AVERTISSEMENT

Vous venez de télécharger gratuitement le fichier pédagogique du manuel Mission Indigo 6^{e} - édition 2017.

Nous vous rappelons qu'il est destiné à un **usage strictement personnel**. Il ne peut ni être reproduit ni être mutualisé sur aucun site (site d'établissement, site enseignant, blog ou site de peer to peer), même à titre grâcieux.

Deux raisons principales :

- **Eviter de rendre le fichier accessible aux élèves dans les moteurs de recherche.**
- **Respecter pleinement le droit d'auteurs :** en effet, l'ensemble des guides pédagogiques et livres du professeur mis à votre disposition sont des œuvres de l'esprit protégées par le droit de la propriété littéraire et artistique.
  Nous vous rappelons que selon les articles L 331-1 et L 335-4 du Code de la propriété intellectuelle, toute exploitation non autorisée de ces œuvres constitue un délit de contrefaçon passible de sanctions de natures pénale et civile, soit trois ans d'emprisonnement et 300 000 euros d'amende.

hachette
ÉDUCATION

Mission indigo

MATHS

CYCLE 3

6e

LIVRE DU PROFESSEUR

Sous la direction de Christophe BARNET

Nadine BILLA
Patricia DEMOULIN
Amaïa FLOUS
Marie-Christine LAYAN
Aurélie LAULHERE
Marion ROBERTOU
Agnès VILLATTES

hachette
ÉDUCATION
vous accompagne

Édition : Stéphanie Mathé
Fabrication : Miren Zapirain
Mise en page : Grafatom (Catherine Bonnevialle)
Schémas : Grafatom (Franck Gouvart)
Couverture : Anne-Danielle Naname
Maquette intérieure : Anne-Danielle Naname / Laurine Caucat – Grafatom

ISBN 978-2-01-702540-5

Sommaire

Avant-propos

Dans un contexte de profonds changements, l'équipe d'auteurs de la collection Mission Indigo propose :

- un parcours structuré et cohérent avec la **logique de cycle** ;
- des ressources nombreuses et variées pour répondre aux besoins de **tous les élèves** et de toutes les démarches pédagogiques ;
- des contenus attractifs pour **motiver** les élèves et une place centrale accordée au **numérique**.

Des manuels qui s'inscrivent dans la logique de cycle

Les **différents attendus de fin de cycle** sont travaillés **tout au long du cycle**, en cohérence avec les repères de progressivité des programmes. Ils sont **introduits** puis **approfondis** progressivement à chaque niveau.

Le manuel de Sixième permet de travailler l'ensemble des attendus de la fin du cycle 3 et peut ainsi s'adapter à tous les élèves, quel que soit leur parcours.

Une grande variété de problèmes pour tous les élèves

Le manuel Mission Indigo 6e propose :

- des problèmes simples, concrets et accessibles à tous les élèves et des problèmes à **prise d'initiative** favorisant la réflexion et l'autonomie ;
- des problèmes qui mobilisent les **six compétences mathématiques** du programme, avec un repérage de ces compétences pour s'assurer qu'elles sont toutes travaillées et/ou pour les évaluer plus facilement ;
- des problèmes qui contribuent **à tous les domaines du socle commun** avec un repérage des problèmes en lien avec **d'autres disciplines** ;
- des problèmes qui permettent un entrainement régulier aux différentes formes de raisonnement.

De nombreuses ressources pour intégrer les outils numériques

Six **activités** permettent d'introduire l'utilisation du **tableur** et d'un **logiciel de géométrie dynamique**, ainsi que du **logiciel Scratch** pour une première initiation à l'algorithmique et la programmation.

Des exercices faisant appel à ces logiciels sont également proposés dans chacun des chapitres.

Des ressources pour l'accompagnement personnalisé

Dans chaque chapitre, une page « Travailler autrement » propose des **problèmes différenciés** dont le niveau de difficulté est repéré par une couleur de ceinture. De formes variées, certains d'entre eux permettent de **travailler en groupe**. Des **cartes mentales** permettent de visualiser l'ensemble du cours d'une autre façon.

Des chapitres structurés pour s'adapter à toutes les démarches pédagogiques

Chaque chapitre est structuré autour de deux, trois ou quatre capacités. À chacune d'elles correspondent une ou plusieurs activités d'introduction, un paragraphe de cours, des exercices d'entrainement et un QCM d'auto-évaluation.

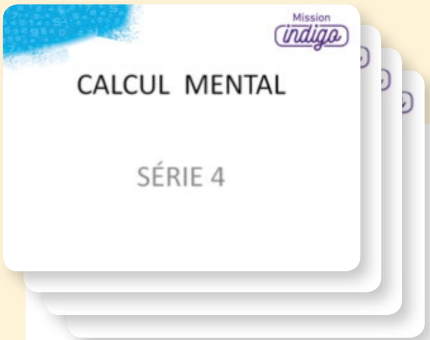
Il est ainsi plus aisé de construire une **progression spiralée**, de mettre en œuvre une évaluation ciblée des acquis des élèves et de proposer des **remédiations** aux difficultés des élèves.

Des compléments numériques riches et innovants

Le manuel numérique, accessible facilement pour tous les élèves, propose :

- des **diaporamas** pour toutes les « **Questions flash** », ainsi que des exercices et un QCM interactifs pour travailler l'**oral** en classe de façon simple et vivante ;
- des **diaporamas** de **calcul mental** organisés selon une progression cohérente (voir ci-contre) ;
- pour chaque chapitre, un **QCM Bilan** qui permet de valider l'ensemble des attendus de fin de cycle ;
- de courtes **vidéos** sur les savoir-faire les plus importants ;
- des **ressources imprimables** (tableaux, figures géométriques, plans, etc.) à distribuer en classe ;
- les fichiers de tous les exercices faisant appel à un logiciel.

L'équipe des auteurs



Calcul mental

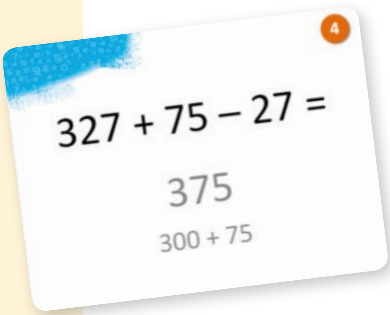
Document pédagogique d'accompagnement des 50 séries de calcul mental

Contenu des diaporamas :

- Chaque diaporama contient six questions dont une question jeu. La réponse suit chaque question.
- Il s'agit de questions de calcul mental automatisé, de calcul mental réfléchi et de calcul mental à l'envers (opérations à trous et jeux). Le calcul mental automatisé a pour objectif d'entretenir et de consolider des automatismes. Le calcul mental réfléchi permet la mise en place du raisonnement pour travailler les propriétés des opérations et des nombres. Le calcul mental automatisé est un outil pour le calcul mental réfléchi. Le calcul mental à l'envers, notamment avec les jeux Trio et Mathador, permet de travailler les ordres de grandeur et donne du sens aux nombres et aux opérations par le questionnement qu'il impose.
- La difficulté des diaporamas est croissante. Ces 50 diaporamas peuvent servir de progression annuelle et de fil conducteur tout au long de l'année de 6^{e}.
- Tous les cinq diaporamas, un diaporama bilan de cinq questions est proposé. Il peut servir de support d'évaluation.
- Certaines questions sont suivies d'une aide qui s'affiche avant la réponse.
- Certaines réponses s'accompagnent d'un commentaire ou d'une explication afin d'éclairer la réponse.

Mode d'emploi :

- Un diaporama peut servir d'activité de mise en train de début d'heure.



- Mais un diaporama peut aussi être positionné en milieu ou en fin d'heure.
- Il est possible d'exploiter ces diaporamas entièrement à l'oral ou bien avec un support écrit, par exemple sur un petit cahier, de façon à garder une trace et une progression. Dans ce cas, l'élève écrit la question puis dispose d'une durée annoncée par le professeur :
  – environ 5 secondes pour du calcul mental automatisé,
  – environ 20 secondes pour une question de calcul mental réfléchi,
  – 1 à 2 minutes pour les questions Trio et Mathador.
  Il est aussi possible d'alterner diaporamas à l'oral et d'autres avec un support écrit, notamment ceux qui contiennent la question « Écris en chiffres ».
- Il est important que les réponses soient données et expliquées par les élèves, si possible volontaires. C'est l'occasion d'échanger au sein de la classe et de proposer d'autres pistes de calcul, éventuellement par d'autres élèves, lorsqu'il s'agit de calcul mental réfléchi.
- La progression proposée pour ces 50 diaporamas peut se moduler et, pourquoi pas, être modifiée. C'est une base de départ qu'il est possible de faire évoluer.
- La fréquence conseillée est d'un ou deux diaporamas par semaine.

Commentaires pédagogiques :

- Lors d'échanges avec la classe sur les différents chemins en calcul mental réfléchi, le professeur peut en profiter pour proposer d'autres pistes et astuces de façon à enrichir les connaissances des élèves.

• Conseils concernant les questions Trio :

Laisser de une à deux minutes de recherche et demander aux élèves de lever la main s'ils ont trouvé une solution. De cette façon, tous les élèves disposent d'une durée minimum de recherche. Cette période de recherche est très importante : c'est à ce moment que les élèves tâtonnent et travaillent les ordres de grandeur. Ils mobilisent et donc consolident leurs connaissances automatisées. Lorsque la période de recherche est terminée, les élèves qui lèvent la main, chacun leur tour, verbalisent leur solution de façon à pouvoir la valider collectivement. Il est également important de montrer sur la grille l'endroit où se trouvent les trois nombres utilisés. Pour les élèves qui n'ont pas trouvé, c'est un moment important qui permet de voir et d'entendre différentes solutions.
Avec un tableau numérique, il est intéressant de demander aux élèves de venir entourer sur le tableau leur Trio, soit les trois nombres utilisés.

À partir de la série 13, chaque grille Trio est précédée d'une diapo annonçant le nombre-cible et demandant d'inventer des solutions sans voir la grille. Trois solutions sont ensuite proposées. Le professeur peut solliciter les élèves avant d'afficher ces trois solutions.
Deux solutions sont toujours proposées après chaque grille Trio.

• Conseils concernant les questions Mathador :

Laisser de une à trois minutes de recherche avec un support écrit (brouillon ou petit cahier de calcul mental). Il est conseillé de demander aux élèves de présenter toutes les étapes de leur solution par un calcul en ligne. Cette période de recherche est très importante, c'est à ce moment que les élèves tâtonnent et travaillent les ordres de grandeur et la décomposition des nombres. Lorsque la période de recherche est terminée, les élèves qui ont trouvé, verbalisent leur solution et peuvent aussi venir écrire les étapes de la solution au tableau. Cette institutionnalisation écrite peut aussi être menée par le professeur. Lors de cette phase écrite, c'est l'occasion de présenter plusieurs solutions au tableau. Dans ce cas, il est intéressant de proposer une solution facile accessible au plus grand nombre, un coup Mathador, s'il a été trouvé et une solution intermédiaire. Les points attribués aux opérations utilisées permettent de faire plus facilement un tri dans les solutions proposées.

Deux solutions sont toujours proposées après chaque situation Mathador. Elles sont présentées avec le total de points qui correspondent à la règle du jeu Mathador. Dans la plupart des cas, il y a une solution simple et un coup Mathador.

À partir de la série 14, chaque situation Mathador est précédée d'une diapo annonçant le nombre-cible et demandant d'inventer des solutions avec deux ou trois nombres sans connaitre le tirage des cinq dés. Quelques solutions sont proposées. Le professeur peut solliciter les élèves avant d'afficher ces solutions.

La logique de cycle

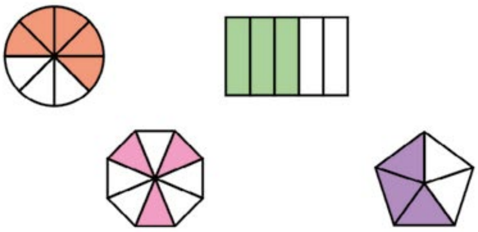
NOUVEAUTÉ

Pour construire le cours

Des questions flash… qui portent sur des activités mentales courtes que l'on peut facilement et rapidement traiter à l'oral et qui mobilisent des notions étudiées en CM1 et CM2.

Questions flash diapo

1. Dans quel(s) cas a-t-on colorié les trois cinquièmes de la figure ?



2. La fraction « trois quarts » s'écrit :

a. $\frac{3}{4}$ **b.** 3,4 **c.** $\frac{4}{3}$

3. La fraction $\frac{7}{11}$ se lit :

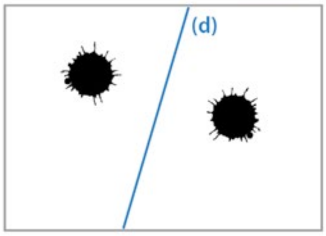
a. sept sur onze
b. onze septièmes
c. sept onzièmes

Des activités… qui permettent de mobiliser des notions déjà étudiées et d'en découvrir de nouvelles. La première activité du chapitre permet de réactiver les acquis de CM2.

La tache (1) CM2 Activité 1

1. a. Prendre une feuille de papier A4 blanche en format paysage.
b. Faire une petite tache d'encre sur la partie gauche de la feuille.
c. Plier la feuille en deux et bien appuyer pour étaler l'encre.
d. Ouvrir la feuille et, avec une règle, repasser en bleu la marque laissée par la pliure. Appeler (d) la droite obtenue.

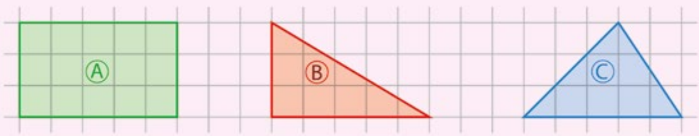
2. Que peut-on dire des deux figures obtenues ?
Comment s'appelle la droite bleue qui a été tracée ?



Des activités à prise d'initiative… qui accordent une place centrale à l'autonomie et à la réflexion de l'élève, qui lui permettent de construire le sens des notions abordées et d'en percevoir l'utilité.

Du rectangle au triangle Activité 2 Prise d'initiative

1. Nathan affirme que les figures B et C ont une aire égale à la moitié de celle de la figure A. A-t-il raison ?



2. Trouver une méthode pour calculer l'aire d'un triangle.

Mission indigo

Pour s’approprier le cours

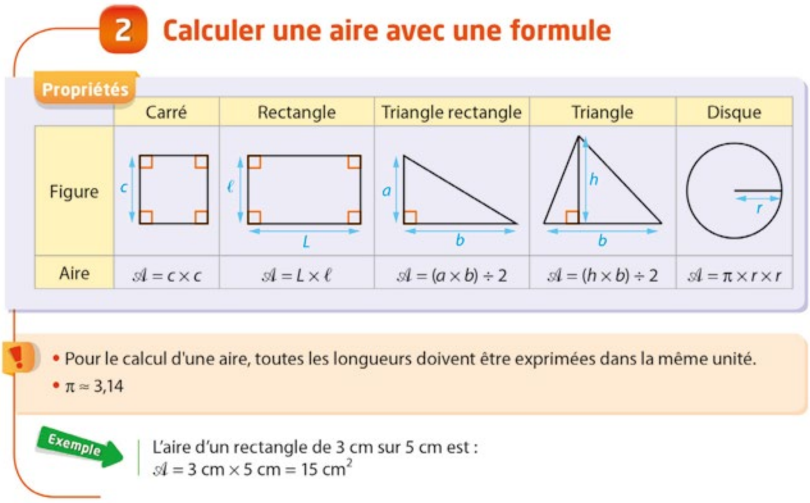
Un cours clair et concis… accessible à tous les élèves, dans lequel il est facile de retrouver les outils pour résoudre les exercices.

Un cours complet… qui reprend l’ensemble des attendus de fin de cycle 3, les notions déjà étudiées au primaire, comme les notions nouvelles de l’année de 6e.

Les notions vues en CM2 sont signalées par un pictogramme. CM2

Un cours structuré… pour faciliter une progression spiralée et identifier facilement les objectifs à atteindre. Chaque chapitre est construit autour de deux, trois ou quatre capacités.

À chacune d’elles correspondent une ou plusieurs activités, un paragraphe de cours, des exercices d’entrainement et un QCM d’auto-évaluation.



2 Calculer une aire avec une formule

Propriétés

	Carré	Rectangle	Triangle rectangle	Triangle	Disque
Figure	c	ℓ, L	a, b	h, b	r
Aire	$\mathcal{A} = c \times c$	$\mathcal{A} = L \times \ell$	$\mathcal{A} = (a \times b) \div 2$	$\mathcal{A} = (h \times b) \div 2$	$\mathcal{A} = \pi \times r \times r$

- Pour le calcul d'une aire, toutes les longueurs doivent être exprimées dans la même unité.
- $\pi \approx 3{,}14$

Exemple

L’aire d’un rectangle de 3 cm sur 5 cm est :
$\mathcal{A} = 3 \text{ cm} \times 5 \text{ cm} = 15 \text{ cm}^2$

Il est ainsi plus aisé de construire une progression spiralée sur la classe de 6e avant de proposer une évaluation des attendus de fin de cycle 3.

Pour valider les attendus de fin de cycle 3

Un QCM… qui permet de valider chaque capacité du chapitre, pour identifier rapidement les besoins des élèves et mettre en place facilement les remédiations nécessaires.

Un QCM spécial pour valider ton cycle 3 dans le manuel numérique !

Faire le point

Corrigés p. 300

QCM Donner **la seule réponse correcte** parmi les trois proposées.

1 Connaitre la notion de fraction partage	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1. Quelle fraction de la surface du rectangle est coloriée en violet ?	$\frac{5}{9}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{7}{12}$
2. Thibaut a parcouru les deux septièmes d’un parcours de 42 km. Cela représente :	12 km	6 km	21 km

Un QCM spécial pour valider ton cycle 3 dans le manuel numérique !

Un QCM spécial… qui reprend l’ensemble des attendus de fin de cycle 3 et qui est disponible dans le manuel numérique enrichi pour l’élève et le manuel numérique enrichi et personnalisable pour l’enseignant. Il permet de proposer cette validation des acquis de manière individualisée, en fonction de l’avancement de chaque élève.

Le socle commun

NOUVEAUTÉ

La contribution des mathématiques au socle commun de connaissances, de compétences et de culture se concrétise par la mobilisation de compétences à travers la résolution de problèmes mathématiques, en lien avec d'autres disciplines ou issus de la vie courante.

Les six compétences mathématiques

Pour mieux cibler les compétences

Chercher	54 69	*Raisonner*	67 72 74
Modéliser	63 64	*Calculer*	65 68
Représenter	66 71	*Communiquer*	68 70 73

Le programme mentionne explicitement comme objectif l'acquisition des six compétences mathématiques qui contribuent notamment à l'acquisition du domaine 1.3 du socle commun.

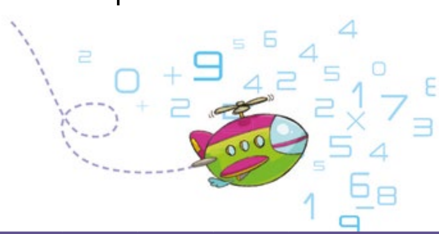
Dans chaque chapitre, un repérage de quelques problèmes permettant de travailler plus spécifiquement chaque compétence est proposé. Cela permet ainsi de s'assurer que chaque compétence est régulièrement mobilisée dans les travaux proposés aux élèves. Cela peut également faciliter une démarche d'évaluation de ces compétences.

Des problèmes mettant en jeu tous les domaines du socle commun

Au-delà des objectifs du programme de mathématiques, chaque enseignement disciplinaire doit contribuer à l'acquisition de l'ensemble du socle commun de connaissances, de compétences et de culture. Les problèmes ont été choisis pour contribuer autant que possible à chaque domaine du socle commun.

1. Les langages pour penser et communiquer
- **1.1.** Comprendre, s'exprimer en utilisant la langue française à l'oral et à l'écrit
- **1.2.** Comprendre, s'exprimer en utilisant une langue étrangère et, le cas échéant, une langue régionale
- **1.3.** Comprendre, s'exprimer en utilisant les langages mathématiques, scientifiques et informatiques
- **1.4.** Comprendre, s'exprimer en utilisant les langages des arts et du corps

2. Les méthodes et outils pour apprendre
3. La formation de la personne et du citoyen
4. Les systèmes naturels et les systèmes techniques
5. Les représentations du monde et l'activité humaine



Problèmes en lien avec les domaines du socle

DOMAINES DU SOCLE	CHAPITRES DU MANUEL														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1.1	65	67	63	71	61	28	62	42	42	53	55	62	44	55	46
1.4	78	69	60	77	68	35	57	50	55	41	54	46	34	56	51
2.	77	62	64	76	70	34	68	48	45	56	52	60	43	51	39
3.	80	77	61	67	65	29	59	38	59	47	56	59	37	53	45
4.	74	79	65	73	64	33	63	55	56	55	50	50	49	52	57
5.	70	80	59	75	63	31	67	52	48	46	49	58		46	58

Des problèmes simples et concrets

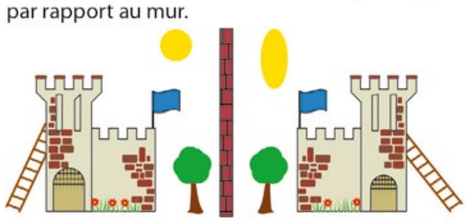
Des problèmes accessibles à tous les élèves

Dans l'esprit du nouveau programme, un très grand choix de problèmes est proposé pour initier les élèves au raisonnement de façon progressive. Dans chaque chapitre, les premiers problèmes sont suffisamment simples pour être abordés par tous les élèves, tout en leur permettant de mobiliser leurs connaissances et de développer leurs compétences.

Chaque problème traite d'un sujet concret, proche de la vie quotidienne des élèves, non seulement pour mieux stimuler leur motivation mais également pour mieux contribuer à une formation complète de la personne et du citoyen.

Certains problèmes, qui se prêtent particulièrement à un travail par groupes, sont repérés par ce pictogramme.

33 Le jeu des sept différences
Ces deux châteaux forts devraient être symétriques par rapport au mur.



• Trouver les sept erreurs qui se sont glissées dans l'image.

46 Le jaguar *Prise d'initiative*
Tous les matins, Gaspard le jaguar part de sa tanière, passe boire à la rivière, puis va grimper dans son arbre rouge préféré.

Vocabulaire
Tanière : Abri souterrain de certaines bêtes sauvages

Voici un plan de son territoire (la rivière est assimilée à une droite) :

• À quel point de la rivière Gaspard doit-il aller boire pour parcourir la plus courte distance possible ?

Des problèmes à prise d'initiative

Des problèmes favorisant la réflexion et l'autonomie des élèves

Des problèmes à prise d'initiative, sur fond rose facilement repérable, dont certains prennent la forme de tâches complexes, permettent d'aller plus loin dans l'acquisition des différentes compétences des élèves, notamment de la compétence *Chercher*. Ils permettent de mettre en œuvre des pratiques d'investigation (essai-erreur, conjecturer-démontrer, etc.) préconisées par le programme.

Des activités à prise d'initiative sont également proposées pour construire le cours.

Des problèmes transversaux à la fin du manuel

Les problèmes transversaux (cinq pages à la fin du manuel) permettent de mobiliser, y compris en évaluation, des connaissances et des compétences variées qui portent sur plusieurs chapitres, à tout moment de l'année scolaire et notamment de remobiliser, dans un contexte nouveau et inconnu, des connaissances abordées antérieurement.

L'accompagnement personnalisé pour tous

NOUVEAUTÉ

Des encadrés *Vocabulaire*

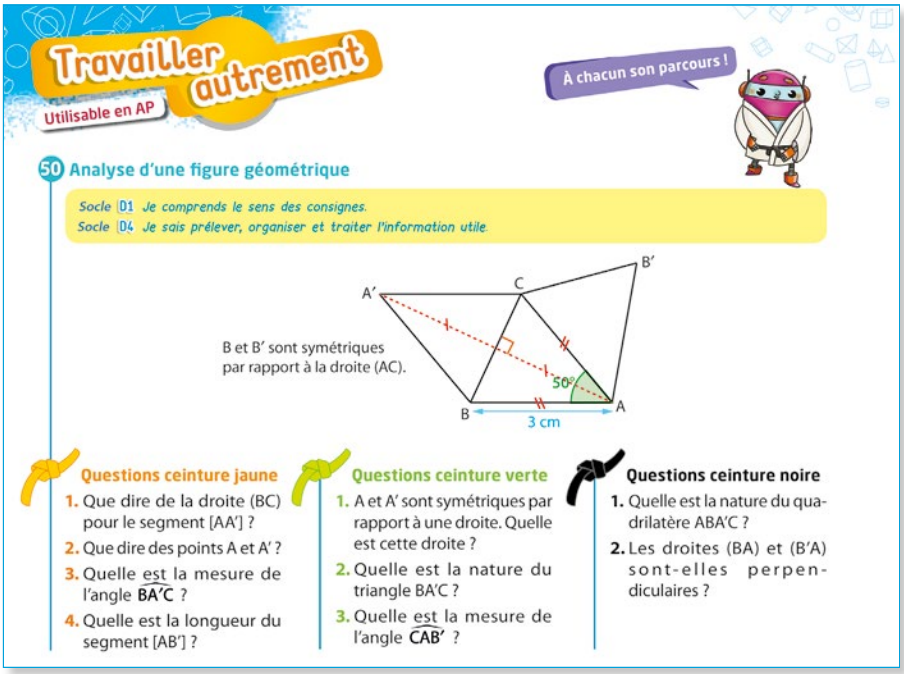
Vocabulaire
Consécutifs : Qui se suivent immédiatement, sans interruption

Tout au long des chapitres, des encadrés *Vocabulaire* donnent la définition des mots difficiles.

Des *Savoir-faire* avec les solutions rédigées et expliquées suivis d'exercices corrigés pour s'entraîner

En face de chaque capacité du cours, un ou deux exercices résolus sont proposés, rédigés avec précision pour permettre à l'élève de passer de la règle à l'exercice, en autonomie ou en remédiation. Les exercices résolus sont toujours suivis d'exercices d'application pour s'entraîner, corrigés en fin de manuel.

Des exercices différenciés regroupés dans la rubrique *Travailler autrement*


Travailler autrement
Utilisable en AP
À chacun son parcours !

50 Analyse d'une figure géométrique

Socle D1 Je comprends le sens des consignes.
Socle D4 Je sais prélever, organiser et traiter l'information utile.

B et B' sont symétriques par rapport à la droite (AC).

Questions ceinture jaune
1. Que dire de la droite (BC) pour le segment [AA'] ?
2. Que dire des points A et A' ?
3. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{BA'C}$?
4. Quelle est la longueur du segment [AB'] ?

Questions ceinture verte
1. A et A' sont symétriques par rapport à une droite. Quelle est cette droite ?
2. Quelle est la nature du triangle BA'C ?
3. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{CAB'}$?

Questions ceinture noire
1. Quelle est la nature du quadrilatère ABA'C ?
2. Les droites (BA) et (B'A) sont-elles perpendiculaires ?

Dans cette rubrique, les exercices sont proposés avec trois énoncés différents, pour des approches différenciées signalées par des **ceintures de couleurs** différentes, comme au judo, afin de valoriser chacun à son niveau.

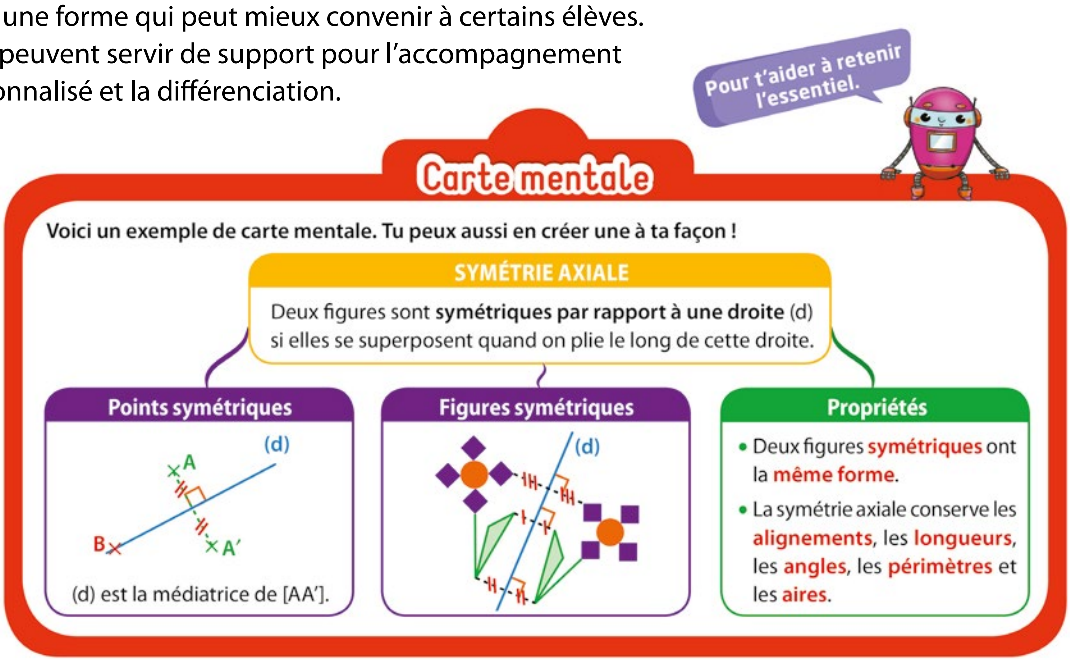
Ces exercices prennent souvent une forme originale : écriture d'énoncés, analyse de productions d'élèves, étude de documents… Certains d'entre eux se résolvent en binômes ou en groupes.

