CURS 4

Circuite electrice in curent continuu

□ Circuite liniare de curent continuu

Circuitele electrice ramificate poarta denumirea de reţea electrica.

Elementele caracteristice ale unei reţele electrice sunt:

- nodul
- latura
- ochiul

Nodul = punctul unde sunt conectate cel puţin trei elemente de circuit.

Latura = porţiunea neramificata de circuit ce conţine cel puţin un element de circuit si este plasata intre doua noduri consecutive.

Ochiul (bucla) = succesiune de laturi ce formează o curba închisa.

Rezolvarea reţelelor de curent continuu

Înseamnă determinarea curenţilor din laturi în situaţia în care se cunosc rezistenţele laturilor şi valorile tensiunilor electromotoare produse de surse.

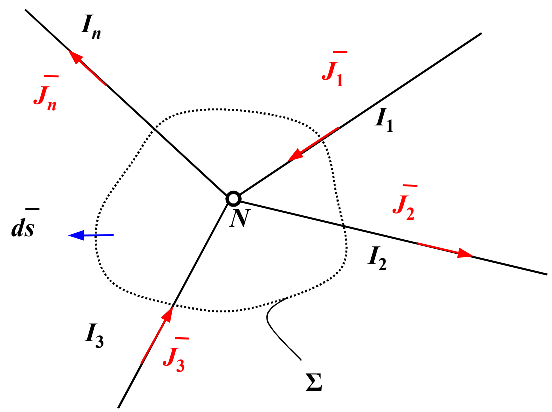
În cazul rezistenţelor neliniare, în locul valorii rezistenţelor trebuie să fie cunoscută dependenţa dintre $\boldsymbol{U}$ şi $\boldsymbol{I}$.

Teoremele lui Kirchoff

Prima teoremă se deduce din legea conservării sarcinii electrice:

$$i_{\Sigma} = -\frac{dq_{\Sigma}}{dt} = 0$$

$$i_{\Sigma} = \int_{\Sigma} \bar{J} d\bar{s} \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{\sum_{k \in (N)} I_k = 0}$$

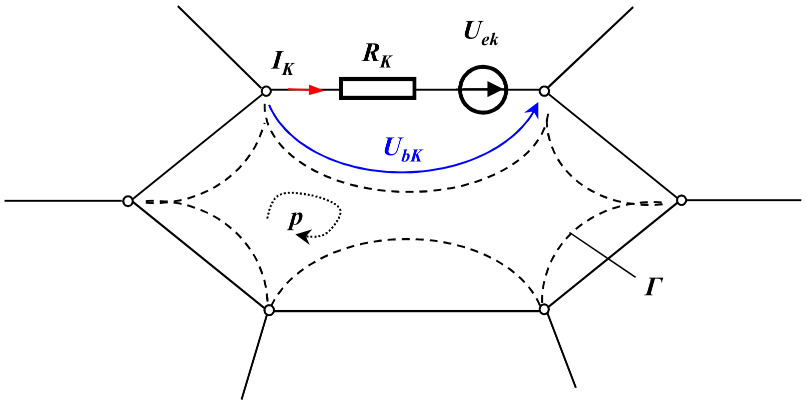


Suma algebrică a curenţilor din laturile care converg într-un nod al unei reţele este egală cu zero.

Teorema a doua a lui Kirchhoff se poate obţine aplicând douã legi: legea conducţiei electrice şi legea inducţiei electromagnetice.

Dacã se adoptã pentru laturi **sensurile de la receptoare**, tensiunea la borne este egalã cu tensiunea în lungul firului:

$$U_{f,k} + U_{e,k} = R_k \cdot I_k$$



Considerãm un contur închis format de-a lungul conturului ochiului. Se aplicã legea inducţiei electromagnetice pe conturul **Γ** care uneşte toate nodurile ochiului:

$$\left.\begin{aligned} &\oint_{\Gamma} \overline{E} d\overline{\ell} = 0 \quad \Rightarrow \quad \sum_{k \in (p)} U_{b,k} = 0 \\ &\sum_{k \in (p)} U_{b,k} = \sum_{k \in (p)} U_{f,k} = \sum_{k \in (p)} R_k \cdot I_k - \sum_{k \in (p)} U_{e,k} \end{aligned}\right\}$$

$$\boxed{\sum_{k \in (p)} R_k \cdot I_k = \sum_{k \in (p)} U_{e,k}}$$

Suma algebricã a cãderilor de tensiune (produsele $R_k \cdot I_k$) de pe rezistenţele laturilor care formeazã ochiul este egalã cu suma algebricã a tensiunilor electromotoare ale surselor de pe laturile aceluiaşi ochi. Suma algebricã se face referitor la un sens de parcurgere arbitrar ales.

