

IMPULSUL MECANIC (p)

TEOREMA VARIATIEI IMPULSULUI MECANIC (4p)

Principiul II

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$\vec{F} = m \cdot \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

$$\vec{F} = \frac{\Delta(m \cdot \vec{v})}{\Delta t}$$

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

\vec{p} = impulsul mecanic

m = masa

\vec{v} = viteza

Obs Formularea originală a Principiului II din lucrarea "Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica" (1687)

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

TEOREMA VARIATIEI IMPULSULUI

$$\vec{F} \cdot \Delta t = \Delta \vec{p}$$

$$\vec{F} \cdot \Delta t = \vec{p}_f - \vec{p}_i$$

CĂZUL 1

• \vec{F} aplicată unui corp $m \Rightarrow \vec{F} \cdot \Delta t = m \cdot \vec{v}_f - m \cdot \vec{v}_i$

Obs O forță \vec{F} acționând asupra unui corp m , un interval de timp Δt , îi produce acestuia schimbarea impulsului: $\Delta \vec{p} = m \vec{v}_f - m \vec{v}_i$

CĂZUL 2

• $\vec{F} = \vec{F}_{\text{externă}} = 0$, pentru un sistem izolat de corpuri m_1, m_2 care interacționează și schimbă impuls

$$\Rightarrow \vec{F}_{\text{ext}} \cdot \Delta t = \vec{p}_f - \vec{p}_i$$

$$0 = (m_1 \cdot \vec{v}_{1f} + m_2 \cdot \vec{v}_{2f}) - (m_1 \cdot \vec{v}_{1i} + m_2 \cdot \vec{v}_{2i})$$

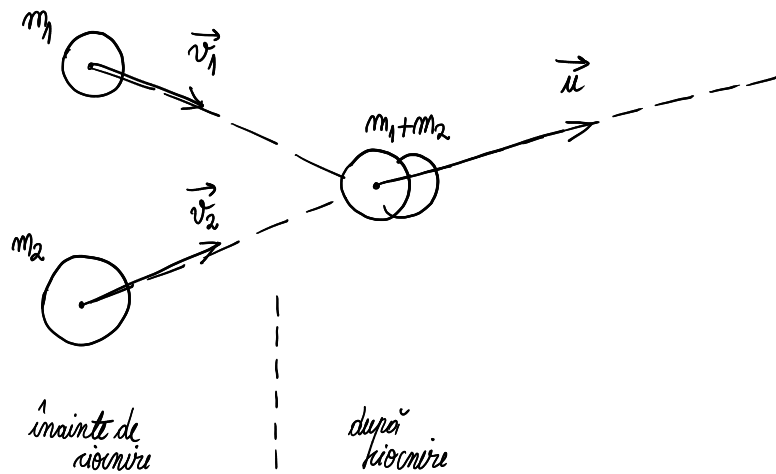
$$\vec{F}_{\text{ext}} = 0 \Rightarrow \vec{p}_f = \vec{p}_i$$

LEGEA CONSERVĂRII IMPULSULUI

CIOCNIRI

Ciocnirea plastică \rightarrow ciocnirea în urma căreia corpurile implicate rămân deformate

Ciocnirea perfect plastică \rightarrow ciocnirea plastică în care corpurile se apleacă și își continuă mișcarea solidare, ca un singur corp



$$\vec{F}_{\text{externă}} = \vec{0} \Rightarrow \cancel{\vec{F}_{\text{ext}}} \cdot \Delta t = \vec{p}_f - \vec{p}_i = 0$$

$$\vec{p}_f = \vec{p}_i \quad (\text{Impulsul sistemului de corpuri se conservă})$$

$$(m_1 + m_2) \vec{u} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2$$

$$\boxed{\vec{u} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2}} \quad (\text{viteza corpului } m_1 + m_2 \text{ după ciocnire})$$

