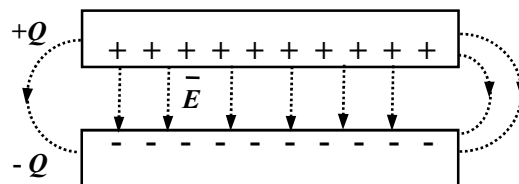


# **CURS 3**

## **Retele de condensatoare**

## Condensatoare și rețele de condensare



Se consideră un **ansamblu format din 2 corpuri conductoare numite armături** separate printr-un **mediu izolator**, armăturile fiind încărcate cu **+q , -q**.

**Când toate liniile de câmp electric care pleacă de pe armătura pozitivă ajung pe armătura negativă sistemul formează un condensator.** În caz contrar se definește noțiunea de capacitate parțială între cele 2 corpuri

$$C = \frac{Q}{U} \qquad \frac{1C}{1V} = 1F$$

Un condensator are capacitatea de **1Farad** dacă aplicând o tensiune de **1V** între armături acestea se încarcă cu o sarcină electrică de **1C**.

# Parametrii condensatorului electric

Parametrii condensatorului electric sunt mărimi caracteristice ce sunt înscrisurate pe corpul condensatorului. Această marcă se poate face în clar și în codul culorilor.

Parametrii condensatorului electric sunt:

**1. Valoarea nominală  $C_n$**  a capacității electrice, exprimată în mF,  $\mu$ F, nF, pF .

La marcarea în clar, valoarea nominală se exprimă printr-o simplă cifră, fără a fi urmată de unitatea de măsură. De ex.: o valoare de 10 $\mu$  inscripționată pe corpul condensatorului reprezintă o valoare  $C_n = 10 \mu$ F.

**2. Tensiunea maximă de lucru**, exprimată în V sau kV.

Dacă această valoare indicată este depășită, condensatorul se străpunge, deoarece se depășește pragul de rigiditate dielectrică maximă corespunzătoare izolatorului dintre armături.

**3. Toleranța**, exprimată în procente, [%]

Toleranța se datorează procedeelor tehnologice de fabricație a condensatoarelor. Ea exprimă abaterea față de valoarea nominală înscrisă pe corpul condensatorului.

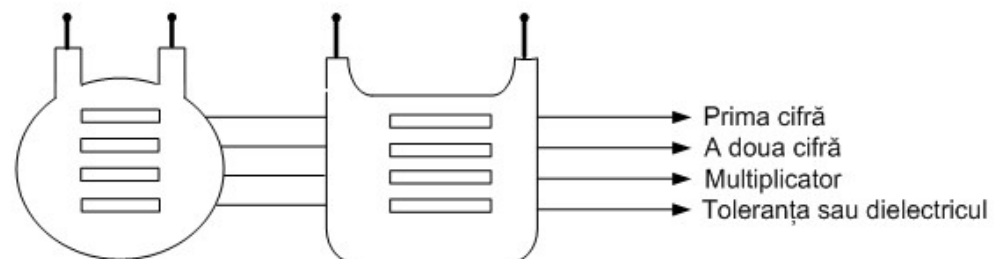
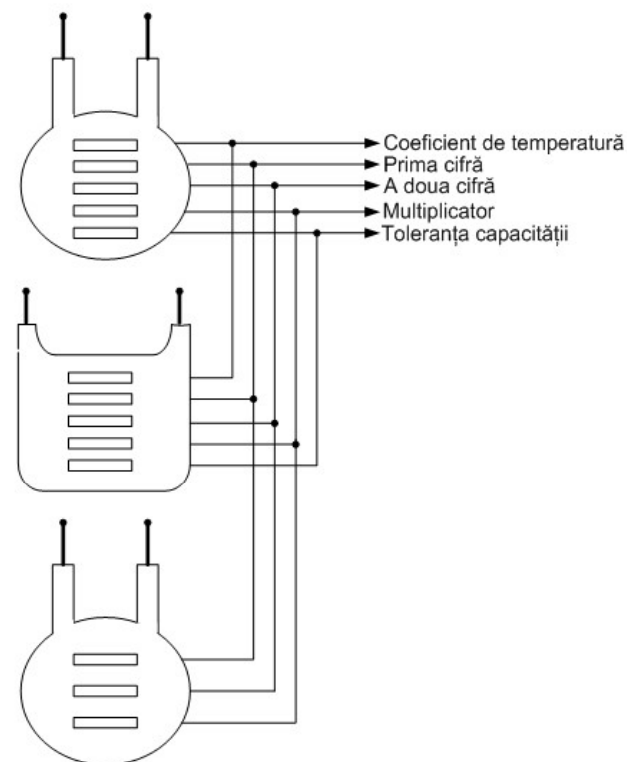
De exemplu, dacă valoarea toleranței înscrisă pe un condensator cu valoarea nominală a capacității electrice de  $C_n = 10 \mu$ F este de 5%, aceasta înseamnă că valoarea reală a capacității condensatorului studiat este cuprinsă în domeniul  $[10 \mu$ F - (5% x 10  $\mu$ F) ..... 10  $\mu$ F + (5% x 10  $\mu$ F)] , adică între 9,5  $\mu$ F....10,5  $\mu$ F.