Teorema I se aplică pentru ***n*-1** noduri. Relaţia care se obţine pentru nodul ***n*** este o combinaţie liniară a relaţiilor scrise pentru cele ***n*-1** noduri anterioare.

Teorema II se aplică pentru ochiurile independente ale reţelei: $\boldsymbol{o = l - n + 1}$.

Numărul total de ecuaţii care se obţine este $\boldsymbol{l}$

Etapele de rezolvare ale unei reţele:

1. Se stabilesc numărul de noduri, de laturi şi de ochiuri independente.
2. Se aleg arbitrar sensurile curenţilor prin laturile reţelei şi sensurile de referinţă ale ochiurilor.
3. Se scrie prima teoremă a lui Kirchhoff de ***n*-1** ori iar a doua teoremă pentru ochiurile independente: $\boldsymbol{o = l - n + 1}$.
4. Se rezolvă numeric sistemul de ecuaţii obţinut. Curenţii care rezultă negativi au sensul real invers decât cel ales iniţial.
5. Se verifică soluţia, fie:

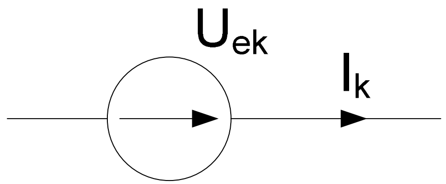
   a) prin aplicarea teoremei a doua pe un contur neutilizat anterior;

   b) prin verificarea teoremei de bilanţ al puterilor.

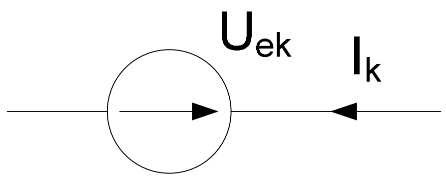
Teorema conservării puterilor

Suma algebrica a puterilor generate de toate sursele de t.e.m. ale unei reţele = suma puterilor disipate in rezistentele reţelei.

$$\sum_{k=1}^{L} U_{ek} \cdot I_k = \sum_{k=1}^{L} R_k \cdot I_k^2$$



$U_{ek} I_k > 0$



$U_{ek} I_k < 0$

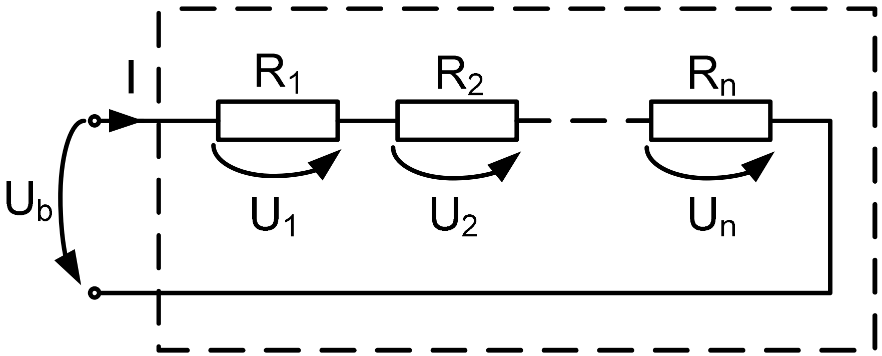
Teoremele rezistentelor echivalente

Rezistenta echivalenta (Re) – intre doua borne ale unei reţele este data de raportul dintre tensiunea aplicata la borne si curentul absorbit la borne:

$$R_e = \frac{U_b}{I}$$

Rezistoare legate in serie

Rezistenţele vor fi străbătute de acelaşi curent.



$$U_b = U_1 + U_2 + \ldots\ldots\ldots + U_n$$

$$U_b = I \cdot (R_1 + R_2 + \ldots\ldots\ldots + R_n)$$

$$R_e = \frac{U_b}{I} = R_1 + R_2 + \ldots\ldots\ldots + R_n$$

$$R_e = \sum_{k=1}^{n} R_k$$

Prin legea în serie se obţine o **rezistenţă echivalentă** mai mare decât oricare dintre rezistenţe.

