1.2.3.4 Reprezentarea funcţiilor booleene prin scheme logice (*logigrame*)

Schema logică (logigrama, reţeaua de comutare sau, mai rar, schema de operatori) este o reprezentare grafică a funcţiei booleene obţinută prin adoptarea unor semne (simboluri) convenţionale pentru operatorii logici. În general, numim *operator n*-ar o funcţie booleană de n variabile $y = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$. Mulţimea operatorilor utilizaţi în practică este determinată de posibilitatea realizării acestora prin elemente fizice. Schema logică indică de fapt topologia unui circuit logic care materializează o funcţie booleană. Ca urmare, simbolurile grafice adoptate pentru operatorii logici constituie o reprezentare a circuitelor logice care materializează funcţiile logice elementare. Una dintre posibilităţile de realizare fizică a acestora o reprezintă *porţile logice*. În tabelul 1.8 sunt indicate cele mai utilizate simboluri grafice pentru principalele funcţii elementare de două argumente, în conformitate cu trei sisteme de norme:

- normele Comisiei Electrotehnice Internaţionale (CEI)[2], care sunt recunoscute internaţional;
- normele americane MIL-STD-806 B (MIL)[3,4], care sunt foarte frecvent utilizate în practică (adoptate şi în literatura de specialitate românească);
- normele germane DIN 40700, ediţia 1963.

Folosind aceste simboluri grafice expresiile algebrice ale funcţiilor booleene pot fi reprezentate sub formă de scheme logice.

Exemplu. Să se reprezinte prin schemă logică funcţia $f^{FCD}(x_1, x_2, x_3) = x_1 x_2 x_3 + {}$ $+ x_1 \bar{x}_2 x_3 + x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 + \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3$. Având în vedere tabelul 1.8, în figura 1.1 este prezentată logigrama funcţiei date. Schema logică indică şi nivelele logice compuse din elemente fizice care operează simultan. De câte ori este posibil, elementele aceluiaşi nivel logic se reprezintă pe aceeaşi coloană.

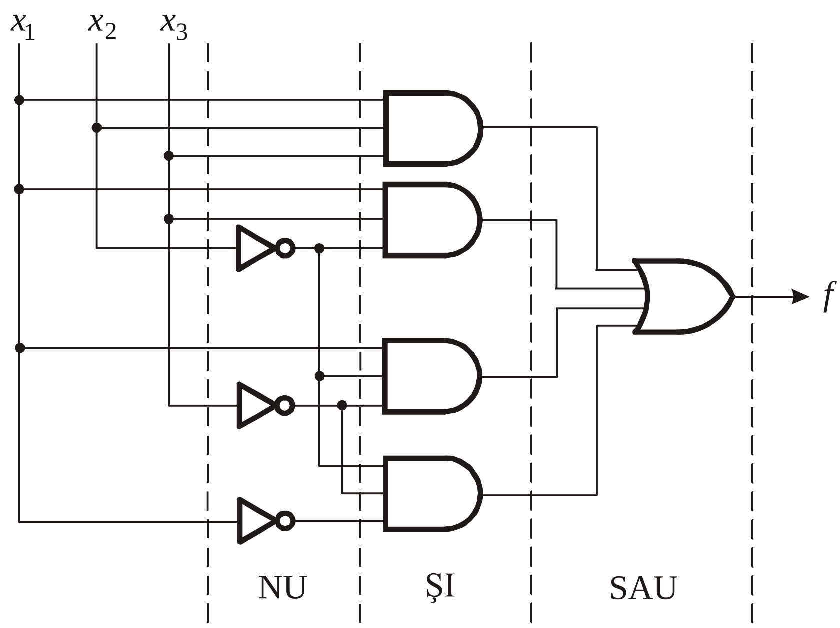


Fig.1.1 Schema logică şi nivelele logice pentru funcţia *f* din exemplu.

