



Universitatea Politehnica din București
Facultatea de Automatică și Calculatoare



Departmentul de Automatică și Ingineria Sistemelor

Proiectarea filtrelor FIR prin Metoda ferestrei

Proiect PS

Autor: Student Alexandru BOGDAN

Coordonatori: Vasilica Voinea
Prof. Dan ȘTEFĂNOIU

Anul universitar: 2023-2024

Cuprins Lucrare

Capitolul 1	3
Capitolul 2	4
Capitolul 3	5
Faza 1	5
Faza 2	10
Faza 3	16
Faza 4	19
Concluzie.....	20
Bibliografie:	21

Capitolul 1

Obiective: Înțelegerea Metodei ferestrei pentru proiectarea filtrelor FIR. Rezolvarea unor probleme de proiectare de tip răspuns cu toleranțe fixate pe baza Metodei ferestrei. Studiul caracteristicilor în frecvență ale mai multor tipuri de ferestre.

Principiul Metodei ferestrei Metoda ferestrei este una dintre cele mai simple proceduri de proiectare a filtrelor FIR. Ea se bazează pe modularea în timp a unui răspuns ideal cu un semnal de tip fereastră, adică un semnal cu suport finit, care permite extragerea de segmente dintr-un alt semnal. Funcția de transfer a filtrului are forma generală (ordinul M este fixat în prealabil) :

$$H(z) = \sum_{n=0}^{M-1} h[n]z^{-n}. \quad (4.1)$$

Algoritm de proiectare al filtrelor FIR → Date de proiectare Ordinul M al filtrului și amplitudinea răspunsului ideal în frecvență care trebuie aproximat. De exemplu, pentru filtrul trece-jos (FTJ) din Figura 4.1, se precizează pulsația ω_c , numită „de tăiere”, care delimitează banda de trecere $[0, \omega_c]$ de cea de stopare (oprire) $[\omega_c, \pi]$.

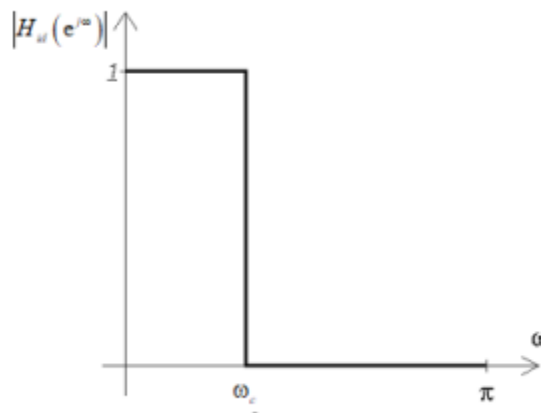


Figura 4.1. Caracteristica de frecvență a unui FTJ ideal.

→ **Pas 1** (Preliminarii) Se calculează răspunsul la impuls al filtrului ideal, considerând că faza filtrului este liniară și proporțională cu $K = (M - 1)/2$. De exemplu, pentru un FTJ, răspunsul ideal în frecvență este :

$$|H_{id}(e^{j\omega})| = \begin{cases} e^{-j\omega K} & , |\omega| \leq \omega_c \\ 0 & , \omega_c < |\omega| \leq \pi \end{cases}, \forall \omega \in [-\pi, +\pi], \quad (4.2)$$

Amplitudinea acestui răspuns arată ca în Figura 4.1 și e considerată ideală. De notat este că filtrele ideale sunt nerealizabile fizic. 3 / 19 Răspunsul la impuls asociat celui în frecvență (4.2) este un sinus atenuat, centrat în punctul K :

$$h_{id}[n] = \frac{\sin \omega_c(n - K)}{\pi(n - K)}, \forall n \in \mathbb{Z}. \quad (4.3)$$

→ **Pas 2** Se alege o fereastră w (window) cu suportul $0, M - 1$.

→ **Pas 3** Se calculează coeficienții filtrului FIR, modulând în timp răspunsul ideal hid cu fereastra w , i.e. prin relația :

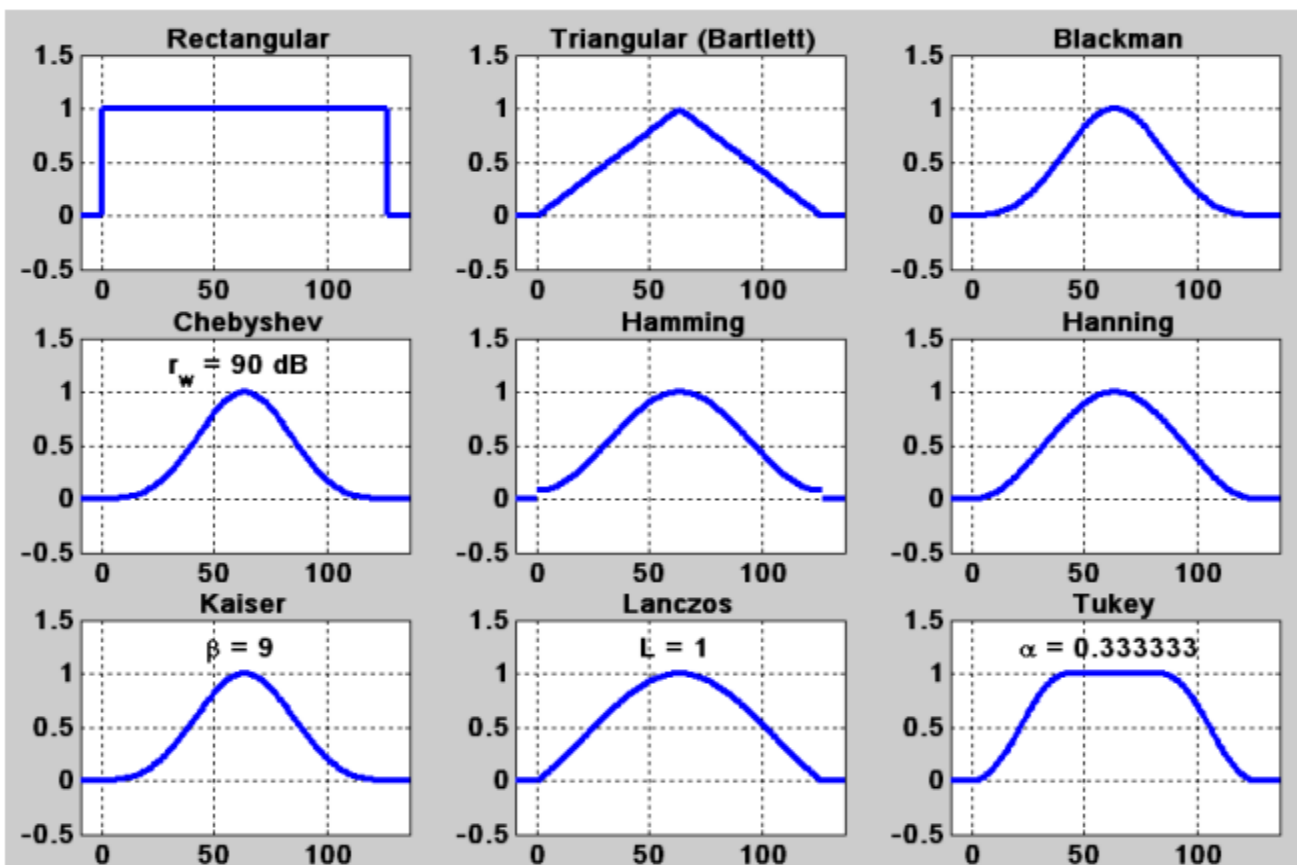
$$h[n] = h_{id}[n]w[n] = \frac{\sin \omega_c(n - K)}{\pi(n - K)} w[n], \forall n \in \overline{0, M - 1}. \quad (4.4)$$

După aceea, eventual, se înmulțesc toți coeficienții $\{h[n]\}_{n \in \overline{0, M - 1}}$ cu o constantă potrivit aleasă. De exemplu, se poate urmări îndeplinirea condiției:

$$H(1) = \sum_{n=0}^{M-1} h[n] = 1. \quad (4.5)$$

Capitolul 2

Pasii pe care ar trebui sa ii urmam pentru a ne atinge obiectivele este sa ne familiarizam cu mediul de rulare a functiilor propuse de Matlab pentru a ne fii mai usor de implementat ferestrele propuse de metoda Ferestrei , propunerea si implementare unor rutine proprii pentru sporirea eficientei de executie a programului .



Capitolul 3

Faza 1

a)

Am rulat functia $[M,r,\beta,L,\alpha] = \text{PS_PRJ_1_Faza_1}(4,2)$ si am generat parametrii cu care voi lucra de-a lungul proiectului.