**4. Coeficientul de temperatură**, indică modul în care valoarea capacității variază cu temperatura.

La marcarea în codul culorilor, se atribuie fiecărei culori o cifră, combinația de culori ajutând la determinare parametrilor componentelor de circuit, *unitatea de măsură fiind pF*.

# Cod de culori pentru condensatoare

Culoare	Valoare pF	Coeficient de multiplicare	Toleranță(%)		Coeficient de temperatură
			> 10pF în %	<10p, în pF	
Negru	0	1	±20	±2.0	0
Maro	1	10	±1		-30
Roșu	2	10 <sup>2</sup>	±2		-80
Portocaliu	3	10 <sup>3</sup>			-150
Galben	4	10 <sup>4</sup>			-220
Verde	5	10 <sup>5</sup>	±5	±0.5	-330
Albastru	6	10 <sup>6</sup>			-470
Violet	7	10 <sup>7</sup>			-750
Gri	8			±0.25	+30
Alb	9		±10	±1.0	+120/-750
Auriu	-	10 <sup>-1</sup>			+500/-330
Argintiu	-	10 <sup>-2</sup>		±10	
Fără culoare	-	-		±20	+100



## Calculul capacității echivalente a unei rețele

### Condensatoare legate în serie:

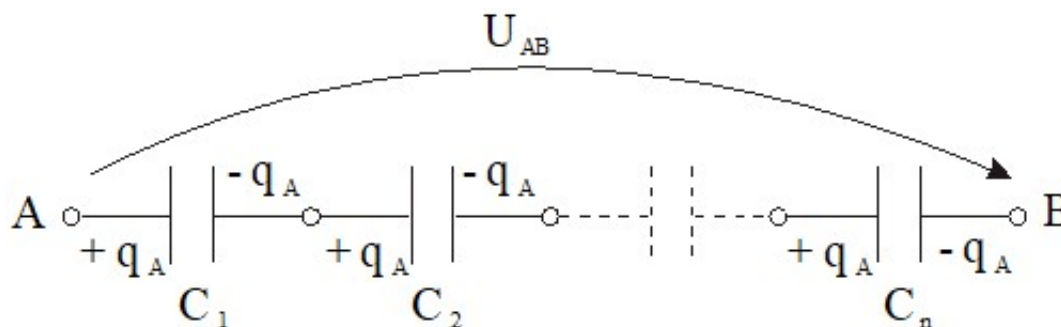
Se consideră  $n$  condensatoare  $C_1, C_2, \dots, C_n$  legate în serie.

Vom înlocui conexiunea dată cu un condensator echivalent  $C_s$  pentru care:

$$C_s = \frac{q_A}{U_{AB}}$$

Datorită principiului conservării sarcinii electrice sarcinile electrice de pe armăturile condensatoarelor sunt egale

$$q_1 = q_2 = \dots q_n = q_A$$



Tensiunea la bornele fiecărui condensator în parte va fi:

$$U_1 = q_A \cdot \frac{1}{C_1}; U_2 = q_A \cdot \frac{1}{C_2}; \dots U_n = q_A \cdot \frac{1}{C_n}$$

Tensiunea între bornele AB este:

$$U_{AB} = U_1 + U_2 + \dots U_n = Q \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} \right)$$

Capacitatea echivalentă la legarea în serie a mai multor condensatoare va fi:

$$\frac{1}{C_s} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots \frac{1}{C_n} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{C_k}$$

$$\frac{1}{C} = \alpha \quad [F^{-1}] \quad \alpha - \text{elasta}\text{\c{nt}a (inversul capacită\c{t}ii)}$$

## Condensatoare legate în paralel:

În cazul conexiunii paralel a mai multor condensatoare tensiunea la borne este aceeași, iar condensatoarele se încarcă cu sarcinile:

$$q_1 = C_1 \cdot U_{AB}; \quad q_2 = C_2 \cdot U_{AB} \quad \dots \quad q_n = C_n \cdot U_{AB}$$

