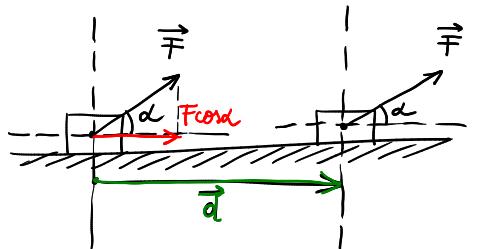


LUCRUL MECANIC

Forțele lucrează!
Mișcă obiecte în spațiu!

Lucrul mecanic al forței de tracțiune (L_F)



$$\text{clasa a VII-a: } L = F \cdot d$$

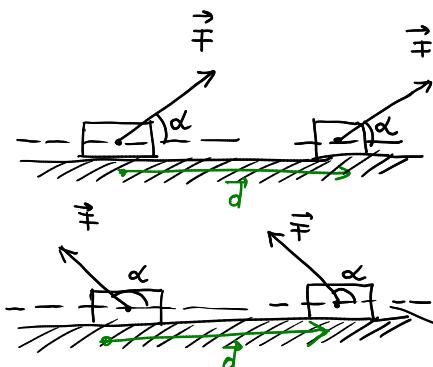
$$\text{clasa a IX-a: } L = (F \cos \alpha) \cdot d$$

$$L = \vec{F} \cdot \vec{d}$$

regula produsului scalar
 $\vec{a} \cdot \vec{b} = a \cdot b \cdot \cos \alpha$

Obs Doar componenta $F \cos \alpha$ din forța F lucrează efectiv la deplasarea corpului de-alongul lui d .

$$L = F \cdot d \cdot \cos \alpha$$



CONVENTIJA DE SEMN:

$$\cos 0 = 1$$

$$\cos 90 = 0$$

$$\cos 180 = -1$$

$$L_F = F \cdot d \cdot \cos \alpha$$

$$\alpha \in (0, 90) \Rightarrow \cos \alpha > 0$$

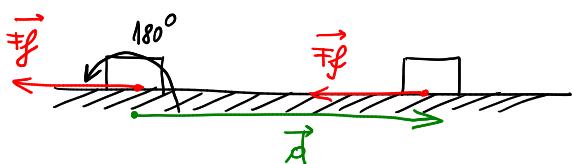
$L_F > 0$ lucru motor
 \vec{F} ajută la deplasarea d

$$L_F = F \cdot d \cdot \cos \alpha$$

$$\alpha \in (90, 180) \Rightarrow \cos \alpha < 0 \Rightarrow L_F < 0$$

$L_F < 0$ lucru rezistență
 \vec{F} se opune la deplasarea d

Lucrul mecanic al forței de fricare (L_f)

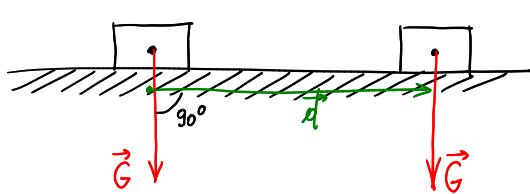


$$\begin{aligned} L_f &= \vec{f}_f \cdot \vec{d} \\ &= f_f \cdot d \cdot \cos 180^\circ \\ &= -f_f \cdot d \end{aligned}$$

$$L_f < 0$$

lucru mecanic rezistență

Lavorul mecanic al forței de grădinație (L_G)