Teoremele rezistentelor echivalente

- Rezistoare legate in paralel

Rezistenţelor li se aplică acelaşi tensiune.

$$U_b = R_1 \cdot I_1 = R_2 \cdot I_2 = \ldots\ldots\ldots = R_n \cdot I_n$$

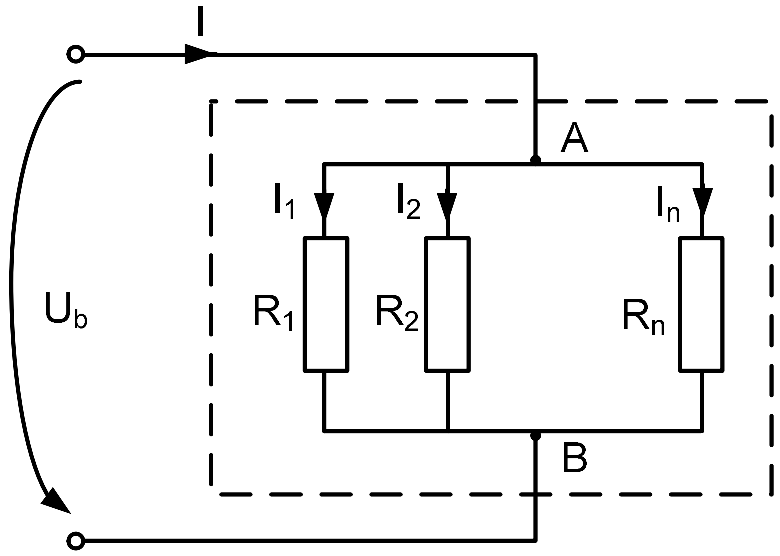
$$I = I_1 + I_2 + \ldots\ldots\ldots + I_n$$

$$R_e = \frac{U_b}{I} = \frac{U_b}{U_b\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots\ldots\ldots + \frac{1}{R_n}\right)}$$

$$R_e = \frac{1}{\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{R_k}}$$

sau

$$\frac{1}{R_e} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{R_k}$$



Prin legea în paralel se obţine o **rezistenţă echivalentă** mai mică decât oricare dintre rezistenţe.

Legarea în serie, paralel sau combinat se utilizează în situaţia în care valorile nominale ale rezistenţelor disponibile nu coincid cu valorile necesare referitor la două puncte ***A***, ***B*** dintr-un montaj.

$$P_N = R_N I_N^2$$

Puterea nominală determină curentul nominal al rezistenţei

$$I_N = \sqrt{\frac{P_N}{R_N}}$$

Curentul nominal – este curentul maxim care poate parcurge rezistenţa în interval de timp nedeterminat astfel încât aceasta să nu se distrugă

Parametrii rezistoarelor

Parametrii rezistorelor sunt mărimi caracteristice acestuia, ce sunt înscripţionate pe corpul rezistorului. Această marcare se poate face:

- în clar;
- în codul culorilor.

Parametrii rezistorelor sunt:

1. Valoarea nominală R_n, exprimată în Ω, kΩ, MΩ.

La marcarea în clar, valoarea nominală se exprimă printr-o simplă cifră, fără a fi urmată de unitatea de măsură. De ex.: o valoare de 100 inscripţionată pe corpul rezistorului reprezintă o valoare R_n = 100 Ω.

Dacă valoare nominală înscrisă este exprimată printr-un multiplu apare marcajul următor: valoarea urmată de k(kilo), M(Mega), G(giga). Spre exemplu: o valoare 1k9 înscrisă, reprezintă valoare nominală de R_n = 1,9 k Ω.

2. Toleranţa, exprimată în procente, [%].

Toleranţa se datorează procedeelor tehnologice de fabricaţie a rezistoarelor. Ea exprimă abaterea faţă de valoarea nominală înscrisă pe corpul rezistorului.

