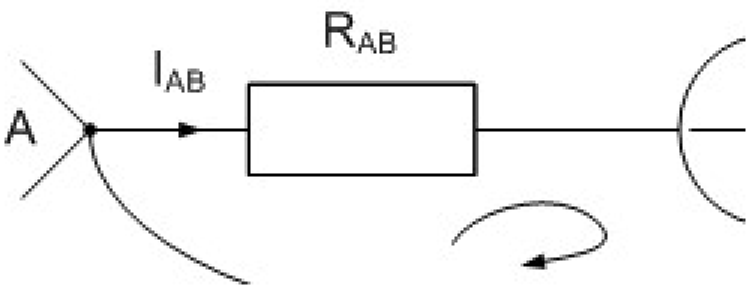
CURS 5

Circuite electrice in curent continuu

Metoda potenţialelor de noduri

Metoda potenţialelor de noduri permite reducerea numărului de ecuaţii ale sistemului de la ***l*** (număr de ecuaţii obţinute prin Kirchhoff) la ***n*-1** (***n*** reprezintă număr de noduri)

Metoda considera potentialele nodurilor ca fiind necunoscute. Se poate considera ca un nod are potential zero, si ca urmare numarul de necunoscute va fi ***n*-1.**



$$I_{AB}R_{AB} - U_{AB} = Ue_{AB}$$

$$I_{AB} = \frac{1}{-}(V_A - V_I$$

$$I_{AB} = |G_{AB}|(V_A - V_B + Ue_{AB})$$

Se rezolvă următorul sistem de ecuaţii:

$$\sum_{j=1}^{n-1} G_{i,j} \cdot V_j = I_{sc,i} \qquad i = 1,......,(n-1)$$

$G_{i,i} > 0$ – **conductanţa proprie** nodului ***i*** , egalã cu <u>suma</u> conductanţelor de pe laturile care converg în nodul ***i*** .

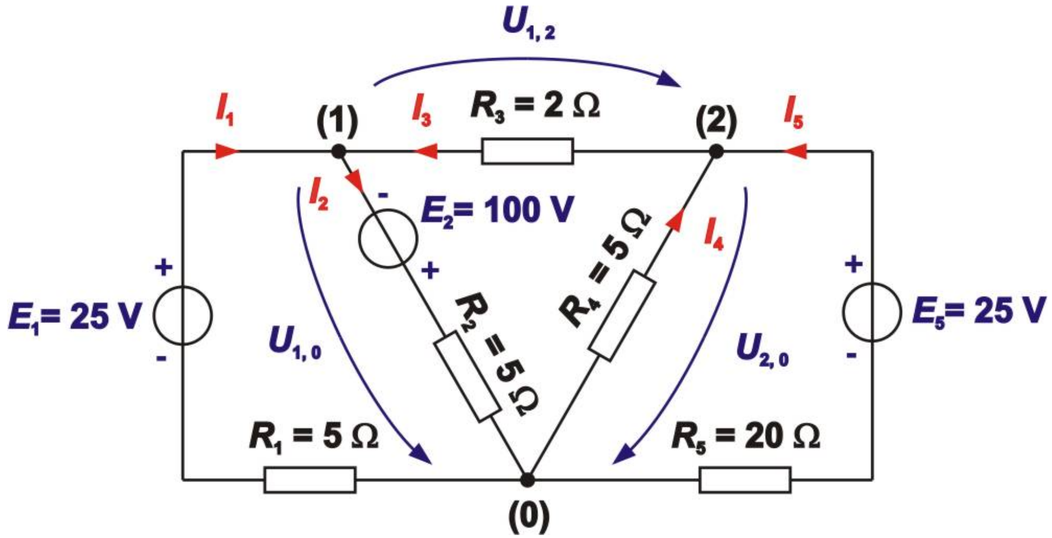
Obs. Daca o latura are sursa de curent, conductanta este zero $(G = \frac{1}{\infty} = 0)$

$G_{i,j} = G_{j,i} < 0$ – **conductanţa comunã** a nodurilor ***i*** şi ***j*** , se calculeazã prin <u>suma cu semn schimbat</u> a conductanţelor de pe laturile care **leagă direct** cele două noduri.

$I_{sc,i}$ – **curentul de scurtcircuit al nodului** ***i*** , se calculeazã ca <u>suma algebricã</u> a curenţilor de scurtcircuit a laturilor care converg în ochiul ***i*** , se consideră semnul **plus dacă curentul intră în nod.**

Obs. In cazul laturii care contine sursa de curent, $I_{sc}=J$, in cazul in care latura contine sursa de tem, I_{sc} este raportul dintre U_{ek} si rezistenta totala a laturii.

$$\begin{cases} G_{1,1} \cdot V_1 + G_{1,2} \cdot V_2 = I_{s,1} \\ G_{2,1} \cdot V_1 + G_{2,2} \cdot V_2 = I_{s,2} \end{cases}$$