$$L_G = \vec{G} \cdot \vec{d}$$

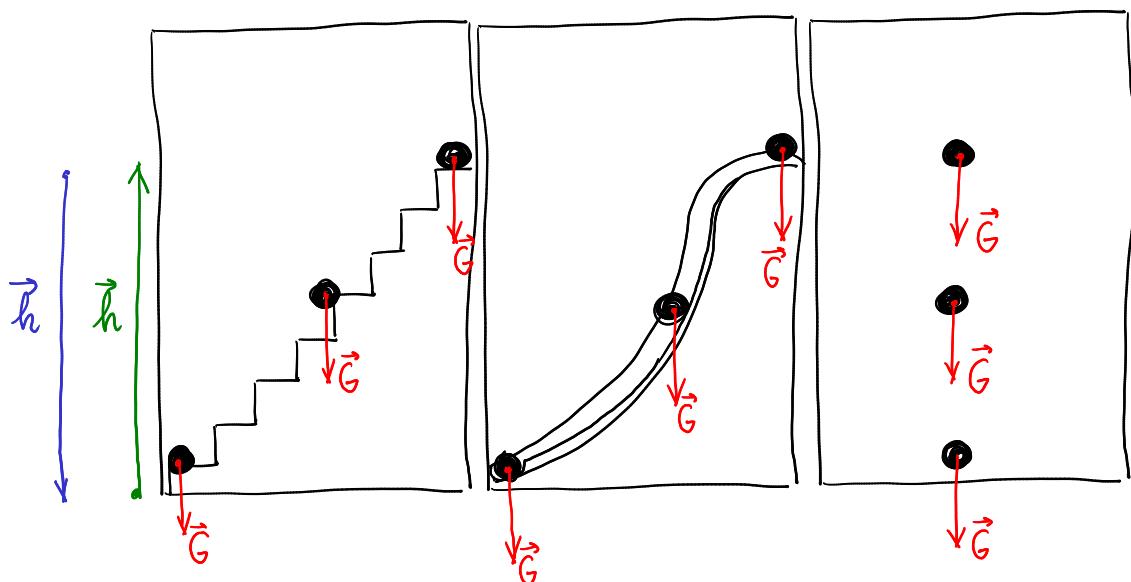
$$= G \cdot d \cdot \cos 90^\circ$$

$$= 0 J$$

$$L_N = \vec{N} \cdot \vec{d}$$

$$= N \cdot d \cdot \cos 90^\circ$$

$$= 0 J$$



la urcarea
grădinații:

$$L_G = \vec{G} \cdot \vec{h}$$

$$= G \cdot h \cdot \cos 180^\circ$$

$$= -mgh$$

la coborârea
grădinații:

$$L_G = \vec{G} \cdot \vec{h}$$

$$= G \cdot h \cdot \cos 0^\circ$$

$$= +mgh$$

$L_G < 0$ lăru mecanic
negativ

$L_G > 0$ lăru mecanic
motor

\vec{G} se opune la urcarea pe distanța \vec{h}

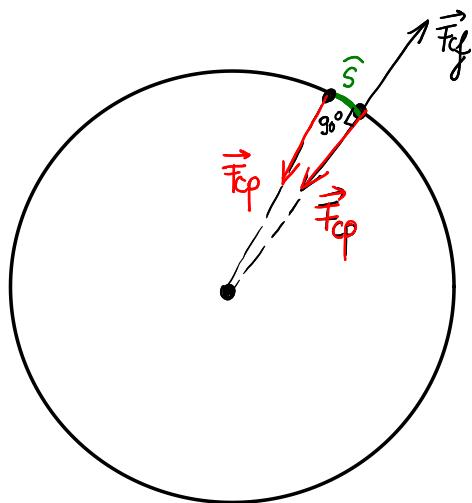
\vec{G} ajută la coborârea pe distanța \vec{h}

Obs!