Obs Corpurile se deformează plastic, ca urmare o parte din energia lor cinetică se pierde prin "căldura de ciocnire" Q

$$E_{ci} > E_{cf}$$

$$Q = E_{ci} - E_{cf}$$

$$Q = \left(\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} \right) - \left[\frac{(m_1 + m_2) \cdot u^2}{2} \right]$$

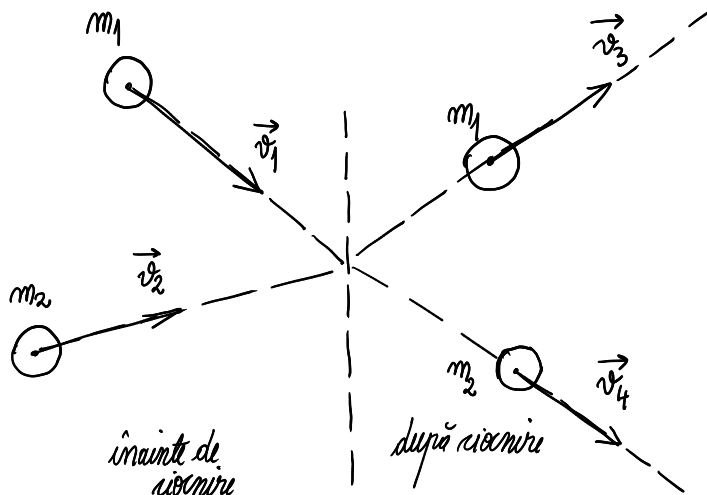
$$Q = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2) \cdot \left(\frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2} \right)^2}{2}$$

$$Q = \frac{(m_1 + m_2)(m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2)}{2(m_1 + m_2)} = \frac{\cancel{m_1^2 v_1^2} + \cancel{m_1 m_2 v_2^2} + \cancel{m_1 m_2 v_1^2} + \cancel{m_2^2 v_2^2} - \cancel{m_1^2 v_1^2} - 2m_1 m_2 \vec{v}_1 \vec{v}_2 - \cancel{m_2^2 v_2^2}}{2(m_1 + m_2)}$$

$$\Rightarrow \boxed{Q = \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} \cdot (v_1^2 + v_2^2 - 2\vec{v}_1 \vec{v}_2)}$$

$$\text{Obs} \text{ cazul 1D} \Rightarrow \boxed{Q = \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} \cdot (v_1 - v_2)^2}$$

Coliziunea perfect elastică \rightarrow coliziunea în urma căreia corpurile implicate rămân nedeforimate, fac numai schimb de impuls și energie între ele (energia cinetică se conservează)



$$\vec{F}_{ext} = 0 \Rightarrow \vec{F}_{ext} \cdot \Delta t = \vec{p}_f - \vec{p}_i$$

$$\vec{p}_f = \vec{p}_i \quad (\text{Impulsul sistemului de corpuri se conservează})$$

conservarea impulsului: $m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}_3 + m_2 \vec{v}_4$

conservarea energiei cinetice: $\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 v_3^2}{2} + \frac{m_2 v_4^2}{2}$

Considerăm acum cazul unidimensional: atât înainte de coliziune cât și după ea corpurile se mișcă pe aceeași dreaptă pe care o alegem ca axă Ox

$$\Rightarrow \begin{cases} m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} = m_1 v_{3x} + m_2 v_{4x} \\ m_1 \cdot v_{1x}^2 + m_2 \cdot v_{2x}^2 = m_1 \cdot v_{3x}^2 + m_2 \cdot v_{4x}^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m_1 \cdot (v_{1x} - v_{3x}) = m_2 \cdot (v_{4x} - v_{2x}) \\ m_1 \cdot (v_{1x}^2 - v_{3x}^2) = m_2 \cdot (v_{4x}^2 - v_{2x}^2) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m_1 \cdot (v_{1x} - v_{3x}) = m_2 \cdot (v_{4x} - v_{2x}) \\ m_1 \cdot (v_{1x} - v_{3x}) \cdot (v_{1x} + v_{3x}) = m_2 \cdot (v_{4x} - v_{2x}) \cdot (v_{4x} + v_{2x}) \end{cases}$$