Ces exercices permettent de travailler des **compétences spécifiques du socle commun**, notamment celles des domaines 1 et 2.

Mission indigo

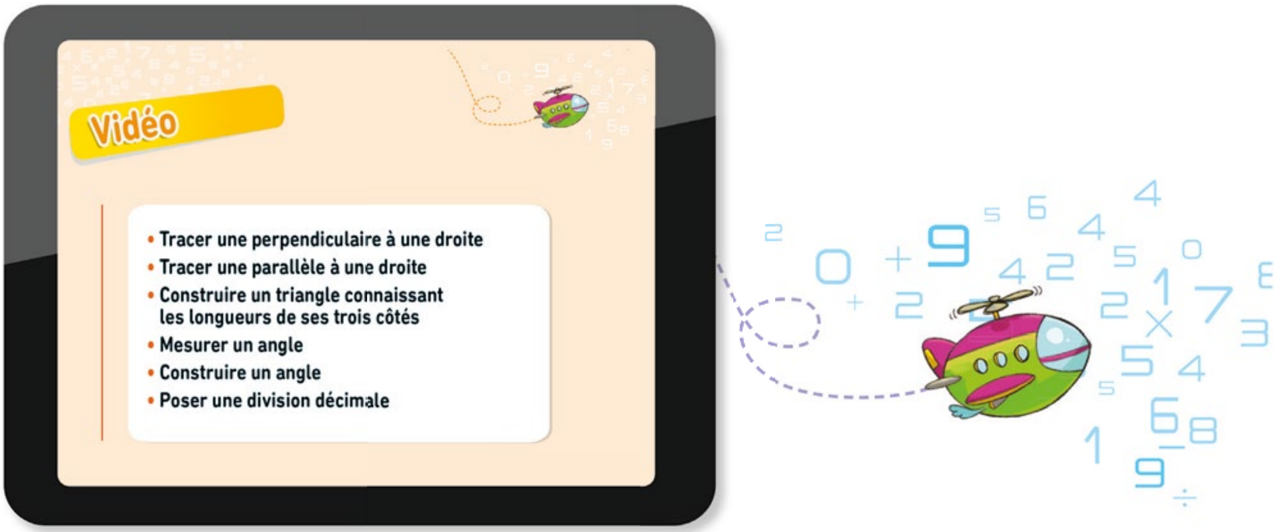
Des cartes mentales

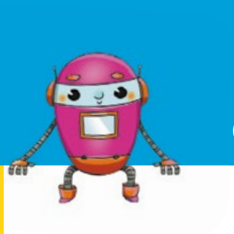
Les cartes mentales permettent à l'élève de mémoriser autrement, de façon visuelle, dans une forme qui peut mieux convenir à certains élèves.
Elles peuvent servir de support pour l'accompagnement personnalisé et la différenciation.



Des vidéos d'aide méthodologique

Les capsules vidéo sur des points de méthode proposés dans le manuel numérique enrichi pour l'élève et le manuel numérique enrichi et personnalisable pour l'enseignant offrent un support différencié pour favoriser la compréhension des notions.

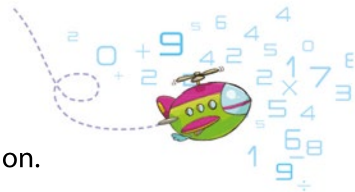




Les outils numériques et l'algorithmique

NOUVEAUTÉ

Un accent mis sur les TICE et l'initiation à l'algorithmique



Le programme de cycle 3 stipule qu'en complément de l'usage du papier, du crayon et de la manipulation d'objets concrets, les outils numériques sont progressivement introduits, notamment l'usage de logiciels de calcul et de numération, de géométrie dynamique et d'initiation à la programmation.

Ces outils numériques permettent de diversifier et d'enrichir l'activité mathématique de l'élève par des démarches de résolution de problèmes différentes.

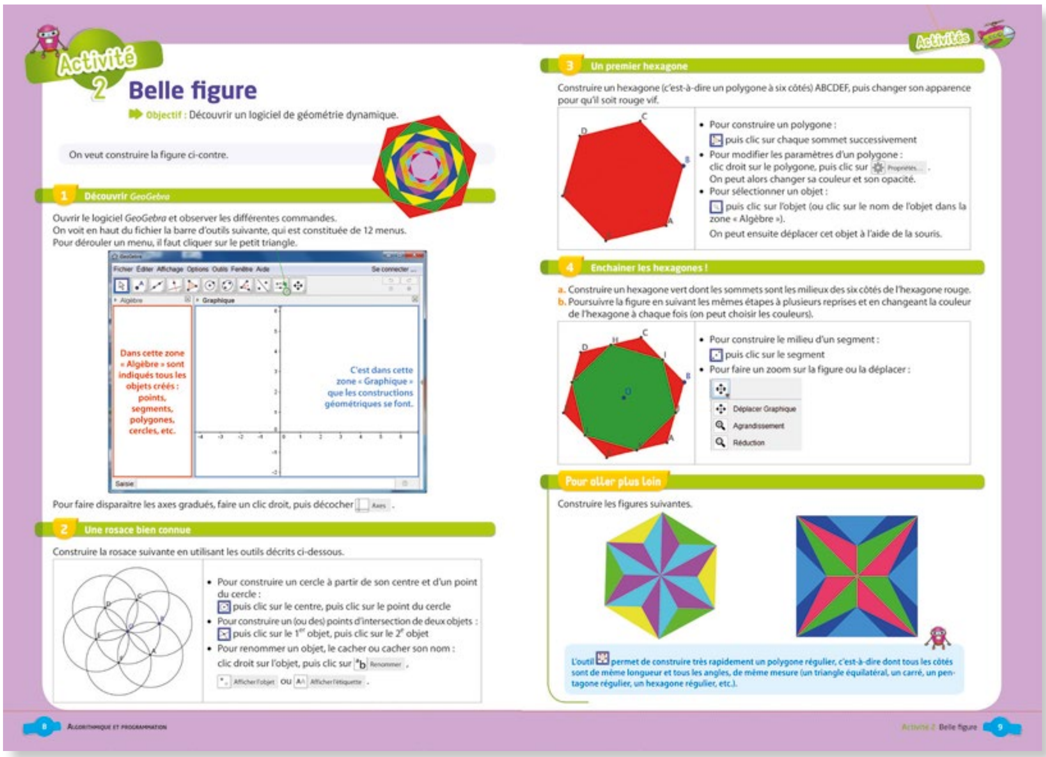
Des activités d'initiation aux outils numériques et à l'algorithmique

Neuf pages d'*Activités de prise en main* en début de manuel permettent de découvrir le tableur, un logiciel de géométrie dynamique et le logiciel Scratch.

Ces activités sont conçues pour s'initier facilement et rapidement aux outils en début d'année afin d'être opérationnel pour résoudre les problèmes proposés dans chaque chapitre.

Les activités avec le logiciel Scratch permettent de réaliser une initiation facile et rapide à l'algorithmique.

Ces activités ont vocation à être traitées en une heure, en salle informatique (ou classe mobile, tablettes…). L'élève peut travailler très largement en autonomie.



Activité 2

Belle figure

Objectif : Découvrir un logiciel de géométrie dynamique.

On veut construire la figure ci-contre.

1 Découvrir *GeoGebra*

Ouvrir le logiciel *GeoGebra* et observer les différentes commandes.
On voit en haut du fichier la barre d'outils suivante, qui est constituée de 12 menus.
Pour dérouler un menu, il faut cliquer sur le petit triangle.

Pour faire disparaitre les axes gradués, faire un clic droit, puis décocher Axes.

2 Une rosace bien connue

Construire la rosace suivante en utilisant les outils décrits ci-dessous.

- Pour construire un cercle à partir de son centre et d'un point du cercle : puis clic sur le centre, puis clic sur le point du cercle
- Pour construire un (ou des) points d'intersection de deux objets : puis clic sur le 1[er] objet, puis clic sur le 2[e] objet
- Pour renommer un objet, le cacher ou cacher son nom : clic droit sur l'objet, puis clic sur Renommer, Afficher l'objet ou Afficher l'étiquette.

8 Algorithmique et programmation

Activités

3 Un premier hexagone

Construire un hexagone (c'est-à-dire un polygone à six côtés) ABCDEF, puis changer son apparence pour qu'il soit rouge vif.

- Pour construire un polygone : puis clic sur chaque sommet successivement
- Pour modifier les paramètres d'un polygone : clic droit sur le polygone, puis clic sur Propriétés… . On peut alors changer sa couleur et son opacité.
- Pour sélectionner un objet : puis clic sur l'objet (ou clic sur le nom de l'objet dans la zone « Algèbre »). On peut ensuite déplacer cet objet à l'aide de la souris.

4 Enchainer les hexagones !

a. Construire un hexagone vert dont les sommets sont les milieux des six côtés de l'hexagone rouge.
b. Poursuivre la figure en suivant les mêmes étapes à plusieurs reprises et en changeant la couleur de l'hexagone à chaque fois (on peut choisir les couleurs).

- Pour construire le milieu d'un segment : puis clic sur le segment
- Pour faire un zoom sur la figure ou la déplacer : Déplacer Graphique, Agrandissement, Réduction

Pour aller plus loin

Construire les figures suivantes.

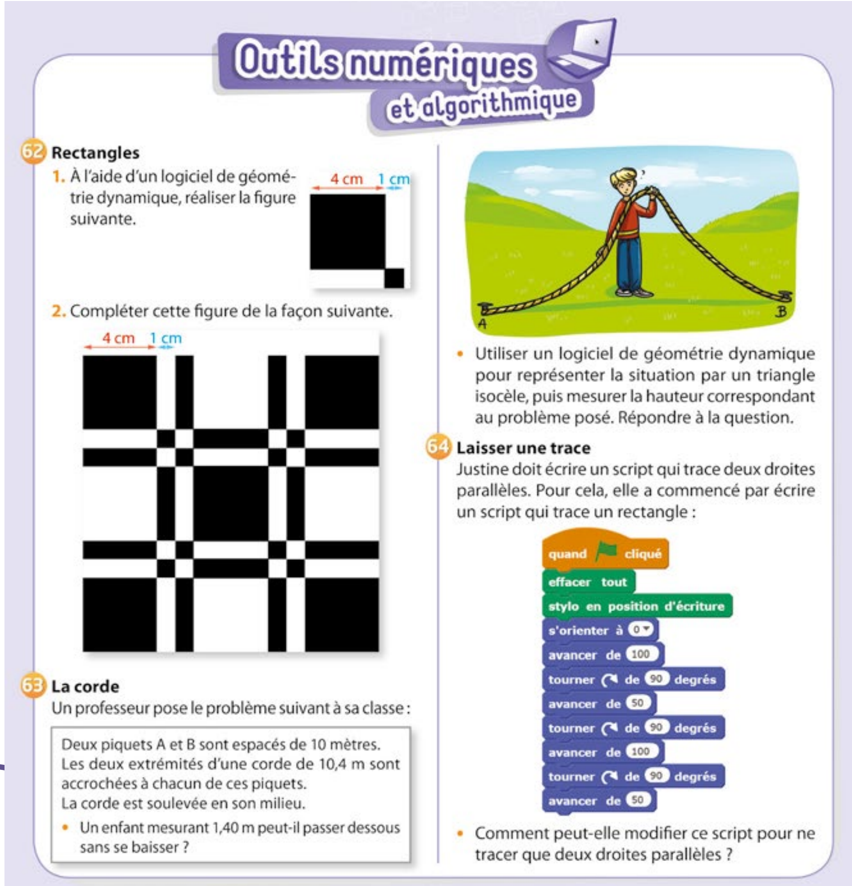
L'outil permet de construire très rapidement un polygone régulier, c'est-à-dire dont tous les côtés sont de même longueur et tous les angles, de même mesure (un triangle équilatéral, un carré, un pentagone régulier, un hexagone régulier, etc.).

Activité 2 Belle figure 9

Une page dédiée dans chaque chapitre…

Une page est dédiée dans chaque chapitre aux outils numériques et à l'algorithmique, pour un travail en classe ou en salle informatique.

Les exercices peuvent être traités de façon souple : en classe avec papier-crayon, avec un vidéoprojecteur ou un tableau interactif, ou en salle informatique. Ils mobilisent les notions mathématiques du chapitre et restent faciles d'accès.


Outils numériques et algorithmique

62 Rectangles

1. À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, réaliser la figure suivante.

4 cm 1 cm

2. Compléter cette figure de la façon suivante.

4 cm 1 cm

63 La corde

Un professeur pose le problème suivant à sa classe :

Deux piquets A et B sont espacés de 10 mètres.
Les deux extrémités d'une corde de 10,4 m sont accrochées à chacun de ces piquets.
La corde est soulevée en son milieu.

- Un enfant mesurant 1,40 m peut-il passer dessous sans se baisser ?

A B

- Utiliser un logiciel de géométrie dynamique pour représenter la situation par un triangle isocèle, puis mesurer la hauteur correspondant au problème posé. Répondre à la question.

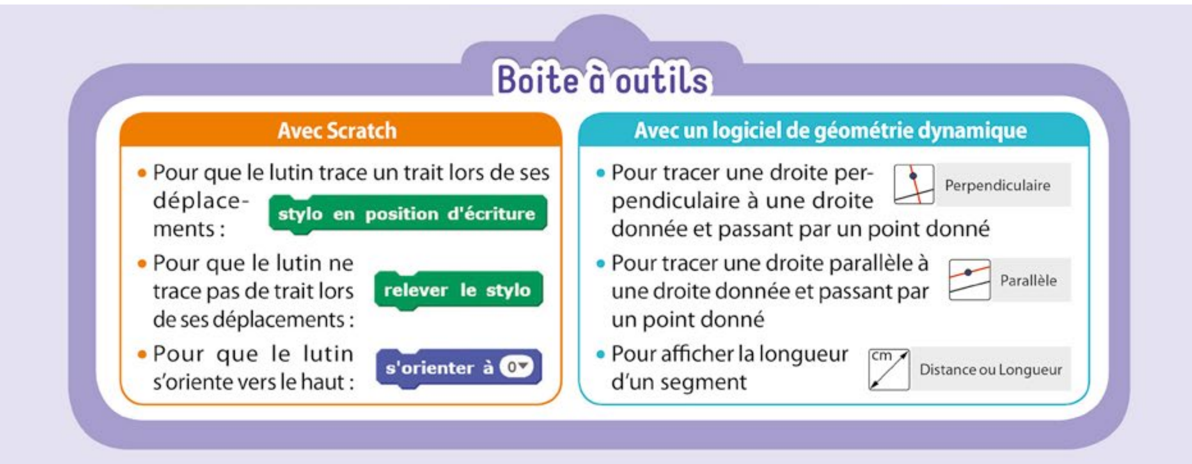
64 Laisser une trace

Justine doit écrire un script qui trace deux droites parallèles. Pour cela, elle a commencé par écrire un script qui trace un rectangle :

```
quand [drapeau] cliqué
effacer tout
stylo en position d'écriture
s'orienter à 0
avancer de 100
tourner ↻ de 90 degrés
avancer de 50
tourner ↻ de 90 degrés
avancer de 100
tourner ↻ de 90 degrés
avancer de 50
```

- Comment peut-elle modifier ce script pour ne tracer que deux droites parallèles ?

Pour rendre l'élève plus autonome et lui permettre de se concentrer sur les aspects mathématiques des problèmes qu'il résout, cette page propose également une *Boîte à outils*, dans laquelle les élèves peuvent aller piocher pour résoudre les exercices.


Boîte à outils

Avec Scratch

- Pour que le lutin trace un trait lors de ses déplacements : stylo en position d'écriture
- Pour que le lutin ne trace pas de trait lors de ses déplacements : relever le stylo
- Pour que le lutin s'oriente vers le haut : s'orienter à 0

Avec un logiciel de géométrie dynamique

- Pour tracer une droite perpendiculaire à une droite donnée et passant par un point donné : Perpendiculaire
- Pour tracer une droite parallèle à une droite donnée et passant par un point donné : Parallèle
- Pour afficher la longueur d'un segment : Distance ou Longueur

L'interdisciplinarité

NOUVEAUTÉ

Pour donner du sens aux notions étudiées et éviter les cloisonnements disciplinaires, de nombreux problèmes en lien avec d'autres disciplines sont proposés.

Problèmes en lien avec les trois parcours

Certains problèmes contribuent aux trois « parcours éducatifs » qui structurent la scolarité obligatoire :

- le **Parcours citoyen**, en lien avec les valeurs de la République, l'éducation aux médias et à l'information, l'éducation à l'environnement et au développement durable,
- le **Parcours d'éducation artistique et culturelle** pour aller à la rencontre d'œuvres dans les domaines des arts et du patrimoine,
- le **Parcours avenir** pour comprendre le monde économique et professionnel, ainsi que la diversité des métiers et des formations.

56 **Agrandissement**
PEAC
Le sculpteur Quentin Garel fait des agrandissements très réalistes de crânes d'animaux.
Sur cette sculpture, le crâne de flamant rose mesure environ 1,50 m de long.
Dans la nature, un crâne de flamant rose mesure environ 10 cm de long et 4 cm de large.

- Quelle est la largeur de la sculpture ?

Ces problèmes sont repérés par des pictogrammes dans chaque manuel.

Problèmes en lien avec d'autres disciplines

De nombreux problèmes interdisciplinaires présents dans chaque chapitre permettent de donner du sens aux différents apprentissages effectués dans les autres matières.

À Bordeaux, les façades de la place de la Bourse se réfléchissent dans le miroir d'eau. Cette « reflexion » est une symétrie axiale.

63 **Compost**
SVT
Un tiers de nos déchets organiques peut être recyclé pour fabriquer du compost (épluchures, coquilles d'œufs, feuilles, herbe…), ce qui représente 40 kg par habitant et par an.

D'après l'Insee, il y avait 66 627 602 habitants en France au 1er janvier 2016.

- Estimer la quantité totale de déchets organiques produits en France en 2016.

Sur la page d'ouverture du chapitre, un encadré de culture générale ou d'histoire des mathématiques fait réfléchir sur la place des mathématiques dans l'ensemble des connaissances. Un des problèmes du chapitre propose d'approfondir le thème abordé.

Un manuel pour captiver les élèves

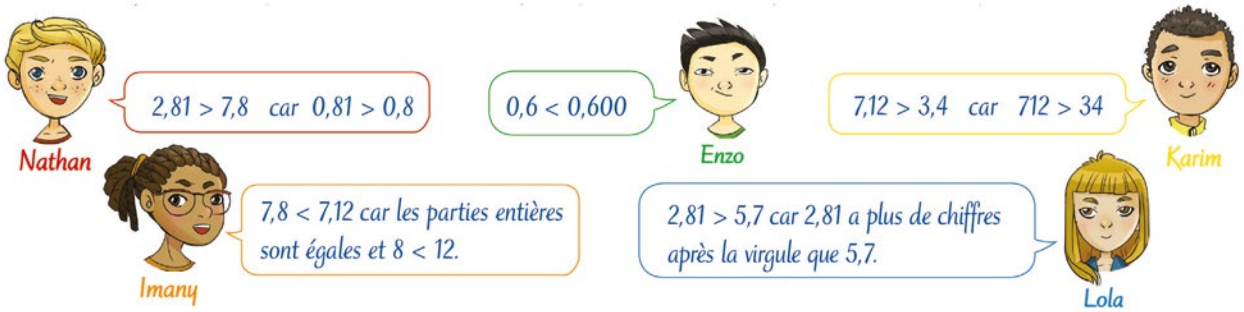
Un univers graphique accrocheur

La collection **Mission Indigo** s'inscrit dans le thème du voyage dans l'univers, sur différentes planètes. Dans le manuel de 6e, l'élève est une fois de plus invité à voyager à bord d'un vaisseau spatial pour faire le tour du programme.

Pour le guider, un robot lui fixe une mission au début de chaque chapitre et l'accompagne tout au long de son voyage au fil des rubriques, lui prodiguant des conseils pratiques.

Attention ! 7 est plus petit que 46 mais 2,7 est plus grand que 2,46.

Des personnages, auxquels les élèves peuvent s'identifier, illustrent les activités et les exercices.



Proposition de progression sur le cycle 3

Partie I – Nombres et calculs

	CHAPITRES	CAPACITÉS	CM1	CM2	6e
1	**Nombres entiers** La progressivité se fait sur le nombre d'étapes et la détermination ou non de celles-ci. La progressivité sera mise en place à partir de la maitrise des unités de mesure de durées et de leurs relations.	**1.** Lire et écrire des nombres entiers	jusqu'au million... puis progressivement jusqu'au milliard		
		2. Additionner, soustraire et multiplier avec des nombres entiers	Chercher les compléments à l'unité, à la dizaine, à la centaine supérieure Multiplier par 10 ; 100… →		
		3. Estimer un ordre de grandeur	Évaluer mentalement un ordre de grandeur ; vérifier la vraisemblance d'un résultat →		
		4. Calculer avec des durées	Consolider la lecture de l'heure, l'utilisation des unités de mesure des durées et des instruments de mesure des durées. Calculer une durée, déterminer un instant →		
2	**Nombres décimaux**	**1.** Comprendre et utiliser les nombres décimaux **2.** Repérer un nombre décimal sur une demi-droite graduée **3.** Comparer des nombres décimaux	On peut se limiter aux centièmes →		dix-millièmes
3	**Addition, soustraction et multiplication** La progressivité se fait sur le nombre d'étapes et la détermination ou non de celles-ci.	**1.** Additionner et soustraire avec des nombres décimaux	→		
		2. Multiplier avec des nombres décimaux		Multiplier un décimal par un entier →	Multiplier deux décimaux
		3. Utiliser les priorités de calcul	Utilisation des parenthèses dans des situations très simples Priorité de la multiplication sur l'addition et la soustraction		
4	**Division** La progressivité se fait sur le nombre d'étapes et la détermination ou non de celles-ci.	**1.** Effectuer et utiliser une division euclidienne	Effectuer et utiliser une division euclidienne →		
		2. Déterminer des multiples et diviseurs	Pour des nombres courants →		
		3. Utiliser les critères de divisibilité	Par 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 9 ; 10		
		4. Effectuer et utiliser une division décimale		Effectuer la division de deux nombres entiers avec un quotient décimal et la division d'un nombre décimal par un nombre entier	→
5	**Fractions**	**1.** Connaitre la notion de fraction partage	Fractions simples $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{2}$… →		
		2. Connaitre la notion de fraction quotient			Fraction quotient
		3. Repérer une fraction sur une demi-droite graduée			Repérer une fraction sur une demi-droite graduée et établir des égalités entre fractions simples
		4. Encadrer une fraction			Encadrer une fraction
6	**Représentation et traitement de données**	**1.** Lire et exploiter un tableau, un diagramme et un graphique	Prélever des données numériques à partir d'un support	à partir de deux supports complémentaires	à partir de plusieurs supports pour aller vers des tâches complexes
		2. Produire un tableau, un diagramme et un graphique	→		
7	**Proportionnalité** Les procédures du type passage par l'unité ou calcul du coefficient de proportionnalité sont mobilisées progressivement sur des problèmes le nécessitant et en fonction des nombres.	**1.** Reconnaitre une situation de proportionnalité	→		
		2. Calculer une quatrième proportionnelle	Propriétés de linéarité (additive et multiplicative) avec des nombres entiers →		
		3. Utiliser une échelle		Utiliser une échelle →	
		4. Appliquer un taux de pourcentage		Utiliser des pourcentages dans des cas simples (50%, 25%, 75%, 10%) où aucune technique n'est nécessaire en lien avec les fractions d'une quantité →	Appliquer un taux de pourcentage

Partie II – Espace et géométrie

	CHAPITRES	CAPACITÉS	CM1	CM2	6e
8	**Distance et cercle**	**1.** Tracer et mesurer un segment	→	→	Les notations sont introduites au fur et à mesure de leur utilité
		2. Construire et utiliser un cercle			
		3. Construire et utiliser un triangle			
		4. Construire et utiliser un losange			
9	**Longueur et périmètre** La construction et l'utilisation des formules du périmètre du carré et du rectangle interviennent progressivement.	**1.** Comparer et mesurer des périmètres	→	→	→
		2. Calculer le périmètre d'un polygone	→	→	→
		3. Calculer la longueur d'un cercle			Calculer la longueur d'un cercle, découverte du nombre π
10	**Droites**	**1.** Tracer des droites perpendiculaires	→	→	Distance entre un point et une droite
		2. Tracer des droites parallèles	→	→	Découverte du parallélogramme
		3. Connaitre et construire un rectangle, un carré, un triangle rectangle			
11	**Angles**	**1.** Connaitre et utiliser la notion d'angle	Estimer si un angle est aigu, droit, obtus Comparaison des angles Reproduction avec un gabarit	→	→
		2. Mesurer un angle			Unité de mesure des angles ; utilisation du rapporteur
		3. Construire un angle			
		4. Construire un triangle			
12	**Figures usuelles et aires**	**1.** Comparer et déterminer des aires	Comparer et classer des surfaces selon leur aire Estimer l'aire à l'aide d'une surface de référence	→	→
		2. Calculer une aire avec une formule	Découverte des unités d'aire et de leurs relations	→	→
		3. Calculer l'aire d'une figure complexe	Formule de l'aire d'un carré et d'un rectangle	→	Formules de l'aire d'un triangle rectangle, d'un triangle dont une hauteur est connue, d'un disque
13	**Symétrie axiale** Un travail préalable sur les figures permet d'illustrer l'aspect global de la symétrie plutôt que de procéder de façon détaillée (par le point, le segment, la droite).	**1.** Reconnaitre deux figures symétriques par rapport à une droite	→	→	→
		2. Construire le symétrique d'un point par rapport à une droite			
		3. Connaitre et utiliser les propriétés de la symétrie axiale			
14	**Axes de symétrie d'une figure** Pour construire ou compléter des figures planes par symétrie, les procédures évoluent et s'enrichissent au cours du cycle par un jeu sur les figures, sur les instruments et les supports variés (pliage, calque puis utilisation de l'équerre ou du compas).	**1.** Reconnaitre et construire des axes de symétrie	→	→	→
		2. Compléter une figure par symétrie axiale			
		3. Connaitre les axes de symétrie des triangles particuliers			
		4. Connaitre les axes de symétrie des quadrilatères particuliers			
15	**Espace et volume**	**1.** Reconnaitre et représenter des solides	→	→	→
		2. Connaitre le pavé droit			
		3. Se repérer dans le plan et dans l'espace			
		4. Déterminer un volume	Comparaison des contenances ; mesure de contenances ; utilisation des unités usuelles et de leurs relations (L, dL, cL, mL)	→	Volume d'un pavé droit. Lien entre les unités de volume et de contenance

Proposition de progression pour la classe de 6e

Progression par chapitre

CHAPITRE	TITRE
1	Nombres entiers
8	Distance et cercle
2	Nombres décimaux
10	Droites
3	Addition, soustraction et multiplication
9	Longueur et périmètre
4	Division
11	Angles

CHAPITRE	TITRE
7	Proportionnalité
12	Figures usuelles et aires
5	Fractions
13	Symétrie axiale
6	Représentation et traitement de données
15	Espace et volume
14	Axes de symétrie d'une figure

Progression spiralée

SÉQUENCE	CHAPITRE	CAPACITÉ ÉTUDIÉE
1	1	Lire et écrire des nombres entiers
	6	Lire et exploiter un tableau, un diagramme et un graphique
2	8	Tracer et mesurer un segment
	8	Construire et utiliser un cercle
3	1	Additionner, soustraire et multiplier avec des nombres entiers
	1	Estimer un ordre de grandeur
4	8	Construire et utiliser un triangle
	8	Construire et utiliser un losange
5	2	Comprendre et utiliser les nombres décimaux
	2	Repérer un nombre décimal sur une demi-droite graduée
	2	Comparer des nombres décimaux
6	10	Tracer des droites perpendiculaires
	10	Tracer des droites parallèles
7	3	Additionner et soustraire avec des nombres décimaux
	9	Comparer et mesurer des périmètres
	9	Calculer le périmètre d'un polygone
8	3	Multiplier avec des nombres décimaux
	3	Utiliser les priorités de calcul
	9	Calculer la longueur d'un cercle
9	4	Effectuer et utiliser une division euclidienne
	1	Calculer avec des durées
10	11	Connaitre et utiliser la notion d'angle
	11	Mesurer un angle
11	4	Déterminer des multiples et diviseurs
	4	Utiliser les critères de divisibilité
12	10	Connaitre et construire un rectangle, un carré, un triangle rectangle
	12	Comparer et déterminer des aires

SÉQUENCE	CHAPITRE	CAPACITÉ ÉTUDIÉE
13	4	Effectuer et utiliser une division décimale
	7	Reconnaitre une situation de proportionnalité
14	11	Construire un angle
	11	Construire un triangle
	13	Reconnaitre deux figures symétriques par rapport à une droite
15	7	Calculer une quatrième proportionnelle
	7	Appliquer un taux de pourcentage
	6	Produire un tableau, un diagramme et un graphique
16	15	Reconnaitre et représenter des solides
	15	Connaitre le pavé droit
17	5	Connaitre la notion de fraction partage
	5	Connaitre la notion de fraction quotient
18	13	Construire le symétrique d'un point par rapport à une droite
	13	Connaitre et utiliser les propriétés de la symétrie axiale
19	5	Repérer une fraction sur une demi-droite graduée
	5	Encadrer une fraction
20	12	Calculer une aire avec une formule
	12	Calculer l'aire d'une figure complexe
21	14	Reconnaitre et construire des axes de symétrie
	14	Compléter une figure par symétrie axiale
23	7	Utiliser une échelle
	15	Se repérer dans le plan et dans l'espace
	15	Déterminer un volume
24	14	Connaitre les axes de symétrie des triangles particuliers
	14	Connaitre les axes de symétrie des quadrilatères particuliers

Nombres et calculs	Espace et géométrie

Programme officiel du cycle 3

Dans la continuité des cycles précédents, le cycle 3 assure la poursuite du développement des six compétences majeures des mathématiques : chercher, modéliser, représenter, calculer, raisonner et communiquer. La résolution de problèmes constitue le critère principal de la maitrise des connaissances dans tous les domaines des mathématiques, mais elle est également le moyen d'en assurer une appropriation qui en garantit le sens. Si la modélisation algébrique relève avant tout du cycle 4 et du lycée, la résolution de problèmes permet déjà de montrer comment des notions mathématiques peuvent être des outils pertinents pour résoudre certaines situations.

