TEORIE 2

1. **Un SLN este observabil daca:**
2. **Conditia pentru estimarea prin modelare este:**

Un SLN este observabil daca:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

a. $rg\,[\,\lambda I - A \quad C\,] = n,\ \forall\,\lambda \in C$

b. $rg \begin{bmatrix} C \\ \lambda I - A \end{bmatrix} = n,\ \forall\,\lambda \in C$

c. $rg \begin{bmatrix} \lambda I - A \\ C \end{bmatrix} = n,\ \forall\,\lambda \notin \sigma(A)$

2 întrebare

Complet
Marcat 2,00 din 2,00
Fără flagÎntrebare cu flag

Textul întrebării

Conditia pentru estimarea prin modelare este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

a. A stabila

b. (A, B) controlabila

c. (C, A) observabila

Cate solutii are problema alocarii in cazul m = 1

Pentru legea de comanda u = … pentru care perechea …

6 întrebare

Complet
Marcat 2,00 din 2,00
Fără flagÎntrebare cu flag

Textul întrebării

Cate solutii are problema alocarii in cazul $m = 1$

Alegeți una sau mai multe opțiuni:
- a. una
- b. o infinitate
- c. niciuna

7 întrebare

Complet
Marcat 2,00 din 2,00
Fără flagÎntrebare cu flag

Textul întrebării

Pentru legea de comanda $u = Fx + Gv$ pentru care perechea $A_F = A + BF,\ B_F = BG$

Alegeți una sau mai multe opțiuni:
- a. (A_F, B_F) controlabila$\Leftrightarrow$ (A_F, B_F) controlabila
- b. (A_F, B_F) controlabila$\Rightarrow$ (A, B) necontrolabila
- c. (A, B) controlabila$\Rightarrow$ (A_F, B_F) necontrolabila

Legea de comanda prin reactie dupa stare este

Teorema de descompunere observabila TDO arata ca:

9 întrebare

Complet
Marcat 2,00 din 2,00
Fără flagÎntrebare cu flag

Textul întrebării

Legea de comanda prin reactie dupa stare este

Alegeți una sau mai multe opțiuni:
a. $u = Fx + Gv$

b. $u = Fx$

c. $y = Fx$

10 întrebare

Complet
Marcat 2,00 din 2,00
Fără flagÎntrebare cu flag

Textul întrebării

Teorema de descompunre observabila TDO arata ca:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:
a. $rg\,Q = p$

b. $rg\,Q = n$

c. $rg\,Q = n_1 = dim(A_1)$

Conditia pentru estimarea prin modelare este:

Un SLN este observabil daca:

9 Întrebare

Complet

Marcat 2,00 din 2,00

Întrebare cu flag

Conditia pentru estimarea prin modelare este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [x] a. A stabila
- [ ] b. (C, A) observabila
- [ ] c. (A, B) controlabila

10 Întrebare

Complet

Marcat 2,00 din 2,00

Întrebare cu flag

Un SLN este observabil daca:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [x] a. $rg\begin{bmatrix} C \\ \lambda I - A \end{bmatrix} = n,\ \forall\, \lambda \in C$
- [ ] b. $rg\begin{bmatrix} \lambda I - A & C \end{bmatrix} = n,\ \forall\, \lambda \in C$
- [ ] c. $rg\begin{bmatrix} \lambda I - A \\ C \end{bmatrix} = n,\ \forall\, \lambda \notin \sigma(A)$

Solutia problemei alocarii in cazul m = 1 este

1 întrebare

Complet

Marcat 2,00 din 2,00

Întrebare cu flag

Solutia problemei alocarii in cazul $m = 1$ este

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- a. $f^T = q^T \chi(A)$
- b. $f^T = -q^T \chi_d(A)$
- c. $f^T = \chi_d(A) g$

Conditia pentru care problema alocarii in cazul m = 1 sa aiba solutie este:

3 întrebare

Complet

Marcat 2,00 din 2,00

Întrebare cu flag

Conditia pentru ca problema alocarii in cazul $m = 1$ sa aiba solutie este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- a. (A, B) stabilizabila
- b. (C, A) observabila
- c. (A, B) controlabila

Compensatorul dinamic stabilizator poate fi gasit (exista) pentru sigma = (A, B, C) daca si numai daca

4 întrebare

Complet

Marcat 2,00 din 2,00

Întrebare cu flag

Compensatorul dinamic stabilizator poate fi gasit (exista) pentru $\Sigma = (A, B, C)$ daca si numai daca

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- a. Σ este complet
- b. (C, A) observabila
- c. (A, B) controlabila

Legea de comanda prin reactie dupa stare este

Modelul intern cu H_MI = 1/(s^2 + w^2) asigura rejectia perturbatiilor de tip

Pentru legea de comanda u = Fx + Gv pentru care perechea A_F = A+ BF, B_F = BG

5 întrebare
Complet
Marcat 2,00 din 2,00
Întrebare cu flag

Legea de comanda prin reactie dupa stare este

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. $y = Fx + Gv$, cu G nesingulara
- [ ] b. $u = Fx + Bv$
- [x] c. $u = Fx + Gv$, cu G nesingulara

6 întrebare
Complet
Marcat 2,00 din 2,00
Întrebare cu flag

Modelul intern cu $H_{MI} = \frac{1}{s^2+\omega^2}$ asigura rejectia perturbatiilor de tip

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. treapta
- [x] b. sinusoidal
- [ ] c. rampa

7 întrebare
Complet
Marcat 2,00 din 2,00
Întrebare cu flag

Pentru legea de comanda $u = Fx + Gv$ pentru care perechea $A_F = A + BF,\ B_F = BG$

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. (A_F, B_F) controlabila$\Rightarrow$ (A, B) necontrolabila
- [x] b. (A_F, B_F) controlabila$\Leftrightarrow$ (A_F, B_F) controlabila
- [ ] c. (A, B) controlabila$\Rightarrow$ (A_F, B_F) necontrolabila

Conditia pentru estimarea prin modelare este:

Un SLN este observabil daca:

9 Intrebare

Complet

Marcat 2,00 din 2,00

Întrebare cu flag

Conditia pentru estimarea prin modelare este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [x] a. A stabila
- [ ] b. (C, A) observabila
- [ ] c. (A, B) controlabila

10 Intrebare

Complet

Marcat 2,00 din 2,00

Întrebare cu flag

Un SLN este observabil daca:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [x] a. $rg\begin{bmatrix} C \\ \lambda I - A \end{bmatrix} = n, \ \forall\, \lambda \in C$
- [ ] b. $rg\,[\,\lambda I - A \quad C\,] = n, \ \forall\, \lambda \in C$
- [ ] c. $rg\begin{bmatrix} \lambda I - A \\ C \end{bmatrix} = n, \ \forall\, \lambda \notin \sigma(A)$

Legatura dintre stabilizabilitate si alocabilitate

1 întrebare

Complet

Marcat 2,00 din 2,00

Întrebare cu flag

Legatura dintre stabilizabilitate si alocabilitate

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. (A, B) alocabila $\Leftrightarrow$ (A, B) stabilizabila
- [x] b. (A, B) alocabila $\Rightarrow$ (A, B) stabilizabila
- [ ] c. (A, B) stabilizabila$\Rightarrow$ (A, B) alocabila

Compensatorul dinamic stabilizator poate fi gasit (exista) pentru E = (A, B, C) daca si numai daca

Legea de comanda prin reactie dupa stare este

1 Întrebare

Complet

Marcat 2,00 din 2,00

Întrebare cu flag

Compensatorul dinamic stabilizator poate fi gasit (exista) pentru $\Sigma = (A, B, C)$ daca si numai daca

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. (A, B) controlabila
- [ ] b. (C, A) observabila
- [x] c. Σ este complet

2 Întrebare

Complet

Marcat 2,00 din 2,00

Întrebare cu flag

Legea de comanda prin reactie dupa stare este

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. $u = Fx + Bv$
- [x] b. $u = Fx + Gv$, cu G nesingulara
- [ ] c. $y = Fx + Gv$, cu G nesingulara

Teorema de descompunre observabila TDO arata ca:

Modelul intern cu H_MI = 1/s asigura rejectia perturbatiilor de tip

5 întrebare

Complet

Marcat 2,00 din 2,00

Întrebare cu flag

Teorema de descompunre observabila TDO arata ca:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. $A = \begin{bmatrix} A_1 & A_3 \\ O & A_2 \end{bmatrix}$
- [x] b. (C_1, A_1) observabila
- [ ] c. (C, A) observabila

6 întrebare

Complet

Marcat 2,00 din 2,00

Întrebare cu flag

Modelul intern cu $H_{MI} = \frac{1}{s}$ asigura rejectia perturbatiilor de tip

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [x] a. treapta
- [ ] b. rampa
- [ ] c. sinusoidal

Legatura dintre stabilizabilitate si alocabilitate

Q_t din solutia problemei alocarii m = 1 este

7 întrebare

Complet

Marcat 2,00 din 2,00

Întrebare cu flag

Legatura dintre stabilizabilitate si alocabilitate

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [x] a. (A, B) alocabila $\Rightarrow$ (A, B) stabilizabila
- [ ] b. (A, B) stabilizabila$\Rightarrow$ (A, B) alocabila
- [ ] c. (A, B) alocabila $\Leftrightarrow$ (A, B) stabilizabila

8 întrebare

Complet

Marcat 2,00 din 2,00

Întrebare cu flag

q^T din solutia problemei alocarii $m = 1$ este

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [x] a. ultima linie din R^{-1}
- [ ] b. $q^T = [0 \quad \cdots \quad 0 \quad 1]$
- [ ] c. ultima linie din R

Conditia pentru estimarea prin modelare este

Conditia pentru ca problema alocarii in cazul m = 1 sa aiba solutie este

9 Întrebare

Complet

Marcat 2,00 din 2,00

Întrebare cu flag

Conditia pentru estimarea prin modelare este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. (A, B) controlabila
- [x] b. A stabila
- [ ] c. (C, A) observabila

10 Întrebare

Complet

Marcat 2,00 din 2,00

Întrebare cu flag

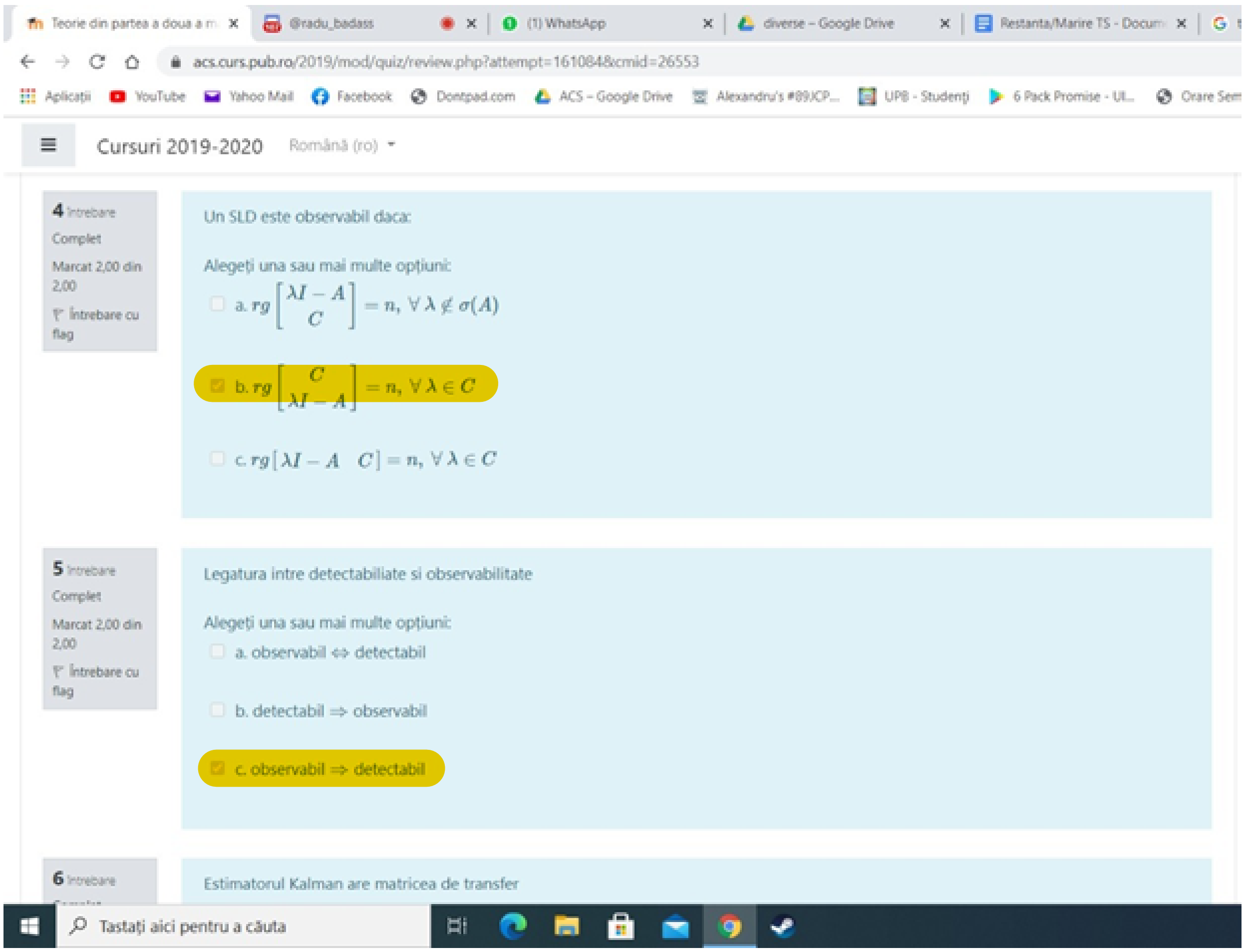
Conditia pentru ca problema alocarii in cazul $m = 1$ sa aiba solutie este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. (C, A) observabila
- [ ] b. (A, B) stabilizabila
- [x] c. (A, B) controlabila

Un SLD este observabil daca

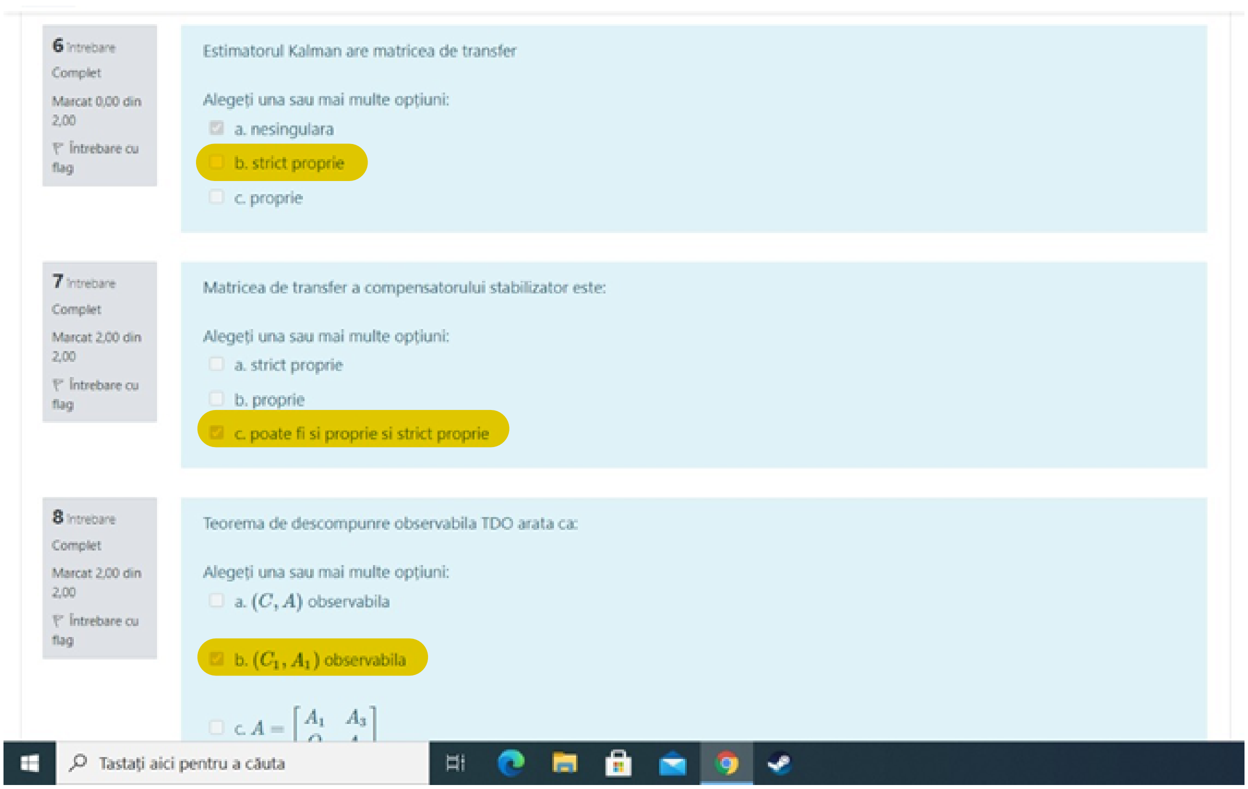
Legatura intre detectabilitate si observabilitate



Estimatorul Kalman are matricea de transfer => strict proprie!!!

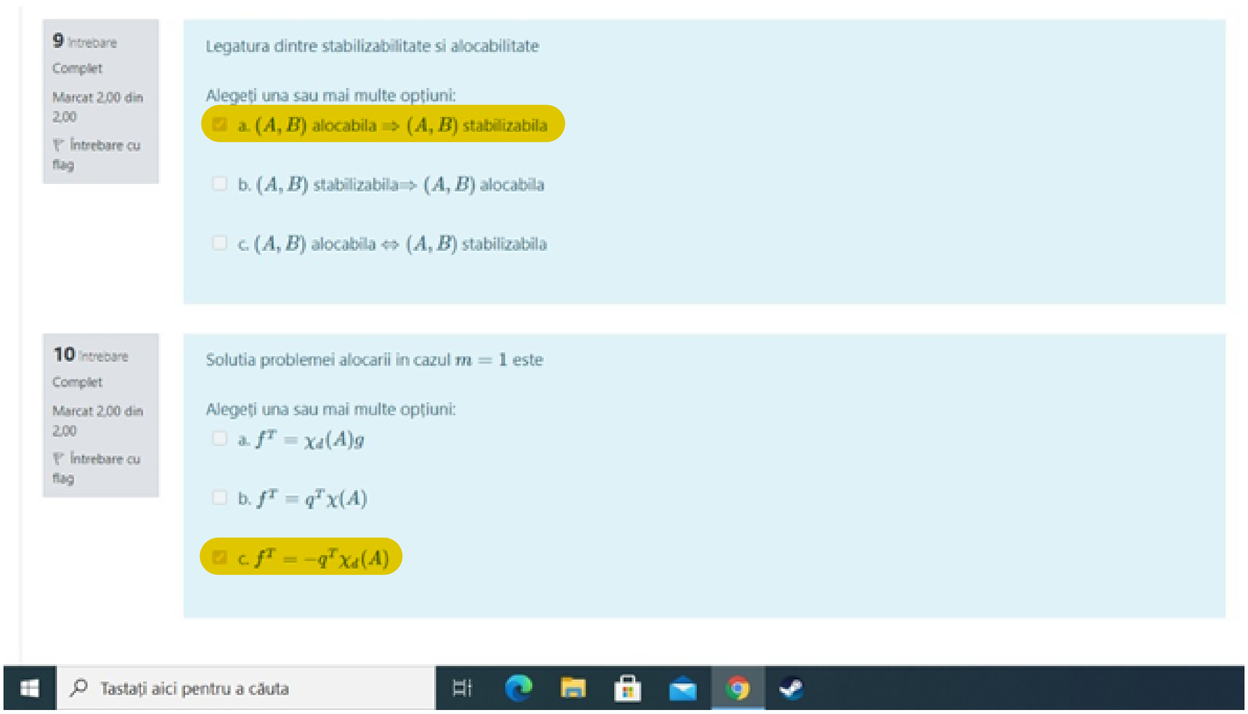
Matricea de transfer a compensatorului stabilizator este

Teorema de descompunre observabila TDO arata ca

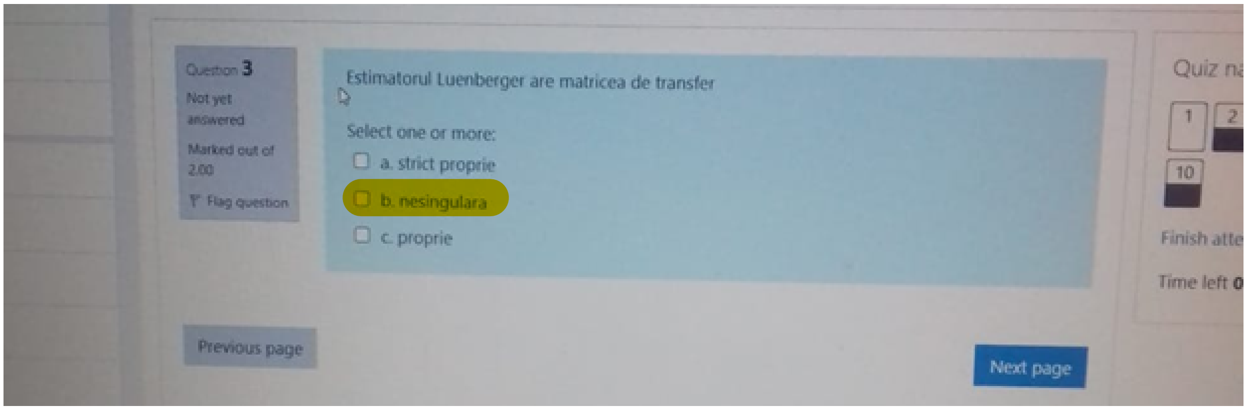


Legatura dintre stabilizabilitate si alocabilitate

Solutia problemei alocarii in cazul m = 1 este



Estimatorul Luenberger are matricea de transfer



Un SLD este observabil daca:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

a. $rg[C\lambda I-A]=n,\ \forall\ \lambda\in C$
solutia
b. $rg[\lambda I-AC]=n,\ \forall\ \lambda\notin\sigma(A)$
c. $rg[\lambda I-AC]=n,\ \forall\ \lambda\in C$

Probleme 2

Fie sistemul liniar neted (SLN) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

cu

$$F_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ si } g = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

q^T din algoritmul de alocare pentru cazul multivariabil este:

Select one or more:

- [ ] a. $q^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
- [ ] b. $q^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
- [ ] c. $q^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

1.

Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Determinati daca perechea (A,B) este controlabila.

Select one:

- ○ True
- ○ False

2.

Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Determinati daca perechea (C,A) este observabila.

Selectați o opțiune:

- ○ Adevărat
- ○ Fals

3.

Fie sistemul liniar neted (SLN) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

cu

$\lambda_d = \{-1, -1, -1\}$ si la care se stie $q^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ si $g = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

F care aloca λ_d este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- ☐ a. $F = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 7 \\ 3 & -1 & 7 \end{bmatrix}$
- ☐ b. $F = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$
- ☐ c. $F = \begin{bmatrix} 7 & -1 & 4 \\ 7 & -1 & 4 \end{bmatrix}$

4.

Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

cu

$\lambda_e = \{0, 0, 0\}$

Matricele J si K ale estimatorului de stare unitar (Kalman) sunt:

NOTA: Se considera ca perechea (C,A) este observabila

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. $J = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, $K = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}$
- [ ] b. $J = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, $K = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$
- [ ] c. $J = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, $K = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$

5.

Fie sistemul liniar neted (SLN) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

cu

$\lambda_d = \{-1, -1, -1\}$ si la care se stie $q^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ si $g = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

F care aloca λ_d este:

Select one or more:

- a. $F = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$
- b. $F = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 7 \\ 3 & -1 & 7 \end{bmatrix}$
- c. $F = \begin{bmatrix} 7 & -1 & 4 \\ 7 & -1 & 4 \end{bmatrix}$

6.

P2. Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

cu

$F_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ si $g = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

q^T din algoritmul de alocare pentru cazul multivariabil este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- a. $q^T = \begin{bmatrix} -1 & 5 & 0 \end{bmatrix}$
- b. $q^T = \begin{bmatrix} -5 & -3 & -2 \end{bmatrix}$
- c. $q^T = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$

7.

Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

cu

$$\lambda_e = \{0, 0, 0\}$$

Matricele J si K ale estimatorului de stare unitar (Kalman) sunt:

NOTA: Se considera ca perechea (C,A) este observabila

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- a. $J = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \; K = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}$
- b. $J = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 5 \end{bmatrix}, \; K = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ -3 \end{bmatrix}$
- c. $J = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -5 \end{bmatrix}, \; K = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}$

8.

Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

cu

$$\lambda_e = \{0, 0, 0\}$$

Matricele J si K ale estimatorului de stare unitar (Kalman) sunt:

NOTA: Se considera ca perechea (C,A) este observabila

Select one or more:

- a. $J = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$
- b. $J = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$
- c. $J = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}$

9.

Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

cu

$\lambda_e = \{0, 0, 0\}$

Matricele J si K ale estimatorului de stare unitar (Kalman) sunt:

NOTA: Se considera ca perechea (C,A) este observabila

Select one or more:

- [x] a. $J = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, $K = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$
- [ ] b. $J = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, $K = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$
- [ ] c. $J = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, $K = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}$

10.

Fie sistemul liniar neted (SLN) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

cu

$\lambda_d = \{-1, -1, -1\}$ si la care se stie $q^T = \begin{bmatrix} 3 & -2 & -1 \end{bmatrix}$ si $g = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

F care aloca λ_d este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. $F = \begin{bmatrix} -4 & 3 & 1 \\ -4 & 3 & 1 \end{bmatrix}$
- [ ] b. $F = \begin{bmatrix} -6 & 4 & -4 \\ -6 & 4 & -4 \end{bmatrix}$
- [ ] c. $F = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

11.

Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Determinati daca perechea (A,B) este controlabila.

Selectați o opțiune:

- (x) Adevărat
- ( ) Fals

12.

Fie sistemul liniar neted (SLN) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

cu

$$F_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ si } g = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

q^T din algoritmul de alocare pentru cazul multivariabil este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [x] a. $q^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
- [ ] b. $q^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$
- [ ] c. $q^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

13.

P2. Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

cu

$F_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ si $g = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

q^T din algoritmul de alocare pentru cazul multivariabil este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [x] a. $q^T = \begin{bmatrix} -1 & 5 & 0 \end{bmatrix}$
- [ ] b. $q^T = \begin{bmatrix} -5 & -3 & -2 \end{bmatrix}$
- [ ] c. $q^T = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$

14.

Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

cu

$$\lambda_e = \{0, 0, 0\}$$

Matricele J si K ale estimatorului de stare unitar (Kalman) sunt:

NOTA: Se considera ca perechea (C,A) este observabila

Select one or more:

- [ ] a. $J = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 5 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ -3 \end{bmatrix}$
- [ ] b. $J = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -5 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}$
- [x] c. $J = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}$

15.

egzamen tese

Started on	Monday, 8 February 2021, 11:18 AM
State	Finished
Completed on	Monday, 8 February 2021, 11:19 AM
Time taken	0 min 59 secs
Grade	**20.00** out of 20.00 (**100**%)

Hai cu testul
Cumpar Parpalac AOLO, vrei sa fii ca in filmele Matrix
=====================
I: a picat moodle? sa nu picam si noi
R:a revenit

SUNT CA LA RESTANTA ???? da DA DA DA DA DA avem un curajos care a inceput

VAND PARPALAC

Caut oaia anonima

aici restantierul anonim

vand oaia

pe bucati ca sa o asamblam noi acasa ca pe lego ikea

hai copii cu curaj

oferta la pasarea kiwi + iepure mitic

la irina sus pe casa e un hot cu mustata

deci nu cred sunt aceleasi ca la restanta

=====================

I:

R:

=====================

I:

1 întrebare

Nu a primit răspuns încă

Marcat din 2,00

Întrebare cu flag

Legatura intre detectabiliate si observabilitate

Selectați unul sau mai multe:

- [ ] a. observabil $\Leftrightarrow$ detectabil
- [x] b. observabil $\Rightarrow$ detectabil
- [ ] c. detectabil $\Rightarrow$ observabil

R:

eu am vazut b la curs +1+ ++1A

+1=====================++1

I:

R:

=====================

I:

4 întrebare

Nu a primit răspuns încă

Marcat din 2,00

Întrebare cu flag

Conditia pentru ca problema alocarii in cazul $m = 1$ sa aiba solutie este:

Selectați unul sau mai multe:

- [ ] a. (C, A) observabila
- [ ] b. (A, B) controlabila
- [ ] c. (A, B) stabilizabila

cineva? Bine tu chiri (y)

R:b cred este +++ *aici pare ca scrie la restanta ca e alta varianta - a. ce ziceti?zice tot b la restanta pai stai ca sunt random astea ma nu in aceeasi ordine

=====================

I:

6 întrebare

Nu a primit răspuns încă

Marcat din 2,00

Întrebare cu flag

Teorema de descompunere observabila TDO arata ca:

Selectați unul sau mai multe:

- a. (C, A) observabila
- b. (C_1, A_1) observabila
- c. $A = \begin{bmatrix} A_1 & A_3 \\ O & A_2 \end{bmatrix}$

cineva?

R: C1 A1 observabila +

=====================

Teorema de descompunere observabila TDO arata ca:

Selectați unul sau mai multe:

- a. $rg\ Q = n_1 = dim(A_1)$
- b. $\boxed{rg\ Q = n}$
- c. $rg\ Q = p$

I:

R: b ???? eu stiu ca e a. si eu cred ca a.. alte pareri? e a. Confirm a

Fie acest sistem cu perechea (C_1, A_1) observa-bilă de dimensiune $n_1 = rang\ Q$

a credf

=====================

Legea de comanda prin reactie dupa stare este

Selectați unul sau mai multe:

- a. $u = Fx + Bv$
- b. $y = Fx + Gv$, cu G nesingulara
- c. $u = Fx + Gv$, cu G nesingulara

I:
R:c +

=====================
I:Legatura intre detectabiliate si observabilitate

Legatura intre detectabiliate si observabilitate

Selectați unul sau mai multe:

- [ ] a. observabil $\Leftrightarrow$ detectabil
- [x] b. observabil $\Rightarrow$ detectabil
- [ ] c. detectabil $\Rightarrow$ observabil

R:a-

=====================
I:

Conditia pentru ca problema alocarii in cazul $m = 1$ sa aiba solutie este:

Selectați unul sau mai multe:

- a. (A, B) stabilizabila
- b. (C, A) observabila
- c. (A, B) controlabila

c
R:

=====================

Un SLN este observabil daca:

Selectați unul sau mai multe:

- a. $rg\begin{bmatrix}\lambda I - A \\ C\end{bmatrix} = n,\ \forall\,\lambda \notin \sigma(A)$
- b. $rg\begin{bmatrix}C \\ \lambda I - A\end{bmatrix} = n,\ \forall\,\lambda \in C$
- c. $rg\begin{bmatrix}\lambda I - A & C\end{bmatrix} = n,\ \forall\,\lambda \in C$

I:
R:? b??

=====================

Solutia problemei alocarii in cazul $m = 1$ este

Selectați unul sau mai multe:

- a. $f^T = \chi_d(A)g$
- b. $f^T = -q^T\chi_d(A)$
- c. $f^T = q^T\chi(A)$

I:
R:? b
=====================

Legatura dintre stabilizabilitate si alocabilitate

Selectați unul sau mai multe:

- a. (A, B) alocabila $\Rightarrow$ (A, B) stabilizabila
- b. (A, B) stabilizabila$\Rightarrow$ (A, B) alocabila
- c. (A, B) alocabila $\Leftrightarrow$ (A, B) stabilizabila

I:
R: a

=====================

I:

q^T din solutia problemei alocarii $m = 1$ este

Select one or more:

- a. $q^T = [0 \ \cdots \ 0 \ 1]$
- b. ultima linie din R^{-1}
- c. ultima linie din R

R: b +

=====================

Matricea de transfer a compensatorului stabilizator este:

Selectați unul sau mai multe:

- a. proprie
- b. strict proprie
- c. poate fi si proprie si strict proprie

I:

R:? la restanta scrie c, dar nu stiu motivul

da, e c

=====================

I:

1 întrebare

Complet

Marcat 2,00 din 2,00

Întrebare cu flag

Conditia pentru estimarea prin modelare este:

Selectați unul sau mai multe:

- a. (A, B) controlabila
- b. (C, A) observabila
- c. A stabila

R: c

=====================

I:

R:

2 întrebare
Complet
Marcat 2,00 din 2,00
Întrebare cu flag

Teorema de descompunre observabila TDO arata ca:

Selectați unul sau mai multe:

- [ ] a. $rg\ Q = n$
- [x] b. $rg\ Q = n_1 = dim(A_1)$
- [ ] c. $rg\ Q = p$

b
=====================
I:

3 întrebare
Complet
Marcat 2,00 din 2,00
Întrebare cu flag

Legea de comanda prin reactie dupa stare este

Selectați unul sau mai multe:

- [x] a. $u = Fx + Gv$
- [ ] b. $u = Fx$
- [ ] c. $y = Fx$

R:a

=====================
I:

4 întrebare
Complet
Marcat 2,00 din 2,00
Întrebare cu flag

q^T din solutia problemei alocarii $m = 1$ este

Selectați unul sau mai multe:

- [ ] a. $q^T = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix}$
- [x] b. ultima linie din R^{-1}
- [ ] c. ultima linie din R

R:b

===========

5 întrebare
Complet
Marcat 2,00 din 2,00
Întrebare cu flag

Conditia pentru ca problema alocarii in cazul $m = 1$ sa aiba solutie este:

Selectați unul sau mai multe:

- [x] a. (A, B) controlabila
- [ ] b. (A, B) stabilizabila
- [ ] c. (C, A) observabila

==========

Estimatorul Kalman are matricea de transfer

Selectați unul sau mai multe:

- [ ] a. nesingulara
- [x] b. strict proprie
- [ ] c. proprie

I:
????? e bine???? am trimis eu, e bine
R:

============

6 întrebare
Complet
Marcat 2,00 din 2,00
Întrebare cu flag

Matricea de transfer a compensatorului stabilizator este:

Selectați unul sau mai multe:

- [x] a. poate fi si proprie si strict proprie
- [ ] b. proprie
- [ ] c. strict proprie

=========
I:
R:

=====================
I:

7 întrebare
Complet
Marcat 2,00 din 2,00
Întrebare cu flag

Legatura dintre stabilizabilitate si alocabilitate

Selectați unul sau mai multe:

- [ ] a. (A, B) stabilizabila$\Rightarrow$ (A, B) alocabila
- [x] b. (A, B) alocabila $\Rightarrow$ (A, B) stabilizabila
- [ ] c. (A, B) alocabila $\Leftrightarrow$ (A, B) stabilizabila

R:

=====================

I:

Pentru legea de comanda $u = Fx + Gv$ pentru care perechea $A_F = A + BF,\ B_F = BG$

Select one or more:

- a. (A_F, B_F) controlabila$\Rightarrow$ (A, B) necontrolabila
- b. (A, B) controlabila$\Leftrightarrow$ (A_F, B_F) controlabila
- c. (A, B) controlabila$\Rightarrow$ (A_F, B_F) necontrolabila

R:?????? b?

Eu am pus a si era greșit. Cred ca b) e

=====================

I:

R:

=====================

I:

8 întrebare

Complet

Marcat 2,00 din 2,00

Întrebare cu flag

Un SLN este observabil daca:

Selectați unul sau mai multe:

- a. $rg\begin{bmatrix} \lambda I - A & C \end{bmatrix} = n,\ \forall\ \lambda \in C$
- b. $rg\begin{bmatrix} C \\ \lambda I - A \end{bmatrix} = n,\ \forall\ \lambda \in C$
- c. $rg\begin{bmatrix} \lambda I - A \\ C \end{bmatrix} = n,\ \forall\ \lambda \notin \sigma(A)$

R:pe docs la restanta e b

=====================

I:

Modelul intern cu $H_{MI} = \frac{1}{s}$ asigura rejectia perturbatiilor de tip

Select one or more:

- a. rampa
- b. sinusoidal
- c. treapta

R: a Nu e corect a. La mine e 0puncte e c, rampa e pentru 1/s^2

=====================

I:

R:

=====================

I:

9 întrebare
Complet
Marcat 2,00 din 2,00
Întrebare cu flag

Modelul intern cu $H_{MI} = \frac{1}{s}$ asigura rejectia perturbatiilor de tip

Selectați unul sau mai multe:

- [x] a. treapta
- [ ] b. sinusoidal
- [ ] c. rampa

10 întrebare
Complet
Marcat 2,00 din 2,00
Întrebare cu flag

Estimatorul Luenberger are matricea de transfer

Selectați unul sau mai multe:

- [ ] a. strict proprie
- [x] b. proprie
- [ ] c. nesingulara

R:

raspunsuri:

Question 1
Complete
Mark 2.00 out of 2.00
Flag question

Conditia pentru estimarea prin modelare este:

Select one or more:

- [ ] a. (C, A) observabila
- [x] b. A stabila
- [ ] c. (A, B) controlabila

Show one page at a time
Finish review

Question 2
Complete
Mark 2.00 out of 2.00
Flag question

Conditia pentru ca problema alocarii in cazul $m = 1$ sa aiba solutie este:

Select one or more:

- [x] a. (A, B) controlabila
- [ ] b. (C, A) observabila
- [ ] c. (A, B) stabilizabila

Question 3
Complete
Mark 2.00 out of 2.00
Flag question

Matricea de transfer a compensatorului stabilizator este:

Select one or more:

- [ ] a. proprie
- [ ] b. strict proprie

Question **3**
Complete
Mark 2.00 out of 2.00
Flag question

Matricea de transfer a compensatorului stabilizator este:

Select one or more:
- [ ] a. proprie
- [ ] b. strict proprie
- [x] c. poate fi si proprie si strict proprie

Question **4**
Complete
Mark 2.00 out of 2.00
Flag question

Pentru legea de comanda $u = Fx + Gv$ pentru care perechea $A_F = A + BF,\ B_F = BG$

Select one or more:
- [ ] a. (A_F, B_F) controlabila$\Rightarrow$ (A, B) necontrolabila
- [x] b. (A, B) controlabila$\Leftrightarrow$ (A_F, B_F) controlabila
- [ ] c. (A, B) controlabila$\Rightarrow$ (A_F, B_F) necontrolabila

Question **5**
Complete
Mark 2.00 out of 2.00
Flag question

Un SLN este observabil daca:

Select one or more:
- [ ] a. $rg\begin{bmatrix}\lambda I - A\\ C\end{bmatrix} = n,\ \forall\,\lambda \notin \sigma(A)$
- [ ] b. $rg\,[\lambda I - A \quad C] = n,\ \forall\,\lambda \in C$
- [x] c. $rg\begin{bmatrix}C\\ \lambda I - A\end{bmatrix} = n,\ \forall\,\lambda \in C$

Question **6**
Complete
Mark 2.00 out of 2.00
Flag question

Legea de comanda prin reactie dupa stare este

Select one or more:
- [ ] a. $u = Fx + Bv$
- [x] b. $u = Fx + Gv$, cu G nesingulara

Question **6**
Complete
Mark 2.00 out of 2.00
Flag question

Legea de comanda prin reactie dupa stare este

Select one or more:
- [ ] a. $u = Fx + Bv$
- [x] b. $u = Fx + Gv$, cu G nesingulara
- [ ] c. $y = Fx + Gv$, cu G nesingulara

Question **7**
Complete
Mark 2.00 out of 2.00
Flag question

Modelul intern cu $H_{MI} = \frac{1}{s^2+\omega^2}$ asigura rejectia perturbatiilor de tip

Select one or more:
- [ ] a. rampa
- [ ] b. treapta
- [x] c. sinusoidal

Question **8**
Complete
Mark 2.00 out of 2.00
Flag question

Teorema de descompunre observabila TDO arata ca:

Select one or more:
- [ ] a. (C, A) observabila
- [ ] b. $A = \begin{bmatrix}A_1 & A_3\\ O & A_2\end{bmatrix}$
- [x] c. (C_1, A_1) observabila

Question **9**
Complete
Mark 2.00 out of 2.00
Flag question

q^T din solutia problemei alocarii $m = 1$ este

Select one or more:
- [ ] a. $q^T = [0 \quad \cdots \quad 0 \quad 1]$
- [ ] b. ultima linie din R

Question **9**

Complete

Mark 2.00 out of 2.00

Flag question

q^T din solutia problemei alocarii $m = 1$ este

Select one or more:

- [ ] a. $q^T = [0 \quad \cdots \quad 0 \quad 1]$
- [ ] b. ultima linie din R
- [x] c. ultima linie din R^{-1}

Question **10**

Complete

Mark 2.00 out of 2.00

Flag question

Estimatorul Luenberger are matricea de transfer

Select one or more:

- [ ] a. strict proprie
- [x] b. proprie
- [ ] c. nesingulara

Problemele

=====================
I:
R:
=====================
I:

Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Determinati daca perechea (C,A) este observabila.

Select one:

- True
- False

R:In docul de restanta scrie false lasa asta, cum ai obtinut dark mode pe moodle
Frumos cu dark mode :) ce frumos
eu am calculat si e fals +++E FALS!!
DE CE AM MEDIA LA TS MAI MARE DECAT LA FCT
=====================

I:help pls at this !!

Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

cu

$\lambda_e = \{0, 0, 0\}$

Matricele J si K ale estimatorului de stare unitar (Kalman) sunt:

NOTA: Se considera ca perechea (C,A) este observabila

Selectați unul sau mai multe:

- [ ] a. $J = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}$
- [ ] b. $J = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 5 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ -3 \end{bmatrix}$
- [ ] c. $J = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -5 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}$

R: $J = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}$

=====================

I:

Question **2**

Not yet answered

Marked out of 5.00

Flag question

Fie sistemul liniar neted (SLN) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

cu

$\lambda_d = \{-1, -1, -1\}$ si la care se stie $q^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ si $g = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

F care aloca λ_d este:

Select one or more:

- a. $F = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$
- b. $F = \begin{bmatrix} 7 & -1 & 4 \\ 7 & -1 & 4 \end{bmatrix}$
- c. $F = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 7 \\ 3 & -1 & 7 \end{bmatrix}$

Qu

1

Fin

Tin

R:b gotcha

=====================

I:

R:

=====================

I:

R:

=====================

I:

R:

=====================

I:

R:

=====================

I:

R:

=====================

I:

R:

=====================

I:

R:

=====================

I:

R:

=====================

I:
R:
=====================
I:
R:
=====================
I:
R:
=====================
I:
R:
=====================
I:
R:
=====================
I:
R:
=====================
I:
R:
=====================
I:
R:
=====================
I:
R:
=====================
I:
R:

Restanță/Mărire TSsld
Teorie 1

1.Stabilitatea interna a lui SLD se refera la:

a. y(t)
b. xf(t)
c. yf(t)

2.Un SLN este controlabil daca

a. rg R=n

b. rg R≤n

c. R este nesingulara

Raspuns: rg R = n (a)

3.Legatura dintre stabilitatea interna SI si stabilitatea externa SE este:

a. SI⇔SE

b. SE⇒SI

c. SI⇒SE

c) SI => SE

4.Legatura dintre stabilitatea internă SE și stabilitatea în sens BIBO este:

a. SE⇔BIBO

b. BIBO⇒SE

c. SE⇒BIBO

a) sunt echivalente DA

Stabilitatea internă pentru SLN se referă la:

a. xl(t)

b. yf(t)

c. Φ(t)

a) xl(t)

5.Alegeți una sau mai multe opțiuni:

a. T(t)=CΦ(t)B

b. T(t)=CBeAt

c. T(t)=Ce$^{A(t-1)}$

B

6.Un SLD controlabil daca:

a. R nesingular

b. rg R = n

c. rg R <= n

Un SLN este intern stabil daca:

a. $\sigma(A)\subset C-$

b. $\sigma(A)\subset U_1(0)$

c. $\sigma(A)\subset C_+$

R: a --

7.Un SLD este intern stabil daca:

a. $\sigma(A)\subset U1(0)$

b. $\sigma(A)\subset C+$

c. $\sigma(A) \subset C$-

Componencta libera a raspunsului in domeniul timp este $xl(t)=\Phi(t)x0$ pentru:

a. ambele

b. SLN

c. SLD

9.Stabilitatea externa pentru un SLN se refera la:

a. xf(t)

b. yf(t)

c. y(t)

Raspuns: yf(t)

$xl(\lambda)=\Phi(\lambda)x0$

10.Alegeți una sau mai multe opțiuni:

a. λ=s (SLN)

b. ambele - SLN si SLD

c. λ=z (SLD)

11.Stabilitatea externa pentru un SLD se refera la:

a. y(t)

b. yf(t)

c. $x_f(t)$

Matricea pondere $T(t)$ pentru SLD este

a.$T(t)=CA^{t-1}B,\ t\in N$
b.$T(t)=CA^{t}B,\ t\in N$
c.$T(t)=CA^{t-1}B,\ t\geq 1$

R: C * A^(t-1) * B care?! t apartine N sau >= 1? (a)
t >= 1

este a sau c aici pana la urma?

Componenta fortata a raspunsului in domeniul timp pentru SLD este:

a. $x_f(t)=\sum_{k=0}^{t-1}A^{t-k-1}Bu(k)$

b. $x_f(t)=\sum_{i=0}^{t}A^{t-i-1}Bu(i)$

c. $x_f(t)=\sum_{i=1}^{t-1}A^{t-i}Bu(t)$

$x_l(\lambda)=(\lambda I-A)^{-1}x_0$

Componenta libera a raspunsului in domeniul operational este de forma
$x_l(\lambda)=(\lambda I-A)$ ^(-1) x_0

$x_l(\lambda)=(\lambda I-A)^{-1}x_0$ pentru

a. λ=z (SLD)

b. λ=s (SLN)

c. ambele situatii - SLN si SLD

Matricea pondere pentru SLN
T(t) = C * B * e^(At)P

Un SLD este controlabil daca

Select one or more:

a.*rg R=n*

b.*R* este nesingulara

c.*rg R≤n*

A e corect

Ecuatia fundamentala a lumii liniare pentru SLD este

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

a.$y_f(z)=T(z)u(z)$

b. $y(z)=C(zI-A)^{-1}Bu(z)$

c. $y(z)=T(z)u(z)$

Componenta fortata a raspunsului in domeniul timp pentru SLN este:

a. $x_f(t)=\int_0^t e^{A(t-\tau)}u(\tau)d\tau B$

b. $x_f(t)=\int_0^t e^{At}Bu(t-\tau)d\tau$

c. $x_f(t)=\int_{t_0}^{t} e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau$

R: c

DA

Componenta libera a raspunsului in domeniul operational este de forma $x_l(\lambda)=\Phi(\lambda)x_0$ pentru

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. $\lambda=z$ (SLD)
- [ ] b. ambele - SLN si SLD
- [ ] c. $\lambda=s$ (SLN)

ambele

ceva aici?

Ecuația fundamentală a lumii liniare pentru SLN

Ecuatia fundamentala a lumii liniare pentru SLN este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [x] a. $y(s) = T(s)u(s)$

Ecuația fundamentală a lumii liniare pentru SLD este

Ecuatia fundamentala a lumii liniare pentru SLD este:

Select one or more:

- [ ] a. $y_f(z) = T(z)u(z)$
- [ ] b. $y(z) = C(zI - A)^{-1}Bu(z)$
- [ ] c. $y(z) = T(z)u(z)$

da frt e c   bn frt

Stabilitatea externa pentru un SLN se refera la:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. $x_f(t)$
- [ ] b. $y_f(t)$
- [ ] c. $y(t)$

---

externa e yf

Componenta fortata a raspunsului in domeniul timp pentru SLD este:

Select one or more:

- ☐ a. $x_f(t) = \sum_{i=0}^{t} A^{t-i-1} Bu(i)$
- ☐ b. $x_f(t) = \sum_{i=1}^{t-1} A^{t-i} Bu(t)$
- ☐ c. $x_f(t) = \sum_{k=0}^{t-1} A^{t-k-1} Bu(k)$

R: a

$\Phi(t)=A_t\Phi(t)=At$ pentru

$\Phi(t) = A^t$ pentru

Select one or more:

- ☐ a. SLD
- ☐ b. ambele
- ☐ c. SLN

R: SLD

Un SLN este controlabil daca

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- ☐ a. R este nesingulara
- ☐ b. $rg\,R \leq n$
- ☐ c. $rg\,R = n$

Componenta fortata a raspunsului in domeniul timp pentru SLN este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- ☐ a. $x_f(t) = \int_0^t e^{At} Bu(t-\tau)d\tau$
- ☐ b. $x_f(t) = \int_0^t e^{A(t-\tau)} u(\tau)d\tau B$
- ☐ c. $x_f(t) = \int_0^t e^{A(t-\tau)} Bu(\tau)d\tau$

Un SLN este intern stabil daca:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. $\sigma(A) \subset U_1(0)$
- [ ] b. $\sigma(A) \subset C^+$
- [ ] c. $\sigma(A) \subset C^-$

Stabilitatea interna pentru SLD se refera la: ?????

a. y(t)

b. x(t)

c. xl(t)

Problema 1

Faceti screenshot-uri, puteti folosi windows (“Snipping Tool” in search) (unde e cazul)
puneti si voi screenshot-uri, e 2020 totusi, uitati-va si voi cum se vede

----

Se da un sistem liniar neted al carui raspuns fortat in demeniul operational este descris de expresia
$y_f(s) = \frac{1}{s(s+1)(s+3)}$
Care este raspunsul fortat al acestui sistem in domeniul timp?

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. $y_f(t) = \frac{1}{9} + \frac{1}{2}e^{t} - \frac{1}{6}e^{3t}$
- [ ] b. $y_f(t) = \frac{1}{3} - \frac{1}{2}e^{-t} + \frac{1}{6}e^{-3t}$
- [ ] c. $y_f(t) = \frac{1}{6} - \frac{1}{2}e^{t} + \frac{1}{3}e^{3t}$

R: b.++
cum ai ajuns la raspuns ?
wolframalpha.com
laplace inverse 1/(p*(p+1)* (p+3))
ggwp
tanchet
pentru inmultire matrici folositi octave online https://octave-online.net/

Pentru sistemul liniar neted reprezentat intrare-iesire prin functia de transfer
$H(s) = \frac{2s+1}{s^3+5s^2-1}$
realizarea standard controlabila a acestuia este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -5 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, c^T = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$
- [ ] b. $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -5 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, c^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
- [ ] c. $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -5 & -1 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, c^T = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

La asta C? cineva?
este a

Grija mare ca sunt perversi si la asta e observabila, sus controlabila

Pentru sistemul liniar neted reprezentat intrare-iesire prin functia de transfer $H(s) = \frac{2s+1}{s^3+5s^2-1}$
realizarea standard observabila a acestuia este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -5 & -1 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, c^T = [1 \quad 2 \quad 0 \quad 0]$
- [ ] b. $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -5 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, c^T = [1 \quad 2 \quad 0]$
- [ ] c. $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -5 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, c^T = [0 \quad 0 \quad 1]$

ce e realizare standard observabila? RSO ai formule prin fise
si cat e?++; +1+++++++
la asta nu e la fel ca sus? nu, sunt diferite formulele
dar RSO si RSC nu ar trebui sa aiba matricile de aceleasi dimensiuni?
Nu neaparat
e c.

Fie sistemul liniar neted (SLN) descris de A,B,C:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 9 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, C = [1 \quad 0 \quad -3]$$

si

$$(sI - A)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{s}{s^2-9} & \frac{1}{s^2-9} & 0 \\ \frac{9}{s^2-9} & \frac{s}{s^2-9} & 0 \\ \frac{1}{s^2-9} & \frac{1}{s(s^2-9)} & \frac{1}{s} \end{bmatrix}$$

Care este raspunsul fortat al sistemului in domeniul operational daca $u(t) = u_{-1}(t) = \begin{cases} 1, & t \geqslant 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. $y_f(s) = \frac{1}{(s+3)}$
- [ ] b. $y_f(s) = \frac{1}{s(s-3)}$
- [ ] c. $y_f(s) = \frac{1}{s^2(s+3)}$

C. 1/(s^2 * (s+3))

Cate sunt - 5 intrebari

Fie sistemul liniar neted (SLN) descris de A,B,C:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 9 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 \end{bmatrix}$$

si

$$(sI - A)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{s}{s^2-9} & \frac{1}{s^2-9} & 0 \\ \frac{9}{s^2-9} & \frac{s}{s^2-9} & 0 \\ \frac{1}{s^2-9} & \frac{1}{s(s^2-9)} & \frac{1}{s} \end{bmatrix}$$

Matricea de transfer a sistemului este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- ☐ a. $T(s) = \frac{1}{s(s-3)}$
- ☐ b. $T(s) = \frac{s}{(s-3)}$
- ☐ c. $T(s) = \frac{1}{s(s+3)}$

Se da un sistem liniar neted al carui raspuns fortat in demeniul operational este descris de expresia $y_f(s) = \frac{1}{s(s+1)(s-2)}$

Care este raspunsul fortat al acestui sistem in domeniul timp?

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- ☐ a. $y_f(t) = -\frac{1}{6} - \frac{1}{3}e^{-t} + \frac{1}{2}e^{2t}$
- ☐ b. $y_f(t) = -\frac{1}{4} - \frac{1}{2}e^{-2t} + \frac{1}{6}e^{t}$
- ☐ c. $y_f(t) = -\frac{1}{2} + \frac{1}{3}e^{-t} + \frac{1}{6}e^{2t}$

R : c.++
wolfram? da
good

Este c.

Fie sistemul liniar neted (SLN) descris de A,B,C:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

si

$$(sI - A)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{s} & \frac{1}{s^3+s^2-2s} & \frac{s+1}{s^3+s^2-2s} \\ 0 & \frac{s}{s^2+s-2} & \frac{2}{s^2+s-2} \\ 0 & \frac{1}{s^2+s-2} & \frac{s+1}{s^2+s-2} \end{bmatrix}$$

Matricea de tranzitie a starii este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

☐ a. $\Phi(t) = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} + \frac{1}{3}e^{-t} + \frac{1}{6}e^{2t} & -\frac{1}{2} + \frac{2}{3}e^{-t} - \frac{1}{6}e^{2t} \\ 0 & \frac{1}{3}e^{-t} + \frac{2}{3}e^{2t} & \frac{2}{3}e^{-t} + \frac{2}{3}e^{2t} \\ 0 & \frac{1}{3}e^{-t} - \frac{1}{3}e^{2t} & \frac{2}{3}e^{t} - \frac{2}{3}e^{2t} \end{bmatrix}$

☐ b. $\Phi(t) = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} + \frac{1}{3}e^{t} + \frac{1}{6}e^{-2t} & -\frac{1}{2} + \frac{2}{3}e^{t} - \frac{1}{6}e^{-2t} \\ 0 & \frac{1}{3}e^{t} + \frac{2}{3}e^{-2t} & \frac{2}{3}e^{t} - \frac{2}{3}e^{-2t} \\ 0 & \frac{1}{3}e^{t} - \frac{1}{3}e^{-2t} & \frac{2}{3}e^{t} + \frac{1}{3}e^{-2t} \end{bmatrix}$

☐ c. $\Phi(t) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} + \frac{1}{2}e^{t} + \frac{1}{6}e^{-2t} & -\frac{1}{2} + \frac{2}{3}e^{-t} - \frac{1}{6}e^{2t} \\ 0 & \frac{2}{3}e^{-t} + \frac{2}{2}e^{-2t} & \frac{1}{3}e^{t} + \frac{1}{3}e^{-2t} \\ 0 & \frac{1}{2}e^{t} - \frac{1}{3}e^{-2t} & \frac{1}{3}e^{t} - \frac{2}{3}e^{2t} \end{bmatrix}$

R: B wolfram?
da

Se da sistemul liniar neted reprezentat intrare-iesire prin functia de transfer $H(s) = \frac{1}{s+1}$

Discritizantul sistemului $H(s)$ este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- ☐ a. $H_d(z) = \frac{1-e^{-h}}{z-e^{-h}}$
- ☐ b. $H_d(z) = \frac{z-e^{-h}}{z^2-e^{-h}}$
- ☐ c. $H_d(z) = \frac{2-e^{-2h}}{z-e^{-2h}}$

cineva??++

R: a. sigur? da 100%

Se da sistemul liniar neted reprezentat intrare-iesire prin functia de transfer $H(s) = \frac{1}{s+3}$

Discritizantul sistemului $H(s)$ este:

Select one or more:

- ☐ a. $H_d(z) = \frac{1}{3} \frac{z-e^{-h}}{z^2-e^{-h}}$
- ☐ b. $H_d(z) = \frac{1}{3} \frac{2-e^{-3h}}{z-e^{-3h}}$
- ☐ c. $H_d(z) = \frac{1}{3} \frac{1-e^{-3h}}{z-e^{-3h}}$

ce ai pus aici?