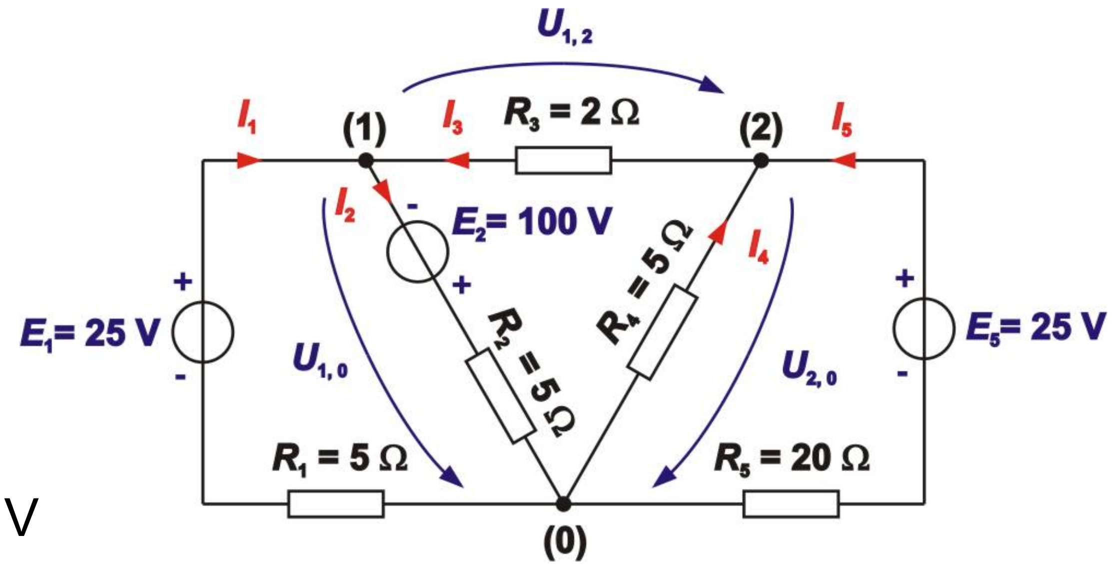
$$G_{1,1} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{2} = \frac{9}{10}$$

$$G_{2,2} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} = \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{20} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$$

$$G_{1,2} = G_{2,1} = -\left(\frac{1}{R_3}\right) = -\frac{1}{2}$$

$$I_{s,1} = \frac{E_1}{R_1} - \frac{E_2}{R_2} = \frac{25}{5} - \frac{100}{5} = -15 \qquad I_{s,2} = \frac{E_5}{R_5} = \frac{25}{20} = \frac{5}{4}$$

$$\begin{cases} \dfrac{9}{10}\cdot V_1 - \dfrac{1}{2}\cdot V_2 & = & -15 \\ -\dfrac{1}{2}\cdot V_1 + \dfrac{3}{4}\cdot V_2 & = & \dfrac{5}{4} \end{cases}$$



$$V_1 = -25 \text{ V} \qquad V_2 = -15 \text{ V}$$

$$U_{1,0} = V_1 - 0 = -25$$

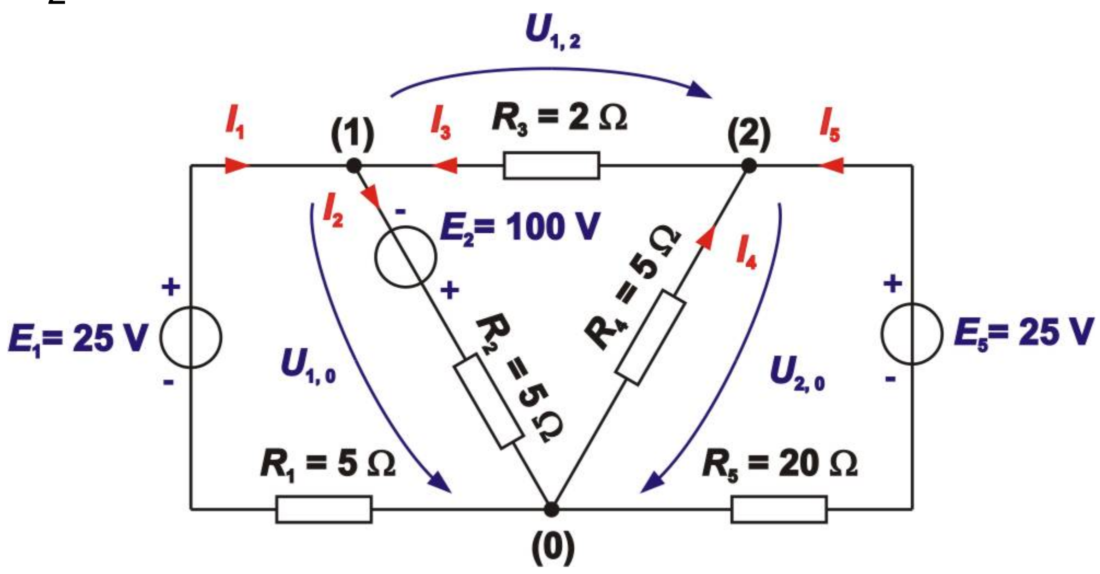
$$U_{2,0} = V_2 - 0 = -15$$

$$U_{1,2} = V_1 - V_2 = -25 - (-15) = -10$$

$$E_1 = R_1 I_1 + U_{1,0} \quad \Rightarrow \quad I_1 = \frac{E_1}{R_1} - \frac{V_1}{R_1} = \frac{25}{5} - \frac{-25}{5} \quad \Rightarrow \quad I_1 = 10 \text{ A}$$

$$E_2 = R_2 I_2 - U_{1,0} \quad \Rightarrow \quad I_2 = \frac{E_2}{R_2} + \frac{V_1}{R_2} = \frac{100}{5} + \frac{-25}{5} \quad \Rightarrow \quad I_2 = 15 \text{ A}$$