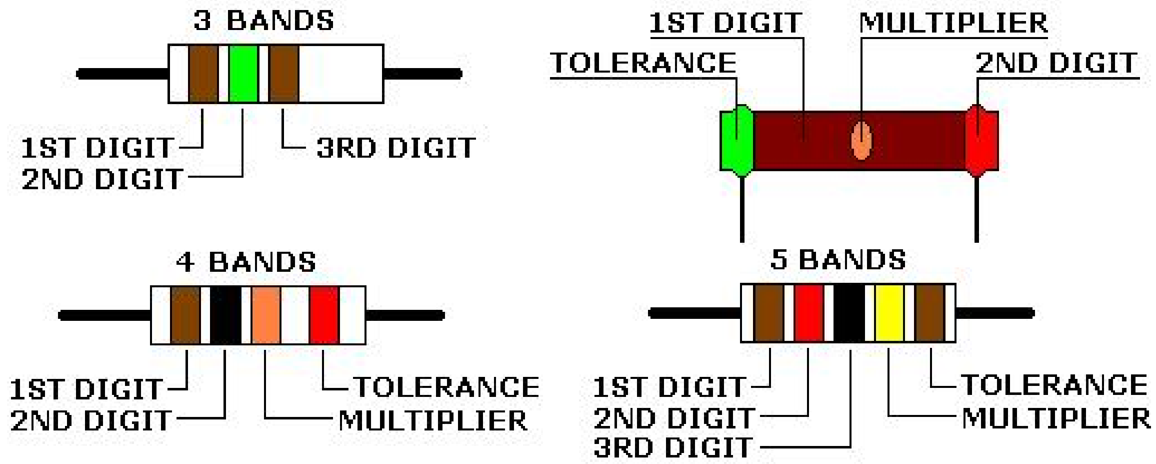
De exemplu, daca valoarea toleranţei înscrisă pe un rezistor cu valoarea nominală a rezistenţei R_n = 100 Ω este de 5%, aceasta înseamnă că valoarea reală a rezistenţei este cuprinsă în domeniul [100 - (5% x 100) ....100 + (5% x 100)] , adică între 95Ω....105Ω.

3. Puterea maximă disipată, exprimată în W sau kW.

Dacă această valoare indicată este depăşită, rezistorul se distruge prin efect termic. Se spune că rezistorul s-a ars.

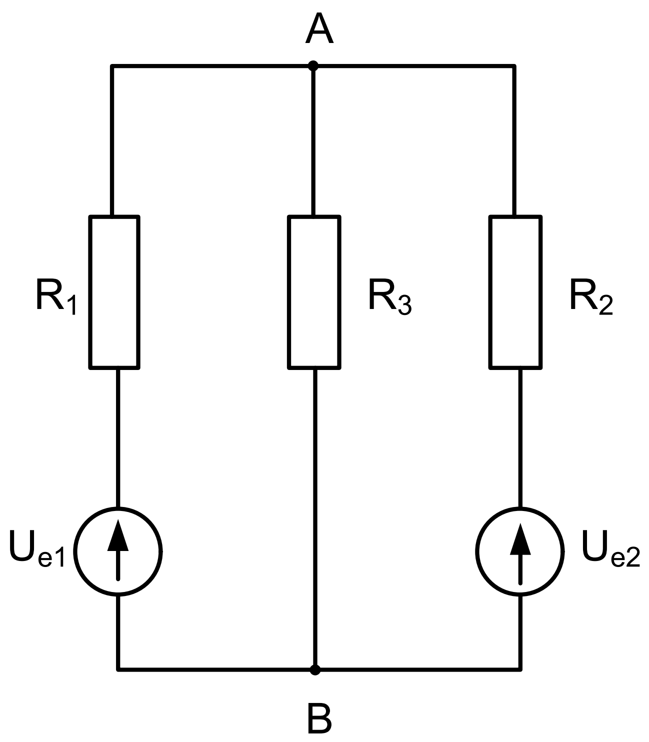
La *marcarea în codul culorilor*, se atribuie fiecărei culori o cifră, combinaţia de culori ajutând la determinare parametrilor componentelor de circuit.