$M=24$;

$r=86.8108[\text{dB}]$;

$\beta=4.7243[\text{dB}]$;

$L=2$ [ordin];

$\text{Alfa}=40.4324[\%]$;

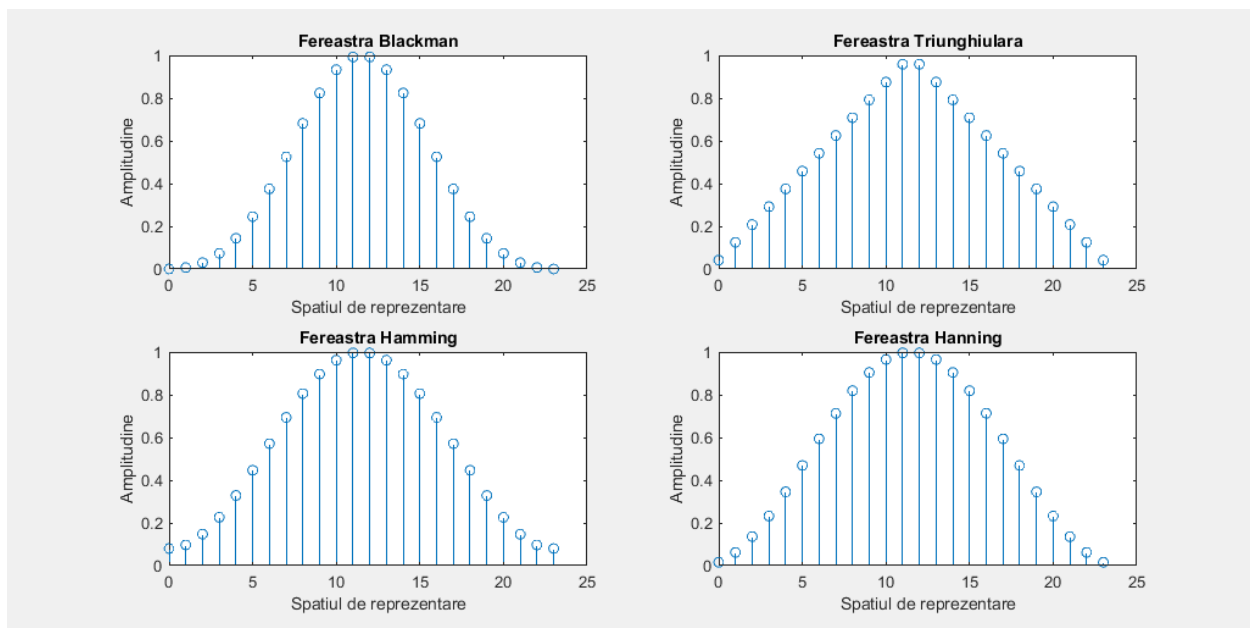


Figura 1.Reprezentarea ferestrelor neparametrice

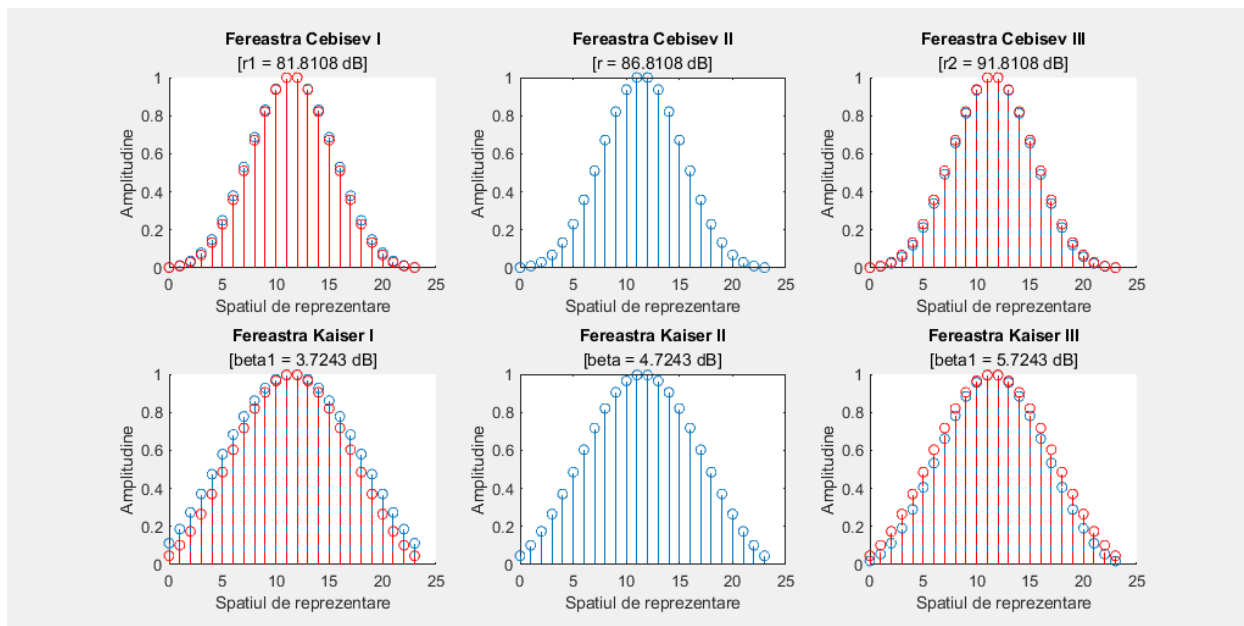


Figura 2.Reprezentarea ferestrelor Kaiser si Cebyshev cu parametrii modificati

Cu rosu reprezinta atenuarea la care este supusa fereastra respective:

->cu cat creste parametrul r cu atat creste amplitudinea ponderii

->acelasi lucru si pentru parametrul beta

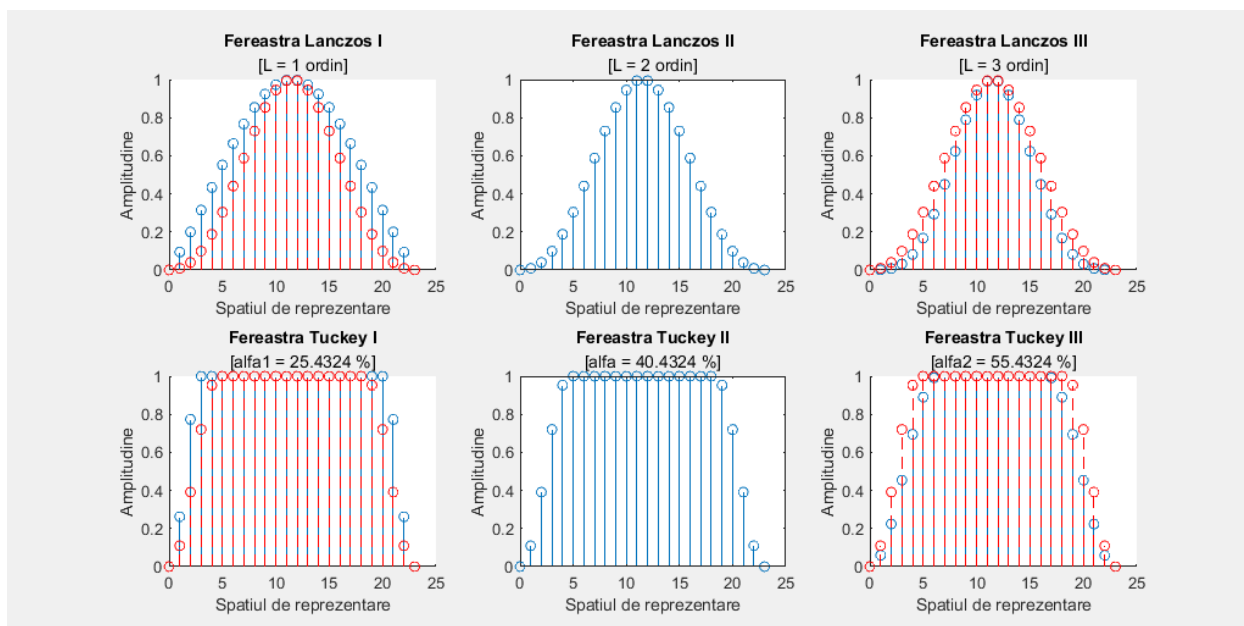


Figura 3. Reprezentarea ferestrelor Lanczos si Tuckey cu parametrii modificati

Cu rosu reprezinta atenuarea la care este supusa fereastra respective:

->cu cat creste parametrul L cu atat se ingusteaza amplitudinea ponderii

->cu cat creste parametrul alfa cu atat scade deschiderea ferestrei

b)