$V_1 = -25\ \mathrm{V}$ $\qquad V_2 = -15\ \mathrm{V}$



$$0 = R_3 I_3 + U_{1,2} \quad \Rightarrow \quad I_3 = -\frac{V_1 - V_2}{R_3} = -\frac{-25+15}{2} \quad \Rightarrow \quad I_3 = 5\ \mathrm{A}$$

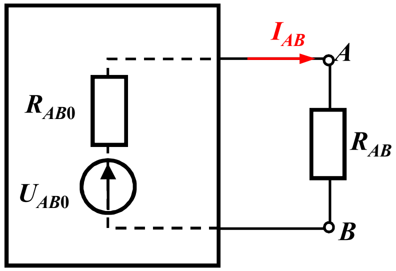
$$0 = R_4 I_4 + U_{2,0} \quad \Rightarrow \quad I_4 = -\frac{V_2}{R_4} = -\frac{-15}{5} \quad \Rightarrow \quad I_4 = 3\ \mathrm{A}$$

$$E_5 = R_5 I_5 + U_{2,0} \quad \Rightarrow \quad I_5 = \frac{E_5}{R_5} - \frac{V_2}{R_5} = \frac{25}{20} - \frac{-15}{20} \quad \Rightarrow \quad I_5 = 2\ \mathrm{A}$$

Teorema lui THÉVENIN (teorema generatorului echivalent de tensiune)

Teorema lui Thévenin permite calculul direct al curentului printr-o rezistenţă oarecare dintr-o reţea

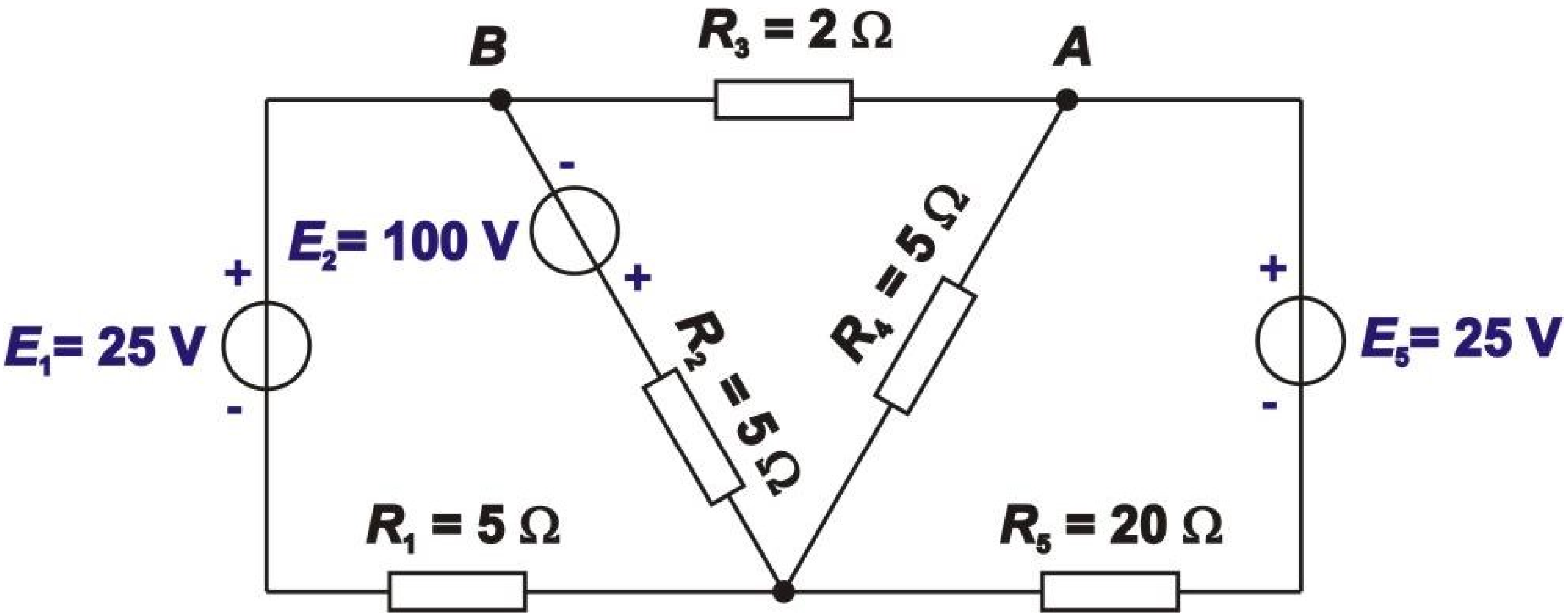
Inlocuim reţeaua cu o **schemă echivalentă serie** formată din o sursă ideală U_{AB0} şi rezistenţa R_{AB0} adică rezistenţa echivlentă a reţelei faţă de A şi B la mersul în gol:



$$\boxed{I_{AB} = \frac{U_{AB0}}{R_{AB} + R_{AB0}}}$$

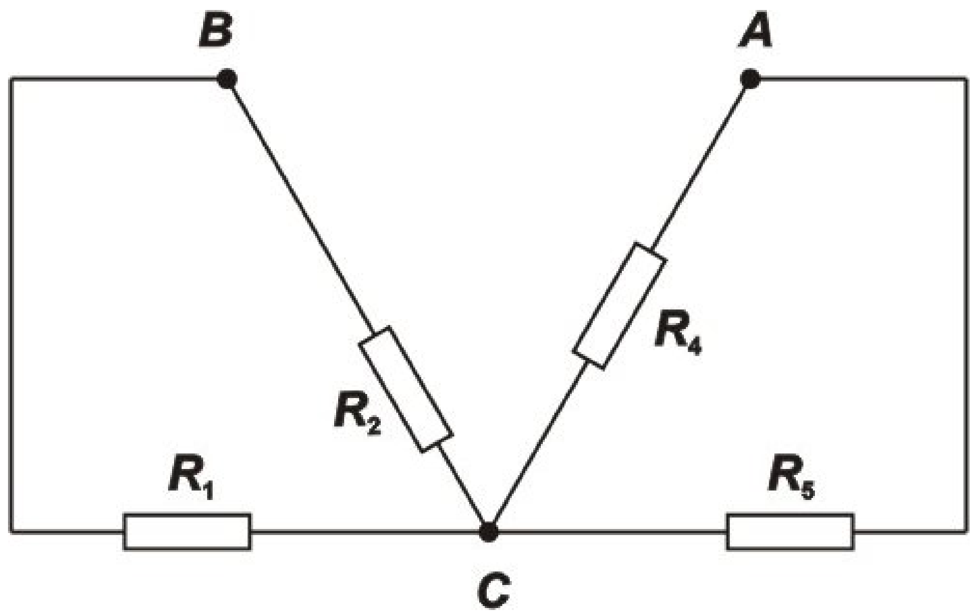
Teorema lui THÉVENIN

Problema rezolvată.



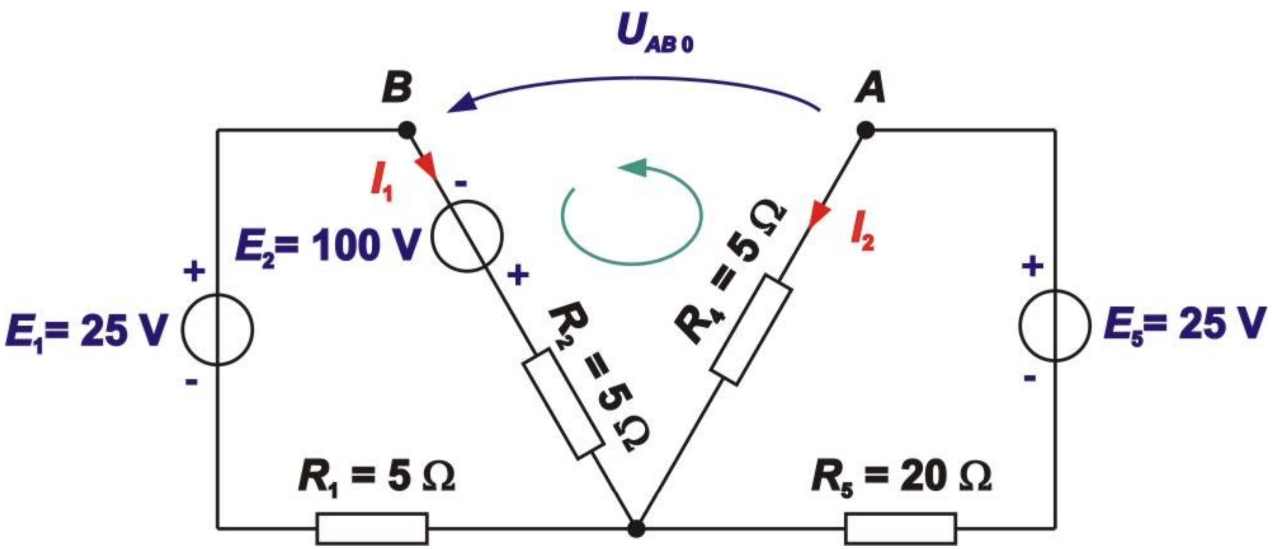
$$I_3 = \frac{U_{AB0}}{R_3 + R_{AB0}}$$

R_{AB0}



$$R_{AB0} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5} = \frac{5 \cdot 5}{5+5} + \frac{5 \cdot 20}{5+20} = \frac{13}{2}\,\Omega$$

