Proiect la tema „Metode de rezolvare a ecuaţiilor neliniare”

Lucrare Nr. 2 „Precizarea rădăcinii. Metoda Coardelor”

Elaborat: elevul clasei a XII-a „A”, Munteanu Alexandru

Varianta 22

Ecuaţia I: $2x+\cos x=0,5$
Ecuaţia II: $x^3-0,2x^2+0,1x-1,2=0$

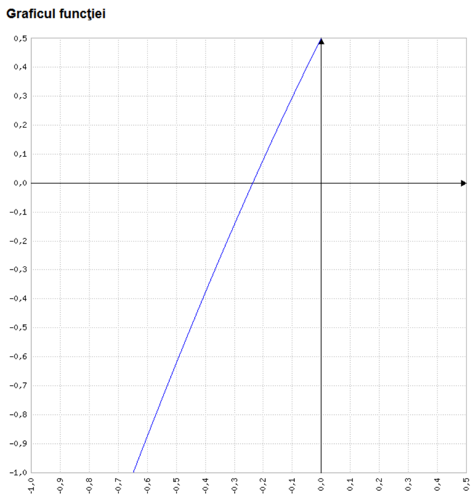
Scop lucrare:
- Verificare a posibilităţii aplicării metodelor în studiu pentru ecuaţiile propuse;
- Analiza ecuaţiilor propuse, rezolvarea analitică, grafică, alcătuirea programelor care realizează metodele în studiu;
- Estimarea erorilor metodelor în studiu (opţional).

Sarcini de realizat:
1) *De separat rădăcinile ecuaţiilor date în mod analitic şi de precizat una din ele prin metoda coardelor cu precizia* ε=0.001, *utilizând programul corespunzător;*
2) *De separat rădăcinile ecuaţiilor date în mod grafic şi de precizat una din ele prin metoda coardelor cu precizia* ε=0.001, *utilizând programul corespunzător;*

Exemplu de realizare a sarcinii:
Sunt date ecuaţiile:
a) $2x+\cos x=0,5$;
b) $x^3-0,2x^2+0,1x-1,2=0$;

- ***Realizarea separării grafice a rădăcinilor ecuaţiei cu precizarea ei prin metoda coardelor.***

Separăm rădăcinile ecuaţiei $2x+\cos x=0,5$ în mod grafic. Pentru aceasta rescriem ecuaţia iniţială într-o formă mai comodă pentru construirea graficelor:
$y_1=2x+\cos x$;
$y_2=0,5$



Alcătuim tabelul de valori a funcţiilor y_1 şi y_2.

x	-1	-0,9	-0,8	-0,7	-0,6	-0,5	-0,4	-0,3	-0,2	-0,1	0
y1	-1,46	-1,18	-0,903	-0,64	-0,37	-0,12	0,12	0,36	0,58	0,795	1
y2	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5

Din figură se observă că rădăcina pozitivă a ecuaţiei se află în intervalul [-0,3; -0,2].

Pentru precizarea rădăcinii prin metoda coardelor, determinăm semnele funcţiei $f(x) = 2x+\cos x-0,5$ la capetele segmentului [-0,3; -0,2] şi semnul derivatei de ordinul II pe acest interval:
$f(-0,3)=2*(-0,3)+\cos(-0,3)-0,5=-1.1+\cos(0,3)=-0,144664$;
$f(-0,2)= 2*(-0,2)+\cos(-0,2)-0,5=-0,9+\cos(0,2)=0,0800666$;
$f'(x) = 2 - sin(x);$
$f''(x) = -cos(x) < 0$ pentru $x\in[-0,3; -0,2]$.
Pentru calcule vom folosi relaţia: $x_{n+1} = x_0 - \frac{f(x_n)\cdot(b-x_n)}{f(b)-f(x_n)}$, unde b=-0,2 şi x_0=-0,3.
Calculele le introducem pentru comoditate în tabel:

n	xn	cosx	$f(x_n)$	$f(-0,2)–f(x_n)$	h
0	-0,3	0,95534	-0,14466	0,22473	-0,06437
1	-0,23563	0,97237	0,00111	0,07896	0,0005
2	-0,23613	0,97225	-0,00001	0,08008	0

Răspuns: Soluţia este ***x*=-0,23613**

- ***Realizarea separării analitice a rădăcinilor cu precizarea ei prin metoda coardelor.***

Este dată ecuaţia: x^3-0,2x^2+0,1x-1,2=0;

1. Notăm funcţia $f(x)= x^3-0,2x^2+0,1x-1,2=0$;.
2. Determinăm derivata de ordinul întâi $f'(x)= 3x^2-0,4x+0,1$;
3. Determinăm discriminantul D=0,16-1,2<0.
4. Alcătuim tabelul semnelor funcţiei f(x), stabilind valorile lui x egale cu:
5.

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
Semnul $f(x)$	–	–	+	+

Avem o singură schimbare de semn, deci ecuaţia are o singură rădăcină reală ce se află în intervalul [1,2].
Pentru precizarea rădăcinii, aflăm derivate de ordinul II $f''(x)$=6x-0,4; în intervalul [1,2] se îndeplineşte inegalitatea $f''(x)$>0.
Pentru calcule vom utiliza formula:

$$x_{n+1} = a - \frac{f(a)}{f(x_n) - f(a)}(x_n - a),$$

unde a=1, x_0=2; $f(a)$=f(1)=1-0,2+0,1-1,2=-0,3.
Toate calculele le introducem pentru comoditate în tabel:

n	x_n	x_n^2	x_n^3	$0,2x_n^2$	$0,5x_n$	$f(x_n)$	$f(x_n)+0,3$	x_n-1	$\frac{f(a)\cdot(x_n-a)}{f(x_n)-f(a)}$
0	2	4	8	0,8	1	6,2	6,5	1,00000	-0,04615
1	1,04615	1,09443	1,14494	0,21889	0,52308	-0,16933	0,13067	0,04615	-0,10595
2	1,10595	1,22313	1,35272	0,24463	0,55298	0,01869	0,31869	0,10595	-0,09974
3	1,09974	1,20943	1,33006	0,24189	0,54987	-0,00185	0,29815	0,09974	-0,10036
4	1,10036	1,21079	1,33231	0,24216	0,55018	0,00019	0,30019	0,10036	-0,1003

Răspuns: **x ≈ 1,10036**