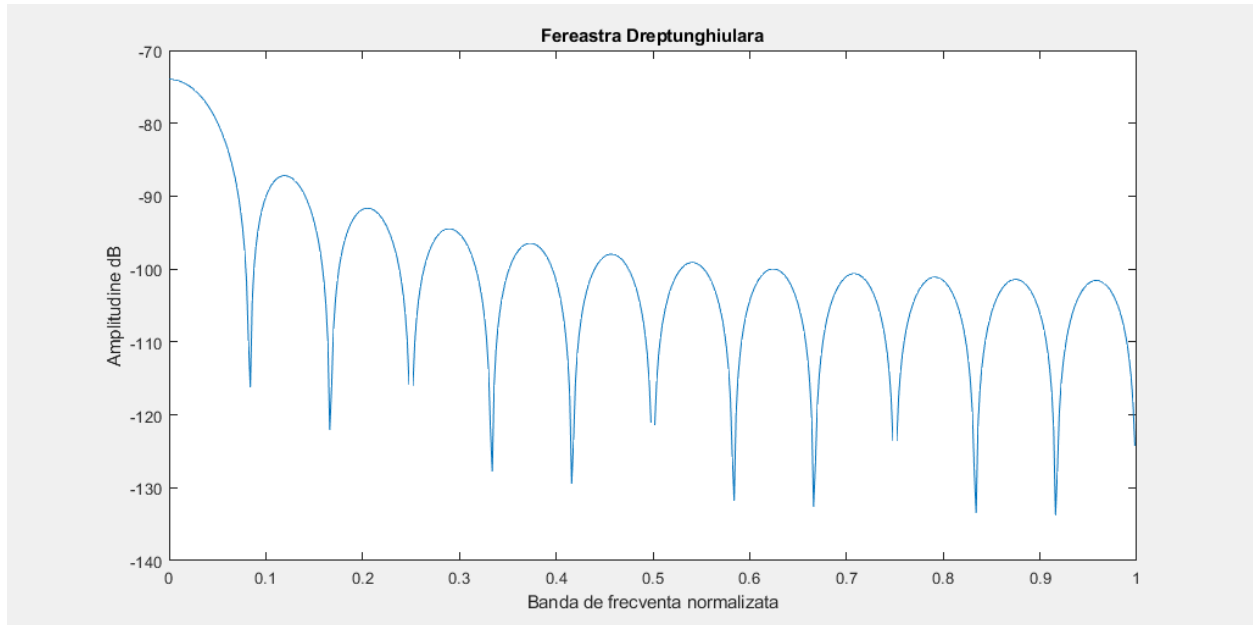


Figura 4. Reprezentarea spectrului in dB a ferestrei Dreptunghiulare

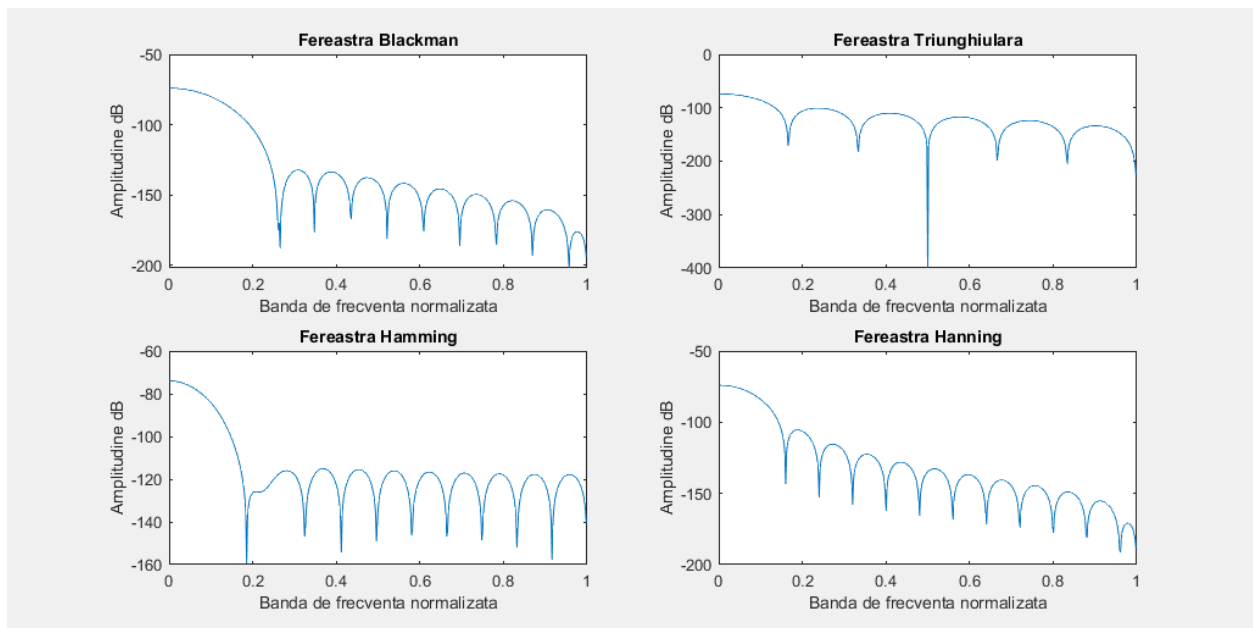


Figura 5. Reprezentarea spectrului in dB a ferestrelor neparametrice

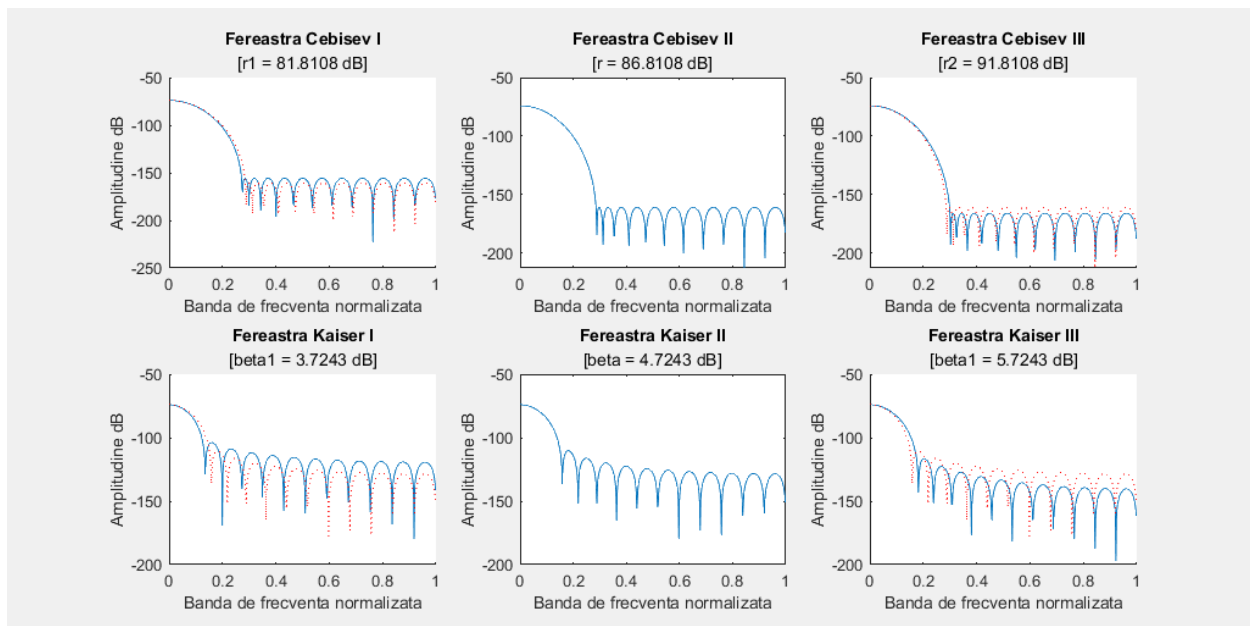


Figura 6. Reprezentarea spectrului in dB a ferestrelor Cebyshev si Kaiser cu parametrii modificati