R: C.

Se arată că: $\boxed{H_d(z) = \frac{z-1}{z} \mathcal{Z}\left\{ \frac{H(s)}{s} \right\}}$ (15)

Relația (15) trebuie interpretată astfel:

$$H_d(z) = \frac{z-1}{z} \mathcal{Z}\left\{ \left[\mathcal{L}^{-1}\left\{ \frac{H(s)}{s} \right\} \right]_{discretizat} \right\}$$

Cineva stie?++

Fie sistemul liniar neted (SLN) descris de A,B,C:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 9 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 \end{bmatrix}$$

si

$$(sI - A)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{s}{s^2-9} & \frac{1}{s^2-9} & 0 \\ \frac{9}{s^2-9} & \frac{s}{s^2-9} & 0 \\ \frac{1}{s^2-9} & \frac{1}{s(s^2-9)} & \frac{1}{s} \end{bmatrix}$$

Care este raspunsul fortat al sistemului in domeniul operational daca $u(t) = u_{-1}(t) = \begin{cases} 1, & t \geqslant 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- ☐ a. $y_f(s) = \frac{1}{(s+3)}$
- ☐ b. $y_f(s) = \frac{1}{s(s-3)}$
- ☐ c. $y_f(s) = \frac{1}{s^2(s+3)}$

A facut cineva? parca era c

R: c.

Fie sistemul liniar neted (SLN) descris de A,B,C:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

si

$$(sI - A)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{s} & \frac{1}{s^3+s^2-2s} & \frac{s+1}{s^3+s^2-2s} \\ 0 & \frac{s}{s^2+s-2} & \frac{2}{s^2+s-2} \\ 0 & \frac{1}{s^2+s-2} & \frac{s+1}{s^2+s-2} \end{bmatrix}$$

Matricea de tranzitie a starii este:

Select one or more:

- [ ] a. $\Phi(t) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} + \frac{1}{2}e^{t} + \frac{1}{6}e^{-2t} & -\frac{1}{2} + \frac{2}{3}e^{-t} - \frac{1}{6}e^{2t} \\ 0 & \frac{2}{3}e^{-t} + \frac{2}{2}e^{-2t} & \frac{1}{3}e^{t} + \frac{1}{3}e^{-2t} \\ 0 & \frac{1}{2}e^{t} - \frac{1}{3}e^{-2t} & \frac{1}{3}e^{t} - \frac{2}{3}e^{2t} \end{bmatrix}$
- [ ] b. $\Phi(t) = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} + \frac{1}{3}e^{-t} + \frac{1}{6}e^{2t} & -\frac{1}{2} + \frac{2}{3}e^{-t} - \frac{1}{6}e^{2t} \\ 0 & \frac{1}{3}e^{-t} + \frac{2}{3}e^{2t} & \frac{2}{3}e^{-t} + \frac{2}{3}e^{2t} \\ 0 & \frac{1}{3}e^{-t} - \frac{1}{3}e^{2t} & \frac{2}{3}e^{t} - \frac{2}{3}e^{2t} \end{bmatrix}$
- [ ] c. $\Phi(t) = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} + \frac{1}{3}e^{t} + \frac{1}{6}e^{-2t} & -\frac{1}{2} + \frac{2}{3}e^{t} - \frac{1}{6}e^{-2t} \\ 0 & \frac{1}{3}e^{t} + \frac{2}{3}e^{-2t} & \frac{2}{3}e^{t} - \frac{2}{3}e^{-2t} \\ 0 & \frac{1}{3}e^{t} - \frac{1}{3}e^{-2t} & \frac{2}{3}e^{t} + \frac{1}{3}e^{-2t} \end{bmatrix}$

cred ca c, ca faci C * (sI - A) ^ - 1 * B

Fie sistemul liniar neted (SLN) descris de A,B,C:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

si

$$(sI - A)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{s} & -\frac{1}{s^3+s^2-2s} & -\frac{s+1}{s^3+s^2-2s} \\ 0 & \frac{s}{s^2+s-2} & \frac{2}{s^2+s-2} \\ 0 & \frac{1}{s^2+s-2} & \frac{s+1}{s^2+s-2} \end{bmatrix}$$

Matricea de tranzitie a starii este:

Select one or more:

- [ ] a. $\Phi(t) = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} + \frac{1}{3}e^{-t} + \frac{1}{6}e^{2t} & -\frac{1}{2} + \frac{2}{3}e^{-t} - \frac{1}{6}e^{2t} \\ 0 & \frac{1}{3}e^{-t} + \frac{2}{3}e^{2t} & \frac{2}{3}e^{-t} + \frac{2}{3}e^{2t} \\ 0 & \frac{1}{3}e^{-t} - \frac{1}{3}e^{2t} & \frac{2}{3}e^{t} - \frac{2}{3}e^{2t} \end{bmatrix}$
- [ ] b. $\Phi(t) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} - \frac{1}{3}e^{t} - \frac{1}{6}e^{-2t} & \frac{1}{2} - \frac{2}{3}e^{t} + \frac{1}{6}e^{-2t} \\ 0 & \frac{1}{3}e^{t} + \frac{2}{3}e^{-2t} & \frac{2}{3}e^{t} - \frac{2}{3}e^{-2t} \\ 0 & \frac{1}{3}e^{t} - \frac{1}{3}e^{-2t} & \frac{2}{3}e^{t} + \frac{1}{3}e^{-2t} \end{bmatrix}$
- [ ] c. $\Phi(t) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} + \frac{1}{2}e^{t} + \frac{1}{6}e^{-2t} & -\frac{1}{2} + \frac{2}{3}e^{-t} - \frac{1}{6}e^{2t} \\ 0 & \frac{2}{3}e^{-t} + \frac{2}{2}e^{-2t} & \frac{1}{3}e^{t} + \frac{1}{3}e^{-2t} \\ 0 & \frac{1}{2}e^{t} - \frac{1}{3}e^{-2t} & \frac{1}{3}e^{t} - \frac{2}{3}e^{2t} \end{bmatrix}$

??????????????????????????????? Ia și tu 2 oarecare din Hs și baga-le intr-un invers laplace calculator, dupa iei prin eliminare

----

care e ?

Teorie 2

Modelul intern cu $H_{MI} = \frac{1}{s}$ asigura rejectia perturbatiilor de tip

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. treapta
- [ ] b. rampa
- [ ] c. sinusoidal

a. treapta, curs 16 penultima pagina
da e treapta
cineva??
caut

Estimatorul Kalman are matricea de transfer

Alegeți una sau mai multe opțiuni:
a. nesingulara
b. proprie
c. strict proprie
Raspuns : C

Pentru legea de comanda u=Fx+Gv pentru care perechea AF=A+BF, BF=BG

Alegeți una sau mai multe opțiuni: a.
a. (AF,BF) controlabila⇔(AF,BF) controlabila

b. (AF,BF) controlabila⇒(A,B) necontrolabila

c. (A,B) controlabila⇒(AF,BF) necontrolabila
Raspuns: A
la asta la A scrie controlabila in ambele parti? Da…
Sigur e A aici?

Un SLD este observabil daca:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:
a. rg[CλI−A]=n, ∀ λ∈C
solutia
b. rg[λI−AC]=n, ∀ λ∉σ(A)

c. rg[λI−AC]=n, ∀ λ∈C
Raspuns: c
care/?

Legea de comanda prin reactie dupa stare este

Alegeți una sau mai multe opțiuni:
a. y=Fx

b. u=Fx+Gv

c. u=Fx
R: b
nu e b?
ba da

Legatura intre detectabiliate si observabilitate

Alegeți una sau mai multe opțiuni:
a. observabil ⇔ detectabil

b. detectabil ⇒ observabil

c. observabil ⇒ detectabil
probabil C ul
da, **Teorema 1:** Perechea (C,A) este detectabila daca (C,A) este observabila

----
Conditia pentru ca problema alocarii in cazul m=1 sa aiba solutie este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:
a. (A,B) stabilizabila

b. (A,B) controlabila

c. (C,A) observabila

Raspuns: **b**

Solutia problemei in cazul alocariim=1 este

Alegeți una sau mai multe opțiuni:
a. fT=−qTχd(A)

b. fT=qTχ(A)

c. fT=χd(A)g

Rasp: A

Compensatorul dinamic stabilizator poate fi gasit (exista) pentru Σ=(A,B,C) daca si numai daca

Alegeți una sau mai multe opțiuni:
a. (A,B) controlabila

b. (C,A) observabila

c. Σ este complet
cineva?:) plsss
R c sigma complet

Modelul intern cu $H_{MI} = \frac{1}{s^2+\omega^2}$ asigura rejectia perturbatiilor de tip

Alegeți una sau mai multe opțiuni:
- ☐ a. rampa
- ☐ b. sinusoidal
- ☐ c. treapta

++ sinusoidala
pare sinusoidala asa dupa ochii mei

Teorema de descompunere observabila TDO arata ca:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:
a. A=[A1OA3A2]

b. (C,A) observabila

c. (C1,A1) observabila
cred ca c, nu sunt sigur
e sigur c, am vazut in teorie la 9:21

----

m=1

Cate solutii are problema alocarii in cazul m=1

Select one or more:

a. niciuna

b. una

c. o infinitate

C

Un SLN este observabil daca

Un SLN este observabil daca:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- a. $rg\begin{bmatrix} C \\ \lambda I - A \end{bmatrix} = n,\ \forall\, \lambda \in C$
- b. $rg\begin{bmatrix} \lambda I - A \\ C \end{bmatrix} = n,\ \forall\, \lambda \notin \sigma(A)$
- c. $rg\begin{bmatrix} \lambda I - A & C \end{bmatrix} = n,\ \forall\, \lambda \in C$

Cineva?

in teorema e a dar liniile pe dos, dar rangul ar trebui sa ramana la fel deci e a. DA E A

Teorema de descompunre observabila TDO arata ca:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- a. $rg\, Q = n$
- b. $rg\, Q = p$
- c. $rg\, Q = n_1 = dim(A_1)$

cineva??++ help plss C)

----

q^T din solutia problemei alocarii $m = 1$ este

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- a. ultima linie din R
- b. ultima linie din R^{-1}
- c. $q^T = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Care e?
R: B

Legatura dintre stabilizabilitate si alocabilitate

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. (A, B) alocabila $\Leftrightarrow$ (A, B) stabilizabila
- [ ] b. (A, B) alocabila $\Rightarrow$ (A, B) stabilizabila
- [ ] c. (A, B) stabilizabila$\Rightarrow$ (A, B) alocabila

b

Estimatorul Luenberger are matricea de transfer

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

a. proprie

b. nesingulara

c. strict proprie

A

Matricea de transfer a compensatorului stabilizator este:

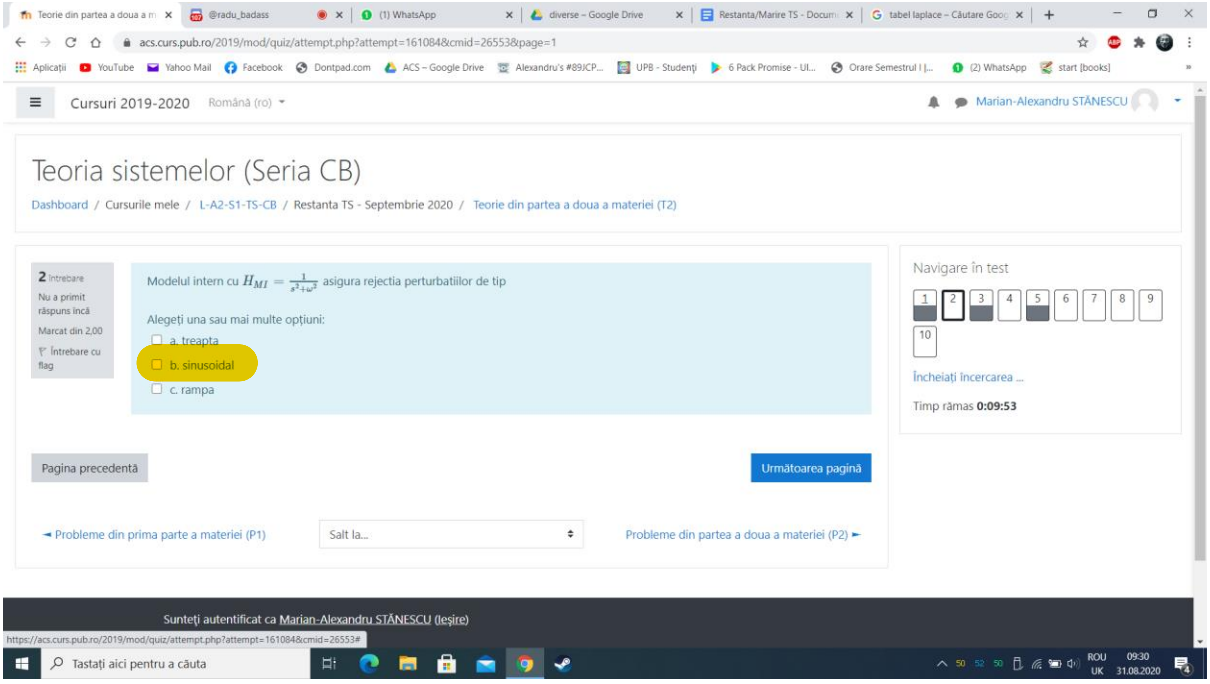
Select one or more:

a. poate fi si proprie si strict proprie

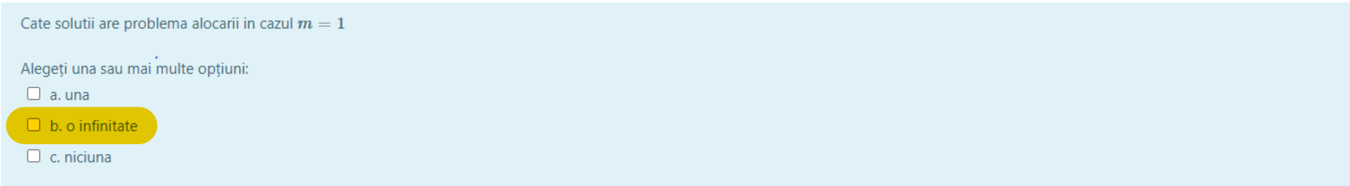
b. proprie

c. strict proprie

cineva aici?
A, am facut eu si e A

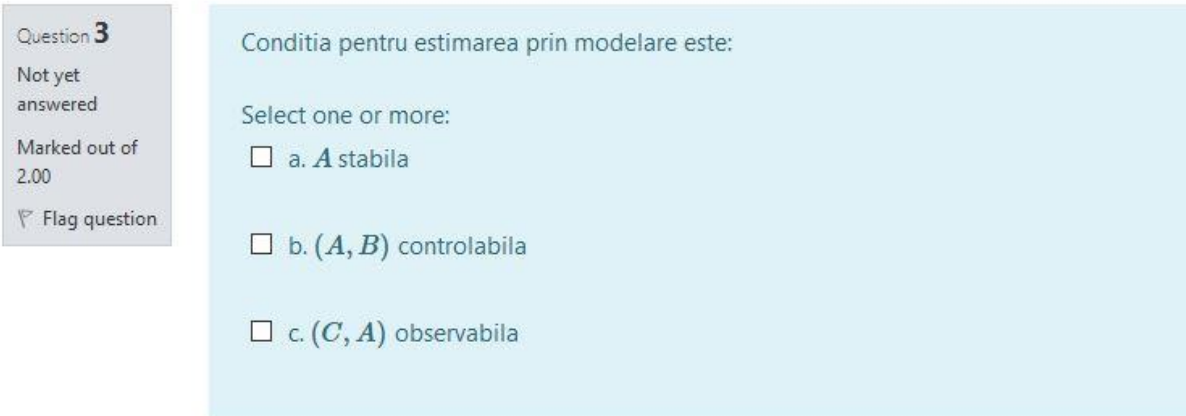


-**b**. sinusoidal



raspuns mai sus, o infinitate

Conditia pentru estimarea prin modelare este:



Cineva aici?

a stabila

Un SLD este observabil daca:

Un SLD este observabil daca:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. $rg\begin{bmatrix}\lambda I - A \\ C\end{bmatrix} = n, \; \forall \lambda \notin \sigma(A)$
- [ ] b. $rg\begin{bmatrix}C \\ \lambda I - A\end{bmatrix} = n, \; \forall \lambda \in C$
- [ ] c. $rg\begin{bmatrix}\lambda I - A & C\end{bmatrix} = n, \; \forall \lambda \in C$

Matricea de transfer:

Matricea de transfer a compensatorului stabilizator este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. strict proprie
- [ ] b. proprie
- [ ] c. poate fi si proprie si strict proprie

cineva?

Teorema de descompunre observabila TDO arata c

Teorema de descompunre observabila TDO arata ca:

Select one or more:

- [ ] a. $A = \begin{bmatrix} A_1 & A_3 \\ O & A_2 \end{bmatrix}$
- [ ] b. (C, A) observabila
- [ ] c. (C_1, A_1) observabila

R: probabil C

Matricea de transfer a compensatorului stabilizator este:

Select one or more:

- [ ] a. poate fi si proprie si strict proprie
- [ ] b. proprie
- [ ] c. strict proprie

Legatura dintre stabilizabilitate si alocabilitate

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. (A, B) alocabila $\Rightarrow$ (A, B) stabilizabila
- [ ] b. (A, B) stabilizabila$\Rightarrow$ (A, B) alocabila
- [ ] c. (A, B) alocabila $\Leftrightarrow$ (A, B) stabilizabila

legatura dintre stabilizabilitate si alocabilitate

a)

Problema 2

Fie sistemul liniar neted (SLN) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

cu

$$F_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ si } g = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

q^T din algoritmul de alocare pentru cazul multivariabil este:

Select one or more:

- [ ] a. $q^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
- [ ] b. $q^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
- [ ] c. $q^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

R: a (e exact pb model de examen rezolvata in pdf)
da aia e

Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Determinati daca perechea (A,B) este controlabila.

Select one:

- ( ) True
- ( ) False

E true la asta

cum le faceti asa repede?
R= [B A*B A*A*B] daca rack(R)==3 ⇒ true
e si observabila???(C,A) So..e observabila C,A? cica nu e

Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Determinati daca perechea (C,A) este observabila.

Selectați o opțiune:

- ◯ Adevărat
- ◯ Fals

cineva?

PLS

Eu am calculat si mi a dat rangul 2, deci fals

Fie sistemul liniar neted (SLN) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

cu

$\lambda_d = \{-1, -1, -1\}$ si la care se stie $q^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ si $g = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

F care aloca λ_d este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- ☐ a. $F = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 7 \\ 3 & -1 & 7 \end{bmatrix}$
- ☐ b. $F = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$
- ☐ c. $F = \begin{bmatrix} 7 & -1 & 4 \\ 7 & -1 & 4 \end{bmatrix}$

C sigur

Am calculat si eu, confirm

Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

cu

$$\lambda_e = \{0, 0, 0\}$$

Matricele J si K ale estimatorului de stare unitar (Kalman) sunt:

NOTA: Se considera ca perechea (C,A) este observabila

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. $J = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}$
- [ ] b. $J = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$
- [ ] c. $J = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$

cineva?++++ ++++++ plus plus plus
+++
Raspuns corect C, am calculat
E C, am verificat
sa traiesti 1000 de ani++
sanatate la copii

te pup <3

Fie sistemul liniar neted (SLN) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

cu

$\lambda_d = \{-1, -1, -1\}$ si la care se stie $q^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ si $g = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

F care aloca λ_d este:

Select one or more:

- a. $F = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$
- b. $F = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 7 \\ 3 & -1 & 7 \end{bmatrix}$
- c. $F = \begin{bmatrix} 7 & -1 & 4 \\ 7 & -1 & 4 \end{bmatrix}$

cred ca c

P2. Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

cu

$F_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ si $g = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

q^T din algoritmul de alocare pentru cazul multivariabil este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- a. $q^T = \begin{bmatrix} -1 & 5 & 0 \end{bmatrix}$
- b. $q^T = \begin{bmatrix} -5 & -3 & -2 \end{bmatrix}$
- c. $q^T = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$

raspuns :

b e corect (am pus eu si am dat submit)

Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

cu

$$\lambda_e = \{0, 0, 0\}$$

Matricele J si K ale estimatorului de stare unitar (Kalman) sunt:

NOTA: Se considera ca perechea (C,A) este observabila

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. $J = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$, $K = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}$
- [ ] b. $J = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 5 \end{bmatrix}$, $K = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ -3 \end{bmatrix}$
- [ ] c. $J = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -5 \end{bmatrix}$, $K = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}$

A facut cineva?
incerc sa fac
R:a
sigur? e gresit b

e a 100%

Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

cu

$\lambda_e = \{0, 0, 0\}$

Matricele J si K ale estimatorului de stare unitar (Kalman) sunt:

NOTA: Se considera ca perechea (C,A) este observabila

Select one or more:

- a. $J = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, $K = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$
- b. $J = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, $K = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$
- c. $J = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, $K = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}$

cineva ? ++ +++ +++ +++ +++
AM PUS C SI NU E BN :d, deci a sau b
R: b (vezi mai sus)\\
e b sau nu ca si mie tot b imi da?
da, e b
b e corect!!!!

Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

cu

$$\lambda_e = \{0, 0, 0\}$$

Matricele J si K ale estimatorului de stare unitar (Kalman) sunt:

NOTA: Se considera ca perechea (C,A) este observabila

Select one or more:

- [x] a. $J = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$
- [ ] b. $J = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$
- [ ] c. $J = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}$

e corect

Fie sistemul liniar neted (SLN) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

cu

$\lambda_d = \{-1, -1, -1\}$ si la care se stie $q^T = \begin{bmatrix} 3 & -2 & -1 \end{bmatrix}$ si $g = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

F care aloca λ_d este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. $F = \begin{bmatrix} -4 & 3 & 1 \\ -4 & 3 & 1 \end{bmatrix}$
- [ ] b. $F = \begin{bmatrix} -6 & 4 & -4 \\ -6 & 4 & -4 \end{bmatrix}$
- [ ] c. $F = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

B

DA! verificat

Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Determinati daca perechea (A,B) este controlabila.

Selectați o opțiune:

- (•) Adevărat
- ( ) Fals

La asta (C,A) e observabila? NU

Fie sistemul liniar neted (SLN) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

cu

$$F_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ si } g = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

q^T din algoritmul de alocare pentru cazul multivariabil este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [x] a. $q^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
- [ ] b. $q^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$
- [ ] c. $q^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

P2. Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

cu

$$F_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ si } g = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

q^T din algoritmul de alocare pentru cazul multivariabil este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [x] a. $q^T = \begin{bmatrix} -1 & 5 & 0 \end{bmatrix}$
- [ ] b. $q^T = \begin{bmatrix} -5 & -3 & -2 \end{bmatrix}$
- [ ] c. $q^T = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$

e corect?

Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C

$$A=\begin{bmatrix}1&0&0\\1&0&-1\\0&1&2\end{bmatrix},B=\begin{bmatrix}0&-1\\1&0\\0&1\end{bmatrix},C=[0\quad 0\quad 1]$$

cu

$$\lambda_e=\{0,0,0\}$$

Matricele J si K ale estimatorului de stare unitar (Kalman) sunt:

NOTA: Se considera ca perechea (C,A) este observabila

Select one or more:

☐ a. $J=\begin{bmatrix}1&0&1\\1&0&-1\\0&1&5\end{bmatrix}$, $K=\begin{bmatrix}-1\\0\\-3\end{bmatrix}$

☐ b. $J=\begin{bmatrix}1&0&-1\\1&0&1\\0&1&-5\end{bmatrix}$, $K=\begin{bmatrix}1\\0\\3\end{bmatrix}$

☑ c. $J=\begin{bmatrix}1&0&-1\\1&0&-1\\0&1&-1\end{bmatrix}$, $K=\begin{bmatrix}1\\0\\3\end{bmatrix}$

e C !
f

TEORIE 2

1. **Un SLN este observabil daca:**
2. **Conditia pentru estimarea prin modelare este:**

Un SLN este observabil daca:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

a. $rg\,[\,\lambda I - A \quad C\,] = n,\ \forall\,\lambda \in C$

b. $rg\begin{bmatrix} C \\ \lambda I - A \end{bmatrix} = n,\ \forall\,\lambda \in C$

c. $rg\begin{bmatrix} \lambda I - A \\ C \end{bmatrix} = n,\ \forall\,\lambda \notin \sigma(A)$

2 întrebare

Complet
Marcat 2,00 din 2,00
Fără flagÎntrebare cu flag

Textul întrebării

Conditia pentru estimarea prin modelare este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

a. A stabila

b. (A, B) controlabila

c. (C, A) observabila

Cate solutii are problema alocarii in cazul m = 1

Pentru legea de comanda u = … pentru care perechea …

6 întrebare

Complet
Marcat 2,00 din 2,00
Fără flagÎntrebare cu flag

Textul întrebării

Cate solutii are problema alocarii in cazul $m = 1$

Alegeți una sau mai multe opțiuni:
- [ ] a. una
- [x] b. o infinitate
- [ ] c. niciuna

7 întrebare

Complet
Marcat 2,00 din 2,00
Fără flagÎntrebare cu flag

Textul întrebării

Pentru legea de comanda $u = Fx + Gv$ pentru care perechea $A_F = A + BF,\ B_F = BG$

Alegeți una sau mai multe opțiuni:
- [x] a. (A_F, B_F) controlabila$\Leftrightarrow$ (A_F, B_F) controlabila
- [ ] b. (A_F, B_F) controlabila$\Rightarrow$ (A, B) necontrolabila
- [ ] c. (A, B) controlabila$\Rightarrow$ (A_F, B_F) necontrolabila

Legea de comanda prin reactie dupa stare este

Teorema de descompunere observabila TDO arata ca:

9 întrebare

Complet
Marcat 2,00 din 2,00
Fără flagÎntrebare cu flag

Textul întrebării

Legea de comanda prin reactie dupa stare este

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

a. $u = Fx + Gv$

b. $u = Fx$

c. $y = Fx$

10 întrebare

Complet
Marcat 2,00 din 2,00
Fără flagÎntrebare cu flag

Textul întrebării

Teorema de descompunre observabila TDO arata ca:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

a. $rg\,Q = p$

b. $rg\,Q = n$

c. $rg\,Q = n_1 = dim(A_1)$

Conditia pentru estimarea prin modelare este:

Un SLN este observabil daca:

9 Întrebare

Complet

Marcat 2,00 din 2,00

Întrebare cu flag

Conditia pentru estimarea prin modelare este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [x] a. A stabila
- [ ] b. (C, A) observabila
- [ ] c. (A, B) controlabila

10 Întrebare

Complet

Marcat 2,00 din 2,00

Întrebare cu flag

Un SLN este observabil daca:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [x] a. $rg\begin{bmatrix} C \\ \lambda I - A \end{bmatrix} = n,\ \forall\, \lambda \in C$
- [ ] b. $rg\begin{bmatrix} \lambda I - A & C \end{bmatrix} = n,\ \forall\, \lambda \in C$
- [ ] c. $rg\begin{bmatrix} \lambda I - A \\ C \end{bmatrix} = n,\ \forall\, \lambda \notin \sigma(A)$

Solutia problemei alocarii in cazul m = 1 este

1 întrebare

Complet

Marcat 2,00 din 2,00

Întrebare cu flag

Solutia problemei alocarii in cazul $m = 1$ este

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

a. $f^T = q^T \chi(A)$

b. $f^T = -q^T \chi_d(A)$

c. $f^T = \chi_d(A) g$

Conditia pentru care problema alocarii in cazul m = 1 sa aiba solutie este:

3 întrebare

Complet

Marcat 2,00 din 2,00

Întrebare cu flag

Conditia pentru ca problema alocarii in cazul $m = 1$ sa aiba solutie este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

a. (A, B) stabilizabila

b. (C, A) observabila

c. (A, B) controlabila

Compensatorul dinamic stabilizator poate fi gasit (exista) pentru sigma = (A, B, C) daca si numai daca

4 întrebare

Complet

Marcat 2,00 din 2,00

Întrebare cu flag

Compensatorul dinamic stabilizator poate fi gasit (exista) pentru $\Sigma = (A, B, C)$ daca si numai daca

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

a. Σ este complet

b. (C, A) observabila

c. (A, B) controlabila

Legea de comanda prin reactie dupa stare este

Modelul intern cu H_MI = 1/(s^2 + w^2) asigura rejectia perturbatiilor de tip

Pentru legea de comanda u = Fx + Gv pentru care perechea A_F = A+ BF, B_F = BG

5 Intrebare
Complet
Marcat 2,00 din 2,00
Întrebare cu flag

Legea de comanda prin reactie dupa stare este

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. $y = Fx + Gv$, cu G nesingulara
- [ ] b. $u = Fx + Bv$
- [x] c. $u = Fx + Gv$, cu G nesingulara

6 Intrebare
Complet
Marcat 2,00 din 2,00
Întrebare cu flag

Modelul intern cu $H_{MI} = \frac{1}{s^2+\omega^2}$ asigura rejectia perturbatiilor de tip

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. treapta
- [x] b. sinusoidal
- [ ] c. rampa

7 Intrebare
Complet
Marcat 2,00 din 2,00
Întrebare cu flag

Pentru legea de comanda $u = Fx + Gv$ pentru care perechea $A_F = A + BF,\ B_F = BG$

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. (A_F, B_F) controlabila$\Rightarrow$ (A, B) necontrolabila
- [x] b. (A_F, B_F) controlabila$\Leftrightarrow$ (A_F, B_F) controlabila
- [ ] c. (A, B) controlabila$\Rightarrow$ (A_F, B_F) necontrolabila

Conditia pentru estimarea prin modelare este:

Un SLN este observabil daca:

9 Intrebare

Complet

Marcat 2,00 din 2,00

Întrebare cu flag

Conditia pentru estimarea prin modelare este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [x] a. A stabila
- [ ] b. (C, A) observabila
- [ ] c. (A, B) controlabila

10 Intrebare

Complet

Marcat 2,00 din 2,00

Întrebare cu flag

Un SLN este observabil daca:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [x] a. $rg\begin{bmatrix} C \\ \lambda I - A \end{bmatrix} = n, \ \forall\, \lambda \in C$
- [ ] b. $rg\,[\,\lambda I - A \quad C\,] = n, \ \forall\, \lambda \in C$
- [ ] c. $rg\begin{bmatrix} \lambda I - A \\ C \end{bmatrix} = n, \ \forall\, \lambda \notin \sigma(A)$

Legatura dintre stabilizabilitate si alocabilitate

1 întrebare

Complet

Marcat 2,00 din 2,00

Întrebare cu flag

Legatura dintre stabilizabilitate si alocabilitate

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. (A, B) alocabila $\Leftrightarrow$ (A, B) stabilizabila
- [x] b. (A, B) alocabila $\Rightarrow$ (A, B) stabilizabila
- [ ] c. (A, B) stabilizabila$\Rightarrow$ (A, B) alocabila

Compensatorul dinamic stabilizator poate fi gasit (exista) pentru E = (A, B, C) daca si numai daca

Legea de comanda prin reactie dupa stare este

1 Întrebare
Complet
Marcat 2,00 din 2,00
Întrebare cu flag

Compensatorul dinamic stabilizator poate fi gasit (exista) pentru $\Sigma = (A, B, C)$ daca si numai daca

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. (A, B) controlabila
- [ ] b. (C, A) observabila
- [x] c. Σ este complet

2 Întrebare
Complet
Marcat 2,00 din 2,00
Întrebare cu flag

Legea de comanda prin reactie dupa stare este

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. $u = Fx + Bv$
- [x] b. $u = Fx + Gv$, cu G nesingulara
- [ ] c. $y = Fx + Gv$, cu G nesingulara

Teorema de descompunre observabila TDO arata ca:

Modelul intern cu H_MI = 1/s asigura rejectia perturbatiilor de tip

5 întrebare

Complet

Marcat 2,00 din 2,00

Întrebare cu flag

Teorema de descompunre observabila TDO arata ca:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. $A = \begin{bmatrix} A_1 & A_3 \\ O & A_2 \end{bmatrix}$
- [x] b. (C_1, A_1) observabila
- [ ] c. (C, A) observabila

6 întrebare

Complet

Marcat 2,00 din 2,00

Întrebare cu flag

Modelul intern cu $H_{MI} = \frac{1}{s}$ asigura rejectia perturbatiilor de tip

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [x] a. treapta
- [ ] b. rampa
- [ ] c. sinusoidal

Legatura dintre stabilizabilitate si alocabilitate

Q_t din solutia problemei alocarii m = 1 este

7 întrebare

Complet

Marcat 2,00 din 2,00

Întrebare cu flag

Legatura dintre stabilizabilitate si alocabilitate

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [x] a. (A, B) alocabila $\Rightarrow$ (A, B) stabilizabila
- [ ] b. (A, B) stabilizabila$\Rightarrow$ (A, B) alocabila
- [ ] c. (A, B) alocabila $\Leftrightarrow$ (A, B) stabilizabila

8 întrebare

Complet

Marcat 2,00 din 2,00

Întrebare cu flag

q^T din solutia problemei alocarii $m = 1$ este

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [x] a. ultima linie din R^{-1}
- [ ] b. $q^T = [0 \quad \cdots \quad 0 \quad 1]$
- [ ] c. ultima linie din R

Conditia pentru estimarea prin modelare este

Conditia pentru ca problema alocarii in cazul m = 1 sa aiba solutie este

9 întrebare

Complet

Marcat 2,00 din 2,00

Întrebare cu flag

Conditia pentru estimarea prin modelare este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. (A, B) controlabila
- [x] b. A stabila
- [ ] c. (C, A) observabila

10 întrebare

Complet

Marcat 2,00 din 2,00

Întrebare cu flag

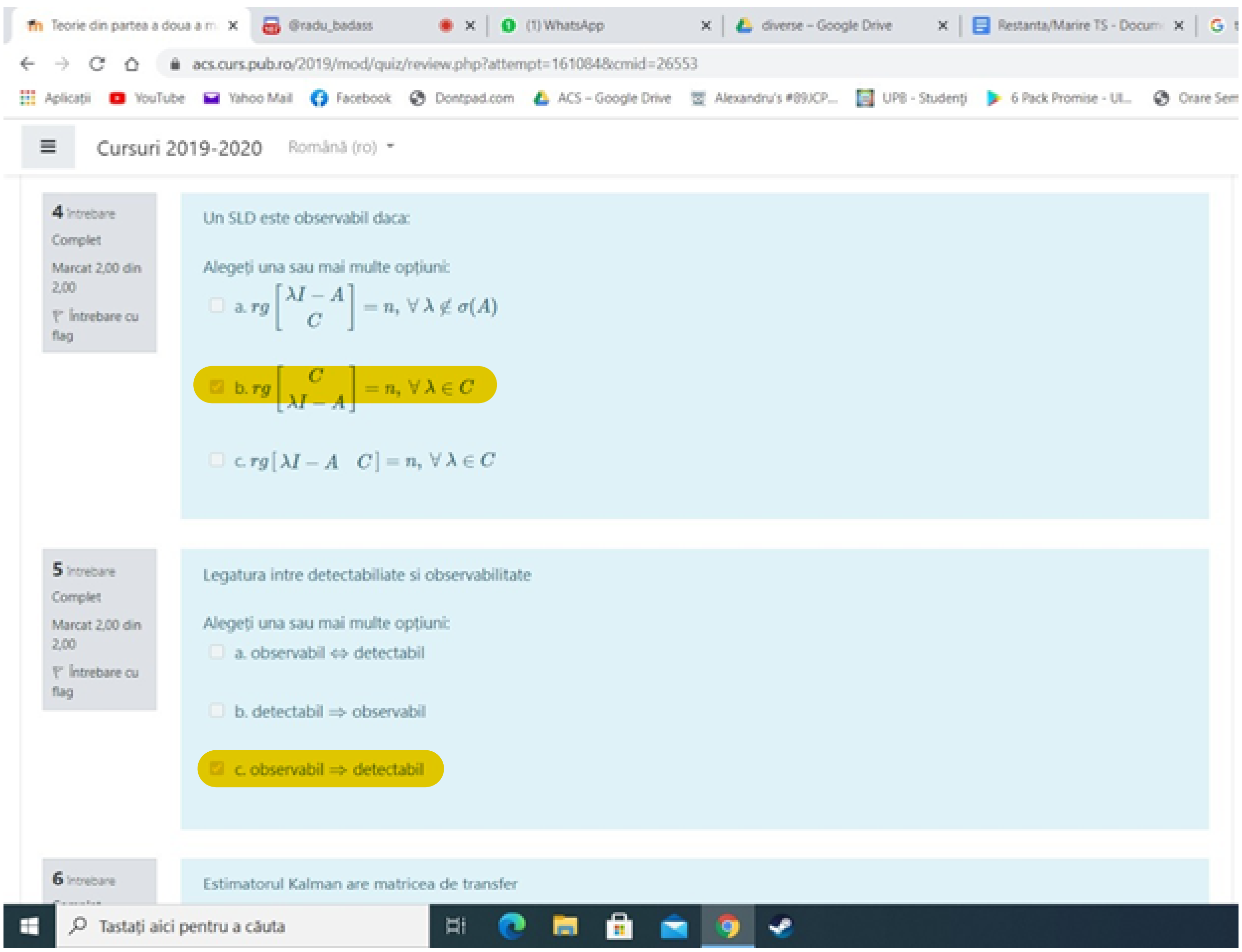
Conditia pentru ca problema alocarii in cazul $m = 1$ sa aiba solutie este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. (C, A) observabila
- [ ] b. (A, B) stabilizabila
- [x] c. (A, B) controlabila

Un SLD este observabil daca

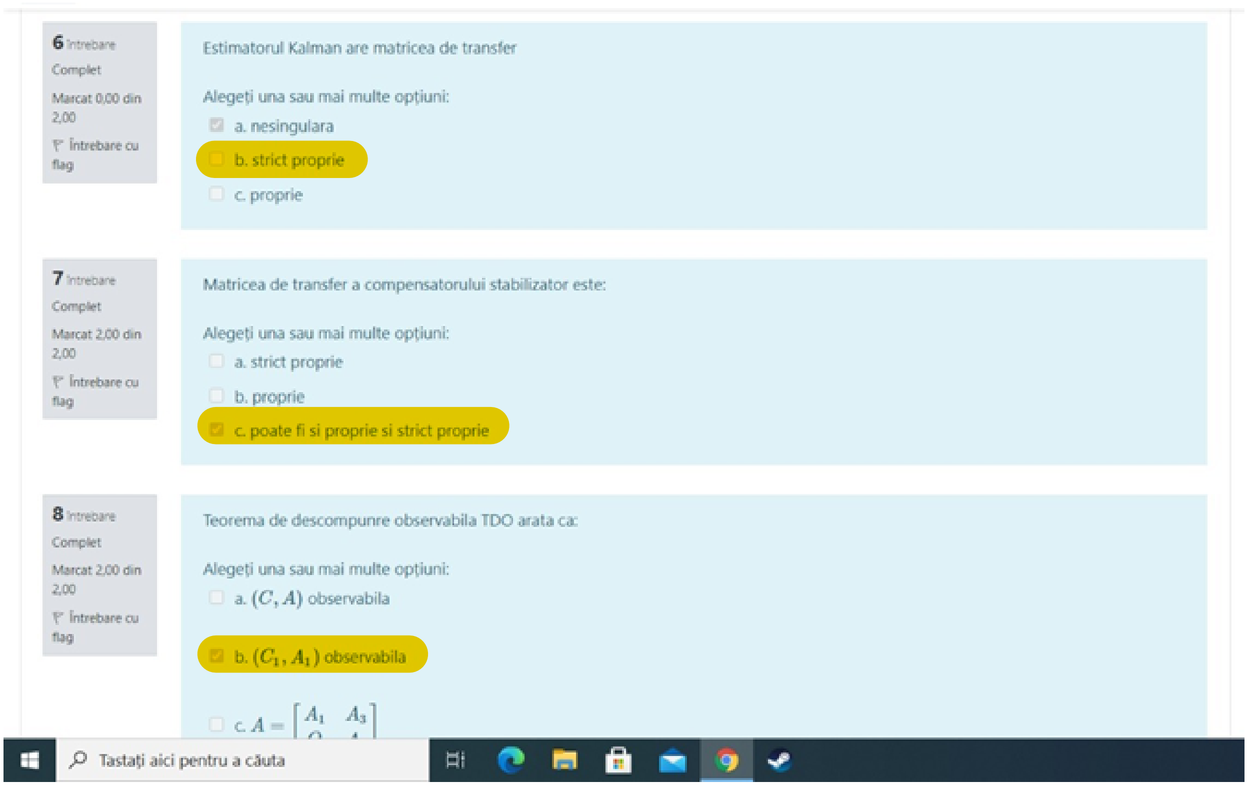
Legatura intre detectabilitate si observabilitate



Estimatorul Kalman are matricea de transfer => strict proprie!!!

Matricea de transfer a compensatorului stabilizator este

Teorema de descompunre observabila TDO arata ca


6 Întrebare
Complet
Marcat 0,00 din 2,00
Întrebare cu flag

Estimatorul Kalman are matricea de transfer

Alegeți una sau mai multe opțiuni:
- a. nesingulara
- b. strict proprie
- c. proprie

7 Întrebare
Complet
Marcat 2,00 din 2,00
Întrebare cu flag

Matricea de transfer a compensatorului stabilizator este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:
- a. strict proprie
- b. proprie
- c. poate fi si proprie si strict proprie

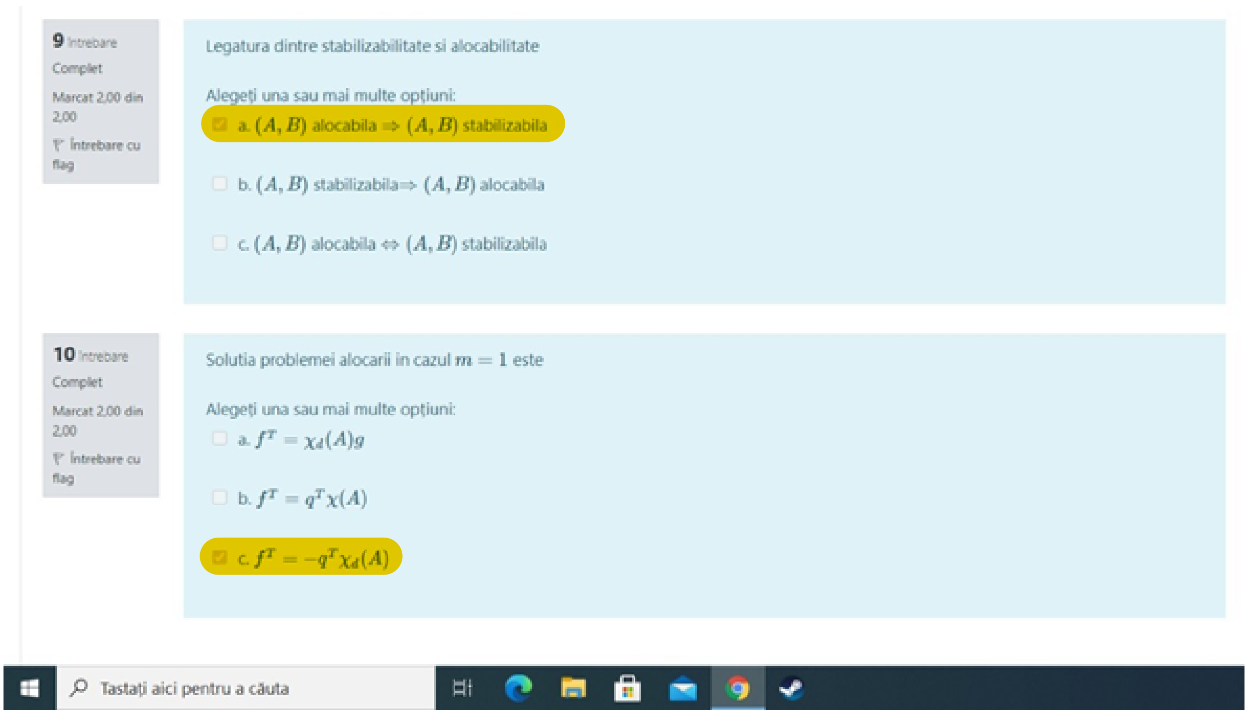
8 Întrebare
Complet
Marcat 2,00 din 2,00
Întrebare cu flag

Teorema de descompunre observabila TDO arata ca:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:
- a. (C, A) observabila
- b. (C_1, A_1) observabila
- c. $A = \begin{bmatrix} A_1 & A_3 \end{bmatrix}$

Legatura dintre stabilizabilitate si alocabilitate

Solutia problemei alocarii in cazul m = 1 este



9 Întrebare
Complet
Marcat 2,00 din 2,00
Întrebare cu flag

Legatura dintre stabilizabilitate si alocabilitate

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- a. (A, B) alocabila $\Rightarrow$ (A, B) stabilizabila
- b. (A, B) stabilizabila$\Rightarrow$ (A, B) alocabila
- c. (A, B) alocabila $\Leftrightarrow$ (A, B) stabilizabila

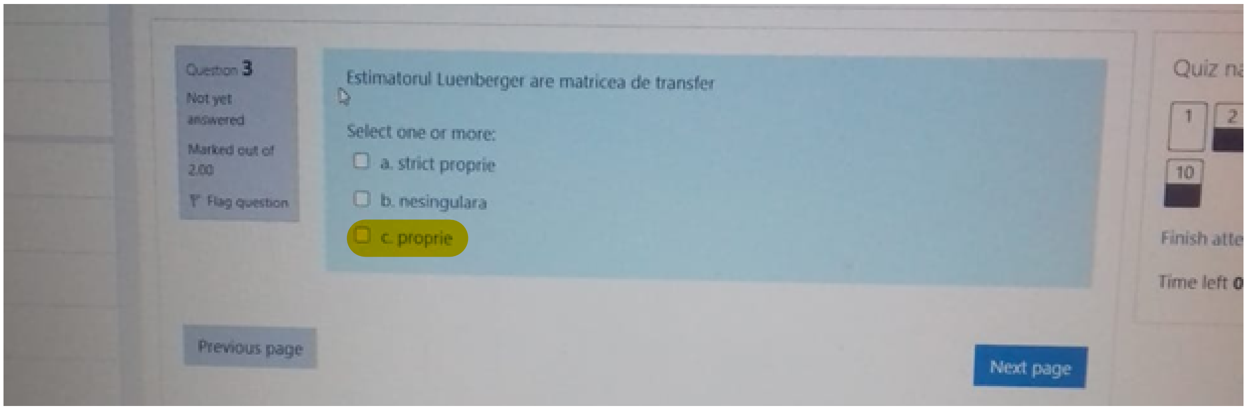
10 Întrebare
Complet
Marcat 2,00 din 2,00
Întrebare cu flag

Solutia problemei alocarii in cazul $m = 1$ este

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- a. $f^T = \chi_d(A)g$
- b. $f^T = q^T\chi(A)$
- c. $f^T = -q^T\chi_d(A)$

Estimatorul Luenberger are matricea de transfer



Un SLD este observabil daca:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

a. rg[CλI−A]=n, ∀ λ∈C
solutia
b. rg[λI−AC]=n, ∀ λ∉σ(A)
c. rg[λI−AC]=n, ∀ λ∈C

Probleme 2

Fie sistemul liniar neted (SLN) descris de A, B, C ... algoritmul de alocare pentru cazul multivariabil este:

1\. Fie sistemul liniar neted (SLN) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

cu

$$F_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ si } g = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

q^T din algoritmul de alocare pentru cazul multivariabil este:

Select one or more:

- [ ] a. $q^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
- [ ] b. $q^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
- [ ] c. $q^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

2\. Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Determinati daca perechea (A,B) este controlabila.

Select one:

- ( ) True
- ( ) False

Fie sistemul liniar neted (SLD) descris A, B, C... determinati daca perechea (A, B) este controlabila.

Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C ...
Determinati daca perechea (C, A) este observabila.

Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Determinati daca perechea (C,A) este observabila.

Selectați o opțiune:

- Adevărat
- Fals

3.

Fie sistemul liniar neted (SLN) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

cu

$\lambda_d = \{-1, -1, -1\}$ si la care se stie $q^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ si $g = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

F care aloca λ_d este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- a. $F = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 7 \\ 3 & -1 & 7 \end{bmatrix}$
- b. $F = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$
- c. $F = \begin{bmatrix} 7 & -1 & 4 \\ 7 & -1 & 4 \end{bmatrix}$

4.

Fie sistemul liniar neted (SLN) descris de A, B, C
F care aloca ... este:

Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

cu

$\lambda_e = \{0, 0, 0\}$

Matricele J si K ale estimatorului de stare unitar (Kalman) sunt:

NOTA: Se considera ca perechea (C,A) este observabila

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. $J = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}$
- [ ] b. $J = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$
- [ ] c. $J = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$

5.

Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C ...
Matricele J si K ale estimatorului de stare unitar (Kalman) sunt:

Fie sistemul liniar neted (SLN) descris de A, B, C ....
F care aloca ... este:

Fie sistemul liniar neted (SLN) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

cu

$\lambda_d = \{-1, -1, -1\}$ si la care se stie $q^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ si $g = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

F care aloca λ_d este:

Select one or more:

- a. $F = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$
- b. $F = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 7 \\ 3 & -1 & 7 \end{bmatrix}$
- c. $F = \begin{bmatrix} 7 & -1 & 4 \\ 7 & -1 & 4 \end{bmatrix}$

6.

P2. Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

cu

$F_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ si $g = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

q^T din algoritmul de alocare pentru cazul multivariabil este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- a. $q^T = \begin{bmatrix} -1 & 5 & 0 \end{bmatrix}$
- b. $q^T = \begin{bmatrix} -5 & -3 & -2 \end{bmatrix}$
- c. $q^T = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$

7.

P2. Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C ...
q din algoritmul de alocare pentru cazul multivariabil este:

Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C ...
Matricele J si K ale estimatorului de stare unitar (Kalman) sunt:

Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

cu

$$\lambda_e = \{0, 0, 0\}$$

Matricele J si K ale estimatorului de stare unitar (Kalman) sunt:

NOTA: Se considera ca perechea (C,A) este observabila

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- a. $J = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \ K = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}$
- b. $J = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 5 \end{bmatrix}, \ K = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ -3 \end{bmatrix}$
- c. $J = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -5 \end{bmatrix}, \ K = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}$

8.

Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

cu

$\lambda_e = \{0, 0, 0\}$

Matricele J si K ale estimatorului de stare unitar (Kalman) sunt:

NOTA: Se considera ca perechea (C,A) este observabila

Select one or more:

- a. $J = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$
- b. $J = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$
- c. $J = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}$

9.

Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C ...
Matricele J si K ale estimatorului de stare unitar (Kalman) sunt:

Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C ...
Matricele J si K ale estimatorului de stare unitar (Kalman) sunt:

Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

cu

$$\lambda_e = \{0, 0, 0\}$$

Matricele J si K ale estimatorului de stare unitar (Kalman) sunt:

NOTA: Se considera ca perechea (C,A) este observabila

Select one or more:

- [x] a. $J = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$
- [ ] b. $J = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$
- [ ] c. $J = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}$

10.

Fie sistemul liniar neted (SLN) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

cu

$\lambda_d = \{-1, -1, -1\}$ si la care se stie $q^T = \begin{bmatrix} 3 & -2 & -1 \end{bmatrix}$ si $g = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

F care aloca λ_d este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. $F = \begin{bmatrix} -4 & 3 & 1 \\ -4 & 3 & 1 \end{bmatrix}$
- [ ] b. $F = \begin{bmatrix} -6 & 4 & -4 \\ -6 & 4 & -4 \end{bmatrix}$
- [ ] c. $F = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

11.

Fie sistemul liniar neted (SLN) descris de A, B, C ...
si la care se stie q ...
F care aloca ... este:

Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C ...
Determinati daca perechea (A, B) este controlabila.

Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Determinati daca perechea (A,B) este controlabila.

Selectați o opțiune:

- (x) Adevărat
- ( ) Fals

12.

Fie sistemul liniar neted (SLN) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

cu

$$F_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ si } g = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

q^T din algoritmul de alocare pentru cazul multivariabil este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [x] a. $q^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
- [ ] b. $q^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$
- [ ] c. $q^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

13. Fie sistemul liniar neted (SLN) descris de A, B, C ...
q din algoritmul de alocare pentru cazul multivariabil este:

P2. Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

cu

$$F_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ si } g = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

q^T din algoritmul de alocare pentru cazul multivariabil este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [x] a. $q^T = [-1 \quad 5 \quad 0]$
- [ ] b. $q^T = [-5 \quad -3 \quad -2]$
- [ ] c. $q^T = [2 \quad -1 \quad 0]$

14.

P2. Fie sistemul liniar neted (SLD) descirs de A, B, C ...
q din algoritmul de alocare pentru cazul multivariabil este:

Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

cu

$\lambda_e = \{0, 0, 0\}$

Matricele J si K ale estimatorului de stare unitar (Kalman) sunt:

NOTA: Se considera ca perechea (C,A) este observabila

Select one or more:

- ☐ a. $J = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 5 \end{bmatrix}$, $K = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ -3 \end{bmatrix}$
- ☐ b. $J = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -5 \end{bmatrix}$, $K = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}$
- ☑ c. $J = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$, $K = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}$

15. Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C ...
Matricele J si K ale estimatorului de stare unitar (Kalman) sunt:

Restanță/Mărire TSsld
Teorie 1

1.Stabilitatea interna a lui SLD se refera la:

a. y(t)
b. xf(t)
c. yf(t)

2.Un SLN este controlabil daca

a. rg R=n

b. rg R≤n

c. R este nesingulara

Raspuns: rg R = n (a)

3.Legatura dintre stabilitatea interna SI si stabilitatea externa SE este:

a. SI⇔SE

b. SE⇒SI

c. SI⇒SE

c) SI => SE

4.Legatura dintre stabilitatea internă SE și stabilitatea în sens BIBO este:

a. SE⇔BIBO

b. BIBO⇒SE

c. SE⇒BIBO

a) sunt echivalente DA

Stabilitatea internă pentru SLN se referă la:

a. xl(t)

b. yf(t)

c. Φ(t)

a) xl(t)

5.Alegeți una sau mai multe opțiuni:

a. T(t)=CΦ(t)B

b. T(t)=CBeAt

c. $T(t)=Ce^{A(t-1)}$

B

6.Un SLD controlabil daca:

a. R nesingular
b. rg R = n
c. rg R <= n

Un SLN este intern stabil daca:

a. $\sigma(A) \subset C-$

b. $\sigma(A) \subset U_1(0)$

c. $\sigma(A) \subset C+$

R: a ---

7.Un SLD este intern stabil daca:

a. $\sigma(A) \subset U1(0)$

b. $\sigma(A) \subset C+$

c. $\sigma(A)\subset C-$

Componencta libera a raspunsului in domeniul timp este xl(t)=Φ(t)x0 pentru:

a. ambele

b. SLN

c. SLD

9.Stabilitatea externa pentru un SLN se refera la:

a. xf(t)

b. yf(t)

c. y(t)

Raspuns: yf(t)

----

xl(λ)=Φ(λ)x0

10.Alegeți una *sau mai* multe opțiuni:

a. λ=s (SLN)

b. ambele - SLN si SLD

c. λ=z (SLD)

11.Stabilitatea externa pentru un SLD se refera la:

a. y(t)

b. yf(t)

c. $x_f(t)$

Matricea pondere $T(t)$ pentru SLD este

a. $T(t)=CA^{t-1}B,\ t\in N$
b. $T(t)=CA^{t}B,\ t\in N$
c. $T(t)=CA^{t-1}B,\ t\geq 1$

R: C * A^(t-1) * B care?! t apartine N sau >= 1? (a)
t >= 1

este a sau c aici pana la urma?