Extrait du BO spécial N° 11 du 26 novembre 2015

Compétences	Domaines du socle
Chercher Prélever et organiser les informations nécessaires à la résolution de problèmes à partir de supports variés : textes, tableaux, diagrammes, graphiques, dessins, schémas, etc. S'engager dans une démarche, observer, questionner, manipuler, expérimenter, émettre des hypothèses, en mobilisant des outils ou des procédures mathématiques déjà rencontrées, en élaborant un raisonnement adapté à une situation nouvelle. Tester, essayer plusieurs pistes de résolution.	2, 4
Modéliser Utiliser les mathématiques pour résoudre quelques problèmes issus de situations de la vie quotidienne. Reconnaitre et distinguer des problèmes relevant de situations additives, multiplicatives, de proportionnalité. Reconnaitre des situations réelles pouvant être modélisées par des relations géométriques (alignement, parallélisme, perpendicularité, symétrie). Utiliser des propriétés géométriques pour reconnaitre des objets.	1, 2, 4
Représenter Utiliser des outils pour représenter un problème : dessins, schémas, diagrammes, graphiques, écritures avec parenthèses ... Produire et utiliser diverses représentations des fractions simples et des nombres décimaux. Analyser une figure plane sous différents aspects (surface, contour de celle-ci, lignes et points). Reconnaitre et utiliser des premiers éléments de codage d'une figure plane ou d'un solide. Utiliser et produire des représentations de solides et de situations spatiales.	1, 5
Raisonner Résoudre des problèmes nécessitant l'organisation de données multiples ou la construction d'une démarche qui combine des étapes de raisonnement. En géométrie, passer progressivement de la perception au contrôle par les instruments pour amorcer des raisonnements s'appuyant uniquement sur des propriétés des figures et sur des relations entre objets. Progresser collectivement dans une investigation en sachant prendre en compte le point de vue d'autrui. Justifier ses affirmations et rechercher la validité des informations dont on dispose.	2, 3, 4
Calculer Calculer avec des nombres décimaux, de manière exacte ou approchée, en utilisant des stratégies ou des techniques appropriées (mentalement, en ligne, ou en posant les opérations). Contrôler la vraisemblance de ses résultats. Utiliser une calculatrice pour trouver ou vérifier un résultat.	4
Communiquer Utiliser progressivement un vocabulaire adéquat et/ou des notations adaptées pour décrire une situation, exposer une argumentation. Expliquer sa démarche ou son raisonnement, comprendre les explications d'un autre et argumenter dans l'échange.	1, 3

Nombres et calculs

Attendus de fin de cycle
Utiliser et représenter les grands nombres entiers, des fractions simples, les nombres décimaux. Calculer avec des nombres entiers et des nombres décimaux. Résoudre des problèmes en utilisant des fractions simples, les nombres décimaux et le calcul.

Connaissances et compétences associées	Exemples de situations, d'activités et de ressources pour l'élève
Utiliser et représenter les grands nombres entiers, des fractions simples, les nombres décimaux	
Composer, décomposer les grands nombres entiers, en utilisant des regroupements par milliers. – Unités de numération (unités simples, dizaines, centaines, milliers, millions, milliards) et leurs relations. Comprendre et appliquer les règles de la numération aux grands nombres (jusqu'à 12 chiffres). Comparer, ranger, encadrer des grands nombres entiers, les repérer et les placer sur une demi-droite graduée adaptée.	Situations dont la résolution mobilise des connaissances sur la numération ou des conversions d'unités de numération. Illustrer les grands nombres à l'aide d'exemples d'ordres de grandeurs (population française, population mondiale, rayon de la Terre, âge du système solaire...). Le travail sur certaines unités de masse ou de longueur et sur leurs relations (gramme, kilogramme, tonne ; centimètre, mètre, kilomètre, etc.) permet un retour sur les règles de numération.
Comprendre et utiliser la notion de fractions simples. – Écritures fractionnaires. – Diverses désignations des fractions (orales, écrites et décompositions). Repérer et placer des fractions sur une demi-droite graduée adaptée. – Une première extension de la relation d'ordre. Encadrer une fraction par deux nombres entiers consécutifs. Établir des égalités entre des fractions simples.	Utiliser des fractions pour : – rendre compte de partage de grandeurs ou de mesure de grandeurs dans des cas simples ; – exprimer un quotient. Situation permettant de relier les formulations la moitié, le tiers, le quart et 1/2 de, 1/3 de, 1/4 de, etc. (fractions vues comme opérateurs). Par exemple, en utilisant une demi-droite graduée, les élèves établissent que 5/10 = 1/2, que 10/100 = 1/10, etc. Écrire une fraction sous forme de somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1.

Nombres et calculs (suite)

Comprendre et utiliser la notion de nombre décimal. – Spécificités des nombres décimaux. Associer diverses désignations d'un nombre décimal (fractions décimales, écritures à virgule et décompositions). – Règles et fonctionnement des systèmes de numération dans le champ des nombres décimaux, relations entre unités de numération (point de vue décimal), valeurs des chiffres en fonction de leur rang dans l'écriture à virgule d'un nombre décimal (point de vue positionnel). Repérer et placer des décimaux sur une demi-droite graduée adaptée. Comparer, ranger, encadrer, intercaler des nombres décimaux. – Ordre sur les nombres décimaux.	Situations nécessitant : – d'utiliser des nombres décimaux pour rendre compte de partage de grandeurs ou de mesure de grandeurs dans des cas simples ; – d'utiliser différentes représentations : mesures de longueurs et aires, une unité étant choisie ; – de faire le lien entre les unités de numération et les unités de mesure (dixième/dm/dg/dL, centième/cm/cg/cL/centimes d'euro, etc.). La demi-droite numérique graduée est l'occasion de mettre en évidence des agrandissements successifs de la graduation du 1/10 au 1/1000.
Calculer avec des nombres entiers et des nombres décimaux	
Mémoriser des faits numériques et des procédures élémentaires de calcul. Élaborer ou choisir des stratégies de calcul à l'oral et à l'écrit. Vérifier la vraisemblance d'un résultat, notamment en estimant son ordre de grandeur. – Addition, soustraction, multiplication, division. – Propriétés des opérations : 2 + 9 = 9 + 2 3 x 5 x 2 = 3 x 10 5 x 12 = 5 x 10 + 5 x 2 – Faits et procédures numériques additifs et multiplicatifs. – Multiples et diviseurs des nombres d'usage courant. – Critères de divisibilité (2, 3, 4, 5, 9, 10).	Exemples de faits et procédures numériques : – multiplier ou diviser par 10, par 100, par 1000 un nombre décimal, – rechercher le complément à l'unité, à la dizaine, à la centaine supérieure, – encadrer un nombre entre deux multiples consécutifs, – trouver un quotient, un reste, – multiplier par 5, par 25, par 50, par 100, par 0,1, par 0,5 ... Utiliser différentes présentations pour communiquer les calculs (formulations orales, calcul posé, en ligne, en colonne, etc.). En lien avec la calculatrice, introduire et travailler la priorité de la multiplication sur l'addition et la soustraction ainsi que l'usage des parenthèses.
Calcul mental : calculer mentalement pour obtenir un résultat exact ou évaluer un ordre de grandeur.	
Calcul en ligne : utiliser des parenthèses dans des situations très simples. – Règles d'usage des parenthèses.	
Calcul posé : mettre en œuvre un algorithme de calcul posé pour l'addition, la soustraction, la multiplication, la division. – Techniques opératoires de calcul (dans le cas de la division, on se limite à diviser par un entier).	
Calcul instrumenté : utiliser une calculatrice pour trouver ou vérifier un résultat. – Fonctions de base d'une calculatrice.	
Résoudre des problèmes en utilisant des fractions simples, les nombres décimaux et le calcul	
Résoudre des problèmes mettant en jeu les quatre opérations. Sens des opérations. Problèmes relevant : – des structures additives ; – des structures multiplicatives.	Enrichir le répertoire des problèmes additifs et multiplicatifs, notamment les problèmes relevant de la division.
Organisation et gestion de données Prélever des données numériques à partir de supports variés. Produire des tableaux, diagrammes et graphiques organisant des données numériques. Exploiter et communiquer des résultats de mesures. Représentations usuelles : – tableaux (en deux ou plusieurs colonnes, à double entrée) ; – diagrammes en bâtons, circulaires ou semi-circulaires ; – graphiques cartésiens.	Extraire ou traiter des données issues d'articles de journaux. Organiser des données issues d'autres enseignements (sciences et technologie, histoire et géographie, éducation physique et sportive...) en vue de les traiter.
Proportionnalité Reconnaitre et résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité en utilisant une procédure adaptée.	Situations permettant une rencontre avec des échelles, des vitesses constantes, des taux de pourcentage, en lien avec l'étude des fractions décimales. Mobiliser les propriétés de linéarité (additives et multiplicatives), de proportionnalité, de passage à l'unité. Utiliser des exemples de tableaux de proportionnalité.

Repères de progressivité
Il est possible, lors de la résolution de problèmes, d'aller au-delà des repères de progressivité identifiés pour chaque niveau.
En début du cycle, les nombres sont abordés jusqu'à 1 000 000, puis progressivement jusqu'au milliard. Ce travail devra être entretenu tout au long du cycle 3.
Fractions et décimaux : Les fractions sont à la fois objet d'étude et support pour l'introduction et l'apprentissage des nombres décimaux. Pour cette raison, on commence dès le CM1 l'étude des fractions simples (comme $\frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{5}{3}$) et des fractions décimales. Du CM1 à la 6e, on aborde différentes conceptions possibles de la fraction, du partage de grandeurs jusqu'au quotient de deux nombres entiers, qui sera étudié en 6e. Pour les nombres décimaux, les activités peuvent se limiter aux centièmes en début de cycle pour s'étendre aux dix-millièmes en 6e.
Le calcul : La pratique du calcul mental s'étend progressivement des nombres entiers aux nombres décimaux, et les procédures à mobiliser se complexifient.
Les différentes techniques opératoires portent sur des nombres entiers et/ou des nombres décimaux :
– addition et soustraction pour les nombres décimaux dès le CM1 ;
– multiplication d'un nombre décimal par un nombre entier au CM2, de deux nombres décimaux en 6e ;
– division euclidienne dès le début de cycle, division de deux nombres entiers avec quotient décimal, division d'un nombre décimal par un nombre entier à partir du CM2.
La résolution de problème : La progressivité sur la résolution de problèmes, outre la structure mathématique du problème, repose notamment sur :
– les nombres mis en jeu : entiers (tout au long du cycle) puis décimaux ;
– le nombre d'étapes de calcul et la détermination ou non de ces étapes par les élèves : selon les cas, à tous les niveaux du cycle 3, on passe de problèmes dont la solution engage une démarche à une ou plusieurs étapes indiquées dans l'énoncé à des problèmes, en 6e, nécessitant l'organisation de données multiples ou la construction d'une démarche ;
– les supports envisagés pour la prise d'informations : la collecte des informations utiles peut se faire à partir d'un support unique en CM1 (texte ou tableau ou représentation graphique) puis à partir de deux supports complémentaires pour aller vers des tâches complexes mêlant plusieurs supports en 6e.
La communication de la démarche et des résultats prend différentes formes et s'enrichit au cours du cycle.
Dès le début du cycle, les problèmes proposés relèvent des quatre opérations, l'objectif est d'automatiser la reconnaissance de l'opération en fin de cycle 3.

Grandeurs et mesures

Attendus de fin de cycle	
Comparer, estimer, mesurer des grandeurs géométriques avec des nombres entiers et des nombres décimaux : longueur (périmètre), aire, volume, angle. Utiliser le lexique, les unités, les instruments de mesures spécifiques de ces grandeurs. Résoudre des problèmes impliquant des grandeurs (géométriques, physiques, économiques) en utilisant des nombres entiers et des nombres décimaux.	
Connaissances et compétences associées	**Exemples de situations, d'activités et de ressources pour l'élève**
Comparer, estimer, mesurer des grandeurs géométriques avec des nombres entiers et des nombres décimaux : longueur (périmètre), aire, volume, angle Utiliser le lexique, les unités, les instruments de mesures spécifiques de ces grandeurs	
Comparer des périmètres avec ou sans recours à la mesure. – Notion de longueur : cas particulier du périmètre. – Formule du périmètre d'un carré, d'un rectangle. – Formule de la longueur d'un cercle. – Unités relatives aux longueurs : relations entre les unités de longueur et les unités de numération (grands nombres, nombres décimaux).	Utiliser des instruments de mesure : décamètre, pied à coulisse, visée laser (télémètre), applications numériques diverses. Adapter le choix de l'unité, de l'instrument en fonction de l'objet (ordre de grandeur) ou en fonction de la précision souhaitée. Aborder la notion de distance comme plus court chemin entre deux points, entre un point et une droite.
Comparer, classer et ranger des surfaces selon leurs aires sans avoir recours à la mesure. Différencier aire et périmètre d'une surface. Déterminer la mesure de l'aire d'une surface à partir d'un pavage simple ou en utilisant une formule. Estimer la mesure d'une aire par différentes procédures. – Unités usuelles d'aire : multiples et sous-multiples du m^2 et leurs relations, are et hectare. – Formules de l'aire d'un carré, d'un rectangle, d'un triangle, d'un disque.	Situations amenant les élèves à : – superposer, découper, recoller des surfaces ; – utiliser des pavages afin de mieux comprendre l'action de mesurer une aire. Adapter le choix de l'unité en fonction de l'objet (ordre de grandeur) ou en fonction de la précision souhaitée ou en fonction du domaine numérique considéré.
Relier les unités de volume et de contenance. Estimer la mesure d'un volume par différentes procédures. – Unités usuelles de contenance (multiples et sous multiples du litre). – Unités usuelles de volume (cm^3, dm^3, m^3), relations entre les unités. Déterminer le volume d'un pavé droit en se rapportant à un dénombrement d'unités ou en utilisant une formule. – Formule du volume d'un cube, d'un pavé droit.	Comparer ou mesurer des contenances (ou volumes intérieurs d'un récipient) sans avoir recours à la mesure ou en se rapportant à un dénombrement. Par exemple, trouver le nombre de cubes de 1 cm d'arête nécessaires pour remplir un pavé droit. Adapter le choix de l'unité en fonction de l'objet (ordre de grandeur) ou en fonction de la précision souhaitée.
Identifier des angles dans une figure géométrique. Comparer des angles. Reproduire un angle donné en utilisant un gabarit. Reconnaitre qu'un angle est droit, aigu ou obtus. Estimer la mesure d'un angle. Estimer et vérifier qu'un angle est droit, aigu ou obtus. Utiliser un instrument de mesure (le rapporteur) et une unité de mesure (le degré) pour : – déterminer la mesure en degré d'un angle ; – construire un angle de mesure donnée en degrés. – Notion d'angle. – Lexique associé aux angles : angle droit, aigu, obtus. – Mesure en degré d'un angle.	Avant le travail sur les mesures, établir des relations entre des angles (sommes, partages, référence aux angles du triangle équilatéral, du triangle rectangle isocèle). Comparer des angles sans avoir recours à leur mesure (par superposition, avec un calque). Différencier angles aigus et angles obtus. Estimer la mesure d'un angle, par exemple à 10° près, et vérifier à l'aide du rapporteur. Utiliser des gabarits d'angles, l'équerre, le rapporteur. Le rapporteur est un nouvel instrument de mesure qu'il convient d'introduire à l'occasion de la construction et de l'étude des figures.
Résoudre des problèmes impliquant des grandeurs (géométriques, physiques, économiques) en utilisant des nombres entiers et des nombres décimaux	
Résoudre des problèmes de comparaison avec et sans recours à la mesure. Résoudre des problèmes dont la résolution mobilise simultanément des unités différentes de mesure et/ou des conversions.	Situations amenant les élèves à compléter les unités de grandeur (longueur, masse, contenance, durée) et à mettre en évidence les relations entre elles.
Calculer des périmètres, des aires ou des volumes, en mobilisant ou non, selon les cas, des formules. – Formules donnant • le périmètre d'un carré, d'un rectangle, longueur d'un cercle ; • l'aire d'un carré, d'un rectangle, d'un triangle, d'un disque ; • le volume d'un cube, d'un pavé droit.	
Calculer la durée écoulée entre deux instants donnés. Déterminer un instant à partir de la connaissance d'un instant et d'une durée. – Unités de mesures usuelles : jour, semaine, heure, minute, seconde, dixième de seconde, mois, année, siècle, millénaire.	Utiliser les unités de mesure des durées et leurs relations. Exploiter des ressources variées : – tableaux d'horaires ou de réservation de transport, – tableaux d'horaires de marées, d'activités sportives, – programmes de cinéma, de théâtre, programmes télévisés. Ces différentes ressources sont utilisées sur un support papier ou un support numérique en ligne.
Proportionnalité Identifier une situation de proportionnalité entre deux grandeurs. – Graphiques représentant des variations entre deux grandeurs.	Comparer distance parcourue et temps écoulé, quantité d'essence consommée et distance parcourue, quantité de liquide écoulée et temps écoulé, etc.

Repères de progressivité

Il est possible, lors de la résolution de problèmes, d'aller avec certains élèves ou avec toute la classe au-delà des repères de progressivité identifiés pour chaque niveau.
L'étude d'une grandeur nécessite des activités ayant pour but de définir la grandeur (comparaison directe ou indirecte, ou recours à la mesure), d'explorer les unités du système international d'unités correspondant, de faire usage des instruments de mesure de cette grandeur, de calculer des mesures avec ou sans formule. Toutefois, selon la grandeur ou selon la fréquentation de celle-ci au cours du cycle précédent, les comparaisons directes ou indirectes de grandeurs (longueur, masse et durée) ne seront pas reprises systématiquement.

Les longueurs : En 6e, le travail sur les longueurs permet en particulier de consolider la notion de périmètre, et d'établir la notion de distance entre deux points, entre un point et une droite. L'usage du compas permet de comparer et reporter des longueurs, de comprendre la définition du cercle (comme ensemble des points à égale distance du centre). La construction et l'utilisation des formules du périmètre du carré et du rectangle interviennent progressivement au cours du cycle. La formule donnant la longueur d'un cercle est utilisée en 6e.

Les durées : Un travail de consolidation de la lecture de l'heure, de l'utilisation des unités de mesure des durées et de leurs relations ainsi que des instruments de mesure des durées est mené en CM1 et en CM2. Tout au long du cycle, la résolution de problèmes s'articule autour de deux types de tâches : calculer une durée à partir de la donnée de l'instant initial et de l'instant final, déterminer un instant à partir de la connaissance d'un instant et d'une durée. La maitrise des unités de mesure de durées et de leurs relations permet d'organiser la progressivité de ces problèmes.

Grandeurs et mesures (suite)

Les aires : Tout au long du cycle, il convient de choisir la procédure adaptée pour comparer les aires de deux surfaces, pour déterminer la mesure d'une aire avec ou sans recours aux formules. Dès le CM1, on compare et on classe des surfaces selon leur aire. La mesure ou l'estimation de l'aire d'une surface à l'aide d'une surface de référence ou d'un réseau quadrillé est ensuite abordée. Une fois ces notions stabilisées, on découvre et on utilise les unités d'aire usuelle et leurs relations. On peut alors construire et utiliser les formules pour calculer l'aire d'un carré, d'un rectangle, puis en 6e, calculer l'aire d'un triangle rectangle, d'un triangle quelconque dont une hauteur est connue, d'un disque.

Contenance et volume : En continuité avec le cycle 2, la notion de volume sera vue d'abord comme une contenance. Au primaire, on compare des contenances sans les mesurer et on mesure la contenance d'un récipient par un dénombrement d'unités, en particulier en utilisant les unités usuelles (L, dL, cL, mL) et leurs relations. Au collège, ce travail est poursuivi en déterminant le volume d'un pavé droit. On relie alors les unités de volume et de contenance (1 L = 1 dm^3 ; 1 000 L = 1 m^3).

Les angles : Au primaire, il s'agit d'estimer et de vérifier, en utilisant l'équerre si nécessaire, qu'un angle est droit, aigu ou obtus, de comparer les angles d'une figure puis de reproduire un angle, en utilisant un gabarit. Ce travail est poursuivi au collège, où l'on introduira une unité de mesure des angles et l'utilisation d'un outil de mesure (le rapporteur).

Espace et géométrie

Attendus de fin de cycle	
• (Se) repérer et (se) déplacer dans l'espace en utilisant ou en élaborant des représentations. • Reconnaitre, nommer, décrire, reproduire, représenter, construire des figures et solides usuels. • Reconnaitre et utiliser quelques relations géométriques (notions d'alignement, d'appartenance, de perpendicularité, de parallélisme, d'égalité de longueurs, d'égalité d'angle, de distance entre deux points, de symétrie, d'agrandissement et de réduction).	
Connaissances et compétences associées	**Exemples de situations, d'activités et de ressources pour l'élève**
(Se) repérer et (se) déplacer dans l'espace en utilisant ou en élaborant des représentations	
Se repérer, décrire ou exécuter des déplacements, sur un plan ou sur une carte. Accomplir, décrire, coder des déplacements dans des espaces familiers. Programmer les déplacements d'un robot ou ceux d'un personnage sur un écran. – Vocabulaire permettant de définir des positions et des déplacements. – Divers modes de représentation de l'espace.	Situations donnant lieu à des repérages dans l'espace ou à la description, au codage ou au décodage de déplacements. Travailler : – dans des espaces de travail de tailles différentes (la feuille de papier, la cour de récréation, le quartier, la ville, etc.) ; – à partir de plans schématiques (par exemple, chercher l'itinéraire le plus court ou demandant le moins de correspondances sur un plan de métro ou d'autobus) ; – avec de nouvelles ressources comme les systèmes d'information géographique, des logiciels d'initiation à la programmation...
Reconnaitre, nommer, décrire, reproduire, représenter, construire quelques solides et figures géométriques	
Reconnaitre, nommer, comparer, vérifier, décrire : – des figures simples ou complexes (assemblages de figures simples) ; – des solides simples ou des assemblages de solides simples à partir de certaines de leurs propriétés. – Figures planes et solides, premières caractérisations : • triangles dont les triangles particuliers (triangle rectangle, triangle isocèle, triangle équilatéral) ; • quadrilatères dont les quadrilatères particuliers (carré, rectangle, losange, première approche du parallélogramme) ; • cercle (comme ensemble des points situés à une distance donnée d'un point donné). • Vocabulaire approprié pour nommer les solides : pavé droit, cube, prisme droit, pyramide régulière, cylindre, cône, boule.	Situations de reproduction ou de construction mobilisant des gestes élémentaires de mesurage et de tracé et des connaissances sur les figures usuelles. Reproduire (à l'échelle ou non) une figure à partir d'un modèle et d'éléments déjà tracés. Utiliser des représentations planes de solides (patrons, perspectives, vues de face, de côté, de dessus, ...) et représenter des figures planes en traçant des figures à main levée. Les éléments de vocabulaire associés aux objets et à leurs propriétés (solide, polyèdre, face, arête, polygone, côté, sommet, angle, demi droite, segment, cercle, rayon, diamètre, milieu, médiatrice, hauteur, etc.) sont introduits et utilisés en contexte pour en préciser le sens : jeu du portrait, échange de messages, jeux d'associations (figures, désignations, propriétés, représentations).
Reproduire, représenter, construire : – des figures simples ou complexes (assemblages de figures simples) – des solides simples ou des assemblages de solides simples sous forme de maquettes ou de dessins ou à partir d'un patron (donné, dans le cas d'un prisme ou d'une pyramide, ou à construire dans le cas d'un pavé droit).	
Réaliser, compléter et rédiger un programme de construction. Réaliser une figure simple ou une figure composée de figures simples à l'aide d'un logiciel.	
Reconnaitre et utiliser quelques relations géométriques	
Effectuer des tracés correspondant à des relations de perpendicularité ou de parallélisme de droites et de segments. Déterminer le plus court chemin entre deux points (en lien avec la notion d'alignement). Déterminer le plus court chemin entre un point et une droite ou entre deux droites parallèles (en lien avec la perpendicularité). – Alignement, appartenance. – Perpendicularité, parallélisme (construction de droites parallèles, lien avec la propriété reliant droites parallèles et perpendiculaires). – Egalité de longueurs. – Egalité d'angles. – Distance entre deux points, entre un point et une droite.	Situations conduisant les élèves à utiliser des techniques qui évoluent en fonction des supports et des instruments choisis ; par exemple pour la symétrie axiale, passer du pliage ou de l'utilisation de papier calque à la construction du symétrique d'un point par rapport à une droite à l'équerre ou au compas. Exemples d'instruments : règle graduée, équerre, compas, gabarits d'angles, bandes de papier, papier calque. Exemples de supports variés : géoplans, papier quadrillé, papier pointé, papier uni. Exemples de matériels : papier/crayon, logiciels de géométrie dynamique, d'initiation à la programmation, logiciels de visualisation de cartes, de plans.
Compléter une figure par symétrie axiale. Construire la figure symétrique d'une figure donnée par rapport à un axe donné que l'axe de symétrie coupe ou non la figure, construire le symétrique d'une droite, d'un segment, d'un point par rapport à un axe donné. - Figure symétrique, axe de symétrie d'une figure, figures symétriques par rapport à un axe. - Propriétés de conservation de la symétrie axiale. - Médiatrice d'un segment.	
Proportionnalité Reproduire une figure en respectant une échelle. – Agrandissement ou réduction d'une figure.	Reproduire une figure à partir d'un modèle (l'échelle pouvant être donnée par des éléments déjà tracés).

Repères de progressivité
Il est possible, lors de la résolution de problèmes, d'aller avec certains élèves ou avec toute la classe au-delà des repères de progressivité identifiés pour chaque niveau.

Les apprentissages spatiaux : Dans la continuité du cycle 2 et tout au long du cycle, les apprentissages spatiaux se réalisent à partir de problèmes de repérage de déplacement d'objets, d'élaboration de représentation dans des espaces réels, matérialisés (plans, cartes...) ou numériques.

Les apprentissages géométriques : Ces apprentissages développent la connaissance de figures planes, de solides mais aussi de relations entre objets et de propriétés des objets. Le parallélogramme ne fait l'objet que d'une première fréquentation en 6e et est notamment l'occasion d'un retour sur la notion de parallélisme. Le choix des objets considérés et des relations et propriétés à prendre en compte, les contraintes sur les instruments à utiliser, les gestes à réaliser, les justifications et moyens de validation acceptés permettent d'organiser la progressivité des apprentissages et d'enrichir les procédures de résolution des élèves. Ainsi, ce ne sont pas seulement les tâches qui évoluent d'un niveau à l'autre mais les procédures pour réaliser ces tâches.
La progressivité s'organise en prenant en compte :
- les gestes de géométrie: certaines compétences de construction, comme tracer un segment d'une longueur donnée ou reporter la longueur d'un segment (CM1-CM2) ou encore reproduire un angle (6e) sont menées conjointement avec les apprentissages du domaine «grandeurs et mesures» ;
- l'évolution des procédures et de la qualité des connaissances mobilisées : ainsi, l'élève doit tout d'abord savoir reconnaitre un carré en prenant en compte la perpendicularité et l'égalité des mesures des côtés (CM1-CM2) puis progressivement de montrer qu'il s'agit d'un carré à partir des propriétés de ses diagonales ou de ses axes de symétrie (6e) ;
- les objets géométriques fréquentés ;
- la maitrise de nouvelles techniques de tracé (par rapport au cycle 2).

Le raisonnement : À partir du CM2, on amène les élèves à dépasser la dimension perceptive et instrumentée pour raisonner uniquement sur les propriétés et les relations. Par exemple, l'usage de la règle et du compas pour tracer un triangle, connaissant la longueur de ses côtés, mobilise la connaissance des propriétés du triangle et de la définition du cercle. Il s'agit de conduire sans formalisme des raisonnements simples utilisant les propriétés des figures usuelles ou de la symétrie axiale. Un vocabulaire spécifique est employé dès le début du cycle pour désigner des objets, des relations et des propriétés.

