

$$x = [1, 3, 0]$$

$$W = \begin{bmatrix} 0,3 & 0,1 & -2 \\ -0,6 & -0,5 & 2 \\ -1 & -0,5 & 0,1 \end{bmatrix}$$

$$b = [0,1 \quad 0,1 \quad 0,1]$$

$$y = [0,1, 0]$$

---H

- $z = W^T \cdot x + b$

$$z = \begin{bmatrix} 0,3 & -0,6 & -1 \\ 0,1 & -0,5 & -0,5 \\ -2 & 2 & 0,1 \end{bmatrix} \cdot [1, 3, 0] + [0,1 \quad 0,1 \quad 0,1]$$

$$z = [0,3 + (-0,6) \cdot 3, \quad 0,1 + (-0,5) \cdot 3, \quad -2 + 2 \cdot 3] + [0,1 \quad 0,1 \quad 0,1]$$

$$z = [-1,5 \quad -1,4 \quad 4] + [0,1 \quad 0,1 \quad 0,1]$$

$$z = [-1,4 \quad -1,3 \quad 4,1]$$

- $\hat{y} = \text{softmax}(z)$

$$\hat{y}_1 = \frac{e^{-1,4}}{e^{-1,4} + e^{-1,3} + e^{4,1}} = 0,004$$

$$\hat{y}_2 = \frac{e^{-1,3}}{e^{-1,4} + e^{-1,3} + e^{4,1}} = 0,004$$

$$\hat{y}_3 = \frac{e^{4,1}}{e^{-1,4} + e^{-1,3} + e^{4,1}} = 0,992$$

- $\nabla_z L = \hat{y} - y = [0,004 \quad 0,004 \quad 0,992] - [0,1, 0]$   
 $= [0,004 \quad -0,996 \quad 0,992]$

- $\nabla_w L = \nabla_z L \cdot x^T$

$$= \begin{bmatrix} 0,004 & -0,996 & 0,992 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0,004 & 0,012 & 0 \\ -0,996 & -2,988 & 0 \\ 0,992 & 2,976 & 0 \end{bmatrix}$$

- $\nabla_b L = \nabla_z L = \begin{bmatrix} 0,004 & -0,996 & 0,992 \end{bmatrix}$

- $\eta = 0,1$

$$W = W - \eta \cdot \nabla_w L = \begin{bmatrix} 0,3 & 0,1 & -2 \\ -0,6 & -0,5 & 2 \\ -1 & -0,5 & 0,1 \end{bmatrix} - 0,1 \cdot \begin{bmatrix} 0,004 & 0,012 & 0 \\ -0,996 & -2,988 & 0 \\ 0,992 & 2,976 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0,3 & 0,1 & -2 \\ -0,6 & -0,5 & 2 \\ -1 & -0,5 & 0,1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,0004 & 0,0012 & 0 \\ -0,0996 & -0,2988 & 0 \\ 0,0992 & 0,2976 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0,2996 & 0,0988 & -2 \\ -0,5004 & -0,2012 & 2 \\ -1,0992 & -0,7976 & 0,1 \end{bmatrix}$$

$$b = b - \eta \cdot \nabla_b L$$

$$= \begin{bmatrix} 0,1 & 0,1 & 0,1 \end{bmatrix} - 0,1 \cdot \begin{bmatrix} 0,004 & -0,996 & 0,992 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0,1 & 0,1 & 0,1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,0004 & -0,0996 & 0,0992 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0,0996 & 0,1996 & 0,0008 \end{bmatrix}$$