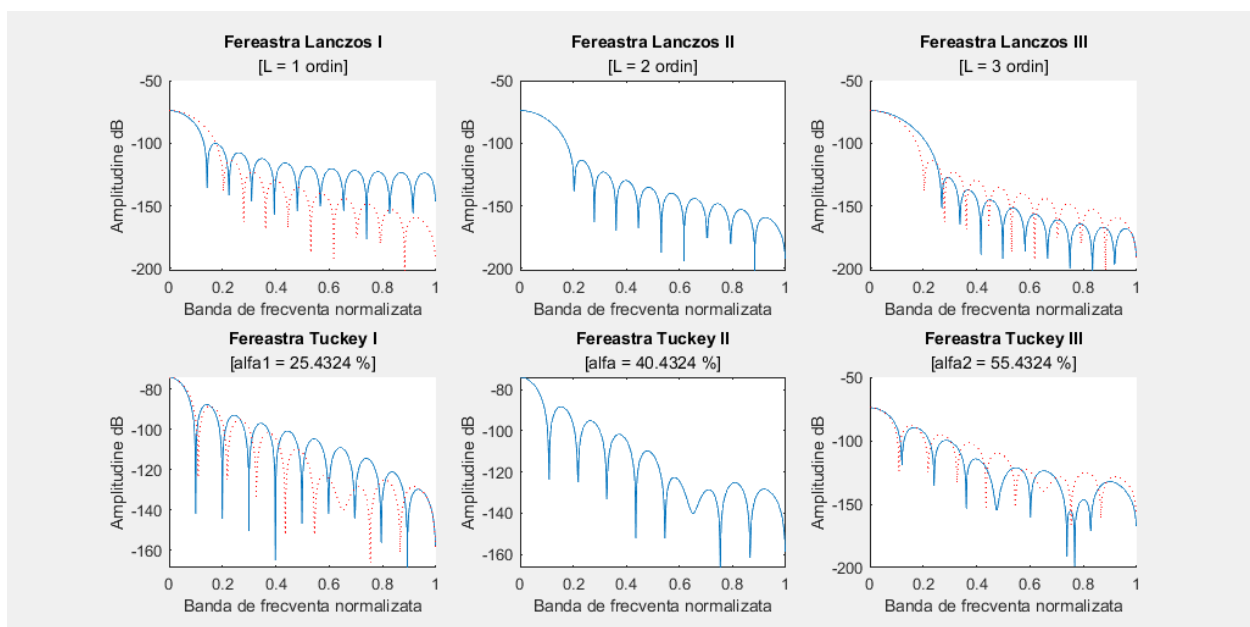


Figura 7. Reprezentarea spectrului in dB a ferestrelor Lanczos si Tuckey cu parametrii modificati

c)

Dreptunghiulara : se poate observa ca este cea mai slaba dintre toate ferestrele propuse , deoarece lobii parazitii sunt de inaltimi foarte mari => ca nu avem atenuare foarte buna , plus raspunsul in frecventa nu este continuu , acesta este plin de deschizaturi (Bronz 3)

Triunghiularar : lobul principal si cei paraziti au aproximativ aceeași dimensiune , dar ne este incalcat faptul ca lobul principal trebuie sa fie cat mai inalt si cat mai ingust (acesta este lat si turtit) ; Are aceeași atenuare ca la dreptunghiulara (Bronz 2)

Tuckey : lobul principal arata super bine (e inalt si ingust) , dar lobii paraziti sunt luati dupa dimensiunea lobului principal si astfel sunt foarte inalti ; Atenuarea pare sa fie proasta in zona de medie frecventa (Bronz 1)

Hamming : lobul principal este foarte mare si destul de turtit , iar lobii paraziti par sa fie mai mici si restransi , inafara de primul care este turtit si mai lat decat ceilalti ; Atenuarea pare sa fie foarte foarte mica (Silver 3)

Hanning : lobul principal mai mic si turtit decat Hamming , iar lobii paraziti sunt mai scunzi mult mai bine atenuati in zona de mare frecventa (Silver 2)

Lanczos : este un fel de Hanning doar ca e mult mai bun , lob principal mai scurt , dar la fel de turtit , lobi paraziti mai mici si mai restransi impreuna cu o atenuare mai buna in zona de mare frecventa (Silver 1)

Cebyshev : cel mai mare lob principal dintre toate ferestrele , care este insotit de lobi paraziti foarte foarte mici si restransi ; Atenuarea pare sa fie foarte mica dar mult mai buna decat Hamming (Gold 3)

Blackman : reprezinta un compromis intre latimea si marimea lobului principal , deoarece prezinta o atenuare destul de buna pe toata banda de frecventa impreuna cu lobi paraziti de marime mica , mult mai buni decat Hanning (Gold 2)

Kaiser : lob principal perfect impreuna cu cei paraziti de lungime mica plus foarte restransi cu atenuare foarte buna pe toata banda de frecventa normalizata (Gold 1)

Faza 2

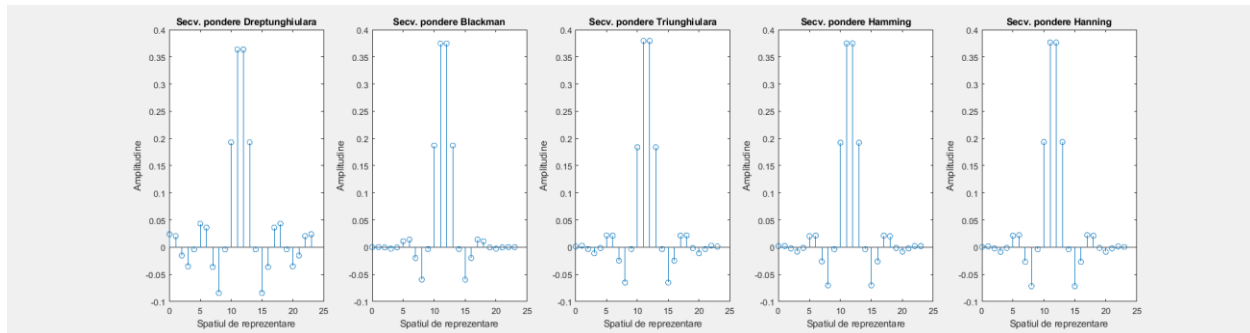


Figura 8. Secvențele pondere ale ferestrelor neparametrice

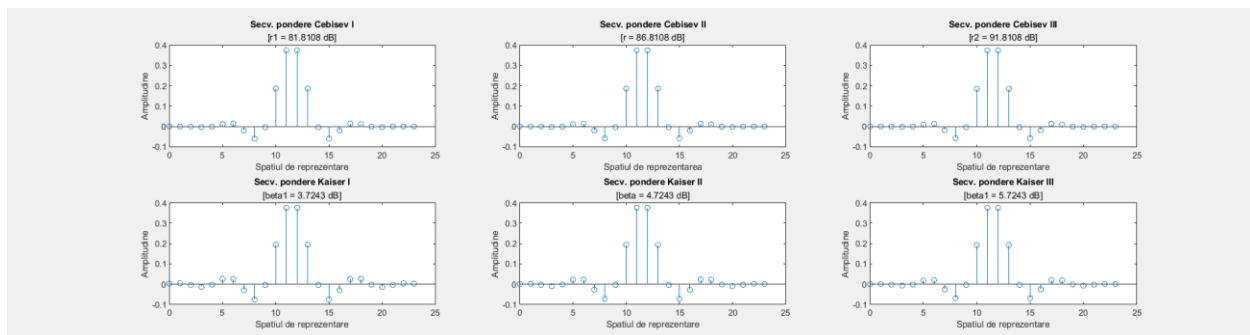


Figura 9. Secvențele pondere ale ferestrelor Cebyshev si Kaiser cu parametrii modificati

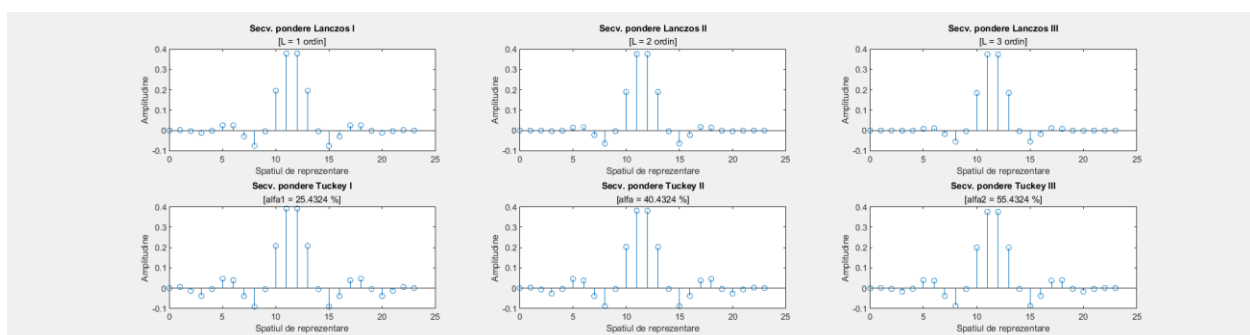


Figura 10. Secvențele pondere ale ferestrelor Lanczos si Tuckey cu parametrii modificati