Componenta fortata a raspunsului in domeniul timp pentru SLD este:

a. $x_f(t)=\sum_{k=0}^{t-1} A^{t-k-1}Bu(k)$

b. $x_f(t)=\sum_{i=0}^{t} A^{t-i-1}Bu(i)$

c. $x_f(t)=\sum_{i=1}^{t-1} A^{t-i}Bu(t)$

$x_l(\lambda)=(\lambda I-A)^{-1}x_0$

Componenta libera a raspunsului in domeniul operational este de forma
$x_l(\lambda)=(\lambda I-A)$ ^(-1) x_0

$x_l(\lambda)=(\lambda I-A)^{-1}x_0$ pentru

a. $\lambda=z$ (SLD)

b. $\lambda=s$ (SLN)

c. ambele situatii - SLN si SLD

Matricea pondere pentru SLN
T(t) = C * B * e^(At)P

Un SLD este controlabil daca

Select one or more:

a.*rg R=n*

b.*R* este nesingulara

c.*rg R≤n*

A e corect

Ecuatia fundamentala a lumii liniare pentru SLD este

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

a.$y_f(z)=T(z)u(z)$

b. $y(z)=C(zI-A)^{-1}Bu(z)$

c. $y(z)=T(z)u(z)$

Componenta fortata a raspunsului in domeniul timp pentru SLN este:

a. $x_f(t)=\int_0^t e^{A(t-\tau)}u(\tau)d\tau B$

b. $x_f(t)=\int_0^t e^{At}Bu(t-\tau)d\tau$

c. $x_f(t)=\int_0^t e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau$

R: c

DA

Componenta libera a raspunsului in domeniul operational este de forma $x_l(\lambda)=\Phi(\lambda)x_0$ pentru

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. $\lambda=z$ (SLD)
- [ ] b. ambele - SLN si SLD
- [ ] c. $\lambda=s$ (SLN)

ambele

ceva aici?

Ecuația fundamentală a lumii liniare pentru SLN

Ecuatia fundamentala a lumii liniare pentru SLN este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [x] a. $y(s) = T(s)u(s)$

Ecuația fundamentală a lumii liniare pentru SLD este

Ecuatia fundamentala a lumii liniare pentru SLD este:

Select one or more:

- [ ] a. $y_f(z) = T(z)u(z)$
- [ ] b. $y(z) = C(zI - A)^{-1}Bu(z)$
- [ ] c. $y(z) = T(z)u(z)$

da frt e c   bn frt

Stabilitatea externa pentru un SLN se refera la:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. $x_f(t)$
- [ ] b. $y_f(t)$
- [ ] c. $y(t)$

---

externa e yf

Componenta fortata a raspunsului in domeniul timp pentru SLD este:

Select one or more:

- ☐ a. $x_f(t) = \sum_{i=0}^{t} A^{t-i-1} Bu(i)$
- ☐ b. $x_f(t) = \sum_{i=1}^{t-1} A^{t-i} Bu(t)$
- ☐ c. $x_f(t) = \sum_{k=0}^{t-1} A^{t-k-1} Bu(k)$

R: a

Φ(t)=AtΦ(t)=At pentru

$\Phi(t) = A^t$ pentru

Select one or more:

- ☐ a. SLD
- ☐ b. ambele
- ☐ c. SLN

R: SLD

Un SLN este controlabil daca

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- ☐ a. R este nesingulara
- ☐ b. $rg\,R \leq n$
- ☐ c. $rg\,R = n$

Componenta fortata a raspunsului in domeniul timp pentru SLN este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- ☐ a. $x_f(t) = \int_0^t e^{At} Bu(t-\tau) d\tau$
- ☐ b. $x_f(t) = \int_0^t e^{A(t-\tau)} u(\tau) d\tau B$
- ☐ c. $x_f(t) = \int_0^t e^{A(t-\tau)} Bu(\tau) d\tau$

Un SLN este intern stabil daca:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. $\sigma(A) \subset U_1(0)$
- [ ] b. $\sigma(A) \subset C^+$
- [ ] c. $\sigma(A) \subset C^-$

Stabilitatea interna pentru SLD se refera la: ?????

a. y(t)

b. x(t)

c. xl(t)

Problema 1

Faceti screenshot-uri, puteti folosi windows (“Snipping Tool” in search) (unde e cazul)

puneti si voi screenshot-uri, e 2020 totusi, uitati-va si voi cum se vede

----

Se da un sistem liniar neted al carui raspuns fortat in demeniul operational este descris de expresia
$y_f(s) = \frac{1}{s(s+1)(s+3)}$
Care este raspunsul fortat al acestui sistem in domeniul timp?

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- a. $y_f(t) = \frac{1}{9} + \frac{1}{2}e^{t} - \frac{1}{6}e^{3t}$
- b. $y_f(t) = \frac{1}{3} - \frac{1}{2}e^{-t} + \frac{1}{6}e^{-3t}$
- c. $y_f(t) = \frac{1}{6} - \frac{1}{2}e^{t} + \frac{1}{3}e^{3t}$

R: b.++
cum ai ajuns la raspuns ?
wolframalpha.com
laplace inverse 1/(p*(p+1)* (p+3))
ggwp
tanchet
pentru inmultire matrici folositi octave online https://octave-online.net/

Pentru sistemul liniar neted reprezentat intrare-iesire prin functia de transfer
$H(s) = \frac{2s+1}{s^3+5s^2-1}$
realizarea standard controlabila a acestuia este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- a. $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -5 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, c^T = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$
- b. $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -5 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, c^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
- c. $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -5 & -1 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, c^T = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

La asta C? cineva?
este a

Grija mare ca sunt perversi si la asta e observabila, sus controlabila

Pentru sistemul liniar neted reprezentat intrare-iesire prin functia de transfer $H(s) = \frac{2s+1}{s^3+5s^2-1}$
realizarea standard observabila a acestuia este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -5 & -1 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, c^T = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
- [ ] b. $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -5 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, c^T = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$
- [ ] c. $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -5 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, c^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

ce e realizare standard observabila? RSO ai formule prin fise
si cat e?++; +1+++++++
la asta nu e la fel ca sus? nu, sunt diferite formulele
dar RSO si RSC nu ar trebui sa aiba matricile de aceleasi dimensiuni?
Nu neaparat
e c.

Fie sistemul liniar neted (SLN) descris de A,B,C:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 9 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 \end{bmatrix}$$

si

$$(sI - A)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{s}{s^2-9} & \frac{1}{s^2-9} & 0 \\ \frac{9}{s^2-9} & \frac{s}{s^2-9} & 0 \\ \frac{1}{s^2-9} & \frac{1}{s(s^2-9)} & \frac{1}{s} \end{bmatrix}$$

Care este raspunsul fortat al sistemului in domeniul operational daca $u(t) = u_{-1}(t) = \begin{cases} 1, & t \geqslant 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. $y_f(s) = \frac{1}{(s+3)}$
- [ ] b. $y_f(s) = \frac{1}{s(s-3)}$
- [ ] c. $y_f(s) = \frac{1}{s^2(s+3)}$

C. 1/(s^2 * (s+3))

Cate sunt - 5 intrebari

Fie sistemul liniar neted (SLN) descris de A,B,C:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 9 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 \end{bmatrix}$$

si

$$(sI - A)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{s}{s^2-9} & \frac{1}{s^2-9} & 0 \\ \frac{9}{s^2-9} & \frac{s}{s^2-9} & 0 \\ \frac{1}{s^2-9} & \frac{1}{s(s^2-9)} & \frac{1}{s} \end{bmatrix}$$

Matricea de transfer a sistemului este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. $T(s) = \frac{1}{s(s-3)}$
- [ ] b. $T(s) = \frac{s}{(s-3)}$
- [ ] c. $T(s) = \frac{1}{s(s+3)}$

Se da un sistem liniar neted al carui raspuns fortat in demeniul operational este descris de expresia $y_f(s) = \frac{1}{s(s+1)(s-2)}$

Care este raspunsul fortat al acestui sistem in domeniul timp?

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. $y_f(t) = -\frac{1}{6} - \frac{1}{3}e^{-t} + \frac{1}{2}e^{2t}$
- [ ] b. $y_f(t) = -\frac{1}{4} - \frac{1}{2}e^{-2t} + \frac{1}{6}e^{t}$
- [ ] c. $y_f(t) = -\frac{1}{2} + \frac{1}{3}e^{-t} + \frac{1}{6}e^{2t}$

R : c.++
wolfram? da
good

Este c.

Fie sistemul liniar neted (SLN) descris de A,B,C:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

si

$$(sI - A)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{s} & \frac{1}{s^3+s^2-2s} & \frac{s+1}{s^3+s^2-2s} \\ 0 & \frac{s}{s^2+s-2} & \frac{2}{s^2+s-2} \\ 0 & \frac{1}{s^2+s-2} & \frac{s+1}{s^2+s-2} \end{bmatrix}$$

Matricea de tranzitie a starii este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

☐ a. $\Phi(t) = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} + \frac{1}{3}e^{-t} + \frac{1}{6}e^{2t} & -\frac{1}{2} + \frac{2}{3}e^{-t} - \frac{1}{6}e^{2t} \\ 0 & \frac{1}{3}e^{-t} + \frac{2}{3}e^{2t} & \frac{2}{3}e^{-t} + \frac{2}{3}e^{2t} \\ 0 & \frac{1}{3}e^{-t} - \frac{1}{3}e^{2t} & \frac{2}{3}e^{t} - \frac{2}{3}e^{2t} \end{bmatrix}$

☐ b. $\Phi(t) = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} + \frac{1}{3}e^{t} + \frac{1}{6}e^{-2t} & -\frac{1}{2} + \frac{2}{3}e^{t} - \frac{1}{6}e^{-2t} \\ 0 & \frac{1}{3}e^{t} + \frac{2}{3}e^{-2t} & \frac{2}{3}e^{t} - \frac{2}{3}e^{-2t} \\ 0 & \frac{1}{3}e^{t} - \frac{1}{3}e^{-2t} & \frac{2}{3}e^{t} + \frac{1}{3}e^{-2t} \end{bmatrix}$

☐ c. $\Phi(t) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} + \frac{1}{2}e^{t} + \frac{1}{6}e^{-2t} & -\frac{1}{2} + \frac{2}{3}e^{-t} - \frac{1}{6}e^{2t} \\ 0 & \frac{2}{3}e^{-t} + \frac{2}{2}e^{-2t} & \frac{1}{3}e^{t} + \frac{1}{3}e^{-2t} \\ 0 & \frac{1}{2}e^{t} - \frac{1}{3}e^{-2t} & \frac{1}{3}e^{t} - \frac{2}{3}e^{2t} \end{bmatrix}$

R: B wolfram?

da

Se da sistemul liniar neted reprezentat intrare-iesire prin functia de transfer $H(s) = \frac{1}{s+1}$

Discritizantul sistemului $H(s)$ este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. $H_d(z) = \frac{1-e^{-h}}{z-e^{-h}}$
- [ ] b. $H_d(z) = \frac{z-e^{-h}}{z^2-e^{-h}}$
- [ ] c. $H_d(z) = \frac{2-e^{-2h}}{z-e^{-2h}}$

cineva??++

R: a. sigur? da 100%

Se da sistemul liniar neted reprezentat intrare-iesire prin functia de transfer $H(s) = \frac{1}{s+3}$

Discritizantul sistemului $H(s)$ este:

Select one or more:

- [ ] a. $H_d(z) = \frac{1}{3}\frac{z-e^{-h}}{z^2-e^{-h}}$
- [ ] b. $H_d(z) = \frac{1}{3}\frac{2-e^{-3h}}{z-e^{-3h}}$
- [ ] c. $H_d(z) = \frac{1}{3}\frac{1-e^{-3h}}{z-e^{-3h}}$

ce ai pus aici?

R: C.

Se arată că: $\boxed{H_d(z) = \frac{z-1}{z} Z\left\{\frac{H(s)}{s}\right\}}$ (15)

Relația (15) trebuie interpretată astfel:

$$H_d(z) = \frac{z-1}{z} Z\left\{\left[\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{H(s)}{s}\right\}\right]_{discretizat}\right\}$$

Cineva stie?++

Fie sistemul liniar neted (SLN) descris de A,B,C:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 9 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 \end{bmatrix}$$

si

$$(sI - A)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{s}{s^2-9} & \frac{1}{s^2-9} & 0 \\ \frac{9}{s^2-9} & \frac{s}{s^2-9} & 0 \\ \frac{1}{s^2-9} & \frac{1}{s(s^2-9)} & \frac{1}{s} \end{bmatrix}$$

Care este raspunsul fortat al sistemului in domeniul operational daca $u(t) = u_{-1}(t) = \begin{cases} 1, & t \geqslant 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. $y_f(s) = \frac{1}{(s+3)}$
- [ ] b. $y_f(s) = \frac{1}{s(s-3)}$
- [ ] c. $y_f(s) = \frac{1}{s^2(s+3)}$

A facut cineva? parca era c

R: c.

Fie sistemul liniar neted (SLN) descris de A,B,C:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

si

$$(sI-A)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{s} & \frac{1}{s^3+s^2-2s} & \frac{s+1}{s^3+s^2-2s} \\ 0 & \frac{s}{s^2+s-2} & \frac{2}{s^2+s-2} \\ 0 & \frac{1}{s^2+s-2} & \frac{s+1}{s^2+s-2} \end{bmatrix}$$

Matricea de tranzitie a starii este:

Select one or more:

☐ a. $\Phi(t) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2}+\frac{1}{2}e^{t}+\frac{1}{6}e^{-2t} & -\frac{1}{2}+\frac{2}{3}e^{-t}-\frac{1}{6}e^{2t} \\ 0 & \frac{2}{3}e^{-t}+\frac{2}{2}e^{-2t} & \frac{1}{3}e^{t}+\frac{1}{3}e^{-2t} \\ 0 & \frac{1}{2}e^{t}-\frac{1}{3}e^{-2t} & \frac{1}{3}e^{t}-\frac{2}{3}e^{2t} \end{bmatrix}$

☐ b. $\Phi(t) = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2}+\frac{1}{3}e^{-t}+\frac{1}{6}e^{2t} & -\frac{1}{2}+\frac{2}{3}e^{-t}-\frac{1}{6}e^{2t} \\ 0 & \frac{1}{3}e^{-t}+\frac{2}{3}e^{2t} & \frac{2}{3}e^{-t}+\frac{2}{3}e^{2t} \\ 0 & \frac{1}{3}e^{-t}-\frac{1}{3}e^{2t} & \frac{2}{3}e^{t}-\frac{2}{3}e^{2t} \end{bmatrix}$

☐ c. $\Phi(t) = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2}+\frac{1}{3}e^{t}+\frac{1}{6}e^{-2t} & -\frac{1}{2}+\frac{2}{3}e^{t}-\frac{1}{6}e^{-2t} \\ 0 & \frac{1}{3}e^{t}+\frac{2}{3}e^{-2t} & \frac{2}{3}e^{t}-\frac{2}{3}e^{-2t} \\ 0 & \frac{1}{3}e^{t}-\frac{1}{3}e^{-2t} & \frac{2}{3}e^{t}+\frac{1}{3}e^{-2t} \end{bmatrix}$

cred ca c, ca faci C * (sI - A) ^ - 1 * B

Fie sistemul liniar neted (SLN) descris de A,B,C:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

si

$$(sI-A)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{s} & -\frac{1}{s^3+s^2-2s} & -\frac{s+1}{s^3+s^2-2s} \\ 0 & \frac{s}{s^2+s-2} & \frac{2}{s^2+s-2} \\ 0 & \frac{1}{s^2+s-2} & \frac{s+1}{s^2+s-2} \end{bmatrix}$$

Matricea de tranzitie a starii este:

Select one or more:

☐ a. $\Phi(t) = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2}+\frac{1}{3}e^{-t}+\frac{1}{6}e^{2t} & -\frac{1}{2}+\frac{2}{3}e^{-t}-\frac{1}{6}e^{2t} \\ 0 & \frac{1}{3}e^{-t}+\frac{2}{3}e^{2t} & \frac{2}{3}e^{-t}+\frac{2}{3}e^{2t} \\ 0 & \frac{1}{3}e^{-t}-\frac{1}{3}e^{2t} & \frac{2}{3}e^{t}-\frac{2}{3}e^{2t} \end{bmatrix}$

☐ b. $\Phi(t) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2}-\frac{1}{3}e^{t}-\frac{1}{6}e^{-2t} & \frac{1}{2}-\frac{2}{3}e^{t}+\frac{1}{6}e^{-2t} \\ 0 & \frac{1}{3}e^{t}+\frac{2}{3}e^{-2t} & \frac{2}{3}e^{t}-\frac{2}{3}e^{-2t} \\ 0 & \frac{1}{3}e^{t}-\frac{1}{3}e^{-2t} & \frac{2}{3}e^{t}+\frac{1}{3}e^{-2t} \end{bmatrix}$

☐ c. $\Phi(t) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2}+\frac{1}{2}e^{t}+\frac{1}{6}e^{-2t} & -\frac{1}{2}+\frac{2}{3}e^{-t}-\frac{1}{6}e^{2t} \\ 0 & \frac{2}{3}e^{-t}+\frac{2}{2}e^{-2t} & \frac{1}{3}e^{t}+\frac{1}{3}e^{-2t} \\ 0 & \frac{1}{2}e^{t}-\frac{1}{3}e^{-2t} & \frac{1}{3}e^{t}-\frac{2}{3}e^{2t} \end{bmatrix}$

???????????????????????????????? Ia și tu 2 oarecare din Hs și baga-le intr-un invers laplace calculator, dupa iei prin eliminare

----

care e ?

Teorie 2

Modelul intern cu $H_{MI} = \frac{1}{s}$ asigura rejectia perturbatiilor de tip

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. treapta
- [ ] b. rampa
- [ ] c. sinusoidal

a. treapta, curs 16 penultima pagina
da e treapta
cineva??
caut

Estimatorul Kalman are matricea de transfer

Alegeți una sau mai multe opțiuni:
a. nesingulara
b. proprie
c. strict proprie
Raspuns : C

Pentru legea de comanda u=Fx+Gv pentru care perechea AF=A+BF, BF=BG

Alegeți una sau mai multe opțiuni: a.
a. (AF,BF) controlabila⇔(AF,BF) controlabila

b. (AF,BF) controlabila⇒(A,B) necontrolabila

c. (A,B) controlabila⇒(AF,BF) necontrolabila
Raspuns: A
la asta la A scrie controlabila in ambele parti? Da…
Sigur e A aici?

Un SLD este observabil daca:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:
a. rg[CλI−A]=n, ∀ λ∈C
solutia
b. rg[λI−AC]=n, ∀ λ∉σ(A)

c. rg[λI−AC]=n, ∀ λ∈C
Raspuns: c
care/?

Legea de comanda prin reactie dupa stare este

Alegeți una sau mai multe opțiuni:
a. y=Fx

b. u=Fx+Gv

c. u=Fx
R: b
nu e b?
ba da

Legatura intre detectabiliate si observabilitate

Alegeți una sau mai multe opțiuni:
a. observabil ⇔ detectabil

b. detectabil ⇒ observabil

c. observabil ⇒ detectabil
probabil C ul
da, **Teorema 1:** Perechea (C,A) este detectabila daca (C,A) este observabila

----
Conditia pentru ca problema alocarii in cazul m=1 sa aiba solutie este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:
a. (A,B) stabilizabila

b. (A,B) controlabila

c. (C,A) observabila

Raspuns: **b**

Solutia problemei in cazul alocariim=1 este

Alegeți una sau mai multe opțiuni:
a. fT=−qTχd(A)

b. fT=qTχ(A)

c. fT=χd(A)g

Rasp: A

Compensatorul dinamic stabilizator poate fi gasit (exista) pentru Σ=(A,B,C) daca si numai daca

Alegeți una sau mai multe opțiuni:
a. (A,B) controlabila

b. (C,A) observabila

c. Σ este complet
cineva?:) plsss
R c sigma complet

Modelul intern cu $H_{MI} = \frac{1}{s^2+\omega^2}$ asigura rejectia perturbatiilor de tip

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

☐ a. rampa

☐ b. sinusoidal

☐ c. treapta

++ sinusoidala
pare sinusoidala asa dupa ochii mei

Teorema de descompunere observabila TDO arata ca:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:
a. A=[A1OA3A2]

b. (C,A) observabila

c. (C1,A1) observabila
cred ca c, nu sunt sigur
e sigur c, am vazut in teorie la 9:21

----
m=1

Cate solutii are problema alocarii in cazul m=1

Select one or more:

a. niciuna

b. una

c. o infinitate

C

Un SLN este observabil daca

Un SLN este observabil daca:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. $rg\begin{bmatrix} C \\ \lambda I - A \end{bmatrix} = n, \ \forall \lambda \in C$
- [ ] b. $rg\begin{bmatrix} \lambda I - A \\ C \end{bmatrix} = n, \ \forall \lambda \notin \sigma(A)$
- [ ] c. $rg\begin{bmatrix} \lambda I - A & C \end{bmatrix} = n, \ \forall \lambda \in C$

Cineva?

in teorema e a dar liniile pe dos, dar rangul ar trebui sa ramana la fel deci e a. DA E A

Teorema de descompunre observabila TDO arata ca:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. $rg\, Q = n$
- [ ] b. $rg\, Q = p$
- [ ] c. $rg\, Q = n_1 = dim(A_1)$

cineva??++ help plss C)

----

q^T din solutia problemei alocarii $m = 1$ este

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. ultima linie din R
- [ ] b. ultima linie din R^{-1}
- [ ] c. $q^T = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Care e?
R: B

Legatura dintre stabilizabilitate si alocabilitate

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. (A, B) alocabila $\Leftrightarrow$ (A, B) stabilizabila
- [ ] b. (A, B) alocabila $\Rightarrow$ (A, B) stabilizabila
- [ ] c. (A, B) stabilizabila$\Rightarrow$ (A, B) alocabila

b

Estimatorul Luenberger are matricea de transfer

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

a. proprie

b. nesingulara

c. strict proprie

A

Matricea de transfer a compensatorului stabilizator este:

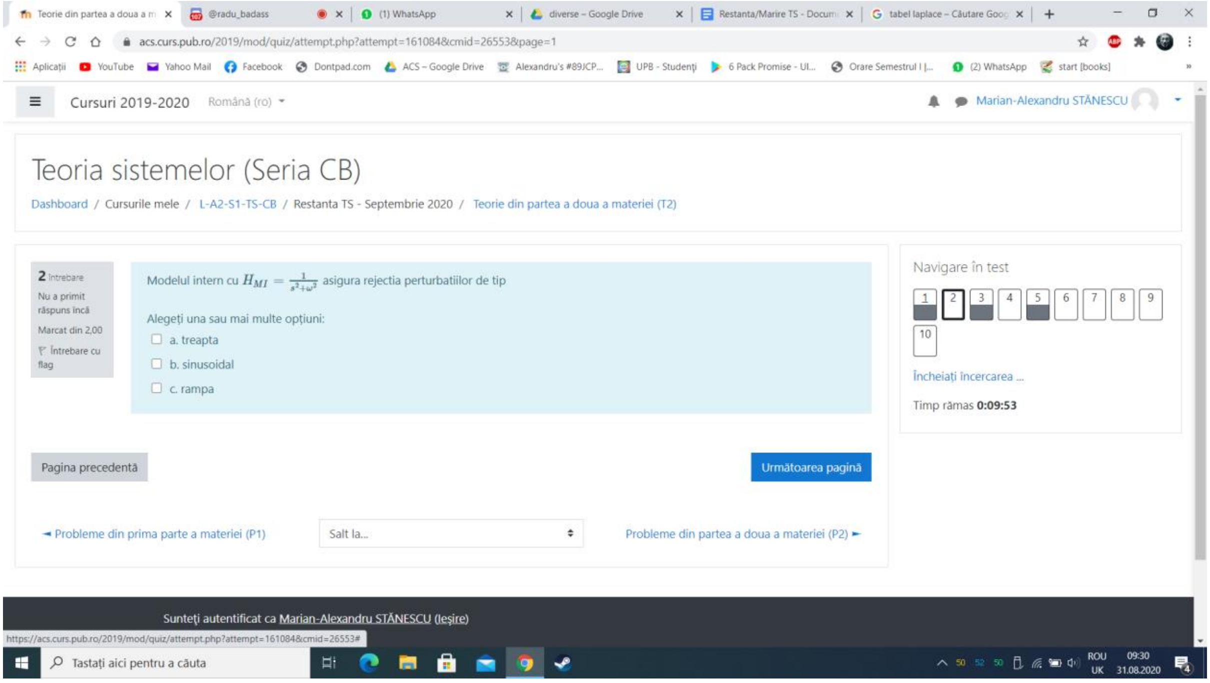
Select one or more:

a. poate fi si proprie si strict proprie

b. proprie

c. strict proprie

cineva aici?
A, am facut eu si e A



-**b**. sinusoidal

Cate solutii are problema alocarii in cazul $m = 1$

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- a. una
- b. o infinitate
- c. niciuna

raspuns mai sus, o infinitate

Conditia pentru estimarea prin modelare este:

Question 3

Not yet answered

Marked out of 2.00

Flag question

Conditia pentru estimarea prin modelare este:

Select one or more:

- a. A stabila
- b. (A, B) controlabila
- c. (C, A) observabila

Cineva aici?

a stabila

Un SLD este observabil daca:

Un SLD este observabil daca:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. $rg\begin{bmatrix}\lambda I - A \\ C\end{bmatrix} = n, \, \forall\, \lambda \notin \sigma(A)$
- [ ] b. $rg\begin{bmatrix}C \\ \lambda I - A\end{bmatrix} = n, \, \forall\, \lambda \in C$
- [ ] c. $rg\,[\lambda I - A \quad C\,] = n, \, \forall\, \lambda \in C$

Matricea de transfer:

Matricea de transfer a compensatorului stabilizator este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. strict proprie
- [ ] b. proprie
- [ ] c. poate fi si proprie si strict proprie

cineva?

Teorema de descompunre observabila TDO arata c

Teorema de descompunre observabila TDO arata ca:

Select one or more:

- [ ] a. $A = \begin{bmatrix}A_1 & A_3 \\ O & A_2\end{bmatrix}$
- [ ] b. (C, A) observabila
- [ ] c. (C_1, A_1) observabila

R: probabil C

Matricea de transfer a compensatorului stabilizator este:

Select one or more:

- [ ] a. poate fi si proprie si strict proprie
- [ ] b. proprie
- [ ] c. strict proprie

Legatura dintre stabilizabilitate si alocabilitate

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- ☐ a. (A, B) alocabila $\Rightarrow$ (A, B) stabilizabila
- ☐ b. (A, B) stabilizabila$\Rightarrow$ (A, B) alocabila
- ☐ c. (A, B) alocabila $\Leftrightarrow$ (A, B) stabilizabila

legatura dintre stabilizabilitate si alocabilitate
a)

Problema 2

Fie sistemul liniar neted (SLN) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

cu

$$F_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ si } g = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

q^T din algoritmul de alocare pentru cazul multivariabil este:

Select one or more:

- a. $q^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
- b. $q^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
- c. $q^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

R: a (e exact pb model de examen rezolvata in pdf)
da aia e

Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Determinati daca perechea (A,B) este controlabila.

Select one:

- True
- False

E true la asta

cum le faceti asa repede?
R= [B A*B A*A*B] daca rack(R)==3 ⇒ true
e si observabila???(C,A) So..e observabila C,A? cica nu e

Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Determinati daca perechea (C,A) este observabila.

Selectați o opțiune:

- [ ] Adevărat
- [ ] Fals

cineva?

PLS

Eu am calculat si mi a dat rangul 2, deci fals

Fie sistemul liniar neted (SLN) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

cu

$\lambda_d = \{-1, -1, -1\}$ si la care se stie $q^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ si $g = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

F care aloca λ_d este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. $F = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 7 \\ 3 & -1 & 7 \end{bmatrix}$
- [ ] b. $F = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$
- [ ] c. $F = \begin{bmatrix} 7 & -1 & 4 \\ 7 & -1 & 4 \end{bmatrix}$

C sigur

Am calculat si eu, confirm

Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

cu

$\lambda_e = \{0, 0, 0\}$

Matricele J si K ale estimatorului de stare unitar (Kalman) sunt:

NOTA: Se considera ca perechea (C,A) este observabila

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. $J = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}$
- [ ] b. $J = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$
- [ ] c. $J = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$

cineva?++++ ++++++ plus plus plus
+++
Raspuns corect C, am calculat
E C, am verificat
sa traiesti 1000 de ani++
sanatate la copii

te pup <3

Fie sistemul liniar neted (SLN) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

cu

$\lambda_d = \{-1, -1, -1\}$ si la care se stie $q^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ si $g = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

F care aloca λ_d este:

Select one or more:

- a. $F = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$
- b. $F = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 7 \\ 3 & -1 & 7 \end{bmatrix}$
- c. $F = \begin{bmatrix} 7 & -1 & 4 \\ 7 & -1 & 4 \end{bmatrix}$

cred ca c

P2. Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

cu

$$F_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ si } g = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

q^T din algoritmul de alocare pentru cazul multivariabil este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- a. $q^T = \begin{bmatrix} -1 & 5 & 0 \end{bmatrix}$
- b. $q^T = \begin{bmatrix} -5 & -3 & -2 \end{bmatrix}$
- c. $q^T = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$

raspuns :

b e corect (am pus eu si am dat submit)

Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

cu

$$\lambda_e = \{0, 0, 0\}$$

Matricele J si K ale estimatorului de stare unitar (Kalman) sunt:

NOTA: Se considera ca perechea (C,A) este observabila

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. $J = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}$
- [ ] b. $J = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 5 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ -3 \end{bmatrix}$
- [ ] c. $J = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -5 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}$

A facut cineva?
incerc sa fac
R:a
sigur? e gresit b

e a 100%

Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

cu

$\lambda_e = \{0, 0, 0\}$

Matricele J si K ale estimatorului de stare unitar (Kalman) sunt:

NOTA: Se considera ca perechea (C,A) este observabila

Select one or more:

- [ ] a. $J = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, $K = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$
- [ ] b. $J = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, $K = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$
- [ ] c. $J = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, $K = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}$

cineva ? ++ +++ +++ +++ +++
AM PUS C SI NU E BN :d, deci a sau b
R: b (vezi mai sus)\\
e b sau nu ca si mie tot b imi da?
da, e b
b e corect!!!!

Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

cu

$$\lambda_e = \{0, 0, 0\}$$

Matricele J si K ale estimatorului de stare unitar (Kalman) sunt:

NOTA: Se considera ca perechea (C,A) este observabila

Select one or more:

- [x] a. $J = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \ K = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$
- [ ] b. $J = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \ K = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$
- [ ] c. $J = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \ K = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}$

e corect

Fie sistemul liniar neted (SLN) descris de A, B, C

$$A=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 1 & 0 & -1\\ 0 & 1 & 2\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}2 & -1\\ 1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}, C=\begin{bmatrix}0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

cu

$\lambda_d=\{-1,-1,-1\}$ si la care se stie $q^T=\begin{bmatrix}3 & -2 & -1\end{bmatrix}$ si $g=\begin{bmatrix}1\\ 1\end{bmatrix}$

F care aloca λ_d este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. $F=\begin{bmatrix}-4 & 3 & 1\\ -4 & 3 & 1\end{bmatrix}$
- [ ] b. $F=\begin{bmatrix}-6 & 4 & -4\\ -6 & 4 & -4\end{bmatrix}$
- [ ] c. $F=\begin{bmatrix}-2 & 1 & 0\\ -2 & 1 & 0\end{bmatrix}$

B

DA! verificat

Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C

$$A=\begin{bmatrix}1 & 0 & 1\\ 1 & 0 & -1\\ 0 & 1 & 2\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}0 & -1\\ 1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}, C=\begin{bmatrix}-1 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

Determinati daca perechea (A,B) este controlabila.

Selectați o opțiune:

- (•) Adevărat
- ( ) Fals

La asta (C,A) e observabila? NU

Fie sistemul liniar neted (SLN) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

cu

$$F_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ si } g = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

q^T din algoritmul de alocare pentru cazul multivariabil este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [x] a. $q^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
- [ ] b. $q^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$
- [ ] c. $q^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

P2. Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

cu

$$F_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ si } g = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

q^T din algoritmul de alocare pentru cazul multivariabil este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [x] a. $q^T = \begin{bmatrix} -1 & 5 & 0 \end{bmatrix}$
- [ ] b. $q^T = \begin{bmatrix} -5 & -3 & -2 \end{bmatrix}$
- [ ] c. $q^T = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$

e corect?

Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

cu

$$\lambda_e = \{0, 0, 0\}$$

Matricele J si K ale estimatorului de stare unitar (Kalman) sunt:

NOTA: Se considera ca perechea (C,A) este observabila

Select one or more:

☐ a. $J = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 5 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ -3 \end{bmatrix}$

☐ b. $J = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -5 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}$

☑ c. $J = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}$

e C !
f

CURS 2

Capitolul 1: Răspunsul în domeniul timp şi operaţional al sistemelor liniare netede

Fie **sistemul liniar neted**:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} x(0) = x_0, t \in T \tag{1}$$

Răspunsul în domeniul timp al unui sistem liniar neted este:

$$x(t) = e^{At}x(t_0) + \int_{t_0}^{t} e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau \tag{2}$$

Este evident că răspunsul nu depinde decât de $\Delta t = t - t_0$ şi atunci alegem $t_0 = 0$:

$$x(t) = e^{At}x_0 + \int_0^t e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau \tag{3}$$

Remarcăm că răspunsul este format din doi termeni:

- $x_l(t) = e^{At}x_0 = x(t)\big|_{u() \equiv 0}$ este răspunsul liber al sistemului, adică răspunsul sistemului în condiţiile în care comanda este identic nulă.
- $x_f(t) = \int_0^t e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau = x(t)\big|_{x_0 \equiv 0}$ este răspunsul forţat al sistemului, adică răspunsul sistemului în condiţiile în care starea iniţială este identic nulă.

Se poate observa că se aplică **principiul superpoziţiei**, mai exact:

$$x(t) = x_l(t) + x_f(t) = x(t)\big|_{u() \equiv 0} + x(t)\big|_{x_0 \equiv 0} \tag{4}$$

Se numeşte **matricea de tranziţie a stărilor** şi se notează cu $\Phi(t)$ matricea:

$$\Phi(t) \overset{def}{=} e^{At} \overset{def}{=} I + \frac{t}{1!}A + \frac{t^2}{2!}A^2 + \ldots \tag{5}$$

Folosind această notaţie, putem scrie:

$$x_l(t) = e^{At}x_0 = \Phi(t)x_0 \tag{6}$$

Ieşirea sistemului se obţine din ecuaţia a doua a sistemului (1):

$$y(t) = Cx(t) = Ce^{At}x_0 + \int_0^t Ce^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau \tag{7}$$

Şi aici se remarcă doi termeni:

- $y_l(t) \overset{def}{=} Ce^{At}x_0 \overset{def}{=} y(t)\big|_{u() \equiv 0}$ este ieşirea liberă a sistemului, adică ieşirea sistemului în condiţiile în care comanda este identic nulă.
- $y_f(t) \overset{def}{=} \int_0^t Ce^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau \overset{def}{=} y(t)\big|_{x_0 \equiv 0}$ este ieşirea forţată a sistemului, adică ieşirea sistemului în condiţiile în care starea iniţială este identic nulă.

Şi aici este valabil **principiul superpoziţiei**, mai exact:

$$y(t) = y_l(t) + y_f(t) = y(t)\big|_{u() \equiv 0} + y(t)\big|_{x_0 \equiv 0} \tag{8}$$

Definiţie: Se numeşte **matricea pondere** şi se notează cu $T(t)$ matricea definită de:

$$T(t) \overset{def}{=} Ce^{At}B \tag{9}$$

Se poate observa că folosind această notaţie, avem:

$$y_f(t) = \int_0^t T(t-\tau)u(\tau)d\tau \stackrel{def}{=} (T*u)(t) \tag{10}$$

Dacă aplicăm transformata Laplace ecuaţiilor sistemului (1) obţinem:

$$L[\dot{x}(t)] = sx(s) - x_0 \tag{11}$$

Sistemul se poate rescrie:

$$\begin{cases} sx(s) - x_0 = Ax(s) + Bu(s) \\ y(s) = Cx(s) \end{cases} \tag{12}$$

Astfel, în operaţional, răspunsul sistemului este:

$$x(s) = (sI-A)^{-1}x_0 + (sI-A)^{-1}Bu(s) \tag{13}$$

Se remarcă aici cele două componente ale răspunsului:

- $x_l(s) = (sI-A)^{-1}x_0 \stackrel{def}{=} x(s)\big|_{u(s)\equiv 0}$ componenta liberă a răspunsului
- $x_f(s) = (sI-A)^{-1}Bu(s) \stackrel{def}{=} x(s)\big|_{x_0\equiv 0}$ componenta forţată a răspunsului

Evident, se respectă **principiul superpoziţiei**:

$$x(s) = x_l(s) + x_f(s) = x(s)\big|_{u(s)\equiv 0} + x(s)\big|_{x_0\equiv 0} \tag{14}$$

Observaţie: Din relaţia (6) de mai sus, observăm că:

$$\Phi(s) = (sI-A)^{-1} \tag{15}$$

Observaţie: Metode de calcul al lui e^{At}:

- calculul direct al seriei $e^{At} = I + \frac{t}{1!}A + \frac{t^2}{2!}A^2 + \dots$, care are sens în mod special atunci când seria are un număr finit de termeni (adică dacă există *k* astfel încât $A^k = A^{k+1} = 0$). În acest caz, matricea se numeşte nil potentă, de exemplu, în cazul unei matrice superior diagonale.
- când există *k* astfel încât $A^k = A^{k+1}$ neidentic nulă (matricea se numeşte idem potentă)
- folosind forma Jordan: dacă $A = TJT^{-1}$, atunci $e^{At} = e^{TJT^{-1}t} = Te^{Jt}T^{-1}$
- $e^{At} = L^{-1}\left[(sI-A)^{-1}\right], t \geq 0$

Ieşirea sistemului se scrie:

$$y(s) = Cx(s) = C(sI-A)^{-1}x_0 + C(sI-A)^{-1}Bu(z) \tag{16}$$

Remarcăm cele două componente ale ieşirii:

- $y_l(s) = C(sI-A)^{-1}x_0 \stackrel{def}{=} y(s)\big|_{u(s)\equiv 0}$ este componenta liberă a ieşirii
- $y_f(s) = C(sI-A)^{-1}Bu(s) = y(s)\big|_{x_0\equiv 0}$ este componenta forţată a ieşirii

Din nou, se observă respectarea principiului superpoziţiei:

$$y(s) = y_l(s) + y_f(s) = y(s)\big|_{u(s)\equiv 0} + y(s)\big|_{x_0\equiv 0} \tag{17}$$

Definiţie: Se numeşte **matricea de transfer** şi se notează cu $T(z)$ matricea definită de:

$$T(s) \stackrel{def}{=} C(sI-A)^{-1}B \tag{18}$$

Ecuaţia fundamentală a lumii liniare:

$$y(s)\big|_{x_0\equiv 0} = C(sI-A)^{-1}Bu(s) = T(s)u(s) \tag{19}$$

Observaţie: Reversibilitatea timpului.

Din ecuaţia (13) se poate calcula x_0:

$$x(s) = \Phi(s)x_0 + \int_0^t \Phi(s)Bu(s)$$

sau în domeniul timp:

$$x(t) = e^{At}x_0 + \int_0^t e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau$$

$$x(t) = \Phi(t)x_0 + \int_0^t \Phi(t-\tau)Bu(\tau)d\tau$$

Deoarece $\Phi(t) = e^{At}$ există mereu $\Phi^{-1}(t) = \Phi(-t)$ şi atunci:

$$x_0 = \Phi(-t)x(t) + \int_0^t \Phi^{-1}(t)\Phi(t-\tau)Bu(\tau)d\tau \text{ x} \qquad (20)$$

De aici se observă posibilitatea de a îl extrage pe x_0, ceea ce înseamnă că **timpul este mereu reversibil într-un sistem liniar neted**.

Observaţie: Cazul mono intrare - mono ieşire. **Funcţia de transfer** $H(s)$.
Pentru cazul $m = p = 1$ avem:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + bu(t) \\ y(t) = c^T x(t) \end{cases}, x(0) = x_0, t \in R \qquad (21)$$

$$H(s) \overset{def}{=} c^T (sI - A)^{-1} b \qquad (22)$$

Proprietăţile $H(s)$:

- este scalar
- este o raţională strict proprie
- $H(s) = \dfrac{r(s)}{p(s)} = \dfrac{\beta_{n-1}s^{n-1} + \ldots + \beta_0}{s^n + \alpha_{n-1}s^{n-1} + \ldots + \alpha_0}$
- descrierea ca schemă ecuaţie diferenţială a sistemului liniar discret

$$y_f(s) = H(s)u(s) = \frac{r(s)}{p(s)}u(s) \text{z} \qquad (23)$$

$$y_f(s)p(s) = r(s)u(s) \qquad (24)$$

$$\left(s^n + \alpha_{n-1}s^{n-1} + \ldots + \alpha_0\right)y_f(s) = \left(\beta_{n-1}s^{n-1} + \ldots + \beta_0\right)u(s) \qquad (25)$$

Dacă relaţiei de mai sus îi aplicăm transformata Laplace inversă în condiţii iniţial nule, obţinem:

$$y_f^{(n)}(t) + \ldots\alpha_{n-1}y_f^{(n-1)}(t) + \ldots + \alpha_0 y_f(t) = p_{n-1}u^{(n-1)}(t) + \ldots + \beta_0 u(t) \qquad (26)$$

- fie $u(t) = u_{-1}(t) = \begin{cases} 1, t \geq 0 \\ 0, t < 0 \end{cases}$. Definim:

$$U(t) \overset{def}{=} \beta_{n-1}u^{(n-1)}(t) + \ldots + \beta_0 u(t) \qquad (27)$$

$$U_1(t) = \beta_1 u'(t) + \beta_0 u(t) = \beta_0 u_{-1}(t) + \beta_1 \delta(t)$$

  Folosirea transformatei Laplace şi a funcţiilor de transfer rezultă şi din abilitatea acesteia de a trata discontinuităţile de speţa 1 pe mărimea de intrare.
- interpretarea lui $H(s)$

$$y_f(s) = H(s)u(s)$$

Dacă considerăm un semnal sinusoidal, $s = j\omega$, atunci:

$$y_f(j\omega) = H(j\omega)u(j\omega)$$

$$H(j\omega) = H(\omega)e^{j\phi(\omega)}$$

$$y_f(j\omega) = H(\omega)e^{j\phi(\omega)}u(j\omega) = H(\omega)e^{j\phi(\omega)}e^{j\omega} = H(\omega)e^{j(\omega+\phi(\omega))}$$

Un semnal sinusoidal este amplificat cu un factor de amplificare şi defazat cu o fază $\phi(\omega)$ ceea ce justifică interpretarea lui $H(h\omega)$ ca o admitanţă complexă.

- $u(t) = \delta(t)$ de unde $y_{jf}(s) = H(s)\delta(s) = H(s)$
- $L^{-1}\{H(s)\} = \begin{cases} c^T e^{At} b \overset{def}{=} h(t), matricea\_pondere, t \geq 0 \\ 0, t < 0 \end{cases}$
- $L^{-1}\{y_f(s)\} \overset{def}{=} h_c(t)$, răspunsul cauzat la impuls. $h_c(t) = \begin{cases} h(t), t \geq 0 \\ 0, t < 0 \end{cases}$. unde $h(t)$este funcţia pondere şi este prelungirea analitică în R a răspunsului cauzat la impuls.

CURS 3

Capitolul 2: Răspunsul în domeniul timp şi operaţional al sistemelor liniare discrete

Fie **sistemul liniar discret**:

$$\begin{cases} x(t+1) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} x(0) = x_0, t \in Z, \qquad (1)$$

Unde x(.) Rn – starea
u(.) Rm – intrarea
y(.) Rp –iesire
A Rnxn , B Rnxm, C Rp

Dacă iterăm ecuaţia 1 obţinem:

$$\begin{aligned} &x(1) = Ax_0 + Bu(0) \\ &x(2) = Ax(1) + Bu(1) = A^2x(0) + ABu(0) + Bu(1) \\ &\ldots \\ &x(t) = Ax(t-1) + Bu(t-1) = A^t x(0) + A^{t-1}Bu(0) + \ldots + Bu(t-1) \end{aligned} \qquad (2)$$

De aici putem deduce răspunsul în domeniul timp al unui sistem liniar discret:

$$x(t) = A^t x_0 + \sum_{i=1}^{t-1} A^{t-i-1}Bu(i) \qquad (3)$$

Remarcăm că răspunsul este format din doi termeni:

- $x_l(t) = A^t x_0 = x(t)\big|_{u(t)\equiv 0}$ este răspunsul liber al sistemului, adică răspunsul sistemului în condiţiile în care comanda este identic nulă.
- $x_f(t) = \sum_{i=1}^{t-i} A^{t-i-1}Bu(i) = x(t)\big|_{x_0 \equiv 0}$ este răspunsul forţat al sistemului, adică răspunsul sistemului în condiţiile în care starea iniţială este identic nulă.

Se poate observa că se aplică **principiul superpoziţiei**, mai exact:

$$x(t) = x_t(t) + x_f(t) = x(t)\big|_{u(t)\equiv 0} + x(t)\big|_{x_0\equiv 0} \qquad (4)$$

Se numeşte **matricea de tranziţie a stărilor** şi se notează cu $\Phi(t)$ matricea:

$$\Phi(t) \overset{def}{=} A^t \text{, cu } t \geq 0 \qquad (5)$$

Folosind această notaţie, putem scrie:

$$x_l(t) = A^t x_0 = \Phi(t)x_0 \qquad (6)$$

Se observă că această relaţie are aceeaşi formă ca şi în cazul neted.

Ieşirea sistemului se obţine din ecuaţia a doua a sistemului (1):

$$y(t) = Cx(t) = CA^t x_0 + \sum_{i=1}^{t-1} CA^{t-i-1}Bu(i) \qquad (7)$$

Şi aici se remarcă doi termeni:

- $y_l(t) \overset{def}{=} CA^t x_0 \overset{def}{=} y(t)\big|_{u(t)\equiv 0}$ este ieşirea liberă a sistemului, adică ieşirea sistemului în condiţiile în care comanda este identic nulă.

- $y_f(t) \overset{def}{=} \sum_{i=0}^{t-1} CA^{t-i-1}Bu(i) \overset{def}{=} y(t)\Big|_{x_0 \equiv 0}$ este ieşirea forţată a sistemului, adică ieşirea sistemului în condiţiile în care starea iniţială este identic nulă.

Şi aici este valabil **principiul superpoziţiei**, mai exact:

$$y(t) = y_l(t) + y_f(t) = y(t)\Big|_{u(t)\equiv 0} + y(t)\Big|_{x_0 \equiv 0} \tag{8}$$

Definiţie: Se numeşte **matricea pondere** şi se notează cu $T(t)$ matricea definită de:

$$T(t) = \begin{cases} 0, t \le 0 \\ CA^{t-1}B, t > 0 \end{cases} \tag{9}$$

Se poate observa că folosind această notaţie, avem:

$$y_f(t) = y(t)\,|_{t_0=0} = \sum_{i=0}^{t-1} T(t-1)u(i) \overset{def}{=} (T * u)(t) \tag{10}$$

Dacă aplicăm transformata Z ecuaţiilor sistemului (1) obţinem:

$$Z[x(t+1)] = zx(z) - zx_0 \tag{11}$$

Sistemul se poate rescrie:

$$\begin{cases} zx(z) - zx_0 = Ax(z) + Bu(z) \\ y(z) = Cx(z) \end{cases} \tag{12}$$

Astfel, în operaţional, răspunsul sistemului este:

$$x(z) = (zI - A)^{-1} zx_0 + (zI - A)^{-1} Bu(z) \tag{13}$$

Se remarcă aici cele două componente ale răspunsului:

- $x_l(z) = z(zI - A)^{-1} x_0 \overset{def}{=} x(z)\Big|_{u(z)\equiv 0}$ componenta liberă a răspunsului
- $x_f(z) = (zI - A)^{-1} Bu(z) \overset{def}{=} x(z)\Big|_{x_0 \equiv 0}$ componenta forţată a răspunsului

Evident, se respectă **principiul superpoziţiei**:

$$x(z) = x_l(z) + x_f(z) = x(z)\Big|_{u(z)\equiv 0} + x(z)\Big|_{x_0 \equiv 0} \tag{14}$$

Observaţie: Din relaţiile de mai sus, observăm că:

$$Z\{x_l(t)\} = x_l(z) \Leftrightarrow Z\{A^t x_0\} = z(zI - A)^{-1} x_0 \Leftrightarrow Z\{A^t\} = z(zI - A)^{-1}$$

de unde se poate scrie că:

$$A^t = Z^{-1}\{z(zI - A)^{-1}\} \tag{15}$$

Ieşirea sistemului se scrie:

$$y(z) = Cx(z) = Cz(zI - A)^{-1} x_0 + C(zI - A)^{-1} Bu(z) \tag{16}$$

Remarcăm cele două componente ale ieşirii:

- $y_l(z) = Cz(zI - A)^{-1} x_0 \overset{def}{=} y(z)\Big|_{u(z)\equiv 0}$ este componenta liberă a ieşirii
- $y_f(z) = C(zI - A)^{-1} Bu(z) = y(z)\Big|_{x_0 \equiv 0}$ este componenta forţată a ieşirii

Din nou, se observă respectarea principiului superpoziţiei:

$$y(z) = y_l(z) + y_f(z) = y(z)\Big|_{u(z)\equiv 0} + y(z)\Big|_{x_0 \equiv 0} \tag{17}$$

Definiţie: Se numeşte **matricea de transfer** şi se notează cu $T(z)$ matricea definită de:

$$T(z)\overset{def}{=}C(zI-A)^{-1}B \tag{18}$$

Ecuaţia fundamentală a lumii liniare:

$$y(z)\Big|_{x_0\equiv 0}=C(zI-A)^{-1}Bu(z)=T(z)u(z) \tag{19}$$

Obs Ec fundamentala a lumii linare
$y_f(z)=y(z)|_{x0=0}=T(z)u(z)$

Teoria structurală a sistemelor liniare:

Se poate observa că $T(s)\overset{def}{=}C(sI-A)^{-1}B$ este identică din punct de vedere algebric în cazul neted şi în cel discret, şi anume este un fascicul matricial. De asemenea, ecuaţia fundamentală are forma:

$$y_f(\lambda)=T(\lambda)u(\lambda) \tag{20}$$

Marea majoritate a problemelor din Teoria Sistemelor Liniare nu au în vedere aspectul neted sau discret al unui sistem, caracterul algebric fiind predominant asupra celuilalt caracter.

$$D(lamda)=\begin{bmatrix} A-\lambda I & B \\ C & 0 \end{bmatrix} \text{ sau } P_D=\begin{bmatrix} A & B \\ C & 0 \end{bmatrix}$$

Observaţie: Cazul mono intrare - mono ieşire. **Funcţia de transfer** $H(z)$.
Pentru cazul $m=p=1$ avem:

$$\begin{cases} x(t+1)=Ax(t)+bu(t) \\ y(t)=c^T x(t) \end{cases}, x(0)=x_0, t\in Z \tag{21}$$

$$H(z)\overset{def}{=}c^T(zI-A)^{-1}b=\frac{r(z)}{p(z)} \tag{22}$$

Proprietăţile $H(z)$ ($H(z)$ este identică ca formă cu $H(s)$ ceea ce face ca toate proprietăţile acesteia să fie respectate):

- este scalar
- este o raţională strict proprie
- $H(z)=\dfrac{r(z)}{p(z)}=\dfrac{\beta_{n-1}z^{n-1}+...+\beta_0}{z^n+\alpha_{n-1}z^{n-1}+...+\alpha_0}$
- descrierea ca schemă cu diferenţe finite a sistemului liniar discret

$$y_f(z)=H(z)u(z)=\frac{r(z)}{p(z)}u(z)$$

$$y_f(z)p(z)=r(z)u(z)$$

$$\left(z^n+\alpha_{n-1}z^{n-1}+...+\alpha_0\right)y_f(z)=\left(\beta_{n-1}z^{n-1}+...+\beta_0\right)u(z)$$

Dacă relaţiei de mai sus îi aplicăm transformata Z în condiţii iniţial nule, obţinem:

$$y_f(t+n)+...\alpha_{n-1}y_f(t+n-1)+...+\alpha_0 y_1(t)=p_{n-1}y(t+n-1)+...+\beta_0 u(t)$$

Observaţii: Ireversibilitatea timpului pentru Sisteme Liniare Discrete

$$x(t)=\Phi(t)x_0+\sum_{i=0}^{t-1}\Phi(t-i-1)Bu(i)$$

<A transpus inversabila> ⇔ < A inversabila>

In general cond generala nu poate fi recuperata. Singura diferenta notabile intre SN si SD dpdv al teoriei sist

Capitolul 3: Discretizarea pe stare a sistemelor liniare

##fig

Problema discretizării pe stare: Fiind dat un SL descris de

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases}, t \in R \qquad (1)$$

se cere să se calculeze un model discret $\Sigma_d = (A_d, B_d, C_d)$:

$$\begin{cases} x_d(k+1) = A_d x_d(k) + B_d u_d(k) \\ y_d(k) = C_d x_d(k) \end{cases}, k \in Z \qquad (2)$$

astfel încât să avem pentru $u(kh) = u_d(k)$ următoarele relaţii: (3)

$$\begin{cases} x(kh) = x_d(k) \\ y(kh) = y_d(k) \end{cases} \qquad (4)$$

=> $u^k(t) = u(kh) pt...t \in [kh,(k+1)h]$

Vom integra de la kh la $(k+1)h$ sistemul:

$$x(t) = e^{A(t-t_0)}x(t_0) + \int_{t_0}^{t} e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau \text{ x} \qquad (5)$$

$$t_0 = kh \qquad (6)$$

$$t = (k+1)h \qquad (7)$$

Ecuaţia (5) devine:

$$x((k+1)h) = e^{Ah}x(kh) + \int_{kh}^{(k+1)h} e^{A((k+1)h-\tau)}Bu(\tau)d\tau \qquad (8)$$

Facem schimbarea de variabilă:

$$\theta = (k+1)h - \tau \qquad (9)$$

deci avem:

$$\begin{aligned} &\tau = kh \to \theta = h \\ &\tau = (k+1)h \to \theta = 0 \\ &u(\tau) = u(kh) \end{aligned} \qquad (10)$$

de unde scriem:

$$x((k+1)h) = e^{Ah}x(kh) + \int_0^h e^{A\theta}Bd\theta u(kh) \qquad (11)$$

Din(4) si 11 avem $x_d(k+1) = e^{Ah}x_d(k) + \int_0^h e^{A\theta}Bd\theta u_d(k)$

deci avem următorul sistem discretizat:

$$A_d = e^{Ah} (12)$$

$$B_d \overset{def}{=} \int_0^h e^{A\theta}Bd\theta (12)$$

$$(13) y(kh) = Cx(kh) \Rightarrow y_d(k) = Cx_0(k) (14)$$

$$C_d = C (15)$$

Modul discret furnizat de 12 si 15 este adevarat numai pt schema de discretizare din figura. Modificarea tipului de esantionare sau a tipului de refacere a inform va conduce la alte modele discretizate.