Codul de culori pentru rezistenţe



COLOR	1ST DIGIT	2ND DIGIT	3RD DIGIT	MULTIPLIER	TOLERANCE
BLACK	0	0	0	x 1	
BROWN	1	1	1	x 10	1%
RED	2	2	2	x 100	2%
ORANGE	3	3	3	x 1k	
YELLOW	4	4	4	x 10k	
GREEN	5	5	5	x 100k	
BLUE	6	6	6	x 1M	
VIOLET	7	7	7	x 10M	
GRAY	8	8	8		
WHITE	9	9	9		
GOLD				x 0.1	5%
SILVER				x 0.01	10%
NO COLOR					20%

Aplicaţie – rezolvare metoda Kirchhoff



$$U_{ei} = 48\,V; \quad U_{e2} = 8\,V;$$

$$R_1 = 2\,\Omega; \; R_2 = 3\,\Omega; \; R_3 = 2\,\Omega;$$

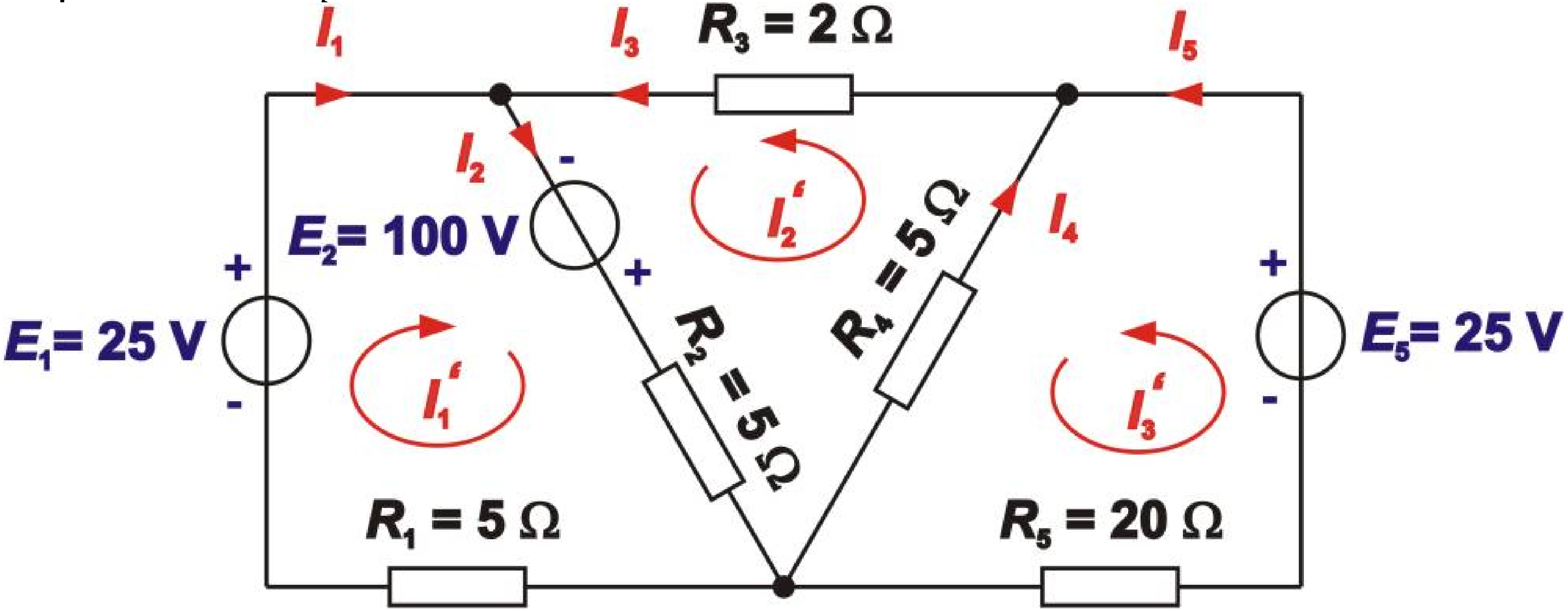
$$I_1,\, I_2,\, I_3 = ?$$

$$U_{AB} = ?$$

verificare

METODA CURENŢILOR DE OCHI (CICLICI)

Pentru reducerea numãrului de ecuaţii necesare pentru rezolvarea unei reţele, se utilizeazã o schimbare de variabilã în sistemul obţinut prin teoremele lui Kirchhoff. În locul curenţilor reali din laturi se introduc niște necunoscute fictive numite **curenţi ciclici (de ochi)** asociate fiecărui ochi independent al reţelei.



