

Proiect la tema „Metode de rezolvare a ecuațiilor neliniare”

Lucrare Nr. 1 „Precizarea rădăcinii. Metoda tangentelor”

Elaborat: elevul clasei a XII-a „A”, Munteanu Alexandru

Varianta 22

Ecuația I: $2x - \lg x - 7 = 0$

Ecuația II: $x^3 - 3x^2 + 6x - 5 = 0$

Scop lucrare:

- Verificare a posibilității aplicării metodelor în studiu pentru ecuațiile propuse;
- Analiza ecuațiilor propuse, rezolvarea analitică, grafică, alcătuirea programelor care realizează metodele în studiu;
- Estimarea erorilor metodelor în studiu (optional).

Sarcini de realizat:

1. De separat rădăcinile ecuațiilor date în mod grafic și de precizat una din ele prin metoda tangentelor cu precizia $\varepsilon=0.001$, utilizând programul corespunzător;
 2. De separat rădăcinile ecuațiilor date în mod analitic și de precizat una din ele prin metoda tangentelor cu precizia $\varepsilon=0.001$, utilizând programul corespunzător;
- **Realizarea separării grafice a rădăcinilor ecuației cu precizarea ei prin metoda tangentelor.**

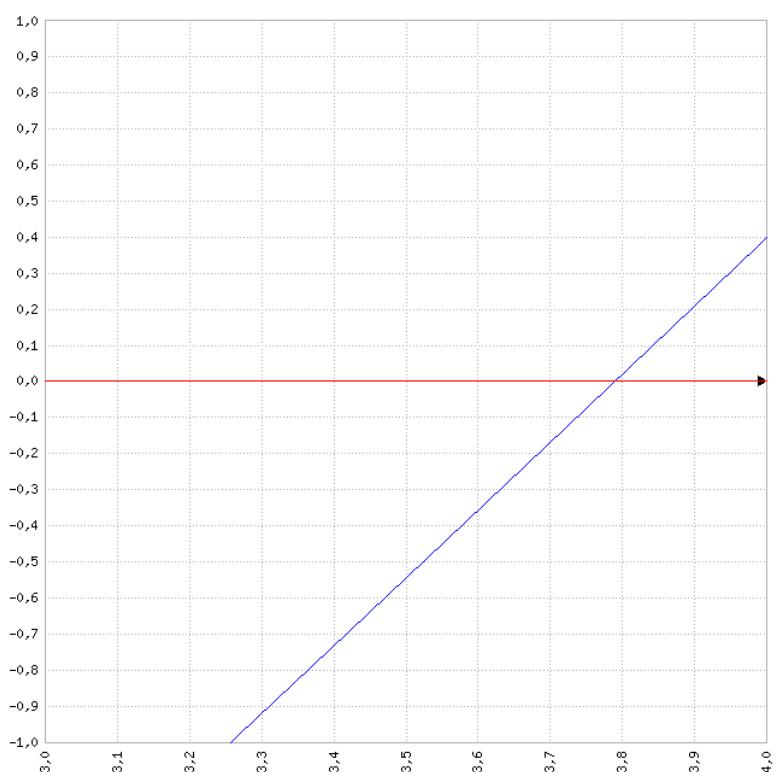
Separăm rădăcinile ecuației $2x - \lg x - 7 = 0$ în mod grafic. Pentru aceasta rescriem ecuația inițială într-o formă

Graficul funcției

mai comodă pentru construirea graficelor:

$$y_1 = 2x - \lg x - 7$$

$$y_2 = 0$$



Alcătuim tabelul de valori a funcțiilor y_1 și y_2 .

x	3	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,7	3,8	3,9	4
2x	6	6,2	6,4	6,6	6,8	7	7,2	7,4	7,6	7,8	8
lg(x)	0,477121	0,491362	0,50515	0,518514	0,531479	0,544068	0,556303	0,568202	0,579784	0,591065	0,60206
y_1	-1,47712	-1,29136	-1,10515	-0,91851	-0,73148	-0,54407	-0,3563	-0,1682	0,020216	0,208935	0,39794
y_2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Din figură se observă că rădăcina pozitivă a ecuației se află în intervalul $[3; 4]$.

Precizăm această rădăcină prin metoda tangentelor. Deoarece $f(3)>0$; și $f(4)<0$, iar derivata de ordinul II $f''(x)<0$, atunci în calitate de valoare inițială aproximativă pe acest interval vom lua $x_0=4$.

Calculele le realizăm conform formulei:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_0)}.$$

În prealabil determinăm derivata de ordinul I:

$$f'(4) = 2 - 1/(\ln(10) \cdot 4) = 2 - 1/(2,30259 \cdot 4) = 2 - 1/9.21034 = 17.42068/9.21034 = 1.89139.$$

Calculele le introducem pentru comoditate în tabel:

n	x_n	$f(x_n)=2x-\lg x-7$	$h=f(x_n)/1.89139$
1	4	0,39794	0,2104
2	3,7896	0,00061	0,00032
3	3,78928	0	0

Răspuns: Soluția este $x=3.28713$.

- **Realizarea separării analitice a rădăcinilor cu precizarea ei prin metoda tangentelor.**

Este dată ecuația: $x^3-3x^2+6x-5=0$;

1. Notăm funcția $f(x)=x^3-3x^2+6x-5=0$;
2. Determinăm derivata de ordinul întâi $f'(x)=3x^2-6x+6$;
3. Determinăm discriminantul $D=36-72<0$.
4. Alcătuim tabelul semnelor funcției $f(x)$, stabilind valorile lui x egale cu:

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
semnul $f(x)$	-	-	+	+

Avem o singură schimbare de semn, deci ecuația are o singură rădăcină reală ce se află în intervalul $[1,2]$.

Precizăm soluția utilizând metoda tangentelor. Deoarece $f(1)<0$, $f(2)>0$ și $f''(x)>0$, atunci ca valoare aproximativă luăm $x_0=2$.

Pentru calcule vom utiliza formula:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}.$$

Determinăm $f'(x)=x^3-3x^2+6x-5$.

Toate calculele le introducem pentru comoditate în tabel:

n	x_n	x_n^2	x_n^3	$f(x_n)$	$f'(x_n)$	$h=f(xn)/f'(xn)$
1	2	4	8	3	6	0,5
2	1,5	2,25	3,375	0,625	3,75	0,16667
3	1,33333	1,77777	2,37035	0,03702	3,33333	0,01111
4	1,32222	1,74827	2,31159	0,0001	3,31149	0,00003
5	1,32219	1,74819	2,31143	0	3,31143	0

Răspuns: Soluția este $x \approx 1.32219$