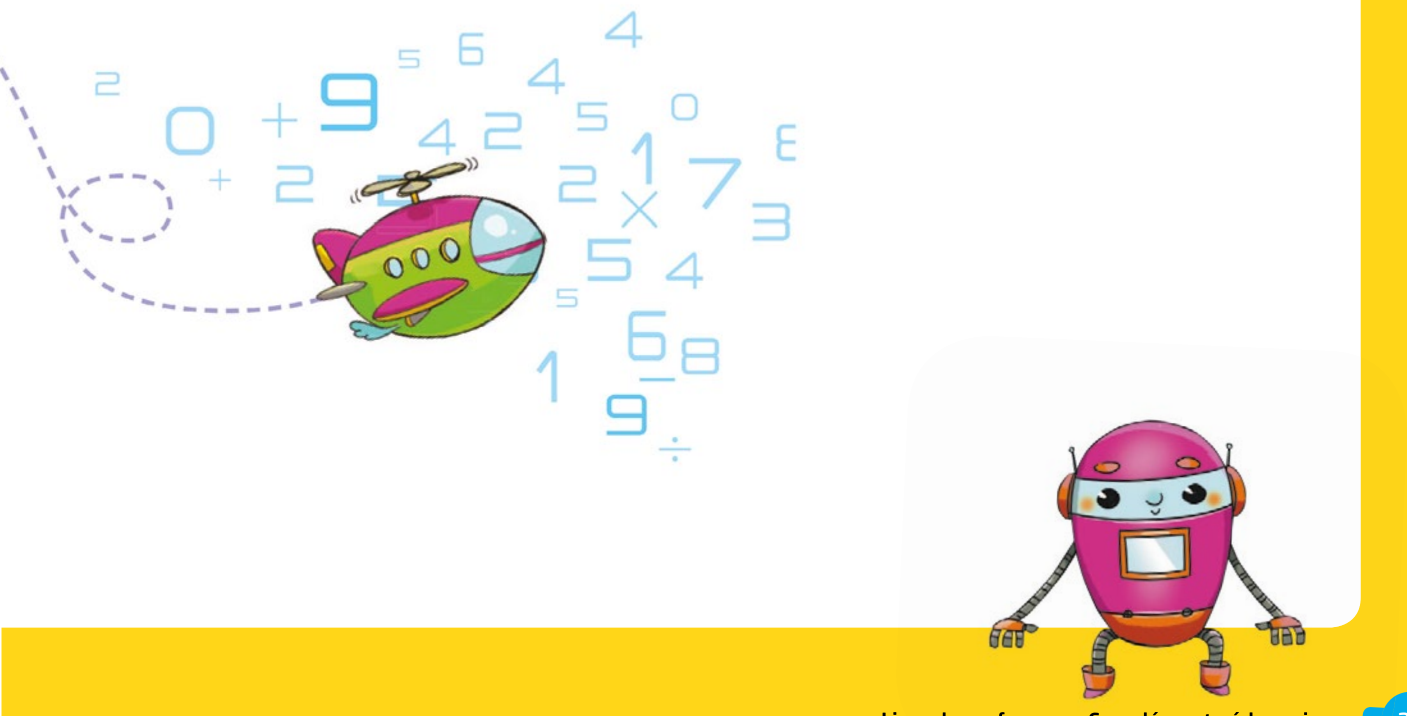
Vocabulaire et notations : Au primaire, lorsque les points seront désignés par des lettres, les professeurs veilleront à toujours préciser explicitement l'objet dont il parle : « le point A », « le segment [AB] », « le triangle ABC », etc. Aucune maitrise n'est attendue des élèves pour ce qui est des codages usuels (parenthèses ou crochets) avant la dernière année du cycle.
Le vocabulaire et les notations nouvelles ($\in$, [AB], (AB), [AB), AB, AOB) sont introduits au fur et à mesure de leur utilité, et non au départ d'un apprentissage.

Les instruments : Au primaire, les élèves auront recours à différentes règles (graduées ou non, de diverses tailles), à des gabarits, à l'équerre, au compas. Ils commenceront à utiliser le rapporteur au collège.

Symétrie axiale : Un travail préalable sur les figures permet d'illustrer l'aspect global de la symétrie plutôt que de procéder de façon détaillée (par le point, le segment, la droite). Pour construire ou compléter des figures planes par symétrie, différentes procédures seront abordées au cours du cycle. Elles évoluent et s'enrichissent par un jeu sur les figures, sur les instruments à disposition et par l'emploi de supports variés.

Initiation à la programmation : Une initiation à la programmation est faite à l'occasion notamment d'activités de repérage ou de déplacement (programmer les déplacements d'un robot ou ceux d'un personnage sur un écran), ou d'activités géométriques (construction de figures simples ou de figures composées de figures simples). Au CM1, on réserve l'usage de logiciels de géométrie dynamique à des fins d'apprentissage manipulatoires (à travers la visualisation de constructions instrumentées) et de validation des constructions de figures planes. À partir du CM2, leur usage progressif pour effectuer des constructions familiarise les élèves avec les représentations en perspective cavalière et avec la notion de conservation des propriétés lors de certaines transformations.

Repères de progressivité : le cas particulier de la proportionnalité
La proportionnalité doit être traitée dans le cadre de chacun des trois domaines « nombres et calculs», « grandeurs et mesures » et « espace et géométrie ». En CM1, le recours aux propriétés de linéarité (additive et multiplicative) est privilégié dans des problèmes mettant en jeu des nombres entiers. Ces propriétés doivent être explicitées ; elles peuvent être institutionnalisées de façon non formelle à l'aide d'exemples (« si j'ai deux fois, trois fois… plus d'invités, il me faudra deux fois, trois fois… plus d'ingrédients » ; « si 6 stylos coutent 10 euros et 3 stylos coutent 5 euros, alors 9 stylos coutent 15 euros »). Les procédures du type passage par l'unité ou calcul du coefficient de proportionnalité sont mobilisées progressivement sur des problèmes le nécessitant et en fonction des nombres (entiers ou décimaux) choisis dans l'énoncé ou intervenant dans les calculs. À partir du CM2, des situations impliquant des échelles ou des vitesses constantes peuvent être rencontrées. Le sens de l'expression « …% de » apparait en milieu de cycle. Il s'agit de savoir l'utiliser dans des cas simples (50 %, 25 %, 75 %, 10 %) où aucune technique n'est nécessaire, en lien avec les fractions d'une quantité. En fin de cycle, l'application d'un taux de pourcentage est un attendu.



Les manuels Mission Indigo de cycle 4

Le **choix entre un manuel de cycle ou des manuels par niveaux**, pour mettre en œuvre le nouveau programme en s'adaptant à la diversité des pratiques et des progressions.

Des manuels par niveau

- Un très grand choix d'activités et d'exercices pour varier les approches
- La proposition d'un parcours pour construire les attendus de fin de cycle progressivement et de façon spiralée
- La possibilité de retravailler les notions étudiées les années précédentes tout au long du cycle
- La découverte d'un nouveau support chaque année

Un manuel de cycle NOUVEAUTÉ

- Pour une grande liberté pédagogique
- Une mine de ressources et d'idées comme support à une progression de cycle
- Des repères de niveau dans le sommaire au service d'une démarche spiralée
- La possibilité de s'adapter en permanence aux élèves et de mettre en pratique des démarches de différenciation grâce à une grande souplesse d'utilisation

Une grande variété de problèmes pour tous les élèves

Dans chaque chapitre, quatre pages sont dédiées à des problèmes motivants, souvent concrets ou en lien avec d'autres disciplines. Leur variété et leur progressivité permettent de proposer à tous les élèves des travaux mobilisant leurs connaissances et leurs compétences, dans l'esprit des nouvelles épreuves du brevet.

De nombreuses ressources pour s'initier à l'algorithmique et utiliser les TICE

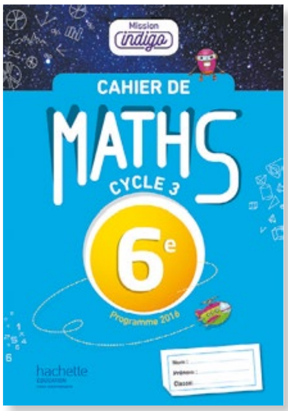
Dans chaque chapitre, des exercices peuvent être traités de façon souple : en salle informatique, avec un tableau interactif, un vidéoprojecteur, à la maison…

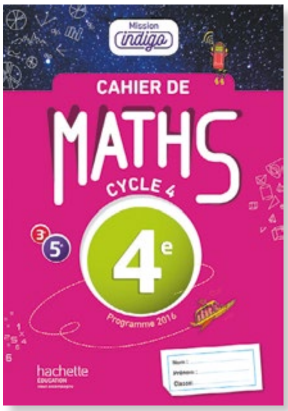
Des activités et des projets motivants et accessibles à tous permettent de traiter l'ensemble du thème « Algorithmique et programmation » tout au long du cycle.

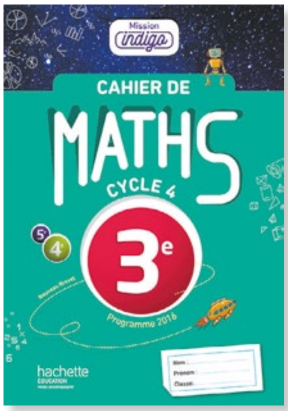
NOUVEAUTÉ

Les cahiers d'exercices pour le cycle 3 et le cycle 4

Des cahiers de 72 pages, pour un volume d'exercices raisonnable et faisable sur l'année scolaire.





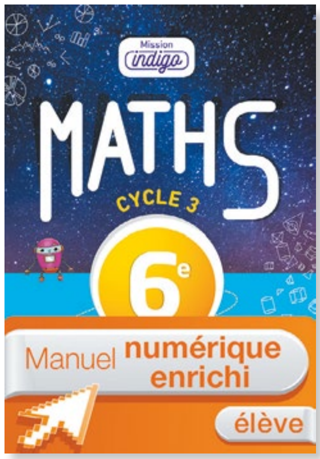


- Une maquette claire et une structure très simple avec un traitement du programme par capacité
- Pour chaque capacité, un rappel de cours suivi d'exercices progressifs : des exercices de base et une ou deux pages de problèmes, pour approfondir
- Des cahiers utilisables seuls ou en complément de tout manuel
- Un support idéal pour l'accompagnement personnalisé
- Dans le cahier de 3e, la partie Problèmes de chaque chapitre contient un problème de type brevet
- En fin du cahier de 3e, trois pages sont consacrées entièrement à des problèmes de type brevet

Prix du cahier : **5,50 €**

Les manuels numériques Mission Indigo 6e

Pour l'élève



Le manuel numérique enrichi pour l'élève 6e

Pour apprendre, s'entraîner et réviser de façon efficace grâce aux ressources multimédia

Dans le manuel numérique enrichi, l'élève trouvera des outils très pratiques :

- **Le manuel en intégralité**
  Pour consulter son manuel en classe ou à la maison
- **Des vidéos de méthodologie**
  Pour revoir ou découvrir des techniques à la maison
- **Des exercices interactifs**
  Des exercices d'application : pour travailler les capacités de façon plus ludique
  Les QCM *Faire le point* du manuel : pour s'auto-évaluer
  Des QCM *Bilan de fin de cycle* : pour valider les attendus de fin de cycle
- **Des fichiers logiciels**
  Pour résoudre des exercices utilisant des logiciels

Pratique pour les déplacements !

Offre 2017

Pour tout achat en 2017 d'un manuel papier, la licence numérique élève 12 mois est offerte, sous réserve d'équiper 100 % de la classe en manuels papier. Commande à passer avant le 31/10/2017 par le gestionnaire sur www.kiosque-edu.com

Licence élève / Équipement classe	Tarif adoptant : élèves équipés du manuel papier*	Tarif non adoptant : élèves uniquement équipés du manuel numérique
Manuel numérique licence élève Base minimum de commande : 20 licences.	**50 % de remise** sur le tarif non-adoptant	12 mois : **4,90 €** 5 ans : **18,00 €**

* Offre valable si 100 % des élèves de la classe sont équipés du manuel papier.

Multisupport : compatible PC, MAC, ENT et tablette

En vente chez le libraire adjudicataire ou sur **www.kiosque-edu.com**

Pour l'enseignant

Le manuel numérique enseignant enrichi et personnalisable 6e

Pour vous accompagner efficacement dans l'animation de vos cours

Dans le manuel numérique enseignant enrichi et personnalisable, vous trouverez des outils très pratiques :

- **Tous les outils du manuel numérique élève**
  – Le manuel en intégralité
  – Des vidéos de méthodologie
  – Des exercices interactifs
  – Les QCM *Faire le point* du manuel
  – Des QCM *Bilan de fin de cycle*
  – Des fichiers logiciels

Offre gratuite prescripteur

Offert aux prescripteurs du manuel papier ou numérique sur www.hachette-education.com

- **Le livre du professeur**
- **Diaporamas d'activités mentales prêts à l'emploi et personnalisables**
  – 50 diaporamas de calcul mental comportant chacun cinq questions sur diverses techniques de calcul réfléchi. Chaque diaporama se termine par un jeu *Mathador* permettant de faire réfléchir les élèves à l'envers, sur le principe du nombre-cible.
  – Des questions Flash dans les activités portant sur les prérequis pour réactiver les connaissances des élèves
  – Des questions Flash dans les exercices portant sur chacune des capacités du chapitre
- **Des documents PDF à imprimer et à distribuer aux élèves**
  Pour faciliter le travail de géométrie sur les figures des activités et des exercices du manuel

La version numérique enseignant du cahier de maths 6e

Pour vidéoprojeter les exercices et afficher la correction en un clic !

Si vous adoptez le cahier papier dans votre classe, nous vous offrons la version numérique enseignant.

Offre gratuite prescripteur

Offert aux prescripteurs du cahier papier sur www.hachette-education.com

Initiation aux outils numériques et à l'algorithmique

Activités

Jeux vidéo — Activité 1

1 Découvrir le tableur

Les élèves vont avoir des vitesses de frappe au clavier très différentes, on peut décider de donner la colonne A déjà réalisée aux élèves les moins rapides.
Fichiers disponibles dans le manuel numérique :
Tableau prérempli pour l'élève :
« Logiciels - Activité 1-1 - Excel - élève.xlsx »
Tableau corrigé :
« Logiciels - Activité 1-1 - Excel - prof.xlsx »

	A	B	C	D
1	Jeu vidéo	Stock le 1er janvier	Stock le 31 janvier	Nombre de jeux vendus
2	Lego Marvel's Avengers	358	129	
3	FIFA 2016	890	457	
4	Minecraft	675	412	
5	The Legend of Zelda: Twilight Princess	764	220	
6	Pokemon Soleil	653	315	
7	Total			

2 Lire des informations

a. On peut lire le nombre de jeux vidéo en stock le 31 janvier dans la colonne C.
b. On peut lire des informations sur les ventes du jeu FIFA 2016 dans la ligne 3.
c. Il y avait 764 jeux *The Legend of Zelda* dans ces magasins le 1er janvier.
d. On peut lire le nombre de jeux *Pokemon Soleil* en stock le 31 janvier dans la cellule C6.
e. Pour compléter la cellule D2, il faudrait faire le calcul suivant :
358 – 129

3 Faire des calculs

a. Dans la cellule D2, on entre =B2-C2 et elle affiche le résultat 229.
Vérification : 358 – 129 = 229 OK
b. Dans la cellule D3, on entre la formule =B3-C3
c. Après avoir étiré la formule, on obtient :
« Logiciels - Activité 1-3 - Excel - prof.xlsx »

D6 | f_x =B6-C6

	A	B	C	D
1	Jeu vidéo	Stock le 1er janvier	Stock le 31 janvier	Nombre de jeux vendus
2	Lego Marvel's Avengers	358	129	229
3	FIFA 2016	890	457	433
4	Minecraft	675	412	263
5	The Legend of Zelda: Twilight Princess	764	220	544
6	Pokemon Soleil	653	315	338
7	Total			

4 Utiliser des formules

a. Dans la cellule B7, il faut saisir la formule =B2+B3+B4+B5+B6
Dans la cellule C7, il faut saisir =C2+C3+C4+C5+C6
b. Pour la cellule D7, les trois formules possibles sont :
=B7-C7
=D2+D3+D4+D5+D6
=SOMME(D2:D6)
Fichier final :
« Logiciels - Activité 1-4 - Excel - prof.xlsx »

	A	B	C	D
1	Jeu vidéo	Stock le 1er janvier	Stock le 31 janvier	Nombre de jeux vendus
2	Lego Marvel's Avengers	358	129	229
3	FIFA 2016	890	457	433
4	Minecraft	675	412	263
5	The Legend of Zelda: Twilight Princess	764	220	544
6	Pokemon Soleil	653	315	338
7	Total	3340	1533	1807

c. Le jeu vidéo le plus vendu au mois de janvier dans ces magasins est *The Legend of Zelda: Twilight Princess*.

Pour aller plus loin

Coup de pouce possible : Donner aux élèves le fichier avec le tableau déjà conçu :
« Logiciels - Activité 1-PAPL - Excel - élève.xlsx »

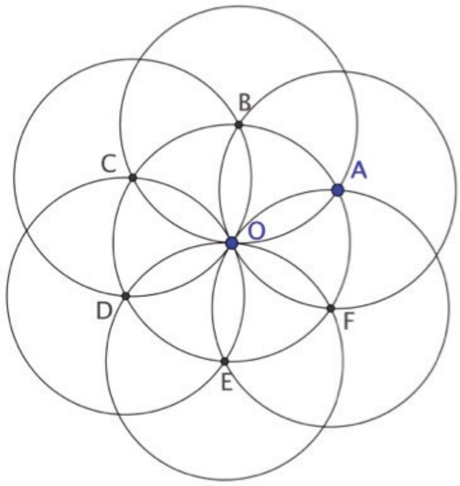
a. On obtient le fichier suivant :
« Logiciels - Activité 1-PAPL - Excel - prof.xlsx »
b. Le montant de cette commande sera de 68 750,25 € (cellule D9).

1 Découvrir *GeoGebra*

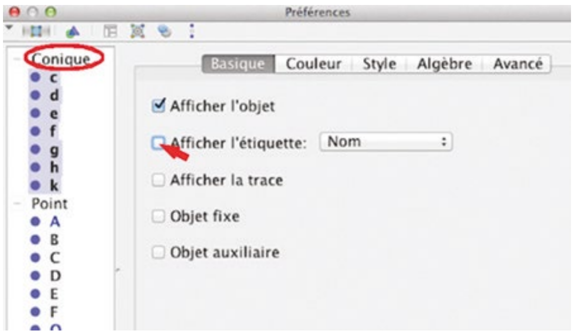
Ouverture du logiciel et découverte de l'interface.

2 Une rosace bien connue

Fichier : « Logiciels - Activité 2-2 - GeoGebra - prof.ggb »

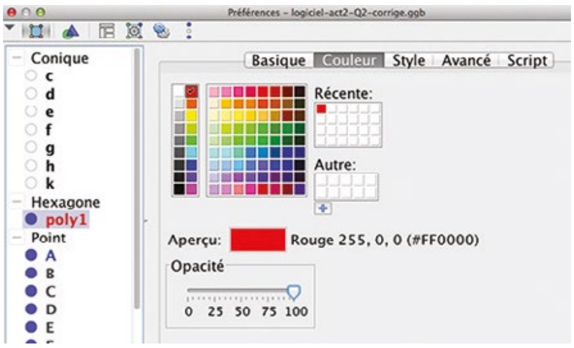


Pour décocher « afficher l'étiquette » pour tous les cercles en même temps, on peut montrer au tableau numérique à toute la classe comment accéder au menu **Préférences** et sélectionner toutes les coniques.

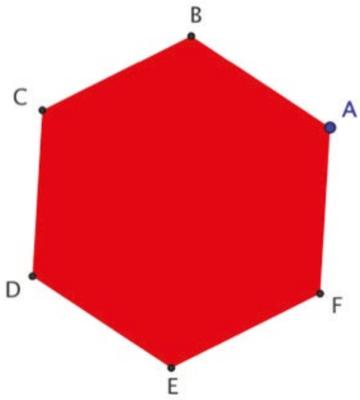


3 Un premier hexagone

Pour créer le polygone à six côtés, on relie les points A, B, C, D, E et F de la rosace faite en question **2.**, puis on masque les cercles.
Changement de la couleur et de l'opacité du polygone :



Fichier : « Logiciels - Activité 2-3 - GeoGebra - prof.ggb »



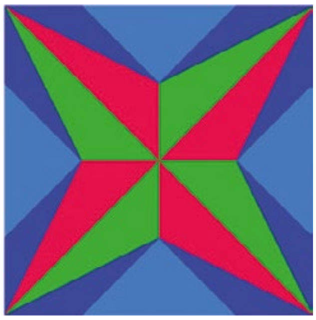
4 Enchainer les hexagones

Une réalisation possible :
« Logiciels - Activité 2-4 - GeoGebra - prof.ggb »

Pour aller plus loin

Figure 1 :
« Logiciels - Activité 2-PAPL figure 1 - GeoGebra - prof.ggb »

Figure 2 :
« Logiciels - Activité 2-PAPL figure 2 - GeoGebra - prof.ggb »

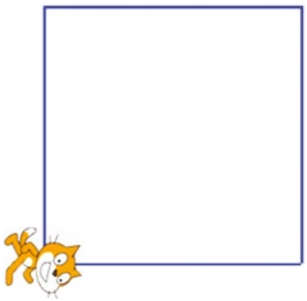


2 Dessiner un carré

Fichier : « Logiciels - Activité 3-2 - Scratch - prof.sb2 »

```
quand [drapeau vert] est cliqué
mettre à 30 % de la taille initiale
dire Hello! pendant 0.2 secondes
aller à x: 0 y: 0
s'orienter à 90
effacer tout
stylo en position d'écriture
avancer de 100
tourner ↶ de 90 degrés
avancer de 100
tourner ↶ de 90 degrés
avancer de 100
tourner ↶ de 90 degrés
avancer de 100
```

Voici ce que réalise le script :



Sans les blocs `aller à x: 0 y: 0` et `s'orienter à 90`, les élèves ont du mal à se repérer dans leurs essais successifs. On peut leur indiquer une fois qu'ils en ressentent le besoin.

3 Dessiner d'autres formes géométriques

a. Rectangle :
Fichier : « Logiciels - Activité 3-3a - Scratch - prof.sb2 »

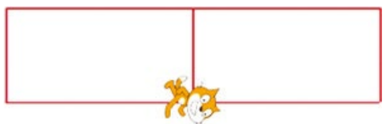
```
quand [drapeau vert] est cliqué
mettre à 30 % de la taille initiale
dire Hello! pendant 0.2 secondes
aller à x: 0 y: 0
s'orienter à 90
effacer tout
stylo en position d'écriture
avancer de 100
tourner ↶ de 90 degrés
avancer de 30
tourner ↶ de 90 degrés
avancer de 100
tourner ↶ de 90 degrés
avancer de 30
```

Voici ce que réalise le script :

b. Deux rectangles rouges :
Fichier : « Logiciels - Activité 3-3b - Scratch - prof.sb2 »

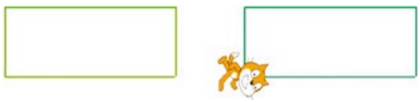
```
quand [drapeau vert] est cliqué
mettre à 30 % de la taille initiale
dire Hello! pendant 0.2 secondes
aller à x: 0 y: 0
s'orienter à 90
effacer tout
stylo en position d'écriture
mettre la couleur du stylo à [rouge]
avancer de 100
tourner ↶ de 90 degrés
avancer de 50
tourner ↶ de 90 degrés
avancer de 100
tourner ↶ de 90 degrés
avancer de 50
tourner ↶ de 90 degrés
avancer de 100
avancer de 100
tourner ↶ de 90 degrés
avancer de 50
tourner ↶ de 90 degrés
avancer de 100
tourner ↶ de 90 degrés
avancer de 50
```

Voici ce que réalise le script :



c. Deux rectangles verts non adjacents avec changement de couleur :
Fichier : « Logiciels - Activité 3-3c - Scratch - prof.sb2 »

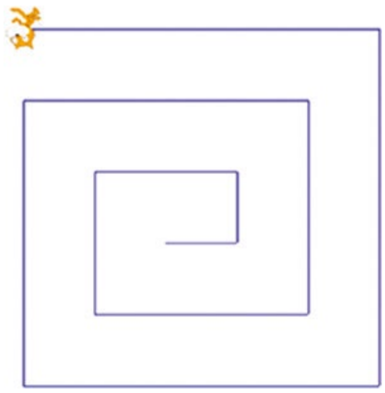
Voici ce que réalise le script :



Pour aller plus loin

Fichier : « Logiciels - Activité 3-PAPL - Scratch - prof.sb2 »

Voici ce que réalise le script :

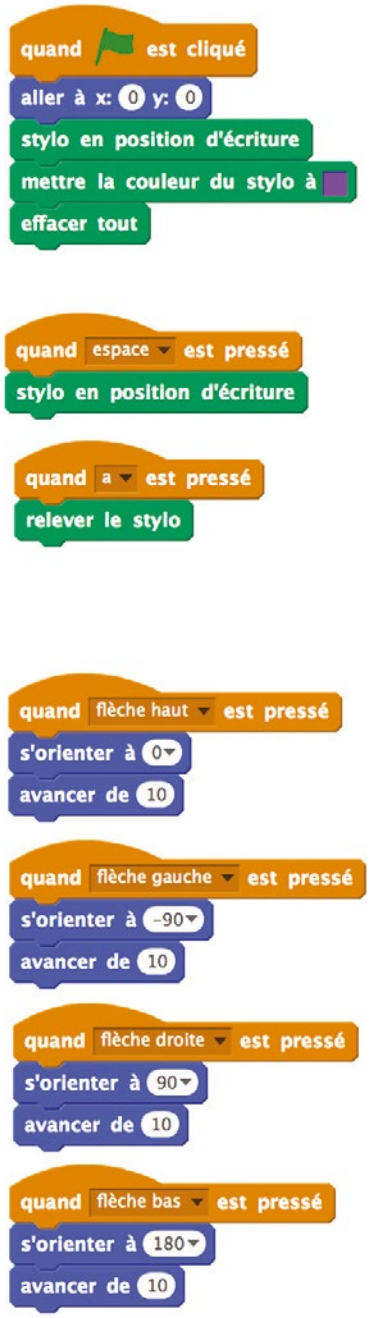


1 Pour bien commencer

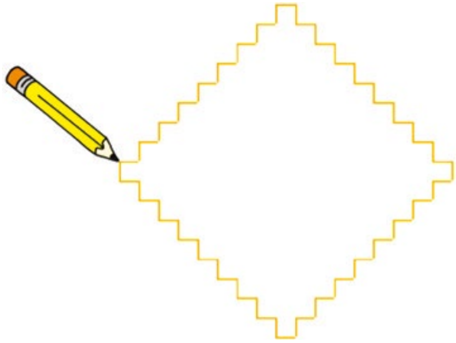
Fichier : « Logiciels - Activité 4-1 - Scratch - prof.sb2 »
Script :

2 Déplacer le stylo

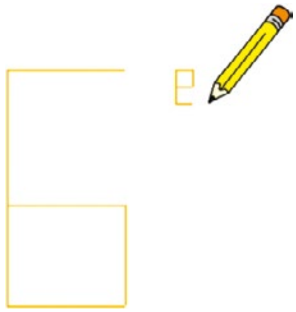
a. et **b.** Fichier : « Logiciels - Activité 4-2 - Scratch - prof.sb2 »



c. Un exemple de tracé avec cet écran magique sans lever le stylo :



En levant le stylo :



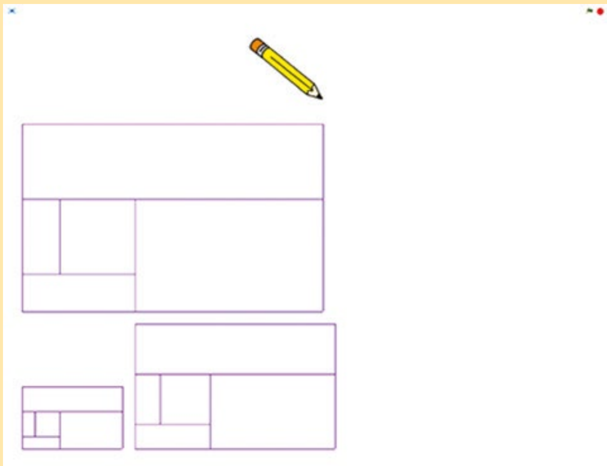
Ces dessins sont très basiques, il est intéressant de leur donner à tracer des dessins plus complexes. Cela fait travailler le repérage dans le plan.
On peut utiliser cet écran magique à d'autres moments de l'année, ou proposer un concours de dessin à l'écran magique dans la classe ou avec d'autres classes. Il y aurait ensuite un vote pour le plus beau dessin, par exemple sur le site du collège.

Pour aller plus loin

Les élèves font des essais successifs, en recommençant à chaque fois à partir du drapeau vert. Cela leur fait travailler la précision, la mémorisation et la logique.