Observaţie: Reversibilitatea timpului

$A_d = e^{Ah} = I + \frac{h}{1!}A + \frac{h^2}{2!}A^2 + ...$ este o matrice nesingulară, deci $\Phi(t)$ este nesingulară, deci inversabilă, de unde deducem că timpul este reversibil pentru un Sistem Discret obţinut prin discretizarea unui SLN. Sistemele discrete astfel obţinute moştenesc integral proprietăţile Sistemelor Liniare din care provin.

CURS 4

Capitolul 4: Realizarea de Stare a Sistemelor Liniare

Problema realizării (de stare) (PRS) reprezintă determinarea reprezentării de stare (deci a tripletului (A, B, C) pentru un sistem liniar specificat într-o manieră intrare-ieşire (prin matricea de transfer sau prin matricea de răspuns cauzal la impuls).

Problema realizării de stare se formulează astfel: Fie $T(\lambda) \in R^{p\times m}(\lambda)$ - o matrice de rationale strict proprii. Să se găsească (dacă este posibil) un sistem liniar $\Sigma_n = (n, A, B, C)$ un sistem liniar astfel încât:

$$T(\lambda) = C(\lambda I - A)^{-1} B \tag{2}$$

unde *n* reprezintă dimensiunea realizării de stare.

Observaţie: Forma standard a unei matrici de transfer $T(\lambda)$.

Fie: $p(\lambda) = cmmmc\{p_{ij}(\lambda)\} = \lambda^n + \alpha_{n-1}\lambda^{n-1} + ... + \alpha_0$ (4)

,unde $i = \overline{1,m},\ j = \overline{1,p}$ şi $\alpha_n = 1$.

Atunci înseamnă că putem scrie $T(\lambda)$ astfel:

$$T(\lambda) = \|t_{ij}\| = \left\|\frac{r_{ij}(\lambda)}{p_{ij}(\lambda)}\right\| = \frac{1}{p(\lambda)}\|r_{ij}^*(\lambda)\| \tag{5}$$

,unde $i = \overline{1,m},\ j = \overline{1,p}$.

<u>Exemplu</u>:

Fie $T(\lambda) = \left\| \frac{1}{2(\lambda+1)} \quad \frac{\lambda-2}{(\lambda+1)\lambda} \right\| = \left\| \frac{0.5}{\lambda+1} \quad \frac{\lambda-2}{(\lambda+1)\lambda} \right\|$.

Atunci, avem:

$$p(\lambda) = \lambda(\lambda+1) = \lambda^2 + \lambda \Rightarrow \begin{cases} n = 2 \\ \alpha_1 = 1 \\ \alpha_0 = 0 \end{cases}$$

, de unde se poate scrie că:

$$T(\lambda) = \frac{1}{\lambda(\lambda+1)}\|0.5\lambda \quad \lambda-2\|$$

Pe de altă parte, însă, avem:

$$T(\lambda) = \frac{1}{p(\lambda)}\|R_0 + R_1\lambda + ... + R_{n-1}\lambda^{n-1}\| \tag{6}$$

unde $R \in R^{p\times m}$.

Continuând exemplul, putem scrie că:

$$T(\lambda) = \frac{1}{p(\lambda)}([0 \quad -2] + [0.5 \quad 1]\lambda).$$

Teorema 1: Realizarea standard controlabilă. O realizare controlabilă a lui $T(\lambda) \in R^{p\times m}(\lambda)$ de raţionale strict proprii este dată de:

$$A_C = \begin{bmatrix} 0_m & I_m & \dots & 0_m \\ \dots & \dots & \dots & \dots. \\ 0_m & 0_m & \dots & I_m \\ -\alpha_0 I_m & -\alpha_1 I_m & \dots & -\alpha_{n-1} I_m \end{bmatrix},\ B_C = \begin{bmatrix} 0_m \\ 0_m \\ \dots \\ I_m \end{bmatrix} \text{ şi } C_C = \begin{bmatrix} R_0 & R_1 & \dots & R_{n-1} \end{bmatrix} \tag{7}$$

unde dimensiunea realizării este:

$$n_C = n \times m \tag{8}$$

unde 0_m şi I_m sunt de dimensiuni $n \times m$.

Demonstraţia este identică în cazurile neted şi discret. Vom analiza doar situaţia cazul unui sistem neted.

$$\begin{cases} \dot{x}_C = A_C x + B_C u \\ y = C_C x \end{cases} \tag{9}$$

Definim $x_C \overset{def}{=} \begin{bmatrix} x_1 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix}$, unde $x_j \in R^m$. Sistemul de la (9) se poate scrie astfel:

$$\begin{cases} \dot{\begin{bmatrix} x_1 \\ \dots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix}} = \begin{bmatrix} 0_m & I_m & \dots & 0_m \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0_m & 0_m & \dots & I_m \\ -\alpha_0 I_m & -\alpha_1 I_m & \dots & -\alpha_{n-1} I_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \dots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0_m \\ \dots \\ 0_m \\ I_m \end{bmatrix} u \\ y = \begin{bmatrix} R_0 & R_1 & \dots & R_{n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \dots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix} \end{cases} \tag{10}$$

Demonstraţia constă în verificarea funcţiei de transfer.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ \dots \\ \dot{x}_{n-1} = x_n \\ \dot{x}_n = -\alpha_0 x_1 + \dots + -\alpha_{n-1} x_n + u \\ y = R_0 x_1 + \dots + R_{n-1} x_n \end{cases} \tag{11}$$

Aplicând sistemului (11) transformata Laplace pentru $x_0 = 0$ obţinem:

$$\begin{cases} sx_1 = x_2 \\ sx_2 = x_3 \\ \dots \\ sx_{n-1} = x_n \\ sx_n = -\alpha_0 x_1 + \dots + -\alpha_{n-1} x_n + u \\ y = R_0 x_1 + \dots + R_{n-1} x_n \end{cases} \tag{12}$$

Prin substituţii succesive, din sistemul (12) putem obţinem următoarele:

$$\begin{aligned} x_2 &= sx_1 \\ x_3 &= s^2 x_1 \\ &\dots \\ x_n &= s^{n-1} x_1 \end{aligned} \quad \text{de unde rezultă că:}$$

$$\left(s^n + \alpha_{n-1}s^{n-1} + \dots + \alpha_0\right)x_1 = u \tag{13}$$

Care se mai poate scrie şi astfel:

$$x_1(s) = \frac{1}{s^n + \alpha_{n-1}s^{n-1} + \dots + \alpha_0} u(s)$$

Înlocuind în ultima ecuaţie din sistemul (12) obţinem că:

$$y_f(s) = \left(R_0 + sR_1 + \dots + s^{n-1}R_{n-1}\right)x\ (s) \ => \ y_f(s) = R_0 x_1(s) + \dots + R_{n-1}x_n(s)$$

(14)

Iar dacă introducem şi ecuaţia (13), ajungem la forma:

$$y_f(s) = \frac{R_0 + sR_1 + \dots + s^{n-1}R_{n-1}}{s^n + \alpha_{n-1}s^{n-1} + \dots + \alpha_0} u(s) \tag{15}$$

Din ecuaţia (15) putem scrie imediat că:

$$y_f(s) = T(s)u(s)$$

$$T(s) = \frac{1}{s^n + \alpha_{n-1}s^{n-1} + \dots + \alpha_0}\left(R_0 + R_1 s + \dots + R_{n-1}s^{n-1}\right) \qquad q.e.d$$

<u>Exemplul</u>:

$$n_C = 2 \times 2 = 4$$

$$A_C = \begin{bmatrix} 0_2 & I_2 \\ -\alpha_0 I_2 & -\alpha_1 I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$B_C = \begin{bmatrix} 0_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ şi}$$

$$C_C = \begin{bmatrix} R_0 & R_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 0.5 & 1 \end{bmatrix}$$

<u>Teorema 2: Realizarea standard observabilă</u>. O realizare observabilă a lui $T(\lambda) \in R^{p \times m}(\lambda)$ de raţionale strict proprii este dată de:

$$A_O = \begin{bmatrix} 0_p & \dots & 0_p & -\alpha_0 I_p \\ I_p & \dots & 0_p & -\alpha_1 I_p \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0_p & \dots & I_p & -\alpha_{n-1} I_p \end{bmatrix},\ B_O = \begin{bmatrix} R_0 \\ R_1 \\ \dots \\ R_{n-1} \end{bmatrix} \text{ şi } C_O = \begin{bmatrix} 0_p & 0_p & \dots & I_p \end{bmatrix} \tag{18}$$

unde dimensiunea realizării este:

$$n_O = n \times p$$

<u>Exemplul</u>:

$$n_O = 2 \times 1 = 2$$

$$A_O = \begin{bmatrix} 0_1 & -\alpha_0 I_1 \\ I_1 & -\alpha_1 I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix},$$

$$B_O = \begin{bmatrix} R_0 \\ R_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 0.5 & 1 \end{bmatrix} \text{ şi}$$

$$C_O = \begin{bmatrix} 0_1 & I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Observatie Problema realizării minimale :

Deoarece in general $m \neq p \Rightarrow n_c \neq n_0$

Problema realizarii minimale Fiind data $T(\lambda) \in R^{pxn}(\lambda)$ o matrice de rationale strict proprii. Sa se gaseaasca daca e posibila o realizare minimala (caciulitia si la suma) $\Sigma_{\tilde{n}} = (\tilde{n}, \tilde{A}, \tilde{B}, \tilde{C})$ avem $\tilde{n} \geq n$ ai pt orice alta realizare a lui $T(\lambda), \Sigma_n = (n, A, B, C)$ n>= n cu caciula

(3)

Minimalitatea trebuie înţeleasă în sensul dimensiunii spaţiului stărilor.

Observatii:

1) RSC

Pentru cazul $m = p = 1$ (sistem cu o intrare şi o ieşire) avem:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + bu \\ y = c^T x \end{cases}, \text{->} \Rightarrow T(S) = \frac{\beta_{n-1} S^{n-1} + \dots + \beta_0}{S^n + \alpha_{n-1} S^{n-1} + \dots + \alpha_0}$$

$$\Rightarrow T(\lambda) = \frac{\beta_{n-1} \lambda^{n-1} + \dots + \beta_0}{\lambda^n + \alpha_{n-1} \lambda^{n-1} + \dots + \alpha_0}$$

$$A_C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & ... & 0 \\ ... & ... & ... & ... \\ 0 & 0 & ... & 1 \\ -\alpha_0 & -\alpha_1 & ... & -\alpha_{n-1} \end{bmatrix}, \; b_C = \begin{bmatrix} 0 \\ ... \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$R_C = [b_c \; A_c b_c .....A_c^{\;n-1} b_c] = \begin{bmatrix} 0.0.....1 \\ .... \\ 0.1...... \\ 1,\alpha_{n-1}..... \end{bmatrix}$$

şi $C_C^{\;T} = \begin{bmatrix} \beta_0 & \beta_1 & ... & \beta_{n-1} \end{bmatrix}$ (16)

Observăm că matricea A_C este în formă de companion matricial, iar coeficienţii $\alpha_0, \alpha_1, ...\alpha_{n-1}$ sunt coeficienţii polinomului caracteristic.

Matricea A_C este ciclică.

Faptul că

$$R_c \overset{def}{=} \begin{bmatrix} b_C & A_C b_C & ... & A_C^{n-1} b_C \end{bmatrix} \tag{17}$$

este de rang maximal face ca realizarea să fie controlabilă ($rang(R) = n_C$), care este criteriul de controlabilitate.

2) RSO

Pentru cazul $m = p = 1$ (sistem cu o intrare şi o ieşire) avem:

$$A_O = \begin{bmatrix} 0 & ... & 0 & -\alpha_0 \\ 1 & ... & 0 & -\alpha_1 \\ ... & ... & ... & ... \\ 0 & ... & 1 & -\alpha_{n-1} \end{bmatrix}, \; b_O = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ ... \\ \beta_{n-1} \end{bmatrix} \text{ şi } c_O^{\;T} = \begin{bmatrix} 0 & ... & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{19}$$

Faptul că

$$Q \overset{def}{=} \begin{bmatrix} c_0^{\;T} \\ c_0^{\;T} A_0 \\ ... \\ c_0^{\;T} A_0^{\;n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & ... & 0 & 1 \\ 0 & ... & 1 & * \\ ... & ... & ... & ... \\ 1 & ... & * & * \end{bmatrix} \neq 0 \tag{20}$$

este de rang $rg(Q) = n$ face ca realizarea să fie observabilă.

<u>Principiul dualităţii</u>.

$$\sum{}_c = (A_c, b_c, c_c^{\;t}) \xrightarrow{T} \sum{}_0 = (A_0, b_0, c_0^{\;T})$$

$$A_c^{\;t} . c_c, b_0^T$$

Fie $H(\lambda)$. Scriem că:

$$H(\lambda)=c_C^T(\lambda I_C-A_C)^{-1}b_C=H^T(\lambda)=\left[c_C^T(\lambda I_C-A_C)^{-1}b_C\right]^T=b_C^T(\lambda I-A_C^T)^{-1}c_C \tag{21}$$

Pe de altă parte, avem:

$$H(\lambda)=c_O^T(\lambda I-A_O)^{-1}b_O \tag{22}$$

Din (21) şi (22) putem scrie că:

$$\Sigma_C=(A_C,b_C,c_C^T)=\Sigma_O(A_C^T,c_C,b_C^T) \tag{23}$$

$\xrightarrow{u} unpatrat(H) \xrightarrow{y}$ $\quad \xrightarrow{y} unpatrat(?) \xrightarrow{u}$

Obs : RSC si RSO sunt controlabile , respectiv observabile.

m=p=1 det($\lambda I-A_c$) =det(SI- $\lambda I-A_0$) $=\lambda^n+\alpha_{n-1}\lambda^{n-1}+\ldots+\alpha_0$

<u>Capitolul 5: Echivalenţa Sistemelor Liniare</u>

Definiţia 1: Două sisteme $\Sigma=(n,A,B,C)$ şi $\hat{\Sigma}=(n,\hat{A},\hat{B},\hat{C})$ se numesc echivalente dacă există un izomorfism $T:R^n\to R^n$ astfel încât:

$$\hat{A}=TAT^{-1}$$
$$\hat{B}=TB \tag{1}$$
$$\hat{C}=CT^{-1}$$

Observăm că relaţia de echivalenţă este o schimbare de coordonate în spaţiul stărilor:

$$\hat{x}=Tx \tag{2}$$

Definiţia 1 descrie o relaţie de echivalenţă. Astfel, această relaţie trebuie să fie:

- simetrică: $\sum_n \overset{T}{\sim} \hat{\Sigma} \Rightarrow \hat{\Sigma} \overset{T^{-1}}{\sim} \Sigma_n$
- tranzitivă: $\Sigma_1 \overset{T_1}{\sim} \Sigma_2$ şi $\Sigma_2 \overset{T_2}{\sim} \Sigma_3 \to \Sigma_1 \overset{T_2T_1}{\sim} \Sigma_3$
- reflexivă: $\Sigma_n \overset{I_m}{\sim} \Sigma_n$ => T= In

Se poate spune astfel că, de fapt, atunci când lucrăm cu un sisteme liniare, numerele cu care lucrăm sunt reprezentantul unei clase.

Teorema 1: Două sisteme $\Sigma_n=(A,B,C)$ şi $\hat{\Sigma}_n=(\hat{A},\hat{B},\hat{C})$ echivalente cu iniţializări echivalente (asemenea) $\hat{x}_0=Tx_0$ şi aceeaşi intrare au ieşiri egale şi evoluţii pe stare echivalente.

$$\hat{x}(t)=Tx(t) \tag{3}$$
$$\hat{y}(t)=y(t)$$

Demonstraţie:

Din $\Sigma\sim\hat{\Sigma}$ deducem că $\exists T$ astfel încât $\hat{A}=TAT^{-1},\hat{B}=TB,\hat{C}=CT^{-1}$.

Se poate scrie, deci, că:

$$\hat{x}(t)=e^{\hat{A}t}\hat{x}_0+\int_0^t e^{\hat{A}(t-\tau)}\hat{B}u(\tau)d\tau= \tag{4}$$

$$\hat{x}(t) = e^{TAT^{-1}t}Tx_0 + \int_0^t e^{TAT^{-1}(t-\tau)}TBu(\tau)d\tau =$$

$$\hat{x}(t) = Te^{At}T^{-1}Tx_0 + \int_0^t Te^{A(t-\tau)}T^{-1}TBu(\tau)d\tau =$$

$$\hat{x}(t) = Te^{At}x_0 + \int_0^t Te^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau =$$

$$\hat{x}(t) = T\left(e^{At}x_0 + \int_0^t e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau\right) =$$

$$\hat{x}(t) = Tx(\mathrm{t}) \qquad (5)$$

Similar, demonstrăm că:

$$\hat{y}(t) = \hat{C}\hat{x}(t) = C(T^{-1}T)x = Cx(t) = y(t) \quad \text{(iesiri egale)} \qquad (6)$$

Definiţia 2: Echivalenţa intrare-ieşire (I/E). Două sisteme $\Sigma = (n, A, B, C)$ şi $\Sigma^* = (n^*, A^*, B^*, C^*)$ sunt echivalente intrare-ieşire dacă au aceeaşi matrice de transfer.

$$C^*\left(\lambda I_{n^*} - A^*\right)^{-1}B^* = C(\lambda I_n - A)^{-1}B = T(\lambda) \qquad (10)$$

Observaţie: $n^* \neq n$.

Definiţia 2 descrie o relaţie de echivalenţă. Astfel, această relaţie trebuie să fie:

- simetrică: $\Sigma_1 \sim \Sigma_2 \rightarrow \Sigma_2 \sim \Sigma_1$ (prin identitate)
- tranzitivă: $\Sigma_1 \sim \Sigma_2$ şi $\Sigma_2 \sim \Sigma_3 \rightarrow \Sigma_1 \sim \Sigma_3$
- reflexivă $\Sigma_n \sim \Sigma_n \Rightarrow T = In$

Obs(Relatii echivalente)
Obs echivalenta => echiv intr – iesire
2 sisteme echivalente sunt echiv si intrare –iesire

Reciproca propoziţiei 2 este falsă.

Relaţia de echivalenţă conservă:

a) $\sigma(A) - spectrul$ lui A

$\sigma(A) = \{\lambda \in C \mid \det(\lambda I - A) = 0\}$

$\sigma(A) = \sigma(TAT^{-1}) = \sigma(A)$

b) rang B si rang C

$\dot{x} = Ax + Bu$

Obs $y = Cx + Du$

$T(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$

CURS 5

Capitolul 6: Accesibilitatea Sistemelor Liniare

Fie sistemul liniar discret descris de:

$$\begin{cases} x(t+1) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases}, x(0) = x_0, t \in Z \qquad (1)$$

Ne vom ocupa de legatura intre comanda si stare(de perechea (A,B))

Raspunsul in domeniul timp:

$$x(t) = A^t x_0 + \sum_{i=0}^{t-1} A^{t-i-1} Bu(i) \qquad (2)$$

Consideram:

$$x_0 \equiv 0 \qquad (3) \Rightarrow$$

=> putem scrie ecuaţia (2) astfel:

$$x(t) = A^{t-1}Bu(0) + ... + Bu(t-1) = \begin{bmatrix} B & AB & ... & A^{t-1}B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(t-1) \\ u(t-2) \\ ... \\ u(0) \end{bmatrix} \qquad (4)$$

Definitia 1. Secvenţa de comanda de lungime k: $u_k \overset{def}{=} \begin{bmatrix} u_{k-1} \\ u_{k-2} \\ ... \\ u_0 \end{bmatrix}$ (5)

Definitia 2. Matricea de accesibilitate a lui T **în** k **paşi**: $R_k \overset{def}{=} \begin{bmatrix} B & AB & ... & A^{k-1}B \end{bmatrix}$ (6)

Problema 1 (accesibilitate in k pasi):

Fiind data o stare x € R^n sa se gaseasca (daca este posibil) secventa de comanda u_k care ne transfera in k pasi din x_0 in x_f=x , unde x=$R_k u_k$

Definiţia 3: O stare $x \in R^n$ este accesibilă în k paşi dacă există o comandă u_k astfel încât:

$$x = R_k u_k \qquad (7)$$

Observaţie(sisteme de ecuatii liniare):

Fie $Ax = b$**, cu** $A \in R^{m \times n}, x \in R^n, b \in R^m$.

Următoarele 3 afirmatii sunt echivalente:

a) $\exists$ x a.i $Ax = b$ sistem compatibil
b) $rg[A \mid b] = rg[A]$ (teorema Kroenecker - Capelli)
c) $b \in \operatorname{Im} A$ (teorema Rouche)

,unde $\operatorname{Im}[A] \overset{def}{=} \left\{ y \in R^n \mid \exists \lambda_i a.i y = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i a_i \right\} \in R^m$

Obs. Sist. Ax=b :

a) <compatibil> ⇔ <b $\in$ Im[A]>
b)<compatibil det.> ⇔ <b $\in$ Im[A], rgA = n>
 Solutie unica
c)<compatibil nedet.> ⇔ <b $\in$ Im[A], rgA < n>
 O infinitate de solutii
 rgA = m => A este epica, surj.

Obs. (Inversa generalizata – pseudoinversa lui A)

Fie Ax = b , cu A monica(rgA = n)
A^T = epica
$A^TAx = A^Tb$
A^TA nesingulara

$\mathbf{x = (A^TA)^{-1}A^Tb}$

$\mathbf{A^{\#} = (A^TA)^{-1}A^Tb}$ **,** b $\in$ Im[A] => x-solutie
b nu $\in$ Im[A] => solutie in sensul celor mai mici patrate

rgA = n

Obs. Operatii cu subspatii vectoriale:

Fie u = Im[U]
 v = Im[V]

a) u<v ⇔ rg[UIV] = rgV
b) u=v ⇔ u inclus in v si v inclus in u
c) u+v = Im[U,V]

Definiţia 4: Subspaţiul accesibil în *k* paşi se notează R_k şi este dat de:

$$R_k = \operatorname{Im} R_k = \operatorname{Im}\begin{bmatrix} B & AB & \dots & A^{k-1}B \end{bmatrix} \tag{8}$$

Propoziţia 1: $x \in R^n$ este accesibilă în *k* paşi dacă şi numai dacă $x \in R_k$ (9)

Demonstraţie: <*x* este accesibilă in k pasi> ⇔ $< \exists u_k$ astfel încât

$x = R_k u_k > \overset{T.Rauche}{\Leftrightarrow} < x \in \operatorname{Im} R_k = \mathrm{R_k} >$

Lema 1: Subspaţiile $\{R_k\}_{k \in N^*}$ formează un lanţ crescător de limită $R_\infty = R_n$, adica

$$\operatorname{Im} B = R_0 \subseteq R_1 \subseteq R_2 \subseteq \dots \subseteq R_t \subseteq R_{t+1} \subseteq \dots \subseteq R_n = R_{n+1} = \dots = R_\infty$$

Demonstraţie lema 1:

a) $R_t \subseteq R_{t+1}, \forall t$

b) $R_{n+\gamma} \supseteq R_n, \forall \gamma$

a)

$$R_{k+1} \overset{def}{=} \mathrm{Im}\left[B \quad \dots \quad A^{k-1}B \quad A^k B\right] = \mathrm{Im}\left[B \quad AB \quad \dots \quad A^{k-1}B\right] + \mathrm{Im}\left[A^k B\right] =$$

$$= R_k + \mathrm{Im}\left[A^k B\right]$$

de unde: $R_k \subseteq R_{k+1}$ (I)

b)

Ştim că:

$$R_{n+1} \overset{def}{=} \mathrm{Im}\left[B \quad AB \quad \dots \quad A^n B\right] = \mathrm{Im}\left[B \quad AB \quad \dots \quad A^{n-1}B\right] + \mathrm{Im}\left[-\alpha_0 I - \alpha_1 A \dots - \alpha_{n-1}A^{n-1} - A^n\right]$$

(II)

Fie $x_A(\lambda) = \lambda^n + \alpha_{n-1}\lambda^{n-1} + \dots + \alpha_0$ polinomul caracteristic al lui A.

$$x_A(A) = 0 \Rightarrow A^n + \dots + \alpha_0 I = 0$$

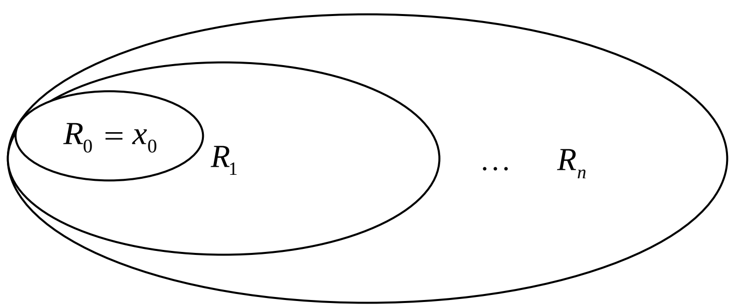
(orice matrice îşi verifică propriul polinom caracteristic)

$$A^n = -\alpha_0 I - \alpha_1 A - \dots - \alpha_{n-1}A^{n-1}$$

de unde obţinem că:

$$\mathrm{Im}\left[A^n B\right] = \mathrm{Im}\left[\alpha_0 B - \alpha_1 AB - \dots - \alpha_{n-1}A^{n-1}B\right] \subseteq \mathrm{Im}\left[B \quad AB \quad \dots \quad A^{n-1}B\right] = \mathrm{Im}\, R_n \text{ (III)}$$

Observaţie: Interpretarea subspaţiilor R_k



Definiţia 5: O stare x ce aparţine lui R^n este accesibilă dacă $\exists k \in N^*$ astfel încât *x* este accesibilă în *k* paşi.

Propoziţia 2: O stare $x \in R^n$ este accesibilă dacă şi numai dacă $x \in R_n$

Demonstraţie: <*x* este accesibilă> => <exista k a.i *x* este accesibilă în *k* paşi> $\overset{def3}{=}$ $< \exists u_k$ astfel încât $x = R_k u_k >$ $\overset{TRouche}{\Rightarrow}$ $< x \in R_k = \mathrm{Im}\, R_k >$ $\overset{Lema1}{\Rightarrow}$ $< x \in \mathrm{Im}\, R_n = R_n >$

Definiţia 6: Subspaţiul accesibil *R* este dat de:

$$R \overset{def}{=} R_n \overset{def}{=} \operatorname{Im} R_n = \operatorname{Im}\begin{bmatrix} B & AB & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix}$$

Definiţia 7: Un sistem $\Sigma = (A, B, C)$ (o pereche (A, B)) este accesibil dacă toate stările sale sunt accesibile.

Teorema 1: (Criteriul de accesibilitate) Un sistem $\Sigma = (A, B, C)$ sau o pereche (A, B) este accesibil(ă) dacă şi numai dacă $rg\begin{bmatrix} B & AB & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix} = n$

Demonstraţie: $<\Sigma = (A, B, C)$ este accesibil> $<\overset{def}{=}>$ <toate stările sale sunt accesibile> $\Leftrightarrow$ $R \equiv R^n \;\Leftrightarrow\; rgR_n = n \Leftrightarrow\; rg\begin{bmatrix} B & AB & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix} = n$

Obs.(Controlabilitatea sistemelor liniare)

Problema controlabilităţii sistemelor liniare: Fie $x \in R^n$. Sa se gaseasca (daca este posibil) u_k astfel incat $x_f = 0$.

$$x = A^k x_0 + R_k u_k$$

Exista u_k solutie a ecuatiei =>

$$0 = A^k x + R_k u_k$$

$$-A^k x = R_k u_k$$

Ce se intampla cu o stare accesibila(subspatiul accesibil)

$$R_n u_n = A^n x$$

$$R_0 \overset{def}{=} A^{-n} R = A^{-1}\left(\dots\left(A^{-1}R\right)\dots\right) \supseteq R$$

R_0, subspatiul controlabil este mai mare decat subspatiul starilor accesibile.
Sa observam ca daca matricea A este inversabila, atunci $R_0 = R$, deci o stare accesibila este si controlabila, si reciproc, ceea ce se intampla de exemplu pentru sistemele discretizate.
Acest fapt va justifica folosirea intr-o asemenea directie a unei unice notiuni , aceea de controlabilitate. Vom spune stare controlabila, subspatiu controlabil, matrice de controlabilitate, sistem sau pereche controlabila.

Obs. (Unificarea cazului neted cu cel discret)

Daca in Def.5 am modifica:

x ce aparţine lui R^n este accesibilă dacă $\exists u_k$ astfel încât $x = R_k u_k$

, atunci tot ceea ce urmeaza s-ar potrivi si cazului neted.
In cazul sistemelor netede nu exista nici o diferenta intre accesibil si controlabil, deoarece o stare accesibila este si controlabila, ceea ce justifica suplimentar folosirea unei singure notiuni.

Capitolul 7: Controlabilitatea ca Proprietate Structurală

Definiţia 1: Un sistem $\Sigma = (A, B, C)$ (sau o pereche (A, B)) este controlabila dacă şi numai dacă:

$$rg\begin{bmatrix} B & AB & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix} = n \qquad (1)$$

Propoziţia 1: Echivalenţa conservă controlabilitatea

Demonstraţie: Fie $\Sigma = (A, B, C)$ şi $\hat{\Sigma} = (\hat{A}, \hat{B}, Ctotcu\wedge)$ două sisteme echivalente, adica exista T nesing. astfel incat:

$$\hat{A} = TAT^{-1}$$
$$\hat{B} = TB \qquad (2)$$
$$\hat{C} = CT^{-1}$$

Dorim sa aratam ca:

rg $\hat{R}$ = rgR

Calculam:

$\hat{R} \stackrel{def}{=} \begin{bmatrix} \hat{B} & \hat{A}\hat{B} & \dots & \hat{A}^{n-1}\hat{B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} TB & TAT^{-1}TB & \dots & TA^{n-1}T^{-1}TB \end{bmatrix} = T\begin{bmatrix} B & AB & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix}$De unde putem scrie direct că :

$$\hat{R} = TR \qquad (3)$$

Deoarece T nesingulara rg $\hat{R}$ = rgR .

Observatie: Matricea de controlabilitate se modifică prin echivalenta(x^ = Tx) ca si B :

$$\hat{R} = TR$$

Teorema 1: Teorema de descompunere controlabilă.
Fie $\Sigma = (A, B, C)$. Atunci există un izomorfism $T \in R^{n \times n}$ astfel încât:

$$\hat{A} = TAT^{-1} = \begin{bmatrix} A_1 & A_3 \\ 0 & A_2 \end{bmatrix}$$

$$\hat{B} = TB = \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\hat{C} = CT^{-1} = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 \end{bmatrix}$$

cu (A_1, B_1) controlabila de dimensiune maxima $n_c = rgR$;

Observaţie 1: Interpretarea noţiunii de controlabilitate. Fie T izomorfism din TDC.
Fie $\hat{x} = Tx \stackrel{def}{=} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$.

Dacă aplicăm schimbarea de coordonare din teorema de descompunere controlabilă, atunci:

$$\begin{cases} \dot{\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}} = \begin{bmatrix} A_1 & A_3 \\ 0 & A_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix} u \\ y = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \end{cases}$$

adică:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = A_1 x_1 + A_3 x_2 + B_1 u \\ \dot{x}_2 = A_2 x_2 \\ y = C_1 x_1 + C_2 x_2 \end{cases} \tag{8}$$

Din relaţiile (8) deducem că există în sistem o stare parţială x_2 care nu este influenţată de comandă dar care afectează întreaga evoluţie.

Observatia 2: Un sistem este echivalent intrare-ieşire cu partea sa controlabilă.

Demonstraţie: Calculăm $T(\lambda)$

$$T(\lambda) = \hat{T}(\lambda) \overset{TDescControlabila}{=} \hat{C}\left(\lambda I - \hat{A}\right)^{-1} \hat{B} = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda I_1 - A_1 & -A_3 \\ 0 & \lambda I_2 - A_2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} C_1 & C_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\lambda I_1 - A_1)^{-1} & * \\ 0 & (\lambda I_2 - A_2)^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix} = C_1 (\lambda I_1 - A_1)^{-1} B_1 \overset{def}{=} T_1(\lambda) \longleftarrow \sum\nolimits_1 = (A_1, B_1, C_1)$$

Observaţie: Partea necontrolabilă nu se vede in intrare-ieşire (adică nu are nici o contribuţie pe ieşire)

Lema 1: A-invarianţa lui R

$$AR \subset R \tag{16}$$

Demonstraţie:

$$AR = A\,\mathrm{Im}\begin{bmatrix} B & AB & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix} = \mathrm{Im}\begin{bmatrix} AB & \dots & A^{n-1}B & A^n B \end{bmatrix} =$$
$$\mathrm{Im}\begin{bmatrix} AB \dots\dots\dots A^{n-1}B \end{bmatrix} + \mathrm{Im}[-\alpha_0 I \dots\dots -\alpha_n A^n]B \subset R$$

$$R = \mathrm{Im}\begin{bmatrix} B & AB & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix}$$

Lema 2:

$$\mathrm{Im}[B] \subset R$$

Demonstratie:

$$R = \mathrm{Im}\begin{bmatrix} B & AB & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix} = \mathrm{Im}[B] + \mathrm{Im}\begin{bmatrix} AB & A^2B & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix} \supseteq \mathrm{Im}[B]$$

Capitolul 8: Controlabilitatea ca Proprietate Structurală(globala) Cap7 (in caiet)

Definiţia 1: Un sistem $\Sigma = (A, B, C)$ (sau o pereche (A, B)) este controlabil dacă şi numai dacă:

$$rg\begin{bmatrix} B & AB & \ldots & A^{k-1}B \end{bmatrix} = n \tag{1}$$

Propoziţia 1: Echivalenţa conservă controlabilitatea

Demonstraţie: Fie $\Sigma = (A, B, C)$ şi $\hat{\Sigma} = (\hat{A}, \hat{B}, \hat{C})$ două sisteme echivalente cu transformarea de echivalenţă $T \in R^{n \times n}$. Atunci, avem:

$$\begin{aligned} \hat{A} &= TAT^{-1} \\ \hat{B} &= TB \end{aligned} \tag{2}$$

Calculăm:

$\hat{R} \overset{def}{=} \begin{bmatrix} \hat{B} & \hat{A}\hat{B} & \ldots & \hat{A}^{n-1}\hat{B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} TB & TAT^{-1}TB & \ldots & TA^{n-1}T^{-1}TB \end{bmatrix} = T\begin{bmatrix} B & AB & \ldots & A^{n-1}B \end{bmatrix}$De unde putem scrie direct că :

$$\hat{R} = TR \tag{3}$$

ceea ce înseamnă că:

$$rg\hat{R} = n \Leftrightarrow rgR = n$$

adică controlabilitatea este observată.

Teorema 1: La o schimbare de coordonate, matricea de controlabilitate se modifică astfel:

$$\hat{R} = TR$$

Teorema 2: Teorema de descompunere controlabilă. Fie $\Sigma = (A, B, C)$ deci există un izomorfism $T \in R^{n \times n}$ astfel încât:

$$\hat{A} = TAT^{-1} = \begin{bmatrix} A_1 & A_3 \\ 0 & A_2 \end{bmatrix}$$

$$\hat{B} = TB = \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\hat{C} = CT^{-1} = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 \end{bmatrix}$$

unde perechea (A_1, B_1) este de dimensiune $r_c = rgR$ şi este controlabilă.

Observaţie: Interpretarea noţiunii de controlabilitate. Fie $\hat{x} = Tx \overset{def}{=} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$. Dacă aplicăm schimbarea de coordonare din teorema de descompunere controlabilă, atunci:

$$\begin{cases} \dot{\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}} = \begin{bmatrix} A_1 & A_3 \\ 0 & A_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix}u \\ y = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \end{cases}$$

adică:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = A_1 x_1 + A_3 x_2 + B_1 u \\ \dot{x}_2 = A_2 x_2 \\ y = C_1 x_1 + C_2 x_2 \end{cases} \tag{8}$$

Din relaţiile (8) deducem că există în sistem o stare parţială x_2 care nu este influenţată de comandă dar care afectează întreaga evoluţie.

Propoziţia 2: Un sistem este echivalent intrare-ieşire cu partea sa controlabilă.

Demonstraţie: Calculăm $T(\lambda)$

$$T(\lambda) = \hat{T}(\lambda) \overset{TDescControlabila}{=} \hat{C}(\lambda I - \hat{A})^{-1} \hat{B} = [C_1 \quad C_2] \begin{bmatrix} \lambda I_1 - A_1 & -A_3 \\ 0 & \lambda I_2 - A_2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= [C_1 \quad C_2] \begin{bmatrix} (\lambda I_1 - A_1)^{-1} & * \\ 0 & (\lambda I_2 - A_2)^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix} = C_1 (\lambda I_1 - A_1)^{-1} B_1 \overset{def}{=} T_1(\lambda)$$

Observaţie: Partea necontrolabilă nu se vede intrare-ieşire (adică nu are nici o contribuţie pe ieşire)

Demonstraţie: Fie $\overline{R}$ o bază a lui R de dimensiune $n_c = rgR$ şi fie S o completare până la o nesingulară în T^{-1}.

$$T^{-1} \overset{def}{=} [\overline{R} \quad S] \tag{9}$$

De exemplu, putem alege $S = R^{\perp}$.

Observaţie: Dorim ca:

$$[\overline{R} \quad S]^{-1} A [\overline{R} \quad S] = \begin{bmatrix} A_1 & A_3 \\ 0 & A_2 \end{bmatrix} \tag{*}$$

$$[\overline{R} \quad S]^{-1} B = \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{**}$$

Dar:

$$A[\overline{R} \quad S] = [\overline{R} \quad S] \begin{bmatrix} A_1 & A_3 \\ 0 & A_2 \end{bmatrix} \tag{13}$$

sau

$$[A\overline{R} \quad AS] = [\overline{R} \quad S] \begin{bmatrix} A_1 & A_3 \\ 0 & A_2 \end{bmatrix} \tag{14}$$

Deducem că:

$$\begin{cases} A\overline{R} = \overline{R} A_1 \\ AS = \overline{R} A_3 + S A_2 \end{cases} \tag{15}$$

Deci

$$\begin{bmatrix} A_3 \\ A_2 \end{bmatrix} = [\overline{R} \quad S]^{-1} AS$$

Rămâne de arătat că $\exists A_1$ astfel încât $A\overline{R} = \overline{R} A_1$

Lema 1: A-invarianţa lui R

$$AR \subset R \tag{16}$$

Demonstraţie:

$AR = A\,\mathrm{Im}\begin{bmatrix} B & AB & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix} = \mathrm{Im}\begin{bmatrix} AB & \dots & A^{n-1}B & A^n B \end{bmatrix} =$

$\mathrm{Im}\begin{bmatrix} AB & \dots & A^{n-1}B & \left(-\alpha_0 I - \dots - \alpha_{n-1}A^{n-1}B\right) \end{bmatrix} \subseteq \mathrm{Im}\begin{bmatrix} B & AB & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix} \overset{def}{=} R$

Interpretarea lemei 1:

$$R = \mathrm{Im}\left(\overline{R}\right)$$

$A\,\mathrm{Im}\left[\overline{R}\right] \subset \mathrm{Im}\,\overline{R}$ sau $\mathrm{Im}\left[A\overline{R}\right] \subset \mathrm{Im}\left[\overline{R}\right]$ ceea ce ne duce cu gândul la teorema „$Ax = B$ are soluţie dacă şi numai dacă $\mathrm{Im}[B] \subset \mathrm{Im}[A]$”. Putem scrie astfel că:

$$\exists x \text{ astfel încât } A\overline{R} = \overline{R}x$$

Fie $x = A_1$, ceea ce demonstrează (*).

Lema 2:

$$\mathrm{Im}[B] \subset R$$

$$R = \mathrm{Im}\begin{bmatrix} B & AB & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix} = \mathrm{Im}[B] + \mathrm{Im}\begin{bmatrix} AB & A^2B & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix} \supseteq \mathrm{Im}[B]$$

Demonstraţie:

$$\hat{R} = TR = \begin{bmatrix} \hat{B} & \hat{A}\hat{B} & \dots & \hat{A}^{n-1}\hat{B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} A_1 & A_3 \\ 0 & A_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix} & \dots & \begin{bmatrix} A_1 & A_3 \\ 0 & A_2 \end{bmatrix}^{n-1}\begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} A_1B_1 \\ 0 \end{bmatrix} & \dots & \begin{bmatrix} A_1^{\,n-1}B_1 \\ 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

Iar $rgR = rg\hat{R} = rg\begin{bmatrix} A_1 & A_1B_1 & \dots & A_1^{\,n_c-1}B_1 \end{bmatrix}$ pentru că toţi termenii de la puterea $n_c - 1$ încolo sunt combinaţii liniare.

De aici deducem că (A_1, B_1) este controlabilă, deci $n_c = rgR$

Interpretarea lemei 2:

$$\mathrm{Im}[B] \subset \mathrm{Im}\left[\overline{R}\right]$$

de unde deducem că

$$\exists x \text{ astfel încât } B = \overline{R}x$$

Fie $x = B_1$, ceea ce demonstrează (**).

Teorema 2: **Criteriul Hautus de controlabilitate.** Perechea (A, B) este controlabilă dacă şi numai dacă $rg[\lambda I - A \mid B] = n$, $\forall \lambda \in C$.

Demonstraţie:

a) **directa:**

Vom folosi metoda reducerii la absurd. Fie (A, B) controlabilă şi $\exists\lambda$ astfel încât

$$rg[\lambda I - A \mid B] < n. \tag{17}$$

Asta înseamnă că $\exists \xi^T \neq 0$ astfel încât:

$$\xi^T\left[\lambda I - A \mid B\right] = 0 \tag{18}$$

Deci avem:

$$\xi^T\left(\lambda I - A\right) = 0 \tag{19}$$

$$\xi^T B = 0 \tag{20}$$

Din (19) deducem că:

$$\xi^T A = \lambda \xi^T \tag{21}$$

Calculăm *R*, ţinând seama că $\xi^T B = 0$:

$$\xi^T AB = \lambda \xi^T B = 0$$

...

$$\xi^T A^{n-1} B = \left(\xi^T A\right) A^{n-2} B = \lambda \xi^T 0 = 0$$

Însumând relaţiile de mai sus, avem că:

$$\xi^T\left[B \quad AB \quad \ldots \quad A^{n-1}B\right] = 0 \tag{22}$$

cu $\xi^T \neq 0$ ceea ce este absurd, deoarece dacă $rg\left[B \quad AB \quad \ldots \quad A^{n-1}B\right] < 0$ avem (A, B) necontrolabilă.

b) **inversa**:

Fie (A, B) necontrolabilă. Atunci $\exists\, T$ astfel încât, din teorema de descompunere controlabilă, avem:

$$\hat{A} = TAT^{-1} = \begin{bmatrix} A_1 & A_3 \\ 0 & A_2 \end{bmatrix}$$

$$\hat{B} = TB = \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$n = rg\left[\lambda I - A \mid B\right] = rg\left[\lambda l - \hat{A} \mid \hat{B}\right] = rg\begin{bmatrix} \lambda I_1 - A_1 & -A_3 & B_1 \\ 0 & \lambda I_2 - A_2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= rg\left[\lambda I_1 - A_1 \mid B_1\right] + rg\left[\lambda I_2 - A_2\right] = n_c + n_2 = n$$

ceea ce ar fi absurd.

Observaţie: Operaţionalizarea criteriului Hautus.

Fie:

$$\sigma(A) \overset{def}{=} \left\{\lambda \in C \mid \det\left(\lambda I - A\right) = 0\right\} \tag{23}$$

Dacă $\lambda \notin \sigma(A)$ atunci, evident, $rg\left[\lambda I - A\right] = n$ deci şi:

$$rg\left[\lambda I - A \mid B\right] = n \tag{24}$$

De aici deducem că singurele numere $\lambda \in C$ pentru care trebuie să verificăm condiţia din criteriul Hautus sunt valorile proprii ale lui A.

Putem enunţa criteriul Hautus astfel:

$$(A, B) \text{ este controlabilă} \Leftrightarrow rg\left[\lambda I - A \mid B\right] = n, \forall \lambda \in \sigma(A) \tag{25}$$

Capitolul 15: Estimatori de stare

15.1 Estimatori. Definiţii

Fie sistemul liniar

$$(1)\quad \begin{cases} \dot{x}_1(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad ,\ t \in R$$

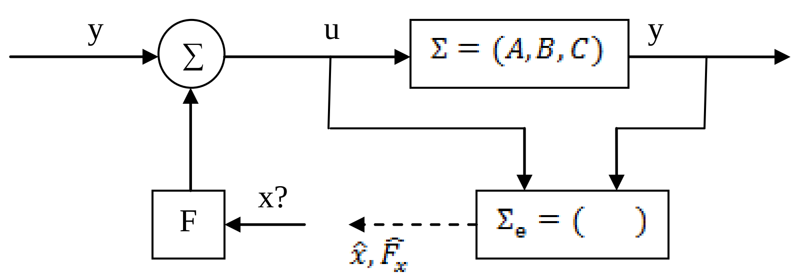
Definiţia 1: Se numeşte estimator modelul matematic descris de:

$$(2)\quad \begin{cases} \dot{z}(t) = Iz(t) + Ky(t) + Hu(t) \\ w(t) = Mz(t) + Ny(t) \qquad\qquad (+Pu(t)) \end{cases}$$

cu proprietatea

$$(3)\quad \lim_{t\to\infty}(w(t) - F_x(t)) = 0$$

Observaţie: (Interpretarea)



Observaţii:
1) Dacă N=0, estimatorul se numeşte estimator strict propriu.
2) Dacă F=I_n, estimatorul se numeşte estimator de stare.
3) Dacă F=I_n, N=0 şi M=I_m, estimatorul este estimator de stare strict propriu (Kalman).

Observaţie: Fie sistemul liniar descris de:

$$(4)\quad \begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y(t) = Cx + Du \end{cases}$$

$$(5)\quad \Rightarrow T(s) \overset{def}{=} C(sI - A)^{-1}B + D$$

Pentru cazul general, matricea de transfer a estimatorului este de tipul acesta (raţionale nestrict proprii).??????????????

15.2 Estimatorul unitar (Kalman)

$$(6)\quad \begin{cases} \dot{z} = Az + Bu + L(Cz - y) \\ w = z \end{cases}$$

Vrem să vedem în ce condiţii acest sistem copiază funcţionalitatea sistemului (1) (adică îndeplineşte relaţia (3)).

$$(1)\quad \begin{cases} \dot{x}_1 = A + B \\ y = C \end{cases}$$

Dorim să evaluăm

$$(7)\quad e(t) = z(t) - x(t)$$

Sistemul (6) va fi un sistem estimator dacă şi numai dacă

$$(8)\quad \lim_{t\to\infty} e(t) = 0$$

$$(9)\quad \dot{z} - \dot{x} = A(z - x) + L(Cx - Cz) = (A + LC)(z - x)$$

Folosind relaţia (7) avem

$$(10)\qquad \dot{e}(t) = (A + LC)e(t)$$

$$(11)\qquad \text{adică}\qquad e(t) = \underset{\uparrow \atop \text{scalar}}{e^{(A+LC)t}} e(0) \underset{t=\infty}{\longrightarrow} 0 \Leftrightarrow \sigma(A + LC) \subseteq \mathbb{C}^{-}$$

Similar, în cazul discret, apare ecuaţia

$$(12)\qquad e(t+1) = (A + LC)e(t)$$

$$(13)\qquad \text{adica}\qquad e(t) = (A + LC)^t e(0) \underset{t=\infty}{\longrightarrow} 0 \Leftrightarrow \sigma(A + LC) \subseteq U_1(0)$$

Din relaţiile (11) şi (13) deducem că (6) este estimator dacă şi numai dacă $\sigma(A + LC)$ este stabilă.

Definiţia 2: (Pereche (C,A) detectabilă). Perechea (C,A) este detectabilă dacă există L astfel încât

$\sigma(A + LC)$ stabilă şi inclusa în $\begin{cases} \mathbb{C}\ pentru\ sisteme\ netede \\ C(1,0)\ pentru\ sisteme\ discrete \end{cases}$

Observaţie: Legătura cu stabilitatea

Problema detectabilităţii este duală problemei stabilităţii deoarece

$$(14)\qquad \sigma(A + LC) = \sigma((A + LC)^T) = \sigma(A^T + C^T L^T)$$

$$\begin{cases} A^T = A^* \\ C^T = B^* \\ L^T = F^* \end{cases}$$

Un L – soluţie a problemei detectării se gaseşte dualizând perechea (C,A), rezolvând problema stabilizării şi redualizând rezultatul.

Teorema 1: (Estimatorul Kalman). Fie $\Sigma = (A, B, C)$ astfel încât perechea (C,A) este detectabilă. Atunci următorul algoritm furnizează un estimator de stare.

Alg$_1$ (Estimator Kalman)
Pas 1: Se calculează L astfel încât $\sigma(A + LC)$ stabilă.
Pas 2: Estimatorul $\Sigma_n = (J, K, H, M, N)$ este dat de:

$$\begin{cases} n_e = n & H = B \\ J = A + LC & M = I_n \\ K = -L & N = O \end{cases}$$

Demonstraţie:

Pas 1 este posibil deoarece perechea (C,A) este detectabilă.

$\Sigma_n = (J, K, H, M, N)$ este un estimator de stare deoarece (6) este de fapt:

$$(15) \qquad \begin{cases} \dot{z} = (A + LC)z - Ly + Bu = Jz + Ky + Hu \\ w = z = Mz + N \end{cases}$$

15.3 Estimatorul minimal

Observaţie: Fie C epică ??????????????????????

$$(16) \quad rg(C) = p$$

Fie $\tilde{C}$ o completare la o nesingulară.

$$(17) \qquad T \overset{def}{=} \begin{bmatrix} \tilde{C} \\ C \end{bmatrix}$$

Se observă că

$$(18) \qquad TT^{-1} = I_n$$

adică $\begin{bmatrix} \tilde{C} \\ C \end{bmatrix} T^{-1} = \begin{bmatrix} I_{n-p} & 0 \\ 0 & I_p \end{bmatrix}$

(19) de unde $\tilde{C} = CT^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & I_p \end{bmatrix}$

Aplicăm schimbarea de coordonate

$$(20) \qquad \hat{x} = Tx \overset{def}{=} \begin{array}{c} \begin{bmatrix} x_1 \\ \hdashline x_2 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{l} n-p \\ p \end{array}$$

$$(21) \qquad \hat{A} = TAT^{-1} \overset{def}{=} \begin{array}{c} \scriptstyle n-p \\ \left[\begin{array}{c:c} A_1 & A_3 \\ \hdashline A_2 & A_4 \end{array}\right] \end{array} \begin{array}{l} n-p \\ \end{array}$$

(22) $$\hat{B} = TB \overset{def}{=} \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix}$$

$$y = Cx = \hat{C}\hat{x} = \begin{bmatrix} 0 & I_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = x_2$$

Observaţie: Pentru x_1 de dimensiune n-p, informaţia din ieşire a fost epuizată. Ceea ce putem să încercăm este să construim un estimator Kalman pentru starea parţială 1, care va fi de dimensiune (n-p). Pentru ca acest lucru să fie posibil, ar trebui ca proprietatea de detectabilitate a perechii (C,A) să fie transferată sistemului redus.

(23) $$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & A_3 \\ A_2 & A_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} u \\ y = x_2 \end{cases}$$

(24) $$\begin{cases} \dot{x}_1 = A_1 x_1 + A_3 x_2 + B_1 u \\ \dot{x}_2 = A_2 x_1 + A_4 x_2 + B_2 u \\ y = x_2 \end{cases}$$

(25) $$\begin{cases} \dot{x}_1 = A_1 x_1 + A_3 y + B_1 u \\ \dot{y} = A_2 x_1 + A_4 y + B_2 u \end{cases}$$

$$\dot{x}_1 = A_1 x_1 + \underbrace{B_1 u + A_3 y}_{\text{Bu}}$$

$$\underbrace{\dot{y} - A_4 y}_{\text{y}} - B_2 u = A_1 x_1$$

Perechea pentru care trebuie să construim estimatorul Kalman este (A_2, A_1).

Lema Gopinth: Perechea (C_1, A_2, A_1) este detectabilă dacă şi numai dacă perechea (C,A) este detectabilă.

Problema se reduce la a construi un estimator Kalman pentru perechea (A_2, A_1).

Capitolul 16: Sinteza elementară a sistemelor liniare

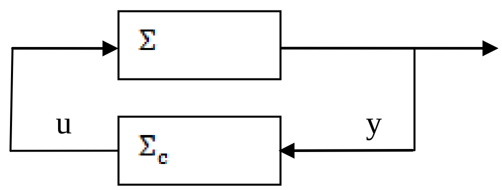
16.1 Compensatorul dinamic. Definiţie

Definiţia 1: (Compensator dinamic) Se numeşte compensator dinamic sistemul (sau modelul matematic) descris de:

(1) $$\begin{cases} \dot{x}_c = A_c x_c + B_c y \\ u = F_c x_c + G_c y \end{cases}$$, unde $x_c \in \mathbb{R}^{n_c}$

iar matricile sunt : $A_c \in \mathbb{R}^{n_c \times n_c}$, $B_c \in \mathbb{R}^{n_c \times p}$, $F_c \in \mathbb{R}^{m \times n_c}$, $G_c \in \mathbb{R}^{m \times p}$, cu A_c stabilă.

Observaţie: (Sistemul în circuit închis)
Compensatorul dinamic este un sistem comutat.



(2) Definim $x_R \overset{def}{=} \begin{bmatrix} x \\ x_c \end{bmatrix}$

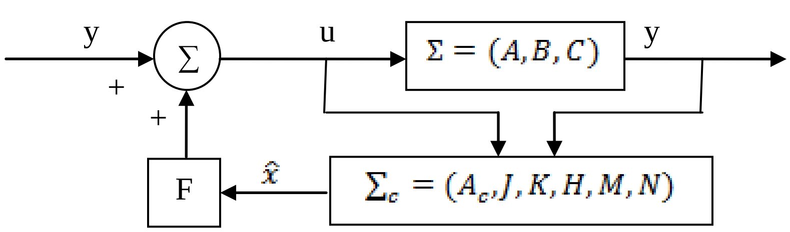
(3) $$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu = Ax + BF_c x_c + G_c Cx \\ \dot{x}_c = A_c x_c + B_c y = A_c x_c + G_c Cx \\ y = Cx \end{cases}$$

(4) $$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A + G_c C & BF_c \\ G_c C & A_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_c \end{bmatrix} \\ y = \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_c \end{bmatrix} \end{cases}$$

(5) $$\Rightarrow \begin{cases} \dot{x}_R = A_R x_R \\ y = C_R x_R \end{cases}$$

Definiţia 2: (Compensatorul stabilizator) Un Compensator dinamic $\Sigma_c = (n_c, A_c, B_c, F_c, G_c)$ care asigură pentru sistemul în circuit închis (5) stabilitatea internă, adică $\sigma(A_R)$ stabilă, se numeşte compensator dinamic stabilizator.

16.2 Schema de stabilizare cu reacţiile după stare şi estimator de stare



Schema 1

(6) $\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases}$ are legea de comandă $u = F\hat{x} + v$

unde $\hat{x}$ este generat de estimatorul de stare

(7) $\begin{cases} \#\#todo \\ \hat{x} = Mz + Ny \end{cases}$

Observatie: Pentru simplificarea demonstraţiilor, în cele ce urmează vom folosi estimatorul Kalman. Rezultatele însă rămân valabile pentru orice tip de stare.