Sarcina electrică totală preluată de condensatoare de la sursă este :

$$q_A = q_1 + q_2 + \dots + q_n$$

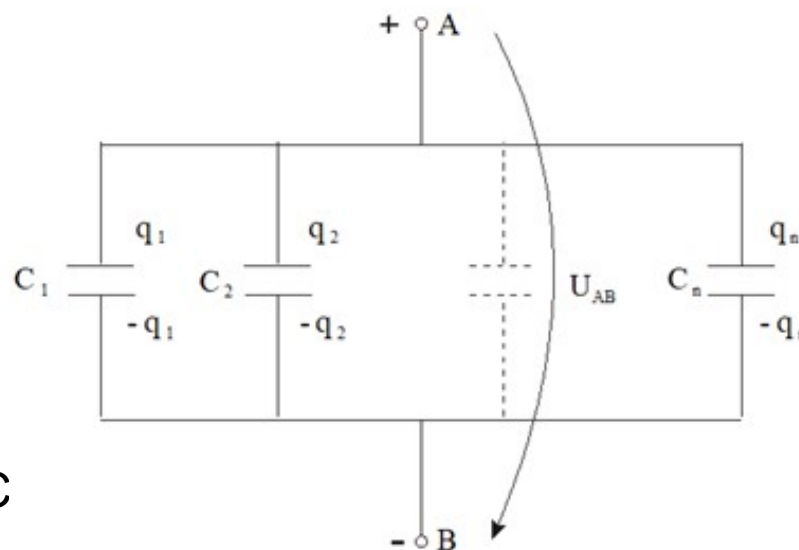
Condensatorul echivalent  $C_e$  va avea pe armături aceeași sarcină electrică  $q_A$  atunci când tensiunea lui la borne este  $U_{AB}$

Capacitatea echivalentă a condensatoarelor la legarea în paralel va fi:

$$C_e = \frac{q_A}{U_{AB}} = \frac{q_1 + q_2 + \dots + q_n}{U_{AB}}$$

$$C_e = C_1 + C_2 + \dots + C_n = \sum_{k=1}^n C_k$$

Dacă  $C_1 = C_2 = \dots = C_n = C$ , atunci  $C_e = n C$



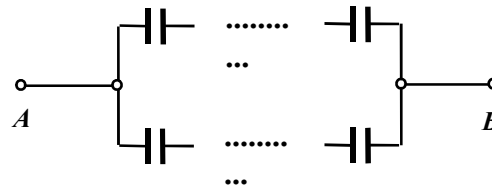
Legarea în serie și paralel se utilizează de regulă pentru a obține între două puncte **A** și **B** o anumită valoare a capacității pentru o anumită tensiune aplicată între **A** și **B**.

Orice condensator este caracterizat prin următoarele valori nominale:

$U_N$  tensiunea maximă care poate fi aplicată unui condensator fără ca acesta să se străpungă;

$C_N$  capacitatea nominală.

Dacă între două puncte ale unui montaj este necesar o valoare  $C_{AB}$  pentru o tensiune  $U_{AB}$  iar condensatoarele disponibile nu au valoarea exactă  $C_{AB}$  atunci se construiește un montaj serie-paralel astfel încât să se obțină valorile necesare iar în același timp nici unui condensator care formează montajul să nu i se aplice o tensiune mai mare decât valoarea nominală.

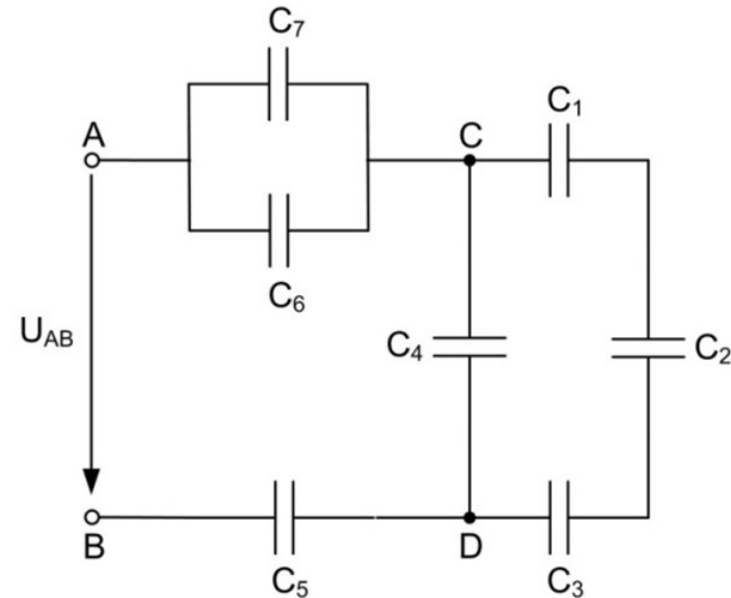




## Aplicatii rezolvate

$$C_1=C_4=C_5=4\mu\text{F}; C_2=6\mu\text{F}; C_3=12\mu\text{F}; C_6=3\mu\text{F}; C_7=9\mu\text{F}; U_{AB}=200\text{V};$$