1.2.3.5 Reprezentarea funcţiilor booleene prin diagrame de timp

Diagrama de timp reprezintă grafic o funcţie booleană prin forma semnalelor corespunzătoare argumentelor şi funcţiei. Cifrele binare 0 şi 1 se ataşează semnalelor de nivel coborât şi respectiv ridicat, astfel încât să existe o diferenţiere netă a acestora. Reprezentarea prin diagrame de timp este deosebit de utilă în studiul sistemelor secvenţi-

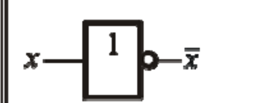
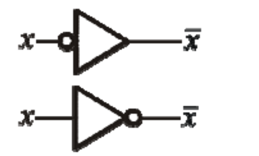
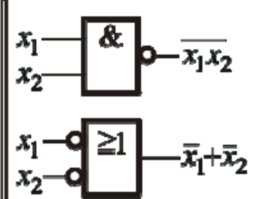
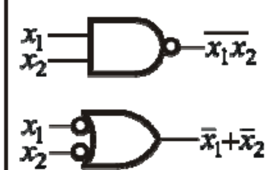
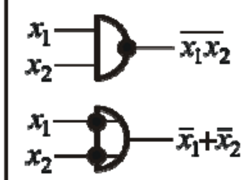
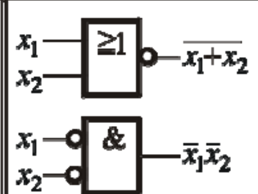
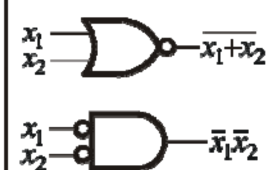
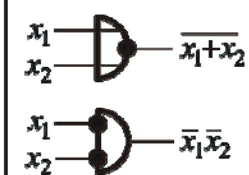
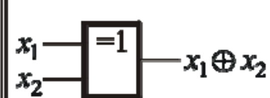
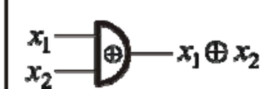
---

[2] COMMISSION ELECTROTECHNIQUE INTERNATIONALE, *Publication* 617-12, *Symboles graphiques recommandés, cinquième partie*: *Opérateurs logiques binaires*, Bureau Central de la Comission Electrotechnique Internationale, Genève, 1972.

[3] *Military Standard, Graphic Symbols for Logic Diagrams*, MIL-STD-806 B, Department of Defense, Washington, 1962.

[4] ANSI, IEEE, *American National Standard, graphic symbols for logic diagrams* (*two-state devices*), IEEE Std 91-1984, ANSI Y 32.14-1984, Institute of Electric and Electronics Engineers, New York, 1984.

Tab.1.8 Principalele funcții elementare de două argumente şi simbolurile lor grafice.

Denumirea funcției	Funcția	Denumirea circuitului logic	Reprezentarea simbolică		
			Norme CEI	Norme MIL	Norme DIN
Negația	$f=\bar{x}$	INVERSOR (INVERTER)			
Conjuncția	$f=x_1x_2$	ŞI (AND)			
Disjuncția	$f=x_1+x_2$	SAU (OR)			
Sheffer	$f=x_1\uparrow x_2 = \overline{x_1x_2} = \bar{x}_1+\bar{x}_2$	ŞI-NU (NAND)			
Pierce (Webb)	$f=x_1\downarrow x_2 = \overline{x_1+x_2} = \bar{x}_1\cdot\bar{x}_2$	SAU-NU (NOR)			
Suma modulo 2	$f=x_1\oplus x_2 = \bar{x}_1x_2+x_1\bar{x}_2$	SAU EXCLUSIV (XOR)			

ale în a căror evoluţie intervine şi timpul. De asemenea, folosind această reprezentare se pot studia fenomenele tranzitorii de co-mutare şi fenomenele de hazard datorate funcţionării neideale a elementelor care materializează variabile sau funcţii booleene.

