}{r^2} dr$$

$$= kMm \left( \frac{1}{r} \right) \Big|_{n_i}^{n_f}$$

$$= kMm \left( \frac{1}{n_f} - \frac{1}{n_i} \right)$$

Formula generală a lucrului mecanic

$$L = \int_{\Gamma} \vec{F}(x) \cdot d\vec{x}$$

# PUTEREA MECANICĂ

$$P = \frac{L}{\Delta t}$$

$$[P]_{S.I.} = \frac{1J}{1s} = 1W (Watt)$$

$P$  = puterea mecanică medie  
 $L$  = lucrul mecanic  
 $\Delta t$  = timpul

MĂRIME DE PROCES

Puterea mecanică medie este o mărime fizică care ține cont de întregul proces în care s-a pornit de la o stare inițială și s-a ajuns într-o stare finală.

Puterea mecanică instantanee este o mărime fizică care poate fi calculată într-o anumită stare din cadrul procesului.

MĂRIME DE STARE

$$P = \frac{L}{\Delta t} = \frac{\vec{F} \cdot \vec{d}}{\Delta t} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

$P$  = Puterea mecanică instantanee  $\rightarrow \begin{cases} F - \text{forța instantanee} \\ v - \text{viteza instantanee} \end{cases}$

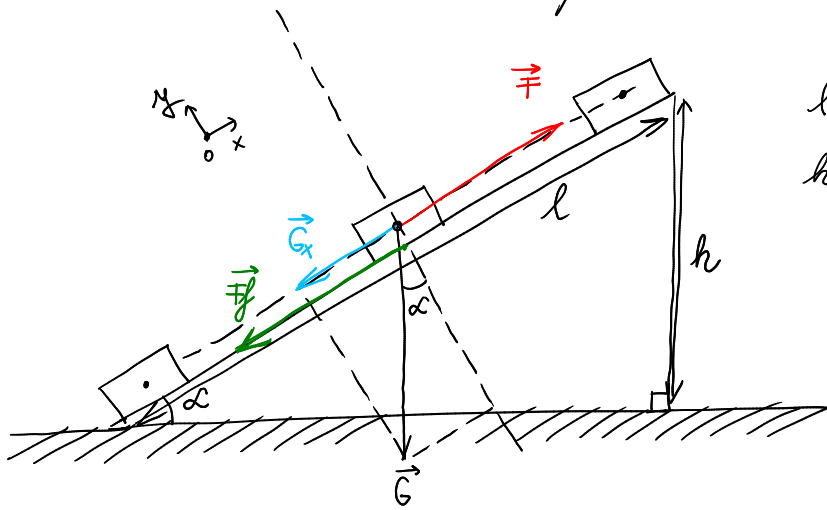
$$P_m = \vec{F}_m \cdot \vec{v}_m$$

$P_m$  = Puterea mecanică medie  $\rightarrow \begin{cases} F_m - \text{forța medie} \\ v_m - \text{viteza medie} \end{cases}$



# RANDAMENTUL MECANIC

Urcarea uniformă a unei greutăți pe planul înclinat



$l$  = lungimea planului înclinat

$h$  = înălțimea planului înclinat

$$\sin \alpha = \frac{h}{l}$$

$$\begin{cases} G_x = mg \sin \alpha \\ G_y = mg \cos \alpha \end{cases}$$

Principiul II:  $F - G_x - F_f = 0 \quad | \cdot l$

$$F \cdot l - G_x \cdot l - F_f \cdot l = 0$$

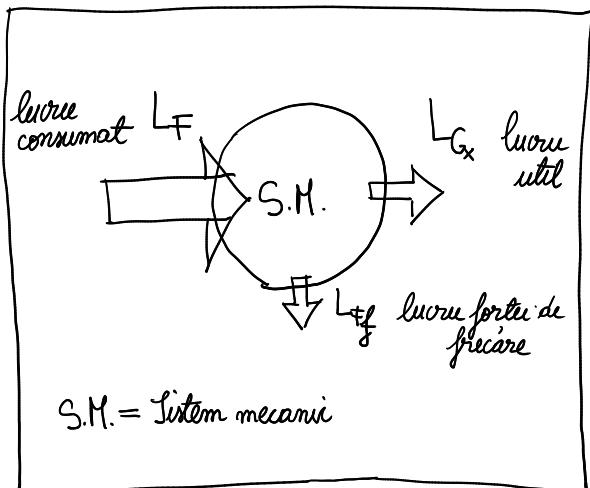
Cele trei forțe de pe direcția ox de-a lungul planului lucrează pe toată lungimea planului înclinat ( $l$ ).

$$\Rightarrow L_F - L_{G_x} - L_{F_f} = 0$$

$$L_F = \vec{F} \cdot \vec{l} = F \cdot l \cdot \cos 0 = F \cdot l \quad L_F > 0 \text{ lucru motor}$$

$$L_{G_x} = \vec{G}_x \cdot \vec{l} = G_x \cdot l \cdot \cos 180 = -G_x \cdot l \quad L_{G_x} < 0 \text{ lucru rezistiv}$$

$$L_{F_f} = \vec{F}_f \cdot \vec{l} = F_f \cdot l \cdot \cos 180 = -F_f \cdot l \quad L_{F_f} < 0 \text{ lucru rezistiv}$$



$$\eta = \frac{|L_{util}|}{L_{consumat}}$$

$$\eta = \frac{|L_{G_x}|}{L_F} = \frac{G_x \cdot l}{F \cdot l} = \frac{G_x}{F}$$

Pr II:  $F - G_x - F_f = 0 \Rightarrow F = G_x + F_f$

$$\Rightarrow \eta = \frac{G_x}{G_x + F_f} = \frac{mg \sin \alpha}{mg \sin \alpha + \mu mg \cos \alpha} \Rightarrow \eta = \frac{1}{1 + \mu \cot \alpha}$$

$\eta, H$  - eta

$\eta$  = randamentul mecanic