L_G nu depinde de forma drumului pe care s-a efectuat lăruul $\Rightarrow \vec{G}$ este o forță conservativă

L_f depinde de forma drumului pe care s-a efectuat lăruul $\Rightarrow \vec{f}$ este o forță nconservativă

Lucrul forței centripetă (L_{Fcp}). Lucrul forței centrifuge (L_{Fc})



$$L_{Fcp} = \vec{F}_{cp} \cdot \vec{S}$$

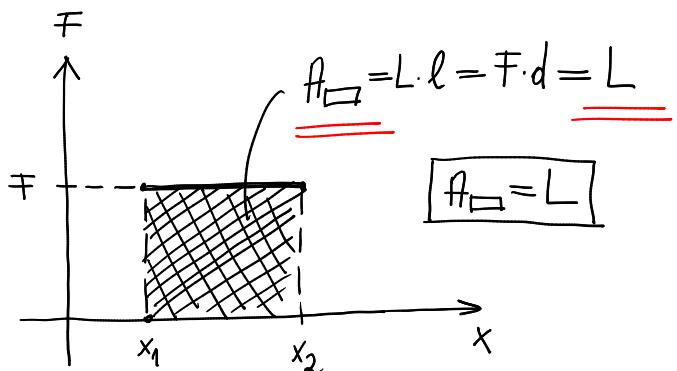
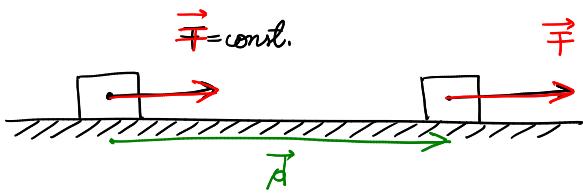
$$= F_{cp} \cdot S \cdot \cos 90^\circ$$

$$= 0 J$$

$$L_{Fc} = 0 J$$

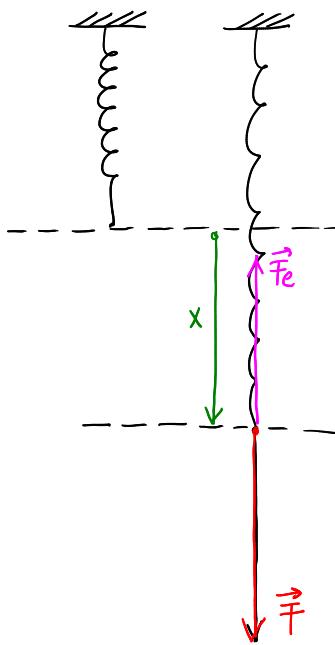
Obs În mișcare circulară forța centripetă și forța centrifugă nu efectuează lucru mecanic.

Aria de sub graficul funcției $F(x)$



Obs Aria de sub graficul forței în funcție de poziție are semnificație de lucru mecanic.

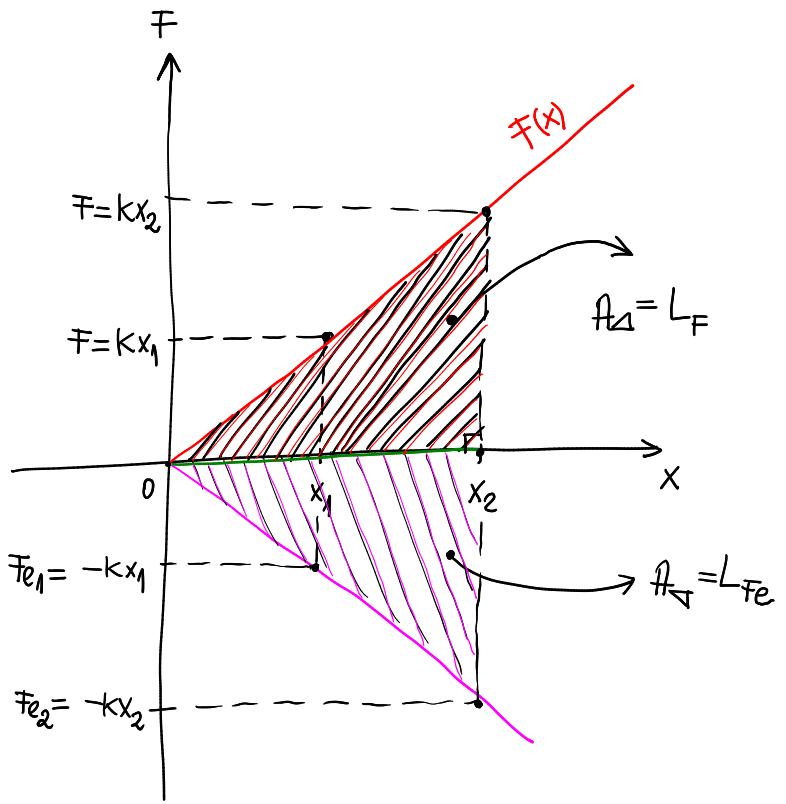
Lucrul mecanic al forței elastice (L_{Fe})