Prolongements possibles :

1. En partant d'en bas à gauche de la scène, reproduire le puzzle de Brousseau (page 127, sans les couleurs) en prenant 1 pas pour 1 cm. Puis compléter le dessin de la façon suivante :



2. Quel lien y a-t-il entre les dimensions des trois puzzles ? Expliquer.

1 Pour bien commencer

Fichier : « Logiciels - Activité 5-1 - Scratch - prof.sb2 »

2 Action !

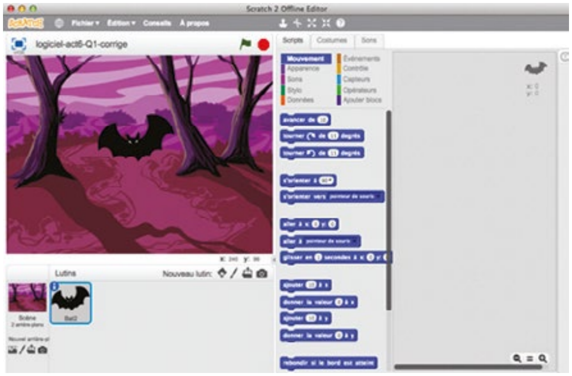
Fichier : « Logiciels - Activité 5-2 - Scratch - prof.sb2 »

Pour aller plus loin

Fichier : « Logiciels - Activité 5-PAPL - Scratch - prof.sb2 »

1 Planter le décor

Fichier : « Logiciels - Activité 6-1 - Scratch - prof.sb2 »



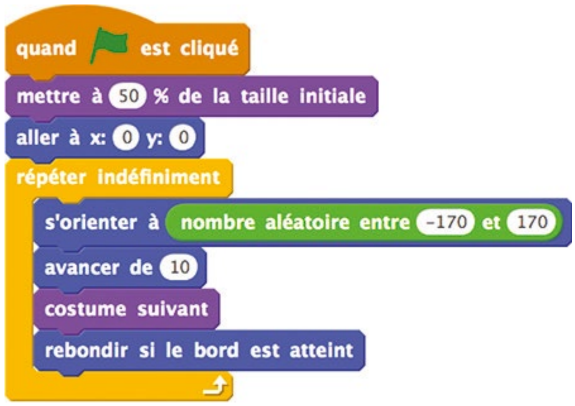
2 Action !

a. et b. Fichier : « Logiciels - Activité 6-2ab - Scratch - prof.sb2 »

c. Fichier : « Logiciels - Activité 6-2c - Scratch - prof.sb2 »

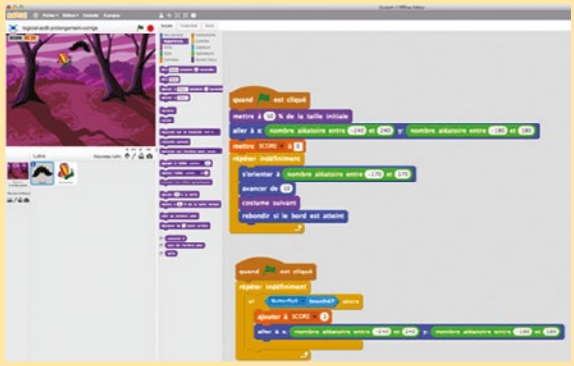
Pour aller plus loin

Fichier : « Logiciels - Activité 6-PAPL - Scratch - prof.sb2 »



Prolongements possibles :
- Ajouter un personnage commandé à la souris de l'ordinateur ou aux flèches du clavier ;
- le personnage doit éviter ou attraper la chauve-souris ;
- ajouter un score et inventer une règle du jeu.

Exemple simple de réalisation :
« Logiciels - Activité 6-prolongement - Scratch - prof.sb2 »



CHAPITRE 1

Nombres entiers

Introduction

Ce chapitre s'inscrit à la fois dans le thème « Nombres et calculs » et dans le thème « Grandeurs et mesures ».
Les connaissances associées sont : les nombres entiers (utilisation et représentation), les règles de numération et les unités de mesure de durées.
Les capacités associées sont :

- utiliser et représenter les grands nombres entiers, c'est-à-dire composer, décomposer les grands nombres entiers en utilisant les regroupements par milliers (unités de numération : unités simples, dizaines, centaines, milliers, millions, milliards et leurs relations), comprendre et appliquer les règles de la numération aux grands nombres (jusqu'à 12 chiffres), comparer, ranger des grands nombres entiers, les repérer et les placer sur une demi-droite graduée adaptée ;
- calculer avec des nombres entiers, c'est-à-dire mémoriser des procédures élémentaires de calcul, élaborer ou choisir des stratégies de calcul à l'oral et à l'écrit, vérifier la vraisemblance d'un résultat, notamment en estimant son ordre de grandeur (en travaillant sur l'addition, la soustraction, la multiplication et les propriétés de ces opérations, les faits et procédures numériques additifs et multiplicatifs). Il s'agit aussi de travailler le calcul mental, mais aussi posé et instrumenté ;
- résoudre des problèmes mettant en jeu l'addition, la soustraction et la multiplication de nombres entiers, de façon à bien maitriser le sens de chacune de ces opérations et de traiter des problèmes relevant des structures additives et multiplicatives ;
- résoudre des problèmes impliquant des grandeurs en utilisant des nombres entiers, à savoir calculer la durée écoulée entre deux instants donnés et déterminer un instant à partir de la connaissance d'un instant initial ou final et d'une durée (travaillant ainsi sur les unités de mesures usuelles : jour, semaine, heure, minute, seconde, mois, année, siècle, millénaire). La maitrise des unités de mesure de durées et de leurs relations permet d'organiser la progressivité de ces problèmes.

Ce chapitre permet de faire un point sur la numération et les opérations que sont l'addition, la soustraction et la multiplication sur les entiers. Cela sera réinvesti dans le chapitre 3 sur les nombres décimaux, qui permettra notamment d'aller plus loin dans la complexité des problèmes et qui abordera certaines priorités opératoires (priorité de la multiplication sur l'addition et la soustraction, utilisation des parenthèses dans des situations très simples).
Ce chapitre a été conçu de façon à mettre l'accent sur les problèmes issus d'autres enseignements, de la vie de classe ou de la vie courante, comme défini dans les programmes. L'élève consolide ici l'automatisation des techniques de calcul (addition, soustraction, multiplication) et des procédures de calcul mental. C'est aussi l'occasion de travailler sur certaines unités de masse, de longueur et sur leurs relations, permettant un retour sur les règles de numération, sur les conversions d'unités de numération et d'illustrer les grands nombres à l'aide d'exemples d'ordre de grandeur.
Comme précisé dans les programmes : « Les problèmes arithmétiques proposés au cycle 3 permettent d'enrichir le sens des opérations déjà abordées au cycle 2 et d'en étudier de nouvelles. Les procédures de traitement de ces problèmes peuvent évoluer en fonction des nombres en jeu et de leur structure. Le calcul contribuant aussi à la représentation des problèmes, il s'agit de développer simultanément chez les élèves des aptitudes de calcul et de résolution de problèmes arithmétiques (le travail sur la technique et sur le sens devant se nourrir l'un l'autre). »

Jeux

Le plus grand nombre pouvant être écrit avec toutes ces cartes est :
cinq-cent-quatre-vingt-trois-millions, soit 583 000 000.

Activités

Questions flash

1. 5 11 17 **23 29 35 41** On ajoute 6 à chaque étape.
100 95 90 **85 80 75 70** On soustrait 5 à chaque étape.
3 6 12 **24 48 96 192** On multiplie par 2 à chaque étape.

Ces questions permettent de retravailler les trois opérations que sont l'addition, la soustraction et la multiplication, ainsi que le calcul mental, à travers des suites logiques.

2.

Nombre qui précède	Nombre	Nombre qui suit
997	998	999
3 098	3 099	3 100
100 000	100 001	100 002
999 998	999 999	1 000 000
999 999 999	1 000 000 000	1 000 000 001

Cette question permet de retravailler la notion d'ordre des nombres entiers mais aussi le principe de la numération de position et des classes (travailler les classes à travers la lecture des nombres et leur donner du sens).

3.

19h30 $\xrightarrow{+25\text{ min}}$ 19h55

Elle a arrêté de lire à 19h55.

4.

20h40 $\xrightarrow{+20\text{ min}}$ 21h $\xrightarrow{+1\text{ h}}$ 22h $\xrightarrow{+15\text{ min}}$ 22h15

20h40 $\xrightarrow{+1\text{ h }35\text{ min}}$ 22h15

Le film a duré 1 h 35 min.

Les questions **3.** et **4.** permettent de retravailler les calculs sur les durées. Dans la question **3.**, on recherche un horaire de fin ; dans la question **4.**, on recherche une durée.
La résolution fait intervenir une présentation schématique, semblable à la technique utilisée dans la vie quotidienne consistant à se ramener à des heures ou durées entières pour faciliter les calculs.

Questions flash

5. **Pour trouver 123 :**
$4 \times 5 = 20$
$20 + 3 = 23$
$100 + 23 = 123$

Pour trouver 135 :
$5 \times 2 = 10$
$25 + 10 = 35$
$100 + 35 = 135$

Pour trouver 532 :
$5 \times 100 = 500$
$4 + 3 = 7$
$25 + 7 = 32$
$500 + 32 = 532$

Pour trouver 300 000 :
$5 \times 2 = 10$
$4 \times 25 = 100$
$100 \times 100 = 10\,000$
$10 \times 10\,000 = 100\,000$
$3 \times 100\,000 = 300\,000$

Cet exercice reprend le principe du jeu « Le compte est bon ». Il permet de s'exercer au calcul mental et de développer des stratégies de calcul. On peut aussi faire réfléchir l'élève à une façon d'écrire les calculs en une seule étape en les regroupant (utilisation des parenthèses déjà vue en CM).
Il s'agit aussi de repérer certains regroupements intéressants en calcul astucieux, comme $5 \times 2 = 10$ ou $25 \times 4 = 100$.

Téléthon — Activité 1

Intentions des auteurs

Objectif : Réactiver la lecture et l'écriture des nombres entiers.
Prérequis : Le principe de la numération de position et les classes de nombres.
Capacité réintroduite, car vue en CM2 : Lire les grands nombres entiers en se reposant sur les classes de nombres.

1. Ce nombre s'écrira :
quatre-vingts-millions-trois-cent-dix-neuf-mille-cent-treize euros

C'est l'occasion ici de retravailler les règles d'orthographe d'écriture des nombres :
– les mots dans l'écriture du nombre sont séparés par un trait d'union ;
– les nombres sont invariables sauf « cent » et « vingt » qui prennent un « s » quand ils sont au pluriel et non suivis d'un nombre.
À noter, le cas particulier de « million » (et « milliard ») qui prennent un « s » au pluriel car ce sont des noms (on pourra faire remarquer qu'on dit « un million » et « un milliard » avec un article, ce qui indique bien que ce sont des noms).

On pourra ainsi expliquer que dans « quatre-vingts-millions », « vingt » prend un « s » car il est multiplié par « quatre » et n'est pas suivi d'un nombre, et que « million » prend un « s » car c'est un nom.

2. Les deux points figurant dans le nombre affiché permettent une lecture plus facile du nombre (car il est composé de onze chiffres). Ces points séparent les chiffres trois par trois, correspondant aux classes des nombres.

C'est l'occasion ici de présenter le tableau de numération avec les classes de nombres : classe des unités, des milliers, des millions (et d'en profiter pour présenter la classe des milliards), chaque classe comportant trois chiffres : le chiffre des unités, des dizaines et des centaines.

3. Wassim a tort car un milliard s'écrit $1\,000\,000\,000$ et $1\,000\,000\,000 > 101\,472\,581$ (se lit « cent-un-millions-quatre-cent-soixante-douze-mille-cinq-cent-quatre-vingt-un »).

Que d'opérations ! — Activité 2

Intentions des auteurs

Objectif : Revoir le sens de l'addition, de la soustraction et de la multiplication.
Prérequis : Connaissance du sens de chacune de ces trois opérations.
Capacité introduite : Réinvestir le sens de l'addition, de la soustraction et de la multiplication à travers l'imagination d'un énoncé.
Cette activité permet aussi de retravailler la structure d'un énoncé et la maitrise de la langue française.

Exemple d'énoncé :
Hector a acheté trois BD à 11 € l'une et quatre CD à 10 € l'un. Il a payé avec un billet de 100 €.
• Quelle somme le vendeur lui rend-il ?

On pourra insister sur la vraisemblance des données présentes dans l'énoncé. Par exemple : Hector ne peut pas acheter trois télévisions à 11 € l'une !
On pourra aussi insister sur la nécessité de la présence d'une question.
Après l'élaboration de l'énoncé, on pourra demander aux élèves ce qui est calculé à chaque opération. Par exemple, ici :

$3 \times 11 = 33$	Prix des 3 BD
$4 \times 10 = 40$	Prix des 4 CD
$33 + 40 = 73$	Montant total des achats d'Hector
$100 - 73 = 27$	Somme rendue par le vendeur

Ordre de grandeur — Activité 3

Intentions des auteurs

Objectif : Travailler les ordres de grandeur.
Prérequis : La maitrise de l'addition, de la soustraction et de la multiplication avec des nombres simples pour faire du calcul mental et le sens de ces opérations.
Capacité introduite : Estimer et utiliser un ordre de grandeur.

1.

Dans cette question, on travaille sur la notion d'ordre de grandeur ; cela permet aussi de retravailler certaines unités de mesure.

Taille d'une fourmi : Réponse C (3 mm)
Distance Lyon-Marseille : Réponse B (300 km)
Population française : Réponse C (60 000 000 habitants)
Superficie d'un terrain de football : Réponse B (10 000 m^2)
Découverte de l'Amérique : Réponse A (Il y a 500 ans.)

C'est l'occasion de rappeler que $10\,000\text{ m}^2 = 100\text{ m} \times 100\text{ m}$.
Il convient ici de faire noter que toutes ces valeurs ne sont pas des valeurs exactes mais des valeurs proches des valeurs exactes. Ces valeurs ont la particularité d'être des nombres « simples » avec lesquels il sera facile de calculer mentalement : c'est ce qu'on appelle un « ordre de grandeur ».
Il est intéressant ici de noter qu'il existe plusieurs ordres de grandeur en fonction de la précision souhaitée.

2. Cette question permet de mettre en situation l'utilisation des ordres de grandeur dans la vie quotidienne pour estimer un prix.

Pour trois paquets de pâtes :
$2 \times 1{,}39$ € (car un gratuit), soit environ $2 \times 1{,}50$ € = 3 €.

Pour deux packs de lait :
7,35 € + 3,37 € (car le 2^e^ est à moitié prix),
soit environ 8 € + 4 € = 12 €.

Pour deux boites de dosettes de lessive :
9,20 € (car pour un acheté, un offert), soit environ 10 €.

Soit un total d'environ 3 € + 12 € + 10 € = 25 €.
Chaque prix ayant été vu à la hausse, le montant exact est inférieur à 25 €, donc Samuel aura assez avec 25 € pour tout acheter.

On peut faire noter que si on prend des ordres de grandeur trop bas, on ne peut répondre correctement à la question. On peut alors croire que Samuel aura assez d'argent, alors qu'il peut lui manquer quelques euros ou quelques centimes.
On peut aussi faire noter que donner des ordres de grandeur trop élevés peut aussi s'avérer problématique : si on prend, par exemple, 2 € comme ordre de grandeur de 1,39 €, on dépasserait le montant de 25 €, alors que ce n'est pas le cas en réalité.
On peut aussi faire noter qu'un ordre de grandeur d'un terme peut être supérieur à sa valeur exacte et qu'un ordre de grandeur d'un autre terme peut être inférieur à sa valeur exacte, le premier compensant alors l'autre.

À l'heure ! — Activité 4

Intentions des auteurs

Objectif : Travailler sur les durées.
Prérequis : La connaissance des unités de durée et le lien qui les unit (1 h = 60 min et 1 min = 60 s), ainsi que l'addition et la soustraction de nombres entiers.
Capacité introduite : Utiliser les durées dans des problèmes et savoir les calculer.

1.

$$19h35 \xrightarrow{+25\text{ min}} 20h \xrightarrow{+55\text{ min}} 20h55$$
$$19h35 \xrightarrow{+80\text{ min} = 1\text{ h }20\text{ min}} 20h55$$

On ajoute 25 min et 55 min et on trouve 80 min. Il est conseillé de rappeler que 1 h = 60 min.
Aymeric dispose de 1 h 20 min pour diner avant le début du téléfilm.

Il faudra bien faire distinguer horaire et durée.
La présentation choisie ramène les calculs à des opérations sur des durées très simples ou à des heures entières pour faciliter les calculs.

2.

$$20h55 \xrightarrow{+5\text{ min}} 21h \xrightarrow{+1\text{ h}} 22h \xrightarrow{+25\text{ min}} 22h25$$
$$20h55 \xrightarrow{+1\text{ h }30\text{ min}} 22h25$$

Le téléfilm se terminera à 22h25.

3.

$$22h25 \xrightarrow{+5\text{ min}} 22h30$$

La publicité va durer 5 minutes entre la fin du téléfilm et le début du journal télévisé.

4.

$$22h30 \xrightarrow{+30\text{ min}} 23h \xrightarrow{+4\text{ min}} 23h04$$
$$22h30 \xrightarrow{+34\text{ min}} 23h04$$

Le journal télévisé se terminera à 23h04. En se couchant à 22h50, Aymeric ne pourra donc pas voir le journal en entier.

Savoir-faire

2 **a.** 3 580 501 s'écrit en lettres :
trois-millions-cinq-cent-quatre-vingt-mille-cinq-cent-un
b. 100 450 000 180 s'écrit en lettres :
cent-milliards-quatre-cent-cinquante-millions-cent-quatre-vingts

3 **a.** six-cent-quatre-vingt-mille-vingt-trois s'écrit en chiffres :
680 023
b. trois-millions-cent-trente-mille-neuf s'écrit en chiffres :
3 130 009

6 **1.**

C'est un problème additif et multiplicatif simple comme les élèves en ont rencontré régulièrement en Primaire.

On calcule d'abord le prix des gâteaux :
$6 \times 2 = 12$ €
Le prix des briques de jus (le nombre de briques par paquets est une donnée inutile) :
$14 \times 3 = 42$ €
On calcule le total :
$12 + 42 = 54$ € Maria doit payer 54 €.

2. On calcule ce qu'on lui rend avec une soustraction :
$100 - 54 = 46$ € On va lui rendre 46 €.

9 Un ordre de grandeur du nombre d'habitants en Haute-Corse est de 170 000 habitants en 2013.

10 Un ordre de grandeur de la superficie de la surface agricole est de 30 millions d'hectares.

11 Un ordre de grandeur des smartphones vendus en 2015 est de 25 000 000.
Un ordre de grandeur du prix d'un smartphone est de 200 €.
Un ordre de grandeur de la somme représentée par la vente des smartphones est de $25\,000\,000 \times 200 = 5$ milliards d'euros.

13

13h55 $\xrightarrow{+2h}$ 15h55 $\xrightarrow{+5min}$ 16h $\xrightarrow{+10min}$ 16h10

13 h 55 min + 2 h 15 min = 16 h 10 min
Elle sortira du cinéma à 16h10.

14

20h56 $\xleftarrow{-4\text{ min}}$ 21h $\xleftarrow{-3\text{ h}}$ 24h $\xleftarrow{-4\text{ min}}$ 0h04 = 24h04 $\xleftarrow{-6\text{ h}}$ 6h04

6 h 04 min – 9 h 08 min = 20 h 56 min
Elle s'est endormie à 20h56.

Exercices

Lire et écrire des nombres entiers

Questions flash

15 **a.** 567 543 se lit :
cinq-cent-soixante-sept-mille-cinq-cent-quarante-trois
b. 7 087 560 se lit :
sept-millions-quatre-vingt-sept-mille-cinq-cent-soixante
c. 120 000 546 870 se lit :
cent-vingt-milliards-cinq-cent-quarante-six-mille-huit-cent-soixante-dix
d. 80 003 094 se lit :
quatre-vingts-millions-trois-mille-quatre-vingt-quatorze

Questions flash

16 On obtient :
170 – 175 – 180 – 185 – 190 – 195 – 200 – 205 – 210

17 On obtient :
378 – 380 – 382 – 384 – 386 – 388 – 390 – 392 – 394 – 396 – 398 – 400 – 402 – 404 – 406 – 408 – 410 – 412

18 **a.** Vrai. Un nombre est écrit avec des chiffres.
b. Vrai. On peut justifier en utilisant le tableau de numération :

Classe des mille			Classe des unités		
centaines	dizaines	unités	centaines	dizaines	unités
	3	4	6	5	4

c. Faux. C'est le chiffre des unités.

Classe des mille			Classe des unités		
centaines	dizaines	unités	centaines	dizaines	unités
3	4	7	0	0	5

d. Faux. Le nombre de centaines est 378 (8 est le chiffre des centaines).

Classe des mille			Classe des unités		
centaines	dizaines	unités	centaines	dizaines	unités
	3	7	8	9	7

e. Faux. Le nombre de dizaines est 3 670.

Classe des mille			Classe des unités		
centaines	dizaines	unités	centaines	dizaines	unités
	3	6	7	0	3

19 **a.** 1 234 s'écrit en lettres : mille-deux-cent-trente-quatre
b. 12 087 s'écrit en lettres : douze-mille-quatre-vingt-sept
c. 3 870 500 s'écrit en lettres :
trois-millions-huit-cent-soixante-dix-mille-cinq-cents

20 Quentin a pris sa voiture pour parcourir mille-trois-cents kilomètres. Il a fait des pauses régulièrement. Il s'est arrêté au bout de deux-cent-quatre-vingts kilomètres puis au bout de cinq-cent-trente-trois kilomètres puis au bout de huit-cent-quarante-six kilomètres et enfin au bout de mille-quatre kilomètres.

21 **a.** 123 806 = 123 milliers 8 centaines 6 unités
b. 5 800 504 000 = 5 milliards 800 millions 504 milliers
c. 87 890 056 000 = 87 890 millions 56 milliers

On peut avoir recours au tableau de numération.

Classe des milliards			Classe des millions			Classe des mille			Classe des unités		
centaines	dizaines	unités	centaines	dizaines	unités	centaines	dizaines	unités	centaines	dizaines	unités
						1	2	3	8	0	6
		5	8	0	0	5	0	4	0	0	0
	8	7	8	9	0	0	5	6	0	0	0

22 huit-cent-quatre-vingt-cinq
cinq-cent-quatre-vingt-huit

23 Cet exercice permet d'insister sur le fait que les espaces permettent de faciliter la lecture des grands nombres. On peut aussi écrire les nombres dans un tableau de numération pour bien mettre en évidence les classes.

12 323 • 57 603 457 • 101 212 112 • 3 421 560 013

24 La distance moyenne entre la Terre et le Soleil est de 149 597 871 km.
a. Le chiffre des centaines de mille est le chiffre 5.
b. Le chiffre des dizaines de millions est le chiffre 4.
c. Le chiffre des centaines est le chiffre 8.

25

4 est le chiffre des dizaines de mille. — 45 223
452 est le nombre de centaines. — 89 452
4 est le chiffre des centaines. — 45 257
45 est le nombre de milliers. — 56 452

26 On va procéder par élimination.
On écrit la liste des nombres pairs compris entre 410 et 450 :
412 – 414 – 416 – 418 – 420 – 422 – 424 – 426 – 428 – 430 – 432 – 434 – 436 – 438 – 440 – 442 – 444 – 446 – 448

Le chiffre des unités est le double du chiffre des dizaines : on élimine tous les nombres qui ne respectent pas cette condition.
Il reste : 412 – 424 – 436 – 448
La somme de mes chiffres est un multiple de 4 :
Pour 412, on obtient $4 + 1 + 2 = 7$, ce n'est pas un multiple de 4.
Pour 424, on obtient $4 + 2 + 4 = 10$, ce n'est pas un multiple de 4.
Pour 436, on obtient $4 + 3 + 6 = 13$, ce n'est pas un multiple de 4.
Pour 448, on obtient $4 + 4 + 8 = 16$, c'est un multiple de 4.
Le nombre cherché est 448.

27 a. 3 695 • 3 795 • 3 895 • **3 995** • **4 095**
On ajoute une centaine à chaque étape.
b. 45 667 234 • 45 767 235 • 45 867 236 • **45 967 237** • **46 067 238**
On ajoute une centaine de mille et une unité à chaque étape.

28 a. $95\,307 = (95 \times 1\,000) + (30 \times 10) + 7$
b. $547\,076 = (547 \times 1\,000) + (7 \times 10) + 6$
c. $3\,405\,560 = (3\,405 \times 1\,000) + (56 \times 10)$

29 $6\,547 < 6\,574 < 6\,745 < 6\,754 < 7\,645 < 7\,654$

30 $6\,857\,020 > 6\,587\,200 > 6\,587\,002 > 658\,702 > 657\,902 > 67\,888 > 67\,852 > 67\,582 > 65\,782$

31 a. $5\,678 < 5\,679 < 5\,680$
b. $6\,998 < 6\,999 < 7\,000$
c. $18\,989 < 18\,990 < 18\,991$
d. $129\,998 < 129\,999 < 130\,000$

Additionner, soustraire et multiplier avec des nombres entiers

Questions flash

32 a. $6 \times 7 = 42$ b. $5 \times 5 = 25$ c. $8 \times 7 = 56$
d. $9 \times 8 = 72$ e. $7 \times 8 = 56$
f. $17 + 5 + 13 = 35$
On calculera d'abord $17 + 13 = 30$ puis $30 + 5 = 35$.
g. $35 + 12 + 15 = 62$
On calculera d'abord $35 + 15 = 50$ puis $50 + 12 = 62$.
h. $48 + 10 + 4 + 2 = 64$
On calculera d'abord $48 + 2 = 50$ puis $10 + 4 = 14$ et enfin $50 + 14 = 64$.

33 a. $199 + 54 = 253$
On calculera d'abord $200 + 54 = 254$ puis $254 - 1 = 253$.
b. $56 - 29 = 27$
On calculera d'abord $56 - 30 = 26$ puis $26 + 1 = 27$.
c. $89 + 177 = 266$
On calculera d'abord $90 + 177 = 267$ puis $267 - 1 = 266$.
d. $999 + 93 = 1\,092$
On calculera d'abord $1\,000 + 93 = 1\,093$ puis $1\,093 - 1 = 1\,092$.
e. $56 - 18 = 38$
On calculera d'abord $56 - 20 = 36$ puis $36 + 2 = 38$.
f. $175 - 39 = 136$
On calculera d'abord $175 - 40 = 135$ puis $135 + 1 = 136$.

34 a. $467 \times 10 = 4\,670$ b. $67\,090 \times 10 = 670\,900$
c. $564 \times 100 = 56\,400$ d. $5\,650 \times 100 = 565\,000$
e. $265 \times 1\,000 = 265\,000$ f. $3\,650 \times 1\,000 = 3\,650\,000$

35 a. $125 \times 9 = (125 \times 10) - 125 = 1\,250 - 125 = 1\,125$
b. $57 \times 11 = (57 \times 10) + 57 = 570 + 57 = 627$
c. $68 \times 20 = 68 \times 2 \times 10 = 136 \times 10 = 1\,360$
d. $82 \times 15 = (82 \times 10) + (82 \times 5) = 820 + 410 = 1\,230$
e. $65 \times 98 = (65 \times 100) - (65 \times 2) = 6\,500 - 130 = 6\,370$
f. $89 \times 101 = (89 \times 100) + 89 = 8\,900 + 89 = 8\,989$

36 1. $35 - 12 = 23$
Karine a ajouté 23 à 12 pour obtenir 35.
2. $783 - 654 = 129$
Cynthia a ajouté 129 à 654 pour obtenir 783.
3. $35 + 12 = 47$
Pascal a enlevé 12 à 47 pour obtenir 35.

37 a. **Pour obtenir 367 :**
$8 + 2 = 10$
$12 \times 10 = 120$
$120 \times 3 = 360$
$360 + 7 = 367$
b. **Pour obtenir 644 :**
$8 \times 4 = 32$
$32 \times 20 = 640$
$640 + 4 = 644$

Les exercices **38** à **40** permettent de retravailler les techniques opératoires des différentes opérations sur les entiers en insistant sur les retenues et la position des chiffres dans le calcul posé.

38 a.

		7_{+2}	4_{+2}	5
+		5	6	7
+		3	9	8
	1	7	1	0

b.

	3	2_{+1}	5_{+1}	8_{+1}	7
+		1	7	8	9
	3	4	3	7	6

c.

		5	2	0_{+1}	1_{+1}	4
+	1	2	5	0	9	9
	1	7	7	1	1	3

d.

	2_{+1}	5_{+1}	0_{+1}	4
+		3	5	6
+	1	2	5	8
	4	1	1	8

39 a.

	8	9	$_{1}5$
–	7	5_{+1}	9
	1	3	6

b.

	2	$_{1}5$	$_{1}5$	$_{1}6$	8
–	1_{+1}	9_{+1}	8_{+1}	9	1
		5	6	7	7

c.

	5	6	$_{1}8$	$_{1}7$	9
–	0	1_{+1}	9_{+1}	9	2
	5	4	8	8	7

d.

	1	$_{1}7$	$_{1}5$	$_{1}6$	$_{1}6$
–	0_{+1}	9_{+1}	8_{+1}	9_{+1}	9
		7	6	6	7

40 a.

	5	6	8	9
×				5
2	8	4	4	5

b.

	1	2	5	4	7
×					9
1	1	2	9	2	3

c.