(8) $\begin{cases} \dot{z} = (A + LC)z - Ly + Bu \\ \hat{x} = z \end{cases}$

Teorema 1: (Principiul separabilităţii) Fie $\Sigma = (A, B, C)$ un sistem, legea de comandă $u = F\hat{x} + v$ şi estimatorul de stare $\Sigma_e = (J, K, H, M, N)$ conectate ca în schema 1. Pentru sistemul în circuit închis,

(9) $\sigma(A_R) = \sigma(A + BF) \dot{\bigcup} \sigma(J)$

Demonstraţie:

(10) $x_R = \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix}$

Reunim relaţiile ######to do (nu am gasit relatiile 6-8 si am schimbat numerotarea)

(11) $\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu = Ax + BF\hat{x} + By \\ \dot{z} = (A + LC)z - Ly + Bu = (A + LC)z - LCx + BFz + By \end{cases}$

(12) $\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & BF \\ -LC & A + LC + BF \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ B \end{bmatrix} u$

(13) $\Rightarrow A_R \stackrel{def}{=} \begin{bmatrix} A & BF \\ -LC & A + LC + BF \end{bmatrix}$

$$\det(\lambda I - A_R) = \det \begin{bmatrix} \lambda I - A & -BF \\ -LC & \lambda I - (A + BF + LC) \end{bmatrix} =$$

$$= \det \begin{bmatrix} \lambda I - (A + BF) & -BF \\ \lambda I - (A + BF) & \lambda I - (A + BF + LC) \end{bmatrix} = \det \begin{bmatrix} \lambda I - (A + BF) & -BF \\ 0 & \lambda I - (A + LC) \end{bmatrix} =$$

(14) $\det(\lambda I - A_R) = \det(\lambda I - (A + BF)) \det(\lambda I - (A + LC))$

(15) $\sigma(A_R) = \sigma(A + BF) \dot{\bigcup} \sigma(A + LC)$

Teorema 2: (Invizibilitatea intrare-ieşire a estimatorului de stare) Fie un sistem $\Sigma = (A, B, C)$, legea de comandă după stare $u = F\hat{x} + v$ şi estimatorul de stare $\Sigma_e = (J, K, H, M, N)$ conectate ca în schema 1. Matricea de transfer $T_{v \to y}(\lambda)$ nu depinde de parametrii estimatorului.

Demonstraţie:

$$(16) \quad \begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu = Ax + BF\hat{x} + Bv \\ \dot{z} = (A + LC)z - Ly + Bu = (A + BF + LC)z - LCx + Bv \end{cases}$$

$$(17) \quad e \overset{def}{=} z - x$$

$$(18) \quad \dot{z} - \dot{x} = (A + LC)z - (A + LC)x = (A + LC)(z - x)$$

$$(19) \quad \begin{cases} \dot{x} = (A + BF)x + BFe + Bv \\ \dot{e} = (A + LC)e \\ y = Cx \end{cases}$$

(20) Definim $x_R \overset{def}{=} \begin{bmatrix} x \\ e \end{bmatrix}$

$$(21) \quad \begin{cases} \dot{x}_R = A_R x_R + B_R v \\ y = C_R x_R \end{cases}$$

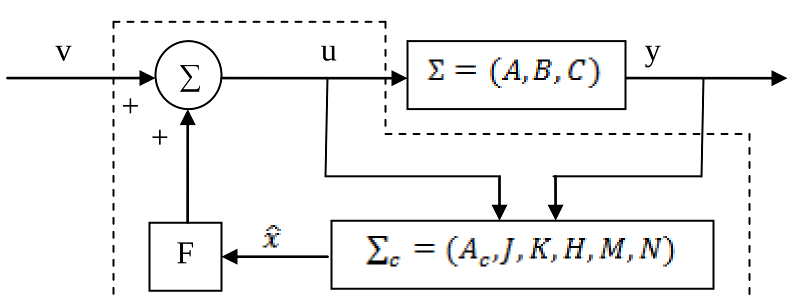
$$(22) \quad \begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A + BF & BF \\ 0 & A + LC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} v \\ y = \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ e \end{bmatrix} \end{cases}$$

$$T_{v \to y}(s) \overset{def}{=} C_R(\lambda I - A_R)^{-1} B_R = \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda I - (A + BF) & -BF \\ 0 & \lambda I - (A + LC) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [\lambda I - (A + BF)]^{-1} & * \\ 0 & [\lambda I - (A + LC)]^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [\lambda I - (A + BF)]^{-1} B \\ \end{bmatrix}$$

$$(23) \quad T_{v \to y}(s) \overset{def}{=} C[\lambda I - (A + BF)]^{-1} B$$

16.3 Compensatorul stabilizator



Observaţie: În schema 1, putem rearanja elementele pentru a obţine un compensator dinamic.

Alegem $x_C \overset{def}{=} z$

(24) $u = Fx_C$

Estimatorul

$$\begin{cases} \dot{z} = Jz + Ky + Hu \\ \hat{x} = Mz + Ny \end{cases}$$

devine

(25) $$\begin{cases} \dot{x}_C = Jx_C + Ky + Hu \\ \hat{x} = Mx_C + Ny \end{cases}$$

iar legea de comandă

(26) $u = F\hat{x} = FMx_C + FNy$

(27) $\dot{x}_C = Jx_C + Ky + HFMx_C + HFNy = (HJ + HFM)x_c + (K + HFN)y$

Prin identificare cu compensatorul dinamic obţinem:

(28) $$\begin{cases} A_C \overset{def}{=} J + HFM \\ B_C \overset{def}{=} J + HFN \\ F_C \overset{def}{=} FM \\ G_C \overset{def}{=} FN \end{cases}$$

Teorema 3: (Compensatorul dinamic) Pentru sistemul $\Sigma = (A, B, C)$ care îndeplineşte condiţiile:

a) (A,B) stabilizabilă
b) (C,A) detectabilă

următorul algoritm furnizează un compensator stabilizator.

Algoritmul compensator stabilizator

Pas 1: Se calculează f astfel încât $\sigma(A + BF)$ stabilă.

Pas2: Se calculează un estimator de stare $\Sigma_e = (J, K, H, M, N)$

Pas3: Compensatorul dinamic de ordin $n_c = n_e$ este dat de

$$\begin{cases} A_C = J + HFM \\ B_C = J + HFN \\ F_C = FM \\ G_C = FN \end{cases}$$

Demonstraţie:

Pas 1 este posibil deoarece (A,B) este stabilizabilă.
Pas 2 este posibil deoarece (C,A) este detectabilă.

Observaţia anterioară demonstrează că (A_C, B_C, C_C) este un compensator stabilizator.

Observaţia 1: Pasul 1 şi pasul 2 pot fi inversaţi. Orice lege de comandă stabilizatoare poate fi cuplată cu orice estimator de stare.

Observaţia 2: Rezolvarea problemelor de sinteză folosind problemele primare.

Ideea de construcţie a compensatorului stabilizator folosind schema 1, adică:

- o lege de comandă stabilizatoare
- implementarea ei cu ajutorul unui estimator de stare

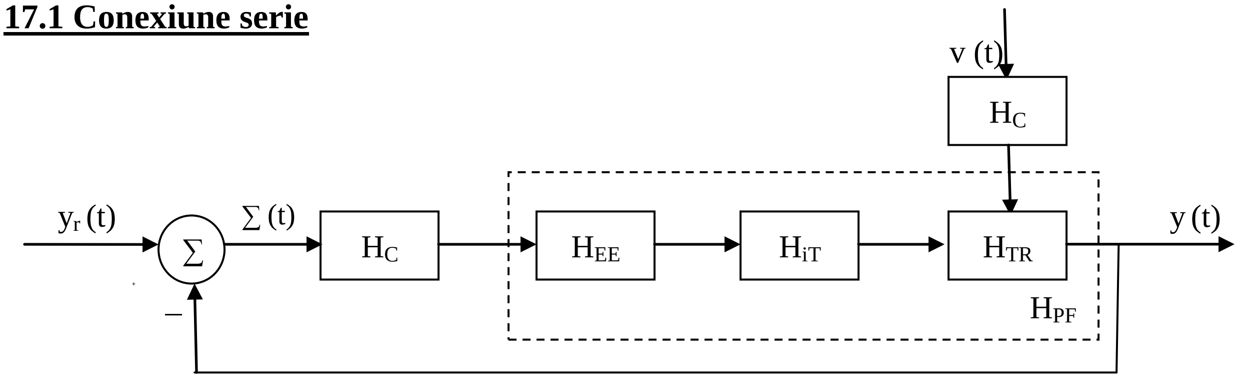
este o idee generală care poate sta la baza rezolvării oricarei probleme de sinteză a sistemelor liniare.

Orice problemă de sinteză (reglarea stuctural-stabilă, rejecţia perturbaţiei, decuplarea, etc.) poate fi rezolvată ca problema primara, deci calculând legi de comandă după stare care satisfac performanţele dorite şi implementate cu ajutorul unui estimator de stare. Rezultatele din teorema 3 nu se modifică.

Legea de comandă va fi calculată ca soluţie a problemelor de sinteză formulate, iar compensatorul dinamic ca în teorema 3.

Capitolul 17: Teoria clasică. Abordarea cu funcţii de transfer

17.1 Conexiune serie



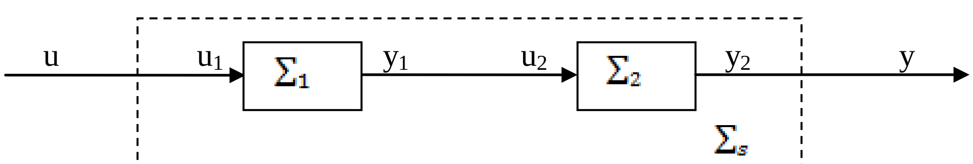
H_{PF} = parte fixată
H_{EE} = funcţie de trasfer al elementului de execuţie
H_{iT} = funcţie de trasfer a instalaţiei tehnologice
H_C = funcţie de trasfer al compensatorului
H_V = funcţie de trasfer a perturbaţiei
H_{TR} = funcţie de trasfer al traductorului
y_r (t) = funcţia de referinţă
v (t) = perturbaţia

Scop (obiective)

(S) – stabilitatea internă
(R) – reglarea, $\lim_{t\to\infty} \varepsilon(t) = 0$ pentru y_r (t) dat

(1) $$\Sigma_1: \begin{cases} \dot{x}_1 = A_1 x_1 + b_1 u_1 \\ y_1 = c_1^T x_1 \\ H_1(s) = c_1^T (\lambda I - A_1)^{-1} b_1 \end{cases}$$

(2) $$\Sigma_2: \begin{cases} \dot{x}_2 = A_2 x2 + b_2 u_2 \\ y_2 = c_2^T x_2 \\ H_2(s) = c_2^T (\lambda I - A_2)^{-1} b_2 \end{cases}$$



Definiţia 1: Conexiunea serie

(3) $$\begin{cases} u = u_1 \\ u_2 = y_1 \\ y = y_2 \end{cases}$$

$$y = y_2 = H_2 u_2 = H_2 y_1 = H_2 H_1 u_1 = H_2 H_1 u$$

(4) $H_s = H_2 H_1$

(5) $H_s = \prod_{i=1}^{n} H_i$

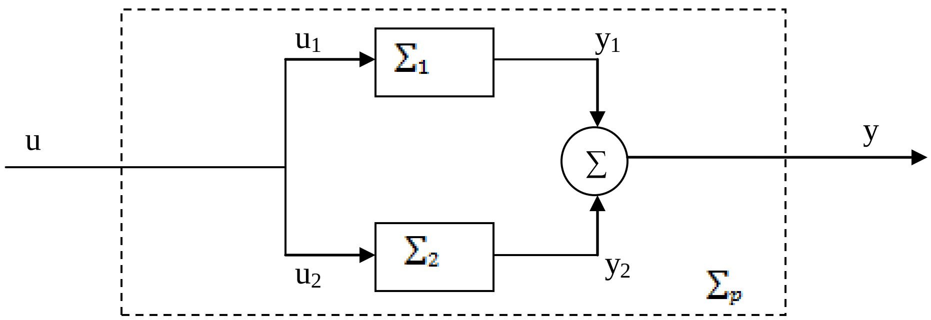
(6) $x_s = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \dot{x}_1 = A_1 x_1 + b_1 u_1 = A_1 x_1 + b_1 u \\ \dot{x}_2 = A_2 x_2 + b_2 u_2 = A_2 x_2 + b_2 y_1 = A_2 x_2 + b_2 c_1^T y_1 \\ y = y_2 = c_2^T x_2 \end{cases}$

(7) $A_s \overset{def}{=} \begin{bmatrix} A_1 & 0 \\ b_2 c_1^T & A_2 \end{bmatrix}, \quad b_s \overset{def}{=} \begin{bmatrix} b_1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad c_s^T \overset{def}{=} \begin{bmatrix} 0 & c_2^T \end{bmatrix}$

(8) $\sigma(A_s) = \sigma(A_1) \dot{\bigcup} \sigma(A_2)$

Observaţie: La conexiunea serie, sistemul rezultant este intern stabil dacă şi numai dacă Σ_1 şi Σ_2 sunt intern stabile.

17.2 Conexiune paralelă



Definiţia 2: Conexiunea în paralel

(9) $\begin{cases} u = u_1 = u_2 \\ y = y_1 + y_2 \end{cases}$

$y = y_1 + y_2 = H_1 u_1 + H_2 u_2 = H_1 u + H_2 u = (H_1 + H_2) u$

(10) $H_p = H_1 + H_2$

(11) $H_p = \sum_{i=1}^{n} H_i$

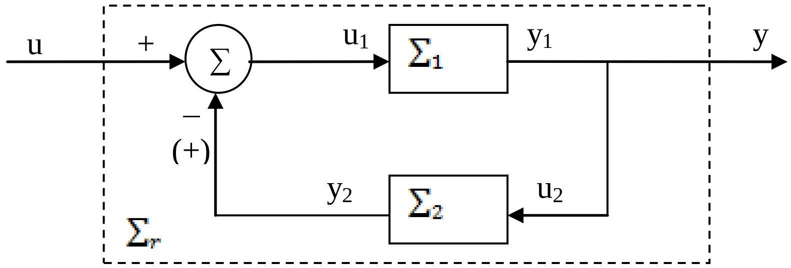
(12) $x_p = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \dot{x}_1 = A_1 x_1 + b_1 u_1 = A_1 x_1 + b_1 u \\ \dot{x}_2 = A_2 x_2 + b_2 u_2 = A_2 x_2 + b_2 u \\ y = y_1 + y_2 = c_1^T x_1 + c_2^T x_2 \end{cases}$

(13) $A_p \overset{def}{=} \begin{bmatrix} A_1 & 0 \\ 0 & A_2 \end{bmatrix}, \quad b_p \overset{def}{=} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}, \quad c_p^T \overset{def}{=} \begin{bmatrix} c_1^T & c_2^T \end{bmatrix}$

(14) $\sigma(A_p) = \sigma(A_1) \dot{\bigcup} \sigma(A_2)$

Observaţie: Sistemul rezultat în urma conectării în paralel este intern stabil dacă şi numai dacă ambele sisteme sunt intern stabile.

17.3 Conexiune în reacţie (negativă)



Definitie 3: Conexiunea în reacţie

$$(15)\qquad \begin{cases} u_1 = u \mp y_2 \\ u_2 = y_1 \\ y = y_1 \end{cases}$$

$$y = y_1 = H_1 u_1 = H_1(u \mp y_2) = H_1(u \mp H_2 u_2) = H_1(u \mp H_2 y)$$

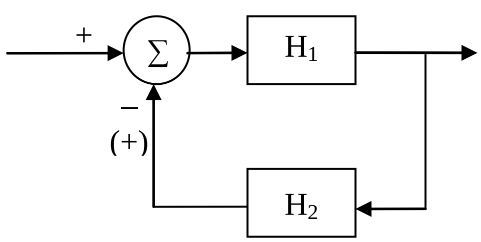
$$y(1 \pm H_1 H_2) = H_1 u$$

$$(16)\qquad H_r = \frac{H_1}{1 \pm H_1 H_2}$$

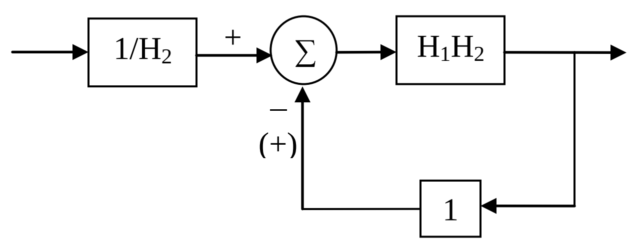
$$(17)\qquad x_r = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \dot{x}_1 = A_1 x_1 + b_1 u_1 = A_1 x_1 + b_1(u \mp y_2) = A_1 x_1 + b_1 u \mp b_1 c_2^T x_2 \\ \dot{x}_2 = A_2 x_2 + b_2 u_2 = A_2 x_2 + b_2 c_1^T x_1 \\ y = y_1 = c_1^T x_1 \end{cases}$$

$$(18)\qquad A_r \overset{def}{=} \begin{bmatrix} A_1 & b_1 c_2^T \\ b_2 c_1^T & A_2 \end{bmatrix}, \quad b_r \overset{def}{=} \begin{bmatrix} b_1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad c_r^T \overset{def}{=} \begin{bmatrix} c_1^T & 0 \end{bmatrix}$$

Observaţie: Problema găsirii lui Σ_2 astfel încat sistemul în circuit inchis (sistemul de reglare automată) are soluţii.



⇔



$$H = \frac{H_1}{1 \pm H_1 H_2} \qquad\qquad H = \frac{1}{H_2} \cdot \frac{H_1 H_2}{1 \pm H_1 H_2}$$

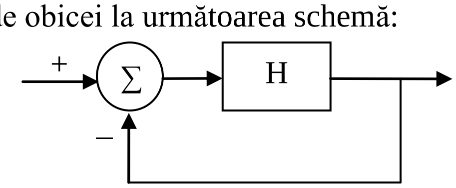
Schema 1

Schema 2
cu reacţie rigidă (cu reacţie unitară)

Schema 2 este generală şi toată teoria clasică este bazată pe aceasta.

Problemele din teoria clasică se reduc de obicei la următoarea schemă:

$$(19)\qquad H_0 \overset{def}{=} \frac{H}{1+H}$$

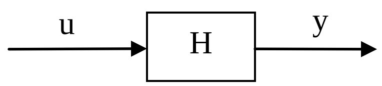


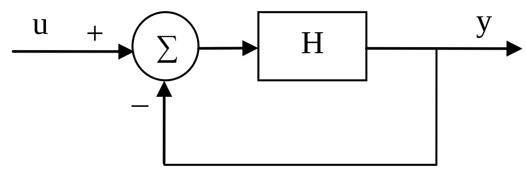
17.4 Proprietăţile reacţiei

a) Stabilitatea internă

Modificarea stabilităţii interne a fost justificată din observaţia legată de forma lui A_r.

b) Desensibilizarea la variaţii parametrice





(20) $H(s) = k$

Pentru sistemul în circuit închis

$$(21) \qquad y = Hu = ku,$$

admiţând posibilitatea variaţiei parametrului k,

$$(22) \qquad \frac{dy}{y} = \frac{dk}{k},$$

ceea ce arată că variaţiile parametrului se transmit în variaţia ieşirii integral.

Pentru structura cu reacţie

$$(23) \qquad y = \frac{H}{1+H}u = \frac{k}{1+k}u$$

$$(24) \qquad dy = \frac{(1+k)dk - kdk}{(1+k)^2}u = \frac{dk}{(1+k)^2}u$$

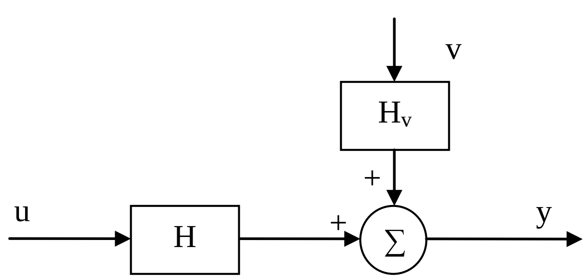
$$(25) \qquad \frac{dy}{y} = \frac{dk}{k(1+k)} = \frac{1}{1+k}\cdot\frac{dk}{k} \cong \frac{1}{k}\cdot\frac{dk}{k}$$

k foarte mare

Observaţie: Variaţiile parametrilor k se transmit la ieşire atenuate de k ori. În acest sens, structura cu reacţie este robustă pentru ca variaţiile semnificative ale intrărilor nu se văd în variaţiile ieşirilor.

k se numeşte şi factor de amplificare.

c) Rejecţia perturbaţiilor



Schema 3

(26) $y = y_u + y_v = H_u + H_v v$

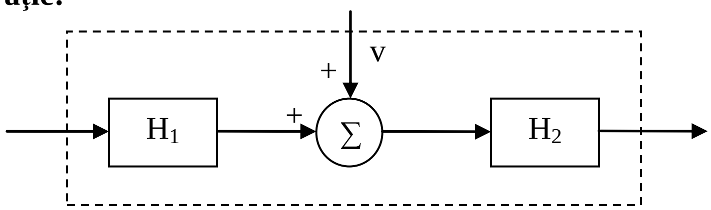
(27) $u = 0$

(28) $y = H_v v$

(29) $H_v(s) = k_v \widetilde{H}_v(s)$ cu $\widetilde{H}_v(0) = 1$

k_v este factorul de amplificare în regim staţionar.

Observaţie:



Schema 4

$H = H_1 H_2$

Într-o instalaţie, punctul de aplicare a perturbaţiei, în general, este necunoscut.

α) pe ieşire: $H = H_1 H_2$

$H_v = 1$

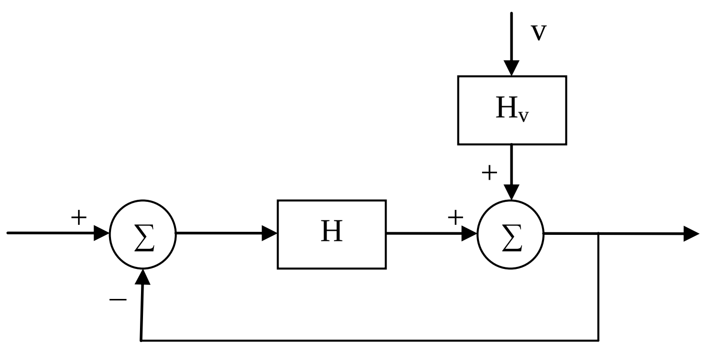
β) pe intrare: $H = 1$

$H_v = H_1 H_2$

γ) punct oarecare: $H = H_1 H_2$

$H_v = H_2$

În funcţie de punctul de aplicare a perturbaţiei în sistem, H_v poate lua valori de la 1 până la H.



Schema 5

(30) $y = y_u + y_v = \dfrac{H}{1+H} u + \dfrac{H_v}{1+H} v$

$u = 0$

(31) $H_v(s) = k\widetilde{H}(s)$ cu $\widetilde{H}(0) = 1$

k este factorul de amplificare în regim staţionar în funcţia de transfer iniţială.

Considerăm

(32) $v(s) = \dfrac{1}{s} \rightarrow$ treaptă unitară

(33) $\lim\limits_{t\to\infty} y_v(t) = \lim\limits_{s\to 0}[s y_v(s)] = \lim\limits_{s\to 0}\left[s \dfrac{H_v(s)}{1+H(s)} v(s) \right] \overset{(32)}{=} \dfrac{k_v}{1+k} \cong \dfrac{k_v}{k}$

k foarte mare

În cazul fără reacţie

$$(34) \qquad \lim_{t\to\infty} y_v(t) = \lim_{s\to 0}[s y_v(s)] = \lim_{s\to 0}\left[s H_v(s)\frac{1}{s}\right] = k_v$$

Observaţie: Comparând relaţia (33) cu relaţia (34) se observă că perturbaţia se transmite către ieşire atenuată de k ori.

17.5 Rejecţia exactă

$$(35) \qquad \text{Fie } H_v(s) = \frac{k\widetilde{H}(s)}{s} \quad \text{cu } \widetilde{H}(0) = 1$$

$$(36) \qquad \Sigma_{st} \stackrel{def}{=} \lim_{t\to\infty} y_v(t) = \lim_{s\to 0}[s y_v(s)] = \lim_{s\to 0}\left[s\,\frac{H_v(s)}{1+H(s)}\cdot\frac{1}{s}\right] = \lim_{s\to 0}\left[\frac{k_v\widetilde{H}_v(s)}{1+\dfrac{k\widetilde{H}(s)}{s}}\right] = \lim_{s\to 0}\left[\frac{s k_v\widetilde{H}_v(s)}{s+k\widetilde{H}(s)}\right] = 0$$

$$\Sigma_{st} = 0$$

Principiul Modelului Intern

$$\text{Rejecţie } \frac{1}{s} \Leftrightarrow H(s) = \frac{1}{s}\cdot H_1(s)$$

Rejecţia exactă (eroarea staţionară) este 0 dacă şi numai dacă funcţia de transfer conţine modelul semnalului care se doreşte a fi rejectat ($\frac{1}{s}$).

Observaţie: Elementele de comandă în automatizarea clasică (regulatoarele automate) sunt de trei tipuri: P, PI, PID.

$$H_P(s) = k_P$$

$$H_{PI}(s) = k_{PI}\left(1+\frac{1}{T_i s}\right)$$

17.6 Reglarea

$$(37) \qquad (R) \qquad -\Sigma_{st} \stackrel{def}{=} \lim_{t\to\infty}\Sigma(t) = 0 \quad \text{pentru } y_r(t) \text{ dat}$$

Observaţie: Problema este echivalentă cu rejecţia exactă a lui y_r şi are soluţie dacă şi numai dacă

$$(38) \qquad H_{PF} H_C \stackrel{def}{=} H$$

conţine modelul intern al referinţei ($\frac{1}{s}$).

$$(39) \qquad y_r(s) = \frac{1}{s}$$

$$(40) \qquad \Sigma(t) = \frac{1}{1+H} y_r(t)$$

(41) $$H(s)=\frac{1}{s}\cdot H_1(s)\ ,\ H_1(s)=k_1\widetilde{H}_1(s)\ \text{cu}\ \widetilde{H}_1(s)=1$$

(42) $$\Sigma_{st}\overset{def}{=}\lim_{t\to\infty}\Sigma(t)=\lim_{s\to 0}[s\Sigma(s)]=\lim_{s\to 0}\left[s\frac{1}{1+H}\cdot\frac{1}{s}\right]=\lim_{s\to 0}\left[\frac{1}{1+\frac{1}{s}H_1(s)}\right]=\lim_{s\to 0}\left[\frac{s}{s+H_1(s)}\right]=0$$

$$\Sigma_{st}=0$$

Observaţie: Reglarea este legată de referinţă (de modelul intern).

Problema cea mai importantă din teoria sistemelor liniare se numeşte problema reglării structural stabile.

(S) stabilitatea internă

(R) reglarea $\lim_{t\to\infty}\Sigma(t)=0$

(SS) stabilitatea structurală

(S) şi (R) să se păstreze în prezenţa unor variaţii parametrice.

CURS 2

Capitolul 1: Răspunsul în domeniul timp şi operaţional al sistemelor liniare netede

Fie **sistemul liniar neted**:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} x(0) = x_0, t \in T \tag{1}$$

Răspunsul în domeniul timp al unui sistem liniar neted este:

$$x(t) = e^{At} x(t_0) + \int_{t_0}^{t} e^{A(t-\tau)} Bu(\tau) d\tau \tag{2}$$

Este evident că răspunsul nu depinde decât de $\Delta t = t - t_0$ şi atunci alegem $t_0 = 0$:

$$x(t) = e^{At} x_0 + \int_0^t e^{A(t-\tau)} Bu(\tau) d\tau \tag{3}$$

Remarcăm că răspunsul este format din doi termeni:

- $x_l(t) = e^{At} x_0 = x(t)\big|_{u() \equiv 0}$ este răspunsul liber al sistemului, adică răspunsul sistemului în condiţiile în care comanda este identic nulă.
- $x_f(t) = \int_0^t e^{A(t-\tau)} Bu(\tau) d\tau = x(t)\big|_{x_0 \equiv 0}$ este răspunsul forţat al sistemului, adică răspunsul sistemului în condiţiile în care starea iniţială este identic nulă.

Se poate observa că se aplică **principiul superpoziţiei**, mai exact:

$$x(t) = x_l(t) + x_f(t) = x(t)\big|_{u() \equiv 0} + x(t)\big|_{x_0 \equiv 0} \tag{4}$$

Se numeşte **matricea de tranziţie a stărilor** şi se notează cu $\Phi(t)$ matricea:

$$\Phi(t) \overset{def}{=} e^{At} \overset{def}{=} I + \frac{t}{1!} A + \frac{t^2}{2!} A^2 + \ldots \tag{5}$$

Folosind această notaţie, putem scrie:

$$x_l(t) = e^{At} x_0 = \Phi(t) x_0 \tag{6}$$

Ieşirea sistemului se obţine din ecuaţia a doua a sistemului (1):

$$y(t) = Cx(t) = Ce^{At} x_0 + \int_0^t Ce^{A(t-\tau)} Bu(\tau) d\tau \tag{7}$$

Şi aici se remarcă doi termeni:

- $y_l(t) \overset{def}{=} Ce^{At} x_0 \overset{def}{=} y(t)\big|_{u() \equiv 0}$ este ieşirea liberă a sistemului, adică ieşirea sistemului în condiţiile în care comanda este identic nulă.
- $y_f(t) \overset{def}{=} \int_0^t Ce^{A(t-\tau)} Bu(\tau) d\tau \overset{def}{=} y(t)\big|_{x_0 \equiv 0}$ este ieşirea forţată a sistemului, adică ieşirea sistemului în condiţiile în care starea iniţială este identic nulă.

Şi aici este valabil **principiul superpoziţiei**, mai exact:

$$y(t) = y_l(t) + y_f(t) = y(t)\big|_{u() \equiv 0} + y(t)\big|_{x_0 \equiv 0} \tag{8}$$

Definiţie: Se numeşte **matricea pondere** şi se notează cu $T(t)$ matricea definită de:

$$T(t) \overset{def}{=} Ce^{At} B \tag{9}$$

Se poate observa că folosind această notaţie, avem:

$$y_f(t) = \int_0^t T(t-\tau)u(\tau)d\tau \stackrel{def}{=} (T * u)(t) \tag{10}$$

Dacă aplicăm transformata Laplace ecuaţiilor sistemului (1) obţinem:

$$L[\dot{x}(t)] = sx(s) - x_0 \tag{11}$$

Sistemul se poate rescrie:

$$\begin{cases} sx(s) - x_0 = Ax(s) + Bu(s) \\ y(s) = Cx(s) \end{cases} \tag{12}$$

Astfel, în operaţional, răspunsul sistemului este:

$$x(s) = (sI - A)^{-1} x_0 + (sI - A)^{-1} Bu(s) \tag{13}$$

Se remarcă aici cele două componente ale răspunsului:

- $x_l(s) = (sI - A)^{-1} x_0 \stackrel{def}{=} x(s)\big|_{u(s)\equiv 0}$ componenta liberă a răspunsului
- $x_f(s) = (sI - A)^{-1} Bu(s) \stackrel{def}{=} x(s)\big|_{x_0 \equiv 0}$ componenta forţată a răspunsului

Evident, se respectă **principiul superpoziţiei**:

$$x(s) = x_l(s) + x_f(s) = x(s)\big|_{u(s)\equiv 0} + x(s)\big|_{x_0\equiv 0} \tag{14}$$

Observaţie: Din relaţia (6) de mai sus, observăm că:

$$\Phi(s) = (sI - A)^{-1} \tag{15}$$

Observaţie: Metode de calcul al lui e^{At}:

- calculul direct al seriei $e^{At} = I + \frac{t}{1!}A + \frac{t^2}{2!}A^2 + \ldots$, care are sens în mod special atunci când seria are un număr finit de termeni (adică dacă există *k* astfel încât $A^k = A^{k+1} = 0$). În acest caz, matricea se numeşte nil potentă, de exemplu, în cazul unei matrice superior diagonale.
- când există *k* astfel încât $A^k = A^{k+1}$ neidentic nulă (matricea se numeşte idem potentă)
- folosind forma Jordan: dacă $A = TJT^{-1}$, atunci $e^{At} = e^{TJT^{-1}t} = Te^{Jt}T^{-1}$
- $e^{At} = L^{-1}\left[(sI - A)^{-1}\right], t \geq 0$

Ieşirea sistemului se scrie:

$$y(s) = Cx(s) = C(sI - A)^{-1} x_0 + C(sI - A)^{-1} Bu(z) \tag{16}$$

Remarcăm cele două componente ale ieşirii:

- $y_l(s) = C(sI - A)^{-1} x_0 \stackrel{def}{=} y(s)\big|_{u(s)\equiv 0}$ este componenta liberă a ieşirii
- $y_f(s) = C(sI - A)^{-1} Bu(s) = y(s)\big|_{x_0\equiv 0}$ este componenta forţată a ieşirii

Din nou, se observă respectarea principiului superpoziţiei:

$$y(s) = y_l(s) + y_f(s) = y(s)\big|_{u(s)\equiv 0} + y(s)\big|_{x_0\equiv 0} \tag{17}$$

Definiţie: Se numeşte **matricea de transfer** şi se notează cu $T(z)$ matricea definită de:

$$T(s) \stackrel{def}{=} C(sI - A)^{-1} B \tag{18}$$

Ecuaţia fundamentală a lumii liniare:

$$y(s)\big|_{x_0\equiv 0} = C(sI - A)^{-1} Bu(s) = T(s)u(s) \tag{19}$$

Observaţie: Reversibilitatea timpului.

Din ecuaţia (13) se poate calcula x_0:

$$x(s) = \Phi(s)x_0 + \int_0^t \Phi(s)Bu(s)$$

sau în domeniul timp:

$$x(t) = e^{At}x_0 + \int_0^t e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau$$

$$x(t) = \Phi(t)x_0 + \int_0^t \Phi(t-\tau)Bu(\tau)d\tau$$

Deoarece $\Phi(t) = e^{At}$ există mereu $\Phi^{-1}(t) = \Phi(-t)$ şi atunci:

$$x_0 = \Phi(-t)x(t) + \int_0^t \Phi^{-1}(t)\Phi(t-\tau)Bu(\tau)d\tau \text{ x} \tag{20}$$

De aici se observă posibilitatea de a îl extrage pe x_0, ceea ce înseamnă că **timpul este mereu reversibil într-un sistem liniar neted**.

Observaţie: Cazul mono intrare - mono ieşire. **Funcţia de transfer** $H(s)$.

Pentru cazul $m = p = 1$ avem:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + bu(t) \\ y(t) = c^T x(t) \end{cases}, x(0) = x_0, t \in R \tag{21}$$

$$H(s) \overset{def}{=} c^T (sI - A)^{-1} b \tag{22}$$

Proprietăţile $H(s)$:

- este scalar
- este o raţională strict proprie
- $H(s) = \dfrac{r(s)}{p(s)} = \dfrac{\beta_{n-1}s^{n-1} + ... + \beta_0}{s^n + \alpha_{n-1}s^{n-1} + ... + \alpha_0}$
- descrierea ca schemă ecuaţie diferenţială a sistemului liniar discret

$$y_f(s) = H(s)u(s) = \frac{r(s)}{p(s)}u(s) \text{z} \tag{23}$$

$$y_f(s)p(s) = r(s)u(s) \tag{24}$$

$$\left(s^n + \alpha_{n-1}s^{n-1} + ... + \alpha_0\right)y_f(s) = \left(\beta_{n-1}s^{n-1} + ... + \beta_0\right)u(s) \tag{25}$$

Dacă relaţiei de mai sus îi aplicăm transformata Laplace inversă în condiţii iniţial nule, obţinem:

$$y_f^{(n)}(t) + ...\alpha_{n-1}y_f^{(n-1)}(t) + ... + \alpha_0 y_f(t) = p_{n-1}u^{(n-1)}(t) + ... + \beta_0 u(t) \tag{26}$$

- fie $u(t) = u_{-1}(t) = \begin{cases} 1, t \geq 0 \\ 0, t < 0 \end{cases}$. Definim:

$$U(t) \overset{def}{=} \beta_{n-1}u^{(n-1)}(t) + ... + \beta_0 u(t) \tag{27}$$

$$U_1(t) = \beta_1 u'(t) + \beta_0 u(t) = \beta_0 u_{-1}(t) + \beta_1 \delta(t)$$

  Folosirea transformatei Laplace şi a funcţiilor de transfer rezultă şi din abilitatea acesteia de a trata discontinuităţile de speţa 1 pe mărimea de intrare.

- interpretarea lui $H(s)$

$$y_f(s) = H(s)u(s)$$

Dacă considerăm un semnal sinusoidal, $s = j\omega$, atunci:

$$y_f(j\omega) = H(j\omega)u(j\omega)$$

$$H(j\omega) = H(\omega)e^{j\phi(\omega)}$$

$$y_f(j\omega) = H(\omega)e^{j\phi(\omega)}u(j\omega) = H(\omega)e^{j\phi(\omega)}e^{j\omega} = H(\omega)e^{j(\omega+\phi(\omega))}$$

Un semnal sinusoidal este amplificat cu un factor de amplificare şi defazat cu o fază $\phi(\omega)$ ceea ce justifică interpretarea lui $H(h\omega)$ ca o admitanţă complexă.

- $u(t) = \delta(t)$ de unde $y_{jf}(s) = H(s)\delta(s) = H(s)$
- $L^{-1}\{H(s)\} = \begin{cases} c^T e^{At} b \overset{def}{=} h(t), matricea\_pondere, t \geq 0 \\ 0, t < 0 \end{cases}$
- $L^{-1}\{y_f(s)\} \overset{def}{=} h_c(t)$, răspunsul cauzat la impuls. $h_c(t) = \begin{cases} h(t), t \geq 0 \\ 0, t < 0 \end{cases}$. unde $h(t)$ este funcţia

pondere şi este prelungirea analitică în R a răspunsului cauzat la impuls.

CURS 3

Capitolul 2: Răspunsul în domeniul timp şi operaţional al sistemelor liniare discrete

Fie **sistemul liniar discret**:

$$\begin{cases} x(t+1) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} x(0) = x_0, t \in Z, \qquad (1)$$

Unde x(.) Rn – starea
u(.) Rm – intrarea
y(.) Rp –iesire
A Rnxn , B Rnxm, C Rp

Dacă iterăm ecuaţia 1 obţinem:

$$\begin{aligned} &x(1) = Ax_0 + Bu(0) \\ &x(2) = Ax(1) + Bu(1) = A^2x(0) + ABu(0) + Bu(1) \\ &\ldots \\ &x(t) = Ax(t-1) + Bu(t-1) = A^t x(0) + A^{t-1}Bu(0) + \ldots + Bu(t-1) \end{aligned} \qquad (2)$$

De aici putem deduce răspunsul în domeniul timp al unui sistem liniar discret:

$$x(t) = A^t x_0 + \sum_{i=1}^{t-1} A^{t-i-1}Bu(i) \qquad (3)$$

Remarcăm că răspunsul este format din doi termeni:

- $x_l(t) = A^t x_0 = x(t)\big|_{u(t)\equiv 0}$ este răspunsul liber al sistemului, adică răspunsul sistemului în condiţiile în care comanda este identic nulă.
- $x_f(t) = \sum_{i=1}^{t-i} A^{t-i-1}Bu(i) = x(t)\big|_{x_0\equiv 0}$ este răspunsul forţat al sistemului, adică răspunsul sistemului în condiţiile în care starea iniţială este identic nulă.

Se poate observa că se aplică **principiul superpoziţiei**, mai exact:

$$x(t) = x_t(t) + x_f(t) = x(t)\big|_{u(t)\equiv 0} + x(t)\big|_{x_0\equiv 0} \qquad (4)$$

Se numeşte **matricea de tranziţie a stărilor** şi se notează cu $\Phi(t)$ matricea:

$$\Phi(t) \overset{def}{=} A^t, \text{ cu } t \geq 0 \qquad (5)$$

Folosind această notaţie, putem scrie:

$$x_l(t) = A^t x_0 = \Phi(t)x_0 \qquad (6)$$

Se observă că această relaţie are aceeaşi formă ca şi în cazul neted.

Ieşirea sistemului se obţine din ecuaţia a doua a sistemului (1):

$$y(t) = Cx(t) = CA^t x_0 + \sum_{i=1}^{t-1} CA^{t-i-1}Bu(i) \qquad (7)$$

Şi aici se remarcă doi termeni:

- $y_l(t) \overset{def}{=} CA^t x_0 \overset{def}{=} y(t)\big|_{u(t)\equiv 0}$ este ieşirea liberă a sistemului, adică ieşirea sistemului în condiţiile în care comanda este identic nulă.

- $y_f(t) \overset{def}{=} \sum_{i=0}^{t-1} CA^{t-i-1}Bu(i) \overset{def}{=} y(t)\Big|_{x_0 \equiv 0}$ este ieşirea forţată a sistemului, adică ieşirea sistemului în condiţiile în care starea iniţială este identic nulă.

Şi aici este valabil **principiul superpoziţiei**, mai exact:

$$y(t) = y_l(t) + y_f(t) = y(t)\Big|_{u(t)\equiv 0} + y(t)\Big|_{x_0 \equiv 0} \tag{8}$$

Definiţie: Se numeşte **matricea pondere** şi se notează cu $T(t)$ matricea definită de:

$$T(t) = \begin{cases} 0, t \le 0 \\ CA^{t-1}B, t > 0 \end{cases} \tag{9}$$

Se poate observa că folosind această notaţie, avem:

$$y_f(t) = y(t)\,|_{t_0=0} = \sum_{i=0}^{t-1} T(t-1)u(i) \overset{def}{=} (T * u)(t) \tag{10}$$

Dacă aplicăm transformata Z ecuaţiilor sistemului (1) obţinem:

$$Z[x(t+1)] = zx(z) - zx_0 \tag{11}$$

Sistemul se poate rescrie:

$$\begin{cases} zx(z) - zx_0 = Ax(z) + Bu(z) \\ y(z) = Cx(z) \end{cases} \tag{12}$$

Astfel, în operaţional, răspunsul sistemului este:

$$x(z) = (zI - A)^{-1} zx_0 + (zI - A)^{-1} Bu(z) \tag{13}$$

Se remarcă aici cele două componente ale răspunsului:

- $x_l(z) = z(zI - A)^{-1} x_0 \overset{def}{=} x(z)\Big|_{u(z)\equiv 0}$ componenta liberă a răspunsului
- $x_f(z) = (zI - A)^{-1} Bu(z) \overset{def}{=} x(z)\Big|_{x_0 \equiv 0}$ componenta forţată a răspunsului

Evident, se respectă **principiul superpoziţiei**:

$$x(z) = x_l(z) + x_f(z) = x(z)\Big|_{u(z)\equiv 0} + x(z)\Big|_{x_0 \equiv 0} \tag{14}$$

Observaţie: Din relaţiile de mai sus, observăm că:

$$Z\{x_l(t)\} = x_l(z) \Leftrightarrow Z\{A^t x_0\} = z(zI - A)^{-1} x_0 \Leftrightarrow Z\{A^t\} = z(zI - A)^{-1}$$

de unde se poate scrie că:

$$A^t = Z^{-1}\left\{z(zI - A)^{-1}\right\} \tag{15}$$

Ieşirea sistemului se scrie:

$$y(z) = Cx(z) = Cz(zI - A)^{-1} x_0 + C(zI - A)^{-1} Bu(z) \tag{16}$$

Remarcăm cele două componente ale ieşirii:

- $y_l(z) = Cz(zI - A)^{-1} x_0 \overset{def}{=} y(z)\Big|_{u(z)\equiv 0}$ este componenta liberă a ieşirii
- $y_f(z) = C(zI - A)^{-1} Bu(z) = y(z)\Big|_{x_0 \equiv 0}$ este componenta forţată a ieşirii

Din nou, se observă respectarea principiului superpoziţiei:

$$y(z) = y_l(z) + y_f(z) = y(z)\Big|_{u(z)\equiv 0} + y(z)\Big|_{x_0 \equiv 0} \tag{17}$$

Definiţie: Se numeşte **matricea de transfer** şi se notează cu $T(z)$ matricea definită de:

$$T(z) \overset{def}{=} C(zI - A)^{-1} B \tag{18}$$

Ecuaţia fundamentală a lumii liniare:

$$y(z)\Big|_{x_0 \equiv 0} = C(zI - A)^{-1} Bu(z) = T(z)u(z) \tag{19}$$

Obs Ec fundamentala a lumii linare
$y_f(z) = y(z)|_{x0=0} = T(z)u(z)$

Teoria structurală a sistemelor liniare:

Se poate observa că $T(s) \overset{def}{=} C(sI - A)^{-1} B$ este identică din punct de vedere algebric în cazul neted şi în cel discret, şi anume este un fascicul matricial. De asemenea, ecuaţia fundamentală are forma:

$$y_f(\lambda) = T(\lambda)u(\lambda) \tag{20}$$

Marea majoritate a problemelor din Teoria Sistemelor Liniare nu au în vedere aspectul neted sau discret al unui sistem, caracterul algebric fiind predominant asupra celuilalt caracter.

$$D(lamda) = \begin{bmatrix} A - \lambda I & B \\ C & 0 \end{bmatrix} \text{ sau } P_D = \begin{bmatrix} A & B \\ C & 0 \end{bmatrix}$$

Observaţie: Cazul mono intrare - mono ieşire. **Funcţia de transfer** $H(z)$.
Pentru cazul $m = p = 1$ avem:

$$\begin{cases} x(t+1) = Ax(t) + bu(t) \\ y(t) = c^T x(t) \end{cases}, x(0) = x_0, t \in Z \tag{21}$$

$$H(z) \overset{def}{=} c^T (zI - A)^{-1} b = \frac{r(z)}{p(z)} \tag{22}$$

Proprietăţile $H(z)$ ($H(z)$ este identică ca formă cu $H(s)$ ceea ce face ca toate proprietăţile acesteia să fie respectate):

- este scalar
- este o raţională strict proprie
- $H(z) = \dfrac{r(z)}{p(z)} = \dfrac{\beta_{n-1} z^{n-1} + \ldots + \beta_0}{z^n + \alpha_{n-1} z^{n-1} + \ldots + \alpha_0}$
- descrierea ca schemă cu diferenţe finite a sistemului liniar discret

$$y_f(z) = H(z)u(z) = \frac{r(z)}{p(z)} u(z)$$

$$y_f(z)p(z) = r(z)u(z)$$

$$\left(z^n + \alpha_{n-1} z^{n-1} + \ldots + \alpha_0\right) y_f(z) = \left(\beta_{n-1} z^{n-1} + \ldots + \beta_0\right) u(z)$$

Dacă relaţiei de mai sus îi aplicăm transformata Z în condiţii iniţial nule, obţinem:

$$y_f(t+n) + \ldots \alpha_{n-1} y_f(t+n-1) + \ldots + \alpha_0 y_1(t) = p_{n-1} y(t+n-1) + \ldots + \beta_0 u(t)$$

Observaţii: Ireversibilitatea timpului pentru Sisteme Liniare Discrete

$$x(t) = \Phi(t)x_0 + \sum_{i=0}^{t-1} \Phi(t-i-1)Bu(i)$$

<A transpus inversabila> ⇔ < A inversabila>

In general cond generala nu poate fi recuperata. Singura diferenta notabile intre SN si SD dpdv al teoriei sist

Capitolul 3: Discretizarea pe stare a sistemelor liniare

##fig

Problema discretizării pe stare: Fiind dat un SL descris de

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases}, t \in R \quad (1)$$

se cere să se calculeze un model discret $\Sigma_d = (A_d, B_d, C_d)$:

$$\begin{cases} x_d(k+1) = A_d x_d(k) + B_d u_d(k) \\ y_d(k) = C_d x_d(k) \end{cases}, k \in Z \quad (2)$$

astfel încât să avem pentru $u(kh) = u_d(k)$ următoarele relaţii: (3)

$$\begin{cases} x(kh) = x_d(k) \\ y(kh) = y_d(k) \end{cases} \quad (4)$$

=> $u^k(t) = u(kh)\, pt...t \in [kh, (k+1)h]$

Vom integra de la kh la $(k+1)h$ sistemul:

$$x(t) = e^{A(t-t_0)}x(t_0) + \int_{t_0}^{t} e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau \text{ x} \quad (5)$$

$$t_0 = kh \quad (6)$$

$$t = (k+1)h \quad (7)$$

Ecuaţia (5) devine:

$$x((k+1)h) = e^{Ah}x(kh) + \int_{kh}^{(k+1)h} e^{A((k+1)h-\tau)}Bu(\tau)d\tau \quad (8)$$

Facem schimbarea de variabilă:

$$\theta = (k+1)h - \tau \quad (9)$$

deci avem:

$$\begin{aligned} &\tau = kh \to \theta = h \\ &\tau = (k+1)h \to \theta = 0 \\ &u(\tau) = u(kh) \end{aligned} \quad (10)$$

de unde scriem:

$$x((k+1)h) = e^{Ah}x(kh) + \int_0^h e^{A\theta}Bd\theta u(kh) \quad (11)$$

Din(4) si 11 avem $x_d(k+1) = e^{Ah}x_d(k) + \int_0^h e^{A\theta}Bd\theta u_d(k)$

deci avem următorul sistem discretizat:

$$A_d = e^{Ah} (12)$$

$$B_d \stackrel{def}{=} \int_0^h e^{A\theta}Bd\theta (12)$$

$$(13)\, y(kh) = Cx(kh) \Rightarrow y_d(k) = Cx_0(k) (14)$$

$$C_d = C (15)$$

Modul discret furnizat de 12 si 15 este adevarat numai pt schema de discretizare din figura. Modificarea tipului de esantionare sau a tipului de refacere a inform va conduce la alte modele discretizate.

Observaţie: Reversibilitatea timpului

$A_d = e^{Ah} = I + \frac{h}{1!}A + \frac{h^2}{2!}A^2 + ...$ este o matrice nesingulară, deci $\Phi(t)$ este nesingulară, deci inversabilă, de unde deducem că timpul este reversibil pentru un Sistem Discret obţinut prin discretizarea unui SLN. Sistemele discrete astfel obţinute moştenesc integral proprietăţile Sistemelor Liniare din care provin.

CURS 4

Capitolul 4: Realizarea de Stare a Sistemelor Liniare

Problema realizării (de stare) (PRS) reprezintă determinarea reprezentării de stare (deci a tripletului (A, B, C) pentru un sistem liniar specificat într-o manieră intrare-ieşire (prin matricea de transfer sau prin matricea de răspuns cauzal la impuls).

Problema realizării de stare se formulează astfel: Fie $T(\lambda) \in R^{p \times m}(\lambda)$ - o matrice de rationale strict proprii. Să se găsească (dacă este posibil) un sistem liniar $\Sigma_n = (n, A, B, C)$ un sistem liniar astfel încât:

$$T(\lambda) = C(\lambda I - A)^{-1} B \tag{2}$$

unde *n* reprezintă dimensiunea realizării de stare.

Observaţie: Forma standard a unei matrici de transfer $T(\lambda)$.

Fie: $$p(\lambda) = cmmmc\{p_{ij}(\lambda)\} = \lambda^n + \alpha_{n-1}\lambda^{n-1} + \ldots + \alpha_0 \tag{4}$$

,unde $i = \overline{1, m}$, $j = \overline{1, p}$ şi $\alpha_n = 1$.

Atunci înseamnă că putem scrie $T(\lambda)$ astfel:

$$T(\lambda) = \|t_{ij}\| = \left\| \frac{r_{ij}(\lambda)}{p_{ij}(\lambda)} \right\| = \frac{1}{p(\lambda)} \|r_{ij}^*(\lambda)\| \tag{5}$$

,unde $i = \overline{1, m}$, $j = \overline{1, p}$.

<u>Exemplu</u>:

Fie $T(\lambda) = \left\| \frac{1}{2(\lambda+1)} \quad \frac{\lambda-2}{(\lambda+1)\lambda} \right\| = \left\| \frac{0.5}{\lambda+1} \quad \frac{\lambda-2}{(\lambda+1)\lambda} \right\|$.

Atunci, avem:

$$p(\lambda) = \lambda(\lambda+1) = \lambda^2 + \lambda \Rightarrow \begin{cases} n = 2 \\ \alpha_1 = 1 \\ \alpha_0 = 0 \end{cases}$$

, de unde se poate scrie că:

$$T(\lambda) = \frac{1}{\lambda(\lambda+1)} \|0.5\lambda \quad \lambda - 2\|$$

Pe de altă parte, însă, avem:

$$T(\lambda) = \frac{1}{p(\lambda)} \|R_0 + R_1\lambda + \ldots + R_{n-1}\lambda^{n-1}\| \tag{6}$$

unde $R \in R^{p \times m}$.

Continuând exemplul, putem scrie că:

$$T(\lambda) = \frac{1}{p(\lambda)} \left([0 \quad -2] + [0.5 \quad 1]\lambda \right).$$

<u>Teorema 1: Realizarea standard controlabilă</u>. O realizare controlabilă a lui $T(\lambda) \in R^{p \times m}(\lambda)$ de raţionale strict proprii este dată de:

$$A_C = \begin{bmatrix} 0_m & I_m & \dots & 0_m \\ \dots & \dots & \dots & \dots. \\ 0_m & 0_m & \dots & I_m \\ -\alpha_0 I_m & -\alpha_1 I_m & \dots & -\alpha_{n-1} I_m \end{bmatrix},\ B_C = \begin{bmatrix} 0_m \\ 0_m \\ \dots \\ I_m \end{bmatrix} \text{ şi } C_C = \begin{bmatrix} R_0 & R_1 & \dots & R_{n-1} \end{bmatrix} \tag{7}$$

unde dimensiunea realizării este:

$$n_C = n \times m \tag{8}$$

unde 0_m şi I_m sunt de dimensiuni $n \times m$.

