Reprezentarea numerelor în virgulă fixă

Blocurile aritmetice ale sistemelor de calcul care lucrează în *virgulă fixă*, consideră virgula plasată în faţa celei mai semnificative cifre a numărului. Deci, numerele cu care se operează sunt *subunitare*. Pentru a se indica semnul numărului există mai multe tehnici, fiecare dintre acestea determinând un mod de reprezentare: prin *mărime şi semn* (*cod direct*), prin *complement faţă de* 2 (*cod complementar*) şi prin *complement faţă de* 1 (*cod invers*).

Înainte de a ne referi la fiecare dintre aceste reprezentări utilizate, să definim noţiunea de complement al unui număr *N* scris într-o bază *b*.

Definiţie.

a) Se numeşte complement faţă de baza *b* al numărului $N_{(b)}$, numărul $[N]_{comp}$ definit prin relaţia:

$$[N]_{comp} = b^n - N_{(b)}. \tag{C.7}$$

b) Se numeşte complement faţă de $b-1$ al numărului $N_{(b)}$ numărul $[N]_{inv}$ definit de relaţia:

$$[N]_{inv} = b^n - N_{(b)} - b^{-m}, \tag{C.8}$$

unde, *n* reprezintă numărul de cifre ale părţii întregi a numărului *N*, iar *m* reprezintă numărul de cifre ale părţii fracţionare a numărului *N*.

Exemple. În sistemul de numeraţie binar:

$$[N]_{comp} = 2^n - N_{(2)} \quad \text{şi} \quad [N]_{inv} = 2^n - N_{(2)} - 2^{-m}. \tag{C.9}$$

Dacă $N_{(2)} = 1011.11$, atunci:

$$[N]_{comp} = 2^4 - 1011.11 = 0100.01,$$

$$[N]_{inv} = 2^4 - 1011.11 - 2^{-2} = 0100.00.$$

Cele trei moduri de reprezentare ale numerelor, menţionate anterior, sunt identice dacă numărul *N* este pozitiv, iar dacă numărul este negativ, în reprezentarea prin mărime şi semn cifrele numărului sunt chiar cifrele numărului considerat, în timp ce în celelalte două moduri de reprezentare, cifrele numărului reprezintă complementul faţă de 2 respectiv faţă de 1.

Reprezentarea prin mărime şi semn (*cod direct*)

Reprezentarea prin mărime şi semn a unui număr algebric *N* este dată de relaţia:

$$[N]_{dir} = a_n 2^n + \sum_{i=-m}^{n-1} a_i 2^i, \tag{C.10}$$

unde, a_n reprezintă bitul de semn şi ia valoarea 0 dacă $N \geq 0$ şi valoarea 1 dacă $N \leq 0$, iar a_i $(-m \leq i \leq n-1)$ sunt biţii numărului *N*.

Exemple.

$$[+9]_{dir} = \underbrace{0}_{\text{bitul de semn}}\ \underbrace{1001}_{\text{valoarea numărului}} \qquad [-9]_{dir} = \underbrace{1}_{\text{bitul de semn}}\ \underbrace{1001}_{\text{valoarea numărului}}$$

$$[-0.6875]_{dir} = \underbrace{1}_{\text{bitul de semn}}\ \underbrace{1011}_{\text{valoarea numărului}}$$

Acest sistem de reprezentare are avantajul de a fi foarte asemănător cu scrierea „normală” (semnul se indică printr-un bit special), dar din punctul de vedere al realizării calculelor prezintă unele dezavantaje. Realizarea unei operaţii de adunare sau scădere a două numere nu depinde numai de funcţia de executat ci şi de semnul numerelor respective; în aceste condiţii este necesară examinarea, înainte de executarea operaţiei respective a bitului de semn. Pe de altă parte, blocul aritmetic al unui sistem numeric se poate simplifica mult dacă în loc să conţină dispozitive de adunare şi scădere, conţine numai dispozitive de adunare. Acest lucru poate fi realizat prin alegerea convenabilă a sistemului de reprezentare a numerelor şi anume prin reprezentarea în *cod complementar*.

Reprezentarea prin complementul faţă de 2 (*cod complementar*)

Un număr algebric N se reprezintă prin complementul faţă de 2, în forma indicată de relaţia:

$$[N]_{comp} = \begin{cases} 0 \times 2^n + \sum\limits_{i=-m}^{n-1} a_i 2^i, & pentru\ \ N \geq 0, \\ 1 \times 2^n + \sum\limits_{i=-m}^{n-1} \bar{a}_i 2^i + 2^{-m}, & pentru\ \ N \leq 0, \end{cases} \tag{C.11}$$

unde, $\bar{a}_i = 1 - a_i$, reprezintă complementul faţă de 1 al cifrei a_i $(-m \leq i \leq n-1)$.

Exemple.

$[+9]_{comp} = 01001$;

$[-9]_{comp} = ?$

Deoarece $-9 = -1001_{(2)}$,

– se trece numărul în cod complementar:

$1001 \rightarrow 0111$,

– reprezentarea numărului -9 în cod complementar va fi:

$[-9]_{comp} = 10111$.

Se poate demonstra că reprezentarea numărului prin complement faţă de 2 corespunde chiar valorii reale a numărului.

Reprezentarea prin complementul faţă de 1 (*cod invers*)

Un număr algebric N se reprezintă prin complementul faţă de 1, în forma indicată de relaţia:

$$[N]_{inv} = \begin{cases} 0 \times 2^n + \sum_{i=-m}^{n-1} a_i 2^i, & pentru\ \ N \geq 0, \\ 1 \times 2^n + \sum_{i=-m}^{n-1} \bar{a}_i 2^i, & pentru\ \ N \leq 0, \end{cases} \tag{C.12}$$

unde, $\bar{a}_i = 1 - a_i$, reprezintă complementul faţă de 1 al cifrei a_i $(-m \leq i \leq n-1)$.

Exemple.

$[+9]_{inv} = 01001$;

$[-9]_{inv} = ?$

Deoarece $-9 = -1001_{(2)}$,

– se trece numărul în cod invers:

$1001 \rightarrow 0110$,

– reprezentarea numărului –9 în cod invers va fi:

$[-9]_{inv} = 10110$.

Urmărind exemplele prezentate mai sus, se poate observa că, aşa cum s-a mai menţionat, cele trei forme de reprezentare coincid în cazul numerelor pozitive şi diferă în cazul numerelor negative.