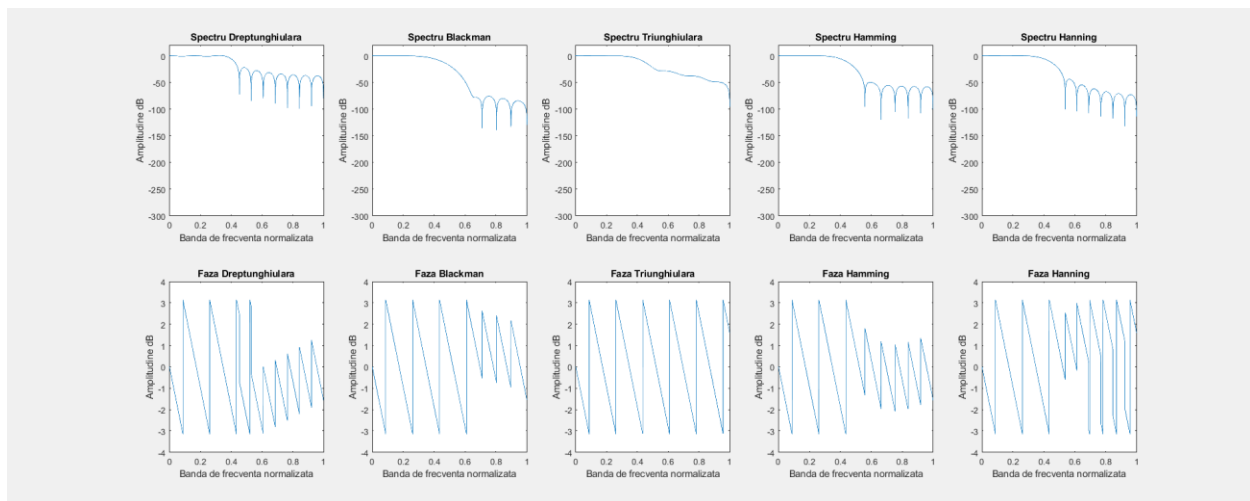


Figura 11. Raspunsul filtrelor FIR1 ale ferestrelor neparametrice

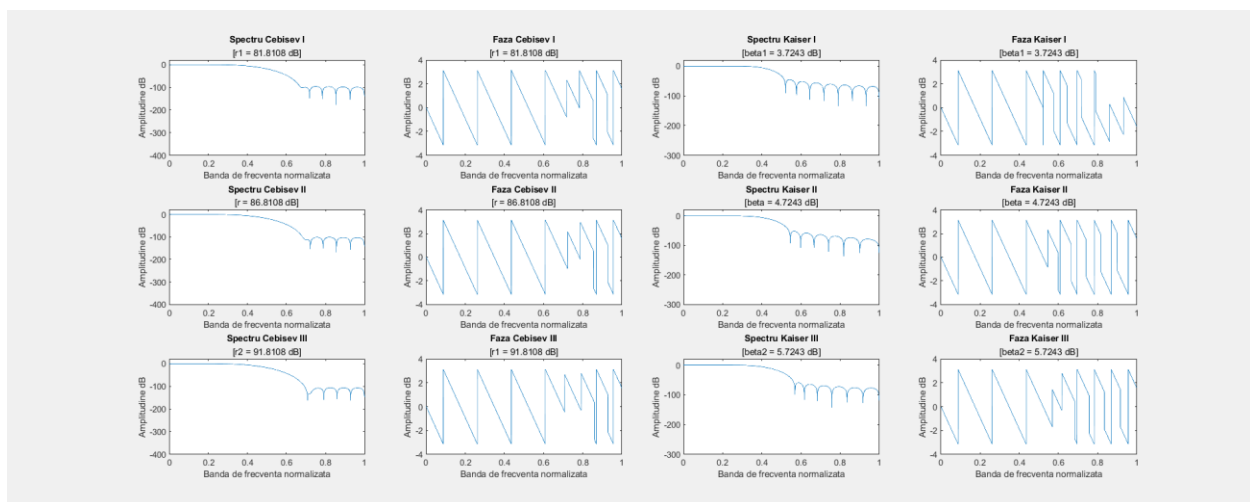


Figura 12. Raspunsul filtrelor FIR1 ale ferestrelor Cebyshev si Kaiser cu parametrii modificati

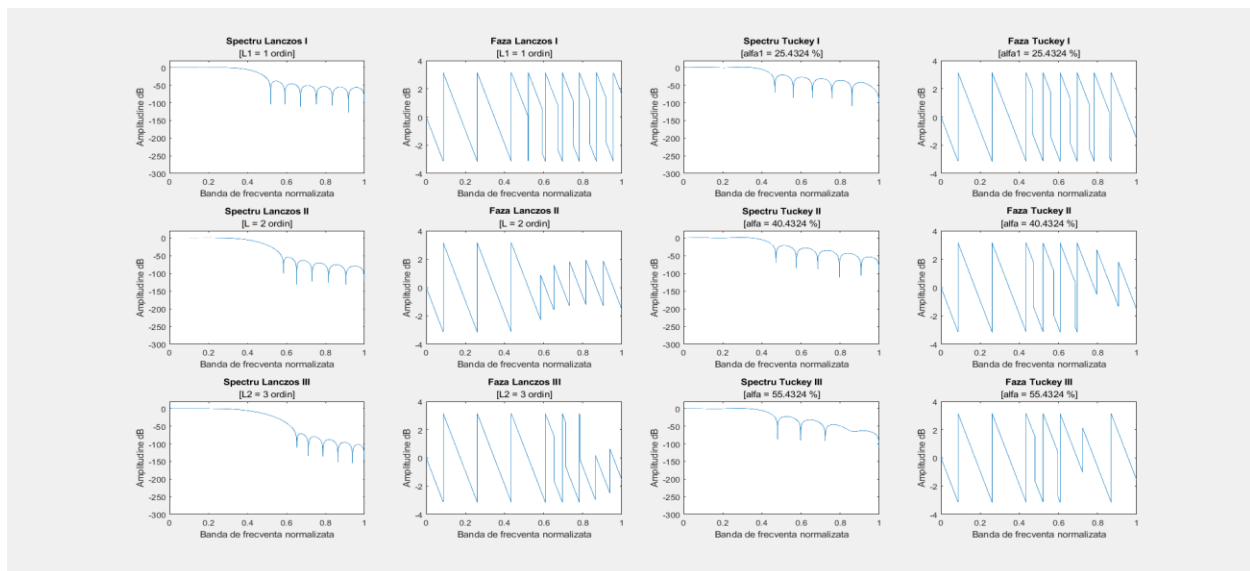


Figura 13. Raspunsul filtrelor FIR1 ale ferestrelor Lanczos si Tuckey cu parametrii modificati

Modul de abordare a clasificarii pe care am folosit-o:

->am grupat filtrele in grupuri de cate 3-4 pentru a putea face o clasificare cu nu prea multe elemente

->dupa ce evaluam grupurile si le faceam un podium , incepeam sa compar cel mai prost filtru al unui grup cu cel mai bun filtru de la alt grup si daca se intampla sa fie mai bun/prost updatam clasificarea si concatenam grupele si dupa reverificam clasificarea ca sa fiu sigur ca este buna

->si repetam procesul pana cand imi terminam clasificarea

->Concret ce am facut , am grupat Cebyshev , Kaiser , Lanczos si Tuckey in grupe cu numai filtrele de genul lor

->Am determinat cele mai bune din fiecare grup ex : Cebyshev 3 Kaiser 2 Tuckey 3 Lanczos 3

->Dupa am incercat sa compar cele 9 ferestre incluzand cele de mai sus si aveam o clasificare provizorie pentru 9 filtre

->Dupa ce aveam clasificarea , am inceput sa pun un filtru cu cate un filtru in ordine si updatam podiumul pe parcurs

->Cum determinam care filtru era cel mai bun? Ma uitam in banda de trecere si stopare sa fie cat mai asemanator de filtru ideal plus sa nu fie influentat prea mult de fenomenul GIBBS , de exemplu pana la pozitia 10 inclusiv fenomenul GIBBS isi facea prezenta in special in banda de trecere , dar in consecinta banda de stopare era foarte buna

->Cand a trebuit sa compar filtrele cele mai bune m-am uitat foarte bine la cat de mult atenuau banda de stopare(de la pozitia 9 in sus)