			5	6	8
		×		7	2
		1	1	3	6
+	3	9	7	6	0
	4	0	8	9	6

d.

$$
\begin{array}{r}
2\ 3\ 9 \\
\times\quad 4\ 0\ 5 \\
\hline
1\ 1\ 9\ 5 \\
+\ 9\ 5\ 6\ 0\ 0 \\
\hline
9\ 6\ 7\ 9\ 5
\end{array}
$$

e.

$$
\begin{array}{r}
1\ 2\ 7\ 8 \\
\times\quad 2\ 0\ 0\ 2 \\
\hline
2\ 5\ 5\ 6 \\
+\ 2\ 5\ 5\ 6\ 0\ 0\ 0 \\
\hline
2\ 5\ 5\ 8\ 5\ 5\ 6
\end{array}
$$

f.

$$
\begin{array}{r}
2\ 5\ 5\ 8\ 9 \\
\times\quad 2\ 5 \\
\hline
1\ 2\ 7\ 9\ 4\ 5 \\
+\ 5\ 1\ 1\ 7\ 8\ 0 \\
\hline
6\ 3\ 9\ 7\ 2\ 5
\end{array}
$$

41 **a.** $25 \times 5 = 125$ $125 + 12 = 137$ $137 - 7 = 130$
b. $17 \times 5 = 85$ $85 + 12 = 97$ $97 - 7 = 90$
c. $31 \times 5 = 155$ $155 + 12 = 167$ $167 - 10 = 160$

42 Tiphaine a raison.
Anaïs a fait une erreur à la deuxième ligne de son calcul, elle a fait $1\,789 \times 2$ au lieu de $1\,789 \times 20$. Elle a oublié le zéro de décalage pour indiquer le passage aux dizaines.
Gaël a fait des erreurs dans son addition. Il n'a pas tenu compte des retenues.
On a : $1\,789 \times 25 = 44\,725$

43 **1.** $1\,678 + 100 = 1\,778$, en ajoutant 100 à 1 678, on change bien le 6 en 7.
2. $1\,678 + 4\,120 = 5\,798$

44 **1.** On calcule le nombre de crayons :
$24 \times 12 = 288$ Il a acheté 288 crayons.
On calcule le nombre d'élèves :
$9 \times 29 = 261$ Il a 261 élèves.
$288 > 261$ Il a donc assez de crayons pour ses élèves.
2. $2 \times 24 = 48$ €
Il va payer 48 €.
L'erreur ici serait de multiplier le nombre de crayons par 2 : il s'agit du paquet et non du crayon qui coute 2 €.

45 On cherche la taille de Charlotte :
$145 + 32 = 177$ Charlotte mesure 177 cm.
On cherche la taille de Mahel :
$145 - 49 = 96$ Mahel mesure 96 cm.

Estimer un ordre de grandeur

Questions flash

46 Un ordre de grandeur de la largeur d'une porte est 100 cm (soit 1 m). (Réponce **c.**)

47 Un ordre de grandeur de la masse d'un bébé à la naissance est 3 500 grammes. (Réponse **b.**)

48 **a.** Un ordre de grandeur de la longueur d'une abeille est 1 cm.
b. Un ordre de grandeur de la largeur d'un cahier grand format est 20 cm.
c. Un ordre de grandeur de la longueur d'une voiture est 4 m.

49 Un ordre de grandeur de l'âge de l'Univers est de 15 milliards d'années. (Réponse **d.**)

50

Département	Superficie (en km^2)	Ordre de grandeur
Essonne	1 804	2 000
Hauts-de-Seine	176	200
Paris	105	100
Seine-et-Marne	5 915	6 000
Seine-Saint-Denis	236	250
Val-de-Marne	245	250
Val-d'Oise	1 246	1 000
Yvelines	2 284	2 000
Total		11 800

Un ordre de grandeur de la superficie de la région Ile-de-France est 11 800 km^2.

51 **a.** $2\,548 + 1\,900$
Un ordre de grandeur est $2\,500 + 2\,000 = 4\,500$.
b. $36\,121 - 4\,097$
Un ordre de grandeur est $36\,000 - 4\,000 = 32\,000$.
c. 187×18
Un ordre de grandeur est $200 \times 20 = 4\,000$.
d. 954×39
Un ordre de grandeur est $1\,000 \times 40 = 40\,000$.

Calculer avec des durées

Questions flash

52 **a.** 2 jours $= 2 \times 24$ h $= 48$ h
b. 2 heures $= 2 \times 60$ min $= 120$ min
c. 20 minutes $= 20 \times 60$ s $= 1\,200$ s

53 3 heures $= 3 \times 60$ min $= 180$ min
Ces deux durées sont identiques.

54 Un film dure environ 120 minutes (soit 2 h). (Réponse **c.**)

55 **a.** 10 jours $= 10 \times 24$ h $= 240$ h
b. 6 h $= 6 \times 60$ min $= 360$ min
c. 187 min $=$ 180 min $+$ 7 min $= (3 \times 60$ min$) + 7$ min
$=$ 3 h 07 min
d. 3 654 s $=$ 3 600 s $+$ 54 s $=$ 1 h 00 min 54 s
e. 128 000 ans $= 1\,280 \times 100$ ans $=$ 1 280 siècles

56 On convertit toutes les durées en secondes.
- 300 min $= 300 \times 60$ s $= 18\,000$ s
- 4 h 30 min $= (4 \times 60$ min$) + 30$ min $= 240$ min $+ 30$ min
$= 270$ min $= 270 \times 60$ s $= 16\,200$ s
- 18 120 s
- 5 h 15 min $= (5 \times 60$ min$) + 15$ min $= 315$ min
$= 315 \times 60$ s $= 18\,900$ s

16 200 s $<$ 18 000 s $<$ 18 120 s $<$ 18 900 s
On obtient le classement suivant :
4 h 30 min $<$ 300 min $<$ 18 120 s $<$ 315 min

57 **a.** 12 h 51 min 15 s $= (12 \times 60$ min$) + 51$ min 15 s
$= 720$ min $+ 51$ min 15 s $= 771$ min 15 s
b. 987 s $= 960$ s $+ 27$ s $= (16 \times 60$ s$) + 27$ s $= 16$ min 27 s
c. 5 h 36 s $= (5 \times 60$ min$) + 36$ s $= 300$ min 36 s
d. 2 438 s $= 2\,400$ s $+ 38$ s $= (40 \times 60$ s$) + 38$ s $= 40$ min 38 s

58 **a.** 2 h 24 min $= (2 \times 60$ min$) + 24$ min $= 120$ min $+ 24$ min
$= 144$ min $= 144 \times 60$ s $= 8\,640$ s
b. 6 h 36 min 06 s $= (6 \times 3\,600$ s$) + (36 \times 60$ s$) + 6$ s
$= 21\,600$ s $+ 2\,160$ s $+ 6$ s $= 23\,766$ s
c. 35 h 45 min 21 s $= (35 \times 3\,600$ s$) + (45 \times 60$ s$) + 21$ s
$= 126\,000$ s $+ 2\,700$ s $+ 21$ s $= 128\,721$ s
d. 4 h 51 min $= (4 \times 3\,600$ s$) + (51 \times 60$ s$)$
$= 14\,400$ s $+ 3\,060$ s $= 17\,460$ s

59 On peut faire le schéma suivant :

$$
\text{10h35} \xrightarrow{+25\text{ min}} \text{11h00} \xrightarrow{+5\text{ h}} \text{16h00} \xrightarrow{+15\text{ min}} \text{16h15}
$$

On calcule 25 min $+$ 5 h $+$ 15 min $=$ 5 h 40 min.
Le trajet a duré 5 h 40 min.

60 On peut faire le schéma suivant :

16h25 $\xrightarrow{+35 \text{ min}}$ 17h00 $\xrightarrow{+2 \text{ h}}$ 19h00 $\xrightarrow{+10 \text{ min}}$ 19h10

Julie va arriver à 19h10.

61 1. On peut faire le schéma suivant :

21h16 $\xleftarrow{-44 \text{ min}}$ 22h00 $\xleftarrow{-7 \text{ h}}$ 5h00 $\xleftarrow{-12 \text{ min}}$ 5h12

L'avion a décollé à 21h55.

2. On cherche la durée entre 5h12 et 7h03.
On peut faire le schéma suivant :

5h12 $\xrightarrow{+48 \text{ min}}$ 6h00 $\xrightarrow{+1 \text{ h}}$ 7h00 $\xrightarrow{+3 \text{ min}}$ 7h03

48 min + 1 h + 3 min = 1 h 51 min
Elle devra attendre 1 h 51 min.

Faire le point

QCM

1 1. B 2. C

2 3. C 4. A

3 5. A

4 6. B

Problèmes

62 **Nouvelle voiture**

Les options viennent en supplément, elles sont donc à ajouter au prix de la voiture.
On calcule d'abord le prix des quatre jantes :
115 × 4 = 460 €
18 900 + 1 485 + 890 + 460 = 21 735 €
On pouvait aussi faire directement le calcul :
18 900 + 1 485 + 890 + (4 × 115) = 21 735 €
Une remise est une réduction sur le prix.
21 735 – 1 500 = 20 235 €
M. Lafon va payer 20 235 € au total.

Coup de pouce possible : Quel est le montant total des options ?

63 **Les continents**

1. Le continent le plus peuplé en 2016 est l'Asie avec 4 340 millions d'habitants.
Le continent le moins peuplé en 2016 est l'Océanie avec 38 millions d'habitants.
2. Il y a trente-huit-millions d'habitants en Océanie.
Il y a mille-cent-soixante-neuf-millions d'habitants en Afrique.
Il y a sept-cent-quarante-six-millions d'habitants en Europe.
Il y a quatre-mille-trois-cent-quarante-millions d'habitants en Asie.
Il y a neuf-cent-quatre-vingt-cinq-millions d'habitants en Amérique.
3. Le nombre d'habitants en Afrique et en Asie dépassaient le milliard en 2016.
4. Avec 985 millions d'habitants, l'Amérique atteint presque le milliard en 2016.
5. On calcule la différence : 4 340 – 3 776 = 564
La population en Asie a augmenté entre 2002 et 2016 de 564 millions d'habitants.
6. On calcule le nombre total d'habitants en 2002 :
32 + 832 + 727 + 3 776 + 858 = 6 225 millions
On calcule le nombre total d'habitants en 2016 :
38 + 1 169 + 746 + 4 340 + 985 = 7 278 millions
On calcule la différence : 7 278 – 6 225 = 1 053 millions
La population mondiale a augmenté de 1 053 millions d'habitants entre 2002 et 2016.

64 **Vidange**

On cherche d'abord le nombre de vidanges qui ont déjà été faites : 3 vidanges.
3 × 30 000 = 90 000 km 96 689 – 90 000 = 6 689 km
Elle a déjà parcouru 6 689 km depuis sa dernière vidange.
30 000 – 6 689 = 23 311 km
Il lui reste 23 311 km à parcourir avant la prochaine vidange.
On peut aussi dire que les vidanges devant être faites tous les 30 000 km, sa prochaine vidange aura lieu à 30 000 × 4 = 120 000 km.
Il lui reste donc 120 000 – 96 689 = 23 311 km avant sa prochaine vidange.

Coups de pouce possibles : Quand la dernière vidange a-t-elle été faite ? Quand la prochaine vidange sera-t-elle faite ?

65 **Le Soleil**

Le Soleil est une étoile d'un million-cent-quatre-vingt-douze-mille kilomètres (1 192 000 km) de diamètre, située à cent-quarante-neuf-millions-six-cent-mille kilomètres (149 600 000 km) de la Terre. Son âge est d'environ cinq-milliards d'années (5 000 000 000 années). Sa température en surface est de six-mille degrés Celsius (6 000 °C) et, en son centre, de quinze-millions de degrés Celsius (15 000 000 °C). La pression en son centre est égale à trois-cent-quarante-milliards (340 000 000 000) de fois la pression terrestre au niveau de la mer.

66 **Pétrole**

On calcule d'abord le nombre de secondes par jour.

Rappel : 1 h = 3 600 s et 1 jour = 24 h

1 jour = 24 × 3 600 s = 86 400 s
Puis le nombre de litres consommés en une journée :
86 400 × 23 × 159 = 315 964 800 L
La consommation française de pétrole ne dépasse pas le milliard de litres par jour.

67 **Revenu**

On calcule d'abord son salaire sans les primes :
12 × 1 652 = 19 824 €
Puis on rajoute les primes, la première est de 255 €, et la deuxième est de 255 × 2 = 510 €.
19 824 + 255 + 510 = 20 589 €
On pouvait aussi faire le calcul directement :
19 824 + 255 + 2 × 255 = 20 589 €
Son salaire annuel est de 20 589 €.

Il faudra faire attention au fait qu'il s'agit du salaire annuel, et non mensuel, qui est demandé.

68 **Grandes villes françaises**

1. Classement des villes de la plus peuplée à la moins peuplée :
2 254 262 > 864 323 > 509 233 > 466 219 > 346 251 > 300 614 > 280 114 > 276 054 > 247 688 > 217 309
Paris – Marseille – Lyon – Toulouse – Nice – Nantes – Strasbourg – Montpellier – Bordeaux – Rennes
2. Les villes de Paris, Marseille et Lyon comptent plus de 500 000 habitants.
3. Les villes de Bordeaux et Rennes comptent environ 200 000 habitants.
4. On cherche un ordre de grandeur du nombre d'habitants de chaque ville :

Paris : 2 000 000	**Marseille :** 900 000
Lyon : 500 000	**Toulouse :** 500 000
Nice : 300 000	**Nantes :** 300 000
Strasbourg : 300 000	**Montpellier :** 300 000
Bordeaux : 200 000	**Rennes :** 200 000

On fait le total :
2 000 000 + 900 000 + 500 000 + 500 000 + 300 000 + 300 000 + 300 000 + 300 000 + 300 000 + 200 000 + 200 000 = 5 800 000
Un ordre de grandeur de la population totale de ces dix villes est de 5 800 000 habitants.

Cela peut être l'occasion de placer ces villes sur une carte de France.

69 **Tir à l'arc**

Cinq fléchettes ont atteint la zone des unités de millions :
5 × 1 000 000
Une fléchette a atteint la zone des dizaines de milliards :
1 × 10 000 000 000
Une fléchette a atteint la zone des centaines d'unités :
1 × 100
Il reste trois fléchettes dans la zone des dizaines de mille :
3 × 10 000
On fait le total :
5 000 000 + 10 000 000 000 + 100 + 30 000 = 10 005 030 100
Son score est de 10 005 030 100 points.

70 **Tour Eiffel**

1. 57 + 58 = 115 m — Le deuxième étage est à 115 m.
2. 276 – 115 = 161 — On s'élève encore de 161 m entre le deuxième et le troisième étage.
3. 324 – 312 = 12 m — L'antenne mesure 12 m.

Coup de pouce possible : Faire un schéma pour visualiser les différents étages et l'antenne, avec les distances.

71 **Pièces de collection**

1. On cherche le nombre de pièces de Gabriel avant que son père lui en donne.
   Il en a 541 de plus que Ivana : 2 843 + 541 = 3 384 pièces
   Elle lui en donne 163 : 3 384 + 163 = 3 547 pièces
   On cherche maintenant combien son père lui en a donné :
   3 998 – 3 547 = 451 pièces
   Le père de Gabriel lui a donné 451 pièces.
2. Ivana n'a plus que 2 843 – 163 = 2 680 pièces puisqu'elle en a donné à son frère.
   2 680 + 3 998 = 6 678
   Ils ont 6 678 pièces à tous les deux.

Attention : Quand Ivana donne des pièces à son frère, le nombre de pièces du frère augmente mais celui d'Ivana diminue !

72 **Devinette**

① Je suis un nombre entier à onze chiffres.
_ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _
② Mon chiffre des unités est le double de 3.
_ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 6
③ Mon chiffre des centaines de mille est égal à la moitié de mon chiffre des unités.
_ _ _ _ _ 3 _ _ _ _ 6
④ Mon chiffre des dizaines de millions est égal au tiers de mon chiffre des unités.
_ _ _ 2 _ 3 _ _ _ _ 6
⑤ La somme de mon chiffre des centaines de mille et de mon chiffre des centaines est égale à 8.
_ _ _ 2 _ 3 _ _ 5 _ 6
⑥ La différence entre mon chiffre des unités et mon chiffre des dizaines est égale à 5.
_ _ _ 2 _ 3 _ _ 5 1 6
⑦ Le produit de mon chiffre des dizaines de millions par mon chiffre des dizaines de milliards est égal à la somme des trois chiffres de la classe des unités.
5 + 1 + 6 = 12 = 2 × 6
6 _ _ 2 _ 3 _ _ 5 1 6
⑧ La somme de mon chiffre des centaines et de mon chiffre des centaines de mille est égale à la somme de mon chiffre des dizaines et de mon chiffre des centaines de millions.
5 + 3 = 8 = 1 + 7
6 _ 7 2 _ 3 _ _ 5 1 6
⑨ Mon chiffre des unités de millions est le quadruple de mon chiffre des dizaines de millions.
2 × 4 = 8
6 _ 7 2 8 3 _ _ 5 1 6
⑩ Tous les chiffres sont présents au moins une fois dans mon écriture et mon chiffre des unités de mille est supérieur à mon chiffre des dizaines de mille, lui-même supérieur à mon chiffre des unités de milliards.
Il reste 0, 4 et 9 à placer : 6 0 7 2 8 3 4 9 5 1 6
60 728 349 516 est le nombre à trouver.

73 **La piscine**

On cherche d'abord le nombre de carreaux :
12 × 26 = 312 — Il faut 312 carreaux.
On calcule le prix total : 312 × 5 = 1 560 €
Le carrelage du fond de la piscine a couté 1 560 €.
La dimension des carreaux est ici une donnée inutile.

Coup de pouce possible : Combien y a-t-il de carreaux ?

74 **Marées**

1. La marée est basse à 11h14 le jeudi 3.

Date	Pleines mers						Basses mers			
	Matin h min	Haut. m	Coef.	Soir h min	Haut. m	Coef.	Matin h min	Haut. m	Soir h min	Haut. m
Ma 1	3:26	3,65	72	15:48	4,05	77	9:26	1,00	22:01	0,80
Me 2	4:24	4,00	81	16:43	4,25	86	10:22	0,85	22:57	0,60
J 3	5:19	4,15	90	17:35	4,40	93	11:14	0,70	23:50	0,45
V 4	6:10	4,20	95	18:25	4,45	96	- -	- -	12:03	0,65
S 5	6:58	4,15	96	19:13	4,45	95	0:40	0,40	12:51	0,65
D 6	7:43	4,05	93	20:00	4,30	90	1:30	0,45	13:57	0,70
L 7	8:27	3,90	86	20:46	4,15	81	2:16	0,60	14:23	0,85
Ma 8	9:11	3,70	76	21:31	3,90	70	3:01	0,60	15:09	1,05
Me 9	9:57	3,55	85	22:20	3,65	59	3:46	1,05	15:57	1,25
J 10	10:49	3,35	53	23:16	3,40	48	4:35	1,30	16:51	1,45

2.

Date	Pleines mers						Basses mers			
	Matin h min	Haut. m	Coef.	Soir h min	Haut. m	Coef.	Matin h min	Haut. m	Soir h min	Haut. m
Ma 1	3:26	3,65	72	15:48	4,05	77	9:26	1,00	22:01	0,80
Me 2	4:24	4,00	81	16:43	4,25	86	10:22	0,85	22:57	0,60
J 3	5:19	4,15	90	17:35	4,40	93	11:14	0,70	23:50	0,45
V 4	6:10	4,20	95	18:25	4,45	96	- -	- -	12:03	0,65
S 5	6:58	4,15	96	19:13	4,45	95	0:40	0,40	12:51	0,65
D 6	7:43	4,05	93	20:00	4,30	90	1:30	0,45	13:57	0,70
L 7	8:27	3,90	86	20:46	4,15	81	2:16	0,60	14:23	0,85
Ma 8	9:11	3,70	76	21:31	3,90	70	3:01	0,60	15:09	1,05
Me 9	9:57	3,55	85	22:20	3,65	59	3:46	1,05	15:57	1,25
J 10	10:49	3,35	53	23:16	3,40	48	4:35	1,30	16:51	1,45

On cherche la durée écoulée entre 6h58 et 19h13.
19 h 13 min – 6 h 58 min = 12 h 15 min
La durée écoulée entre deux pleines mers est 12 h 15 min.

3. Le mardi 8, la basse mer commence à 15h09 et elle sera haute à 21h31. Ils pourront donc faire la sortie cet après-midi-là.

75 **Direction Lorient !**

On calcule la durée de chaque trajet :

- 10h57 $\xrightarrow{-6\text{ h}}$ 4h57 $\xrightarrow{-57\text{ min}}$ 4h $\xrightarrow{-2\text{ min}}$ 3h58
  10h57 $\xrightarrow{-6\text{ h }59\text{ min}}$ 3h58

10 h 57 min – 6 h 59 min = 3 h 58 min

- 13h54 $\xrightarrow{-10\text{ h}}$ 3h54 $\xrightarrow{-5\text{ min}}$ 3h49
  13h54 $\xrightarrow{-10\text{ h }05\text{ min}}$ 3h49

13 h 54 min – 10 h 05 min = 3 h 49 min

- 15h57 3h57 3h52

  −12 h −5 min

  −12 h 05 min

15 h 57 min − 12 h 05 min = 3 h 52 min

- 17h25 4h25 4h 3h44

  −13 h −25 min −16 min

  −13 h 41 min

17 h 25 min − 13 h 41 min = 3 h 44 min
C'est le dernier train qui part à 13h41 qui est le plus rapide.

76 **Cheveux**

On cherche d'abord la durée écoulée en 20 ans :
1 mois × 12 × 20 = 240 mois
20 ans correspondent à 240 mois.
140 000 × 1 cm × 240 = 33 600 000 cm
= 336 000 m = 336 km
Une personne blonde produit environ 336 km de cheveux en 20 ans.

77 **Très grands nombres**

1. 1 billiard est un 1 suivi de 15 zéros.
   247 billiards = 247 000 000 000 000 000
   1 trilliard est un 1 suivi de 21 zéros.
   5 trilliards = 5 000 000 000 000 000 000 000
2. Par exemple :
   Quatrillion (1 suivi de 24 zéros)
   Quintillion (1 suivi de 30 zéros)
   Sextillion (1 suivi de 36 zéros)
   Septillion (1 suivi de 42 zéros)
   Octillion (1 suivi de 48 zéros)
   Nonillion (1 suivi de 54 zéros)

Prolongement possible : On peut demander aux élèves de trouver dans quel contexte ils sont utilisés.

78 **Au festival d'Avignon**

On cherche d'abord l'heure à laquelle finit le spectacle *Le Petit Prince* :
14 h 25 min + 55 min = 15 h 20 min
Avec le trajet : 15 h 20 min + 12 min = 15 h 32 min
Stella arrivera à 15h32.
Le spectacle commence à 16h05, et il faut arriver 30 minutes avant, soit à 15h35 au plus tard donc elle pourra voir les deux spectacles.

Coup de pouce possible : À quelle heure au plus tard doit-elle arriver pour voir le deuxième spectacle ?

79 **Au cinéma**

Ils peuvent voir le film *L'Âge de glace 5* qui commence à 15h50 et dure 1 h 40 min ; ils sortiront à 17h30. Ils ne pourront pas aller voir un autre film. Ils ne vont évidemment pas revoir le même film à la séance de 18h05, qui en plus, les ferait sortir trop tard à 19h45 et ils ne pourront pas non plus voir *Rogue One* à la séance de 18h10 car le film dure jusqu'à 20h23. Ils ne peuvent pas non plus voir *SOS Fantômes* qui commence à 17h40 et qui dure 1 h 57 min, ce qui les ferait sortir à 19h37, trop tard pour le bus.
Ils peuvent aussi aller voir le film *Rogue One* qui commence à 15h50 et dure 2 h 13 min ; ils sortiront à 18h03. Ils ne pourront pas aller voir d'autre film après. En effet, *L'Âge de glace 5* commence à 18h05 mais finit à 19h45, trop tard aussi pour le bus.
Ils peuvent donc finalement voir : soit *L'Âge de glace 5* à la séance de 15h50, soit *Rogue One* à la séance de 15h50.

80 **Généalogie**

1. En observant le tableau, on voit que le premier ancêtre a pour numéro le double du numéro de son enfant.
   27 013 096 088 × 2 = 54 026 192 176

54 026 192 176	54 026 192 177
Boson III l'Ancien de Bourgogne	Richilde d'Amiens

27 013 096 088
Hubert de Bourgogne

2. a. Son époux Landry IV a pour numéro 8 589 934 596.
   b. Pour passer d'une génération à la suivante, on multiplie par 2.
   La première génération commence par 2, la deuxième par 4, la troisième par 8 et ainsi de suite : 16-32-64 …
   Avec un tableur, on obtient les résultats ci-dessous.
   La formule saisie dans B3, puis étirée, est =2*B2 .

	A	B
1	Génération	Numéro
2	1	2
3	2	4
4	3	8
5	4	16
6	5	32
7	6	64
8	7	128
9	8	256
10	9	512
11	10	1024
12	11	2048
13	12	4096
14	13	8192
15	14	16384
16	15	32768
17	16	65536
18	17	131072
19	18	262144
20	19	524288
21	20	1048576
22	21	2097152
23	22	4194304
24	23	8388608
25	24	16777216
26	25	33554432
27	26	67108864
28	27	134217728
29	28	268435456
30	29	536870912
31	30	1073741824
32	31	2147483648
33	32	4294967296
34	33	8589934592
35	34	17179869184
36	35	34359738368

D'après le tableau, on lit que la 33^{e} génération commence par le numéro 8 589 934 592. Mathilde de Boulogne se trouve donc à la 33^{e} génération.

Coup de pouce possible : Comment passe-t-on d'une génération à l'autre ?

   c. La durée moyenne d'une génération est comprise entre 25 et 30 ans.
   33 × 25 = 825 ans 33 × 30 = 990 ans
   2 017 − 825 = 1 192 2 017 − 990 = 1 027
   Elle vivait dans les années 1000–1200.

Travailler autrement

81 Analyse de documents

Questions ceinture jaune

1. Les élèves partent à 9h15. Ils mettent 3 minutes pour aller à l'arrêt de bus.
9 h 15 min – 3 min = 9 h 12 min
Ils ont donc dû partir à 9h12 au plus tard de l'école.

2. Le bus de 9h15 arrive à Station Centre-ville à 9h48.

3. Le théâtre se trouve à 5 minutes de l'arrêt.
9 h 48 min + 5 min = 9 h 53 min
Ils sont arrivés au théâtre à 9h53.

4. Le spectacle commence à 10h15.

9h53 10h 10h15
–7 min –15 min
–23 min

Ils ont attendu 23 minutes devant le théâtre avant d'assister à la représentation.

Il s'agit ici de travailler sur la lecture d'horaires de bus et d'effectuer des calculs simples sur les durées. De nombreuses données (nombre d'élèves, tarifs de bus et de billetterie) sont inutiles. C'est l'occasion d'habituer les élèves à chercher seulement les données utiles.

Questions ceinture verte

1. Ils prennent le bus de 10h44 à Coulounieix-Bourg. Le bus arrive à Station Centre-ville à 11h17.

2.

10h44 11h 11h17
–16 min –17 min
–33 min

Le trajet a duré 33 minutes.

3. Ils arrivent à 11h17 et se promènent pendant 1 h 20 min.

11h17 12h17 12h37
+1 h +20 min
+ 1 h 20 min

Ils se promènent jusqu'à 12h37.
Ils disposent donc de 23 minutes pour manger.

12h37 13h
+23 min

4. Ils assistent à la séance de 14h qui dure 1 h 10 min.
14 h + 1 h 10 min = 15 h 10 min
Ils sortent du théâtre à 15h10.
Ils mettent 5 min pour aller à l'arrêt de bus Station Centre-ville. Ils arrivent à l'arrêt de bus à 15h15. Ils prennent le bus de 15h29. Ils arrivent à la station Coulounieix-Bourg à 16h03. Ils mettent 3 min pour aller à l'école et y arrivent à 16h06.

5. « 1 accompagnateur gratuit pour 10 enfants » : il y a 27 élèves donc deux accompagnateurs gratuits donc un accompagnateur et l'enseignant, soit deux adultes paieront, ainsi que les 27 enfants. Le montant de la billetterie est de :
$(27 \times 4) + (2 \times 8) = 108 + 16 = 124$ €

Cet exercice est plus compliqué que le précédent car l'élève doit chercher davantage d'informations pour répondre aux questions, et les calculs liés aux durées sont plus complexes.

Questions ceinture noire

1. On regarde s'ils peuvent assister à la séance de 10h15 :
S'ils partent à 9h12, ils arrivent à l'arrêt de bus à 9h15. Ils arrivent à Station Centre-ville à 9h48 puis au théâtre à 9h53.
Ils repartent du théâtre à 11h25.
Ils arrivent à l'arrêt de bus à 11h30 et prennent le bus de 11h53 à Station Centre-ville pour arriver à 12h26 à Coulounieix-Bourg puis à 12h29 à l'école.
On regarde maintenant s'ils peuvent assister à la seconde séance de 14h :
S'ils partent à 13h04, ils arrivent à l'arrêt de bus à 13h07. Ils arrivent à Station Centre-ville à 13h39 puis au théâtre à 13h44.
Ils repartent du théâtre à 15h10. Ils arrivent à l'arrêt de bus à 15h15 et prennent le bus de 15h29 à Station Centre-ville pour arriver à 16h03 à Coulounieix-Bourg puis à 16h06 à l'école.
Ils peuvent donc assister aux deux sorties : celle du matin et celle de l'après-midi.