Sensurile curenţilor ciclici se aleg în mod arbitrar. Folosind aceste necunoscute, numărul de ecuaţii independente se reduce de la l la o.

Se rezolvă următorul sistem de ecuaţii:

$$\sum_{j=1}^{o} R'_{i,j} \cdot I'_j = U'_{e,i} \qquad i = 1,......,o$$

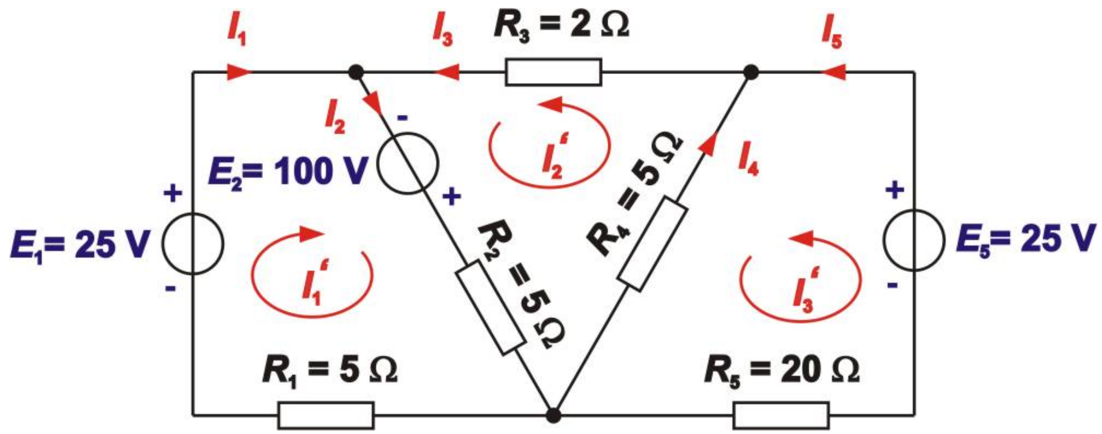
$R'_{i,i} > 0$ – rezistenţa proprie ochiului ***i***, egalã ca <u>sumă</u> a rezistenţelor de pe laturile care formeazã ochiul ***i*** .

$R'_{i,j}$ – rezistenţa comunã a ochiurilor ***i*** şi ***j***, se calculeazã prin <u>suma algebricã</u> a rezistenţelor de pe laturile comune celor douã ochiuri; acestea se iau cu semnul plus dacã curenţii celor douã ochiuri prin rezistenţã au acelaşi sens şi cu semnul minus dacã au sensuri opuse.

$U'_{e,i}$ – tensiunea electromotoare proprie ochiului ***i***, se calculeazã prin <u>suma algebricã</u> a tensiunilor electromotoare ce aparţin ochiului ***i*** . Se ia cu (+) daca curentul ciclic are acelasimsens cu tem din sursa si cu (-) in caz contrar.

Dupa rezolvarea sistemului ➔ curentii ciclici. Curentii reali din laturi se determina facand suma algebrica a curentilor ciclici ce trec prin latura respectiva. Curentii ciclici se iau cu (+) daca au acelasi sens cu curentul real prin latura si cu (-) in caz contrar.

$$\begin{cases} R_{11}\cdot I_1^{'} + R_{12}\cdot I_2^{'} + R_{13}\cdot I_3^{'} & = & E_1^{'} \\ R_{21}\cdot I_1^{'} + R_{22}\cdot I_2^{'} + R_{23}\cdot I_3^{'} & = & E_2^{'} \\ R_{31}\cdot I_1^{'} + R_{32}\cdot I_2^{'} + R_{33}\cdot I_3^{'} & = & E_3^{'} \end{cases}$$



$R_{11} = R_1 + R_2 = 10\ \Omega$ $\qquad$ $R_{12} = R_{21} = R_2 = 5\ \Omega$ $\qquad$ $E_1^{'} = E_1 + E_2 = 125$ V