U_{AB0}



$$E_2 = R_2 I_1 - R_4 I_2 + U_{AB0}$$

$$U_{AB0} = E_2 - R_2 I_1 + R_4 I_2$$

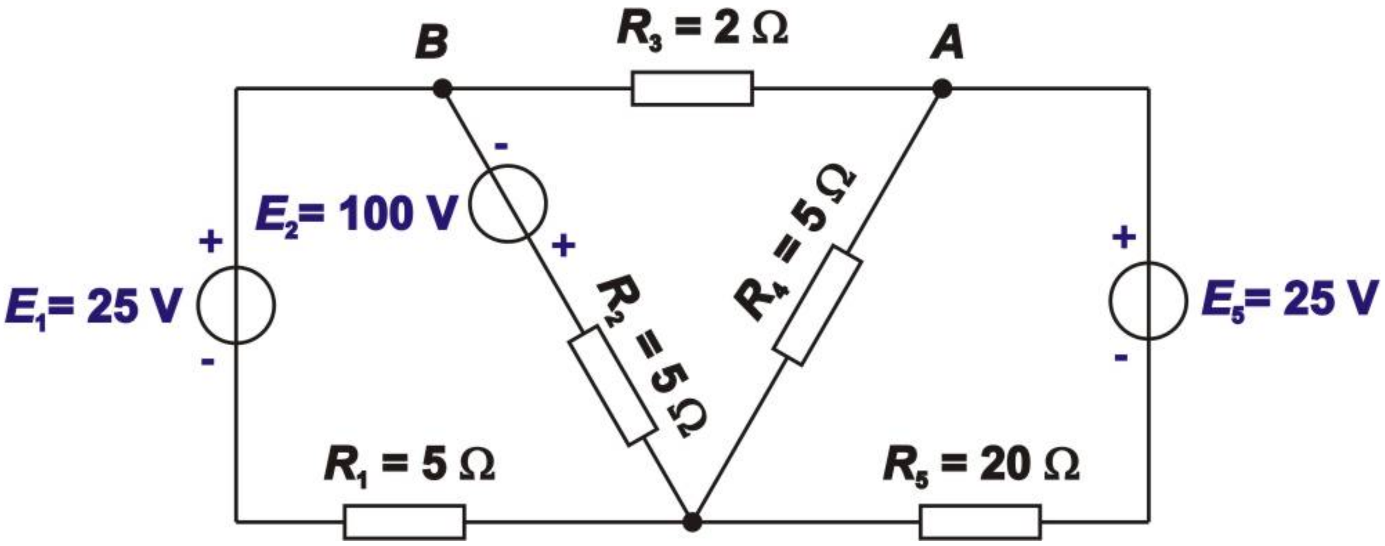
$$E_1 + E_2 = (R_1 + R_2) I_1$$

$$E_5 = (R_4 + R_5) I_2$$

$$I_1 = \frac{E_1 + E_2}{R_1 + R_2} = \frac{25 + 100}{5 + 5} = \frac{25}{2} \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{E_5}{R_4 + R_5} = \frac{25}{5 + 20} = 1 \text{ A}$$

$$U_{AB0} = E_2 - R_2 I_1 + R_4 I_2 = 100 - 5 \cdot \frac{25}{2} + 5 \cdot 1 = \frac{85}{2} \text{ V}$$



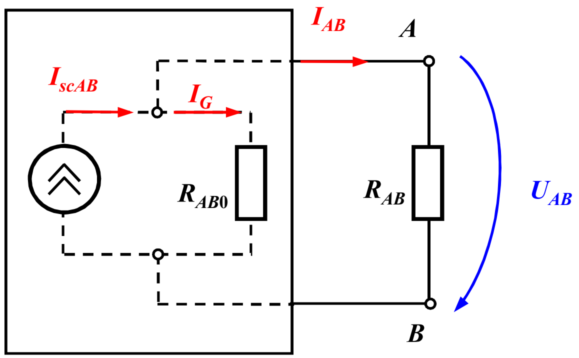
$$R_{AB0} = \frac{13}{2}\ \Omega \qquad\qquad U_{AB0} = \frac{85}{2}\ \text{V}$$

$$I_3 = \frac{U_{AB0}}{R_3 + R_{AB0}} = \frac{\frac{85}{2}}{2 + \frac{13}{2}} = 5\ \text{A}$$

Teorema lui NORTON (teorema generatorului echivalent de curent)

Teorema lui Norton permite calculul direct al tensiunii la bornele unei rezistenţe oarecare dintr-o reţea

Inlocuim reţeaua cu o **schemă echivalentă paralel** formată din o sursă ideală de curent $\boldsymbol{I_{SC\,AB}}$ şi rezistenţa $\boldsymbol{R_{AB0}}$:



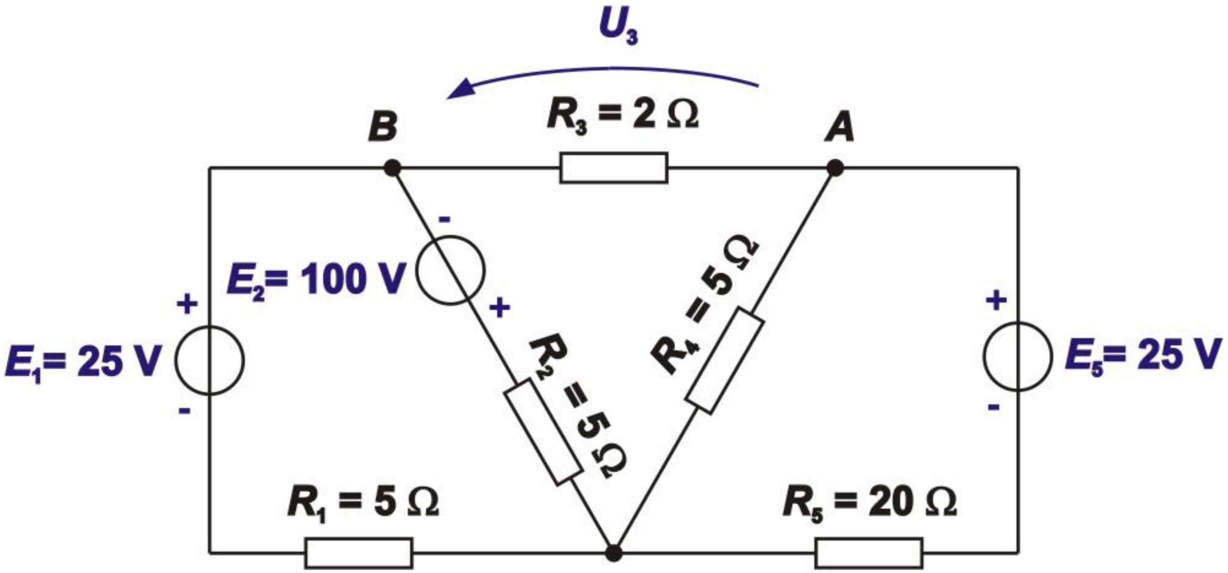
$$I_{AB} = I_{SCAB} - U_{AB} \cdot G_{AB0}$$

$$U_{AB} \cdot G_{AB} = I_{SCAB} - U_{AB} \cdot G_{AB0}$$

$$\boxed{U_{AB} = \frac{I_{SCAB}}{G_{AB} + G_{AB0}}}$$

Teorema lui NORTON

Problema rezolvată.