2. Ils arrivent à l'école soit à 12h29 (séance du matin), soit à 16h06 (séance de l'après-midi).

3. Il faudra 26 tickets de bus pour les élèves et trois pour l'enseignant et les deux accompagnateurs, soit 29 tickets de bus pour l'aller et 29 pour le retour (le ticket n'étant valable qu'une heure), soit 58 € de tickets de bus.
Pour la billetterie, deux billets sont gratuits pour les accompagnateurs ; un seul sera donc payant. Le montant de la billetterie sera de $(26 \times 4) + 8 = 104 + 8 = 112$ €.
112 € + 58 € = 170 €
Le montant total de cette sortie est de 170 €.

Cet exercice prend en compte encore plus d'informations : il faut notamment envisager toutes les possibilités de sortie ; l'autonomie de l'élève est plus grande, il doit faire preuve de plus d'initiative.

82 Écriture d'énoncé

Cet exercice permet de travailler sur l'écrit, la maitrise de la langue à travers l'élaboration d'énoncé de problèmes. L'élève y travaille également les grands nombres et le sens des opérations. Le niveau de difficulté est croissant en fonction du nombre de données qui devient de plus en plus important.
Les énoncés suivants sont proposés à titre d'exemple. L'élève peut inventer tout autre énoncé de problème, faisant intervenir plein d'autres nombres s'il le souhaite. L'élève peut ainsi ajouter toute sorte de données inutiles.
Il est souhaité que l'élève propose ensuite une résolution de son problème (ou le fasse résoudre par un autre élève), afin de bien souligner les données utiles et les données inutiles de l'énoncé.
La résolution de son problème pourra notamment faire intervenir d'autres opérations que celles précisées dans la consigne (qui sont celles qui doivent intervenir *a minima*).

Questions ceinture jaune

Quelle est la somme du chiffre des dizaines de mille de vingt-quatre-mille-trois-cents et de cinq-millions-cinquante-mille ?

Solution

Le premier nombre s'écrit 24 300 ; son chiffre des dizaines de mille est 2.
Le deuxième nombre s'écrit 5 050 000 ; son chiffre des dizaines de mille est 5.
La somme de ces deux chiffres est donc égale à $2 + 5 = 7$.

Questions ceinture verte

En 2016, la population mondiale est de plus de sept-milliards. La population française s'élève, quant à elle, à près de soixante-sept-millions d'habitants. L'Ile-de-France est composée de la commune de Paris, de la grande couronne et de la petite couronne. La population de la petite couronne est d'environ quatre-millions-cinq-cent-mille habitants, celle de la commune de Paris est de près de deux-millions-trois-cent-mille habitants.

- L'Ile-de-France contenant environ douze-millions d'habitants, quelle est la population de la grande couronne ?

Solution

4 500 000 + 2 300 000 = 6 800 000
Il y a environ 6 800 000 habitants dans la petite couronne et la commune de Paris.
12 000 000 – 6 800 000 = 5 200 000
Il y a environ 5 200 000 habitants dans la grande couronne.

Les informations *« En 2016, la population mondiale est de plus de sept-milliards. La population française s'élève quant à elle à près de soixante-sept-millions d'habitants. »* sont des données inutiles.

Questions ceinture noire

Le PIB ou produit intérieur brut est un indicateur économique de la richesse produite par année dans un pays donné. Le PIB en France est de trente-huit-mille-quatre-cents dollars par personne et par an. La population française s'élève à environ soixante-sept-millions habitants. L'Allemagne, le Royaume-Uni et la France ont à eux trois un PIB de neuf-mille-milliards de dollars. Le Royaume-Uni a un PIB de trois-mille-cinquante-cinq-milliards de dollars.

- Donner un ordre de grandeur du PIB de l'Allemagne.

Solution

Un ordre de grandeur du PIB par personne est 38 000 dollars par an.
$67\,000\,000 \times 38\,000 = 2\,546\,000\,000\,000$ soit 2 546 milliards
Le PIB de la France est de 2 500 milliards de dollars environ.
$2\,500 + 3\,000 = 5\,500$
La France et le Royaume-Uni réunis ont un PIB de 5 500 milliards de dollars.
$9\,000 - 5\,500 = 3\,500$
L'Allemagne a un PIB d'environ 3 500 milliards de dollars.

83 Analyse de production

Cet exercice permet de traiter des erreurs fréquentes d'élèves. L'élève doit non seulement trouver l'erreur, mais aussi la corriger et surtout l'analyser, l'expliquer. On peut aussi lui suggérer de trouver un moyen pour ne pas commettre lui-même une telle erreur.

Questions ceinture jaune

Imène : Elle n'a pas tenu compte du fait qu'Izia achète deux livres. Elle a fait le calcul avec un seul livre acheté. Il y a ensuite une erreur de calcul : $150 + 100 + 25$ faisant 275 et non 225.
Le sens des opérations est, par contre, plutôt bien maitrisé.
Erwan : Tous ses calculs sont justes sauf qu'il ne calcule pas la somme exacte qui lui reste mais un ordre de grandeur.
Soufiane : Il se trompe dans le calcul de la somme dépensée car il fait comme si Izia avait acheté deux CD et deux livres.
Le calcul de la somme reçue est correct. Le sens des opérations est plutôt bien maitrisé.
Correction :
Elle a dépensé $15 + 7 \times 2 = 15 + 14 = 29$ €.
Elle a reçu $150 + 100 + 25 = 275$ €.
Il lui reste donc $275 - 29 = 246$ €.

Questions ceinture verte

Éloïs : Éloïs a mal lu ou mal compris l'énoncé : tous les cartons ne contiennent pas le même nombre de livres. Un carton en contient 20, trois cartons en contiennent 18 et un carton en contient 15. Puis il enlève 15 livres à la fin de son calcul, ce qui est également faux. Il y a confusion totale, le sens des opérations ne semble pas bien compris.
Iliès : Iliès considère que 1 carton contient 20 livres, que 4 cartons contiennent 18 livres, et qu'un autre carton en contient 15.
Il y a mauvaise compréhension de la phrase « à l'exception du dernier qui n'en contient que 15 ». Ce dernier étant compté dans les 4 cartons, sinon on totalise 6 cartons au lieu de 5.
Le sens des opérations est bien maitrisé.
Sybille : Elle considère que, dans les 5 cartons, il y a 15 livres, puis elle veut ajouter les 5 livres supplémentaires du carton qui en contient 20 et les 3 livres supplémentaires des cartons qui en contiennent 18, sauf qu'elle oublie qu'ils sont au nombre de 3 cartons et non d'un seul. Elle aurait dû écrire :
$(5 \times 15) + 5 + (3 \times 3) = 75 + 5 + 9 = 89$ livres
Corrigé : Il y a un total de :
$20 + (3 \times 18) + 15 = 20 + 54 + 15 = 74 + 15 = 89$ livres

Questions ceinture noire

Johanie : Elle confond les écritures d'heures et les écritures de nombres décimaux. 18 h 35 min n'est pas égal à 18,35 h car 1 h ne contient pas 100 min mais 60 min.

Il s'agit d'une erreur fréquente sur laquelle il est intéressant de s'attarder. On pourra insister sur le fait que 2 h 50 min n'est pas égal à 2,50 h qui représente 2 h 30 min. On dit d'ailleurs bien « deux heures et demi » !
On peut faire un rappel sur le système sexagésimal qui était utilisé par les Sumériens puis les Babyloniens.

La même erreur est commise pour 1 h 47 min qui n'est pas égal à 1,47 h.
De même pour 19 h 82 min qui n'est pas égal à 19,82 h.
De plus, le résultat trouvé (19,82 h) n'a pas de sens s'il est compris au sens de 19 h 82 min.
Anaïs : Le premier calcul est correct : le film commence bien à 18h58.
18 h 58 min + 1 h = 19 h 58 min est aussi correct. En revanche, la suite est incorrecte. Anaïs a ajouté à la fois des heures et des minutes. Elle aurait dû passer par des heures entières pour faciliter le calcul. Ensuite, elle commet une autre erreur en écrivant 20 h 98 min + 7 min = 21 h 05 min. Elle ajoute les minutes entre elles mais elle reporte les retenues des minutes sur les heures.
On pourra bien insister sur le fait que 1 h étant égale à 60 minutes, on doit effectuer séparément l'addition sur les heures et l'addition sur les minutes, les éventuelles conversions se faisant à la fin des calculs.
Corrigé : 18 h 35 min + 23 min = 18 h 58 min
Le film commence à 18h58.

$$18h58 \xrightarrow{+2\text{ min}} 19h \xrightarrow{+1\text{ h}} 20h \xrightarrow{+45\text{ min}} 20h45$$

$$18h58 \xrightarrow{+1\text{ h }47\text{ min}} 20h45$$

Le film se termine à 20h45.

Les ceintures jaune et verte permettent de travailler sur la lecture et la compréhension d'énoncé, ainsi que sur les sens des opérations.
La ceinture noire permet de travailler sur des exercices liés aux durées.

Outils numériques et algorithmique

84 Bouteilles

1. Dans la cellule D1, il faut saisir la formule =B2-C2
Dans la cellule C3, il faut saisir la formule =B3-D3
Dans la cellule B4, il faut saisir la formule =C4+D4
Dans la cellule B5, il faut saisir la formule =B2+B3+B4 ou =SOMME(B2:B4)
Dans la cellule C5, il faut saisir la formule =C2+C3+C4 ou =SOMME(C2:C4)
Dans la cellule D5, il faut saisir la formule =B5-C5
2. Dans la cellule D5, on peut aussi saisir la formule =D2+D3+D4 ou =SOMME(D2:D4)
On obtient alors le tableau suivant :

	A	B	C	D
1	Articles	Stock initial	Nombre de ventes	Stock restant
2	Eau	125	68	57
3	Limonade	347	158	189
4	Jus d'orange	109	45	64
5	Total	581	271	310

3. Tableau complété :

	A	B	C	D	E	F
1	Articles	Stock initial	Nombre de ventes	Stock restant	Prix unitaire de vente (en €)	Montant des ventes (en €)
2	Eau	125	68	57	1	68
3	Limonade	347	158	189	2	316
4	Jus d'orange	109	45	64	3	135
5	Total	581	271	310		519

Dans la cellule F2, il faut saisir la formule =C2*E2
Dans la cellule F3, il faut saisir la formule =C3*E3
Dans la cellule F4, il faut saisir la formule =C4*E4
Dans la cellule F5, il faut saisir la formule =F2+F3+F4 ou =SOMME(F2:F4)
Le montant total de ventes est de 519 €.

85 Programme de calcul

1. Ernest devra saisir les formules suivantes :
Dans B2 : =B1*8 Dans B3 : =B2+5
Dans B4 : =B3*4 Dans B5 : =B4-2

2. Si le nombre choisi est 5, on obtient le tableau suivant :

1	Nombre choisi	5
2	Je multiplie par 8	40
3	J'ajoute 5	45
4	Je multiplie par 4	180
5	Je soustrais 2	178

Le nombre obtenu est donc 178.
Si le nombre choisi est 13, on obtient le tableau suivant :

	A	B
1	Nombre choisi	13
2	Je multiplie par 8	104
3	J'ajoute 5	109
4	Je multiplie par 4	436
5	Je soustrais 2	434

Le nombre obtenu est donc 434.

On pourra, par exemple, demander aux élèves de vérifier ces calculs à la main. En prolongement, on pourra aussi demander d'écrire ces calculs en une seule étape, en utilisant des parenthèses.

3.

Pour répondre à cette question, les élèves vont procéder par essais successifs, par tâtonnements, jusqu'à trouver le résultat souhaité (normalement déjà avec un nombre supérieur à 13).

Ainsi, on obtient :

	A	B
1	Nombre choisi	50
2	Je multiplie par 8	400
3	J'ajoute 5	405
4	Je multiplie par 4	1620
5	Je soustrais 2	1618

Il faut donc choisir 50 pour obtenir 1 618 comme résultat final.

On pourra faire vérifier ce calcul à la main.

86 Rang des chiffres

Dans la cellule B4, il faut saisir la formule :
=A2*100000000+B2*10000000+C2*1000000+D2*100000+E2*10000+F2*1000+G2*100+H2*10+I2
On obtient alors :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	centaines de millions	dizaines de millions	unités de millions	centaines de mille	dizaines de mille	unités de mille	centaines	dizaines	unités
2	6	7	4	0	0	4	0	1	0
3									
4	Nombre :	674004010							

87 En avant !

1. Le script suivant permet d'obtenir la même chose que le script proposé :

On a additionné le nombre de pas effectués successivement.

2. Pour obtenir un rectangle (de longueur 180 pas et de largeur 130 pas), on peut créer l'un des deux scripts suivants :

3. Pour obtenir un carré (de côté 180 pas, par exemple), on peut créer l'un des deux scripts suivants :

CHAPITRE 2

Nombres décimaux

Introduction

Extrait du programme :
Le cycle 3 vise à introduire des notions nouvelles comme les nombres décimaux.
Les fractions puis les nombres décimaux apparaissent comme de nouveaux nombres introduits pour pallier l'insuffisance des nombres entiers, notamment pour mesurer des longueurs, des aires et repérer des points sur une demi-droite graduée. Le lien à établir avec les connaissances acquises à propos des entiers est essentiel. Avoir une bonne compréhension des relations entre les différentes unités de numération des entiers (unités, dizaines, centaines de chaque ordre) permet de les prolonger aux dixièmes, centièmes, etc. Les caractéristiques communes entre le système de numération et le système métrique sont mises en évidence. L'écriture à virgule est présentée comme une convention d'écriture d'une fraction décimale ou d'une somme de fractions décimales. Cela permet de mettre à jour la nature des nombres décimaux et de justifier les règles de comparaison (qui se différencient de celles mises en œuvre pour les entiers) et de calcul.

Connaissances et compétences associées	Exemples de situations, d'activités et de ressources pour l'élève
Comprendre et utiliser la notion de nombre décimal. » Spécificités des nombres décimaux. Associer diverses désignations d'un nombre décimal (fractions décimales, écritures à virgule et décompositions). » Règles et fonctionnement des systèmes de numération dans le champ des nombres décimaux, relations entre unités de numération (point de vue décimal), valeurs des chiffres en fonction de leur rang dans l'écriture à virgule d'un nombre décimal (point de vue positionnel). Repérer et placer des décimaux sur une demi-droite graduée adaptée. Comparer, ranger, encadrer, intercaler des nombres décimaux. » Ordre sur les nombres décimaux.	Situations nécessitant : » d'utiliser des nombres décimaux pour rendre compte de partage de grandeurs ou de mesure de grandeurs dans des cas simples. » d'utiliser différentes représentations : mesures de longueurs et aires, une unité étant choisie. » de faire le lien entre les unités de numération et les unités de mesure (dixième / dm / dg / dL, centième / cm / cg / cL / centimes d'euros, etc.). La demi-droite numérique graduée est l'occasion de mettre en évidence des agrandissements successifs de la graduation du 1/10 au 1/1 000.

Repères de progressivité :
Pour les nombres décimaux, les activités peuvent se limiter aux centièmes en début de cycle pour s'étendre aux dix-millièmes en 6^{e}.

- Les nombres décimaux interviennent bien sûr dans le cadre du domaine « nombres et calculs », mais également dans le domaine « grandeurs et mesures » : ils permettent d'appréhender et d'estimer des mesures de grandeurs.
  Il est donc important de le traiter très tôt dans l'année afin de pouvoir le réinvestir dans la mise en place des quatre opérations, notamment dans les multiplications et divisions par 10, 100 et 1 000 qui s'appuient sur le sens des nombres décimaux, dans la pratique des conversions et dans la résolution de problèmes impliquant des grandeurs (géométriques, physiques, économiques).
- Les prérequis pour traiter ce chapitre sont :
  – lire et écrire des nombres entiers ;
  – connaitre les unités de numération et leurs relations ;
  – comparer, ranger, encadrer des nombres entiers, les repérer et les placer sur une demi-droite graduée adaptée ;
  – connaitre les fractions décimales.
- Les objectifs qui ont guidé l'écriture de ce chapitre sont :
  – se rendre compte de l'insuffisance des entiers naturels pour résoudre certains problèmes ;
  – définir les nombres décimaux pour résoudre des problèmes qui n'avaient pas de solution dans les entiers ;
  – mettre en place et utiliser plusieurs notations pour un même nombre ;
  – prolonger aux nombres décimaux l'ordre que l'on connaissait sur les entiers ;
  – concevoir qu'entre deux nombres décimaux, on peut toujours en intercaler un autre ;
  – utiliser les nombres décimaux pour donner des valeurs approchées.

Les élèves ont rencontré les nombres décimaux dés le début du cycle 3 mais pour certains d'entre eux, le sens et les principes de la numération décimale et de position ne sont pas encore acquis.
La principale erreur faite par les élèves est le traitement séparé des parties entières et décimales dans l'écriture à virgule. On évitera donc l'usage des expressions 4 m 25 cm ; 25 € 35 centimes pour lire 4,25 m ou 25,35 €, qui favorisent cette mauvaise représentation des nombres décimaux.
Une conception erronée des nombres décimaux se répercute sur la maitrise des opérations, les multiplications et divisions par 10 ; 100 ; 1 000…, et dans le rangement des nombres décimaux.
Il ne s'agit pas de refaire en classe de 6^{e} un apprentissage complet des décimaux, mais de proposer des situations où les décimaux prennent tout leur sens pour permettre aux élèves d'entretenir, d'enrichir ou de corriger leur mauvaise conception des nombres décimaux.
Un temps important doit être consacré à la première activité afin de s'assurer que chaque élève ait compris le sens des différentes écritures décimales et que chacun se soit affranchi de la notion de « barrière » entre partie entière et partie décimale.

Le tableau numérique de position n'est pas un passage obligé dans l'apprentissage des nombres décimaux. S'il peut être utilisé, il est préférable de ne pas en faire un usage systématique sans quoi il risque de faire obstacle au sens de la numération de position et décimale et faire ainsi perdurer des erreurs.

Jeux

$0,01 \times 26 + 0,1 \times 6 + 1 \times 4 = 4,86$ À la sortie, le chevalier possède 4,86 €.

Activités

Questions flash

1. Dans 4 562 : 4 est le chiffre des milliers.
5 est le chiffre des centaines.
6 est le chiffre des dizaines.
2 est le chiffre des unités.

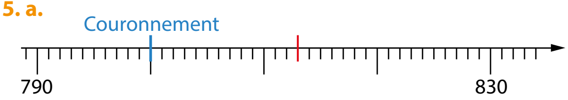
Dans 15 789 : 1 est le chiffre des dix-milliers.
5 est le chiffre des milliers.
7 est le chiffre des centaines.
8 est le chiffre des dizaines.
9 est le chiffre des unités.

2. a. Il y a 50 dizaines dans 506.
b. Il y a 13 562 dizaines dans 135 624.

3. 528 centimes est égal à 5 € et 28 centimes.

4. 19 < 56 < 109 < 209 < 4 523

5. a.



b. L'année de la fin du règne de Charlemagne est 813.

Le jeu vidéo — Activité 1

Intentions des auteurs

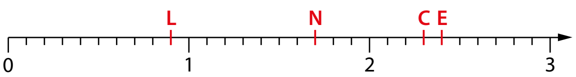
Objectifs :
– Comprendre les différentes écritures d'un nombre décimal ;
– Travailler sur les écritures décimales et fractionnaires et sur l'expression orale de ces écritures ;
– Se rendre compte de la nécessité, pour pouvoir comparer, d'utiliser des graduations plus fines : le dixième, le centième, le millième ;
– Construire une bonne représentation mentale, à l'aide des zooms successifs, de l'intercalation toujours possible d'un décimal entre deux décimaux.

Prérequis : Connaitre la demi-droite graduée et les fractions décimales.

Capacité introduite : Comprendre et utiliser les nombres décimaux.

Commentaires : On travaille dans le domaine de la mesure du temps ; la seconde étant utilisée comme unité de temps, les élèves ne peuvent pas choisir de sous-unités pour se ramener à des entiers.

1. À partir de cette demi-droite graduée, on réactive la définition d'un dixième. On mettra en relation le partage en 10 et le préfixe de dixième.
Pour les plus fragiles, il est nécessaire de bien expliciter le partage en dix parts égales de l'unité (ici la seconde) et éventuellement de faire placer d'autres temps inférieurs à une seconde. Par exemple, 2 dixièmes, 7 dixièmes, etc., avant de placer ceux qui sont supérieurs à une seconde.



2. À cette question, les élèves vont réactiver différentes écritures d'un nombre décimal et les lectures associées. Sinon, on les amène à placer les nouveaux temps sur la demi-droite de la question précédente afin de donner du sens à la décomposition « partie entière + partie décimale ».
Ils sont également amenés à réfléchir en particulier à l'écriture de dix dixièmes.

Joueurs	Scores		
Nina	17 dixièmes	$1 + \frac{7}{10}$	1,7
Lilly	**9 dixièmes**	$\mathbf{0 + \frac{9}{10}}$	**0,9**
Eneko	**24 dixièmes**	$\mathbf{2 + \frac{4}{10}}$	**2,4**
Cali	**23 dixièmes**	$\mathbf{2 + \frac{3}{10}}$	**2,3**
Anton	14 dixièmes	$\mathbf{1 + \frac{4}{10}}$	**1,4**
Sarah	**28 dixièmes**	$\mathbf{2 + \frac{8}{10}}$	2,8
Téva	**10 dixièmes**	$\mathbf{1 + \frac{0}{10}}$	1

- On insistera sur le fait que l'on a écrit trois notations différentes d'un même nombre. On amènera les élèves à réfléchir sur chacune de ces notations, et à faire émerger les noms des différentes écritures :
  – l'écriture fractionnaire pour simplifier l'écriture en français « 24 dixièmes » ;
  – la décomposition : partie entière + partie décimale ;
  – l'écriture décimale.
- On écrira des égalités comme celles-ci :

$$\frac{9}{10} = 0{,}9 \ ; \quad \frac{24}{10} = 2 + \frac{4}{10} = 2{,}4 \ ; \quad \text{etc.}$$

- On mettra en parallèle la décomposition et l'écriture décimale (position de la virgule).
- On amènera les élèves à proposer une lecture de chacune des lignes du tableau.

Afin de construire une bonne représentation des décimaux, il est important de dire et de lire avec un retour au « sens » les fractions décimales ou les nombres décimaux. Par exemple, 0,9 et $\frac{9}{10}$ sont deux notations du même nombre qu'on lira « neuf dixièmes » et non pas « zéro virgule neuf » ou « neuf sur dix ». Le nombre ayant pour écriture décimale « 2,8 » peut se lire « 2 unités et 8 dixièmes ». Il peut aussi être lu « 28 dixièmes » et peut être écrit $2 + \frac{8}{10}$ ou encore $\frac{28}{10}$.

- Il est également important de présenter l'écriture à virgule comme une convention d'écriture d'une fraction décimale ou d'une somme de fractions décimales. On pourra rappeler que d'un point de vue historique, l'usage des **fractions** remonte à l'Antiquité, alors que les **nombres décimaux** ont plutôt émergé au Moyen Âge et l'écriture décimale a été imposée à la Révolution française.

3. À cette question, il apparait nécessaire de mettre en place une sous-unité des dixièmes afin de pouvoir comparer deux temps et donner ainsi du sens au mot « centième ».
On pourra amener les élèves à réfléchir en combien de parts les dixièmes sont partagés, puis en combien de parts l'unité est partagée et on mettra en relation, là encore, le partage en 100 et le préfixe de centième.

On pourra également les amener à décomposer $\frac{34}{100}$ en $\frac{3}{10} + \frac{4}{100}$ et faire émerger la position des chiffres dans l'écriture décimale.

Score de Jules : 233 centièmes $= 2 + \frac{33}{100} = 2{,}33$

Score de Zoé : 234 centièmes $= 2 + \frac{34}{100} = 2{,}34$

4. Mise en place des millièmes de la même façon que précédemment.

2 338 millièmes $= 2 + \frac{338}{1\,000} = 2{,}338$

Prolongement : Et si le jeu proposait une loupe plus puissante permettant de partager chacun de ces petits segments en dix parties de même longueur, quelles écritures pourraient être affichées à l'écran ?
Un bilan peut être écrit sur :
– les relations entre unités de numération (point de vue décimal),
– les valeurs des chiffres en fonction de leur rang dans l'écriture décimale (point de vue positionnel) en s'appuyant sur le dernier exemple.

Les rythmes sur cette activité peuvent être très différents dans une même classe, donc afin de permettre aux plus fragiles d'acquérir une bonne représentation des nombres décimaux à partir des dixièmes, on peut proposer aux plus rapides le prolongement suivant :
« Faire des recherches en autonomie à l'aide des outils numériques sur l'évolution de l'écriture décimale, ou approfondir le texte de la page 33. Exposer oralement son travail à la classe. »

Quelle constellation ? — Activité 2

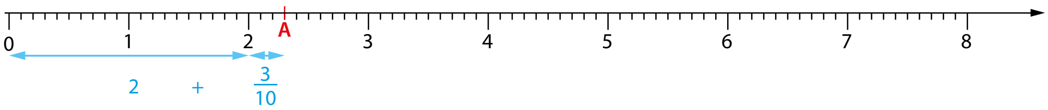
Intentions des auteurs

Objectif : Repérer un nombre décimal sur une demi-droite graduée ; découvrir les valeurs approchées.
Prérequis : Connaitre la demi-droite graduée et la définition d'un quadrilatère et d'un segment.
Capacité introduite : Repérer un nombre décimal sur une demi-droite graduée.

Les droites sont imprimables.
Ce travail mettra en évidence que les nombres décimaux sont un bon outil pour repérer des points sur une droite mais il enrichira aussi le sens des différentes écritures décimales.

Coup de pouce possible : Demander de bien observer le partage : Qu'a-t-on partagé ? Quelle sous-unité obtient-on ?
On amènera les élèves à faire clairement le lien entre la longueur de l'origine au point A et l'écriture du nombre décimal.

1. a. L'unité est partagé en 10, on a donc des dixièmes.



On peut repérer le point A par le nombre $2 + \frac{3}{10}$ ou 2,3.

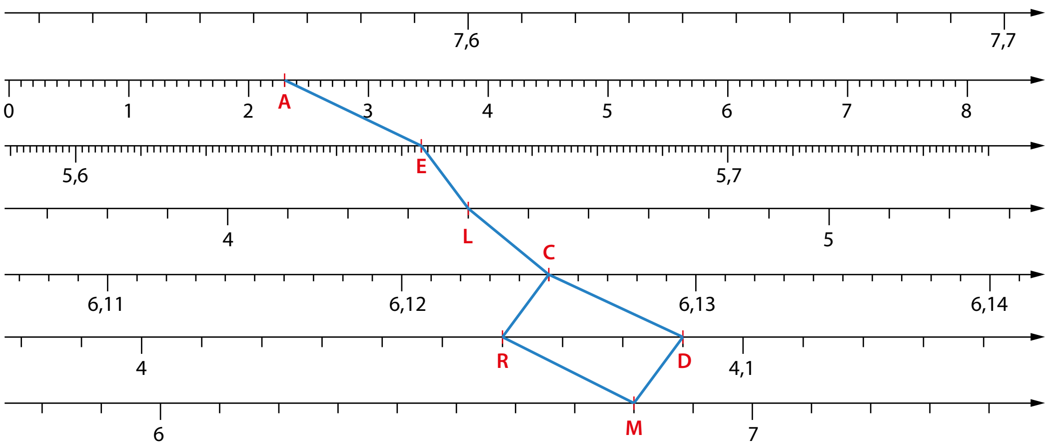
b. Les dixièmes sont partagés en 10 puis encore en 10. On obtient donc des centièmes puis des millièmes.

Coup de pouce possible : Commencer par décomposer 5,6.

On peut donc repérer le point E par $5 + \frac{6}{10} + \frac{5}{100} + \frac{3}{1\,000}$ ou 5,653.

2. a. et **b.**

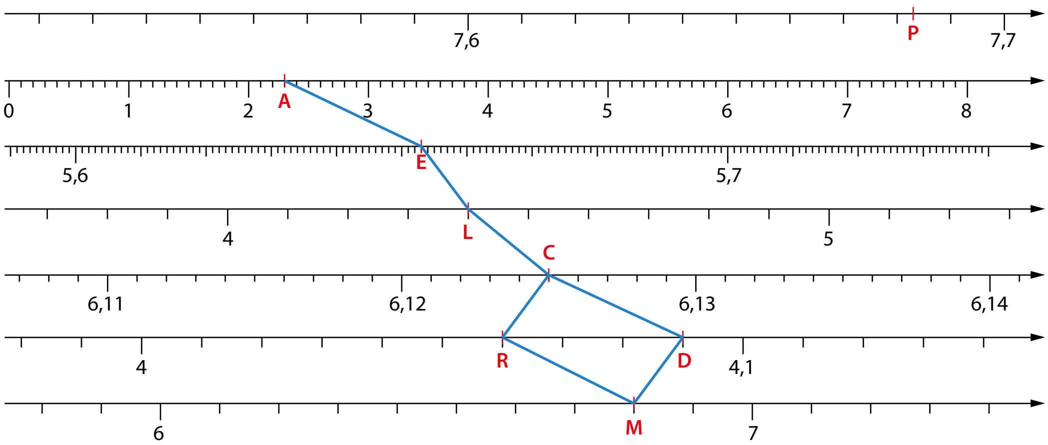
Coup de pouce possible : Pour les plus fragiles, on peut préciser la demi-droite associée à chaque point.



