Reprezentarea numerelor în virgulă fixă

Blocurile aritmetice ale sistemelor de calcul care lucrează în virgulă fixă, consideră vir-

gula plasată în fața celei mai semnificative cifre a numărului. Deci, numerele cu care se operează sunt *subunitare*. Pentru a se indica semnul numărului există mai multe tehnici, fiecare dintre acestea determinând un mod de reprezentare: prin *mărime și semn* (cod direct), prin complement față de 2 (cod complementar) și prin complement față de 1 (cod invers).

Înainte de a ne referi la fiecare dintre aceste reprezentări utilizate, să definim noțiunea de complement al unui număr N scris într-o bază b.

Definitie.

a) Se numește complement față de baza b al numărului $N_{(b)}$, numărul $[N]_{comp}$ definit prin relația:

$$[N]_{comp} = b^n - N_{(b)}.$$
 (C.7)

b) Se numește complement față de b-1 al numărului $N_{(b)}$ numărul $[N]_{inv}$ definit de relația:

$$[N]_{inv} = b^n - N_{(b)} - b^{-m}, (C.8)$$

unde, n reprezintă numărul de cifre ale părții întregi a numărului N, iar m reprezintă numărul de cifre ale părții fracționare a numărului N.

Exemple. În sistemul de numerație binar:

$$[N]_{comp} = 2^n - N_{(2)}$$
 şi $[N]_{inv} = 2^n - N_{(2)} - 2^{-m}$. (C.9)

Dacă $N_{(2)} = 1011.11$, atunci:

$$[N]_{comp} = 2^4 - 1011.11 = 0100.01,$$

$$[N]_{inv} = 2^4 - 1011.11 - 2^{-2} = 0100.00$$
.

Cele trei moduri de reprezentare ale numerelor, menţionate anterior, sunt identice dacă numărul N este pozitiv, iar dacă numărul este negativ, în reprezentarea prin mărime şi semn cifrele numărului sunt chiar cifrele numărului considerat, în timp ce în celelalte două moduri de reprezentare, cifrele numărului reprezintă complementul faţă de 2 respectiv faţă de 1.

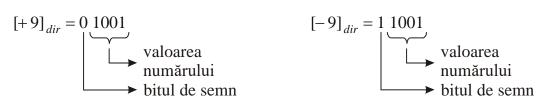
Reprezentarea prin mărime și semn (cod direct)

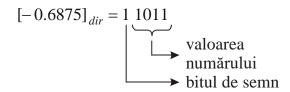
Reprezentarea prin mărime și semn a unui număr algebric N este dată de relația:

$$[N]_{dir} = a_n 2^n + \sum_{i=-m}^{n-1} a_i 2^i , \qquad (C.10)$$

unde, a_n reprezintă bitul de semn și ia valoarea 0 dacă $N \ge 0$ și valoarea 1 dacă $N \le 0$, iar a_i $(-m \le i \le n-1)$ sunt biții numărului N.

Exemple.





Acest sistem de reprezentare are avantajul de a fi foarte asemănător cu scrierea "normală" (semnul se indică printr-un bit special), dar din punctul de vedere al realizării calculelor prezintă unele dezavantaje. Realizarea unei operații de adunare sau scădere a două numere nu depinde numai de funcția de executat ci și de semnul numerelor respective; în aceste condiții este necesară examinarea, înainte de executarea operației respective a bitului de semn. Pe de altă parte, blocul aritmetic al unui sistem numeric se poate simplifica mult dacă în loc să conțină dispozitive de adunare și scădere, conține numai dispozitive de adunare. Acest lucru poate fi realizat prin alegerea convenabilă a sistemului de reprezentare a numerelor și anume prin reprezentarea în cod complementar.

Reprezentarea prin complementul față de 2 (cod complementar)

Un număr algebric N se reprezintă prin complementul față de 2, în forma indicată de relația:

$$[N]_{comp} = \begin{cases} 0 \times 2^{n} + \sum_{i=-m}^{n-1} a_{i} 2^{i}, & pentru \ N \ge 0, \\ 1 \times 2^{n} + \sum_{i=-m}^{n-1} \overline{a}_{i} 2^{i} + 2^{-m}, & pentru \ N \le 0, \end{cases}$$
(C.11)

unde, $\overline{a}_i = 1 - a_i$, reprezintă complementul față de 1 al cifrei a_i $(-m \le i \le n - 1)$. Exemple.

$$[+9]_{comp} = 01001$$
;

$$[-9]_{comp} = ?$$

Deoarece $-9 = -1001_{(2)}$,

-se trece numărul în cod complementar:

$$1001 \to 0111$$
,

−reprezentarea numărului −9 în cod complementar va fi:

$$[-9]_{comp} = 10111$$
.

Se poate demonstra că reprezentarea numărului prin complement față de 2 corespunde chiar valorii reale a numărului.

Reprezentarea prin complementul față de 1 (cod invers)

Un număr algebric N se reprezintă prin complementul față de 1, în forma indicată de relația:

$$[N]_{inv} = \begin{cases} 0 \times 2^{n} + \sum_{i=-m}^{n-1} a_{i} 2^{i}, & pentru \ N \ge 0, \\ 1 \times 2^{n} + \sum_{i=-m}^{n-1} \overline{a}_{i} 2^{i}, & pentru \ N \le 0, \end{cases}$$
(C.12)

unde, $\overline{a}_i = 1 - a_i$, reprezintă complementul față de 1 al cifrei a_i $(-m \le i \le n - 1)$.

Exemple.

$$[+9]_{inv} = 01001$$
;

$$[-9]_{inv} = ?$$

Deoarece $-9 = -1001_{(2)}$,

-se trece numărul în cod invers:

$$1001 \to 0110$$
,

-reprezentarea numărului -9 în cod invers va fi:

$$[-9]_{inv} = 10110$$
.

Urmărind exemplele prezentate mai sus, se poate observa că, așa cum s-a mai menționat, cele trei forme de reprezentare coincid în cazul numerelor pozitive și diferă în cazul numerelor negative.