Demonstraţia este identică în cazurile neted şi discret. Vom analiza doar situaţia cazul unui sistem neted.

$$\begin{cases} \dot{x}_C = A_C x + B_C u \\ y = C_C x \end{cases} \tag{9}$$

Definim $x_C \stackrel{def}{=} \begin{bmatrix} x_1 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix}$, unde $x_j \in R^m$. Sistemul de la (9) se poate scrie astfel:

$$\begin{cases} \dot{\begin{bmatrix} x_1 \\ \dots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix}} = \begin{bmatrix} 0_m & I_m & \dots & 0_m \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0_m & 0_m & \dots & I_m \\ -\alpha_0 I_m & -\alpha_1 I_m & \dots & -\alpha_{n-1} I_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \dots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0_m \\ \dots \\ 0_m \\ I_m \end{bmatrix} u \\ y = \begin{bmatrix} R_0 & R_1 & \dots & R_{n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \dots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix} \end{cases} \tag{10}$$

Demonstraţia constă în verificarea funcţiei de transfer.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ \dots \\ \dot{x}_{n-1} = x_n \\ \dot{x}_n = -\alpha_0 x_1 + \dots + -\alpha_{n-1} x_n + u \\ y = R_0 x_1 + \dots + R_{n-1} x_n \end{cases} \tag{11}$$

Aplicând sistemului (11) transformata Laplace pentru $x_0 = 0$ obţinem:

$$\begin{cases} sx_1 = x_2 \\ sx_2 = x_3 \\ \ldots \\ sx_{n-1} = x_n \\ sx_n = -\alpha_0 x_1 + \ldots + -\alpha_{n-1} x_n + u \\ y = R_0 x_1 + \ldots + R_{n-1} x_n \end{cases} \tag{12}$$

Prin substituţii succesive, din sistemul (12) putem obţinem următoarele:

$$\begin{aligned} x_2 &= sx_1 \\ x_3 &= s^2 x_1 \\ &\ldots \\ x_n &= s^{n-1} x_1 \end{aligned}$$ de unde rezultă că:

$$\left(s^n + \alpha_{n-1} s^{n-1} + \ldots + \alpha_0\right) x_1 = u \tag{13}$$

Care se mai poate scrie şi astfel:

$$x_1(s) = \frac{1}{s^n + \alpha_{n-1} s^{n-1} + \ldots + \alpha_0} u(s)$$

Înlocuind în ultima ecuaţie din sistemul (12) obţinem că:

$$y_f(s) = \left(R_0 + sR_1 + \ldots + s^{n-1} R_{n-1}\right) x\ (s) \Rightarrow y_f(s) = R_0 x_1(s) + \ldots. + R_{n-1} x_n(s)$$

(14)

Iar dacă introducem şi ecuaţia (13), ajungem la forma:

$$y_f(s) = \frac{R_0 + sR_1 + \ldots + s^{n-1} R_{n-1}}{s^n + \alpha_{n-1} s^{n-1} + \ldots + \alpha_0} u(s) \tag{15}$$

Din ecuaţia (15) putem scrie imediat că:

$$y_f(s) = T(s) u(s)$$

$$T(s) = \frac{1}{s^n + \alpha_{n-1} s^{n-1} + \ldots + \alpha_0} \left(R_0 + R_1 s + \ldots + R_{n-1} s^{n-1}\right) \qquad q.e.d$$

<u>Exemplul</u>:

$$n_C = 2 \times 2 = 4$$

$$A_C = \begin{bmatrix} 0_2 & I_2 \\ -\alpha_0 I_2 & -\alpha_1 I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$B_C = \begin{bmatrix} 0_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ şi}$$

$$C_C = \begin{bmatrix} R_0 & R_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 0.5 & 1 \end{bmatrix}$$

<u>Teorema 2: Realizarea standard observabilă</u>. O realizare observabilă a lui $T(\lambda) \in R^{p \times m}(\lambda)$ de raţionale strict proprii este dată de:

$$A_O = \begin{bmatrix} 0_p & \dots & 0_p & -\alpha_0 I_p \\ I_p & \dots & 0_p & -\alpha_1 I_p \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0_p & \dots & I_p & -\alpha_{n-1} I_p \end{bmatrix},\ B_O = \begin{bmatrix} R_0 \\ R_1 \\ \dots \\ R_{n-1} \end{bmatrix} \text{ şi } C_O = \begin{bmatrix} 0_p & 0_p & \dots & I_p \end{bmatrix} \tag{18}$$

unde dimensiunea realizării este:

$$n_O = n \times p$$

<u>Exemplul</u>:

$$n_O = 2 \times 1 = 2$$

$$A_O = \begin{bmatrix} 0_1 & -\alpha_0 I_1 \\ I_1 & -\alpha_1 I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix},$$

$$B_O = \begin{bmatrix} R_0 \\ R_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 0.5 & 1 \end{bmatrix} \text{ şi}$$

$$C_O = \begin{bmatrix} 0_1 & I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Observatie Problema realizării minimale :

Deoarece in general $m \neq p \Rightarrow n_c \neq n_0$

Problema realizarii minimale Fiind data $T(\lambda) \in R^{pxn}(\lambda)$ o matrice de rationale strict proprii. Sa se gaseaasca daca e posibila o realizare minimala (caciulitia si la suma) $\Sigma_{\tilde{n}} = (\tilde{n}, \tilde{A}, \tilde{B}, \tilde{C})$ avem $\tilde{n} \geq n$ ai pt orice alta realizare a lui $T(\lambda), \Sigma_n = (n, A, B, C)$ n>= n cu caciula

(3)

Minimalitatea trebuie înţeleasă în sensul dimensiunii spaţiului stărilor.

Observatii:

1) RSC

Pentru cazul $m = p = 1$ (sistem cu o intrare şi o ieşire) avem:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + bu \\ y = c^T x \end{cases}, \text{->} \Rightarrow T(S) = \frac{\beta_{n-1} S^{n-1} + \dots + \beta_0}{S^n + \alpha_{n-1} S^{n-1} + \dots + \alpha_0}$$

$$\Rightarrow T(\lambda) = \frac{\beta_{n-1} \lambda^{n-1} + \dots + \beta_0}{\lambda^n + \alpha_{n-1} \lambda^{n-1} + \dots + \alpha_0}$$

$$A_C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & ... & 0 \\ ... & ... & ... & ... \\ 0 & 0 & ... & 1 \\ -\alpha_0 & -\alpha_1 & ... & -\alpha_{n-1} \end{bmatrix}, \; b_C = \begin{bmatrix} 0 \\ ... \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$R_C = [b_c \; A_c b_c .....A_c^{\,n-1} b_c] = \begin{bmatrix} 0.0.....1 \\ .... \\ 0.1...... \\ 1, \alpha_{n-1}..... \end{bmatrix}$$

şi $C_C^{\,T} = \begin{bmatrix} \beta_0 & \beta_1 & ... & \beta_{n-1} \end{bmatrix}$ (16)

Observăm că matricea A_C este în formă de companion matricial, iar coeficienţii $\alpha_0, \alpha_1, ...\alpha_{n-1}$ sunt coeficienţii polinomului caracteristic.

Matricea A_C este ciclică.

Faptul că

$$R_c \overset{def}{=} \begin{bmatrix} b_C & A_C b_C & ... & A_C^{n-1} b_C \end{bmatrix} \tag{17}$$

este de rang maximal face ca realizarea să fie controlabilă ($rang(R) = n_C$), care este criteriul de controlabilitate.

2) RSO

Pentru cazul $m = p = 1$ (sistem cu o intrare şi o ieşire) avem:

$$A_O = \begin{bmatrix} 0 & ... & 0 & -\alpha_0 \\ 1 & ... & 0 & -\alpha_1 \\ ... & ... & ... & ... \\ 0 & ... & 1 & -\alpha_{n-1} \end{bmatrix}, \; b_O = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ ... \\ \beta_{n-1} \end{bmatrix} \text{ şi } c_O^{\,T} = \begin{bmatrix} 0 & ... & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{19}$$

Faptul că

$$Q \overset{def}{=} \begin{bmatrix} c_0^{\,T} \\ c_0^{\,T} A_0 \\ ... \\ c_0^{\,T} A_0^{\,n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & ... & 0 & 1 \\ 0 & ... & 1 & * \\ ... & ... & ... & ... \\ 1 & ... & * & * \end{bmatrix} \neq 0 \tag{20}$$

este de rang $rg(Q) = n$ face ca realizarea să fie observabilă.

<u>**Principiul dualităţii.**</u>

$$\sum{}_c = (A_c, b_c, c_c^{\,t}) \xrightarrow{T} \sum{}_0 = (A_0, b_0, c_0^{\,T})$$

$$A_c^{\,t}.c_c, b_0^T$$

Fie $H(\lambda)$. Scriem că:

$$H(\lambda)=c_C^T(\lambda I_C - A_C)^{-1}b_C = H^T(\lambda)=\left[c_C^T(\lambda I_C - A_C)^{-1}b_C\right]^T = b_C^T(\lambda I - A_C^T)^{-1}c_C \quad (21)$$

Pe de altă parte, avem:

$$H(\lambda)=c_O^T(\lambda I - A_O)^{-1}b_O \quad (22)$$

Din (21) şi (22) putem scrie că:

$$\Sigma_C = (A_C, b_C, c_C^T) = \Sigma_O(A_C^T, c_C, b_C^T) \quad (23)$$

$\xrightarrow{u} unpatrat(H) \xrightarrow{y}$ $\qquad \xrightarrow{y} unpatrat(?) \xrightarrow{u}$

Obs : RSC si RSO sunt controlabile , respectiv observabile.

m=p=1 det($\lambda I - A_c$) =det(SI- $\lambda I - A_0$) $= \lambda^n + \alpha_{n-1}\lambda^{n-1} + ... + \alpha_0$

Capitolul 5: Echivalenţa Sistemelor Liniare

Definiţia 1: Două sisteme $\Sigma = (n, A, B, C)$ şi $\hat{\Sigma} = (n, \hat{A}, \hat{B}, \hat{C})$ se numesc echivalente dacă există un izomorfism $T : R^n \to R^n$ astfel încât:

$$\hat{A} = TAT^{-1}$$
$$\hat{B} = TB \quad (1)$$
$$\hat{C} = CT^{-1}$$

Observăm că relaţia de echivalenţă este o schimbare de coordonate în spaţiul stărilor:

$$\hat{x} = Tx \quad (2)$$

Definiţia 1 descrie o relaţie de echivalenţă. Astfel, această relaţie trebuie să fie:

- simetrică: $\sum_n \overset{T}{\sim} \hat{\Sigma} \Rightarrow \hat{\Sigma} \overset{T^{-1}}{\sim} \Sigma_n$
- tranzitivă: $\Sigma_1 \overset{T_1}{\sim} \Sigma_2$ şi $\Sigma_2 \overset{T_2}{\sim} \Sigma_3 \to \Sigma_1 \overset{T_2 T_1}{\sim} \Sigma_3$
- reflexivă: $\Sigma_n \overset{I_m}{\sim} \Sigma_n$ => T= In

Se poate spune astfel că, de fapt, atunci când lucrăm cu un sisteme liniare, numerele cu care lucrăm sunt reprezentantul unei clase.

Teorema 1: Două sisteme $\Sigma_n = (A, B, C)$ şi $\hat{\Sigma}_n = (\hat{A}, \hat{B}, \hat{C})$ echivalente cu iniţializări echivalente (asemenea) $\hat{x}_0 = Tx_0$ şi aceeaşi intrare au ieşiri egale şi evoluţii pe stare echivalente.

$$\hat{x}(t) = Tx(t) \quad (3)$$
$$\hat{y}(t) = y(t)$$

Demonstraţie:

Din $\Sigma \sim \hat{\Sigma}$ deducem că $\exists T$ astfel încât $\hat{A} = TAT^{-1}, \hat{B} = TB, \hat{C} = CT^{-1}$.

Se poate scrie, deci, că:

$$\hat{x}(t) = e^{\hat{A}t}\hat{x}_0 + \int_0^t e^{\hat{A}(t-\tau)}\hat{B}u(\tau)d\tau = \quad (4)$$

$$\hat{x}(t) = e^{TAT^{-1}t}Tx_0 + \int_0^t e^{TAT^{-1}(t-\tau)}TBu(\tau)d\tau =$$

$$\hat{x}(t) = Te^{At}T^{-1}Tx_0 + \int_0^t Te^{A(t-\tau)}T^{-1}TBu(\tau)d\tau =$$

$$\hat{x}(t) = Te^{At}x_0 + \int_0^t Te^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau =$$

$$\hat{x}(t) = T\left(e^{At}x_0 + \int_0^t e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau\right) =$$

$$\hat{x}(t) = Tx(\mathrm{t}) \qquad (5)$$

Similar, demonstrăm că:

$$\hat{y}(t) = \hat{C}\hat{x}(t) = C(T^{-1}T)x = Cx(t) = y(t) \quad \text{(iesiri egale)} \qquad (6)$$

Definiţia 2: Echivalenţa intrare-ieşire (I/E). Două sisteme $\Sigma = (n, A, B, C)$ şi $\Sigma^* = (n^*, A^*, B^*, C^*)$ sunt echivalente intrare-ieşire dacă au aceeaşi matrice de transfer.

$$C^*(\lambda I_{n^*} - A^*)^{-1}B^* = C(\lambda I_n - A)^{-1}B = T(\lambda) \qquad (10)$$

Observaţie: $n^* \neq n$.

Definiţia 2 descrie o relaţie de echivalenţă. Astfel, această relaţie trebuie să fie:

- simetrică: $\Sigma_1 \sim \Sigma_2 \to \Sigma_2 \sim \Sigma_1$ (prin identitate)
- tranzitivă: $\Sigma_1 \sim \Sigma_2$ şi $\Sigma_2 \sim \Sigma_3$ $\to$ $\Sigma_1 \sim \Sigma_3$
- reflexivă $\Sigma_n \sim \Sigma_n \Rightarrow T = In$

Obs(Relatii echivalente)
Obs echivalenta => echiv intr – iesire
2 sisteme echivalente sunt echiv si intrare –iesire

Reciproca propoziţiei 2 este falsă.

Relaţia de echivalenţă conservă:

a) $\sigma(A) - spectrul$ lui A

$\sigma(A) = \{\lambda \in C \mid \det(\lambda I - A) = 0\}$

$\sigma(A) = \sigma(TAT^{-1}) = \sigma(A)$

b) rang B si rang C

$\dot{x} = Ax + Bu$

Obs $y = Cx + Du$

$T(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$

CURS 5

Capitolul 6: Accesibilitatea Sistemelor Liniare

Fie sistemul liniar discret descris de:

$$\begin{cases} x(t+1) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases}, x(0) = x_0, t \in Z \qquad (1)$$

Ne vom ocupa de legatura intre comanda si stare(de perechea (A,B))

Raspunsul in domeniul timp:

$$x(t) = A^t x_0 + \sum_{i=0}^{t-1} A^{t-i-1} Bu(i) \qquad (2)$$

Consideram:

$$x_0 \equiv 0 \qquad (3) \Rightarrow$$

=> putem scrie ecuaţia (2) astfel:

$$x(t) = A^{t-1}Bu(0) + ... + Bu(t-1) = \begin{bmatrix} B & AB & ... & A^{t-1}B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(t-1) \\ u(t-2) \\ ... \\ u(0) \end{bmatrix} \qquad (4)$$

Definitia 1. **Secvenţa de comanda de lungime** k: $u_k \stackrel{def}{=} \begin{bmatrix} u_{k-1} \\ u_{k-2} \\ ... \\ u_0 \end{bmatrix}$ (5)

Definitia 2. **Matricea de accesibilitate a lui** T **în** k **paşi**: $R_k \stackrel{def}{=} \begin{bmatrix} B & AB & ... & A^{k-1}B \end{bmatrix}$ (6)

Problema 1 (accesibilitate in k pasi):

Fiind data o stare x € R^n sa se gaseasca (daca este posibil) secventa de comanda u_k care ne transfera in k pasi din x_0 in x_f=x , unde x=$R_k u_k$

Definiţia 3: O stare $x \in R^n$ este accesibilă în k paşi dacă există o comandă u_k astfel încât:

$$x = R_k u_k \qquad (7)$$

Observaţie(sisteme de ecuatii liniare):

Fie $Ax = b$**, cu** $A \in R^{m\times n}, x \in R^n, b \in R^m$.

Următoarele 3 afirmatii sunt echivalente:

a) $\exists$ x a.i $Ax = b$ sistem compatibil
b) $rg[A \mid b] = rg[A]$ (teorema Kroenecker - Capelli)
c) $b \in \operatorname{Im} A$ (teorema Rouche)

$$\text{,unde } \operatorname{Im}[A] \stackrel{def}{=} \left\{ y \in R^n \mid \exists \lambda_i a.iy = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i a_i \right\} \in R^m$$

Obs. Sist. Ax=b :

a) <compatibil> $\Leftrightarrow$ <b $\in$ Im[A]>
b)<compatibil det.> $\Leftrightarrow$ <b $\in$ Im[A], rgA = n>
   Solutie unica
c)<compatibil nedet.> $\Leftrightarrow$ <b $\in$ Im[A], rgA < n>
   O infinitate de solutii
   rgA = m => A este epica, surj.

Obs. (Inversa generalizata – pseudoinversa lui A)

Fie Ax = b , cu A monica(rgA = n)
A^T = epica
$A^TAx = A^Tb$
A^TA nesingulara

$$\mathbf{x = (A^TA)^{-1}A^Tb}$$

$\mathbf{A^{\#} = (A^TA)^{-1}A^Tb}$, b $\in$ Im[A] => x-solutie
b nu $\in$ Im[A] => solutie in sensul celor mai mici patrate

rgA = n

Obs. Operatii cu subspatii vectoriale:

Fie u = Im[U]
v = Im[V]

a) u<v $\Leftrightarrow$ rg[UIV] = rgV
b) u=v $\Leftrightarrow$ u inclus in v si v inclus in u
c) u+v = Im[U,V]

Definiţia 4: Subspaţiul accesibil în *k* paşi se notează R_k şi este dat de:

$$\mathcal{R}_k = \operatorname{Im} R_k = \operatorname{Im}\left[B \quad AB \quad \dots \quad A^{k-1}B\right] \tag{8}$$

Propoziţia 1: $x \in R^n$ este accesibilă în *k* paşi dacă şi numai dacă $x \in \mathcal{R}_k$ (9)

Demonstraţie: <*x* este accesibilă in k pasi> $\Leftrightarrow$ $< \exists u_k$ astfel încât

$$x = R_k u_k > \overset{T.Rauche}{\Leftrightarrow} < x \in \operatorname{Im} R_k = \mathrm{R_k} >$$

Lema 1: Subspaţiile $\{\mathcal{R}_k\}_{k\in N^*}$ formează un lanţ crescător de limită $\mathcal{R}_\infty = \mathcal{R}_n$, adica

$$\operatorname{Im} B = \mathcal{R}_0 \subseteq \mathcal{R}_1 \subseteq \mathcal{R}_2 \subseteq \dots \subseteq \mathcal{R}_t \subseteq \mathcal{R}_{t+1} \subseteq \dots \subseteq \mathcal{R}_n = \mathcal{R}_{n+1} = \dots = \mathcal{R}_\infty$$

Demonstraţie lema 1:

$$\textbf{a)}\ R_t \subseteq R_{t+1}, \forall t$$
$$\textbf{b)}\ R_{n+\gamma} \supseteq R_n, \forall \gamma$$

a)

$$R_{k+1} \overset{def}{=} \mathrm{Im}\begin{bmatrix} B & \dots & A^{k-1}B & A^k B \end{bmatrix} = \mathrm{Im}\begin{bmatrix} B & AB & \dots & A^{k-1}B \end{bmatrix} + \mathrm{Im}\begin{bmatrix} A^k B \end{bmatrix} =$$
$$= R_k + \mathrm{Im}\begin{bmatrix} A^k B \end{bmatrix}$$

de unde: $R_k \subseteq R_{k+1}$ (I)

b)
Ştim că:

$$R_{n+1} \overset{def}{=} \mathrm{Im}\begin{bmatrix} B & AB & \dots & A^n B \end{bmatrix} = \mathrm{Im}\begin{bmatrix} B & AB & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix} + \mathrm{Im}\begin{bmatrix} -\alpha_0 I - \alpha_1 A \dots - \alpha_{n-1}A^{n-1} - A^n \end{bmatrix}$$
(II)

Fie $x_A(\lambda) = \lambda^n + \alpha_{n-1}\lambda^{n-1} + \dots + \alpha_0$ polinomul caracteristic al lui A.

$$x_A(A) = 0 \Rightarrow A^n + \dots + \alpha_0 I = 0$$

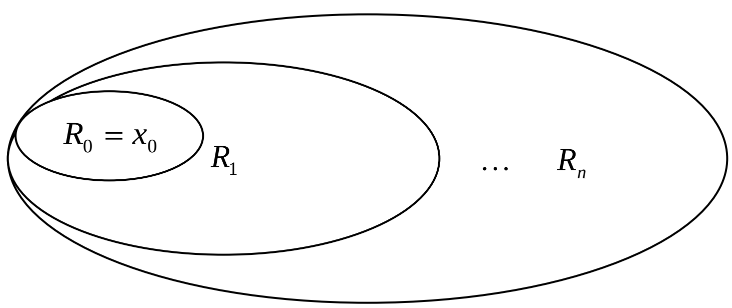
(orice matrice îşi verifică propriul polinom caracteristic)

$$A^n = -\alpha_0 I - \alpha_1 A - \dots - \alpha_{n-1}A^{n-1}$$

de unde obţinem că:

$$\mathrm{Im}\begin{bmatrix} A^n B \end{bmatrix} = \mathrm{Im}\begin{bmatrix} \alpha_0 B - \alpha_1 AB - \dots - \alpha_{n-1}A^{n-1}B \end{bmatrix} \subseteq \mathrm{Im}\begin{bmatrix} B & AB & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix} = \mathrm{Im}\, R_n \text{ (III)}$$

Observaţie: Interpretarea subspaţiilor R_k



Definiţia 5: O stare x ce aparţine lui R^n este accesibilă dacă $\exists k \in N^*$ astfel încât x este accesibilă în k paşi.

Propoziţia 2: O stare $x \in R^n$ este accesibilă dacă şi numai dacă $x \in R_n$

Demonstraţie: <*x* este accesibilă> => <exista k a.i *x* este accesibilă în *k* paşi> $\overset{def3}{=} < \exists u_k$ astfel încât $x = R_k u_k > \overset{TRouche}{\Rightarrow} < x \in R_k = \mathrm{Im}\, R_k > \overset{Lema1}{\Rightarrow} < x \in \mathrm{Im}\, R_n = R_n >$

Definiţia 6: Subspaţiul accesibil R este dat de:

$$R \overset{def}{=} R_n \overset{def}{=} \operatorname{Im} R_n = \operatorname{Im}\begin{bmatrix} B & AB & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix}$$

Definiţia 7: Un sistem $\Sigma = (A, B, C)$ (o pereche (A, B)) este accesibil dacă toate stările sale sunt accesibile.

Teorema 1: (Criteriul de accesibilitate) Un sistem $\Sigma = (A, B, C)$ sau o pereche (A, B) este accesibil(ă) dacă şi numai dacă $rg\begin{bmatrix} B & AB & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix} = n$

Demonstraţie: $<\Sigma = (A, B, C)$ este accesibil> $\overset{def}{<=>}$ <toate stările sale sunt accesibile> $\Leftrightarrow$ $R \equiv R^n \Leftrightarrow rgR_n = n \Leftrightarrow rg\begin{bmatrix} B & AB & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix} = n$

Obs.(Controlabilitatea sistemelor liniare)

Problema controlabilităţii sistemelor liniare: Fie $x \in R^n$. Sa se gaseasca (daca este posibil) u_k astfel incat $x_f = 0$.

$$x = A^k x_0 + R_k u_k$$

Exista u_k solutie a ecuatiei =>

$$0 = A^k x + R_k u_k$$

$$-A^k x = R_k u_k$$

Ce se intampla cu o stare accesibila(subspatiul accesibil)

$$R_n u_n = A^n x$$

$$R_0 \overset{def}{=} A^{-n} R = A^{-1}(\dots(A^{-1}R)\dots) \supseteq R$$

R_0, subspatiul controlabil este mai mare decat subspatiul starilor accesibile.
Sa observam ca daca matricea A este inversabila, atunci $R_0 = R$, deci o stare accesibila este si controlabila, si reciproc, ceea ce se intampla de exemplu pentru sistemele discretizate.
Acest fapt va justifica folosirea intr-o asemenea directie a unei unice notiuni , aceea de controlabilitate. Vom spune stare controlabila, subspatiu controlabil, matrice de controlabilitate, sistem sau pereche controlabila.

Obs. (Unificarea cazului neted cu cel discret)

Daca in Def.5 am modifica:

x ce aparţine lui R^n este accesibilă dacă $\exists u_k$ astfel încât $x = R_k u_k$

, atunci tot ceea ce urmeaza s-ar potrivi si cazului neted.
In cazul sistemelor netede nu exista nici o diferenta intre accesibil si controlabil, deoarece o stare accesibila este si controlabila, ceea ce justifica suplimentar folosirea unei singure notiuni.

Capitolul 7: Controlabilitatea ca Proprietate Structurală

Definiţia 1: Un sistem $\Sigma = (A, B, C)$ (sau o pereche (A, B)) este controlabila dacă şi numai dacă:

$$rg\begin{bmatrix} B & AB & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix} = n \qquad (1)$$

Propoziţia 1: Echivalenţa conservă controlabilitatea

Demonstraţie: Fie $\Sigma = (A, B, C)$ şi $\hat{\Sigma} = (\hat{A}, \hat{B}, Ctotcu\wedge)$ două sisteme echivalente, adica exista T nesing. astfel incat:

$$\hat{A} = TAT^{-1}$$
$$\hat{B} = TB \qquad (2)$$
$$\hat{C} = CT^{-1}$$

Dorim sa aratam ca:
rg $\hat{R}$ = rgR

Calculam:
$\hat{R} \overset{def}{=} \begin{bmatrix} \hat{B} & \hat{A}\hat{B} & \dots & \hat{A}^{n-1}\hat{B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} TB & TAT^{-1}TB & \dots & TA^{n-1}T^{-1}TB \end{bmatrix} = T\begin{bmatrix} B & AB & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix}$De unde putem scrie direct că :

$$\hat{R} = TR \qquad (3)$$

Deoarece T nesingulara rg $\hat{R}$ = rgR .

Observatie: Matricea de controlabilitate se modifică prin echivalenta(x^ = Tx) ca si B :

$$\hat{R} = TR$$

Teorema 1: Teorema de descompunere controlabilă.
Fie $\Sigma = (A, B, C)$. Atunci există un izomorfism $T \in R^{n \times n}$ astfel încât:

$$\hat{A} = TAT^{-1} = \begin{bmatrix} A_1 & A_3 \\ 0 & A_2 \end{bmatrix}$$
$$\hat{B} = TB = \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$
$$\hat{C} = CT^{-1} = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 \end{bmatrix}$$

cu (A_1, B_1) controlabila de dimensiune maxima $n_c = rgR$;

Observaţie 1: Interpretarea noţiunii de controlabilitate. Fie T izomorfism din TDC.
Fie $\hat{x} = Tx \overset{def}{=} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$.

Dacă aplicăm schimbarea de coordonare din teorema de descompunere controlabilă, atunci:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & A_3 \\ 0 & A_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix} u \\ y = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \end{cases}$$

adică:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = A_1 x_1 + A_3 x_2 + B_1 u \\ \dot{x}_2 = A_2 x_2 \\ y = C_1 x_1 + C_2 x_2 \end{cases} \tag{8}$$

Din relaţiile (8) deducem că există în sistem o stare parţială x_2 care nu este influenţată de comandă dar care afectează întreaga evoluţie.

Observatia 2: Un sistem este echivalent intrare-ieşire cu partea sa controlabilă.

Demonstraţie: Calculăm $T(\lambda)$

$$T(\lambda) = \hat{T}(\lambda) \overset{TDescControlabila}{=} \hat{C}(\lambda I - \hat{A})^{-1} \hat{B} = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda I_1 - A_1 & -A_3 \\ 0 & \lambda I_2 - A_2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} C_1 & C_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\lambda I_1 - A_1)^{-1} & * \\ 0 & (\lambda I_2 - A_2)^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix} = C_1 (\lambda I_1 - A_1)^{-1} B_1 \overset{def}{=} T_1(\lambda) \longleftarrow \sum\nolimits_1 = (A_1, B_1, C_1)$$

Observaţie: Partea necontrolabilă nu se vede in intrare-ieşire (adică nu are nici o contribuţie pe ieşire)

Lema 1: A-invarianţa lui R

$$AR \subset R \tag{16}$$

Demonstraţie:

$$AR = A\,\mathrm{Im}\begin{bmatrix} B & AB & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix} = \mathrm{Im}\begin{bmatrix} AB & \dots & A^{n-1}B & A^n B \end{bmatrix} =$$
$$\mathrm{Im}\begin{bmatrix} AB ....A^{n-1}B \end{bmatrix} + \mathrm{Im}[-\alpha_0 I ...... - \alpha_n A^n]B \subset R$$

$$R = \mathrm{Im}\begin{bmatrix} B & AB & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix}$$

Lema 2:

$$\mathrm{Im}[B] \subset R$$

Demonstratie:

$$R = \mathrm{Im}\begin{bmatrix} B & AB & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix} = \mathrm{Im}[B] + \mathrm{Im}\begin{bmatrix} AB & A^2B & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix} \supseteq \mathrm{Im}[B]$$

Capitolul 8: Controlabilitatea ca Proprietate Structurală(globala) Cap7 (in caiet)

Definiţia 1: Un sistem $\Sigma = (A, B, C)$ (sau o pereche (A, B)) este controlabil dacă şi numai dacă:

$$rg\begin{bmatrix} B & AB & \dots & A^{k-1}B \end{bmatrix} = n \qquad (1)$$

Propoziţia 1: Echivalenţa conservă controlabilitatea

Demonstraţie: Fie $\Sigma = (A, B, C)$ şi $\hat{\Sigma} = (\hat{A}, \hat{B}, \hat{C})$ două sisteme echivalente cu transformarea de echivalenţă $T \in R^{n\times n}$. Atunci, avem:

$$\begin{aligned} \hat{A} &= TAT^{-1} \\ \hat{B} &= TB \end{aligned} \qquad (2)$$

Calculăm:

$\hat{R} \overset{def}{=} \begin{bmatrix} \hat{B} & \hat{A}\hat{B} & \dots & \hat{A}^{n-1}\hat{B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} TB & TAT^{-1}TB & \dots & TA^{n-1}T^{-1}TB \end{bmatrix} = T\begin{bmatrix} B & AB & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix}$De unde putem scrie direct că :

$$\hat{R} = TR \qquad (3)$$

ceea ce înseamnă că:

$$rg\hat{R} = n \Leftrightarrow rgR = n$$

adică controlabilitatea este observată.

Teorema 1: La o schimbare de coordonate, matricea de controlabilitate se modifică astfel:

$$\hat{R} = TR$$

Teorema 2: Teorema de descompunere controlabilă. Fie $\Sigma = (A, B, C)$ deci există un izomorfism $T \in R^{n\times n}$ astfel încât:

$$\hat{A} = TAT^{-1} = \begin{bmatrix} A_1 & A_3 \\ 0 & A_2 \end{bmatrix}$$

$$\hat{B} = TB = \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\hat{C} = CT^{-1} = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 \end{bmatrix}$$

unde perechea (A_1, B_1) este de dimensiune $r_c = rgR$ şi este controlabilă.

Observaţie: Interpretarea noţiunii de controlabilitate. Fie $\hat{x} = Tx \overset{def}{=} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$. Dacă aplicăm schimbarea de coordonare din teorema de descompunere controlabilă, atunci:

$$\begin{cases} \dot{\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}} = \begin{bmatrix} A_1 & A_3 \\ 0 & A_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix}u \\ y = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \end{cases}$$

adică:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = A_1 x_1 + A_3 x_2 + B_1 u \\ \dot{x}_2 = A_2 x_2 \\ y = C_1 x_1 + C_2 x_2 \end{cases} \tag{8}$$

Din relaţiile (8) deducem că există în sistem o stare parţială x_2 care nu este influenţată de comandă dar care afectează întreaga evoluţie.

Propoziţia 2: Un sistem este echivalent intrare-ieşire cu partea sa controlabilă.

Demonstraţie: Calculăm $T(\lambda)$

$$T(\lambda) = \hat{T}(\lambda) \overset{TDescContr olabila}{=} \hat{C}\left(\lambda I - \hat{A}\right)^{-1} \hat{B} = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda I_1 - A_1 & -A_3 \\ 0 & \lambda I_2 - A_2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} C_1 & C_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\lambda I_1 - A_1)^{-1} & * \\ 0 & (\lambda I_2 - A_2)^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix} = C_1 (\lambda I_1 - A_1)^{-1} B_1 \overset{def}{=} T_1(\lambda)$$

Observaţie: Partea necontrolabilă nu se vede intrare-ieşire (adică nu are nici o contribuţie pe ieşire)

Demonstraţie: Fie $\overline{R}$ o bază a lui R de dimensiune $n_c = rgR$ şi fie S o completare până la o nesingulară în T^{-1}.

$$T^{-1} \overset{def}{=} \begin{bmatrix} \overline{R} & S \end{bmatrix} \tag{9}$$

De exemplu, putem alege $S = R^{\perp}$.

Observaţie: Dorim ca:

$$\begin{bmatrix} \overline{R} & S \end{bmatrix}^{-1} A \begin{bmatrix} \overline{R} & S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & A_3 \\ 0 & A_2 \end{bmatrix} \tag{*}$$

$$\begin{bmatrix} \overline{R} & S \end{bmatrix}^{-1} B = \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{**}$$

Dar:

$$A\begin{bmatrix} \overline{R} & S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{R} & S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 & A_3 \\ 0 & A_2 \end{bmatrix} \tag{13}$$

sau

$$\begin{bmatrix} A\overline{R} & AS \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{R} & S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 & A_3 \\ 0 & A_2 \end{bmatrix} \tag{14}$$

Deducem că:

$$\begin{cases} A\overline{R} = \overline{R} A_1 \\ AS = \overline{R} A_3 + S A_2 \end{cases} \tag{15}$$

Deci

$$\begin{bmatrix} A_3 \\ A_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{R} & S \end{bmatrix}^{-1} AS$$

Rămâne de arătat că $\exists A_1$ astfel încât $A\overline{R} = \overline{R} A_1$

Lema 1: A-invarianţa lui R

$$AR \subset R \tag{16}$$

Demonstraţie:

$$AR = A\,\mathrm{Im}\begin{bmatrix} B & AB & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix} = \mathrm{Im}\begin{bmatrix} AB & \dots & A^{n-1}B & A^{n}B \end{bmatrix} =$$

$$\mathrm{Im}\begin{bmatrix} AB & \dots & A^{n-1}B & \left(-\alpha_0 I - \dots - \alpha_{n-1}A^{n-1}B\right) \end{bmatrix} \subseteq \mathrm{Im}\begin{bmatrix} B & AB & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix} \overset{def}{=} R$$

Interpretarea lemei 1:

$$R = \mathrm{Im}\left(\overline{R}\right)$$

$A\,\mathrm{Im}\left[\overline{R}\right] \subset \mathrm{Im}\,\overline{R}$ sau $\mathrm{Im}\left[A\overline{R}\right] \subset \mathrm{Im}\left[\overline{R}\right]$ ceea ce ne duce cu gândul la teorema „ $Ax = B$ are soluţie dacă şi numai dacă $\mathrm{Im}[B] \subset \mathrm{Im}[A]$”. Putem scrie astfel că:

$$\exists x \text{ astfel încât } A\overline{R} = \overline{R}x$$

Fie $x = A_1$, ceea ce demonstrează (*).

Lema 2:

$$\mathrm{Im}[B] \subset R$$

$$R = \mathrm{Im}\begin{bmatrix} B & AB & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix} = \mathrm{Im}[B] + \mathrm{Im}\begin{bmatrix} AB & A^2B & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix} \supseteq \mathrm{Im}[B]$$

Demonstraţie:

$$\hat{R} = TR = \begin{bmatrix} \hat{B} & \hat{A}\hat{B} & \dots & \hat{A}^{n-1}\hat{B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} A_1 & A_3 \\ 0 & A_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix} & \dots & \begin{bmatrix} A_1 & A_3 \\ 0 & A_2 \end{bmatrix}^{n-1}\begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} A_1B_1 \\ 0 \end{bmatrix} & \dots & \begin{bmatrix} A_1^{\,n-1}B_1 \\ 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

Iar $rgR = rg\hat{R} = rg\begin{bmatrix} A_1 & A_1B_1 & \dots & A_1^{\,n_c-1}B_1 \end{bmatrix}$ pentru că toţi termenii de la puterea $n_c - 1$ încolo sunt combinaţii liniare.

De aici deducem că $\left(A_1, B_1\right)$ este controlabilă, deci $n_c = rgR$

Interpretarea lemei 2:

$$\mathrm{Im}[B] \subset \mathrm{Im}\left[\overline{R}\right]$$

de unde deducem că

$$\exists x \text{ astfel încât } B = \overline{R}x$$

Fie $x = B_1$, ceea ce demonstrează (**).

Teorema 2: **Criteriul Hautus de controlabilitate.** Perechea (A, B) este controlabilă dacă şi numai dacă $rg[\lambda I - A \,|\, B] = n$, $\forall \lambda \in C$.

Demonstraţie:

a) **directa:**

Vom folosi metoda reducerii la absurd. Fie (A, B) controlabilă şi $\exists \lambda$ astfel încât

$$rg[\lambda I - A \,|\, B] < n. \tag{17}$$

Asta înseamnă că $\exists \xi^T \neq 0$ astfel încât:

$$\xi^T [\lambda I - A \mid B] = 0 \tag{18}$$

Deci avem:

$$\xi^T (\lambda I - A) = 0 \tag{19}$$

$$\xi^T B = 0 \tag{20}$$

Din (19) deducem că:

$$\xi^T A = \lambda \xi^T \tag{21}$$

Calculăm *R*, ţinând seama că $\xi^T B = 0$:

$$\xi^T AB = \lambda \xi^T B = 0$$

...

$$\xi^T A^{n-1} B = (\xi^T A) A^{n-2} B = \lambda \xi^T 0 = 0$$

Însumând relaţiile de mai sus, avem că:

$$\xi^T [B \quad AB \quad \ldots \quad A^{n-1}B] = 0 \tag{22}$$

cu $\xi^T \neq 0$ ceea ce este absurd, deoarece dacă $rg[B \quad AB \quad \ldots \quad A^{n-1}B] < 0$ avem (A, B) necontrolabilă.

b) **inversa**:

Fie (A, B) necontrolabilă. Atunci $\exists\, T$ astfel încât, din teorema de descompunere controlabilă, avem:

$$\hat{A} = TAT^{-1} = \begin{bmatrix} A_1 & A_3 \\ 0 & A_2 \end{bmatrix}$$

$$\hat{B} = TB = \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$n = rg[\lambda I - A \mid B] = rg[\lambda l - \hat{A} \mid \hat{B}] = rg\begin{bmatrix} \lambda I_1 - A_1 & -A_3 & B_1 \\ 0 & \lambda I_2 - A_2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= rg[\lambda I_1 - A_1 \mid B_1] + rg[\lambda I_2 - A_2] = n_c + n_2 = n$$

ceea ce ar fi absurd.

Observaţie: Operaţionalizarea criteriului Hautus.

Fie:

$$\sigma(A) \overset{def}{=} \{\lambda \in C \mid \det(\lambda I - A) = 0\} \tag{23}$$

Dacă $\lambda \notin \sigma(A)$ atunci, evident, $rg[\lambda I - A] = n$ deci şi:

$$rg[\lambda I - A \mid B] = n \tag{24}$$

De aici deducem că singurele numere $\lambda \in C$ pentru care trebuie să verificăm condiţia din criteriul Hautus sunt valorile proprii ale lui A.

Putem enunţa criteriul Hautus astfel:

$$(A, B) \text{ este controlabilă} \Leftrightarrow rg[\lambda I - A \mid B] = n, \forall \lambda \in \sigma(A) \tag{25}$$

Capitolul 15: Estimatori de stare

15.1 Estimatori. Definiţii

Fie sistemul liniar

$$(1)\quad \begin{cases} \dot{x}_1(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad , \; t \in R$$

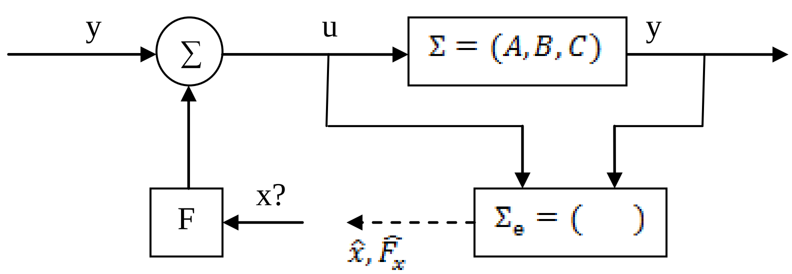
Definiţia 1: Se numeşte estimator modelul matematic descris de:

$$(2)\quad \begin{cases} \dot{z}(t) = Iz(t) + Ky(t) + Hu(t) \\ w(t) = Mz(t) + Ny(t) \qquad\qquad (+Pu(t)) \end{cases}$$

cu proprietatea

$$(3)\quad \lim_{t\to\infty}(w(t) - F_x(t)) = 0$$

Observaţie: (Interpretarea)



Observaţii:
1) Dacă N=0, estimatorul se numeşte estimator strict propriu.
2) Dacă F=I_n, estimatorul se numeşte estimator de stare.
3) Dacă F=I_n, N=0 şi M=I_m, estimatorul este estimator de stare strict propriu (Kalman).

Observaţie: Fie sistemul liniar descris de:

$$(4)\quad \begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y(t) = Cx + Du \end{cases}$$

$$(5)\quad \Rightarrow T(s) \stackrel{def}{=} C(sI - A)^{-1}B + D$$

Pentru cazul general, matricea de transfer a estimatorului este de tipul acesta (raţionale nestrict proprii).??????????????

15.2 Estimatorul unitar (Kalman)

$$(6)\quad \begin{cases} \dot{z} = Az + Bu + L(Cz - y) \\ w = z \end{cases}$$

Vrem să vedem în ce condiţii acest sistem copiază funcţionalitatea sistemului (1) (adică îndeplineşte relaţia (3)).

$$(1)\quad \begin{cases} \dot{x}_1 = A + B \\ y = C \end{cases}$$

Dorim să evaluăm

$$(7)\quad e(t) = z(t) - x(t)$$

Sistemul (6) va fi un sistem estimator dacă şi numai dacă

$$(8)\quad \lim_{t\to\infty} e(t) = 0$$

$$(9)\quad \dot{z} - \dot{x} = A(z - x) + L(Cx - Cz) = (A + LC)(z - x)$$

Folosind relaţia (7) avem

$$(10)\qquad \dot{e}(t) = (A + LC)e(t)$$

$$(11)\qquad \text{adică}\qquad e(t) = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{scalar}}}{e}{}^{(A+LC)t} e(0) \underset{t=\infty}{\longrightarrow} 0 \Leftrightarrow \sigma(A + LC) \subseteq \mathbb{C}^-$$

Similar, în cazul discret, apare ecuaţia

$$(12)\qquad e(t+1) = (A + LC)e(t)$$

$$(13)\qquad \text{adica}\qquad e(t) = (A + LC)^t e(0) \underset{t=\infty}{\longrightarrow} 0 \Leftrightarrow \sigma(A + LC) \subseteq U_1(0)$$

Din relaţiile (11) şi (13) deducem că (6) este estimator dacă şi numai dacă $\sigma(A + LC)$ este stabilă.

Definiţia 2: (Pereche (C,A) detectabilă). Perechea (C,A) este detectabilă dacă există L astfel încât

$\sigma(A + LC)$ stabilă şi inclusa în $\begin{cases} \mathbb{C}\ pentru\ sisteme\ netede \\ \mathcal{C}(1,0)\ pentru\ sisteme\ discrete \end{cases}$

Observaţie: Legătura cu stabilitatea

Problema detectabilităţii este duală problemei stabilităţii deoarece

$$(14)\qquad \sigma(A + LC) = \sigma((A + LC)^T) = \sigma(A^T + C^T L^T)$$

$$\begin{cases} A^T = A^* \\ C^T = B^* \\ L^T = F^* \end{cases}$$

Un L – soluţie a problemei detectării se gaseşte dualizând perechea (C,A), rezolvând problema stabilizării şi redualizând rezultatul.

Teorema 1: (Estimatorul Kalman). Fie $\Sigma = (A, B, C)$ astfel încât perechea (C,A) este detectabilă. Atunci următorul algoritm furnizează un estimator de stare.

Alg$_1$ (Estimator Kalman)

Pas 1: Se calculează L astfel încât $\sigma(A + LC)$ stabilă.

Pas 2: Estimatorul $\Sigma_n = (J, K, H, M, N)$ este dat de:

$$\begin{cases} n_e = n & H = B \\ J = A + LC & M = I_n \\ K = -L & N = O \end{cases}$$

Demonstraţie:

Pas 1 este posibil deoarece perechea (C,A) este detectabilă.

$\Sigma_n = (J, K, H, M, N)$ este un estimator de stare deoarece (6) este de fapt:

$$(15) \qquad \begin{cases} \dot{z} = (A + LC)z - Ly + Bu = Jz + Ky + Hu \\ w = z = Mz + N \end{cases}$$

15.3 Estimatorul minimal

Observaţie: Fie C epică ?????????????????????

(16) $rg(C) = p$

Fie $\tilde{C}$ o completare la o nesingulară.

$$(17) \qquad T \overset{def}{=} \begin{bmatrix} \tilde{C} \\ C \end{bmatrix}$$

Se observă că

$$(18) \qquad TT^{-1} = I_n$$

adică $\begin{bmatrix} \tilde{C} \\ C \end{bmatrix} T^{-1} = \begin{bmatrix} I_{n-p} & 0 \\ 0 & I_p \end{bmatrix}$

(19) de unde $\tilde{C} = CT^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & I_p \end{bmatrix}$

Aplicăm schimbarea de coordonate

$$(20) \qquad \hat{x} = Tx \overset{def}{=} \begin{array}{c} \begin{bmatrix} x_1 \\ \hdashline x_2 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{l} n-p \\ p \end{array}$$

$$(21) \qquad \hat{A} = TAT^{-1} \overset{def}{=} \begin{array}{cc} \begin{array}{c} \text{n-p} \\ \left[\begin{array}{c:c} A_1 & A_3 \\ \hdashline A_2 & A_4 \end{array}\right] \end{array} & \begin{array}{l} \text{n-p} \\ \\ \end{array} \end{array}$$

(22) $$\hat{B} = TB \overset{def}{=} \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix}$$

$$y = Cx = \hat{C}\hat{x} = \begin{bmatrix} 0 & I_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = x_2$$

Observaţie: Pentru x_1 de dimensiune n-p, informaţia din ieşire a fost epuizată. Ceea ce putem să încercăm este să construim un estimator Kalman pentru starea parţială 1, care va fi de dimensiune (n-p). Pentru ca acest lucru să fie posibil, ar trebui ca proprietatea de detectabilitate a perechii (C,A) să fie transferată sistemului redus.

(23) $$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & A_3 \\ A_2 & A_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} u \\ y = x_2 \end{cases}$$

(24) $$\begin{cases} \dot{x}_1 = A_1 x_1 + A_3 x_2 + B_1 u \\ \dot{x}_2 = A_2 x_1 + A_4 x_2 + B_2 u \\ y = x_2 \end{cases}$$

(25) $$\begin{cases} \dot{x}_1 = A_1 x_1 + A_3 y + B_1 u \\ \dot{y} = A_2 x_1 + A_4 y + B_2 u \end{cases}$$

$$\dot{x}_1 = A_1 x_1 + \underbrace{B_1 u + A_3 y}_{\text{Bu}}$$

$$\underbrace{\dot{y} - A_4 y}_{\text{y}} - B_2 u = A_1 x_1$$

Perechea pentru care trebuie să construim estimatorul Kalman este (A_2, A_1).

Lema Gopinth: Perechea (C_1, A_2, A_1) este detectabilă dacă şi numai dacă perechea (C,A) este detectabilă.

Problema se reduce la a construi un estimator Kalman pentru perechea (A_2, A_1).

Capitolul 16: Sinteza elementară a sistemelor liniare

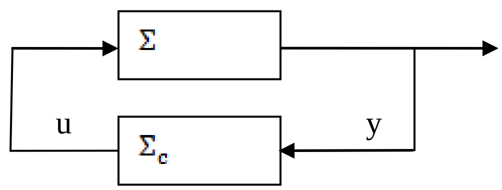
16.1 Compensatorul dinamic. Definiţie

Definiţia 1: (Compensator dinamic) Se numeşte compensator dinamic sistemul (sau modelul matematic) descris de:

(1) $\begin{cases} \dot{x}_c = A_c x_c + B_c y \\ u = F_c x_c + G_c y \end{cases}$, unde $x_c \in \mathbb{R}^{n_c}$

iar matricile sunt : $A_c \in \mathbb{R}^{n_c \times n_c}$, $B_c \in \mathbb{R}^{n_c \times p}$, $F_c \in \mathbb{R}^{m \times n_c}$, $G_c \in \mathbb{R}^{m \times p}$, cu A_c stabilă.

Observaţie: (Sistemul în circuit închis)
Compensatorul dinamic este un sistem comutat.



(2) Definim $x_R \overset{def}{=} \begin{bmatrix} x \\ x_c \end{bmatrix}$

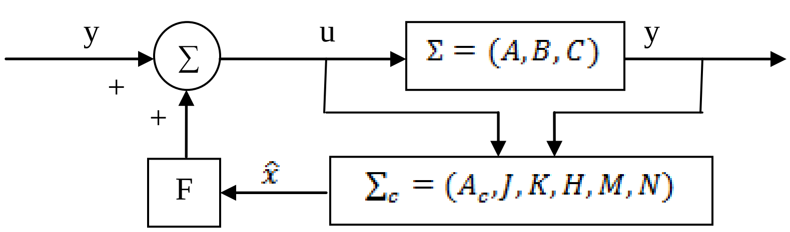
(3) $\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu = Ax + BF_c x_c + G_c Cx \\ \dot{x}_c = A_c x_c + B_c y = A_c x_c + G_c Cx \\ y = Cx \end{cases}$

(4) $\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A + G_c C & BF_c \\ G_c C & A_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_c \end{bmatrix} \\ y = \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_c \end{bmatrix} \end{cases}$

(5) $\Rightarrow \begin{cases} \dot{x}_R = A_R x_R \\ y = C_R x_R \end{cases}$

Definiţia 2: (Compensatorul stabilizator) Un Compensator dinamic $\Sigma_c = (n_c, A_c, B_c, F_c, G_c)$ care asigură pentru sistemul în circuit închis (5) stabilitatea internă, adică $\sigma(A_R)$ stabilă, se numeşte compensator dinamic stabilizator.

16.2 Schema de stabilizare cu reacţiile după stare şi estimator de stare



Schema 1

(6) $\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases}$ are legea de comandă $u = F\hat{x} + v$

unde $\hat{x}$ este generat de estimatorul de stare

(7) $\begin{cases} \#\#todo \\ \hat{x} = Mz + Ny \end{cases}$

Observatie: Pentru simplificarea demonstraţiilor, în cele ce urmează vom folosi estimatorul Kalman. Rezultatele însă rămân valabile pentru orice tip de stare.

(8) $\begin{cases} \dot{z} = (A + LC)z - Ly + Bu \\ \hat{x} = z \end{cases}$

Teorema 1: (Principiul separabilităţii) Fie $\Sigma = (A, B, C)$ un sistem, legea de comandă $u = F\hat{x} + v$ şi estimatorul de stare $\Sigma_e = (J, K, H, M, N)$ conectate ca în schema 1. Pentru sistemul în circuit închis,

(9) $\sigma(A_R) = \sigma(A + BF) \dot{\bigcup} \sigma(J)$

Demonstraţie:

(10) $x_R = \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix}$

Reunim relaţiile ######to do (nu am gasit relatiile 6-8 si am schimbat numerotarea)

(11) $\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu = Ax + BF\hat{x} + By \\ \dot{z} = (A + LC)z - Ly + Bu = (A + LC)z - LCx + BFz + By \end{cases}$

(12) $\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & BF \\ -LC & A + LC + BF \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ B \end{bmatrix} u$

(13) $\Rightarrow A_R \overset{def}{=} \begin{bmatrix} A & BF \\ -LC & A + LC + BF \end{bmatrix}$

$$\det(\lambda I - A_R) = \det \begin{bmatrix} \lambda I - A & -BF \\ -LC & \lambda I - (A + BF + LC) \end{bmatrix} =$$

$$= \det \begin{bmatrix} \lambda I - (A + BF) & -BF \\ \lambda I - (A + BF) & \lambda I - (A + BF + LC) \end{bmatrix} = \det \begin{bmatrix} \lambda I - (A + BF) & -BF \\ 0 & \lambda I - (A + LC) \end{bmatrix} =$$

(14) $\det(\lambda I - A_R) = \det(\lambda I - (A + BF)) \det(\lambda I - (A + LC))$

(15) $\sigma(A_R) = \sigma(A + BF) \dot{\bigcup} \sigma(A + LC)$

Teorema 2: (Invizibilitatea intrare-ieşire a estimatorului de stare) Fie un sistem $\Sigma = (A, B, C)$, legea de comandă după stare $u = F\hat{x} + v$ şi estimatorul de stare $\Sigma_e = (J, K, H, M, N)$ conectate ca în schema 1. Matricea de transfer $T_{v \to y}(\lambda)$ nu depinde de parametrii estimatorului.

Demonstraţie:

(16) $$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu = Ax + BF\hat{x} + Bv \\ \dot{z} = (A + LC)z - Ly + Bu = (A + BF + LC)z - LCx + Bv \end{cases}$$

(17) $$e \overset{def}{=} z - x$$

(18) $$\dot{z} - \dot{x} = (A + LC)z - (A + LC)x = (A + LC)(z - x)$$

(19) $$\begin{cases} \dot{x} = (A + BF)x + BFe + Bv \\ \dot{e} = (A + LC)e \\ y = Cx \end{cases}$$

(20) Definim $x_R \overset{def}{=} \begin{bmatrix} x \\ e \end{bmatrix}$

(21) $$\begin{cases} \dot{x}_R = A_R x_R + B_R v \\ y = C_R x_R \end{cases}$$

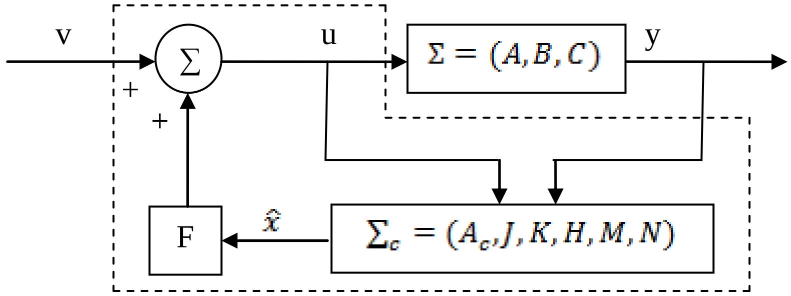
(22) $$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A + BF & BF \\ 0 & A + LC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} v \\ y = \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ e \end{bmatrix} \end{cases}$$

$$T_{v \to y}(s) \overset{def}{=} C_R(\lambda I - A_R)^{-1} B_R = \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda I - (A + BF) & -BF \\ 0 & \lambda I - (A + LC) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [\lambda I - (A + BF)]^{-1} & * \\ 0 & [\lambda I - (A + LC)]^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [\lambda I - (A + BF)]^{-1} B \\ \end{bmatrix}$$

(23) $$T_{v \to y}(s) \overset{def}{=} C[\lambda I - (A + BF)]^{-1} B$$

16.3 Compensatorul stabilizator



Observaţie: În schema 1, putem rearanja elementele pentru a obţine un compensator dinamic.

Alegem $x_C \overset{def}{=} z$

(24) $u = Fx_C$

Estimatorul

$$\begin{cases} \dot{z} = Jz + Ky + Hu \\ \hat{x} = Mz + Ny \end{cases}$$

devine

(25) $$\begin{cases} \dot{x}_C = Jx_C + Ky + Hu \\ \hat{x} = Mx_C + Ny \end{cases}$$

iar legea de comandă

(26) $u = F\hat{x} = FMx_C + FNy$

(27) $\dot{x}_C = Jx_C + Ky + HFMx_C + HFNy = (HJ + HFM)x_c + (K + HFN)y$

Prin identificare cu compensatorul dinamic obţinem:

(28) $$\begin{cases} A_C \overset{def}{=} J + HFM \\ B_C \overset{def}{=} J + HFN \\ F_C \overset{def}{=} FM \\ G_C \overset{def}{=} FN \end{cases}$$

Teorema 3: (Compensatorul dinamic) Pentru sistemul $\Sigma = (A, B, C)$ care îndeplineşte condiţiile:

a) (A,B) stabilizabilă
b) (C,A) detectabilă

următorul algoritm furnizează un compensator stabilizator.

Algoritmul compensator stabilizator

Pas 1: Se calculează f astfel încât $\sigma(A + BF)$ stabilă.