$$C_e=?; q_e=?$$



$$\frac{1}{C_{1,2,3}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{6}{12} \rightarrow C_{1-3} = 2\mu\text{F}.$$

$$C_{1-4} = C_4 + C_{1-3} = 4 + 2 = 6\mu\text{F}.$$

$$C_{6-7} = C_6 + C_7 = 3 + 9 = 12\mu\text{F}.$$

$$\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_{6-7}} + \frac{1}{C_{1-4}} + \frac{1}{C_5} = \frac{1}{12} + \frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{6}{12} \rightarrow C_e = 2\mu\text{F}.$$

$$q_e = C_e \cdot U_{AB} = 400\mu\text{C}.$$

$$C_1=12\mu\text{F}; C_2=C_4=6\mu\text{F}; C_3=2\mu\text{F}; C_5=3\mu\text{F}; C_6=4\mu\text{F}; C_7=3\mu\text{F}; C_8=9\mu\text{F}; U_{AB}=300\text{V};$$

$$C_e=?; q_e=?$$

$$\frac{1}{C_{1-2}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{12} + \frac{1}{6} = \frac{3}{12} \rightarrow C_{1-2} = 4\mu\text{F}.$$

$$C_{1-3} = C_3 + C_{1-2} = 2 + 4 = 6\mu\text{F}.$$

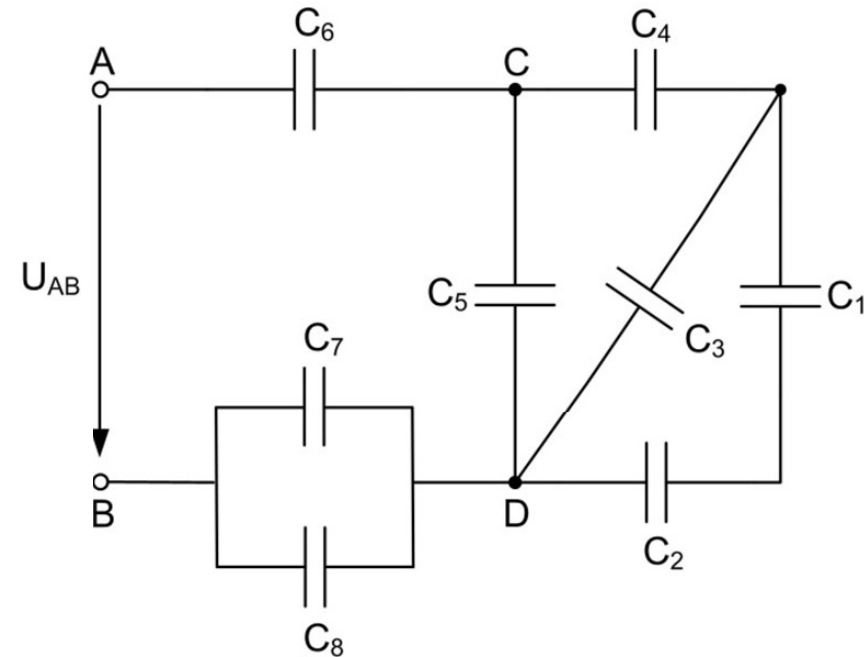
$$\frac{1}{C_{1-4}} = \frac{1}{C_{1-3}} + \frac{1}{C_4} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3} \rightarrow C_{1-4} = 3\mu\text{F}.$$

$$C_{1-5} = C_{1-4} + C_5 = 3 + 3 = 6\mu\text{F}.$$

$$C_{7-8} = C_7 + C_8 = 3 + 9 = 12\mu\text{F}.$$

$$\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_6} + \frac{1}{C_{7-8}} + \frac{1}{C_{1-5}} = \frac{1}{4} + \frac{1}{12} + \frac{1}{6} = \frac{6}{12} \rightarrow C_e = 2\mu\text{F}.$$

