

Difracția luminii pe o fantă

Principiul incertitudinii Heisenberg

Cuvinte cheie: difracție, incertitudine, formula Kirchhoff de difracție, precizie de măsurare, incertitudine de măsurare a poziției (Δy), incertitudine de măsurare a impulsului (Δp), dualism undă-particulă, relația de Broglie

Principiu

Distribuția de intensitate din difracția Fraunhofer pe o fantă va fi măsurată. Rezultatele sunt evaluate din ambele puncte de vedere - *din punct de vedere ondulatoric*, comparând rezultatele cu formula de difracție Kirchhoff, și *din punct de vedere cuantic* pentru a confirma principiul de incertitudine Heisenberg.

Echipament

Laser, He-Ne 1,0 mW, 220V CA	1
Diafragmă, 3 fante	1
Suport diafragmă	1
Fotodetector pe bază de siliciu cu amplificator	1
Unitate de control a fotodetectorului cu siliciu	1
Dispozitiv de translatare orizontală	1
Multimetru digital	1
Adaptor, mufă BNC, 4mm	1
Banc optic experimental, l=1500 mm	1
Bază de suport pentru profilul bancului optic	2
Element de glisare , h=30mm	3
Cablu de legătură, l=500mm, roșu	1
Cablu de legătură, l=500mm, albastru	1



Figura 1: Montaj experimental pentru măsurarea distribuției de intensitate în diferite tipare de difracție

Obiective

1. Măsurarea intensității distribuției de difracție Fraunhofer pentru o fantă (de exemplu 0,1mm). Intensitățile maxime și pozițiile maximelor și minimelor sunt calculate conform formulei Kirchhoff de difracție și comparate cu valorile măsurate.
2. Calcularea incertitudinii impulsului din figura de difracție printr-o fantă de diferite lățimi, și confirmarea principiului incertitudinii Heisenberg.

Montaj și mod de lucru

Sunt așezate pe rând într-un fascicul laser diferite fante (0,1 mm, 0,2 mm și 0,5mm) din diafragmă. Distribuția de intensitate din figura de difracție este măsurată cu ajutorul unei foto-celule cât de departe posibil față de diafragma cu fante. O fantă (largă de 0,3 mm) este potrivită în fața fotocelulei. Este măsurată căderea de tensiune pe o rezistență legată în paralel la intrarea universală a amplificatorului, și este aproximativ proporțională cu intensitatea luminii incidente.

Important: Pentru a asigura că intensitatea luminii de la laser este constantă, laserul trebuie să fie pornit cu o jumătate de oră înainte de începerea experimentului. Măsurătorile trebuie făcute într-o cameră întunecată sau în lumină naturală constantă. Un tub înnegrit poate fi așezat înaintea fotocelulei.

Atenție: Nu priviți niciodată direct în fasciculul laser atenuat

Sunt măsurate pozițiile maximului principal, și primului maxim secundar dintr-o parte, în figura simetrică de difracție cu fantă largă 0,1mm. Pentru celelalte fante, este suficient să măsurăm pozițiile a două minime din partea dreaptă și stângă față de maximul principal, pentru a determina φ (Fig.2).