Pas2: Se calculează un estimator de stare $\Sigma_e = (J, K, H, M, N)$

Pas3: Compensatorul dinamic de ordin $n_c = n_e$ este dat de

$$\begin{cases} A_C = J + HFM \\ B_C = J + HFN \\ F_C = FM \\ G_C = FN \end{cases}$$

Demonstraţie:

Pas 1 este posibil deoarece (A,B) este stabilizabilă.
Pas 2 este posibil deoarece (C,A) este detectabilă.

Observaţia anterioară demonstrează că (A_C, B_C, C_C) este un compensator stabilizator.

Observaţia 1: Pasul 1 şi pasul 2 pot fi inversaţi. Orice lege de comandă stabilizatoare poate fi cuplată cu orice estimator de stare.

Observaţia 2: Rezolvarea problemelor de sinteză folosind problemele primare.

Ideea de construcţie a compensatorului stabilizator folosind schema 1, adică:

- o lege de comandă stabilizatoare
- implementarea ei cu ajutorul unui estimator de stare

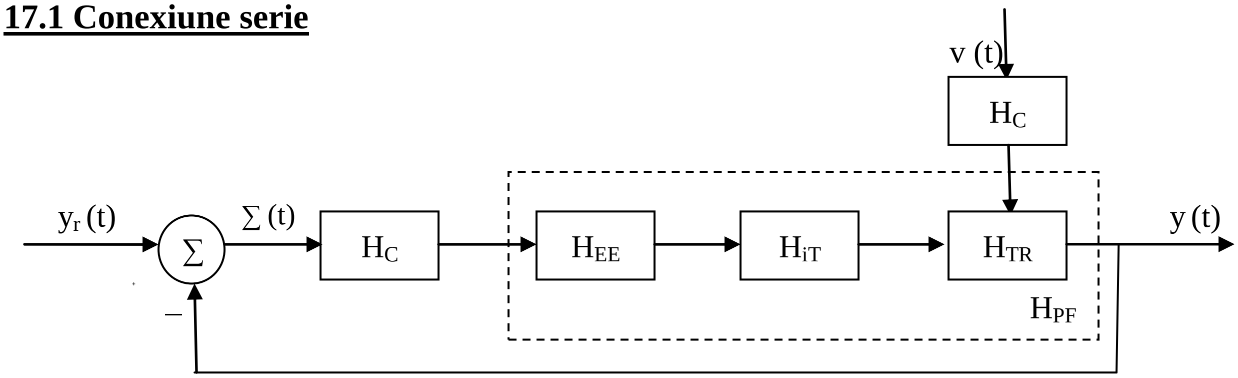
este o idee generală care poate sta la baza rezolvării oricarei probleme de sinteză a sistemelor liniare.

Orice problemă de sinteză (reglarea stuctural-stabilă, rejecţia perturbaţiei, decuplarea, etc.) poate fi rezolvată ca problema primara, deci calculând legi de comandă după stare care satisfac performanţele dorite şi implementate cu ajutorul unui estimator de stare. Rezultatele din teorema 3 nu se modifică.

Legea de comandă va fi calculată ca soluţie a problemelor de sinteză formulate, iar compensatorul dinamic ca în teorema 3.

Capitolul 17: Teoria clasică. Abordarea cu funcţii de transfer

17.1 Conexiune serie



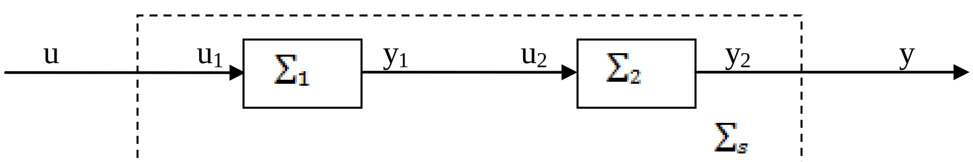
H_{PF} = parte fixată
H_{EE} = funcţie de trasfer al elementului de execuţie
H_{iT} = funcţie de trasfer a instalaţiei tehnologice
H_C = funcţie de trasfer al compensatorului
H_V = funcţie de trasfer a perturbaţiei
H_{TR} = funcţie de trasfer al traductorului
y_r (t) = funcţia de referinţă
v (t) = perturbaţia

Scop (obiective)

(S) – stabilitatea internă
(R) – reglarea, $\lim_{t\to\infty} \varepsilon(t) = 0$ pentru y_r (t) dat

(1) $$\Sigma_1: \begin{cases} \dot{x}_1 = A_1 x_1 + b_1 u_1 \\ y_1 = c_1^T x_1 \\ H_1(s) = c_1^T(\lambda I - A_1)^{-1} b_1 \end{cases}$$

(2) $$\Sigma_2: \begin{cases} \dot{x}_2 = A_2 x2 + b_2 u_2 \\ y_2 = c_2^T x_2 \\ H_2(s) = c_2^T(\lambda I - A_2)^{-1} b_2 \end{cases}$$



Definiţia 1: Conexiunea serie

(3) $$\begin{cases} u = u_1 \\ u_2 = y_1 \\ y = y_2 \end{cases}$$

$$y = y_2 = H_2 u_2 = H_2 y_1 = H_2 H_1 u_1 = H_2 H_1 u$$

(4) $H_s = H_2 H_1$

(5) $H_s = \prod_{i=1}^{n} H_i$

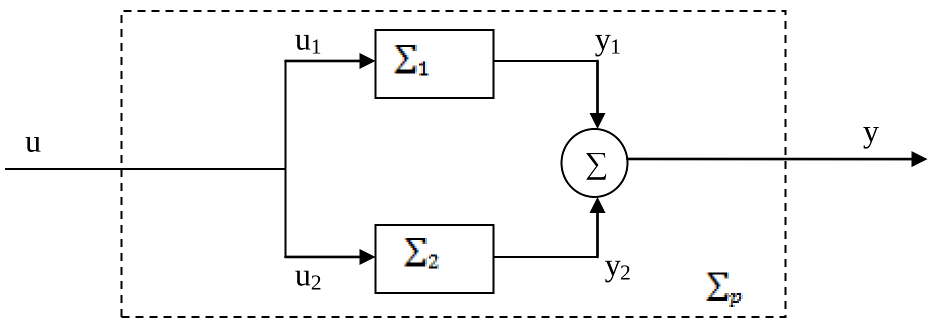
(6) $x_s = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \dot{x}_1 = A_1 x_1 + b_1 u_1 = A_1 x_1 + b_1 u \\ \dot{x}_2 = A_2 x_2 + b_2 u_2 = A_2 x_2 + b_2 y_1 = A_2 x_2 + b_2 c_1^T y_1 \\ y = y_2 = c_2^T x_2 \end{cases}$

(7) $A_s \overset{def}{=} \begin{bmatrix} A_1 & 0 \\ b_2 c_1^T & A_2 \end{bmatrix}, \quad b_s \overset{def}{=} \begin{bmatrix} b_1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad c_s^T \overset{def}{=} \begin{bmatrix} 0 & c_2^T \end{bmatrix}$

(8) $\sigma(A_s) = \sigma(A_1) \dot{\bigcup} \sigma(A_2)$

Observaţie: La conexiunea serie, sistemul rezultant este intern stabil dacă şi numai dacă Σ_1 şi Σ_2 sunt intern stabile.

17.2 Conexiune paralelă



Definiţia 2: Conexiunea în paralel

(9) $\begin{cases} u = u_1 = u_2 \\ y = y_1 + y_2 \end{cases}$

$y = y_1 + y_2 = H_1 u_1 + H_2 u_2 = H_1 u + H_2 u = (H_1 + H_2) u$

(10) $H_p = H_1 + H_2$

(11) $H_p = \sum_{i=1}^{n} H_i$

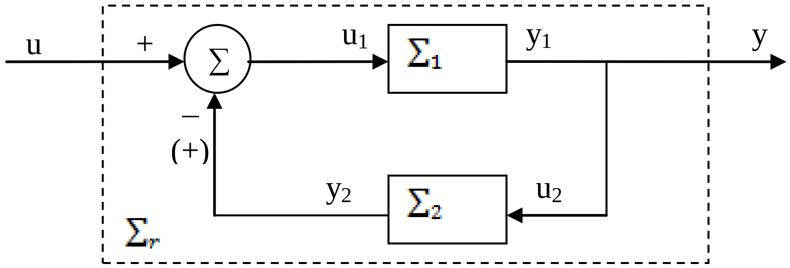
(12) $x_p = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \dot{x}_1 = A_1 x_1 + b_1 u_1 = A_1 x_1 + b_1 u \\ \dot{x}_2 = A_2 x_2 + b_2 u_2 = A_2 x_2 + b_2 u \\ y = y_1 + y_2 = c_1^T x_1 + c_2^T x_2 \end{cases}$

(13) $A_p \overset{def}{=} \begin{bmatrix} A_1 & 0 \\ 0 & A_2 \end{bmatrix}, \quad b_p \overset{def}{=} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}, \quad c_p^T \overset{def}{=} \begin{bmatrix} c_1^T & c_2^T \end{bmatrix}$

(14) $\sigma(A_p) = \sigma(A_1) \dot{\bigcup} \sigma(A_2)$

Observaţie: Sistemul rezultat în urma conectării în paralel este intern stabil dacă şi numai dacă ambele sisteme sunt intern stabile.

17.3 Conexiune în reacţie (negativă)



Definitie 3: Conexiunea în reacţie

$$(15)\qquad \begin{cases} u_1 = u \mp y_2 \\ u_2 = y_1 \\ y = y_1 \end{cases}$$

$$y = y_1 = H_1 u_1 = H_1(u \mp y_2) = H_1(u \mp H_2 u_2) = H_1(u \mp H_2 y)$$

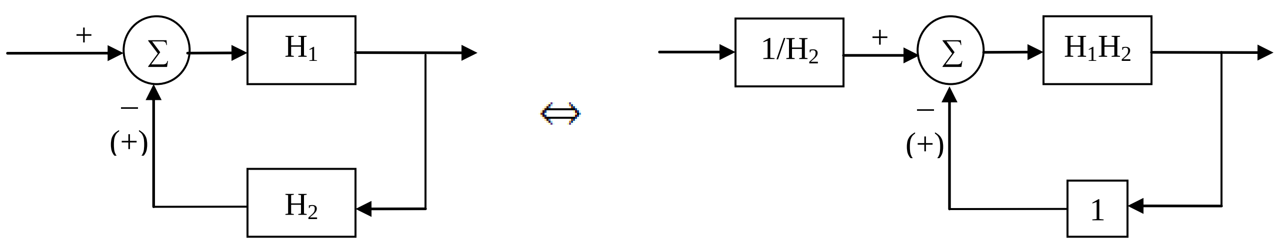
$$y(1 \pm H_1 H_2) = H_1 u$$

$$(16)\qquad H_r = \frac{H_1}{1 \pm H_1 H_2}$$

$$(17)\qquad x_r = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \dot{x}_1 = A_1 x_1 + b_1 u_1 = A_1 x_1 + b_1(u \mp y_2) = A_1 x_1 + b_1 u \mp b_1 c_2^T x_2 \\ \dot{x}_2 = A_2 x_2 + b_2 u_2 = A_2 x_2 + b_2 c_1^T x_1 \\ y = y_1 = c_1^T x_1 \end{cases}$$

$$(18)\qquad A_r \overset{def}{=} \begin{bmatrix} A_1 & b_1 c_2^T \\ b_2 c_1^T & A_2 \end{bmatrix}, \quad b_r \overset{def}{=} \begin{bmatrix} b_1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad c_r^T \overset{def}{=} \begin{bmatrix} c_1^T & 0 \end{bmatrix}$$

Observaţie: Problema găsirii lui Σ_2 astfel încat sistemul în circuit inchis (sistemul de reglare automată) are soluţii.



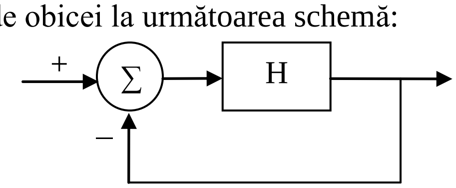
$$H = \frac{H_1}{1 \pm H_1 H_2} \qquad\qquad H = \frac{1}{H_2} \cdot \frac{H_1 H_2}{1 \pm H_1 H_2}$$

Schema 1 **Schema 2**
cu reacţie rigidă (cu reacţie unitară)

Schema 2 este generală şi toată teoria clasică este bazată pe aceasta.

Problemele din teoria clasică se reduc de obicei la următoarea schemă:

$$(19)\qquad H_0 \overset{def}{=} \frac{H}{1 + H}$$

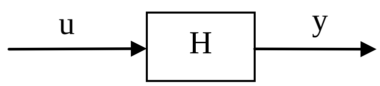


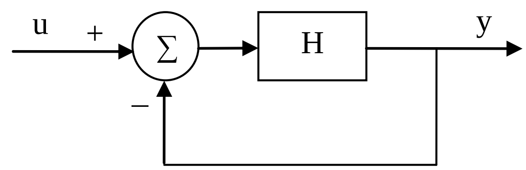
17.4 Proprietăţile reacţiei

a) Stabilitatea internă

Modificarea stabilităţii interne a fost justificată din observaţia legată de forma lui A_r.

b) Desensibilizarea la variaţii parametrice





(20) $\quad H(s) = k$

Pentru sistemul în circuit închis

(21) $\quad y = Hu = ku$,

admiţând posibilitatea variaţiei parametrului k,

(22) $$\frac{dy}{y} = \frac{dk}{k},$$

ceea ce arată că variaţiile parametrului se transmit în variaţia ieşirii integral.

Pentru structura cu reacţie

(23) $$y = \frac{H}{1+H}u = \frac{k}{1+k}u$$

(24) $$dy = \frac{(1+k)dk - kdk}{(1+k)^2}u = \frac{dk}{(1+k)^2}u$$

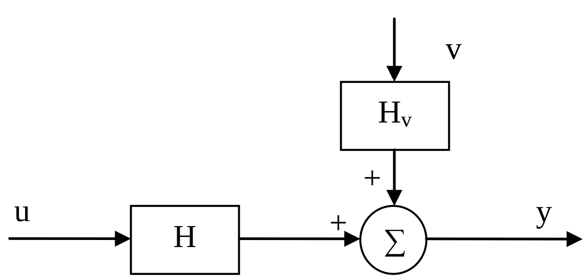
(25) $$\frac{dy}{y} = \frac{dk}{k(1+k)} = \frac{1}{1+k}\cdot\frac{dk}{k} \underset{\uparrow}{\cong} \frac{1}{k}\cdot\frac{dk}{k}$$

k foarte mare

Observaţie: Variaţiile parametrilor k se transmit la ieşire atenuate de k ori. În acest sens, structura cu reacţie este robustă pentru ca variaţiile semnificative ale intrărilor nu se văd în variaţiile ieşirilor.

k se numeşte şi factor de amplificare.

c) Rejecţia perturbaţiilor



Schema 3

(26) $\quad y = y_u + y_v = H_u + H_v v$

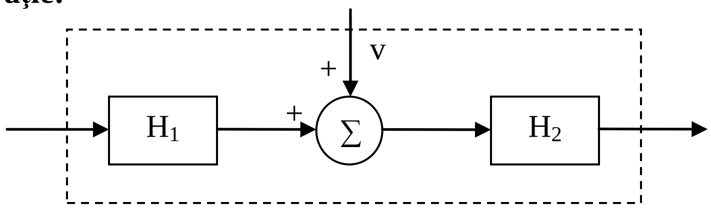
(27) $\quad u = 0$

(28) $y = H_v v$

(29) $H_v(s) = k_v \widetilde{H}_v(s)$ cu $\widetilde{H}_v(0) = 1$

k_v este factorul de amplificare în regim staţionar.

Observaţie:



Schema 4

$H = H_1 H_2$

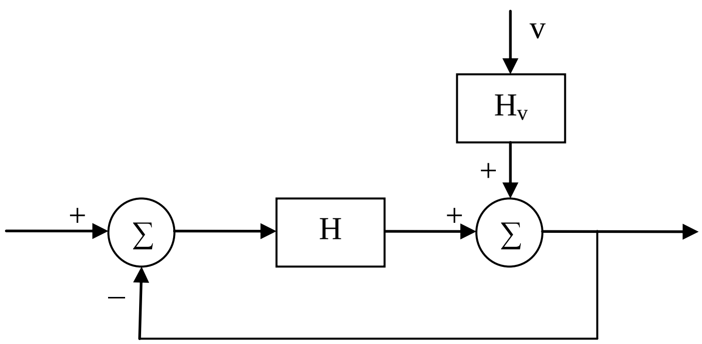
Într-o instalaţie, punctul de aplicare a perturbaţiei, în general, este necunoscut.

α) pe ieşire: $H = H_1 H_2$
$H_v = 1$

β) pe intrare: $H = 1$
$H_v = H_1 H_2$

γ) punct oarecare: $H = H_1 H_2$
$H_v = H_2$

În funcţie de punctul de aplicare a perturbaţiei în sistem, H_v poate lua valori de la 1 până la H.



Schema 5

(30) $y = y_u + y_v = \dfrac{H}{1+H} u + \dfrac{H_v}{1+H} v$

$u = 0$

(31) $H_v(s) = k\widetilde{H}(s)$ cu $\widetilde{H}(0) = 1$

k este factorul de amplificare în regim staţionar în funcţia de transfer iniţială.

Considerăm

(32) $v(s) = \dfrac{1}{s} \rightarrow$ treaptă unitară

(33) $\lim\limits_{t\to\infty} y_v(t) = \lim\limits_{s\to 0}[s y_v(s)] = \lim\limits_{s\to 0}\left[s \dfrac{H_v(s)}{1+H(s)} v(s) \right] \overset{(32)}{=} \dfrac{k_v}{1+k} \underset{\substack{\uparrow \\ \text{k foarte mare}}}{\cong} \dfrac{k_v}{k}$

În cazul fără reacţie

$$(34) \qquad \lim_{t\to\infty} y_v(t) = \lim_{s\to 0}[sy_v(s)] = \lim_{s\to 0}\left[sH_v(s)\frac{1}{s}\right] = k_v$$

Observaţie: Comparând relaţia (33) cu relaţia (34) se observă că perturbaţia se transmite către ieşire atenuată de k ori.

17.5 Rejecţia exactă

$$(35) \qquad \text{Fie } H_v(s) = \frac{k\widetilde{H}(s)}{s} \quad \text{cu } \widetilde{H}(0) = 1$$

$$(36) \qquad \Sigma_{st} \overset{def}{=} \lim_{t\to\infty} y_v(t) = \lim_{s\to 0}[sy_v(s)] = \lim_{s\to 0}\left[s\frac{H_v(s)}{1+H(s)}\cdot\frac{1}{s}\right] = \lim_{s\to 0}\left[\frac{k_v\widetilde{H}_v(s)}{1+\dfrac{k\widetilde{H}(s)}{s}}\right] = \lim_{s\to 0}\left[\frac{sk_v\widetilde{H}_v(s)}{s+k\widetilde{H}(s)}\right] = 0$$

$$\Sigma_{st} = 0$$

Principiul Modelului Intern

Rejecţie $\frac{1}{s} \Leftrightarrow H(s) = \frac{1}{s}\cdot H_1(s)$

Rejecţia exactă (eroarea staţionară) este 0 dacă şi numai dacă funcţia de transfer conţine modelul semnalului care se doreşte a fi rejectat ($\frac{1}{s}$).

Observaţie: Elementele de comandă în automatizarea clasică (regulatoarele automate) sunt de trei tipuri: P, PI, PID.

$$H_P(s) = k_P$$

$$H_{PI}(s) = k_{PI}(1+\frac{1}{T_i s})$$

17.6 Reglarea

$$(37) \qquad (\text{R}) \qquad -\Sigma_{st} \overset{def}{=} \lim_{t\to\infty}\Sigma(t) = 0 \quad \text{pentru } y_r(t) \text{ dat}$$

Observaţie: Problema este echivalentă cu rejecţia exactă a lui y_r şi are soluţie dacă şi numai dacă

$$(38) \qquad H_{PF}H_C \overset{def}{=} H$$

conţine modelul intern al referinţei ($\frac{1}{s}$).

$$(39) \qquad y_r(s) = \frac{1}{s}$$

$$(40) \qquad \Sigma(t) = \frac{1}{1+H}y_r(t)$$

(41) $$H(s) = \frac{1}{s} \cdot H_1(s) \ , \ H_1(s) = k_1 \widetilde{H}_1(s) \text{ cu } \widetilde{H}_1(s) = 1$$

(42) $$\Sigma_{st} \overset{def}{=} \lim_{t \to \infty} \Sigma(t) = \lim_{s \to 0} [s\Sigma(s)] = \lim_{s \to 0} \left[s \frac{1}{1+H} \cdot \frac{1}{s} \right] = \lim_{s \to 0} \left[\frac{1}{1 + \frac{1}{s} H_1(s)} \right] = \lim_{s \to 0} \left[\frac{s}{s + H_1(s)} \right] = 0$$

$$\Sigma_{st} = 0$$

Observaţie: Reglarea este legată de referinţă (de modelul intern).

Problema cea mai importantă din teoria sistemelor liniare se numeşte problema reglării structural stabile.

(S) stabilitatea internă

(R) reglarea $\lim_{t \to \infty} \Sigma(t) = 0$

(SS) stabilitatea structurală

(S) şi (R) să se păstreze în prezenţa unor variaţii parametrice.

cuprins Teorie drive:
https://drive.google.com/drive/u/0/folders/0B2SGGZ-ipghpbk5jWmpvQXZkOFk

- Cap 1: SLN
    - pag 1
        - Def 1: SLN
        - x(t) liber si fortat
        - Def 2: Matricea de tranzitie a starii
        - Obs
    - pag 2
        - y(t) liber si fortat
        - Matricea pondere
        - x(s) liber si fortat
        - Obs: calculul lui e^(At)
    - pag 3
        - y(s) liber si fortat
        - Def 4: Matricea de transfer
        - Obd: ecuatia fundamentala a lumii liniare
        - Obs: cazul SISO
    - pag 4
        - Proprietatile functiei de transfer
            - scalar
            - rationala strict proprie
            - are semnificatia unei admitante
            - descrierea ca ecuatie diferentiala binara cu coeficienti constanti
    - pag 5
            - discontinuitati pe marimea de intrare
        - Obs: Reversibilitatea timpului pt SLN
- Cap 2: SLD
    - pag 1
        - Def 1: SLD
        - x(t) liber si fortat
        - Def 2: Matricea de tranzitie a starii
        - Obs
    - pag 2
        - y(t) liber si fortat
        - Matricea pondere
        - x(z) liber si fortat
        - Obs: calculul lui A^t
    - pag 3
        - y(z) liber si fortat
        - Def 4: Matricea de transfer
        - Obs: ecuatia fundamentala a lumii liniare
        - Obs: teoria structur a sistemelor liniare
    - pag 4
        - obs: cazul siso

        - proprietatile functiei de transfer
            - scalar
            - rationala strict proprie
            - schema cu diferentiale finite
        - reversibilitatea timpului
- Cap 3: discretizarea pe stare a SLN
    - pag 1
    - pag 2
    - pag 3 - cazul SISO
- Cap 4: realizarea de stare a sistemelor liniare
    - pag 1
        - Problema realizarii de stare
        - Obs: modelarea sistemelor liniare
        - obs: forma standard/canonica a lui T([lambda])
        - th 1: realizarea standard controlabila (RSC)
    - pag 2 - dem th 1 pt sln
    - pag 3
        - th 2: realizare standard observabila (RSO)
        - obs: problema realizarii minimale
        - obs: cazul SISO
    - pag 4 - principiul dualitatii
- Cap 5: Stabilitatea sistemelor liniare
    - pag 1
        - ipoteza
        - def 1: stabilitatea interna
        - def 2: stabilitatea interna stricta
        - Obs: interpretarea notiunii de stbilitate
    - pag 2
        - Obs: cazul sistemelor neliniare
        - obs: cazul liniare
        - def 3: stabilitatea interna
        - def 4: stabilitatea interna strica
        - obs
        - obs: domenii de stabilitate
    - pag 3
        - Th 1: teorema de stabilitate interna
        - dem th 1: cazul neted
    - pag 4 - dem th 1: cazul discret
    - pag 5
        - stabilitatea externa a sistemelor liniare
        - Obs: raspunsul cauzal la impulsul unitar
        - def 1: stabilitatea externa
        - def 2: stabilitatea externa stricta
        - th 2: teorema de stabilitate externa
    - pag 6
        - Obs:Polii lui T([lambda])

        - Dem: justificarea teoremei 2
        - Th 3: legatura intre stabilitatea interna si cea externa
    - pag 7
        - Obs: cazul siso
        - def 3: stabilitatea in sens in marginita/ out marginita (BIBO)
        - Th 4: Legatura intre stabilitatre externa si stabilitate BIBO
        - Obs
    - pag 8
        - Evaluare algebrica a stabilitatii
        - Def 1: polinom hurwitzian
        - Th 1: criteriul necesar
        - Obs: cazul n = 1,2
        - Def 2: matricea hurwitziana
        - Th 2: criteriul hurwitzian
        - Obs: criteriul routh
    - pag 9
        - obs: verificarea stabilitatii folosind criteriul hurwitzian
            - interna
            - externa
        - obs: limita de stabilitate
        - obs: stabilitatea sistemelor discrete
- Cap 6:Echivalentul sistemelor liniare
    - pag 1
        - def 1: echivalentul
        - obs: relatia de echivalenta
        - Prop 1:
        - Obs: Prop 1 arata ca doua sisteme echivalente sunt reprezentari ale aceluiasi proces
    - pag 2
        - Obs: interpretarea echivalentei
        - Def 2: echivalenta intrare iesire
        - Obs
        - Os
        - Prop 2: echivalente -> echivalente intrare/iesire; “<=” nu neaparat adevarata
    - pag 3
        - Obs
        - Echivalenta conserva
- Cap 7:Accesibilitatea sistemelor liniare
    - pag 1
        - Problema accesibilitatii
        - Ipoteza
        - Def 1: Matricea de accesibilitate in k pasi (Rk)
        - Def 2: starea de accesibilitate in k pasi
    - pag 2
        - Def 3: subspatiul accesibil in k pasi

        - Prop 1
        - Lema
    - pag 3
        - Obs: interpretarea lemei
    - pag 4
        - def 4: stare accesibila
        - Def 5:subspatiul accesibil
        - prop 2
        - Obs: cazul neted
        - Def 6: sistem accesibil
        - Th 1: sistem accesibil
- Cap 8: controlabilitatea sistemelor liniare
    - pag 1
        - problema controlabilitatii
    - pag 2
        - def 1: definitia criteriului (un sist controlabila daca…)
        - Prop 1: echivalenta conserva controlabilitatea
        - Th 1: TDC
    - pag 3
        - Obs: interpretarea controlabilitatii
        - Obs: echivalenta intrare/iesire cu partea controlabila
    - pag 4
        - Lema 1
        - Lema 2
    - pag 5
        - Teorema Wonhon: TDC in lbj geometric
    - pag 6
        - Obs
        - th 3: Criteriul hautus de controlabilitate
- Cap 9: Observabilitatea sistemelor liniare
    - pag 1
        - Fie SLD [...]
        - Ipoteza u(t) = 0 [...]
        - Definim yk secventa de iesire de lungime k: yk = [..]
        - Def 1: Matricea de observabilitate in k pasi
        - Def 2: Subspatiul neobservabil in k pasi
        - Def 3: Stare neobservabila in k pasi
    - pag 2
        - Prop 1: O stare este neobservabia in k pasi
        - Lema 1: Subspatiile formeaza un lant descrescator cu limita
    - pag 3
        - Def 4: Stare neobservabila
        - Prop 2: O stare este neobservabila
        - Obs: Cazul SLN
        - Obs: Constructibilitatea sistemelor liniare
        - Def 5: Sistem observabil

        - Th 1: Criteriul de observabilitate
    - pag 4
        - Prop 3: Echivalenta conserva observabilitatea
        - Obs: Prop 3 arata ca matricea de observabilitate e modifica la o schimbare de coordonate in spatiul starilor, la fel ca si c
        - Th 2: TDO (Teorema de descompunere observabila
    - pag 5
        - Obs: Interpretarea observabilitatii
        - Obs: Echivalenta intrare/iesire cu partea observabila
    - pag 6
        - Th 3: TDO in limbaj geometric
        - Th 4: Criteriul Hautus de observabilitate
        - Obs: Operationalizarea criteriului Hautus
        - Th 5: Principiul dualitatii
    - pag 7
        - Obs: Interpretarea principiului dualitatii
        - Obs: Principiul dualitatii m=p=1
- Cap 10: Structura generala a sistemelor liniare
    - pag 1
        - Th: Teorema Kalman de structura
    - pag 2
        - Obs: Consecintele teoremei Kalman
    - pag 3
        - Def 1: Sistem complet
        - Def 2: Realizare minimala
        - Obs: Minimalitate
        - Th 2: Echivalenta intre inimalitate si completitudine
        - Obs: Consecintele Th 2
        - Alg: Realizare minimala
        - Th 3: Echivalenta realizarii minimale
- Cap 11: Sintaxa elementara a sistemelor liniare
    - pag 1
        - Fie sistemul liniar
        - Obs: Am ales cazul SLN
        - Def 1: Legea de comanda dupa stare
        - Obs: Interpretarea legii de comanda dupa stare
        - Lema 1: Controlabilitatea se conserva pe reactie dupa stare
    - pag 2
        - Problema stabilizarii
        - Def 2: Pereche stabilizate
        - Problema alocarii
        - Def 3: Pereche alocabila
        - Prop 1: Legatura intre alocabilitate si stabilizabilitate
    - pag 3
        - Obs: Sinteza elementara
- Cap 12: Legatura intre controlabilitate si alocabilitate

- pag 1
    - Th 1: O pereche alocabila este si controlabila
    - Obs: Cazul m=1
    - Th 2: Cazul m=1
- pag 2
    - Dorim ca [sigma](A + bf^T) = [lambda]d
    - Obs: Problema alocarii are o infinate de solutii
- pag 3
    - Alg: Algoritm de alocare m = 1
    - Lema Heyman
    - Obs: Interpretarea lemei Heyman
    - Th 3: O pereche controlabila este si alocabila
- pag 4
    - Obs: Operationalizarea lemei Heyman
    - Alg: Algorimt de alocare m>1
- pag 5
    - Th 3: alocabilitatea si controlabilitatea sunt echivalente

- Cap 13: Stabilizarea sistemelor liniare
    - pag 1
        - cazul in care (A, B) nu e controlabila
        - Th 1: O pereche (A,B) este stabilizabila daca [sigma](A2) este stabila
    - pag 2
        - Alg: Algoritm de stabilizare
- Cap 14: Estimarea starii
    - pag 1
        - Observatie
        - Problema estimarii starii
        - Propozitie: Estimarea trebuie inteleasa in sensul estimarii asimptotice
        - Def 1: Sistem estimator
    - pag 2
        - clasificare estimator
        - Obs: Estimarea prin modelare
        - Obs: Introducerea erorii de estimare a iesirii
    - pag 3
        - Problema detectarii
        - Obs: Dualitate cu problema stabilizarii
        - Def 2: Pereche detectabila
        - Obs
        - Obs: Alg de detectare in cazul (C,A) controlabila
        - Alg: Alg 1 de detectare
    - pag 4
        - Obs: problema detectarii este duala problemei stabilizarii
        - Th 1: Estimatorul unitar Kalman
        - Alg 2: Estimator Kalman
        - Obs: estimator unitar / strict prrpriu
        - Estimator propriu

        - Obs: Teoria clasica
    - pag 7
        - Proprietatile reactiei
        - desensibilizarea la variatii parametrice
    - pag 8
        - reactia perturbaiilor
    - pag 9
        - rejectia exacta a perturbatiilor
        - principiul modelului intern (Wonhom)
    - pag 10
        - reglarea
        - problema reglarii
        - observatie

Started on	Monday, 8 February 2021, 10:13 AM
State	Finished
Completed on	Monday, 8 February 2021, 10:21 AM
Time taken	7 mins 36 secs
Grade	**20.00** out of 20.00 (**100**%)

Question **1**

Complete

Mark 2.00 out of 2.00

q^T din solutia problemei alocarii $m = 1$ este

Select one or more:

- [x] a. ultima linie din R^{-1}
- [ ] b. ultima linie din R
- [ ] c. $q^T = [0 \quad \cdots \quad 0 \quad 1]$

Question **2**

Complete

Mark 2.00 out of 2.00

Compensatorul dinamic stabilizator poate fi gasit (exista) pentru $\Sigma = (A, B, C)$ daca si numai daca

Select one or more:

- [ ] a. (C, A) observabila
- [x] b. Σ este complet
- [ ] c. (A, B) controlabila

Question **3**

Complete

Mark 2.00 out of 2.00

Teorema de descompunre observabila TDO arata ca:

Select one or more:

- [ ] a. $A = \begin{bmatrix} A_1 & A_3 \\ O & A_2 \end{bmatrix}$
- [ ] b. (C, A) observabila
- [x] c. (C_1, A_1) observabila

Question **4**

Complete

Mark 2.00 out of 2.00

Legatura dintre stabilizabilitate si alocabilitate

Select one or more:

- a. (A, B) stabilizabila$\Rightarrow$ (A, B) alocabila
- b. (A, B) alocabila $\Rightarrow$ (A, B) stabilizabila
- c. (A, B) alocabila $\Leftrightarrow$ (A, B) stabilizabila

Question **5**

Complete

Mark 2.00 out of 2.00

Legatura intre detectabiliate si observabilitate

Select one or more:

- a. observabil $\Leftrightarrow$ detectabil
- b. detectabil $\Rightarrow$ observabil
- c. observabil $\Rightarrow$ detectabil

Question **6**

Complete

Mark 2.00 out of 2.00

Un SLD este observabil daca:

Select one or more:

- a. $rg\left[\,\lambda I - A \quad C\,\right] = n, \; \forall\, \lambda \in C$
- b. $rg\begin{bmatrix} C \\ \lambda I - A \end{bmatrix} = n, \; \forall\, \lambda \in C$
- c. $rg\begin{bmatrix} \lambda I - A \\ C \end{bmatrix} = n, \; \forall\, \lambda \notin \sigma(A)$

Question **7**

Complete

Mark 2.00 out of 2.00

Estimatorul Kalman are matricea de transfer

Select one or more:

- a. nesingulara
- b. proprie
- c. strict proprie

Question **8**

Complete

Mark 2.00 out of 2.00

Modelul intern cu $H_{MI} = \frac{1}{s}$ asigura rejectia perturbatiilor de tip

Select one or more:

- [ ] a. sinusoidal
- [ ] b. rampa
- [x] c. treapta

Question **9**

Complete

Mark 2.00 out of 2.00

Conditia pentru ca problema alocarii in cazul $m = 1$ sa aiba solutie este:

Select one or more:

- [ ] a. (A, B) stabilizabila
- [x] b. (A, B) controlabila
- [ ] c. (C, A) observabila

Question **10**

Complete

Mark 2.00 out of 2.00

Legea de comanda prin reactie dupa stare este

Select one or more:

- [x] a. $u = Fx + Gv$
- [ ] b. $y = Fx$
- [ ] c. $u = Fx$

◄ Punctaj TS Laborator si Seminar 325CA

Jump to...

Probleme examen (P2) ►

Started on	Monday, 8 February 2021, 10:10 AM
State	Finished
Completed on	Monday, 8 February 2021, 10:20 AM
Time taken	9 mins 45 secs
Grade	**20.00** out of 20.00 (**100**%)

Question **1**
Complete
Mark 2.00 out of 2.00

Teorema de descompunre observabila TDO arata ca:

Select one or more:

- [x] a. $rg\,Q = n_1 = dim(A_1)$
- [ ] b. $rg\,Q = p$
- [ ] c. $rg\,Q = n$

Question **2**
Complete
Mark 2.00 out of 2.00

Estimatorul Kalman are matricea de transfer

Select one or more:

- [ ] a. nesingulara
- [x] b. strict proprie
- [ ] c. proprie

Question **3**
Complete
Mark 2.00 out of 2.00

q^T din solutia problemei alocarii $m = 1$ este

Select one or more:

- [x] a. ultima linie din R^{-1}
- [ ] b. $q^T = [0 \quad \cdots \quad 0 \quad 1]$
- [ ] c. ultima linie din R

Question **4**

Complete

Mark 2.00 out of 2.00

Legea de comanda prin reactie dupa stare este

Select one or more:

- [ ] a. $u = Fx$
- [ ] b. $y = Fx$
- [x] c. $u = Fx + Gv$

Question **5**

Complete

Mark 2.00 out of 2.00

Un SLN este observabil daca:

Select one or more:

- [ ] a. $rg\left[\,\lambda I - A \quad C\,\right] = n,\ \forall\,\lambda \in C$
- [ ] b. $rg\begin{bmatrix} \lambda I - A \\ C \end{bmatrix} = n,\ \forall\,\lambda \notin \sigma(A)$
- [x] c. $rg\begin{bmatrix} C \\ \lambda I - A \end{bmatrix} = n,\ \forall\,\lambda \in C$

Question **6**

Complete

Mark 2.00 out of 2.00

Compensatorul dinamic stabilizator poate fi gasit (exista) pentru $\Sigma = (A, B, C)$ daca si numai daca

Select one or more:

- [ ] a. (C, A) observabila
- [ ] b. (A, B) controlabila
- [x] c. Σ este complet

Question **7**

Complete

Mark 2.00 out of 2.00

Legatura intre detectabiliate si observabilitate

Select one or more:

- [ ] a. observabil $\Leftrightarrow$ detectabil
- [ ] b. detectabil $\Rightarrow$ observabil
- [x] c. observabil $\Rightarrow$ detectabil

Question **8**

Complete

Mark 2.00 out of 2.00

Conditia pentru ca problema alocarii in cazul $m = 1$ sa aiba solutie este:

Select one or more:

- [ ] a. (A, B) stabilizabila
- [x] b. (A, B) controlabila
- [ ] c. (C, A) observabila

Question **9**

Complete

Mark 2.00 out of 2.00

Pentru legea de comanda $u = Fx + Gv$ pentru care perechea $A_F = A + BF,\ B_F = BG$

Select one or more:

- [ ] a. (A, B) controlabila$\Rightarrow$ (A_F, B_F) necontrolabila
- [x] b. (A, B) controlabila$\Leftrightarrow$ (A_F, B_F) controlabila
- [ ] c. (A_F, B_F) controlabila$\Rightarrow$ (A, B) necontrolabila

Question **10**

Complete

Mark 2.00 out of 2.00

Modelul intern cu $H_{MI} = \frac{1}{s^2+\omega^2}$ asigura rejectia perturbatiilor de tip

Select one or more:

- [x] a. sinusoidal
- [ ] b. rampa
- [ ] c. treapta

◄ Punctaj TS Laborator si Seminar 325CA

Jump to...

Probleme examen (P2) ►

Started on	Monday, 8 February 2021, 10:40 AM
State	Finished
Completed on	Monday, 8 February 2021, 11:01 AM
Time taken	21 mins
Grade	**20.00** out of 20.00 (**100**%)

Question **1**

Complete

Mark 5.00 out of 5.00

Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Determinati daca perechea (A,B) este controlabila.

Select one:

- (•) True
- ( ) False

Question **2**

Complete

Mark 5.00 out of 5.00

Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

cu

$$\lambda_e = \{0, 0, 0\}$$

Matricele J si K ale estimatorului de stare unitar (Kalman) sunt:

NOTA: Se considera ca perechea (C,A) este observabila

Select one or more:

- [ ] a. $J = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -5 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}$
- [x] b. $J = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}$
- [ ] c. $J = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 5 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ -3 \end{bmatrix}$

Question **3**

Complete

Mark 5.00 out of 5.00

Fie sistemul liniar neted (SLN) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

cu

$\lambda_d = \{-1, -1, -1\}$ si la care se stie $q^T = \begin{bmatrix} 3 & -2 & -1 \end{bmatrix}$ si $g = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

F care aloca λ_d este:

Select one or more:

- [x] a. $F = \begin{bmatrix} -6 & 4 & -4 \\ -6 & 4 & -4 \end{bmatrix}$
- [ ] b. $F = \begin{bmatrix} -4 & 3 & 1 \\ -4 & 3 & 1 \end{bmatrix}$
- [ ] c. $F = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

Question **4**

Complete

Mark 5.00 out of 5.00

P2. Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

cu

$F_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ si $g = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

q^T din algoritmul de alocare pentru cazul multivariabil este:

Select one or more:

- [ ] a. $q^T = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$
- [x] b. $q^T = \begin{bmatrix} -5 & -3 & -2 \end{bmatrix}$
- [ ] c. $q^T = \begin{bmatrix} -1 & 5 & 0 \end{bmatrix}$

◄ Teorie examen (T2)

Jump to...

Teorie evaluare pe parcurs (T1) ►

Restanță/Mărire TSsld
Teorie 1

1.Stabilitatea interna a lui SLD se refera la:

a. y(t)
b. xf(t)
c. yf(t)

2.Un SLN este controlabil daca

a. rg R=n

b. rg R≤n

c. R este nesingulara

Raspuns: rg R = n (a)

3.Legatura dintre stabilitatea interna SI si stabilitatea externa SE este:

a. SI⇔SE

b. SE⇒SI

c. SI⇒SE

c) SI => SE

4.Legatura dintre stabilitatea internă SE și stabilitatea în sens BIBO este:

a. SE⇔BIBO

b. BIBO⇒SE

c. SE⇒BIBO

a) sunt echivalente DA

Stabilitatea internă pentru SLN se referă la:

a. xl(t)

b. yf(t)

c. Φ(t)

a) xl(t)

5.Alegeți una sau mai multe opțiuni:

a. T(t)=CΦ(t)B

b. T(t)=CBeAt

c. $T(t)=Ce^{A(t-1)}$

B

6.Un SLD controlabil daca:

a. R nesingular
b. rg R = n
c. rg R <= n

Un SLN este intern stabil daca:

a. $\sigma(A)\subset C-$

b. $\sigma(A)\subset U_1(0)$

c. $\sigma(A)\subset C_+$

R: a --

7.Un SLD este intern stabil daca:

a. $\sigma(A)\subset U1(0)$

b. $\sigma(A)\subset C+$

c. $\sigma(A) \subset C$-

Componencta libera a raspunsului in domeniul timp este $x_l(t)=\Phi(t)x_0$ pentru:

a. ambele

b. SLN

c. SLD

9.Stabilitatea externa pentru un SLN se refera la:

a. $x_f(t)$

b. $y_f(t)$

c. $y(t)$

Raspuns: yf(t)

$x_l(\lambda)=\Phi(\lambda)x_0$

10.Alegeți una *sau mai* multe opțiuni:

a. $\lambda=s$ (SLN)

b. ambele - SLN si SLD

c. $\lambda=z$ (SLD)

11.Stabilitatea externa pentru un SLD se refera la:

a. $y(t)$

b. $y_f(t)$

c. $x_f(t)$

Matricea pondere *T*(*t*) pentru SLD este

a.$T(t)=CA_{t-1}B,\ t\in N$
b.$T(t)=CA_tB,\ t\in N$
c.$T(t)=CA_{t-1}B,\ t\geq 1$

R: C * A^(t-1) * B care?! t apartine N sau >= 1? (a)
t >= 1

este a sau c aici pana la urma?

Componenta fortata a raspunsului in domeniul timp pentru SLD este:

a. $x_f(t)=\Sigma_{k=0}^{t-1}A^{t-k-1}Bu(k)$

b. $x_f(t)=\Sigma_{i=0}^{t}A^{t-i-1}Bu(i)$

c. $x_f(t)=\Sigma_{i=1}^{t-1}A^{t-i}Bu(t)$

----
xl(λ)=(λI−A)−1x0

Componenta libera a raspunsului in domeniul operational este de forma
$x_l(\lambda)=(\lambda I-A)$ ^(-1) x_0

xl(λ)=(λI−A)−1x0 pentru

a. λ=z (SLD)

b. λ=s (SLN)

c. ambele situatii - SLN si SLD

Matricea pondere pentru SLN
T(t) = C * B * e^(At)P

Un SLD este controlabil daca

Select one or more:

a.*rg R=n*

b.*R* este nesingulara

c.*rg R≤n*

A e corect

Ecuatia fundamentala a lumii liniare pentru SLD este

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

a. $y_f(z)=T(z)u(z)$

b. $y(z)=C(zI-A)^{-1}Bu(z)$

c. $y(z)=T(z)u(z)$

Componenta fortata a raspunsului in domeniul timp pentru SLN este:

a. $x_f(t)=\int_0^t e^{A(t-\tau)}u(\tau)d\tau B$

b. $x_f(t)=\int_0^t e^{At}Bu(t-\tau)d\tau$

c. $x_f(t)=\int_0^t e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau$

R: c

DA

Componenta libera a raspunsului in domeniul operational este de forma $x_l(\lambda) = \Phi(\lambda)x_0$ pentru

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. $\lambda = z$ (SLD)
- [ ] b. ambele - SLN si SLD
- [ ] c. $\lambda = s$ (SLN)

ambele

ceva aici?

Ecuația fundamentală a lumii liniare pentru SLN

Ecuatia fundamentala a lumii liniare pentru SLN este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [x] a. $y(s) = T(s)u(s)$

Ecuația fundamentală a lumii liniare pentru SLD este

Ecuatia fundamentala a lumii liniare pentru SLD este:

Select one or more:

- [ ] a. $y_f(z) = T(z)u(z)$
- [ ] b. $y(z) = C(zI - A)^{-1}Bu(z)$
- [ ] c. $y(z) = T(z)u(z)$

da frt e c   bn frt

Stabilitatea externa pentru un SLN se refera la:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. $x_f(t)$
- [ ] b. $y_f(t)$
- [ ] c. $y(t)$

----

externa e yf

Componenta fortata a raspunsului in domeniul timp pentru SLD este:

Select one or more:

☐ a. $x_f(t) = \sum_{i=0}^{t} A^{t-i-1}Bu(i)$

☐ b. $x_f(t) = \sum_{i=1}^{t-1} A^{t-i}Bu(t)$

☐ c. $x_f(t) = \sum_{k=0}^{t-1} A^{t-k-1}Bu(k)$

R: a

Φ(t)=AtΦ(t)=At pentru

$\Phi(t) = A^t$ pentru

Select one or more:

☐ a. SLD

☐ b. ambele

☐ c. SLN

R: SLD

Un SLN este controlabil daca

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

☐ a. R este nesingulara

☐ b. $rg\,R \leq n$

☐ c. $rg\,R = n$

Componenta fortata a raspunsului in domeniul timp pentru SLN este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

☐ a. $x_f(t) = \int_0^t e^{At}Bu(t-\tau)d\tau$

☐ b. $x_f(t) = \int_0^t e^{A(t-\tau)}u(\tau)d\tau B$

☐ c. $x_f(t) = \int_0^t e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau$

Un SLN este intern stabil daca:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. $\sigma(A) \subset U_1(0)$
- [ ] b. $\sigma(A) \subset C^+$
- [ ] c. $\sigma(A) \subset C^-$

Stabilitatea interna pentru SLD se refera la: ?????

a. y(t)

b. x(t)

c. xl(t)

Problema 1

Faceti screenshot-uri, puteti folosi windows (“Snipping Tool” in search) (unde e cazul)
puneti si voi screenshot-uri, e 2020 totusi, uitati-va si voi cum se vede

----

Se da un sistem liniar neted al carui raspuns fortat in demeniul operational este descris de expresia
$y_f(s) = \frac{1}{s(s+1)(s+3)}$
Care este raspunsul fortat al acestui sistem in domeniul timp?

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. $y_f(t) = \frac{1}{9} + \frac{1}{2}e^{t} - \frac{1}{6}e^{3t}$
- [ ] b. $y_f(t) = \frac{1}{3} - \frac{1}{2}e^{-t} + \frac{1}{6}e^{-3t}$
- [ ] c. $y_f(t) = \frac{1}{6} - \frac{1}{2}e^{t} + \frac{1}{3}e^{3t}$

R: b.++
cum ai ajuns la raspuns ?
wolframalpha.com
laplace inverse 1/(p*(p+1)* (p+3))
ggwp
tanchet
pentru inmultire matrici folositi octave online https://octave-online.net/

Pentru sistemul liniar neted reprezentat intrare-iesire prin functia de transfer
$H(s) = \frac{2s+1}{s^3+5s^2-1}$
realizarea standard controlabila a acestuia este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -5 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, c^T = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$
- [ ] b. $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -5 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, c^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
- [ ] c. $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -5 & -1 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, c^T = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

La asta C? cineva?
este a

Grija mare ca sunt perversi si la asta e observabila, sus controlabila

Pentru sistemul liniar neted reprezentat intrare-iesire prin functia de transfer
$H(s) = \frac{2s+1}{s^3+5s^2-1}$
realizarea standard observabila a acestuia este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -5 & -1 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, c^T = [1 \quad 2 \quad 0 \quad 0]$
- [ ] b. $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -5 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, c^T = [1 \quad 2 \quad 0]$
- [ ] c. $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -5 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, c^T = [0 \quad 0 \quad 1]$

ce e realizare standard observabila? RSO ai formule prin fise
si cat e?++; +1+++++++
la asta nu e la fel ca sus? nu, sunt diferite formulele
dar RSO si RSC nu ar trebui sa aiba matricile de aceleasi dimensiuni? Nu neaparat
e c.

Fie sistemul liniar neted (SLN) descris de A,B,C:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 9 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, C = [1 \quad 0 \quad -3]$$

si

$$(sI - A)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{s}{s^2-9} & \frac{1}{s^2-9} & 0 \\ \frac{9}{s^2-9} & \frac{s}{s^2-9} & 0 \\ \frac{1}{s^2-9} & \frac{1}{s(s^2-9)} & \frac{1}{s} \end{bmatrix}$$

Care este raspunsul fortat al sistemului in domeniul operational daca $u(t) = u_{-1}(t) = \begin{cases} 1, & t \geqslant 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. $y_f(s) = \frac{1}{(s+3)}$
- [ ] b. $y_f(s) = \frac{1}{s(s-3)}$
- [ ] c. $y_f(s) = \frac{1}{s^2(s+3)}$

C. 1/(s^2 * (s+3))

Cate sunt - 5 intrebari

Fie sistemul liniar neted (SLN) descris de A,B,C:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 9 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 \end{bmatrix}$$

si

$$(sI - A)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{s}{s^2-9} & \frac{1}{s^2-9} & 0 \\ \frac{9}{s^2-9} & \frac{s}{s^2-9} & 0 \\ \frac{1}{s^2-9} & \frac{1}{s(s^2-9)} & \frac{1}{s} \end{bmatrix}$$

Matricea de transfer a sistemului este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. $T(s) = \frac{1}{s(s-3)}$
- [ ] b. $T(s) = \frac{s}{(s-3)}$
- [ ] c. $T(s) = \frac{1}{s(s+3)}$

Se da un sistem liniar neted al carui raspuns fortat in demeniul operational este descris de expresia $y_f(s) = \frac{1}{s(s+1)(s-2)}$

Care este raspunsul fortat al acestui sistem in domeniul timp?

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. $y_f(t) = -\frac{1}{6} - \frac{1}{3}e^{-t} + \frac{1}{2}e^{2t}$
- [ ] b. $y_f(t) = -\frac{1}{4} - \frac{1}{2}e^{-2t} + \frac{1}{6}e^{t}$
- [ ] c. $y_f(t) = -\frac{1}{2} + \frac{1}{3}e^{-t} + \frac{1}{6}e^{2t}$

R : c.++

wolfram? da

good

Este c.

Fie sistemul liniar neted (SLN) descris de A,B,C:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

si

$$(sI - A)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{s} & \frac{1}{s^3+s^2-2s} & \frac{s+1}{s^3+s^2-2s} \\ 0 & \frac{s}{s^2+s-2} & \frac{2}{s^2+s-2} \\ 0 & \frac{1}{s^2+s-2} & \frac{s+1}{s^2+s-2} \end{bmatrix}$$

Matricea de tranzitie a starii este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

☐ a. $\Phi(t) = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} + \frac{1}{3}e^{-t} + \frac{1}{6}e^{2t} & -\frac{1}{2} + \frac{2}{3}e^{-t} - \frac{1}{6}e^{2t} \\ 0 & \frac{1}{3}e^{-t} + \frac{2}{3}e^{2t} & \frac{2}{3}e^{-t} + \frac{2}{3}e^{2t} \\ 0 & \frac{1}{3}e^{-t} - \frac{1}{3}e^{2t} & \frac{2}{3}e^{t} - \frac{2}{3}e^{2t} \end{bmatrix}$

☐ b. $\Phi(t) = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} + \frac{1}{3}e^{t} + \frac{1}{6}e^{-2t} & -\frac{1}{2} + \frac{2}{3}e^{t} - \frac{1}{6}e^{-2t} \\ 0 & \frac{1}{3}e^{t} + \frac{2}{3}e^{-2t} & \frac{2}{3}e^{t} - \frac{2}{3}e^{-2t} \\ 0 & \frac{1}{3}e^{t} - \frac{1}{3}e^{-2t} & \frac{2}{3}e^{t} + \frac{1}{3}e^{-2t} \end{bmatrix}$

☐ c. $\Phi(t) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} + \frac{1}{2}e^{t} + \frac{1}{6}e^{-2t} & -\frac{1}{2} + \frac{2}{3}e^{-t} - \frac{1}{6}e^{2t} \\ 0 & \frac{2}{3}e^{-t} + \frac{2}{2}e^{-2t} & \frac{1}{3}e^{t} + \frac{1}{3}e^{-2t} \\ 0 & \frac{1}{2}e^{t} - \frac{1}{3}e^{-2t} & \frac{1}{3}e^{t} - \frac{2}{3}e^{2t} \end{bmatrix}$

R: B wolfram?

da

Se da sistemul liniar neted reprezentat intrare-iesire prin functia de transfer $H(s) = \frac{1}{s+1}$

Discritizantul sistemului $H(s)$ este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- ☐ a. $H_d(z) = \frac{1-e^{-h}}{z-e^{-h}}$
- ☐ b. $H_d(z) = \frac{z-e^{-h}}{z^2-e^{-h}}$
- ☐ c. $H_d(z) = \frac{2-e^{-2h}}{z-e^{-2h}}$

cineva??++

R: a. sigur? da 100%

Se da sistemul liniar neted reprezentat intrare-iesire prin functia de transfer $H(s) = \frac{1}{s+3}$

Discritizantul sistemului $H(s)$ este:

Select one or more:

- ☐ a. $H_d(z) = \frac{1}{3}\frac{z-e^{-h}}{z^2-e^{-h}}$
- ☐ b. $H_d(z) = \frac{1}{3}\frac{2-e^{-3h}}{z-e^{-3h}}$
- ☐ c. $H_d(z) = \frac{1}{3}\frac{1-e^{-3h}}{z-e^{-3h}}$

ce ai pus aici?

R: C.

Se arată că: $\boxed{H_d(z) = \frac{z-1}{z} Z\left\{ \frac{H(s)}{s} \right\}}$ (15)

Relația (15) trebuie interpretată astfel:

$$H_d(z) = \frac{z-1}{z} Z\left\{ \left[\mathcal{L}^{-1}\left\{ \frac{H(s)}{s} \right\} \right]_{discretizat} \right\}$$

Cineva stie?++

Fie sistemul liniar neted (SLN) descris de A,B,C:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 9 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 \end{bmatrix}$$

si

$$(sI - A)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{s}{s^2-9} & \frac{1}{s^2-9} & 0 \\ \frac{9}{s^2-9} & \frac{s}{s^2-9} & 0 \\ \frac{1}{s^2-9} & \frac{1}{s(s^2-9)} & \frac{1}{s} \end{bmatrix}$$

Care este raspunsul fortat al sistemului in domeniul operational daca $u(t) = u_{-1}(t) = \begin{cases} 1, & t \geqslant 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. $y_f(s) = \frac{1}{(s+3)}$
- [ ] b. $y_f(s) = \frac{1}{s(s-3)}$
- [ ] c. $y_f(s) = \frac{1}{s^2(s+3)}$

A facut cineva? parca era c

R: c.