$$U_3 = \frac{I_{SC\ AB}}{G_3 + G_{AB0}}.$$

$$R_{AB0} = \frac{13}{2}\ \Omega \qquad G_{AB0} = \frac{1}{R_{AB0}} = \frac{2}{13}\ \text{S}$$

$$U_{AB0} = \frac{85}{2}\ \text{V} \qquad I_{SC\ AB} = \frac{U_{AB0}}{R_{AB0}} = \frac{85}{2} \cdot \frac{2}{13} = \frac{85}{13}\ \text{A}$$

$$U_3 = \frac{I_{SC\ AB}}{G_3 + G_{AB0}} = \frac{\frac{85}{13}}{\frac{1}{2} + \frac{2}{13}} = \frac{170}{17} = 10\ \text{V}$$

REŢELELE NELINIARE

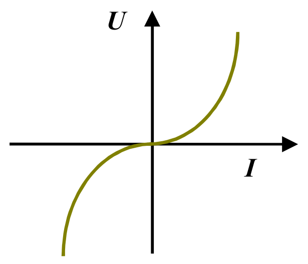
Dacă rezistenţele elementelor sunt constante → ***U=RI***, legea lui Ohm are ca grafic o dreaptă care trece prin origine.

În practică rezistenţele nu sunt constante. Ex.: la trecerea unui curent electric datorită efectului termic se modifică temperatura materialului şi ca urmare se modifică $\boldsymbol{\rho}$ (rezistivitatea materialului) care depinde la randul ei de temperatură.

Un element neliniar este caracterizat prin dependenţa tensiune-curent: ***U=f(I)***

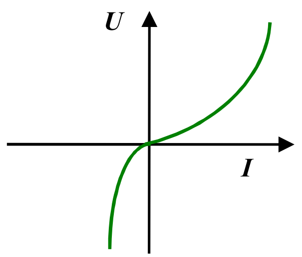
Se poate face o clasificare a elementelor neliniare după aspectul graficului ***U=f(I)*:**

Elemente simetrice



•**simetrie** faţa de origine
•**<u>nu este</u> influenţată** de sensul curentului prin elementul repsectiv

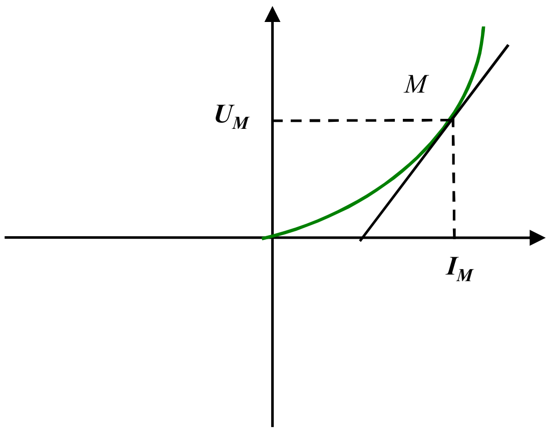
Elemente nesimetrice



•**nesimetrie** faţa de origine
•**<u>este</u> influenţată** de sensul curentului prin elementul repsectiv

Presupunem un element neliniar pentru care cunoaştem caracteristica tensiune-curent ***U=f(I)***. Elementul face parte dintr-o reţea funcţionând corespunzator unui punct ***M*** de pe caracteristica tensiune-curent.

Relativ la un punct de funcţionare al elementului neliniar se definesc două rezistenţe:



rezistenţă <u>statică</u>

$$\boxed{R_s\big|_M = \frac{U_M}{I_M} = \frac{U}{I}\bigg|_M}$$

rezistenţă <u>dinamică</u>

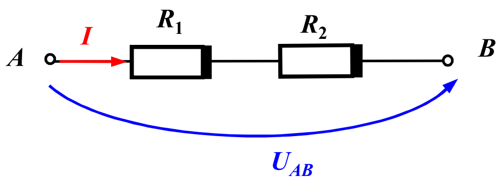
$$\boxed{R_d\big|_M = \frac{dU}{dI}\bigg|_M}$$

- derivata calculată în *M*
- panta tangentei la grafic în *M*

Determinarea rezistenţelor echivalente ale două reţele neliniare legate în serie sau paralel