$$|\vec{F}| = |\vec{F}_e| = k \cdot x$$

$$\vec{F}(x) = k \cdot x$$

$$y(x) = a \cdot x + b$$



- Tragem uniform de capătul inferior al resortei.

Forța F este liniar.

$$f_k = \frac{c_1 \cdot c_2}{2} = \frac{\Delta l \cdot (k \cdot \Delta l)}{2} = \frac{k \cdot \Delta l^2}{2} \Rightarrow \boxed{L_F = \frac{k \cdot \Delta l^2}{2}}$$

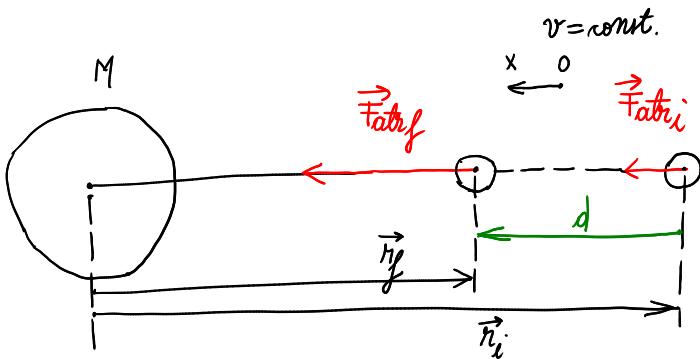
Pentru întinderea resortei pe distanța x , forța F lucraza: $\boxed{L_F = \frac{k \cdot x^2}{2}}$ $L_F > 0$
(comprimarea) lucru motor

Pentru întinderea resortei pe distanța x , forța F_e se opune cu: $\boxed{L_{Fe} = \frac{-k \cdot x^2}{2}}$ $L_{Fe} < 0$
(comprimarea) lucru rezistor

OBS1 La sfârșitul procesului, lucrul mecanic motor (L_F) se regăsește stocat în ressort sub formă de energie potențială de deformare (E_{pd}).

OBS2 Ulterior aceasta energie are potențial de a se converti înapoi în lucru mecanic.

Lucrul mecanic al forței de atracție universală (L_{Fatr})



$$F_{atrf} = k \cdot \frac{M \cdot m}{r_f^2}$$

F_{atrf} - variabilă

$v = \text{const.}$

$$\vec{F}_{atrf}$$

$$F_{atr_i} = k \cdot \frac{M \cdot m}{r_i^2}$$

$$\bar{F}_{atrf} = \sqrt{F_{atr_i} \cdot F_{atrf}}$$

$$\bar{F}_{atrf} = \sqrt{\left(k \cdot \frac{M \cdot m}{r_i^2}\right) \cdot \left(k \cdot \frac{M \cdot m}{r_f^2}\right)}$$