Fie sistemul liniar neted (SLN) descris de A,B,C:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

si

$$(sI - A)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{s} & \frac{1}{s^3+s^2-2s} & \frac{s+1}{s^3+s^2-2s} \\ 0 & \frac{s}{s^2+s-2} & \frac{2}{s^2+s-2} \\ 0 & \frac{1}{s^2+s-2} & \frac{s+1}{s^2+s-2} \end{bmatrix}$$

Matricea de tranzitie a starii este:

Select one or more:

☐ a. $\Phi(t) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} + \frac{1}{2}e^{t} + \frac{1}{6}e^{-2t} & -\frac{1}{2} + \frac{2}{3}e^{-t} - \frac{1}{6}e^{2t} \\ 0 & \frac{2}{3}e^{-t} + \frac{2}{2}e^{-2t} & \frac{1}{3}e^{t} + \frac{1}{3}e^{-2t} \\ 0 & \frac{1}{2}e^{t} - \frac{1}{3}e^{-2t} & \frac{1}{3}e^{t} - \frac{2}{3}e^{2t} \end{bmatrix}$

☐ b. $\Phi(t) = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} + \frac{1}{3}e^{-t} + \frac{1}{6}e^{2t} & -\frac{1}{2} + \frac{2}{3}e^{-t} - \frac{1}{6}e^{2t} \\ 0 & \frac{1}{3}e^{-t} + \frac{2}{3}e^{2t} & \frac{2}{3}e^{-t} + \frac{2}{3}e^{2t} \\ 0 & \frac{1}{3}e^{-t} - \frac{1}{3}e^{2t} & \frac{2}{3}e^{t} - \frac{2}{3}e^{2t} \end{bmatrix}$

☐ c. $\Phi(t) = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} + \frac{1}{3}e^{t} + \frac{1}{6}e^{-2t} & -\frac{1}{2} + \frac{2}{3}e^{t} - \frac{1}{6}e^{-2t} \\ 0 & \frac{1}{3}e^{t} + \frac{2}{3}e^{-2t} & \frac{2}{3}e^{t} - \frac{2}{3}e^{-2t} \\ 0 & \frac{1}{3}e^{t} - \frac{1}{3}e^{-2t} & \frac{2}{3}e^{t} + \frac{1}{3}e^{-2t} \end{bmatrix}$

cred ca c, ca faci C * (sI - A) ^ - 1 * B

Fie sistemul liniar neted (SLN) descris de A,B,C:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

si

$$(sI - A)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{s} & -\frac{1}{s^3+s^2-2s} & -\frac{s+1}{s^3+s^2-2s} \\ 0 & \frac{s}{s^2+s-2} & \frac{2}{s^2+s-2} \\ 0 & \frac{1}{s^2+s-2} & \frac{s+1}{s^2+s-2} \end{bmatrix}$$

Matricea de tranzitie a starii este:

Select one or more:

☐ a. $\Phi(t) = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} + \frac{1}{3}e^{-t} + \frac{1}{6}e^{2t} & -\frac{1}{2} + \frac{2}{3}e^{-t} - \frac{1}{6}e^{2t} \\ 0 & \frac{1}{3}e^{-t} + \frac{2}{3}e^{2t} & \frac{2}{3}e^{-t} + \frac{2}{3}e^{2t} \\ 0 & \frac{1}{3}e^{-t} - \frac{1}{3}e^{2t} & \frac{2}{3}e^{t} - \frac{2}{3}e^{2t} \end{bmatrix}$

☐ b. $\Phi(t) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} - \frac{1}{3}e^{t} - \frac{1}{6}e^{-2t} & \frac{1}{2} - \frac{2}{3}e^{t} + \frac{1}{6}e^{-2t} \\ 0 & \frac{1}{3}e^{t} + \frac{2}{3}e^{-2t} & \frac{2}{3}e^{t} - \frac{2}{3}e^{-2t} \\ 0 & \frac{1}{3}e^{t} - \frac{1}{3}e^{-2t} & \frac{2}{3}e^{t} + \frac{1}{3}e^{-2t} \end{bmatrix}$

☐ c. $\Phi(t) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} + \frac{1}{2}e^{t} + \frac{1}{6}e^{-2t} & -\frac{1}{2} + \frac{2}{3}e^{-t} - \frac{1}{6}e^{2t} \\ 0 & \frac{2}{3}e^{-t} + \frac{2}{2}e^{-2t} & \frac{1}{3}e^{t} + \frac{1}{3}e^{-2t} \\ 0 & \frac{1}{2}e^{t} - \frac{1}{3}e^{-2t} & \frac{1}{3}e^{t} - \frac{2}{3}e^{2t} \end{bmatrix}$

????????????????????????????????? Ia și tu 2 oarecare din Hs și baga-le intr-un invers laplace calculator, dupa iei prin eliminare

----

care e ?

Teorie 2

Modelul intern cu $H_{MI} = \frac{1}{s}$ asigura rejectia perturbatiilor de tip

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- a. treapta
- b. rampa
- c. sinusoidal

a. treapta, curs 16 penultima pagina
da e treapta
cineva??
caut

Estimatorul Kalman are matricea de transfer

Alegeți una sau mai multe opțiuni:
a. nesingulara
b. proprie
c. strict proprie
Raspuns : C

Pentru legea de comanda u=Fx+Gv pentru care perechea AF=A+BF, BF=BG

Alegeți una sau mai multe opțiuni: a.
a. (AF,BF) controlabila⇔(AF,BF) controlabila

b. (AF,BF) controlabila⇒(A,B) necontrolabila

c. (A,B) controlabila⇒(AF,BF) necontrolabila
Raspuns: A
la asta la A scrie controlabila in ambele parti? Da…
Sigur e A aici?

Un SLD este observabil daca:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:
a. rg[CλI−A]=n, ∀ λ∈C
solutia
b. rg[λI−AC]=n, ∀ λ∉σ(A)

c. rg[λI−AC]=n, ∀ λ∈C
Raspuns: c
care/?

Legea de comanda prin reactie dupa stare este

Alegeți una sau mai multe opțiuni:
a. y=Fx

b. u=Fx+Gv

c. u=Fx
R: b
nu e b?
ba da

Legatura intre detectabiliate si observabilitate

Alegeți una sau mai multe opțiuni:
a. observabil ⇔ detectabil

b. detectabil ⇒ observabil

c. observabil ⇒ detectabil
probabil C ul
da, **Teorema 1:** Perechea (C,A) este detectabila daca (C,A) este observabila

----
Conditia pentru ca problema alocarii in cazul m=1 sa aiba solutie este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:
a. (A,B) stabilizabila

b. (A,B) controlabila

c. (C,A) observabila

Raspuns: **b**

Solutia problemei in cazul alocariim=1 este

Alegeți una sau mai multe opțiuni:
a. fT=−qTχd(A)

b. fT=qTχ(A)

c. fT=χd(A)g

Rasp: A

Compensatorul dinamic stabilizator poate fi gasit (exista) pentru Σ=(A,B,C) daca si numai daca

Alegeți una sau mai multe opțiuni:
a. (A,B) controlabila

b. (C,A) observabila

c. Σ este complet
cineva?:) plsss
R c sigma complet

Modelul intern cu $H_{MI} = \frac{1}{s^2+\omega^2}$ asigura rejectia perturbatiilor de tip

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

☐ a. rampa

☐ b. sinusoidal

☐ c. treapta

++ sinusoidala
pare sinusoidala asa dupa ochii mei

Teorema de descompunere observabila TDO arata ca:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:
a. A=[A1OA3A2]

b. (C,A) observabila

c. (C1,A1) observabila
cred ca c, nu sunt sigur
e sigur c, am vazut in teorie la 9:21

----
m=1

Cate solutii are problema alocarii in cazul m=1

Select one or more:

a. niciuna

b. una

c. o infinitate

C

Un SLN este observabil daca

Un SLN este observabil daca:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- a. $rg\begin{bmatrix} C \\ \lambda I - A \end{bmatrix} = n,\ \forall\, \lambda \in C$
- b. $rg\begin{bmatrix} \lambda I - A \\ C \end{bmatrix} = n,\ \forall\, \lambda \notin \sigma(A)$
- c. $rg\,[\,\lambda I - A \quad C\,] = n,\ \forall\, \lambda \in C$

Cineva?
in teorema e a dar liniile pe dos, dar rangul ar trebui sa ramana la fel deci e a. DA E A

Teorema de descompunere observabila TDO arata ca:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- a. $rg\ Q = n$
- b. $rg\ Q = p$
- c. $rg\ Q = n_1 = dim(A_1)$

cineva??++ help plss C)

----

q^T din solutia problemei alocarii $m = 1$ este

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- a. ultima linie din R
- b. ultima linie din R^{-1}
- c. $q^T = [\,0 \quad \cdots \quad 0 \quad 1\,]$

Care e?
R: B

Legatura dintre stabilizabilitate si alocabilitate

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- a. (A, B) alocabila $\Leftrightarrow$ (A, B) stabilizabila
- b. (A, B) alocabila $\Rightarrow$ (A, B) stabilizabila
- c. (A, B) stabilizabila$\Rightarrow$ (A, B) alocabila

b

Estimatorul Luenberger are matricea de transfer

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

a. proprie

b. nesingulara

c. strict proprie

A

Matricea de transfer a compensatorului stabilizator este:

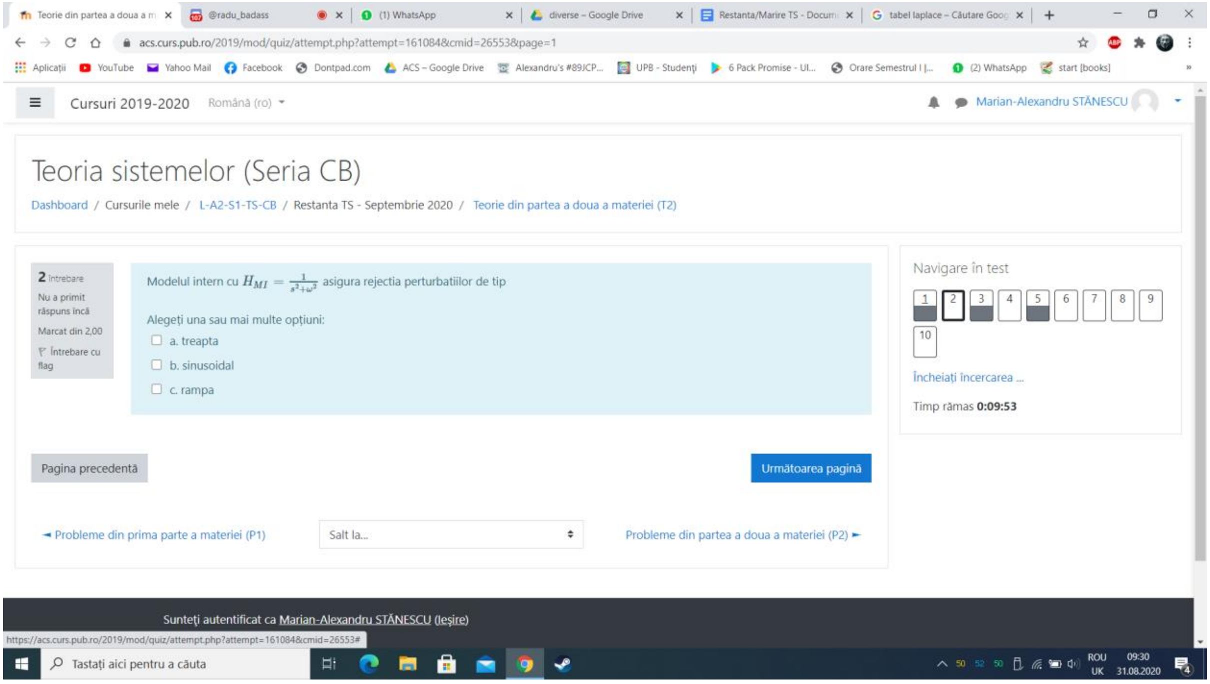
Select one or more:

a. poate fi si proprie si strict proprie

b. proprie

c. strict proprie

cineva aici?
A, am facut eu si e A



-**b**. sinusoidal

Cate solutii are problema alocarii in cazul $m = 1$

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. una
- [ ] b. o infinitate
- [ ] c. niciuna

raspuns mai sus, o infinitate

Conditia pentru estimarea prin modelare este:

Question 3

Not yet answered

Marked out of 2.00

Flag question

Conditia pentru estimarea prin modelare este:

Select one or more:

- [ ] a. A stabila
- [ ] b. (A, B) controlabila
- [ ] c. (C, A) observabila

Cineva aici?

a stabila

Un SLD este observabil daca:

Un SLD este observabil daca:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- a. $rg\begin{bmatrix}\lambda I - A \\ C\end{bmatrix} = n,\ \forall\,\lambda \notin \sigma(A)$
- b. $rg\begin{bmatrix}C \\ \lambda I - A\end{bmatrix} = n,\ \forall\,\lambda \in C$
- c. $rg\,[\,\lambda I - A \quad C\,] = n,\ \forall\,\lambda \in C$

Matricea de transfer:

Matricea de transfer a compensatorului stabilizator este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- a. strict proprie
- b. proprie
- c. poate fi si proprie si strict proprie

cineva?

Teorema de descompunere observabila TDO arata c

Teorema de descompunere observabila TDO arata ca:

Select one or more:

- a. $A = \begin{bmatrix} A_1 & A_3 \\ O & A_2 \end{bmatrix}$
- b. (C, A) observabila
- c. (C_1, A_1) observabila

R: probabil C

Matricea de transfer a compensatorului stabilizator este:

Select one or more:

- a. poate fi si proprie si strict proprie
- b. proprie
- c. strict proprie

Legatura dintre stabilizabilitate si alocabilitate

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. (A, B) alocabila $\Rightarrow$ (A, B) stabilizabila
- [ ] b. (A, B) stabilizabila$\Rightarrow$ (A, B) alocabila
- [ ] c. (A, B) alocabila $\Leftrightarrow$ (A, B) stabilizabila

legatura dintre stabilizabilitate si alocabilitate

a)

Problema 2

Fie sistemul liniar neted (SLN) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

cu

$$F_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ si } g = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

q^T din algoritmul de alocare pentru cazul multivariabil este:

Select one or more:

- a. $q^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
- b. $q^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
- c. $q^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

R: a (e exact pb model de examen rezolvata in pdf)
da aia e

Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Determinati daca perechea (A,B) este controlabila.

Select one:

- True
- False

E true la asta

cum le faceti asa repede?
R= [B A*B A*A*B] daca rack(R)==3 ⇒ true
e si observabila???(C,A) So..e observabila C,A? cica nu e

Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Determinati daca perechea (C,A) este observabila.

Selectați o opțiune:

- ○ Adevărat
- ○ Fals

cineva?

PLS

Eu am calculat si mi a dat rangul 2, deci fals

Fie sistemul liniar neted (SLN) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

cu

$\lambda_d = \{-1, -1, -1\}$ si la care se stie $q^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ si $g = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

F care aloca λ_d este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- ☐ a. $F = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 7 \\ 3 & -1 & 7 \end{bmatrix}$
- ☐ b. $F = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$
- ☐ c. $F = \begin{bmatrix} 7 & -1 & 4 \\ 7 & -1 & 4 \end{bmatrix}$

C sigur

Am calculat si eu, confirm

Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

cu

$$\lambda_e = \{0, 0, 0\}$$

Matricele J si K ale estimatorului de stare unitar (Kalman) sunt:

NOTA: Se considera ca perechea (C,A) este observabila

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. $J = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}$
- [ ] b. $J = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$
- [ ] c. $J = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$

cineva?++++ ++++++ plus plus plus
+++
Raspuns corect C, am calculat
E C, am verificat
sa traiesti 1000 de ani++
sanatate la copii

te pup <3

Fie sistemul liniar neted (SLN) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

cu

$\lambda_d = \{-1, -1, -1\}$ si la care se stie $q^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ si $g = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

F care aloca λ_d este:

Select one or more:

- a. $F = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$
- b. $F = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 7 \\ 3 & -1 & 7 \end{bmatrix}$
- c. $F = \begin{bmatrix} 7 & -1 & 4 \\ 7 & -1 & 4 \end{bmatrix}$

cred ca c

P2. Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

cu

$F_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ si $g = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

q^T din algoritmul de alocare pentru cazul multivariabil este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- a. $q^T = \begin{bmatrix} -1 & 5 & 0 \end{bmatrix}$
- b. $q^T = \begin{bmatrix} -5 & -3 & -2 \end{bmatrix}$
- c. $q^T = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$

raspuns :

b e corect (am pus eu si am dat submit)

Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

cu

$$\lambda_e = \{0, 0, 0\}$$

Matricele J si K ale estimatorului de stare unitar (Kalman) sunt:

NOTA: Se considera ca perechea (C,A) este observabila

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. $J = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$, $K = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}$
- [ ] b. $J = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 5 \end{bmatrix}$, $K = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ -3 \end{bmatrix}$
- [ ] c. $J = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -5 \end{bmatrix}$, $K = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}$

A facut cineva?
incerc sa fac
R:a
sigur? e gresit b

e a 100%

Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

cu

$\lambda_e = \{0, 0, 0\}$

Matricele J si K ale estimatorului de stare unitar (Kalman) sunt:

NOTA: Se considera ca perechea (C,A) este observabila

Select one or more:

- a. $J = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$
- b. $J = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$
- c. $J = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}$

cineva ? ++ +++ +++ +++ +++
AM PUS C SI NU E BN :d, deci a sau b
R: b (vezi mai sus)\\
e b sau nu ca si mie tot b imi da?
da, e b
b e corect!!!!

Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

cu

$\lambda_e = \{0, 0, 0\}$

Matricele J si K ale estimatorului de stare unitar (Kalman) sunt:

NOTA: Se considera ca perechea (C,A) este observabila

Select one or more:

- [x] a. $J = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, $K = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$
- [ ] b. $J = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, $K = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$
- [ ] c. $J = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, $K = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}$

e corect

Fie sistemul liniar neted (SLN) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

cu

$\lambda_d = \{-1, -1, -1\}$ si la care se stie $q^T = \begin{bmatrix} 3 & -2 & -1 \end{bmatrix}$ si $g = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

F care aloca λ_d este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. $F = \begin{bmatrix} -4 & 3 & 1 \\ -4 & 3 & 1 \end{bmatrix}$
- [ ] b. $F = \begin{bmatrix} -6 & 4 & -4 \\ -6 & 4 & -4 \end{bmatrix}$
- [ ] c. $F = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

B

DA! verificat

Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Determinati daca perechea (A,B) este controlabila.

Selectați o opțiune:

- (•) Adevărat
- ( ) Fals

La asta (C,A) e observabila? NU

Fie sistemul liniar neted (SLN) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

cu

$F_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ si $g = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

q^T din algoritmul de alocare pentru cazul multivariabil este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [x] a. $q^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
- [ ] b. $q^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$
- [ ] c. $q^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

P2. Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

cu

$F_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ si $g = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

q^T din algoritmul de alocare pentru cazul multivariabil este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [x] a. $q^T = \begin{bmatrix} -1 & 5 & 0 \end{bmatrix}$
- [ ] b. $q^T = \begin{bmatrix} -5 & -3 & -2 \end{bmatrix}$
- [ ] c. $q^T = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$

e corect?

Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C

$$A=\begin{bmatrix}1&0&0\\1&0&-1\\0&1&2\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}0&-1\\1&0\\0&1\end{bmatrix}, C=\begin{bmatrix}0&0&1\end{bmatrix}$$

cu

$$\lambda_e=\{0,0,0\}$$

Matricele J si K ale estimatorului de stare unitar (Kalman) sunt:

NOTA: Se considera ca perechea (C,A) este observabila

Select one or more:

- [ ] a. $J=\begin{bmatrix}1&0&1\\1&0&-1\\0&1&5\end{bmatrix}, K=\begin{bmatrix}-1\\0\\-3\end{bmatrix}$
- [ ] b. $J=\begin{bmatrix}1&0&-1\\1&0&1\\0&1&-5\end{bmatrix}, K=\begin{bmatrix}1\\0\\3\end{bmatrix}$
- [x] c. $J=\begin{bmatrix}1&0&-1\\1&0&-1\\0&1&-1\end{bmatrix}, K=\begin{bmatrix}1\\0\\3\end{bmatrix}$

e C !
f

Restanță/Mărire TSsld
Teorie 1

1.Stabilitatea interna a lui SLD se refera la:

a. y(t)
b. xf(t)
c. yf(t)

2.Un SLN este controlabil daca

a. rg R=n

b. rg R≤n

c. R este nesingulara

Raspuns: rg R = n (a)

3.Legatura dintre stabilitatea interna SI si stabilitatea externa SE este:

a. SI⇔SE

b. SE⇒SI

c. SI⇒SE

c) SI => SE

4.Legatura dintre stabilitatea internă SE și stabilitatea în sens BIBO este:

a. SE⇔BIBO

b. BIBO⇒SE

c. SE⇒BIBO

a) sunt echivalente DA

Stabilitatea internă pentru SLN se referă la:

a. xl(t)

b. yf(t)

c. Φ(t)

a) xl(t)

5.Alegeți una sau mai multe opțiuni:

a. T(t)=CΦ(t)B

b. T(t)=CBeAt

c. $T(t)=Ce^{A(t-1)}$

B

6.Un SLD controlabil daca:

a. R nesingular
b. rg R = n
c. rg R <= n

Un SLN este intern stabil daca:

a. $\sigma(A) \subset C-$

b. $\sigma(A) \subset U_1(0)$

c. $\sigma(A) \subset C+$

R: a --

7.Un SLD este intern stabil daca:

a. σ(A)⊂U1(0)

b. σ(A)⊂C+

c. $\sigma(A) \subset C-$

Componencta libera a raspunsului in domeniul timp este $x_l(t)=\Phi(t)x_0$ pentru:

a. ambele

b. SLN

c. SLD

9.Stabilitatea externa pentru un SLN se refera la:

a. $x_f(t)$

b. $y_f(t)$

c. $y(t)$

Raspuns: yf(t)

$x_l(\lambda)=\Phi(\lambda)x_0$

10.Alegeți una sau mai multe opțiuni:

a. $\lambda=s$ (SLN)

b. ambele - SLN si SLD

c. $\lambda=z$ (SLD)

11.Stabilitatea externa pentru un SLD se refera la:

a. $y(t)$

b. $y_f(t)$

c. $x_f(t)$

Matricea pondere *T*(*t*) pentru SLD este

a.$T(t)=CA^{t-1}B$, $t\in N$
b.$T(t)=CA^{t}B$, $t\in N$
c.$T(t)=CA^{t-1}B$, $t\geq 1$

R: C * A^(t-1) * B care?! t apartine N sau >= 1? (a)
t >= 1

este a sau c aici pana la urma?

Componenta fortata a raspunsului in domeniul timp pentru SLD este:

a. $x_f(t)=\sum_{k=0}^{t-1}A^{t-k-1}Bu(k)$

b. $x_f(t)=\sum_{i=0}^{t}A^{t-i-1}Bu(i)$

c. $x_f(t)=\sum_{i=1}^{t-1}A^{t-i}Bu(t)$

$x_l(\lambda)=(\lambda I-A)^{-1}x_0$

Componenta libera a raspunsului in domeniul operational este de forma
$x_l(\lambda)=(\lambda I-A)$ ^(-1) x_0

$x_l(\lambda)=(\lambda I-A)^{-1}x_0$ pentru

a. λ=z (SLD)

b. λ=s (SLN)

c. ambele situatii - SLN si SLD

Matricea pondere pentru SLN
T(t) = C * B * e^(At)P

Un SLD este controlabil daca

Select one or more:

a.*rg R=n*

b.*R* este nesingulara

c.*rg R≤n*

A e corect

Ecuatia fundamentala a lumii liniare pentru SLD este

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

a.$y_f(z)=T(z)u(z)$

b. $y(z)=C(zI-A)^{-1}\mathbf{B}u(z)$

c. $y(z)=T(z)u(z)$

Componenta fortata a raspunsului in domeniul timp pentru SLN este:

a. $x_f(t)=\int_0^t e^{A(t-\tau)}u(\tau)d\tau B$

b. $x_f(t)=\int_0^t e^{At}Bu(t-\tau)d\tau$

c. $x_f(t)=\int_0^t e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau$

R: c

DA

Componenta libera a raspunsului in domeniul operational este de forma $x_l(\lambda)=\Phi(\lambda)x_0$ pentru

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. $\lambda=z$ (SLD)
- [ ] b. ambele - SLN si SLD
- [ ] c. $\lambda=s$ (SLN)

ambele

ceva aici?

Ecuația fundamentală a lumii liniare pentru SLN

Ecuatia fundamentala a lumii liniare pentru SLN este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [x] a. $y(s) = T(s)u(s)$

Ecuația fundamentală a lumii liniare pentru SLD este

Ecuatia fundamentala a lumii liniare pentru SLD este:

Select one or more:

- [ ] a. $y_f(z) = T(z)u(z)$
- [ ] b. $y(z) = C(zI - A)^{-1}Bu(z)$
- [ ] c. $y(z) = T(z)u(z)$

da frt e c   bn frt

Stabilitatea externa pentru un SLN se refera la:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. $x_f(t)$
- [ ] b. $y_f(t)$
- [ ] c. $y(t)$

----

externa e yf

Componenta fortata a raspunsului in domeniul timp pentru SLD este:

Select one or more:

- [ ] a. $x_f(t) = \sum_{i=0}^{t} A^{t-i-1} Bu(i)$
- [ ] b. $x_f(t) = \sum_{i=1}^{t-1} A^{t-i} Bu(t)$
- [ ] c. $x_f(t) = \sum_{k=0}^{t-1} A^{t-k-1} Bu(k)$

R: a

Φ(t)=AtΦ(t)=At pentru

$\Phi(t) = A^t$ pentru

Select one or more:

- [ ] a. SLD
- [ ] b. ambele
- [ ] c. SLN

R: SLD

Un SLN este controlabil daca

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. R este nesingulara
- [ ] b. $rg\,R \leq n$
- [ ] c. $rg\,R = n$

Componenta fortata a raspunsului in domeniul timp pentru SLN este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. $x_f(t) = \int_0^t e^{At} Bu(t-\tau) d\tau$
- [ ] b. $x_f(t) = \int_0^t e^{A(t-\tau)} u(\tau) d\tau B$
- [ ] c. $x_f(t) = \int_0^t e^{A(t-\tau)} Bu(\tau) d\tau$

Un SLN este intern stabil daca:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. $\sigma(A) \subset U_1(0)$
- [ ] b. $\sigma(A) \subset C^+$
- [ ] c. $\sigma(A) \subset C^-$

Stabilitatea interna pentru SLD se refera la: ?????

a. y(t)

b. x(t)

c. xl(t)

Problema 1

Faceti screenshot-uri, puteti folosi windows (“Snipping Tool” in search) (unde e cazul)
puneti si voi screenshot-uri, e 2020 totusi, uitati-va si voi cum se vede
----

Se da un sistem liniar neted al carui raspuns fortat in demeniul operational este descris de expresia
$y_f(s) = \frac{1}{s(s+1)(s+3)}$
Care este raspunsul fortat al acestui sistem in domeniul timp?

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- a. $y_f(t) = \frac{1}{9} + \frac{1}{2}e^{t} - \frac{1}{6}e^{3t}$
- b. $y_f(t) = \frac{1}{3} - \frac{1}{2}e^{-t} + \frac{1}{6}e^{-3t}$
- c. $y_f(t) = \frac{1}{6} - \frac{1}{2}e^{t} + \frac{1}{3}e^{3t}$

R: b.++
cum ai ajuns la raspuns ?
wolframalpha.com
laplace inverse 1/(p*(p+1)* (p+3))
ggwp
tanchet
pentru inmultire matrici folositi octave online https://octave-online.net/

Pentru sistemul liniar neted reprezentat intrare-iesire prin functia de transfer
$H(s) = \frac{2s+1}{s^3+5s^2-1}$
realizarea standard controlabila a acestuia este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- a. $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -5 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, c^T = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$
- b. $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -5 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, c^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
- c. $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -5 & -1 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, c^T = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

La asta C? cineva?
este a

Grija mare ca sunt perversi si la asta e observabila, sus controlabila

Pentru sistemul liniar neted reprezentat intrare-iesire prin functia de transfer $H(s) = \frac{2s+1}{s^3+5s^2-1}$
realizarea standard observabila a acestuia este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -5 & -1 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, c^T = [1 \quad 2 \quad 0 \quad 0]$
- [ ] b. $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -5 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, c^T = [1 \quad 2 \quad 0]$
- [ ] c. $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -5 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, c^T = [0 \quad 0 \quad 1]$

ce e realizare standard observabila? RSO ai formule prin fise
si cat e?++; +1+++++++
la asta nu e la fel ca sus? nu, sunt diferite formulele
dar RSO si RSC nu ar trebui sa aiba matricile de aceleasi dimensiuni?
Nu neaparat
e c.

Fie sistemul liniar neted (SLN) descris de A,B,C:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 9 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, C = [1 \quad 0 \quad -3]$$

si

$$(sI - A)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{s}{s^2-9} & \frac{1}{s^2-9} & 0 \\ \frac{9}{s^2-9} & \frac{s}{s^2-9} & 0 \\ \frac{1}{s^2-9} & \frac{1}{s(s^2-9)} & \frac{1}{s} \end{bmatrix}$$

Care este raspunsul fortat al sistemului in domeniul operational daca $u(t) = u_{-1}(t) = \begin{cases} 1, & t \geqslant 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. $y_f(s) = \frac{1}{(s+3)}$
- [ ] b. $y_f(s) = \frac{1}{s(s-3)}$
- [ ] c. $y_f(s) = \frac{1}{s^2(s+3)}$

C. 1/(s^2 * (s+3))

Cate sunt - 5 intrebari

Fie sistemul liniar neted (SLN) descris de A,B,C:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 9 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 \end{bmatrix}$$

si

$$(sI - A)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{s}{s^2-9} & \frac{1}{s^2-9} & 0 \\ \frac{9}{s^2-9} & \frac{s}{s^2-9} & 0 \\ \frac{1}{s^2-9} & \frac{1}{s(s^2-9)} & \frac{1}{s} \end{bmatrix}$$

Matricea de transfer a sistemului este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- a. $T(s) = \frac{1}{s(s-3)}$
- b. $T(s) = \frac{s}{(s-3)}$
- c. $T(s) = \frac{1}{s(s+3)}$

Se da un sistem liniar neted al carui raspuns fortat in demeniul operational este descris de expresia $y_f(s) = \frac{1}{s(s+1)(s-2)}$

Care este raspunsul fortat al acestui sistem in domeniul timp?

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- a. $y_f(t) = -\frac{1}{6} - \frac{1}{3}e^{-t} + \frac{1}{2}e^{2t}$
- b. $y_f(t) = -\frac{1}{4} - \frac{1}{2}e^{-2t} + \frac{1}{6}e^{t}$
- c. $y_f(t) = -\frac{1}{2} + \frac{1}{3}e^{-t} + \frac{1}{6}e^{2t}$

R : c.++

wolfram? da

good

Este c.

Fie sistemul liniar neted (SLN) descris de A,B,C:

$$A=\begin{bmatrix}0 & 0 & 1\\ 0 & -1 & 2\\ 0 & 1 & 0\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}0\\ 1\\ 0\end{bmatrix}, C=\begin{bmatrix}2 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

si

$$(sI-A)^{-1}=\begin{bmatrix}\frac{1}{s} & \frac{1}{s^3+s^2-2s} & \frac{s+1}{s^3+s^2-2s}\\ 0 & \frac{s}{s^2+s-2} & \frac{2}{s^2+s-2}\\ 0 & \frac{1}{s^2+s-2} & \frac{s+1}{s^2+s-2}\end{bmatrix}$$

Matricea de tranzitie a starii este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

☐ a. $\Phi(t)=\begin{bmatrix}1 & -\frac{1}{2}+\frac{1}{3}e^{-t}+\frac{1}{6}e^{2t} & -\frac{1}{2}+\frac{2}{3}e^{-t}-\frac{1}{6}e^{2t}\\ 0 & \frac{1}{3}e^{-t}+\frac{2}{3}e^{2t} & \frac{2}{3}e^{-t}+\frac{2}{3}e^{2t}\\ 0 & \frac{1}{3}e^{-t}-\frac{1}{3}e^{2t} & \frac{2}{3}e^{t}-\frac{2}{3}e^{2t}\end{bmatrix}$

☐ b. $\Phi(t)=\begin{bmatrix}1 & -\frac{1}{2}+\frac{1}{3}e^{t}+\frac{1}{6}e^{-2t} & -\frac{1}{2}+\frac{2}{3}e^{t}-\frac{1}{6}e^{-2t}\\ 0 & \frac{1}{3}e^{t}+\frac{2}{3}e^{-2t} & \frac{2}{3}e^{t}-\frac{2}{3}e^{-2t}\\ 0 & \frac{1}{3}e^{t}-\frac{1}{3}e^{-2t} & \frac{2}{3}e^{t}+\frac{1}{3}e^{-2t}\end{bmatrix}$

☐ c. $\Phi(t)=\begin{bmatrix}1 & \frac{1}{2}+\frac{1}{2}e^{t}+\frac{1}{6}e^{-2t} & -\frac{1}{2}+\frac{2}{3}e^{-t}-\frac{1}{6}e^{2t}\\ 0 & \frac{2}{3}e^{-t}+\frac{2}{2}e^{-2t} & \frac{1}{3}e^{t}+\frac{1}{3}e^{-2t}\\ 0 & \frac{1}{2}e^{t}-\frac{1}{3}e^{-2t} & \frac{1}{3}e^{t}-\frac{2}{3}e^{2t}\end{bmatrix}$

R: B wolfram?

da

Se da sistemul liniar neted reprezentat intrare-iesire prin functia de transfer $H(s) = \frac{1}{s+1}$

Discritizantul sistemului $H(s)$ este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- ☐ a. $H_d(z) = \frac{1-e^{-h}}{z-e^{-h}}$
- ☐ b. $H_d(z) = \frac{z-e^{-h}}{z^2-e^{-h}}$
- ☐ c. $H_d(z) = \frac{2-e^{-2h}}{z-e^{-2h}}$

cineva??++

R: a. sigur? da 100%

Se da sistemul liniar neted reprezentat intrare-iesire prin functia de transfer $H(s) = \frac{1}{s+3}$

Discritizantul sistemului $H(s)$ este:

Select one or more:

- ☐ a. $H_d(z) = \frac{1}{3}\frac{z-e^{-h}}{z^2-e^{-h}}$
- ☐ b. $H_d(z) = \frac{1}{3}\frac{2-e^{-3h}}{z-e^{-3h}}$
- ☐ c. $H_d(z) = \frac{1}{3}\frac{1-e^{-3h}}{z-e^{-3h}}$

ce ai pus aici?

R: C.

Se arată că: $\boxed{H_d(z) = \frac{z-1}{z} \mathcal{Z}\left\{ \frac{H(s)}{s} \right\}}$ (15)

Relația (15) trebuie interpretată astfel:

$$H_d(z) = \frac{z-1}{z} \mathcal{Z}\left\{ \left[\mathcal{L}^{-1}\left\{ \frac{H(s)}{s} \right\} \right]_{discretizat} \right\}$$

Cineva stie?++

Fie sistemul liniar neted (SLN) descris de A,B,C:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 9 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 \end{bmatrix}$$

si

$$(sI - A)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{s}{s^2-9} & \frac{1}{s^2-9} & 0 \\ \frac{9}{s^2-9} & \frac{s}{s^2-9} & 0 \\ \frac{1}{s^2-9} & \frac{1}{s(s^2-9)} & \frac{1}{s} \end{bmatrix}$$

Care este raspunsul fortat al sistemului in domeniul operational daca $u(t) = u_{-1}(t) = \begin{cases} 1, & t \geqslant 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. $y_f(s) = \frac{1}{(s+3)}$
- [ ] b. $y_f(s) = \frac{1}{s(s-3)}$
- [ ] c. $y_f(s) = \frac{1}{s^2(s+3)}$

A facut cineva? parca era c

R: c.

Fie sistemul liniar neted (SLN) descris de A,B,C:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

si

$$(sI - A)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{s} & \frac{1}{s^3+s^2-2s} & \frac{s+1}{s^3+s^2-2s} \\ 0 & \frac{s}{s^2+s-2} & \frac{2}{s^2+s-2} \\ 0 & \frac{1}{s^2+s-2} & \frac{s+1}{s^2+s-2} \end{bmatrix}$$

Matricea de tranzitie a starii este:

Select one or more:

☐ a. $\Phi(t) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} + \frac{1}{2}e^{t} + \frac{1}{6}e^{-2t} & -\frac{1}{2} + \frac{2}{3}e^{-t} - \frac{1}{6}e^{2t} \\ 0 & \frac{2}{3}e^{-t} + \frac{2}{2}e^{-2t} & \frac{1}{3}e^{t} + \frac{1}{3}e^{-2t} \\ 0 & \frac{1}{2}e^{t} - \frac{1}{3}e^{-2t} & \frac{1}{3}e^{t} - \frac{2}{3}e^{2t} \end{bmatrix}$

☐ b. $\Phi(t) = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} + \frac{1}{3}e^{-t} + \frac{1}{6}e^{2t} & -\frac{1}{2} + \frac{2}{3}e^{-t} - \frac{1}{6}e^{2t} \\ 0 & \frac{1}{3}e^{-t} + \frac{2}{3}e^{2t} & \frac{2}{3}e^{-t} + \frac{2}{3}e^{2t} \\ 0 & \frac{1}{3}e^{-t} - \frac{1}{3}e^{2t} & \frac{2}{3}e^{t} - \frac{2}{3}e^{2t} \end{bmatrix}$

☐ c. $\Phi(t) = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} + \frac{1}{3}e^{t} + \frac{1}{6}e^{-2t} & -\frac{1}{2} + \frac{2}{3}e^{t} - \frac{1}{6}e^{-2t} \\ 0 & \frac{1}{3}e^{t} + \frac{2}{3}e^{-2t} & \frac{2}{3}e^{t} - \frac{2}{3}e^{-2t} \\ 0 & \frac{1}{3}e^{t} - \frac{1}{3}e^{-2t} & \frac{2}{3}e^{t} + \frac{1}{3}e^{-2t} \end{bmatrix}$

cred ca c, ca faci C * (sI - A) ^ - 1 * B

Fie sistemul liniar neted (SLN) descris de A,B,C:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

si

$$(sI - A)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{s} & -\frac{1}{s^3+s^2-2s} & -\frac{s+1}{s^3+s^2-2s} \\ 0 & \frac{s}{s^2+s-2} & \frac{2}{s^2+s-2} \\ 0 & \frac{1}{s^2+s-2} & \frac{s+1}{s^2+s-2} \end{bmatrix}$$

Matricea de tranzitie a starii este:

Select one or more:

☐ a. $\Phi(t) = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} + \frac{1}{3}e^{-t} + \frac{1}{6}e^{2t} & -\frac{1}{2} + \frac{2}{3}e^{-t} - \frac{1}{6}e^{2t} \\ 0 & \frac{1}{3}e^{-t} + \frac{2}{3}e^{2t} & \frac{2}{3}e^{-t} + \frac{2}{3}e^{2t} \\ 0 & \frac{1}{3}e^{-t} - \frac{1}{3}e^{2t} & \frac{2}{3}e^{t} - \frac{2}{3}e^{2t} \end{bmatrix}$

☐ b. $\Phi(t) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} - \frac{1}{3}e^{t} - \frac{1}{6}e^{-2t} & \frac{1}{2} - \frac{2}{3}e^{t} + \frac{1}{6}e^{-2t} \\ 0 & \frac{1}{3}e^{t} + \frac{2}{3}e^{-2t} & \frac{2}{3}e^{t} - \frac{2}{3}e^{-2t} \\ 0 & \frac{1}{3}e^{t} - \frac{1}{3}e^{-2t} & \frac{2}{3}e^{t} + \frac{1}{3}e^{-2t} \end{bmatrix}$

☐ c. $\Phi(t) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} + \frac{1}{2}e^{t} + \frac{1}{6}e^{-2t} & -\frac{1}{2} + \frac{2}{3}e^{-t} - \frac{1}{6}e^{2t} \\ 0 & \frac{2}{3}e^{-t} + \frac{2}{2}e^{-2t} & \frac{1}{3}e^{t} + \frac{1}{3}e^{-2t} \\ 0 & \frac{1}{2}e^{t} - \frac{1}{3}e^{-2t} & \frac{1}{3}e^{t} - \frac{2}{3}e^{2t} \end{bmatrix}$

??????????????????????????????? Ia și tu 2 oarecare din Hs și baga-le intr-un invers laplace calculator, dupa iei prin eliminare

---

care e ?

Teorie 2

Modelul intern cu $H_{MI} = \frac{1}{s}$ asigura rejectia perturbatiilor de tip

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. treapta
- [ ] b. rampa
- [ ] c. sinusoidal

a. treapta, curs 16 penultima pagina
da e treapta
cineva??
caut

Estimatorul Kalman are matricea de transfer

Alegeți una sau mai multe opțiuni:
a. nesingulara
b. proprie
c. strict proprie
Raspuns : C

Pentru legea de comanda u=Fx+Gv pentru care perechea AF=A+BF, BF=BG

Alegeți una sau mai multe opțiuni: a.
a. (AF,BF) controlabila$\Leftrightarrow$(AF,BF) controlabila

b. (AF,BF) controlabila⇒(A,B) necontrolabila

c. (A,B) controlabila⇒(AF,BF) necontrolabila
Raspuns: A
la asta la A scrie controlabila in ambele parti? Da…
Sigur e A aici?

Un SLD este observabil daca:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:
a. $rg[C \lambda I - A] = n, \forall \lambda \in C$
solutia
b. $rg[\lambda I - AC] = n, \forall \lambda \notin \sigma(A)$

c. $rg[\lambda I - AC] = n, \forall \lambda \in C$
Raspuns: c
care/?

Legea de comanda prin reactie dupa stare este

Alegeți una sau mai multe opțiuni:
a. y=Fx

b. u=Fx+Gv

c. u=Fx
R: b
nu e b?
ba da

Legatura intre detectabiliate si observabilitate

Alegeți una sau mai multe opțiuni:
a. observabil ⇔ detectabil

b. detectabil ⇒ observabil

c. observabil ⇒ detectabil
probabil C ul

da, **Teorema 1:** Perechea (C,A) este detectabila daca (C,A) este observabila

----

Conditia pentru ca problema alocarii in cazul m=1 sa aiba solutie este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:
a. (A,B) stabilizabila

b. (A,B) controlabila

c. (C,A) observabila

Raspuns: **b**

Solutia problemei in cazul alocariim=1 este

Alegeți una sau mai multe opțiuni:
a. fT=−qTχd(A)

b. fT=qTχ(A)

c. fT=χd(A)g

Rasp: A

Compensatorul dinamic stabilizator poate fi gasit (exista) pentru Σ=(A,B,C) daca si numai daca

Alegeți una sau mai multe opțiuni:
a. (A,B) controlabila

b. (C,A) observabila

c. Σ este complet
cineva?:) plsss
R c sigma complet

Modelul intern cu $H_{MI} = \frac{1}{s^2+\omega^2}$ asigura rejectia perturbatiilor de tip

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- ☐ a. rampa
- ☐ b. sinusoidal
- ☐ c. treapta

++ sinusoidala
pare sinusoidala asa dupa ochii mei

Teorema de descompunere observabila TDO arata ca:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:
a. A=[A1OA3A2]

b. (C,A) observabila

c. (C1,A1) observabila
cred ca c, nu sunt sigur
e sigur c, am vazut in teorie la 9:21

----
m=1

Cate solutii are problema alocarii in cazul m=1

Select one or more:

a. niciuna

b. una

c. o infinitate

C

Un SLN este observabil daca

Un SLN este observabil daca:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. $rg\begin{bmatrix} C \\ \lambda I - A \end{bmatrix} = n,\ \forall\, \lambda \in C$
- [ ] b. $rg\begin{bmatrix} \lambda I - A \\ C \end{bmatrix} = n,\ \forall\, \lambda \notin \sigma(A)$
- [ ] c. $rg\,[\,\lambda I - A \quad C\,] = n,\ \forall\, \lambda \in C$

Cineva?

in teorema e a dar liniile pe dos, dar rangul ar trebui sa ramana la fel deci e a. DA E A

Teorema de descompunre observabila TDO arata ca:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. $rg\, Q = n$
- [ ] b. $rg\, Q = p$
- [ ] c. $rg\, Q = n_1 = dim(A_1)$

cineva??++ help plss C)

---

q^T din solutia problemei alocarii $m = 1$ este

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. ultima linie din R
- [ ] b. ultima linie din R^{-1}
- [ ] c. $q^T = [\,0 \quad \cdots \quad 0 \quad 1\,]$

Care e?
R: B

Legatura dintre stabilizabilitate si alocabilitate

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. (A, B) alocabila $\Leftrightarrow$ (A, B) stabilizabila
- [ ] b. (A, B) alocabila $\Rightarrow$ (A, B) stabilizabila
- [ ] c. (A, B) stabilizabila$\Rightarrow$ (A, B) alocabila

b

Estimatorul Luenberger are matricea de transfer

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

a. proprie

b. nesingulara

c. strict proprie

A

Matricea de transfer a compensatorului stabilizator este:

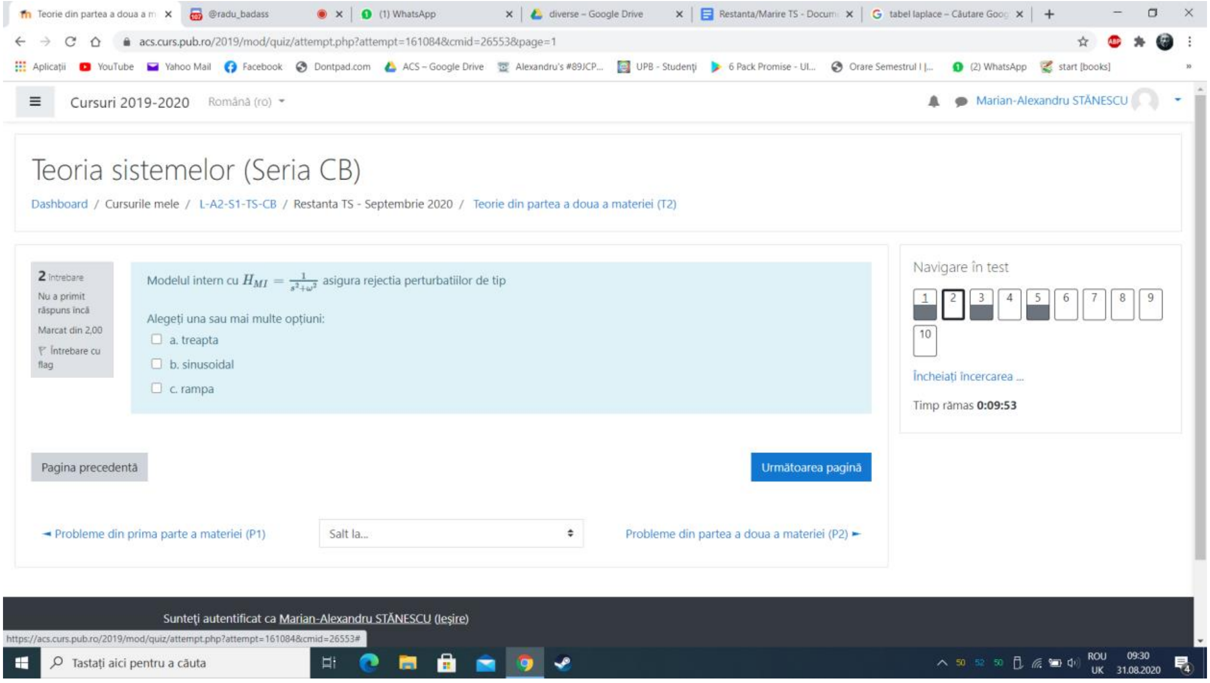
Select one or more:

a. poate fi si proprie si strict proprie

b. proprie

c. strict proprie

cineva aici?
A, am facut eu si e A



-**b**. sinusoidal

Cate solutii are problema alocarii in cazul $m = 1$

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- ☐ a. una
- ☐ b. o infinitate
- ☐ c. niciuna

raspuns mai sus, o infinitate

Conditia pentru estimarea prin modelare este:

Question 3

Not yet answered

Marked out of 2.00

Flag question

Conditia pentru estimarea prin modelare este:

Select one or more:

- ☐ a. A stabila
- ☐ b. (A, B) controlabila
- ☐ c. (C, A) observabila

Cineva aici?

a stabila

Un SLD este observabil daca:

Un SLD este observabil daca:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. $rg\begin{bmatrix}\lambda I - A\\ C\end{bmatrix} = n,\ \forall\,\lambda \notin \sigma(A)$
- [ ] b. $rg\begin{bmatrix}C\\ \lambda I - A\end{bmatrix} = n,\ \forall\,\lambda \in C$
- [ ] c. $rg\,[\,\lambda I - A \quad C\,] = n,\ \forall\,\lambda \in C$

Matricea de transfer:

Matricea de transfer a compensatorului stabilizator este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. strict proprie
- [ ] b. proprie
- [ ] c. poate fi si proprie si strict proprie

cineva?

Teorema de descompunre observabila TDO arata c

Teorema de descompunre observabila TDO arata ca:

Select one or more:

- [ ] a. $A = \begin{bmatrix}A_1 & A_3\\ O & A_2\end{bmatrix}$
- [ ] b. (C, A) observabila
- [ ] c. (C_1, A_1) observabila

R: probabil C

Matricea de transfer a compensatorului stabilizator este:

Select one or more:

- [ ] a. poate fi si proprie si strict proprie
- [ ] b. proprie
- [ ] c. strict proprie

Legatura dintre stabilizabilitate si alocabilitate

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. (A, B) alocabila $\Rightarrow$ (A, B) stabilizabila
- [ ] b. (A, B) stabilizabila$\Rightarrow$ (A, B) alocabila
- [ ] c. (A, B) alocabila $\Leftrightarrow$ (A, B) stabilizabila

legatura dintre stabilizabilitate si alocabilitate
a)

Problema 2

Fie sistemul liniar neted (SLN) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

cu

$$F_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ si } g = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

q^T din algoritmul de alocare pentru cazul multivariabil este:

Select one or more:

- [ ] a. $q^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
- [ ] b. $q^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
- [ ] c. $q^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

R: a (e exact pb model de examen rezolvata in pdf)
da aia e

Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Determinati daca perechea (A,B) este controlabila.

Select one:

- ( ) True
- ( ) False

E true la asta

cum le faceti asa repede?
R= [B A*B A*A*B] daca rack(R)==3 ⇒ true
e si observabila???(C,A) So..e observabila C,A? cica nu e

Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Determinati daca perechea (C,A) este observabila.

Selectați o opțiune:

- [ ] Adevărat
- [ ] Fals

cineva?

PLS

Eu am calculat si mi a dat rangul 2, deci fals

Fie sistemul liniar neted (SLN) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

cu

$\lambda_d = \{-1, -1, -1\}$ si la care se stie $q^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ si $g = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

F care aloca λ_d este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. $F = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 7 \\ 3 & -1 & 7 \end{bmatrix}$
- [ ] b. $F = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$
- [ ] c. $F = \begin{bmatrix} 7 & -1 & 4 \\ 7 & -1 & 4 \end{bmatrix}$

C sigur

Am calculat si eu, confirm

Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

cu

$$\lambda_e = \{0, 0, 0\}$$

Matricele J si K ale estimatorului de stare unitar (Kalman) sunt:

NOTA: Se considera ca perechea (C,A) este observabila

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. $J = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, $K = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}$
- [ ] b. $J = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, $K = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$
- [ ] c. $J = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, $K = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$

cineva?++++ ++++++ plus plus plus

+++

Raspuns corect C, am calculat

E C, am verificat

sa traiesti 1000 de ani++

sanatate la copii

te pup <3

Fie sistemul liniar neted (SLN) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

cu

$\lambda_d = \{-1, -1, -1\}$ si la care se stie $q^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ si $g = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

F care aloca λ_d este:

Select one or more:

- a. $F = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$
- b. $F = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 7 \\ 3 & -1 & 7 \end{bmatrix}$
- c. $F = \begin{bmatrix} 7 & -1 & 4 \\ 7 & -1 & 4 \end{bmatrix}$

cred ca c

P2. Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

cu

$F_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ si $g = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

q^T din algoritmul de alocare pentru cazul multivariabil este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- a. $q^T = \begin{bmatrix} -1 & 5 & 0 \end{bmatrix}$
- b. $q^T = \begin{bmatrix} -5 & -3 & -2 \end{bmatrix}$
- c. $q^T = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$

raspuns :

b e corect (am pus eu si am dat submit)

Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

cu

$$\lambda_e = \{0, 0, 0\}$$

Matricele J si K ale estimatorului de stare unitar (Kalman) sunt:

NOTA: Se considera ca perechea (C,A) este observabila

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- a. $J = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$, $K = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}$
- b. $J = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 5 \end{bmatrix}$, $K = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ -3 \end{bmatrix}$
- c. $J = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -5 \end{bmatrix}$, $K = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}$

A facut cineva?
incerc sa fac
R:a
sigur? e gresit b

e a 100%

Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

cu

$\lambda_e = \{0, 0, 0\}$

Matricele J si K ale estimatorului de stare unitar (Kalman) sunt:

NOTA: Se considera ca perechea (C,A) este observabila

Select one or more:

- [ ] a. $J = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, $K = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$
- [ ] b. $J = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, $K = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$
- [ ] c. $J = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, $K = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}$

cineva ? ++ +++ +++ +++ +++
AM PUS C SI NU E BN :d, deci a sau b
R: b (vezi mai sus)\\
e b sau nu ca si mie tot b imi da?
da, e b
b e corect!!!!

Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

cu

$\lambda_e = \{0, 0, 0\}$

Matricele J si K ale estimatorului de stare unitar (Kalman) sunt:

NOTA: Se considera ca perechea (C,A) este observabila

Select one or more:

- [x] a. $J = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$
- [ ] b. $J = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$
- [ ] c. $J = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}$

e corect

Fie sistemul liniar neted (SLN) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

cu

$\lambda_d = \{-1, -1, -1\}$ si la care se stie $q^T = \begin{bmatrix} 3 & -2 & -1 \end{bmatrix}$ si $g = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

F care aloca λ_d este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [ ] a. $F = \begin{bmatrix} -4 & 3 & 1 \\ -4 & 3 & 1 \end{bmatrix}$
- [ ] b. $F = \begin{bmatrix} -6 & 4 & -4 \\ -6 & 4 & -4 \end{bmatrix}$
- [ ] c. $F = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

B

DA! verificat

Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Determinati daca perechea (A,B) este controlabila.

Selectați o opțiune:

- (•) Adevărat
- ( ) Fals

La asta (C,A) e observabila? NU

Fie sistemul liniar neted (SLN) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

cu

$$F_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ si } g = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

q^T din algoritmul de alocare pentru cazul multivariabil este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [x] a. $q^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
- [ ] b. $q^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$
- [ ] c. $q^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

P2. Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

cu

$$F_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ si } g = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

q^T din algoritmul de alocare pentru cazul multivariabil este:

Alegeți una sau mai multe opțiuni:

- [x] a. $q^T = \begin{bmatrix} -1 & 5 & 0 \end{bmatrix}$
- [ ] b. $q^T = \begin{bmatrix} -5 & -3 & -2 \end{bmatrix}$
- [ ] c. $q^T = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$

e corect?

Fie sistemul liniar neted (SLD) descris de A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

cu

$$\lambda_e = \{0, 0, 0\}$$

Matricele J si K ale estimatorului de stare unitar (Kalman) sunt:

NOTA: Se considera ca perechea (C,A) este observabila

Select one or more:

☐ a. $J = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 5 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ -3 \end{bmatrix}$

☐ b. $J = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -5 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}$

☑ c. $J = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}$

e C !
f