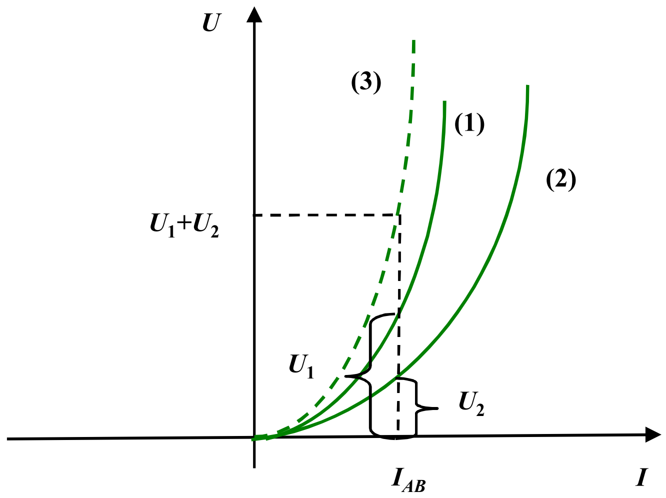
Calculul necesar pentru a putea obţine caract ***U=f(I)*** în cazul unei reţele neliniare care conţine mai multe rezistenţe neliniare legate în serie sau paralel.

Serie



Pentru ambele rezistenţe se cunoaşte caracteristica ***U=f(I)***

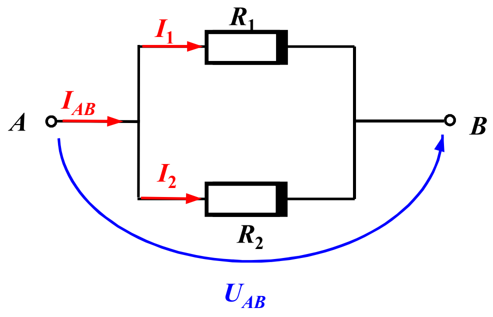
$$U_{AB} = U_1 + U_2$$

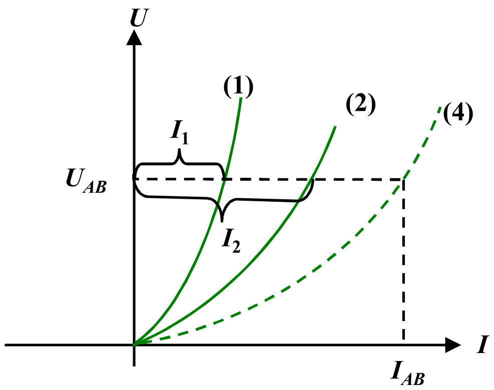


Considerăm o valoare de curent oarecare I_{AB}, se ridică verticala şi se obţin U_1 şi U_2. Suma lor va fi U_{AB} şi punctul obţinut face parte din caracteristica tensiune-curent a elementului echivalent (3)

Paralel

$$I_{AB} = I_1 + I_2$$

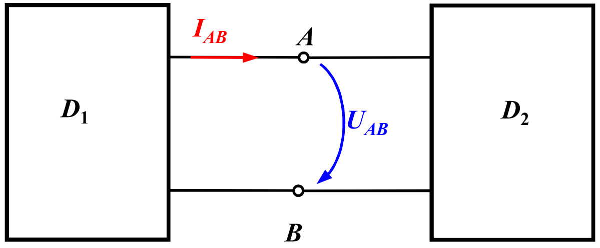




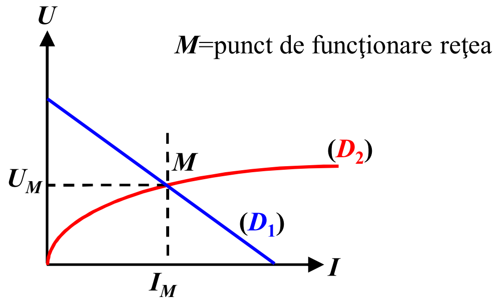
Se duce o orizontală pentru o valoare $\boldsymbol{U_{AB}}$, se obtin $\boldsymbol{I_1}$ şi $\boldsymbol{I_2}$ iar suma lor va reprezenta curentul absorbit $\boldsymbol{I_{AB}}$, punctul obţinut va reprezenta un punct al caracteristicii rezistenţei echivalente.

REZOLVAREA REŢELELOR NELINIARE

Metoda caracteristicilor de sarcină. Metoda constă în separarea reţelei date în doi dipoli, $\boldsymbol{D_1}$ **şi** $\boldsymbol{D_2}$ faţă de două borne $\boldsymbol{A}$ şi $\boldsymbol{B}$. Separarea se face astfel încât unul dintre ei să contină exclusiv elemente liniare.



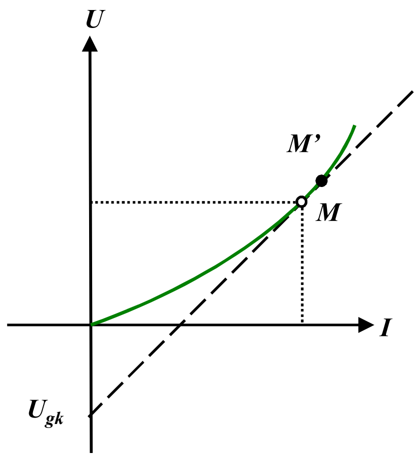
$\boldsymbol{D_1}$ – liniar
$\boldsymbol{D_2}$ – neliniar



Această metodă se foloseşte pentru **a dimensiona dipolul liniar** astfel încât punctul de funcţionare al reţelei să se stabilească într-o <u>anumită porţiune a caracteristicii neliniare</u>.

Teoremele lui Kirchhoff pentru mici variaţii

Permite caracterizarea funcţionării reţelei neliniare în cazul în care apar **mici perturbaţii ale tensiunilor**, când este important de ştiut dacă punctul de funcţionare rămâne sau nu în zona în care dorim.