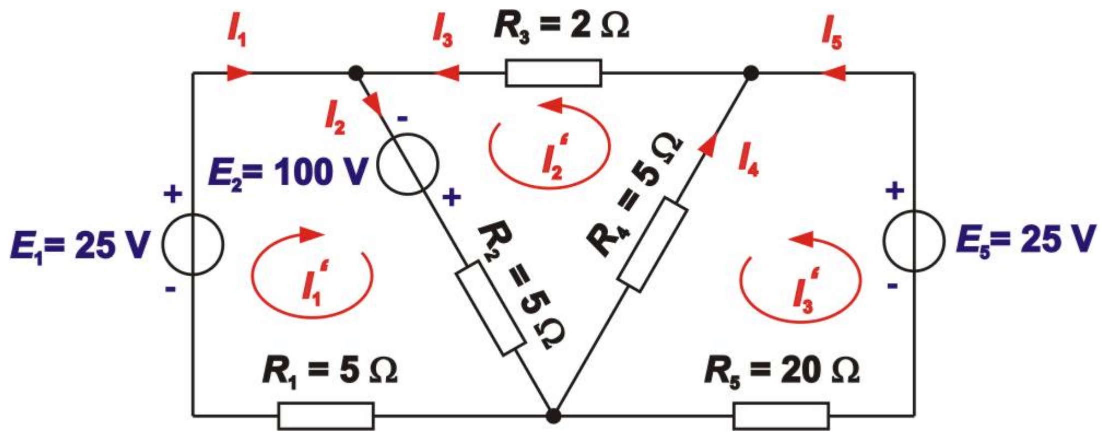
$R_{22} = R_2 + R_3 + R_4 = 12\ \Omega$ $\qquad$ $R_{13} = R_{31} = 0$ $\qquad$ $E_2^{'} = E_2 = 100$ V

$R_{33} = R_4 + R_5 = 25\ \Omega$ $\qquad$ $R_{23} = R_{32} = -R_4 = -5\ \Omega$ $\qquad$ $E_3^{'} = E_5 = 25$ V

$$\begin{cases} 10\cdot I_1^{'} + 5\cdot I_2^{'} & = & 125 \\ 5\cdot I_1^{'} + 12\cdot I_2^{'} - 5\cdot I_3^{'} & = & 100 \\ -5\cdot I_2^{'} + 25\cdot I_3^{'} & = & 25 \end{cases}$$

$I_1^{'} = 10$ A $\qquad$ $I_2^{'} = 5$ A $\qquad$ $I_3^{'} = 2$ A

$$I_1^{'} = 10\ \text{A} \qquad I_2^{'} = 5\ \text{A} \qquad I_3^{'} = 2\ \text{A}$$



$$I_1 = I_1^{'} = 10\ \text{A}$$

$$I_2 = I_1^{'} + I_2^{'} = 10 + 5 = 15\ \text{A}$$

$$I_3 = I_2^{'} = 5\ \text{A}$$

$$I_4 = I_2^{'} - I_3^{'} = 5 - 2 = 3\ \text{A}$$

$$I_5 = I_3^{'} = 2\ \text{A}$$

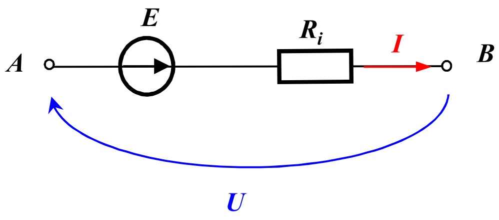
$$P_s = E_1 \cdot I_1 + E_2 \cdot I_2 + E_3 \cdot I_3 = 25 \cdot 10 + 100 \cdot 15 + 25 \cdot 2 = 1800\ \text{W}$$

$$P_R = R_1 \cdot I_1^2 + R_2 \cdot I_2^2 + R_3 \cdot I_3^2 + R_4 \cdot I_4^2 + R_5 \cdot I_5^2$$

$$P_R = 5 \cdot 10^2 + 5 \cdot 15^2 + 2 \cdot 5^2 + 5 \cdot 3^2 + 20 \cdot 2^2 = 1800\ \text{W}$$