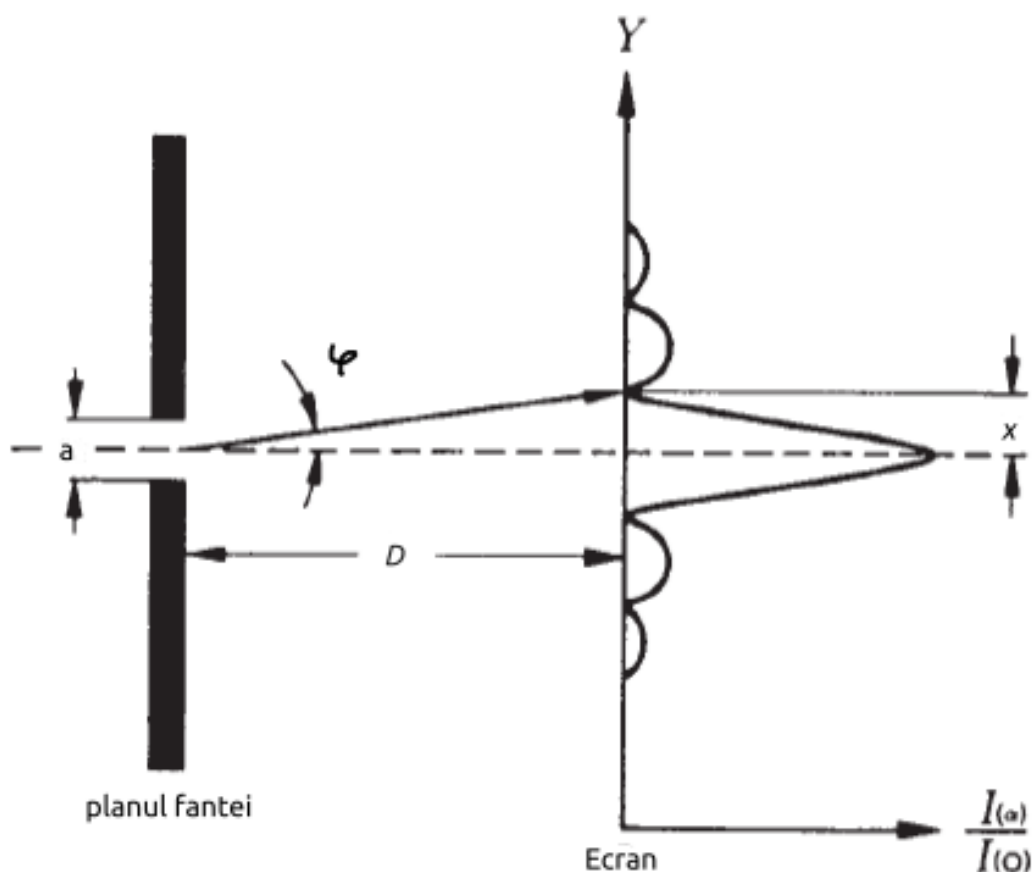
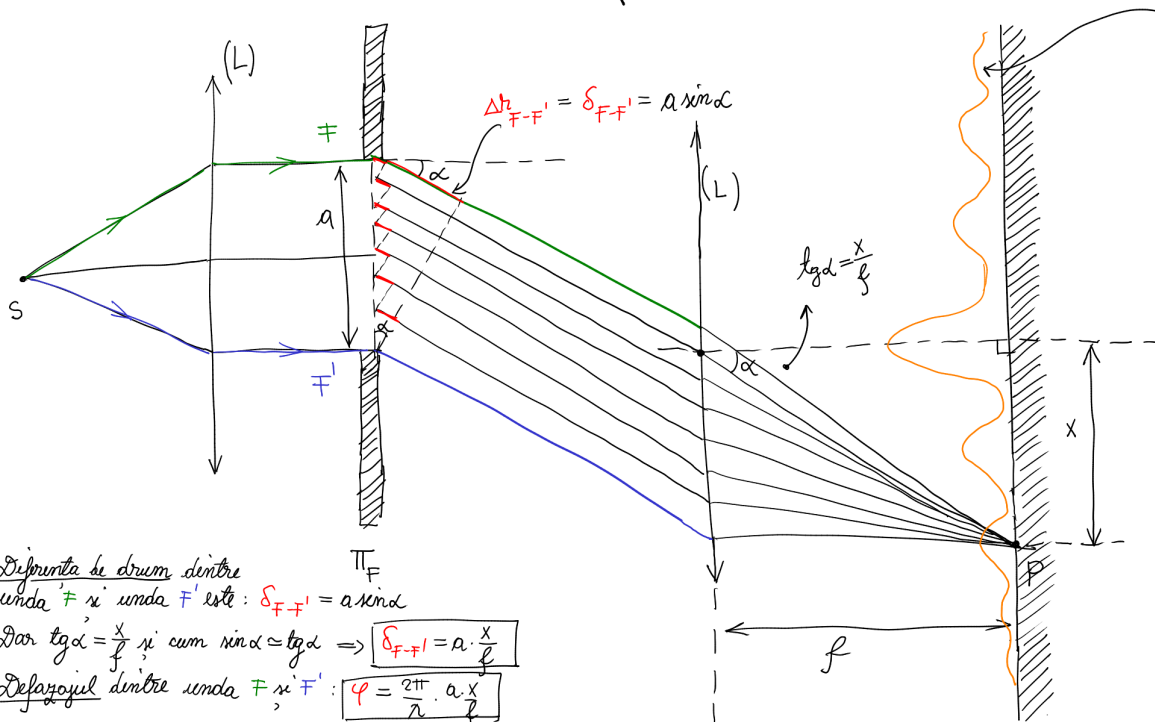


Figura 2: Difracția (Fraunhofer) la o distanță mare

În cele ce urmează este prezentată o schiță cu noțiuni de liceu despre difracția luminii.