Dacă variaţiile de tensiune sunt mici, atunci **se poate aproxima caracteristica tensiune-curent prin tangenta sa la grafic în punctul respectiv**.

$$U_k = U_{gk} + R_{dk} \cdot I_k$$

Presupunem că sistemul de ecuaţii dat de teoremele lui Kirchhoff este valabil pentru punctul de funcţionare ***M.*** Presupunem că se produc **perturbaţii** ale tensiunilor surselor astfel încat de la valoarea $\boldsymbol{E_k}$ se trece la $\boldsymbol{E_k + \Delta E_k}$. Aceasta variaţie a tensiunilor va determina variaţia curenţilor.

$E_k \rightarrow E_k + \Delta E_k$ $\qquad\qquad$ $I_k \rightarrow I_k + \Delta I_k$

Variaţiile de curenţi vor determina noi valori ale tensiunilor, care vor fi aproximate cu ecuaţia tangentei: $U_k = U_{gk} + R_{dk}(I_k + \Delta I_k)$

valabil pentru *M*

$$\begin{cases} \sum\limits_{k\in(N)} I_k = 0 \\ \sum\limits_{k\in(P)} E_k = \sum\limits_{k\in(P)} (U_{gk} + R_{dk} \cdot I_k) \end{cases}$$

valabil pentru *M'*

$$\begin{cases} \sum\limits_{k\in(N)} \left(I_k + \Delta I_k\right) = 0 \\ \sum\limits_{k\in(P)} (E_k + \Delta E_k) = \sum\limits_{k\in(P)} [U_{gk} + R_{dk}(I_k + \Delta I_k)] \end{cases}$$

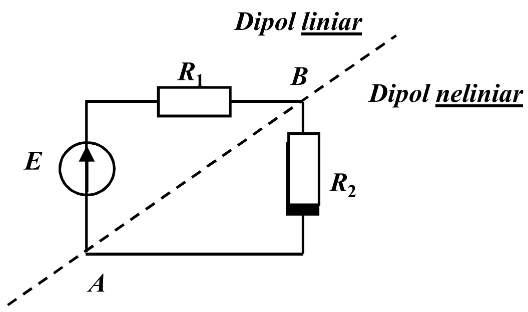
Ţinând seama de sistemul valabil în ***M***, sistemul valabil în ***M'*** devine:

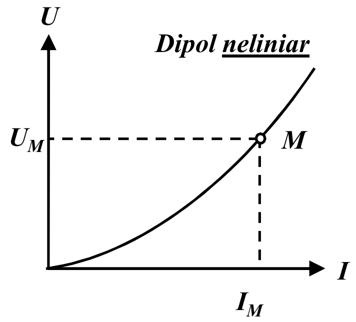
$$\boxed{\begin{cases} \sum\limits_{k\in(N)} \Delta I_k = 0 \\ \sum\limits_{k\in(P)} \Delta E_k = \sum\limits_{k\in(P)} R_{dk} \Delta I_k \end{cases}}$$

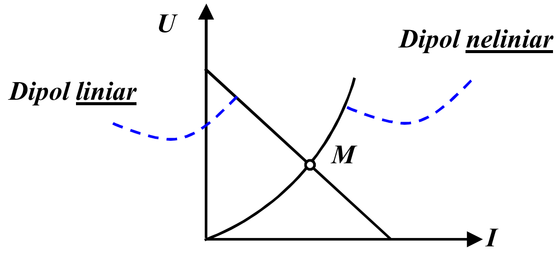
Teoremele lui Kirchhoff pentru <u>**mici variaţii**</u>

Pentru rezolvarea unei reţele pentru mici variaţii, curenţii şi sursele se înlocuiesc prin variaţiile acestora iar rezistenţele prin rezistenţele dinamice. În cazul rezistenţelor lineare, rezistenţa dinamică este egală cu rezistenţa statică.

Exemplu:

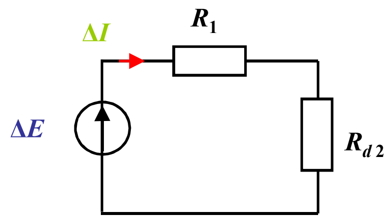






Presupunem în punctul $\boldsymbol{M}$ se cunoaşte:

$$R_{d2} = \left.\frac{dU}{dI}\right|_M$$



Presupunem că are loc o variaţie a sursei: $E \longrightarrow E + \Delta E$

În locul sursei se introduce variaţia sursei, $\boldsymbol{\Delta E}$. În locul curentului, variaţia acestuia, $\boldsymbol{\Delta I}$. Rezistenţa liniară rămâne nemodificată, $\boldsymbol{R_1}$. <u>Rezistenţa neliniară se înlocuieşte printr-o rezistenţă liniară</u> **egală cu rezistenţa dinamică** calculată corespunzător punctului anterior de funcţionare $\boldsymbol{R_{d2}}$.

Pentru această nouă situaţie se aplică teorema a II-a a lui Kirchhoff, din care obţinem:

$$\Delta I = \frac{\Delta E}{R_1 + R_{d2}}$$

Subiecte examen

1. Teorema lui THÉVENIN: enunt, formula.
2. Teorema lui NORTON: enunt, formula.
3. Retele neliniare: carcaterizare, clasificare.
4. Teoremele lui Kirchhoff pentru mici variaţii