$$q_e = C_e \cdot U_{AB} = 600\mu\text{C}.$$

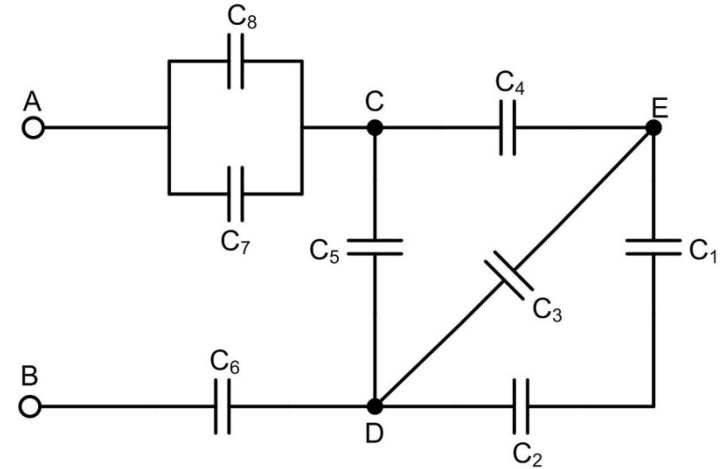


## Aplicatii

$C_1 = C_2 = 4\mu\text{F}$ ,  $C_3 = 6\mu\text{F}$ ,  $C_4 = 8\mu\text{F}$ ,  $C_5 = C_6 = C_8 = 2\mu\text{F}$ ,  
 $C_7 = 1\mu\text{F}$ , iar  $U_{AB} = 100\text{V}$ .

Se cer:

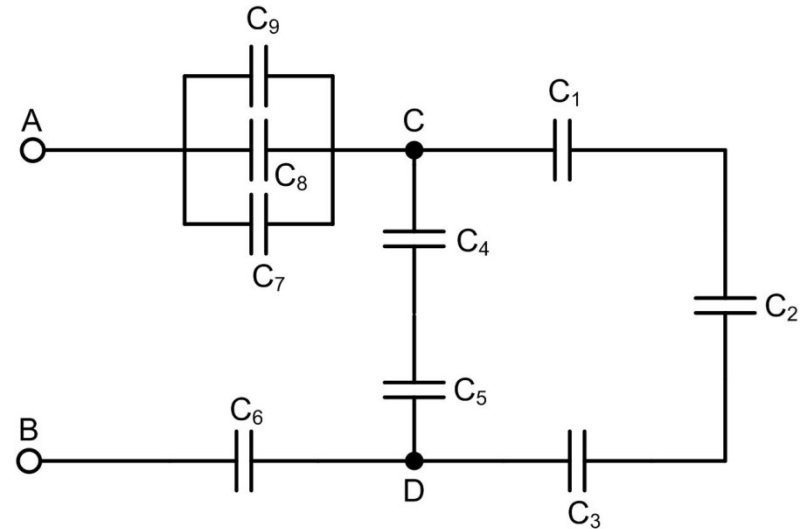
- Capacitatea echivalenta;
- Sarcina electrica echivalenta.



$C_1 = 2\mu\text{F}$ ,  $C_2 = 3\mu\text{F}$ ,  $C_3 = 6\mu\text{F}$ ,  $C_4 = C_5 = 10\mu\text{F}$ ,  
 $C_6 = 4\mu\text{F}$ ,  $C_7 = 8\mu\text{F}$ ,  $C_8 = C_9 = 2\mu\text{F}$ ,  
 iar  $U_{AB} = 300\text{V}$ .

Se cer:

- Capacitatea echivalenta;
- Sarcina electrica echivalenta.

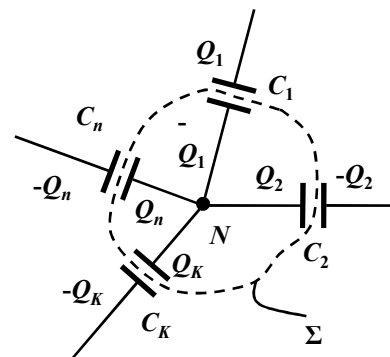


# Rezolvarea rețelelor de condensatoare

Prima teoremă a lui Kirchhoff

Se consideră **un nod de rețea** în care converg  **$n$  laturi**, pe fiecare aflându-se câte un condensator.

Se consideră o suprafață închisă ce înconjoară nodul  $N$  și străbate dielectricii tuturor condensatoarelor ce au armăturile legate la  $N$ .