Exemplu. Să se reprezinte prin diagramă de timp funcţia logică $f(x_1, x_2) = x_1 \uparrow x_2$, cunoscând evoluţia în timp a semnalelor ataşate argumentelor (v. fig. 1.2,a). Având în vedere tabelul de definiţie al funcţiei NUMAI, în figura 1.2,b se dă reprezentarea prin diagramă de timp a funcţiei considerate, pentru evoluţia dată a argumentelor.

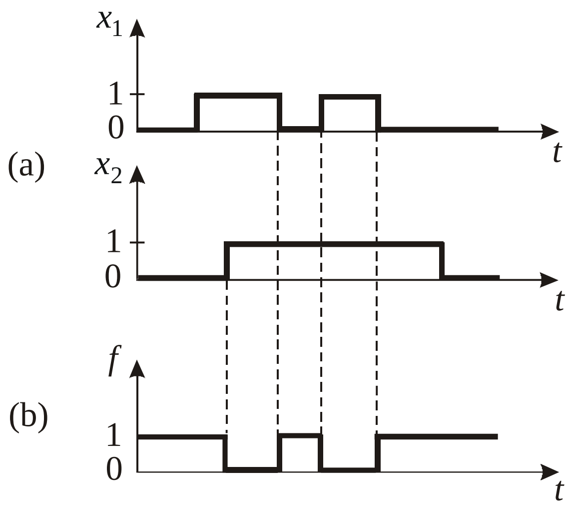


Fig.1.2 Diagrama de timp pentru funcţia din exemplu.

ANEXA A

REPREZENTAREA PE HIPERCUB A FUNCŢIILOR BOOLEENE

O funcţie booleană de n variabile poate fi reprezentată pe un hipercub n-dimensional cu latura egală cu unitatea, în care fiecărei variabile îi corespunde una dintre cele n dimensiuni, dacă se adoptă un mod de marcare distinctă a vârfurilor n-hipercubului ale căror coordonate sunt identice cu n-uplele aplicate de funcţie în zero şi a vârfurilor n-hipercubului ale căror coordonate sunt identice cu n-uplele aplicate de funcţie în 1.

Pe cubul din figura A.1 s-a reprezentat funcţia booleană:

$$f^{\text{FCD}}(x_1, x_2, x_3) = \bar{x}_1\bar{x}_2 x_3 + \bar{x}_1 x_2 x_3 + x_1\bar{x}_2 x_3 + x_1 x_2 \bar{x}_3 + x_1 x_2 x_3, \qquad \text{(A.1)}$$

marcându-se printr-un punct vârfurile cărora le corespunde valoarea 1 a funcţiei.

Urmărind figura A.1 se vede că funcţia booleană poate fi reprezentată nu numai prin vârfurile cubului ci şi prin muchiile sale însemnate cu linie îngroşată care unesc două vârfuri marcate, sau prin feţele sale delimitate numai de muchiile însemnate. De exemplu, cele două vârfuri de coordonate $x_1 = 1$, $x_2 = 1$ şi $x_3 = 1$, respectiv $x_1 = 1$, $x_2 = 1$ şi $x_3 = 0$ pot fi reprezentate şi prin muchia paralelă cu axa x_3, pentru care $x_1 = 1$, $x_2 = 1$.

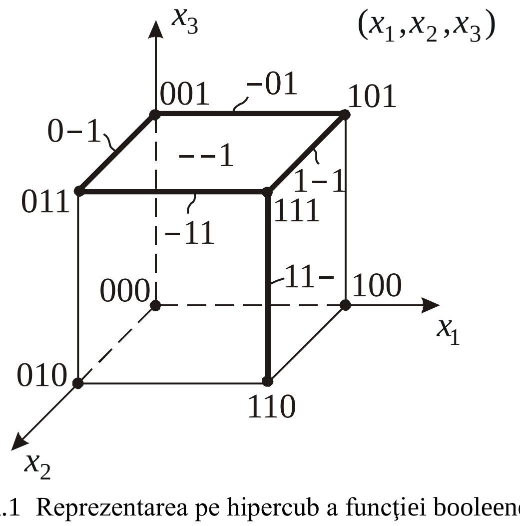


Fig.A.1 Reprezentarea pe hipercub a funcţiei booleene de trei variabile.