$$\odot \quad v_{1x} + v_{3x} = v_{4x} + v_{2x}$$

$$\Rightarrow v_{3x} = v_{2x} + v_{4x} - v_{1x}$$

înlocuind v_{3x} în conservarea impulsului:

$$m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} = m_1 v_{3x} + m_2 v_{4x}$$

$$m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} = m_1 (v_{2x} + v_{4x} - v_{1x}) + m_2 v_{4x}$$

$$m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} = m_1 v_{2x} + m_1 v_{4x} - m_1 v_{1x} + m_2 v_{4x}$$

$$m_2 v_{2x} + 2m_1 v_{1x} = m_1 v_{2x} + m_1 v_{4x} + m_2 v_{4x} + m_2 v_{2x} - m_2 v_{2x}$$

$$2 \cdot (m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x}) = m_1 (v_{2x} + v_{4x}) + m_2 (v_{2x} + v_{4x})$$

$$v_{4x} + v_{2x} = \frac{2(m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x})}{m_1 + m_2}$$

$$\Rightarrow v_{4x} = \frac{2(m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x})}{m_1 + m_2} - v_{2x}$$

$$\text{analog} \Rightarrow v_{3x} = \frac{2(m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x})}{m_1 + m_2} - v_{1x}$$

CĂZURI PARTICULARE:

1. Coliziunea cu un perete ($m_1 = m$, $m_2 = M$, $M \gg m$)

$$v_{3x} = \frac{2 \cdot (m v_{1x} + M v_{2x})}{m + M} - v_{1x}$$

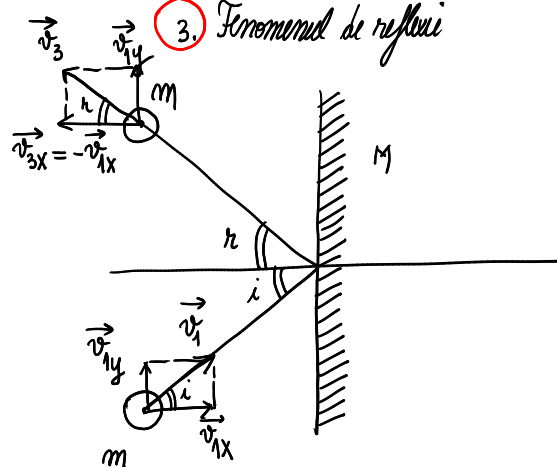
$$v_{3x} = \frac{2 \cdot \left(\frac{m}{M} v_{1x} + v_{2x} \right)}{\frac{m}{M} + 1} - v_{1x}, \quad \frac{m}{M} \approx 0 \text{ neglijabil}$$

$$v_{3x} = 2v_{2x} - v_{1x}$$

$$\text{analog} \Rightarrow v_{4x} = \frac{2 \cdot \left(\frac{m}{M} v_{1x} + v_{2x} \right)}{\frac{m}{M} + 1} - v_{2x}, \quad \frac{m}{M} \approx 0 \text{ neglijabil}$$

$$v_{4x} = v_{2x}$$

3. Fenomenul de reflexie



$$\begin{cases} v_{3x} = -v_{1x} \\ v_{3y} = v_{1y} \\ i = r \end{cases}$$

2. Coliziunea cu un perete în repaus ($m_1 = m$, $m_2 = M$, $M \gg m$, $v_{2x} = 0$)

$v_{3x} = -v_{1x}$ corpul (m) a lovit peretele cu viteză v_{1x} , și s-a întors cu o viteză egală în modul dar opusă $v_{3x} = -v_{1x}$
 $v_{4x} = v_{2x}$ peretele (M) rămâne în repaus

Obs În cazul bidimensional 2D, calculele făcute anterior pe axa Ox se fac analog și pe axa Oy.
 Și apoi combinând v_x cu v_y se obține v .