

IMPULSUL MECANIC (p)

TEOREMA VARIATIEI IMPULSULUI MECANIC (Δp)

Principiul II

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$\vec{F} = m \cdot \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

$$\vec{F} = \frac{\Delta(m \cdot \vec{v})}{\Delta t}$$

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

\vec{p} = impulsul mecanic

m = masa

\vec{v} = viteză

Când două corpuri se ciocnesc / fac schimb de impulsuri!

Obs Formularea originală a Principiului II din lucrarea "Philosophiae Naturalis Principia Mathematica" (1687)

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

TEOREMA VARIATIEI IMPULSULUI

$$\vec{F} \cdot \Delta t = \Delta \vec{p}$$

$$\vec{F} \cdot \Delta t = \vec{p}_f - \vec{p}_i$$

- CĂZUL 1 • \vec{F} aplicată unui corp $m \Rightarrow \vec{F} \cdot \Delta t = m \cdot \vec{v}_f - m \cdot \vec{v}_i$

Obs O forță F acțiunând asupra unui corp m , un interval de timp Δt , îi produce acestuia schimbarea impulsului $\Delta p = m \cdot \vec{v}_f - m \cdot \vec{v}_i$

- CĂZUL 2 • $\vec{F} = \vec{F}_{\text{externă}} = 0$, pentru un sistem izolat de corpuri m_1, m_2 care interacționează și schimbă impuls

$$\Rightarrow \vec{F}_{\text{ext}} \cdot \Delta t = \vec{p}_f - \vec{p}_i$$

$$0 = (m_1 \cdot \vec{v}_{1f} + m_2 \cdot \vec{v}_{2f}) - (m_1 \cdot \vec{v}_{1i} + m_2 \cdot \vec{v}_{2i})$$

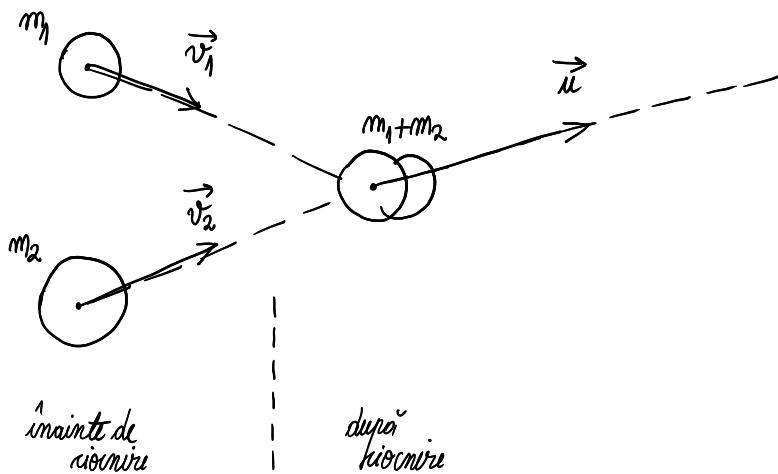
$$\vec{p}_f = \vec{p}_i$$

LEGEA CONSERVĂRII IMPULSULUI

CIOCNIRI

Ciocnirea plastică → ciocnirea în urma căreia corpurile implicate rămân deformată

Ciocnirea perfect plastică → ciocnirea plastică în care corpurile se suplează și își continuă mișcarea solitar, ca un singur corp



$$\vec{F}_{\text{externa}} = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_{\text{ext}} \cdot \Delta t = \vec{p}_f - \vec{p}_i = 0$$

$$\vec{p}_f = \vec{p}_i \quad (\text{Impulsul sistemului de corpuzi se conservă})$$

$$(m_1 + m_2) \vec{u} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2$$

$$\vec{u} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2}$$

$$(\text{viteza corpuzii } m_1 + m_2 \text{ după ciocnire})$$

Obs. Corpurile se deformă plastic, ca urmare o parte din energia lor cinetică se pierde prin "colătura de ciocnire" Q

$$E_{ci} > E_{cf}$$

$$Q = E_{ci} - E_{cf}$$

$$Q = \left(\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} \right) - \left[\frac{(m_1 + m_2) \cdot u^2}{2} \right]$$