$$\bar{F}_{atrf} = k \cdot \frac{M \cdot m}{r_i \cdot r_f}$$

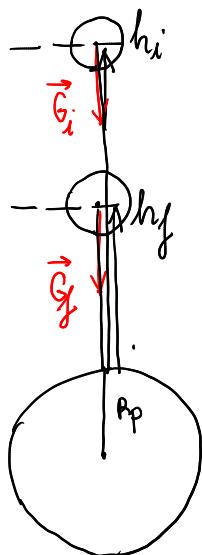
$$\begin{aligned} L_{Fatr} &= \bar{F}_{atrf} \cdot d = \left(\frac{k \cdot M \cdot m}{r_i \cdot r_f} \right) \cdot (\vec{r}_f - \vec{r}_i) = \frac{k \cdot M \cdot m}{r_i \cdot r_f} \cdot r_f \cdot \cos 180^\circ - \frac{k \cdot M \cdot m}{r_i \cdot r_f} \cdot r_i \cdot \cos 180^\circ \\ &\Rightarrow \boxed{L_{Fatr} = k \cdot M \cdot m \left(\frac{1}{r_f} - \frac{1}{r_i} \right)} \end{aligned}$$

Obs L_{Fatr} - nu depinde de forma drumului dintre punctele (i) și (f)
 F_{atrf} - este o forță conservativă

Lucrul mecanic al forței de atracție universală (L_{Fatr})

[CAZ PARTICULAR]

Lucrul greutății



$$\frac{1}{r_f} - \frac{1}{r_i} = \frac{1}{R_p + h_f} - \frac{1}{R_p + h_i}$$

$$= \frac{1}{R_p \left(1 + \frac{h_f}{R_p}\right)} - \frac{1}{R_p \left(1 + \frac{h_i}{R_p}\right)}$$

din matematică: $\frac{1}{1+x} \approx 1-x$, pentru $|x| \ll 1$

seria binomială: $(1+x)^{-1} = 1-x+x^2-x^3+x^4-\dots$

$$\Rightarrow \frac{\frac{1-h_f}{R_p}}{R_p} - \frac{\frac{1-h_i}{R_p}}{R_p} = \frac{1}{R_p} \left[\left(1 - \frac{h_f}{R_p}\right) - \left(1 - \frac{h_i}{R_p}\right) \right] = \frac{1}{R_p} \left(\frac{h_i - h_f}{R_p} \right)$$

$$\frac{1}{r_f} - \frac{1}{r_i} = \frac{1}{R_p^2} (h_i - h_f)$$

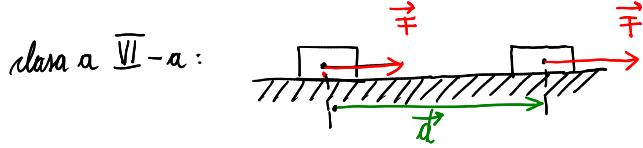
$$L_{Fatr} = K \cdot M \cdot m \cdot \left(\frac{1}{r_f} - \frac{1}{r_i} \right) = \frac{K \cdot M \cdot m}{R_p^2} (h_i - h_f), \text{ dar } g = \frac{K \cdot M}{R_p^2}$$