DIFRACTIA PE O FANTĂ FILIFORMĂ (DIFRACTIA FRAUNHOFER)



$$I(x) = I_0 \cdot \frac{\sin^2\left(\frac{\pi a}{\lambda f} \cdot x\right)}{\left(\frac{\pi a}{\lambda f} \cdot x\right)^2}$$

$I(x)$ = intensitatea luminii

$$\frac{I_0}{I_0} : \frac{I_1}{I_0} : \frac{I_2}{I_0} : \frac{I_3}{I_0} : \frac{I_4}{I_0} : \dots$$

$$1 : \frac{4}{9\pi^2} : \frac{4}{25\pi^2} : \frac{4}{49\pi^2} : \frac{4}{81\pi^2} : \dots$$

Diferența de drum dintre unda F' și unda F este: $\delta_{F-F'} = a \sin \alpha$

dar $\tan \alpha = \frac{x}{f}$, și cum $\sin \alpha \approx \tan \alpha \Rightarrow \delta_{F-F'} = a \cdot \frac{x}{f}$

Defazajul dintre unda F și F' : $\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot a \cdot \frac{x}{f}$

$$y_p = y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_n$$

Principiul superpoziției

$$y_1 = A \sin(\omega t)$$

$$y_2 = A \sin(\omega t + \varphi/m)$$

$$y_3 = A \sin(\omega t + 2\varphi/m)$$

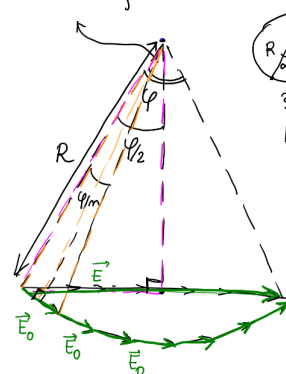
...

$$y_n = A \sin(\omega t + n \cdot \varphi/m)$$

CONSTRUCȚIA FAZORIALĂ FRESNEL

$\Delta \varphi = \frac{\varphi}{n}$
defazajul între două unde consecutive

$$\varphi = \frac{2\pi a}{\lambda} \cdot x$$



$$R \Delta \alpha \approx \Delta l$$

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n$$

$$\sin(\varphi/2) = \frac{E/2}{R}$$

$$\sin\left(\left(\frac{\varphi}{m}\right)/2\right) = \frac{E_0/2}{R}$$

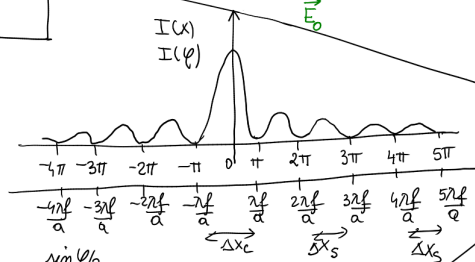
$$R = \frac{E/2}{\sin(\varphi/2)} = \frac{E_0/2}{\sin((\varphi/m)/2)}$$

$$\Rightarrow E = E_0 \cdot \frac{\sin(\varphi/2)}{\sin((\varphi/m)/2)} \cdot \left(\frac{1}{m}\right)^2$$

$$I(x) = I_0 \cdot \frac{\sin^2\left(\frac{\pi a}{\lambda f} \cdot x\right)}{\left(\frac{\pi a}{\lambda f} \cdot x\right)^2} \quad I(\varphi) = I_0 \cdot \frac{\sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)}{\left(\frac{\varphi}{2}\right)^2}$$

CALCULUL EXTREMELOR FUNCȚIEI

$$\frac{dI}{d\varphi} = 0 \quad \frac{dI}{d\varphi} = 2 \cdot \underbrace{\frac{\sin \frac{\varphi}{2}}{\frac{\varphi}{2}}}_I \cdot \underbrace{\frac{d}{d\varphi} \left(\frac{\sin \frac{\varphi}{2}}{\frac{\varphi}{2}} \right)}_{II} = 0$$



① $\frac{\sin \frac{\varphi}{2}}{\frac{\varphi}{2}} = 0 \Rightarrow$

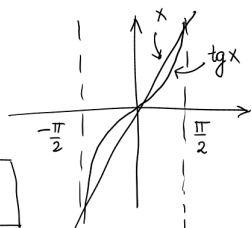
- I.1 $\varphi = 0$, $I = I_0 \lim_{\varphi/2 \rightarrow 0} \frac{\sin \varphi/2}{\varphi/2} \rightarrow I_0$ maximum maximum
- I.2 $\sin \frac{\varphi}{2} = 0$, $\frac{\varphi}{2} = m\pi$, $\varphi = 2m\pi$ minime nule
m - ordin de difracție
 $m = \pm 1, \pm 2, \dots m \in 2\mathbb{Z}^*$
 $2m\pi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot a \cdot \frac{x}{f} \Rightarrow x_{\min} = \frac{\lambda f}{a} \cdot m$ pozițiile minimelor

