



# Logică computațională

## Curs 7

Lector dr. Mihiș Andreea-Diana



# Rafinările rezoluției

- impun restricții asupra clauzelor care rezolvă, pentru a eficientiza procesul rezolutiv

# Notăție

- $S \vdash_{\text{Res}}^{st} \square$  ”din mulțimea S de clauze s-a derivat clauza vidă prin aplicarea algoritmului rezoluției propoziționale”

# Completitudinea și corectitudinea

- Toate rafinările și strategiile rezolutive păstrează completitudinea și corectitudinea.
- Combinarea lor poate impune prea multe restricții și deși mulțimea inițială de clauze este inconsistentă, s-ar putea să nu se poată deriva clauza vidă.
- sunt complete:
  - rezoluția generală + strategia eliminării
  - rezoluția generală + strategia mulțimii suport
  - rezoluția generală + strategia mulțimii suport + strategia eliminării
  - rezoluția liniară + strategia eliminării
  - rezoluția liniară + strategia mulțimii suport
- nu sunt complete:
  - rezoluția blocării + strategia eliminării
  - rezoluția blocării + strategia mulțimii suport
  - rezoluția blocării + rezoluția liniară
  - rezoluția unitară
  - rezoluția de intrare



# Rezoluția blocării (lock resolution)

- introdusă de Boyer în 1971
- fiecare apariție de literal din mulțimea de clauze este indexat arbitrar cu un întreg
- *restricția*: literalii care rezolvă din clauzele părinți trebuie să aibă **cei mai mici indici** din aceste clauze
- literalii din rezolvenți moștenesc indicii de la clauzele părinți, iar în cazul moștenirii a doi literali identici, se păstrează cel cu indicele mai mic
- este foarte eficientă și ușor de implementat, se recomandă combinarea ei cu strategia saturării pe nivele



# Teorema de corectitudine și completitudine

- Teorema de completitudine

Fie  $S$  o mulțime de clauze în care fiecare literal este indexat în mod arbitrar cu un întreg. Dacă  $S$  este inconsistentă, atunci există o deducție din mulțimea  $S$  a clauzei vide prin rezoluția blocării.

- Teorema de corectitudine

Fie  $S$  o mulțime de clauze în care fiecare literal este indexat în mod arbitrar cu un întreg. Dacă din  $S$  se deduce prin rezoluția blocării clauza vidă, atunci  $S$  este inconsistentă.

# Exerciții

- rezoluția blocării + strategia eliminării nu e completă

- $S = \{p \vee q, \neg p \vee q, p \vee \neg q, \neg p \vee \neg q\}$

$$C_1 =_{(2)} p \vee_{(1)} q, C_2 =_{(3)} \neg p \vee_{(4)} q, C_3 =_{(5)} p \vee_{(6)} \neg q, C_4 =_{(8)} \neg p \vee_{(7)} \neg q$$

- rezoluția blocării + strategia mulțimii suport nu e completă

- $p \rightarrow (q \rightarrow r), r \wedge s \rightarrow t, u \rightarrow s \wedge \neg t \vdash p \wedge q \rightarrow \neg u$

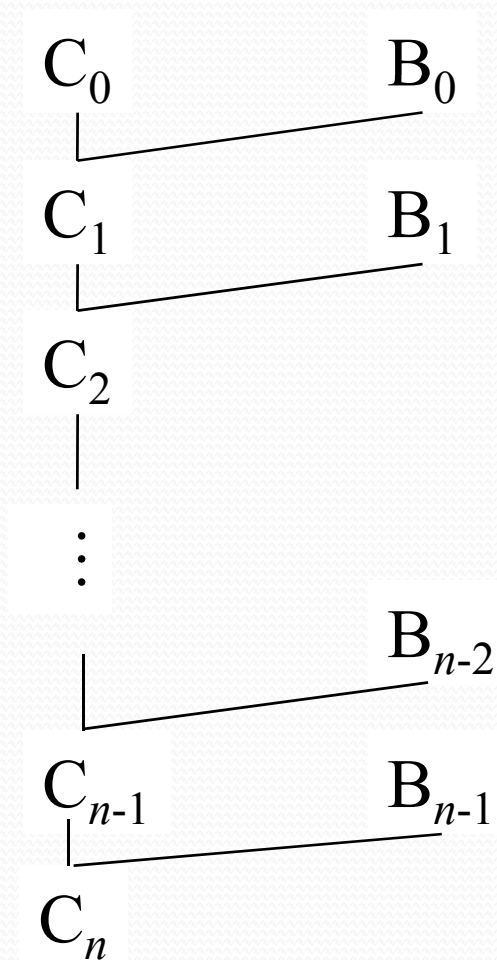
$$C_1 =_{(3)} \neg p \vee_{(2)} \neg q \vee_{(1)} r, C_2 =_{(6)} \neg r \vee_{(5)} \neg s \vee_{(4)} t, C_3 =_{(8)} \neg u \vee_{(7)} s,$$

$$C_4 =_{(10)} \neg u \vee_{(9)} \neg t, C_5 =_{(11)} p, C_6 =_{(12)} q, C_7 =_{(13)} u$$

$$Y = \{C_5, C_6, C_7\}$$

# Rezoluția liniară

- Loveland 1970
- procesul rezolutiv este liniar: la fiecare pas una dintre clauzele părinte este rezolventul obținut la pasul anterior
- Arborele de derivare corespunzător procesului rezolutiv liniar are forma:
  - $C_0$  clauză vârf
  - $C_1, C_2, \dots, C_{n-1}$  clauze centrale
  - $B_1, B_2, \dots, B_{n-1}$  clauze laterale
  - $\forall i=1,2,\dots,n$ , are loc:  $C_i = \text{Res}(C_{i-1}, B_{i-1})$







# Teorema de corectitudine și completitudine

- Mulțimea  $S$  de clauze este inconsistentă, dacă și numai dacă  $S \vdash_{\text{Res}}^{\text{lin}} \Box$ .



# Observație:

- rezoluția liniară furnizează o strategie la nivel de implementare: *căutarea cu revenire*
  - la fiecare iterație, pentru clauza centrală pot exista mai multe posibile clauze laterale
  - după ce au fost utilizate toate posibilele clauze laterale, dar nu s-a obținut , se revine la iterația precedentă
  - consistența mulțimii de clauze este demonstrată după o căutare completă fără derivarea clauzei vide



# Cazuri particulare ale rezoluției liniare

- **Rezoluția unitară** (*unit*): clauzele centrale au *cel puțin* o clauză părinte unitară (conține un singur literal)
- **Rezoluția de intrare** (*input*): clauzele *laterale* sunt clauze *inițiale* (de intrare)

## Teorema de echivalență dintre rezoluția unit și cea input

- Fie mulțimea  $S$  de clauze.  $S \vdash_{\text{Res}}^{\text{input}} \square$  dacă și numai dacă  $S \vdash_{\text{Res}}^{\text{unit}} \square$ .
- **corectitudinea:** Dacă  $S \vdash_{\text{Res}}^{\text{input/unit}} \square$  atunci  $S$  este inconsistentă
- **incompletitudinea:** există mulțimi inconsistente de clauze din care nu se poate deriva clauza vidă folosind rezoluția input sau rezoluția unit.