$$= mg(h_i - h_f)$$

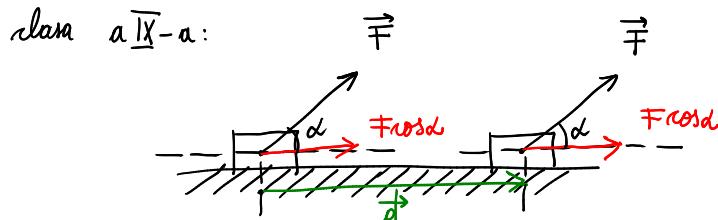
$$= -mg(h_f - h_i)$$

$$L_{Fatr} = L_G = -mg(h_f - h_i)$$

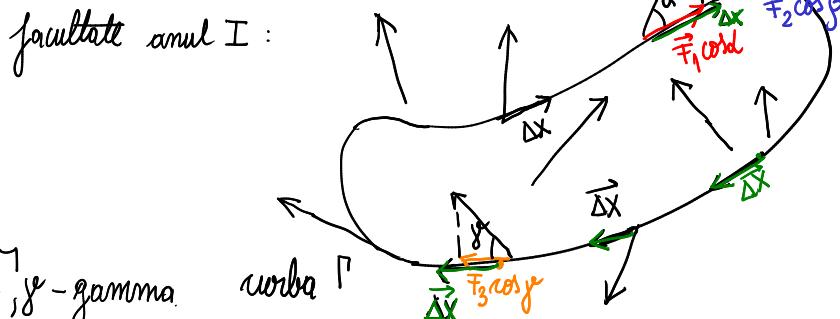
$$= mg(h_i - h_f)$$



$$L = F \cdot d$$



$$L = (F \cos \alpha) \cdot d$$



P_1, γ - gamma

curba P

$$L = \int_P \vec{F}(x) \cdot \vec{dx}$$

$$L = \vec{F}(x) \cdot \vec{dx}$$

$$L_1 = (F_1 \cos \alpha) \cdot \Delta x$$

$$L_2 = (F_2 \cos \beta) \cdot \Delta x$$

$$L_m = (F_3 \cos \gamma) \cdot \Delta x$$

$$L = L_1 + L_2 + L_3 + \dots + L_m$$

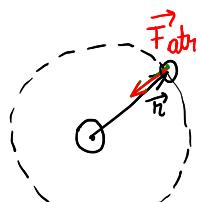
$$L = \sum_{i=1}^m L_i = \sum_{i=1}^m \vec{F}(x) \cdot \vec{dx}$$

$$L = \int_P \vec{F}(x) \cdot \vec{dx}$$

$\Delta x \rightarrow 0$, intervale fine

$\Delta \rightarrow d$
 $\Sigma \rightarrow \int$

$$F_{atr} = -\frac{KMm}{r^2}$$



$$\begin{aligned} \text{! Obs } L_{F_{atr}} &= \int_{r_i}^{r_f} -\frac{KMm}{r^2} dr \\ &= KMm \int_{r_i}^{r_f} \frac{1}{r^2} dr \\ &= KMm \left(\frac{1}{r_f} - \frac{1}{r_i} \right) \\ &= KMm \left(\frac{1}{r_f} - \frac{1}{r_i} \right) \end{aligned}$$

Formula generală a lucrului mecanic

$$L = \int_P \vec{F}(x) \cdot \vec{dx}$$

PUTEREA MECANICĂ

$$P = \frac{L}{\Delta t}$$

$$[P]_{S.I.} = \frac{J}{s} = 1 W \text{ (Watt)}$$

P = puterea mecanică medie

L = lucru mecanic

Δt = timpul

Puterea mecanică medie este o mărime fizică care teorează de întregul proces în care s-a purtat de la o stare initială și s-a ajuns într-o stare finală.

Puterea mecanică instantaneă este o mărime fizică care poate fi calculată într-o anumită stare din cadrul procesului.

→ MĂRIME DE STARE

$$P = \frac{L}{\Delta t} = \frac{\vec{F} \cdot \vec{d}}{\Delta t} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

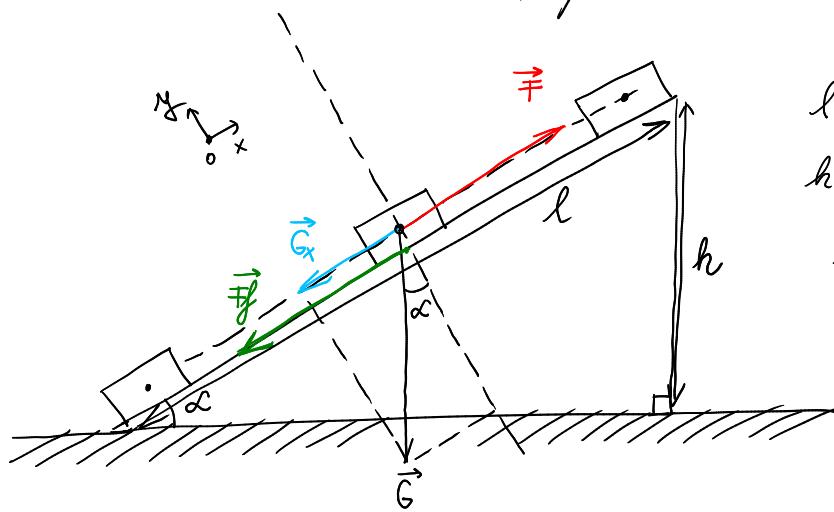
$P = P$ Puterea mecanică instantaneă → $\begin{cases} \vec{F} - \text{forță instantaneă} \\ \vec{v} - \text{viteză instantaneă} \end{cases}$