**Conform legi conservări sarcini electrice**, sarcina din interiorul acestei suprafețe trebuie să rămână **constantă** atât înainte cât și după aplicarea tensiunilor în rețea.

$$q_{\Sigma} = \sum_{k \in (N)} Q_k = \text{const.}$$

Inițial condensatoarele nu erau încărcate:

$$\sum_{k \in (N)} Q_k = 0$$

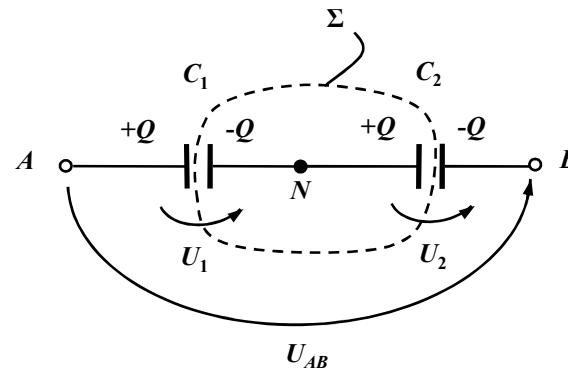
Inițial condensatoarele erau încărcate:

$$\sum_{k \in (N)} Q_k = \sum_{k \in (N)} Q_{k_0}$$

## Mod de aplicare:

Presupunând că rețeaua are  $n$  noduri, cu **teorema I** se obțin  $n - 1$  **ecuații independente**, ecuația ultimului nod este o combinație liniară a precedentelor  $n - 1$  ecuații.

În cazul rețelelor de condensatoare **se consideră nod și punctul de legătură a două condensatoare legate în serie**. Acest punct poate fi înconjurat cu o suprafață închisă în care trebuie să fie respectată legea conservării sarcini electrice.



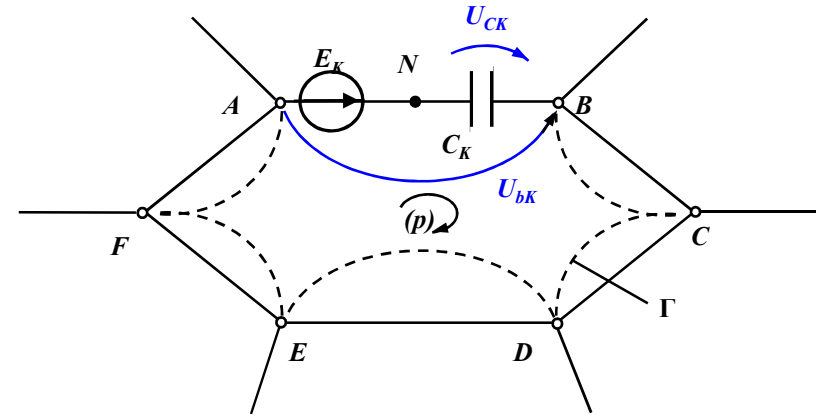
Dacă sarcina inițială pe condensatoare era nulă, la aplicarea unei tensiuni între punctele **A** și **B** cele două condensatoare se vor încarca obligatoriu cu aceeași sarcină electrică indiferent de valorile capacităților  $C_1$  și  $C_2$  astfel încât:

$$U_{AB} = U_1 + U_2$$

## A doua teoremă a lui Kirchhoff

$$\oint_{\Gamma} \vec{E} d\vec{l} = 0$$

Se alege un contur închis  $\Gamma$  care leagă toate nodurile fără să parcurgă nici o latură



$$\oint_{\Gamma} \vec{E} d\vec{l} = \int_A^B \vec{E} d\vec{l} + \int_B^C \vec{E} d\vec{l} + \int_C^D \vec{E} d\vec{l} + \int_D^E \vec{E} d\vec{l} + \int_E^F \vec{E} d\vec{l} + \int_F^A \vec{E} d\vec{l} = 0$$

Fiecare integrală reprezintă tensiunea la bornele unei laturi, rezultă:

$$\sum_{k \in (p)} U_{b,k} = 0$$

Însumarea algebrică se face referitor la sensul de parcurgere arbitrar ales

Deoarece valoarea tensiunii nu depinde de drum:  $\int_A^B \vec{E} d\vec{l} = U_{b,k} = \int_A^N \vec{E} d\vec{l} + \underbrace{\int_N^B \vec{E} d\vec{l}}_{U_{c,k}}$

Fiecare latură este în echilibru electrostatic:  $\vec{E} + \vec{E}_i = 0 \quad \vec{E} = -\vec{E}_i$

$$\int_A^B \vec{E} d\vec{l} = U_{b,k} = - \underbrace{\int_A^N \vec{E}_i d\vec{l}}_{E_k} + U_{c,k} = -E_k + U_{c,k}$$

$$U_{b,k} = -E_k + U_{c,k}$$

$$U_{b,k} = -E_k + U_{c,k}$$

Relația este valabilă pentru oricare dintre laturi. Scriind relațiile pentru toate laturile și însumându-le algebric obținem:

$$\underbrace{\sum_{k \in (p)} U_{b,k}}_0 = - \sum_{k \in (p)} E_k + \sum_{k \in (p)} U_{c,k}$$

$$\sum_{k \in (p)} E_k = \sum_{k \in (p)} U_{c,k}$$

**Suma algebrică a tensiunilor produse de sursele de pe laturile care formează un ochi de rețea este egală cu suma algebrică a tensiunilor de pe condensatoarele aflate pe laturile care formează ochiul.** Sumarea algebrică se face referitor la un sens de parcurgere ales arbitrar.