-> Clasificarea celor 17 pozitii ale filtrelor cu care am avut de lucru

1. Cebyshev 3 (Castigatoarea de pe locul intai Cebyshev [$r=91.8108$ dB]) [$r + 5$]
2. Cebyshev 2 [r]
3. Lanczos 3 [$L + 1$]
4. Cebyshev 1 [$r - 5$]
5. Blackman
6. Kaiser 2 [β]
7. Lanczos 2 [L]
8. Kaiser 3 [$\beta + 1$]
9. Hanning (A doua alegere)
- 10.Kaiser 1 [$\beta - 1$]
- 11.Hamming
- 12.Triunghiulara
- 13.Lanczos 1 [$L - 1$]
- 14.Dreptunghiulara
- 15.Tuckey 3 [$\alpha + 15$]
- 16.Tuckey 2 [α]
- 17.Tuckey 1 [$\alpha - 15$]

->Clasamentul filtrelor ce folosesc cele 9 ferestre (Modul dupa care am facut clasificarea este simplu : Am pus in clasament pozitiile ferestrelor numai de ordin 2 deoarece am considerat acestea ca sunt reprezentate de parametrul de baza nemodificat si astfel pentru datele mele am pus in concordanta cu pozitia ferestrelor de la celalalta clasificare) De ce am facut asa si nu am luat doar prima instanta de nume ale ferestrelor ? Fiindca daca ma duc pe acest criteriu atunci nu pot sa fac o aproximare buna a clasamentului.De ce? Fiindca pot modifica parametrul secundar pana cand iese el cel mai bun dintre ele (De exemplu sa iau filtrul Tuckey, ii modific procentajul de deschidere a ferestrei pana cand produce o performanta foarte buna care il ajuta sa se compare cu alte filtre din start mai bune decat el , exemplu kaiser, si mi se pare ok sa concep clasamentul asa).

1. Cebyshev
2. Blackman
3. Kaiser
4. Lanczos
5. Hanning
6. Hamming
7. Triunghiulara
8. Dreptunghiulara
9. Tuckey

Clasamentul furnizat de la quizul de laborator

1. Kaiser
2. Cebyshev
3. Blackman
4. Lanczos
5. Hanning
6. Hamming
7. Tuckey
8. Triunghiulara
9. Dreptunghiulara

->Pot observa ca numai 2 perechi de ferestre si-au schimbat pozitia , perechea cu cele mai bune si perechea cu cele mai proaste. Dar chestia asta se intampla doar pentru cazul datelor mele si cum am considerat eu sa se faca clasamentul aproximativ corect.

locul 1 este Cebyshev 3

locul 9 este Hanning

->Cu cat se mareste ferestra cu atat lobul principal si ingustreaza si lobii paraziti se atenuaza la aceeasi interval ca la celelalte ferestre

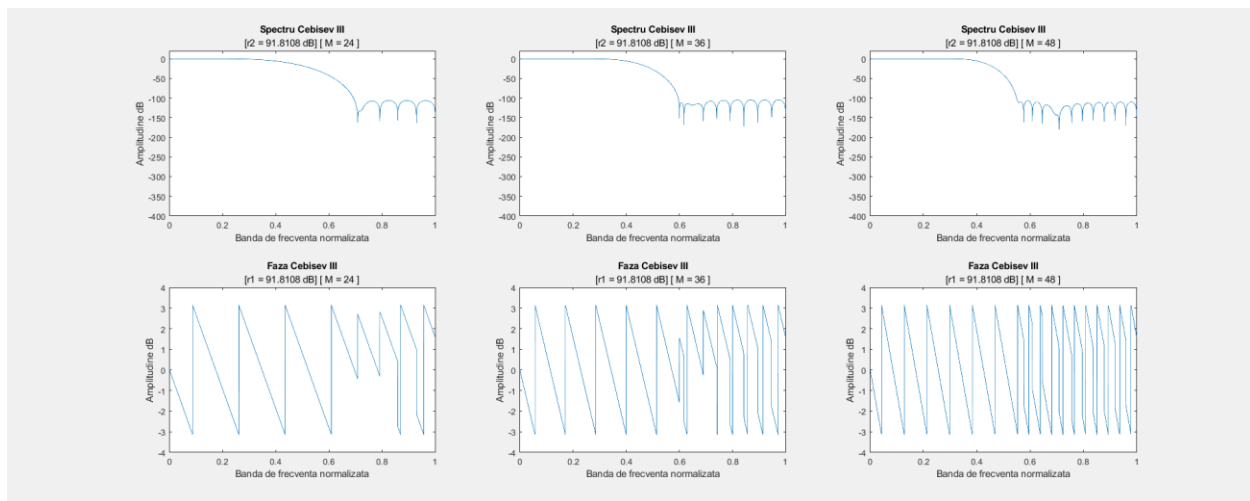


Figura 14. Raspunsul filtrelor FIR1 al ferestrei Cebyshev pentru ordinul modificat

Cu cat se mareste fereastra cu atat lobul principal se ingustreaza si lobii paraziti se atenueaza super bine

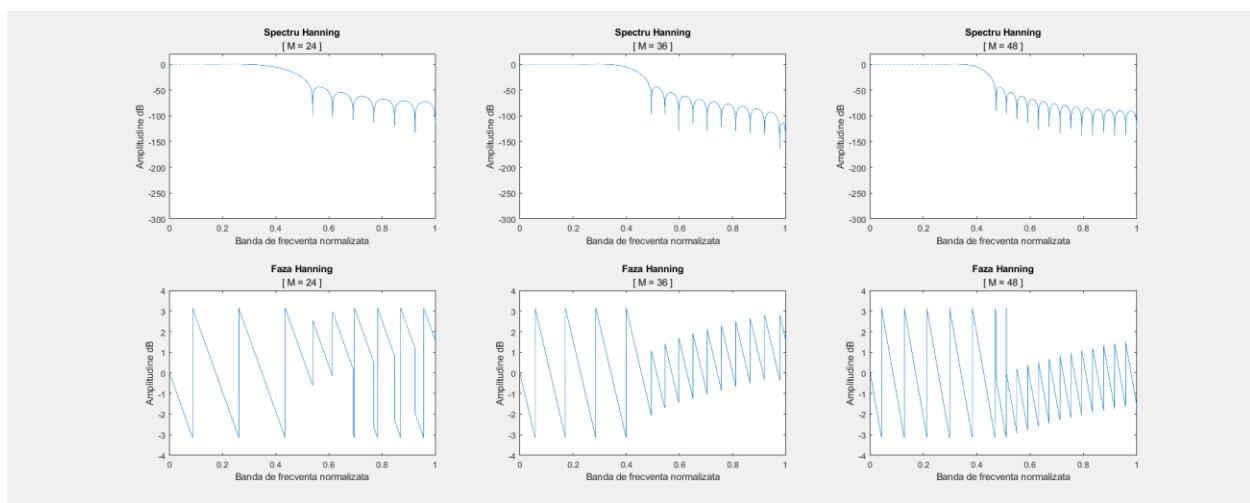


Figura 15. Raspunsul filtrelor FIR1 al ferestrei Hanning pentru ordinul modificat

->Putem observa ca filtru cel mai bun al lui Hanning este cel de ordinul 48 si este mult mai bun decat cel mai slab filtru al lui Cebyshev, cel de ordinul 24, de unde tragem concluzia ca ordinul filtrului joaca un rol important in performanta acestuia si ii influenteaza capacitatea de a fi evaluat optimal. Lobul principal al lui Hanning este mult mai bun decat cel al lui Cebyshev, lobii paraziti sunt mult mai ingusti, dar sunt mai lungi decat cei al lui Cebyshev, iar atenuarea la Hanning e mult mai buna in zona de mare frecventa.

Faza 3

-> Rutina aceea a fost una destul de simplă fiindcă doar a trebuit să verific toleranțele impuse pentru un set mic de date. Singura problemă este că nu am avut M -ul de bază destul de mare pentru a îndeplini toleranțele, dar nu a trebuit să-l măresc cu mult pentru a ajunge la o valoare bună de lucru. În rest a trebuit doar să implementez liniile de pe desene cu mare atenție în grilele de frecvență impuse de problemă și să fie scalate corect în decibel.