$$P_m = \vec{F}_m \cdot \vec{v}_m$$

$P_m = P$ Puterea mecanică medie → $\begin{cases} \vec{F}_m - \text{forță medie} \\ \vec{v}_m - \text{viteză medie} \end{cases}$

RANDAMENTUL MECANIC

Urcarea uniformă a unei greutăți pe planul înclinat



l = lungimea planului înclinat

h = înălțimea planului înclinat

$$\sin\alpha = \frac{h}{l}$$

$$\begin{cases} G_x = mg \sin\alpha \\ G_y = mg \cos\alpha \end{cases}$$

Principiul II: $\boxed{F - G_x - f_f = 0} \quad | \cdot l$

$$F \cdot l - G_x \cdot l - f_f \cdot l = 0$$

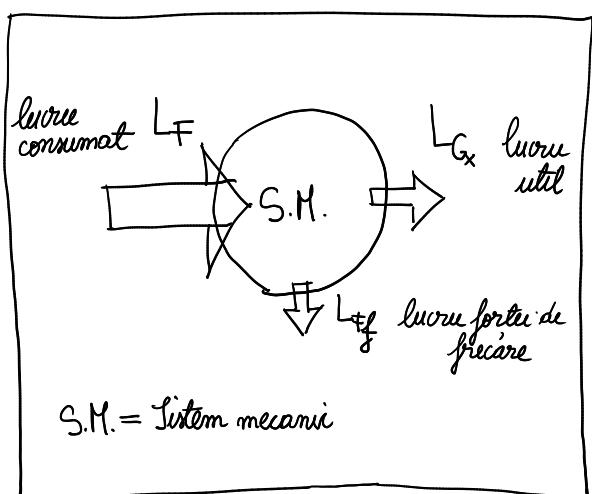
Cele trei forțe de pe direcția ox de-a lungul planului urcăză pe toată lungimea planului înclinat (l).

$$\Rightarrow \boxed{L_F - L_{G_x} - L_{f_f} = 0}$$

$$L_F = \vec{F} \cdot \vec{l} = F \cdot l \cdot \cos^1 = F \cdot l \quad L_F > 0 \text{ lucru motor}$$

$$L_{G_x} = \vec{G_x} \cdot \vec{l} = G_x \cdot l \cdot \cos^180 = -G_x \cdot l \quad L_{G_x} < 0 \text{ lucru rezistor}$$

$$L_{f_f} = \vec{f_f} \cdot \vec{l} = f_f \cdot l \cdot \cos^180 = -f_f \cdot l \quad L_{f_f} < 0 \text{ lucru rezistor}$$



$$\eta = \frac{|L_{util}|}{L_{consumat}}$$

η, H - eta
 η = randamentul mecanic

$$\eta = \frac{|L_{G_x}|}{L_F} = \frac{G_x \cdot l}{F \cdot l} = \frac{G_x}{F}$$

$$\text{PrII: } F - G_x - f_f = 0 \Rightarrow F = G_x + f_f$$

$$\Rightarrow \eta = \frac{G_x}{G_x + f_f} = \frac{mg \sin\alpha}{mg \sin\alpha + \mu mg \cos\alpha} \xrightarrow{mg \sin\alpha}$$

$$\eta = \frac{1}{1 + \mu \operatorname{tg}\alpha}$$