Teorema a doua a lui Kirchhoff se aplică pentru **ochiurile independente** ale rețelei de condensatoare.

$$o = l - (n - 1) = l - n + 1$$

$$o = l - n + 1$$

teorema lui Euler

$$\sum_{k \in (N)} Q_k = 0 \quad \text{se aplică de } (n-1) \text{ ori}$$

$$\sum_{k \in (p)} E_k = \sum_{k \in (p)} U_{c,k} \quad \text{se aplică pentru ochiurile independente } (l-n+1)$$

**Numărul total de ecuații** ce se obține este  $l$ , numărul de laturi.

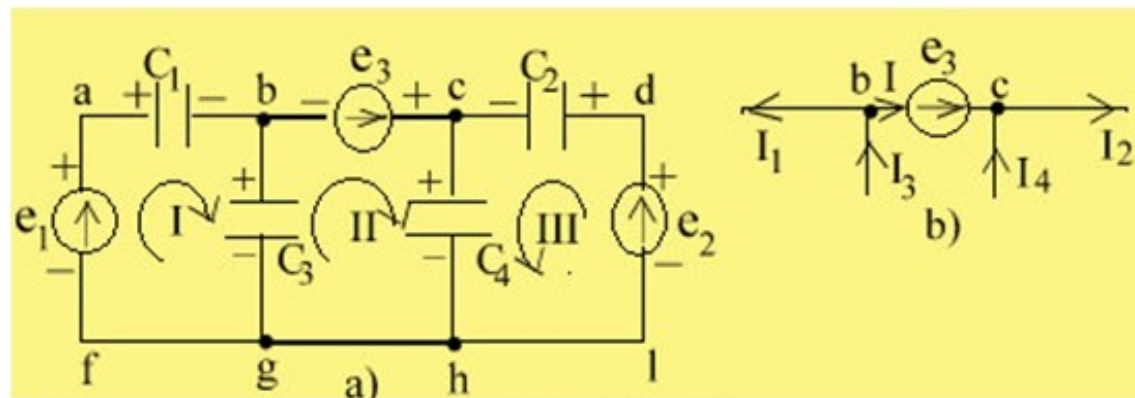


Pentru rezolvarea rețelei de condensatoare se va proceda astfel:

- se vor stabili arbitrar semnele sarcinilor electrice de pe armăturile condensatoarelor,
- se vor face notațiile pe circuit pentru sarcinile electrice de pe armături și tensiunile la bornele condensatoarelor,
- se va aplica principiul conservării sarcinii electrice pentru armăturile conectate în fiecare **nod** al rețelei: **suma algebrică a sarcinilor electrice de pe armăturile conectate galvanic între ele este nulă**, acest lucru este valabil dacă inițial condensatoarele erau descărcate; se vor lua în considerare doar  $n-1$  dintre ecuații,  $n$  fiind numărul de noduri ale rețelei
- pentru fiecare porțiune închisă de circuit (**buclă**, ochi) **suma algebrică a tensiunilor la bornele condensatoarelor este egală cu suma algebrică a tensiunilor electromotoare ale surselor din acel circuit**,
- se alcătuieste sistemul de ecuații de rezolvat, se va folosi relația  $Q = C U$  pentru a avea ca necunoscute numai tensiunile sau numai sarcinile electrice
- se rezolvă sistemul de ecuații

În circuitul din figura alăturată capacitățile condensatoarelor sunt  $C_1 = 2\mu\text{F}$ ,  $C_2 = 4\mu\text{F}$ ,  $C_3 = 3\mu\text{F}$ , și  $C_4 = 1\mu\text{F}$ , iar tem ale surselor sunt  $e_1 = 5\text{V}$ ,  $e_2 = 6\text{V}$  și  $e_3 = 9\text{V}$ . Se cer:

- sarcinile și tensiunile condensatoarelor;
- tensiunile între perechile de borne ac; ad; bh; ch;
- energiile electrostatice ale condensatoarelor.



a)