Ca să pot genera noul clasament de performanță am adunat următoarele date

$M + \text{Freq_c_1} \Rightarrow \text{Delta}(0.4606) \text{ } M=24 \text{ } 2x$

$M + \text{Freq_c_2} \Rightarrow \text{Delta}(0.4266) \text{ } M=24 \text{ } 2x$

$M + \text{Freq_c_3} \Rightarrow \text{Delta}(0.4606) \text{ } M=24 \text{ } 2x$

$M2 + \text{Freq_c_1} \Rightarrow \text{Delta}(0.3108) \text{ } M=36 \text{ } xv$

$M2 + \text{Freq_c_2} \Rightarrow \text{Delta}(0.2319) \text{ } M=36 \text{ } 2x$

$M2 + \text{Freq_c_3} \Rightarrow \text{Delta}(0.3108) \text{ } M=36 \text{ } xv$

$M3 + \text{Freq_c_1} \Rightarrow \text{Delta}(0.2205) \text{ } M=48 \text{ } xv$

$M3 + \text{Freq_c_2} \Rightarrow \text{Delta}(0.1062) \text{ } M=48 \text{ } xv$

$M3 + \text{Freq_c_3} \Rightarrow \text{Delta}(0.2205) \text{ } M=48 \text{ } xv$

-> Dintre care Delta înseamnă suma toleranțelor filtrului respectiv adică $\text{Delta_pr} + \text{Delta_sr}$

M este ordinul filtrului

$2x$ înseamnă că nu sunt îndeplinite ambele toleranțe impuse de ppfti

xv înseamnă că îndeplinită o singură toleranță impusă de ppfti

vv înseamnă sunt îndeplinite ambele toleranțe impuse de ppfti

\Rightarrow ajung la concluzia că nu am niciun filtru valid \Rightarrow trebuie să modific mărimea lui $2 \cdot M$ sau $M3$ până când obțin unul valid \Rightarrow ajungem la $M4$

$M4 = 52$

$M4 + \text{Freq_c_1} \Rightarrow \text{Delta}(0.1984) \text{ } M=52 \text{ } xv$

$M4 + \text{Freq_c_2} \Rightarrow \text{Delta}(0.0783) \text{ } M=52 \text{ } vv$

$M4 + \text{Freq_c_3} \Rightarrow \text{Delta}(0.1984) \text{ } M=52 \text{ } xv$

-> Ca să realizez noul clasament o să le iau în ordine de îndeplinire a criteriilor:

a)indeplinirea tolerantelor impuse(cel mai important)

b)Delta sa fie cat mai mic

c)ordin filtrului sa fie cat mai mic

Astfel avem:

1.M4 Freq_c_2 (cel mai performant)

2.M4 Freq_c_1

3.M4 Freq_c_3

4.M2 Freq_c_2

5.M2 Freq_c_1

6.M2 Freq_c_3

7.M Freq_c_2

8.M Freq_c_1

9.M Freq_c_3 (cel mai neperformant)

Freq_c_1 si Freq_c_2 produc acelasi Delta asa ca pozitiile pe care se afla sunt interschimbabile

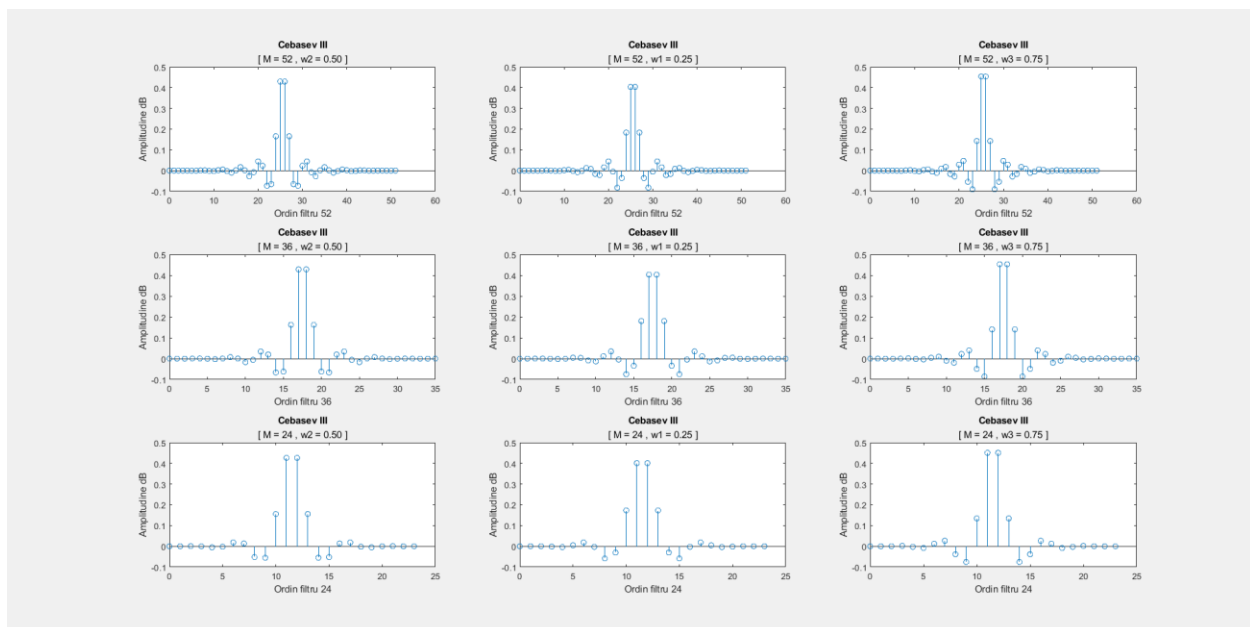


Figura 16. Secvențele pondere ale filtrelor FIR1 al ferestrei Cebyshev in ordinea performantelor prestate

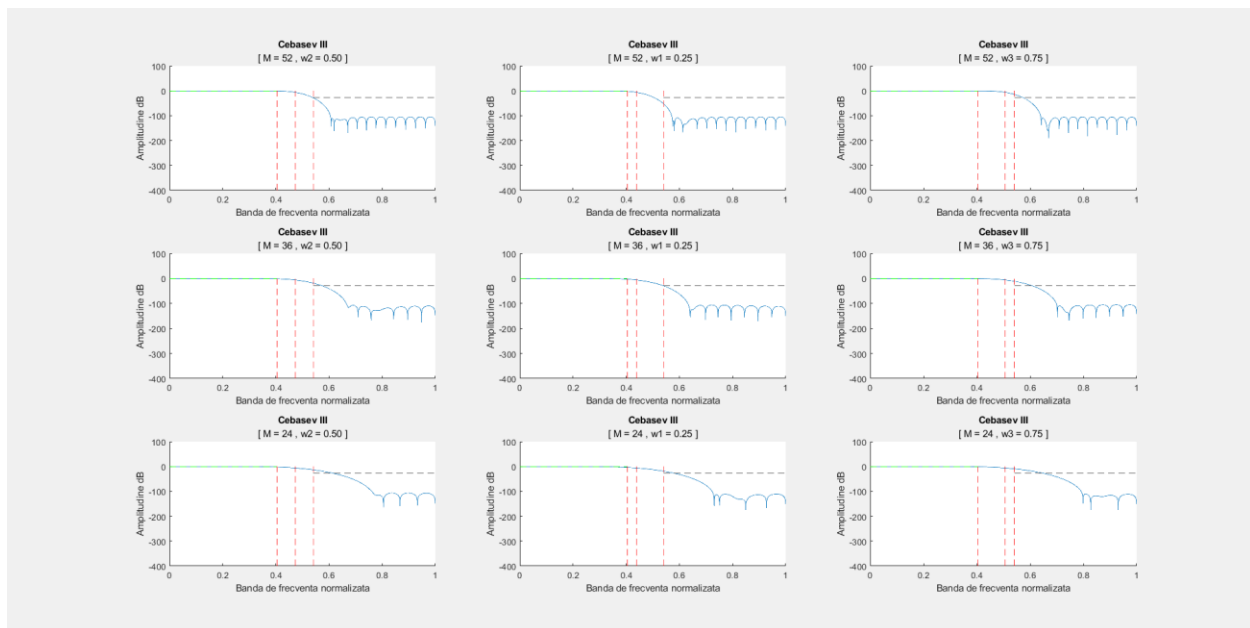


Figura 17. Raspunsul spectrelor in dB ale filtrelor FIR1 al ferestrei Cebyshev in ordinea performantelor prestate