② $\frac{d}{d\varphi} \left(\frac{\sin \frac{\varphi}{2}}{\frac{\varphi}{2}} \right) = 0 \quad \tan \frac{\varphi}{2} \approx \frac{\varphi}{2}$
maxime secundare

$$\frac{\varphi}{2} = (2m+1)\frac{\pi}{2}$$

$$\varphi = (2m+1)\pi$$

$$x_{\max - \text{secundare}} = \frac{\lambda f}{a} \cdot \frac{(2m+1)}{2}$$



$$\Delta x_c = 2 \frac{\lambda f}{a}$$

lungimea maximului central

$$\Delta x_s = \frac{\lambda f}{a}$$

lungimea maximului secundar

$$\Delta x_c = 2 \cdot \Delta x_s$$

$$E^2 \sim I, E_0^2 \sim I_0$$

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot a \cdot \frac{x}{f}$$

$$\sin\left(\frac{\varphi}{m}\right) \approx m\varphi \quad (m \nearrow) \Rightarrow$$

$$I = I_0 \cdot \frac{\sin^2\left(\frac{\pi a}{\lambda f} \cdot x\right)}{\left(\frac{\pi a}{\lambda f} \cdot x\right)^2}$$

Teorie și analiză

Observații din punct de vedere al undelor

Când un fascicul de lumină paralel, monocromatic și coerent trece printr-o fantă de lărgime a , este observată o figură de difracție care prezintă pe ecran un maxim principal central și mai multe maxime secundare (Fig.2). Intensitatea, în funcție de unghiul de deviație φ conform formulei de difracție Kirchhoff, este:

$$I(\varphi) = I(0) \cdot \left(\frac{\sin(\beta)}{\beta}\right)^2$$

$$\beta = \frac{\pi a}{\lambda} \cdot \sin \varphi$$

Minimele de intensitate se găsesc sub unghiurile:

$$\varphi_n = \arcsin\left(n \cdot \frac{\lambda}{a}\right) \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Maximile de intensitate se găsesc sub unghiurile:

$$\varphi_n = \arcsin\left(\frac{2n+1}{2} \cdot \frac{\lambda}{a}\right) \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

$$\varphi'_0 = 0$$

Intensitățile relative ale maximelor secundare sunt:

$$\frac{I(\varphi_1)}{I_0}$$
$$\frac{I(\varphi_2)}{I_0}$$

Un set de măsurători și calcule, la un moment dat:

Minime

Măsurători

$$\varphi_1 = 0,36^0$$

$$\varphi_2 = 0,72^0$$

$$\varphi_3 = 1,04^0$$

Calcul teoretic

$$\varphi_1 = 0,36^0$$

$$\varphi_2 = 0,72^0$$

$$\varphi_3 = 1,07^0$$

Maxime

$$\varphi_1 = 0,52^0$$

$$\varphi_2 = 0,88^0$$

$$\frac{I(\varphi_1)}{I_0} = 0,044$$

$$\frac{I(\varphi_2)}{I_0} = 0,014$$

Maxime

$$\varphi_1 = 0,51^0$$

$$\varphi_2 = 0,88^0$$

$$\frac{I(\varphi_1)}{I_0} = 0,047$$

$$\frac{I(\varphi_2)}{I_0} = 0,017$$

Formula Kirchhoff de difracție este deci confirmată, în limita erorilor.

#	$\varphi_{\text{masurat}} = \arctan \frac{x}{D}$	$\varphi_{n\text{-teoretic}} = \arcsin n \cdot \frac{\lambda}{a}$
φ_1		
φ_2		
φ_3		

Determinați unghiurile sub care se văd minimele de difracție.

#	$\varphi_{\text{masurat}} = \arctan \frac{x}{D}$	$\varphi_{n\text{-teoretic}} = \arcsin \frac{2n+1}{2} \cdot \frac{\lambda}{a}$
φ_1		
φ_2		
φ_3		
φ_4		
φ_5		

Determinați unghiurile sub care se văd maximele de difracție.

n	$I(\varphi_n)/I_0$	$I(\varphi_n)/I_0$
1		
2		
3		
4		
5		

Determinați intensitățile relative pentru maximele de intensitate.