- Se stabilesc semnele sarcinilor și sensurile de parcurs pentru cele trei ochiuri de rețea;
- Se aplică legile lui Kirchhoff. Deoarece în nodurile circuitului electric nu se întâlnesc numai armături ale condensatoarelor, nu se poate aplica prima lege a lui Kirchhoff.
- Se aplică legea a doua a lui Kirchhoff pentru cele trei ochiuri de rețea

- Se aplica legea a doua a lui Kirchhoff pentru cele trei ochiuri de retea

$$e_1 = q_1/C_1 + q_3/C_3; \text{ pentru ochiul (I) de retea } 1)$$

$$e_3 = -q_3/C_3 + q_4/C_4; \text{ pentru ochiul (II) de retea } 2)$$

$$e_2 = q_2/C_2 + q_4/C_4; \text{ pentru ochiul (III) de retea } 3)$$

Presupunem ca in locul condensatoarelor laturile retelei contine rezistori. Se aplica prima lege a lui Kirchhoff pentru nodurile b si c din figura b)

$$\text{Pentru nodul b: } I_3 = I_1 + I$$

$$\text{Pentru nodul c: } I + I_4 = I_1$$

$$\text{Se elimina } I \text{ si se obtine: } I_4 - I_1 - I_2 + I_3 = 0$$

Facand analogia intre intensitatea curentului si sarcina electrica rezulta cea de-a patra ecuatie:

$$q_4 - q_1 - q_2 + q_3 = 0 \quad 4)$$

Cu cele patru ecuatii se obtine un sistem. Rezolvand sistemul prin introducerea valorilor numerice se obtin valorile sarcinilor:

Rezolvand sistemul prin introducerea valorilor numerice se obtin valorile sarcinilor:

$$q_1 = 12,2 \cdot 10^{-6} \text{C}; \quad q_2 = -7,6 \cdot 10^{-6} \text{C}; \quad q_3 = -3,3 \cdot 10^{-6} \text{C}; \quad q_4 = 7,9 \cdot 10^{-6} \text{C}.$$

Caderile de tensiune pe condensatori:

$$U_1 = q_1/C_1 = (12,2/2) \text{V} = 6,1 \text{V}, \quad U_2 = q_2/C_2 = (-7,6/4) \text{V} = -1,9 \text{V}, \quad U_3 = q_3/C_3 = (-3,3/3) \text{V} = -1,1 \text{V}, \quad U_4 = q_4/C_4 = (7,9/1) \text{V} = 7,9 \text{V}$$

b) Tensiunile la bornele ac, ad, bh si ch sunt:

$$U_{ac} = U_1 - e_3 = 6,1V - 9V = -2,9V;$$

$$U_{ad} = U_1 - e_3 - U_2 = e_1 - e_2 = -1V;$$

$$U_{bh} = -U_2 - e_3 + e_2 = -1,1V;$$

$$U_{ch} = -U_2 + e_2 = 7,9V.$$

c) Energiile electrostatice ale condensatoarelor:

$$W_1 = q_1 \cdot U_1 / 2 = (12,2 \cdot 6,1 / 2) \cdot 10^{-6} J = 37,21 \cdot 10^{-6} J ;$$

$$W_2 = q_2 \cdot U_2 / 2 = (-7,6 \cdot -1,9 / 2) \cdot 10^{-6} J = 7,22 \cdot 10^{-6} J ;$$

$$W_3 = q_3 \cdot U_3 / 2 = (-3,3 \cdot -1,1 / 2) \cdot 10^{-6} J = 1,82 \cdot 10^{-6} J ;$$

$$W_4 = q_4 \cdot U_4 / 2 = (7,9 \cdot 7,9 / 2) \cdot 10^{-6} J = 31,26 \cdot 10^{-6} J ;$$

## Subiecte examen

1. Capacitatea electrica a unui condensator: enunt, formula, semnificatie marimi, unitate de masura.
2. Specificati care sunt parametrii condensatoarelor (ce reprezinta fiecare marime).
3. Calculati capacitatea echivalenta pentru 3 condensatoare ( $C_1=2\mu\text{F}$ ;  $C_2=4\mu\text{F}$   $C_3=6\mu\text{F}$ ) legate in serie.
4. Calculati capacitatea echivalenta pentru 3 condensatoare ( $C_1=2\mu\text{F}$ ;  $C_2=4\mu\text{F}$   $C_3=6\mu\text{F}$ ) legate in paralel.
5. Rezolvarea retelelor de condensatoare - teorema I a lui Kirchhoff: enunt formula, semnificatie marimi.
6. Rezolvarea retelelor de condensatoare - teorema a II-a lui Kirchhoff: enunt formula, semnificatie marimi.