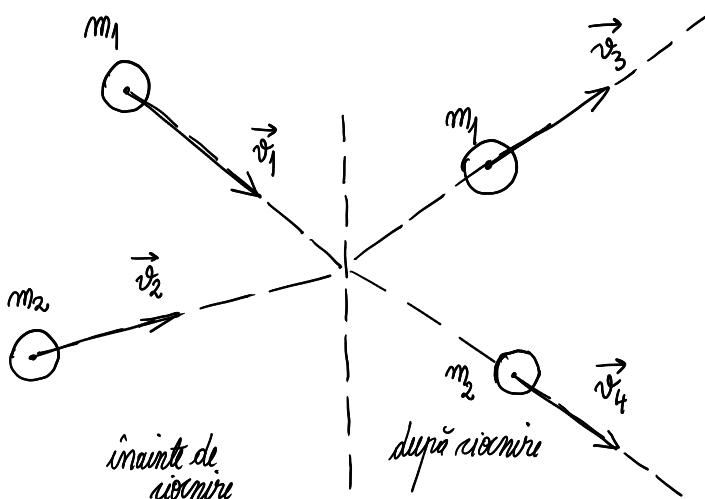
$$Q = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2) \cdot \left(\frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2} \right)^2}{2}$$

$$Q = \frac{(m_1 + m_2)(m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2) - (m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2)^2}{2(m_1 + m_2)} = \frac{\cancel{m_1^2 v_1^2} + \cancel{m_1 m_2 v_2^2} + \cancel{m_1 m_2 v_1^2} + \cancel{m_2^2 v_2^2} - \cancel{m_1^2 v_1^2} - 2m_1 m_2 \vec{v}_1 \vec{v}_2 - \cancel{m_2^2 v_2^2}}{2(m_1 + m_2)}$$

$$\Rightarrow Q = \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} \cdot (v_1^2 + v_2^2 - 2 \vec{v}_1 \vec{v}_2)$$

Obs
casul 1D $\Rightarrow Q = \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} \cdot (v_1^2 - v_2^2)$

Ciocnirea perfect elastică → ciocnirea în urma căreia corpurile implicate rămân nedeformate, fără nicio schimbă de impuls și energie între ele
(energia cinetică se conservă)



$$\vec{F}_{\text{extensiv}} = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_{\text{ext}} \cdot \Delta t = \vec{p}_f - \vec{p}_i \\ \vec{p}_f = \vec{p}_i \quad (\text{Impulsul sistemului de corpură se conservă})$$

conservarea impulsului: $m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}_3 + m_2 \vec{v}_4$

conservarea energiei kinetice: $\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 v_3^2}{2} + \frac{m_2 v_4^2}{2}$

Considerăm acum cazul unidimensional: atât înainte de ciocnire cât și după ea corpurile se mișcă pe același dreptunghi pe care o alergăm cu privire la:

$$\Rightarrow \begin{cases} m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} = m_1 v_{3x} + m_2 v_{4x} \\ m_1 v_{1x}^2 + m_2 v_{2x}^2 = m_1 v_{3x}^2 + m_2 v_{4x}^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m_1 \cdot (v_{1x} - v_{3x}) = m_2 \cdot (v_{4x} - v_{2x}) \\ m_1 \cdot (v_{1x}^2 - v_{3x}^2) = m_2 \cdot (v_{4x}^2 - v_{2x}^2) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m_1 \cdot (v_{1x} - v_{3x}) = m_2 \cdot (v_{4x} - v_{2x}) \\ m_1 \cdot (v_{1x} - v_{3x}) \cdot (v_{1x} + v_{3x}) = m_2 \cdot (v_{4x} - v_{2x}) \cdot (v_{4x} + v_{2x}) \end{cases}$$

$$\therefore v_{1x} + v_{3x} = v_{4x} + v_{2x}$$

$$\Rightarrow v_{3x} = v_{2x} + v_{4x} - v_{1x}$$

Introducând v_{3x} în conservarea impulsului:

$$m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} = m_1 v_{3x} + m_2 v_{4x}$$

$$m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} = m_1 (v_{2x} + v_{4x} - v_{1x}) + m_2 v_{4x}$$

$$m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} = m_1 v_{2x} + m_1 v_{4x} - m_1 v_{1x} + m_2 v_{4x}$$

$$m_2 v_{2x} + 2m_1 v_{1x} = m_1 v_{2x} + m_1 v_{4x} + m_2 v_{4x} + m_2 v_{2x} - m_2 v_{2x}$$

$$2(m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x}) = m_1 (v_{2x} + v_{4x}) + m_2 (v_{2x} + v_{4x})$$

$$v_{4x} + v_{2x} = \frac{2(m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x})}{m_1 + m_2}$$

$$\Rightarrow v_{4x} = \frac{2(m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x})}{m_1 + m_2} - v_{2x}$$

analog $\Rightarrow v_{3x} = \frac{2(m_1 v_{1x} + 2m_2 v_{2x})}{m_1 + m_2} - v_{1x}$

CASEI PARTICULARE:

1. Coacăzirea cu un perete ($m_1 = m$, $m_2 = M$, $M \gg m$)

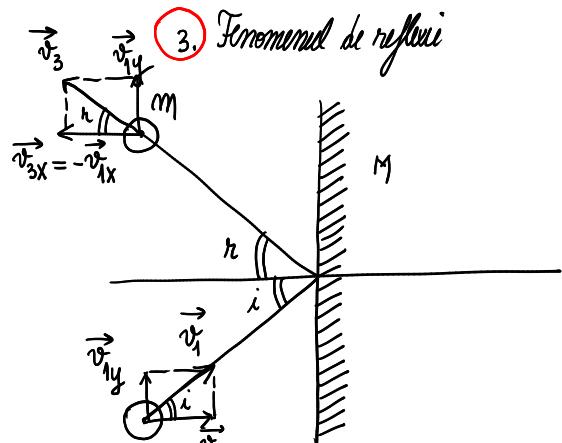
$$v_{3x} = \frac{2(m \cdot v_{1x} + M \cdot v_{2x})}{m+M} - v_{1x}$$

$$v_{3x} = \frac{2\left(\frac{m}{M} \cdot v_{1x}^0 + v_{2x}\right)}{\frac{m}{M} + 1} - v_{1x}, \quad \frac{m}{M} \approx 0 \text{ neglijabil}$$

$$v_{3x} = 2v_{2x} - v_{1x}$$

$$\text{analog } \Rightarrow v_{4x} = \frac{2\left(\frac{m}{M} \cdot v_{1x}^0 + v_{2x}\right)}{\frac{m}{M} + 1} - v_{2x}, \quad \frac{m}{M} \approx 0 \text{ neglijabil}$$

$$v_{4x} = v_{2x}$$



$$\begin{cases} v_{3x} = -v_{1x} \\ v_{3y} = v_{1y} \\ i = r \end{cases}$$

2. Coacăzirea cu un perete în repaus ($m_1 = m$, $m_2 = M$, $M \gg m$, $v_{2x} = 0$)

$v_{3x} = -v_{1x}$ corpul (m) a lovit peretele cu viteză v_{1x} și se întoarce cu o viteză egală în modul dar opusă $v_{3x} = -v_{1x}$
 $v_{4x} = v_{2x}$ peretele (M) rămâne în repaus

Obs În cazul bidimensional 2D, calculele făcute anterior pe axa OX se fac analog și pe axa OY.
 și apoi compunând v_x și v_y se obține v .

!Obs

$\vec{F} \cdot \Delta t$ forță se aplică în timp \Rightarrow impulsuri, schimb de impulsuri mecanice în timp

$\vec{F} \cdot \vec{d}$ forță se aplică sprijinul pe anumite distanțe \Rightarrow lucru, schimb de energie mecanice în sprijin

$$\vec{F} \cdot \Delta t \Rightarrow \vec{\Delta p}$$

$$\vec{F} \cdot \vec{d} \Rightarrow \Delta E$$