

# Proiect la tema „Metode de rezolvare a ecuațiilor neliniare”

## Lucrare Nr. 1 „Precizarea rădăcinii. Metoda tangentelor”

Elaborat: elevul clasei a XII-a „A”, Munteanu Alexandru

### Varianta 22

**Ecuația I:**  $2x - \lg x - 7 = 0$

**Ecuația II:**  $x^3 - 3x^2 + 6x - 5 = 0$

### Scop lucrare:

- Verificare a posibilității aplicării metodelor în studiu pentru ecuațiile propuse;
- Analiza ecuațiilor propuse, rezolvarea analitică, grafică, alcătuirea programelor care realizează metodele în studiu;
- Estimarea erorilor metodelor în studiu (opțional).

### Sarcini de realizat:

1. De separat rădăcinile ecuațiilor date în mod grafic și de precizat una din ele prin metoda tangentelor cu precizia  $\varepsilon = 0.001$ , utilizând programul corespunzător;
2. De separat rădăcinile ecuațiilor date în mod analitic și de precizat una din ele prin metoda tangentelor cu precizia  $\varepsilon = 0.001$ , utilizând programul corespunzător;

- **Realizarea separării grafice a rădăcinilor ecuației cu precizarea ei prin metoda tangentelor.**

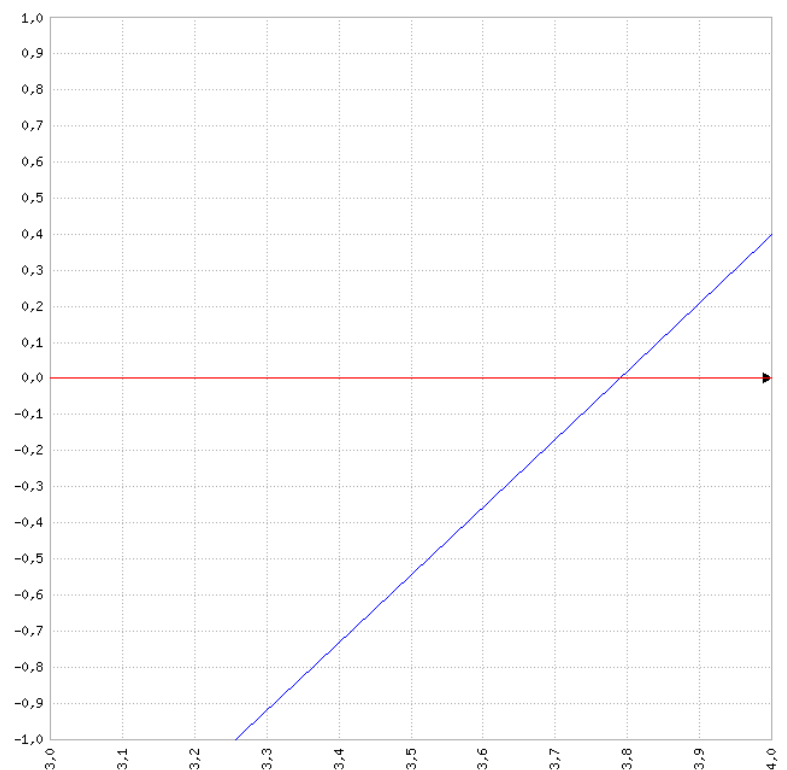
Separăm rădăcinile ecuației  $2x - \lg x - 7 = 0$  în mod grafic.

Pentru aceasta rescriem ecuația inițială într-o formă mai comodă pentru construirea graficelor:

$$y_1 = 2x - \lg x - 7$$

$$y_2 = 0$$

Graficul funcției



Alcătuiți tabelul de valori a funcțiilor  $y_1$  și  $y_2$ .

x	3	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,7	3,8	3,9	4
2x	6	6,2	6,4	6,6	6,8	7	7,2	7,4	7,6	7,8	8
lg(x)	0,477121	0,491362	0,50515	0,518514	0,531479	0,544068	0,556303	0,568202	0,579784	0,591065	0,60206
y1	-1,47712	-1,29136	-1,10515	-0,91851	-0,73148	-0,54407	-0,3563	-0,1682	0,020216	0,208935	0,39794
y2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Din figură se observă că rădăcina pozitivă a ecuației se află în intervalul  $[3; 4]$ .

Precizăm această rădăcină prin metoda tangentelor. Deoarece  $f(4) > 0$ ; și  $f(3) < 0$ , iar derivata de ordinul II  $f''(x) > 0$ , atunci în calitate de valoare inițială aproximativă pe acest interval vom lua  $x_0 = 4$ .

Calculările le realizăm conform formulei:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

În prealabil determinăm derivata de ordinul I:

$$f'(4) = 2 - 1/(\ln(10) \cdot 4) = 2 - 1/(2,30259 \cdot 4) = 2 - 1/9,21034 = 17,42068/9,21034 = 1,89139.$$

Calculările le introducem pentru comoditate în tabel:

n	$x_n$	$f(x_n) = 2x - \lg x - 7$	$h = f(x_n)/1,89139$
0	4	0,39794	0,2104
1	3,7896	0,00061	0,00032
2	3,78928	0	0

Răspuns: Soluția este  $x = 3,78928$ .

□ **Realizarea separării analitice a rădăcinilor cu precizarea ei prin metoda tangentelor.**

Este dată ecuația:  $x^3 - 3x^2 + 6x - 5 = 0$ ;

1. Notăm funcția  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 6x - 5 = 0$ ;
2. Determinăm derivata de ordinul întâi  $f'(x) = 3x^2 - 6x + 6$ ;
3. Determinăm discriminantul  $D = 36 - 72 < 0$ .
4. Alcătuiți tabelul semnelor funcției  $f(x)$ , stabilind valorile lui  $x$  egale cu:

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
semnul $f(x)$	-	-	+	+

Avem o singură schimbare de semn, deci ecuația are o singură rădăcină reală ce se află în intervalul  $[1, 2]$ .

Precizăm soluția utilizând metoda tangentelor. Deoarece  $f(1) < 0$ ,  $f(2) > 0$  și  $f''(x) > 0$ , atunci ca valoare aproximativă luăm  $x_0 = 2$ .

Pentru calcule vom utiliza formula:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

Determinăm  $f'(x) = x^3 - 3x^2 + 6x - 5$ .

Toate calculele le introducem pentru comoditate în tabel:

$n$	$x_n$	$x_n^2$	$x_n^3$	$f(x_n)$	$f'(x_n)$	$h=f(x_n)/f'(x_n)$
0	2	4	8	3	6	0,5
1	1,5	2,25	3,375	0,625	3,75	0,16667
2	1,33333	1,77777	2,37035	0,03702	3,33333	0,01111
3	1,32222	1,74827	2,31159	0,0001	3,31149	0,00003
4	1,32219	1,74819	2,31143	0	3,31143	0

*Răspuns:* Soluția este  $x=1.32219$ .