Verificați formula Kirchhoff de difracție.

Observații din punct de vedere corpuscular

Principiul incertitudinii Heisenberg afirmă că două cantități canonic conjugate precum poziția și impulsul nu pot fi determinate niciodată ambele cu precizie în același timp.

Aplicație Pr. Heisenberg: Mergem la țintă. Dacă ne uităm la poziția noastră, pierdem precizie unde este ținta. Dacă ne uităm încotro e ținta, pierdem precizie și nu mai știm poziția noastră. Morala: Nu putem cunoaște în același timp poziția, și direcția și sensul încotro ne îndreptăm. Unele mărimi canonic conjugate nu pot fi determinate ambele precis în același timp.

Să considerăm, de exemplu, un număr de fotoni a căror probabilitate de localizare este descrisă de funcția f_y și a căror impuls este descris de funcția f_p . Incertitudinea poziției y și incertitudinea impulsului p sunt măsurate cantitativ de abaterile medii standard:

$$\Delta y \cdot \Delta p \geq \frac{h}{2\pi}$$

unde $h = 6.6262 \times 10^{-34}$, este constanta Plank ("constantă de acțiune"), semnul egal se aplică variabilelor cu o distribuție Gaussiană.

Pentru un tren de undă electromagnetică, un foton, care trece prin fanta de lărgime a , expresia incertitudinii de poziție este: $\Delta y = a$

În fața fantei, *fotonii* înaintază doar într-o direcție perpendiculară pe planul fantei (pe direcții paralele - x), iar după ce trec prin fantă ei *se împrăștie* și dobândesc o componentă și pe direcția y .

În urma împrăștierii, densitatea de probabilitate pentru componenta de viteză v_y , este dată de distribuția de intensitate a figurii de difracție. Folosim primul minim pentru a defini incertitudinea de viteză (Fig. 2 și Fig. 3)

$$\Delta v_y = c \cdot \sin \varphi_1$$

unde φ_1 = unghiul sub care se formează primul minim.

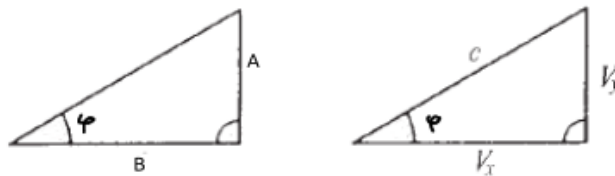


Figura 3: Geometria împrăștierii fotonului printr-o fantă îngustă

Incetitudinea impulsului este:

$$\Delta p_y = m \cdot c \cdot \sin \varphi_1$$

unde m = masa fotonului și c = viteza luminii.

Impulsul fotonului (particula) și lungimea de undă a luminii (unda) sunt legate într-o singură relație:

$$p = \frac{h}{\lambda} \quad - \text{relația de Broglie}$$

$$\frac{h}{\lambda} = p = m \cdot c$$

$$\Delta p_y \cdot \frac{\lambda}{h} = \sin \varphi_1$$

Amintim că unghiul φ_1 unde se formează primul minim este: $\sin \varphi_1 = \frac{\lambda}{a}$

Dacă înlocuim unghiul φ_1 în relațiile anterioare obținem relația de incertitudine:

$$\Delta y \cdot \Delta p_y = h$$

Dacă lărgimea fantei Δy este mai îngustă, primul minim de difracție se petrece la un unghi de împrăștiere mai mare φ_1 .

În experimentul nostru, unghiul φ_1 este obținut din poziția primului minim (Fig.3):

$$\tan \varphi_1 = \frac{A}{B}$$

Înlocuind ultima relație în $\Delta p_y \cdot \frac{\lambda}{h} = \sin \varphi_1$ obținem:

$$\Delta p_y = \frac{h}{\lambda} = \sin(\arctan \frac{A}{B})$$

Obținem în sfârșit, după înlocuiri și împărțind prin h la:

\Rightarrow

$$\frac{a}{\lambda} \sin(\arctan \frac{A}{B}) = 1$$

Verificarea validității *principiului Heisenberg* este echivalentă cu verificarea validității ultimei relații. *Verificăm ultima relație!*

largimea fantei	Primul minim		$\frac{a}{\lambda} \sin(\arctan \frac{A}{B}) = 1$
a(mm)	A(mm)	B(mm)	
0,101			
0,202			
0,051			

Verificați validitatea principiului Heisenberg.