Se consideră vârfurile hipercubului n-dimensional ca subcuburi 0-dimensionale, notate prin n-uple. Muchiile hipercubului n-dimensional se consideră subcuburi 1-dimensionale şi sunt notate cu partea comună a celor două subcuburi 0-dimensionale din care este format. Pe poziţia variabilei care diferă în cele două subcuburi componente se scrie simbolul "–". Feţele hipercubului n-dimensional se consideră subcuburi r-dimensionale formate din 2^r vârfuri adiacente şi sunt notate cu partea comună a celor 2^r subcuburi 0-

dimensionale incluse. Pe poziţiile variabilelor care diferă în cele 2^r subcuburi 0-dimensionale se scriu simboluri “–“.

Pentru funcţia *f* din figura A.1 există mai multe mulţimi de subcuburi prin care se poate reprezenta. Una dintre acestea este mulţimea subcuburilor 0-dimensionale:

$$f(x_1, x_2, x_3) = \begin{Bmatrix} 001 \\ 011 \\ 101 \\ 110 \\ 111 \end{Bmatrix}, \tag{A.2}$$

corespunzătoare FCD a funcţiei.

Alte două mulţimi de subcuburi care reprezintă funcţia *f* sunt mulţimea de subcuburi 1-dimensionale:

$$f(x_1, x_2, x_3) = \begin{Bmatrix} 0-1 \\ -01 \\ 1-1 \\ -11 \\ 11- \end{Bmatrix}, \tag{A.3}$$

şi mulţimea de subcuburi de diferite dimensiuni:

$$f(x_1, x_2, x_3) = \begin{Bmatrix} --1 \\ 11- \end{Bmatrix}. \tag{A.4}$$

Există mai multe mulţimi de subcuburi care pot reprezenta o funcţie. Importantă pentru reprezentarea funcţiei este mulţimea subcuburilor 0-dimensionale şi mulţimea cu număr minim de elemente.

Orice mulţime de subcuburi care cuprinde toate vârfurile *n*-hipercubului corespondente *n*-uplelor unei funcţii de *n* variabile aplicate în 1 este o acoperire a funcţiei. Pentru a se obţine o acoperire cu număr cât mai mic de elemente trebuie luate subcuburi de dimensiuni cât mai mari.

Un subcub al funcţiei care nu este inclus într-un alt subcub de dimensiune mai mare este un implicant prim al funcţiei. Mulţimea tuturor implicanţilor primi ai unei funcţii formează o acoperire a funcţiei deoarece include toate *n*-uplele aplicate de funcţie în 1. Elementele mulţimii minime se aleg dintre implicanţii primi ai funcţiei.

De exemplu, cei doi implicanţi primi ai funcţiei *f* reprezentată pe cubul din figura A.1, subcuburile $--1$ şi $11-$, formează o acoperire a funcţiei.

Un implicant prim care conţine un subcub 0-dimensional care nu mai este cuprins în nici un alt implicant prim al funcţiei devine implicant prim esenţial.

Urmărind figura A.1 se vede că atât subcubul $--1$ cât şi subcubul $11-$ reprezintă implicanţi primi esenţiali ai funcţiei.

Orice acoperire formată numai din implicanţii primi esenţiali este o acoperire cu număr mimim de elemente deoarece înlăturarea oricăruia din elementele sale ar face să nu mai fie o acoperire, s-ar elimina cel puţin un subcub 0-dimensional al funcţiei.