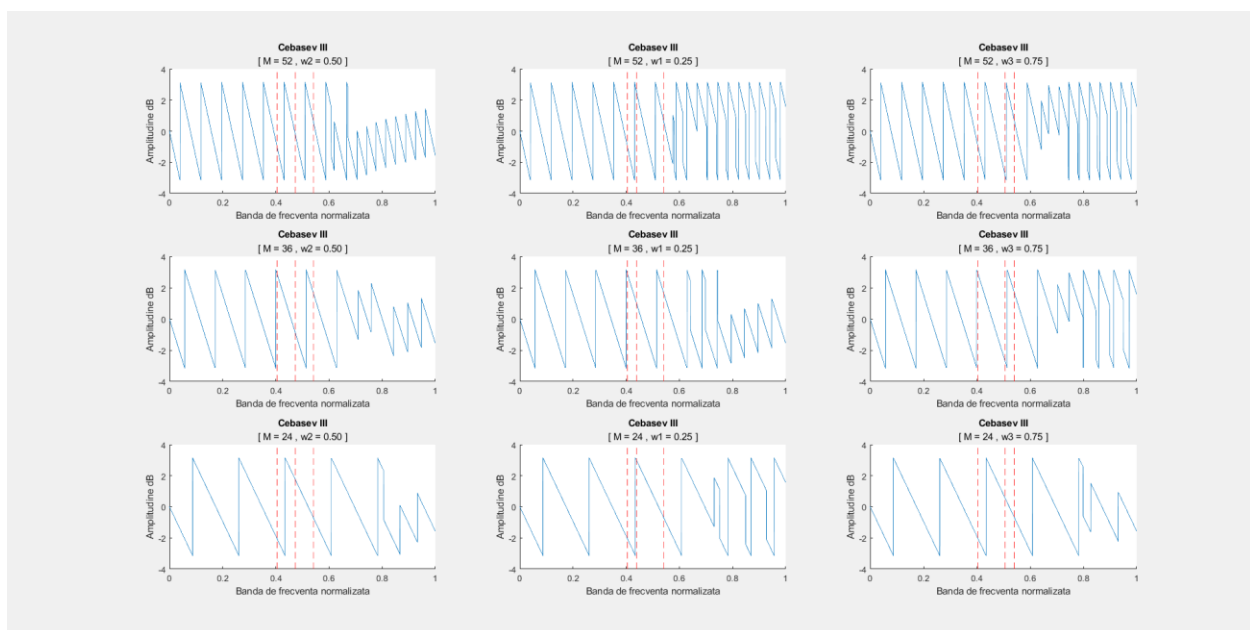


Figura 18. Raspunsul fazelor ale filtrelor FIR1 al ferestrei Cebyshev in ordinea performantelor prestate

Faza 4

->In urma testelor am ajuns la concluzia ca ordinea celor mai bune filtre sunt:

1. Kaiser [M=23 beta=1.965] GOLD 1
2. Cebyshev [M=23 r=21.98] SILVER 2
3. Tuckey [M=23 alfa=86.5%] BRONZE 3
4. Hanning [M=36]
5. Hamming [M=37]
6. Lanczos [M=40 L=1]
7. Blackman [M=48]
8. Dreptunghiulara [M=66]
9. Triunghiulara [M=76]

->Am compus o rutina care folosesc ca parametri de intrare filtrul ferestrei, dimensiunea acesteia M si tolerantele impuse ppfti . Pentru ferestrele neparametrice este simplu deoarece trebuie sa iteram doar dimensiunea ferestrei si sa comparam tolerantele calculate de filtru pentru a indica sau nu utilizarea filtrului de ordin M. Inainte ca M-ul sa se poate incrementa incontinuare verificam si valorile pe care poate frecventa de taiere ω_c sa le foloseasca fiindca are o raza de valorile in care tolerantele impuse sunt valide si astfel putem extrage cel mai bun ω_c pentru a determina cea mai mica suma de tolerante . O capcana in care am intrat de la faza 3 e ca am ramas cu impresia ca ω_c este proportional in functie de ω_p/ω_s si ca da valorile in oglinda (adica $0.45*\omega_p+0.55*\omega_s == 0.55*\omega_p+0.45*\omega_s$). Limitele pe care le-am gasit pentru ω_c ca sa-mi indeplineasca tolerantele impuse a fost de 40-51% adica ($0.4*\omega_p+0.60*\omega_s \dots 0.51*\omega_p+0.49*\omega_s$) si astfel am putut gasi o suma de tolerante mult mai mica pentru cerinta.

->Daca am si parametru secundar, intai iterez ω_c , dupa parametrul secundar si dupa lungimea ferestrei. Aceste ferestre au fost foarte usor din cauza flexibilitatii datelor si probabil din cauza limitelor pe care le-am primit(ω_p/ω_s) si astfel Tuckey , desi a fost rankat in celalalte clasamente ca fiind deplorabil si inefficient , cu parametrii alesi correct poate ajunge la o performanta destul de buna.

->Kaiser si Cebyshev pare ca si-au pastrat pozitia pe podium dar in urma testelor par ca sunt cele mai bune ferestre de lucrat (au performanta de baza foarte buna)

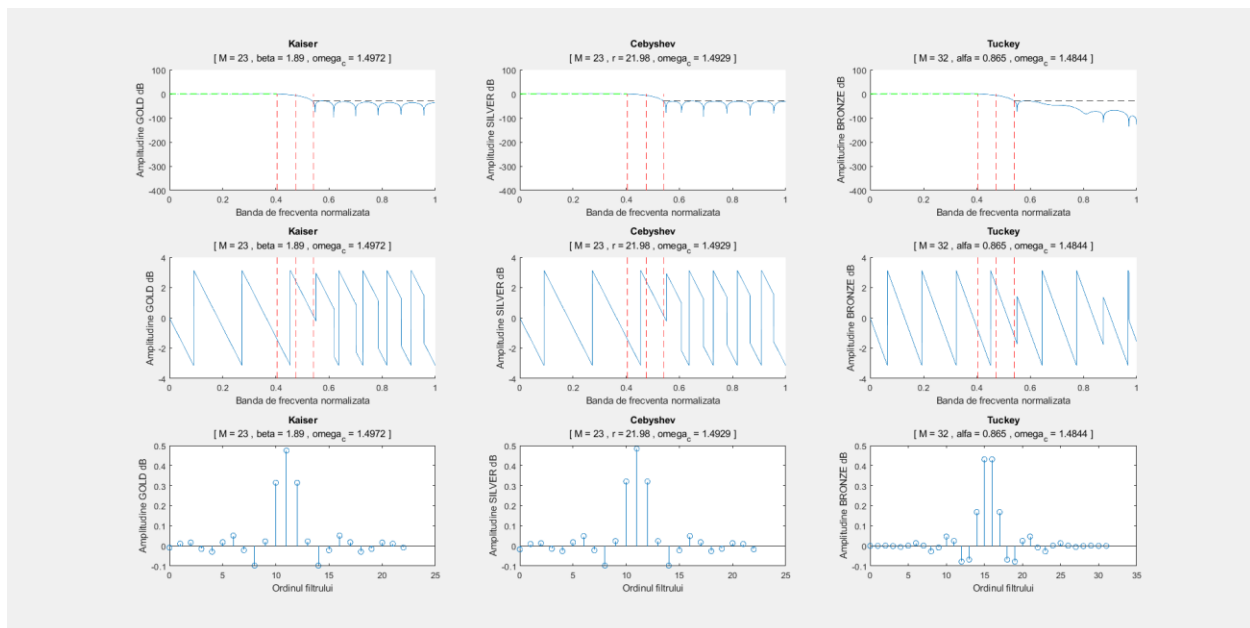


Figura 19. Clasamentul GOLD SILVER BRONZE al fazei#4

Concluzie

->In concluzie metoda ferestrei reprezinta una dintre metodele clasice din Prelucrare Semnalelor care ajuta utilizatorul sa produca un clasament concret si raspicace ale unor ferestre de baza si folosite in abudenta in acelasi domeniu. Desi pentru majoritatea testarilor ai crede ca fiind 9 ferestre diferite , acestea au foarte mult chestii in comun doar ca isi schimba compromisul pe care il ofera in folosirea acestora(De exemplu o fereastră are lobul principal foarte mare si lat , dar are lobii paraziti foarte mici si restransi si foarte bine atenuati sau alta fereastră care lobii paraziti destul de inalti cu atenuare mica in banda de frecventa , dar vine la pachet cu un lob principal ingust si inalt) . In urma acestui proiect am realizat ca doar ferestrele de ultimile pozitii produc filtre de performanta foarte scazuta deoarece acestea fiind neparametrice , singurul parametru de care sunt influentat este lungimea ferestrei , ca in rest nu pot gasi un compromis de optimizare (de aceea Blackman , desi are o fereastră foarte buna in frecventa , filtru pe care il produce este detronat de Tuckey cu un parametru secundar adecvat) . In cazul in care dorim performanta maxima sau sa utilizam cat mai putine resurse atunci clasamentul realizat ne da un avantaj foarte mare fiindca ne arata clar cu ce fereastră vrem sa lucram pe viitor si sa ne facem o idee despre cum sa le abordam pentru a gasi solutia optima task-ului impus.

Bibliografie:

<https://www.mathworks.com/help/matlab/help-and-support.html>

Cursul de Prelucrarea Semnalelor : Prof. Titular Dan Stefanoiu