Scheme echivalente pentru surse

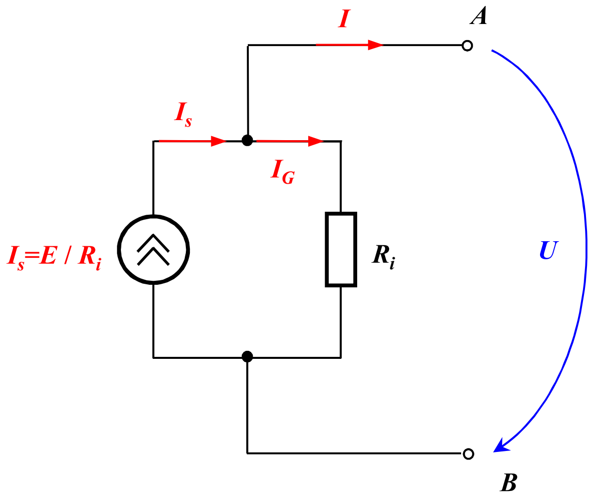
Schema echivalentă **serie**



$$U = E - R_i \cdot I$$

Sursa ideală de tensiune:
produce aceeaşi tensiune ***E***
indiferent de curentul care o
străbate

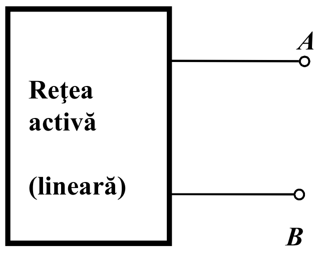
Schema echivalentă **paralel**

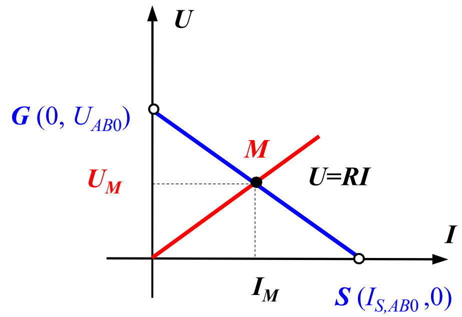


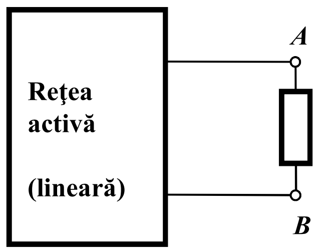
$$I = \frac{E}{R_i} - \frac{U}{R_i}$$

Sursa ideală de curent:
produce acelaşi curent $\boldsymbol{I_s}$
indiferent de tensiunea la
borne

Caracteristica tensiune - curent a unei reţele







Se consideră o reţea liniară activă (conţine surse) şi două borne de acces ***A***, ***B***.

Deoarece reţeaua este liniară, caracteristica tensiune-curent va fi o dreaptă. Pentru a puntea desena dreapta se fac două măsurări (nu se cunoaşte structura reţelei):

1. măsurătoare la mers în gol (U_{AB0}) → punctul de funcţionare în gol ***G***
2. măsurătoare la mers în scurtcircuit ($I_{SC\,AB}$) → punctul de funcţionare în scurtcircuit ***S***.

Dreapta care uneşte punctele ***G*** şi ***S*** este **caracteristica tensiune-curent a reţelei**.

Dacă între bornele ***A***, ***B*** legăm o rezistenţă ***R*** : aceasta are caracteristica tensiune-curent o dreaptă ce trece prin origine ***U=R·I***.

Prin intersecţia celor două caracteristici se obţine punctul de funcţionare ***M***.

$$\boxed{\frac{U_{AB0}}{I_{SCAB}} = R_{AB0}}$$

rezistenţa internă a reţelei, la mersul în gol

Subiecte examen

1. Elementele caracteristice ale unei reţele electrice – enumerare si ce reprezintă fiecare.
2. Teorema I a lui Kirchhoff pentru circuite de c.c. – enunţ, formula.
3. Teorema a II-a a lui Kirchhoff pentru circuite de c.c. – enunţ, formula.
4. Teorema conservării puterilor – enunţ, formula.
5. Determinaţi rezistenta echivalenta pentru 3 rezistoare (R_1=2Ω, R_2=1Ω, R_3=5Ω) legate in serie.
6. Determinaţi rezistenta echivalenta pentru 3 rezistoare (R_1=2Ω, R_2=1Ω, R_3=5Ω) legate in paralel.