On obtient la Grande Ourse.
On reviendra sur la définition de l'abscisse d'un point :
« Sur une demi-droite graduée, chaque nombre décimal correspond à un point. Ce nombre est appelé l'abscisse du point. »

3.

Coup de pouce possible : Préciser la demi-droite sur laquelle on placera le point P.



On mettra en évidence que la droite graduée est un bon outil pour déterminer une valeur approchée d'un nombre.
On précisera pourquoi on place le point P plus près de 7,78 que de 7,79. On pourra parler d'encadrement d'un nombre décimal.

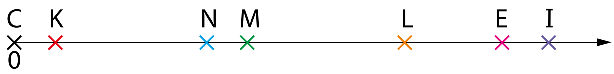
Prolongement possible pour les plus rapides : Faire des recherches sur la Grande Ourse et sur l'étoile Polaire.
Trouver l'origine du nom de l'étoile Polaire. Nommer d'autres constellations.

Sur le chemin du collège — Activité 3

Intentions des auteurs

Objectif : Comparer des nombres décimaux, ranger des nombres dans l'ordre croissant.
Prérequis : Avoir une bonne conception des nombres décimaux, connaitre la demi-droite graduée.
Capacité introduite : Comparer des nombres décimaux.

1. Dans cette première question, les élèves sont amenés à comparer des nombres décimaux ayant des parties entières différentes, afin de faciliter la comparaison.
Le contexte et les nombres choisis amènent les élèves à placer naturellement et sans difficulté les points sur la demi-droite.



Si besoin est, on amènera les élèves à faire le lien entre le placement des points sur la demi-droite et le rangement des nombres décimaux associés et à la nature de l'ordre.
Il doit ressortir la propriété et la définition suivante :
– Lorsque l'on parcourt une demi-droite graduée dans le sens de la flèche, le plus petit de deux nombres est celui que l'on rencontre en premier.
– Ranger des nombres décimaux dans l'ordre croissant, c'est les ranger du plus petit au plus grand.

2. Dans cette deuxième question, on se détache du contexte pour revenir à des raisonnements sur les nombres décimaux. On travaillera ici sur l'argumentation et on pourra demander aux élèves de donner les raisons qui ont pu motiver les erreurs et de remettre ainsi en cause des « fausses règles » fréquemment utilisées par les élèves pour comparer deux décimaux.
Un retour à la demi-droite graduée favorisera une bonne comparaison de deux nombres décimaux.
Elle peut débuter par un travail individuel, suivi d'une mise en commun par petit groupe puis d'un débat en classe.
– Nathan a tort : $2 < 7$ donc $2{,}81 < 7{,}8$.
Il n'a pas tenu compte de la partie entière.
– Enzo et Imany ont tort. On a $0{,}6 = \dfrac{6}{10} = \dfrac{600}{1\,000}$ et $0{,}600 = \dfrac{600}{1\,000}$ donc $0{,}6 = 0{,}600$ (on peut ici parler des zéros inutiles).
$7{,}8 = 7 + \dfrac{8}{10} = 7 + \dfrac{80}{100}$ et $7{,}12 = 7 + \dfrac{12}{100}$ donc $7{,}8 > 7{,}12$.
La partie entière étant la même, ils lisent les parties décimales comme des entiers.
– Karim a raison mais son argument est faux. Il ne tient pas compte de la virgule. Contre-exemple : $5{,}61 < 8{,}4$
– Lola a tort : $2 < 5$ donc $2{,}81 < 5{,}7$.
Elle compare le nombre de chiffres après la virgule. Or cet argument est faux. Contre-exemple : $5{,}013 < 5{,}35$
On pourra faire émerger la méthode de comparaison :
Comparer d'abord les parties entières puis, si elles sont égales, les parties décimales.

Savoir-faire

5 $425{,}48 = 425 + \dfrac{48}{100} = 425 + \dfrac{40}{100} + \dfrac{8}{100} = 425 + \dfrac{4}{10} + \dfrac{8}{100}$
$= \dfrac{4\,250}{10} + \dfrac{4}{10} + \dfrac{8}{100} = \dfrac{4\,254}{10} + \dfrac{8}{100}$
Dans 425 unités, il y a 4 254 dixièmes.

6 7 est le chiffre des centaines.
1 est le chiffre des dizaines.
4 est le chiffre des unités.
2 est le chiffre des dixièmes.
5 est le chiffre des centièmes.
6 est le chiffre des millièmes.
9 est le chiffre des dix-millièmes.

7
- $\dfrac{2\,605}{100} = \dfrac{2\,600}{100} + \dfrac{5}{100} = 26 + \dfrac{5}{100} = 26{,}05$
- $\dfrac{698}{1\,000} = 0 + \dfrac{698}{1000} = 0{,}698$

8
- $\dfrac{507}{100} = \dfrac{500}{100} + \dfrac{7}{100} = 5 + \dfrac{7}{100}$

Donc la partie entière est 5 et la partie décimale est $\dfrac{7}{100}$.
- $\dfrac{32\,506}{1\,000} = \dfrac{32\,000}{1\,000} + \dfrac{506}{1\,000} = 32 + \dfrac{506}{1\,000}$

Donc la partie entière est 32 et la partie décimale est $\dfrac{506}{1\,000}$.
- $\dfrac{427}{10} = \dfrac{420}{10} + \dfrac{7}{10} = 42 + \dfrac{7}{10}$

Donc la partie entière 42 et la partie décimale est $\dfrac{7}{10}$.

11 Les dixièmes sont partagés en 10, on obtient donc des centièmes.

1. L'abscisse de L est 2,04.
L'abscisse de U est 2,07.
L'abscisse de T est 2,09.
L'abscisse de O est 2,1.

2.

3. $2 < 2{,}01 < 2{,}1$ mais 2,01 est plus proche de 2. On peut prendre 2 comme valeur approchée au dixième, et on note : $2{,}01 \approx 2$
$2{,}1 < 2{,}11 < 2{,}2$ mais 2,11 est plus proche de 2,1. On peut prendre 2,1 comme valeur approchée au dixième et on note : $2{,}11 \approx 2{,}1$

14 **a.** $5{,}32 = 5{,}320$ **b.** $26{,}2 > 24{,}8$
c. $14{,}035 < 14{,}35$ **d.** $15{,}1 > 15{,}09$

15 $18{,}7 = 18 + \frac{7}{10} = 18 + \frac{70}{100}$

$18{,}36 = 18 + \frac{36}{100}$ et $18{,}07 = 18 + \frac{7}{100}$.

On a donc : $183{,}6 > 28{,}7 > 18{,}7 > 18{,}36 > 18{,}07$

Exercices

Comprendre et utiliser les nombres décimaux

Questions flash

16 $\frac{8}{10}$ se lit 8 dixièmes ; $\frac{45}{100}$ se lit 45 centièmes ;
$\frac{126}{1\,000}$ se lit 126 millièmes ; $\frac{58}{10\,000}$ se lit 58 dix-millièmes ;
$\frac{29}{1\,000\,000}$ se lit 29 millionièmes.

17 **a.** Le chiffre des dizaines de 125,86 est 2.
b. Le chiffre des centièmes de 325,568 est 6.
c. Le chiffre des dixièmes de 334,12 est 1.
d. Le chiffre des millièmes de 1 356,026 est 6.
e. Le chiffre des dixièmes de 137 est 0.

18 $5 = \frac{50}{10} = \frac{500}{100} = \frac{5\,000}{1\,000} = \frac{50\,000}{10\,000}$

19 0,7 est égal à $\frac{7}{10}$.

20 $\frac{607}{100}$ est égale à 6,07.

21 **a.** $\frac{1}{10} = \frac{10}{100}$ **b.** $\frac{7}{10} = \frac{70}{100}$ **c.** $\frac{23}{10} = \frac{230}{100}$

d. $1 = \frac{100}{100}$ **e.** $8 = \frac{800}{100}$

22 **1.** Il y a 8 unités dans 80 dixièmes.
2. Il y a 60 unités dans 6 dizaines et 6 unités dans 60 dixièmes.
3. Il y a 47 dixièmes dans 4 unités et 7 dixièmes.

23 **a.** $\frac{39}{10} = \frac{30}{10} + \frac{9}{10} = 3 + \frac{9}{10}$

b. $\frac{7\,589}{1\,000} = \frac{7\,000}{1\,000} + \frac{589}{1\,000} = 7 + \frac{589}{1\,000}$

c. $\frac{2\,356}{100} = \frac{2\,300}{100} + \frac{56}{100} = 23 + \frac{56}{100}$

24 $\frac{803}{100}$ est égale à 8,03.

25 $A = \frac{12}{100} = 0{,}12$ $B = \frac{489}{100} = \frac{400}{100} + \frac{89}{100} = 4{,}89$

$C = \frac{51}{10} = \frac{50}{10} + \frac{1}{10} = 5{,}1$ $D = \frac{54}{1\,000} = 0{,}054$

$E = \frac{327}{10} = \frac{320}{10} + \frac{7}{10} = 32{,}7$ $F = \frac{1\,325}{10\,000} = 0{,}132\,5$

26 $A = 5 + \frac{3}{10} + \frac{8}{100} = 5{,}38$ $B = 26 + \frac{9}{10} + \frac{6}{1\,000} = 26{,}906$

$C = 12 + \frac{4}{100} + \frac{7}{10} + \frac{6}{1\,000} = 12 + \frac{7}{10} + \frac{4}{100} + \frac{6}{1\,000} = 12{,}746$

$D = 7 + \frac{36}{10} = 7 + \frac{30}{10} + \frac{6}{10} = 7 + 3 + \frac{6}{10} = 10{,}6$

27 $A = 126 + \frac{3}{10} = \frac{1\,260}{10} + \frac{3}{10} = \frac{1\,263}{10}$

$B = 143 + \frac{6}{100} = \frac{14\,300}{100} + \frac{6}{100} = \frac{14\,306}{100}$

$C = 2 + \frac{12\,563}{100\,000} = \frac{200\,000}{100\,000} + \frac{12\,563}{100\,000} = \frac{212\,563}{100\,000}$

28 A = 56 unités et 286 millièmes
ou 56 unités 2 dixièmes 8 centièmes 6 millièmes
B = 123 unités et 5 centièmes
ou 123 unités 5 centièmes
C = 45 unités et 1 289 dix-millièmes
ou 45 unités 1 dixième 2 centièmes 8 millièmes 9 dix-millièmes

29 **a.** 10,96 **b.** 7,305 **c.** 26,000 7

30 L'écriture décimale de 24 centaines, 3 dixièmes et 8 dix-millièmes est 2 400,300 8. C'est Karim qui a raison.

31 **a.** $\frac{76}{1\,000} = \frac{7}{100} + \frac{6}{1\,000} = 0{,}076$ **b.** $\frac{78}{10} = 7 + \frac{8}{10} = 7{,}8$

c. $\frac{19}{10\,000} = \frac{1}{1\,000} + \frac{9}{10\,000} = 0{,}001\,9$

d. $\frac{156}{100} = 1 + \frac{56}{100} = 1{,}56$

32
- $42 + \frac{536}{1\,000} = 42 + \frac{3}{100} + \frac{6}{1\,000} + \frac{5}{10}$
- $420{,}356 = \frac{420\,356}{1\,000}$
- $425{,}036 = 425 + \frac{3}{100} + \frac{6}{1\,000}$

Repérer un nombre décimal sur une demi-droite graduée

Questions flash

33 L'abscisse de R est 0,4. L'abscisse de U est 0,9. L'abscisse de N est 1,1.

34 L'abscisse de E est 13,1. L'abscisse de A est 13,8. L'abscisse de T est 14,4.

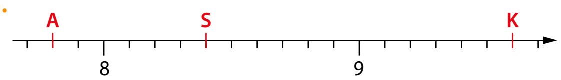
35 L'abscisse de F est 0,21. L'abscisse de L est 0,25. L'abscisse de Y est 0,32.

36 L'abscisse de G est 4,263. L'abscisse de O est 4,271.

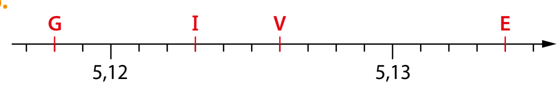
37

38

39 **a.**



b.



40 0,726 ≈ 0,7 5,28 ≈ 5,3 13,853 ≈ 13,9 6,019 ≈ 6

41 14,786 3 ≈ 14,79 14,786 3 ≈ 14,786
6,006 8 ≈ 6,01 6,006 8 ≈ 6,007
78,469 42 ≈ 78,47 78,469 42 ≈ 78,469
9,666 66 ≈ 9,67 9,666 66 ≈ 9,667

42

Comparer des nombres décimaux

Questions flash

43 a. $7 > \frac{7}{10}$ b. $0{,}9 = \frac{9}{10}$

c. $\frac{3}{10} = \frac{30}{100}$ donc $\frac{3}{10} < \frac{31}{100}$

d. $\frac{2}{100} = \frac{20}{1\,000}$ donc $\frac{35}{1\,000} > \frac{2}{100}$

44 $6 - \frac{1}{10} < 6 + \frac{9}{1\,000} < 6 + \frac{4}{100} < 6 + \frac{8}{100} < 6 + \frac{4}{10}$

45 a. 14,6 < 15 b. 23,01 < 24 c. 12 < 13

46 a. 8 < 8,6 b. 20 < 20,01 c. 0 < 0,99

47 a. $\frac{15}{100} < \frac{38}{100}$ b. $\frac{30}{100} = \frac{3}{10}$

c. $\frac{40}{100}$ donc $\frac{9}{100} < \frac{4}{10}$

d. $\frac{3}{100} = \frac{30}{1\,000}$ donc $\frac{25}{1\,000} < \frac{3}{100}$

48 a. $\frac{6}{10} = \frac{60}{100}$ donc $4 + \frac{6}{10} > 4 + \frac{9}{100}$

b. $\frac{8}{10} = \frac{80}{100}$ donc $25 + \frac{8}{10} < 25 + \frac{86}{100}$

c. $9 - \frac{3}{10} < 9 + \frac{2}{100}$

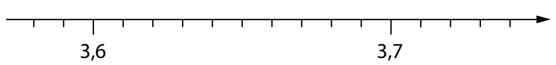
d. $\frac{73}{10} = \frac{730}{100}$ et $7 + \frac{23}{100} = \frac{723}{100}$ donc $7 + \frac{23}{100} < \frac{73}{10}$

49 a. $2{,}38 > \frac{3}{10}$ b. $5{,}6 > \frac{5}{10}$

c. $2 + \frac{39}{100} = 2 + \frac{390}{1\,000}$ donc $2 + \frac{39}{100} > 2{,}039$

d. $\frac{73}{10} = 7 + \frac{3}{10} = 7 + \frac{30}{100}$ donc $7 + \frac{23}{100} < \frac{73}{10}$

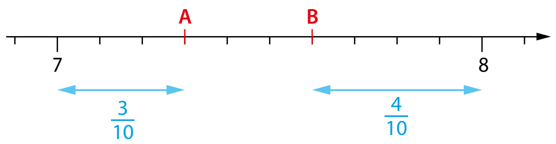
50 1.



2.

3. En utilisant la droite graduée, on obtient :
a. 3,7 > 3,66 b. 3,59 < 3,72
c. 3,6 > 3,59 d. 3,65 > 3,6

51 On a placé sur la demi-droite graduée ci-dessous les points A et B d'abscisses respectives $7 + \frac{3}{10}$ et $8 - \frac{4}{10}$.

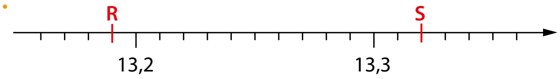


On rencontre le point A en premier sur la demi-droite donc $7 + \frac{3}{10} < 8 - \frac{4}{10}$.

52 a. 17,1 > 17,09 b. 143,28 < 132,48

c. 9,101 > 9,010 1 d. 16,28 < 26,28
e. 4,236 < 4,236 8 f. 5,046 < 5,16
g. 12,78 < 12,8 h. 0,004 > 0,003 5

53 1.



2.

3. $13 + \frac{17}{100} < 13{,}19 < \frac{13\,245}{1\,000} < 13{,}25 < 13 + \frac{3}{10} < 13{,}32$

54 53,8 > 53,736 > 53,33 > 31,9 > 31,6 > 31,546 > 31,2 > 29,03 > 29,012 > 26,739

55

Nombres inférieurs à 8,5	Nombres compris entre 8,5 et 8,6	Nombres supérieurs à 8,6
8,052 ; 8 ; 8,43	8,56 ; 8,502 ; 8,599 ; 8,56	8,92 ; 15,2 ; 8,601 ; 8,72 ; 9

56 a. 7 < 7,2 < 8 b. 39 < 39,04 < 40
c. 199 < 199,001 < 200 d. 0 < 0,56 < 1

57 Le nombre le plus proche est en gras.

- 0,8 < A < **0,9** A ≈ 0,9
- 84,7 < B < **84,8** B ≈ 84,8
- 4 < C < **4,1** C ≈ 4,1
- 17,1 < D < **17,2** D ≈ 17,2
- $E = 5 + \frac{692}{1\,000}$ donc 5,6 < E < **5,7** et E ≈ 5,7
- $5 + \frac{3}{10} < F < \mathbf{5 + \frac{4}{10}}$ donc F ≈ 5,4
- $G = 12 + \frac{8}{10} + \frac{6}{100}$ donc $12 + \frac{8}{10} < G < \mathbf{12 + \frac{9}{10}}$ et G ≈ 12,9

58 a. $\frac{528}{100} = 5{,}28$ et $\frac{63}{10} = 6{,}3$
6 est un nombre entier compris entre $\frac{528}{100}$ et 63 dixièmes.

b. $\frac{822}{100} = 8{,}22$ et $\frac{87}{10} = 8{,}7$
$\frac{822}{100}$ et 87 dixièmes ont tous les deux 8 comme partie entière. Il n'existe donc pas de nombre entier compris entre ces deux nombres.

c. 5,3 est compris entre $\frac{528}{100}$ et 63 dixièmes.

d. 8,5 est compris entre $\frac{822}{100}$ et 87 dixièmes.

La réflexion sur la possibilité d'intercaler ou pas un nombre entier ou décimal fait l'objet du problème 79.

59 a. 51 < 51,3 < 52 b. 8,4 < 8,42 < 8,5
c. 5,12 < 5,124 < 5,13 d. 0,1 < 0,103 < 0,11
e. 945,78 < 945,780 6 < 945,781 f. 7,999 9 < 7,999 96 < 8

Faire le point

QCM

1 1. C 2. B 3. C **2** 4. A 5. B **3** 6. C 7. A

Problèmes

60 **Quel désordre chez les Dalton !**
Classement des Dalton par taille dans l'ordre croissant :
Joe < Jack < William < Averell
1,8 = 1,80 donc 1,52 < 1,68 < 1,8 < 1,93
Donc Joe mesure 1,52 m ; Jack, 1,68 m ; William, 1,8 m et Averell, 1,93 m.

61 **Le zoom**

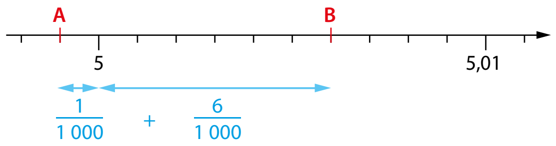
Coup de pouce possible : Observer les graduations en remarquant les deux nombres repérés sur la demi-droite.

On observe les graduations : les dixièmes sont partagés en 10, on obtient donc des centièmes qui sont aussi partagés en 10, on obtinet donc des millièmes.

L'abscisse du point T est $16 + \frac{2}{100} + \frac{7}{1\,000}$ soit 6,027.

62 **Wanted**

Coup de pouce possible : Construire une demi-droite, commencer par placer deux points distants de 7 millièmes ayant la même partie entière. Puis placer deux points distants de 7 millièmes n'ayant pas la même partie entière.



$5 + \frac{6}{1\,000}$ et $5 - \frac{1}{1\,000}$ sont distants de $\frac{7}{1\,000}$.
Donc 5,006 et 4,999 sont distants de 7 millièmes et n'ont pas la même partie entière.

63 **Les rideaux**

- $3{,}83 \approx 4$ (valeur approchée à l'unité)
  Pour le tissu noir qui est vendu au mètre, il lui faudra 4 m.
- $3{,}83 \approx 3{,}9$ (valeur approchée au dixième)
  Pour le tissu blanc qui est vendu au dixième de mètre, il lui faudra 3,9 m.

64 **Fichiers informatiques**

1. 17,1 Mo < 17,26 Mo < 17,32 Mo < 17,8 Mo < 18 Mo < 18,1 Mo
2. On cherche deux nombres compris entre 18 et 18,1.
   Sachant que la taille du conte de Marylou est supérieure à celle du conte de Sylvain, on peut choisir par exemple 18,02 Mo pour le conte de Sylvain et 18,07 Mo pour celui de Marylou.

Prolongement possible : Peut-on donner toutes les tailles possibles ?

65 **Langage courant**

Les élèves sont amenés dans cet exercice à réfléchir sur les abus d'un point de vue mathématique rencontrés dans le langage courant.

1. Le vendeur a voulu dire « trois euros et cinq centimes », soit trois euros et cinq centièmes d'euros, soit 3,05 €.
   Le boucher a voulu dire que son poulet pèse « un kilogramme et cinq cents grammes », soit un kilogramme et 5 dixièmes de kilogramme, soit 3,5 kg.

On reviendra sur le lien entre la position d'un chiffre dans l'écriture décimale et sa valeur.

2. Les élèves sont amenés ici à réfléchir sur la différence entre chiffre et nombre.
   Dans la phrase « Le chiffre du chômage, qui s'élève à 3,781 millions… », le mot chiffre n'est pas correct : 3,781 millions est un nombre.
   On invite les élèves à écrire 3,781 millions à l'aide d'un nombre entier : 3,781 millions = 3 781 000

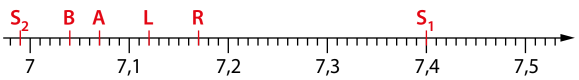
Ces conversions sont retravaillées dans le problème 71.

66 **Shopping**

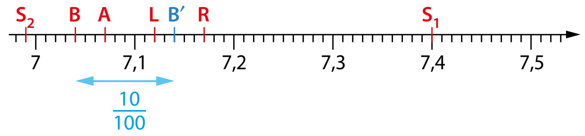
Une valeur approchée au centime est une valeur approchée au centième : $23{,}018\,5 \approx 23{,}02$ et $38{,}673\,2 \approx 38{,}67$
Le tee-shirt coute environ 23,02 €, et le pull 38,67 €.

67 **Saut en longueur**

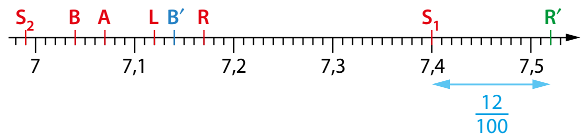
1. Une réflexion doit se faire sur le choix des graduations, afin que l'on puisse placer tous les points. L'utilisation de petits carreaux est recommandée.



2. **a.** La meilleur performance a eu lieu en 1988.
   b. La moins bonne performance a eu lieu à Sydney.
   c. $\frac{4}{10} + \frac{1}{100} = 0{,}41$
   Il y a 0,41 m soit 41 cm d'écart entre ces deux performances.
3. La performance de 2008 a eu lieu à Beijing. On doit lui ajouter $\frac{1}{10}$, soit $\frac{10}{100}$.



4.



Les plus fragiles peuvent raisonner sur la demi-droite.
Les autres peuvent d'abord chercher l'abscisse du point à placer en additionnant directement comme ci-dessous.

$$7{,}4 + \frac{12}{100} = 7 + \frac{40}{100} + \frac{12}{100} = 7 + \frac{52}{100} = 7{,}52$$

68 **Les cinq familles**

Coup de pouce possible : Donner l'écriture décimale de chacun des nombres.

On peut donner l'écriture décimale la plus simple des nombres notés sur chacune des cartes de Telma et de Jasmine, afin de les comparer facilement à 0,456.

• Carte de Telma :

$\frac{4\,056}{100} = 40{,}56$ $\quad$ $0{,}456\,0 = 0{,}456$ $\quad$ $45 + \frac{6}{10} = 45{,}6$

$(4 \times 10) + (5 \times 1) + (6 \times 0{,}1) = 45{,}6$ $\quad$ $\frac{456}{1\,000} = 0{,}456$

$40 + 0{,}56 = 40{,}56$ $\quad$ $4 + \frac{5}{10} + \frac{6}{100} = 4{,}506$

$\frac{45}{1\,000} + \frac{6}{10\,000} = 0{,}0456$

• Carte de Jasmine :

456 dix-millièmes = 0,0456 $\quad$ $\frac{4}{10} + \frac{5}{100} + \frac{6}{1\,000} = 0{,}456$

$\frac{4\,560}{1\,000} = 4{,}56$ $\quad$ $\frac{456}{100} = 4{,}56$

4 dizaines 5 dixièmes 6 centièmes = 40,56 $\quad$ 4,005 6

$\frac{4\,056}{1\,000} = 4{,}056$ $\quad$ $\frac{4}{10} + \frac{56}{1\,000} = 0{,}456$

$4 \times 0{,}01 + 5 \times 0{,}001 + 6 \times 0{,}000\,1 = 0{,}045\,6$

Telma pourra poser successivement $\boxed{0{,}456\,0}$

et $\boxed{\frac{456}{1\,000}}$.

Jasmine pourra poser successivement $\boxed{\frac{4}{10} + \frac{5}{100} + \frac{6}{1\,000}}$

et $\boxed{\frac{4}{10} + \frac{56}{1\,000}}$.

Ainsi, Telma aura posé trois cartes, et Jasmine deux cartes.
La gagnante sera donc Telma.

Les cartes restantes de Telma seront donc :

$\frac{4\,056}{100}$	$45+\frac{6}{10}$	$(4\times10)+(5\times1)+(6\times0{,}1)$
$40+0{,}56$	$4+\frac{5}{10}+\frac{6}{100}$	$\frac{45}{1\,000}+\frac{6}{10\,000}$

Les cartes restantes de Jasmine seront donc :

456 dix-millièmes	$\frac{4\,560}{1\,000}$	$\frac{456}{100}$
4 dizaines 5 dixièmes 6 centièmes	$\frac{4\,056}{1\,000}$	$4\times0{,}01+5\times0{,}001+6\times0{,}000\,1$
4,005 6		

Prolongements (variantes du jeu) :
1. **Variante du jeu :** Poser une carte de Telma et une de Louise et appliquer les mêmes règles.
   On a ainsi deux familles à compléter.
2. **Plus simplement :** Peut-on faire d'autres familles ? Si oui, lesquelles ?

69 Les sous-unités
- La milliseconde (ms) est l'unité de mesure qui est 1 000 fois plus petite que la seconde.
  1 milliseconde vaut donc 1 millième de seconde.
- Le centimètre (cm) est l'unité de mesure qui est 100 fois plus petite que le mètre.
  1 centimètre vaut donc 1 centième de mètre.
- Le décilitre (dL) est l'unité de mesure qui est 10 fois plus petite que le litre.
  1 décilitre vaut donc 1 dixième de litre.

70 La boite de céréales

Coup de pouce possible : Combien de grammes vaut 1 dixième de mg ?

Vitamines B2	$1{,}2\text{ mg}=\frac{1}{1\,000}\text{ g}+\frac{2}{10\,000}\text{ g}=0{,}001\,2\text{ g}$
Vitamines B3	$13{,}3\text{ mg}=\frac{13}{1\,000}\text{ g}+\frac{3}{10\,000}\text{ g}$ $=\frac{1}{100}\text{g}+\frac{3}{1\,000}\text{g}+\frac{3}{10\,000}\text{g}=0{,}013\,3\text{ g}$
Vitamines B9	$166\ \mu\text{g}=\frac{166}{1\,000\,000}\text{ g}=0{,}000\,166\text{ g}$
Vitamines B12	$2{,}1\text{ mg}=\frac{2}{1\,000}\text{ g}+\frac{1}{10\,000}\text{ g}=0{,}002\,1\text{ g}$
Vitamine E	$10\text{ mg}=\frac{10}{1\,000}\text{ g}=\frac{1}{100}\text{ g}=0{,}01\text{ g}$
Fer	$7\text{ mg}=\frac{7}{1\,000}\text{ g}=0{,}007\text{ g}$

71 Box-office
1. 1,67 milliard = 1 milliard + 0,67 milliard = 1 milliard + 670 millions = 1 670 000 000
   La recette de *Jurassic World* est de 1 670 000 000 de dollars.
   0,952 8 milliards = 952 800 000
   La recette du *Monde de Nemo* est de 952 800 000 de dollars.
2. *Moi, moche et méchant*, *Le monde de Nemo*, *Hunger Games* et *Harry Potter à l'école des sorciers* ont fait moins d'un milliard de dollars de recette.
   Jurassic World, *Star Wars – Le réveil de la force*, *Avatar* et *Titanic* ont fait plus de 1,5 milliard de dollars de recette.
3. Classement dans l'ordre croissant des recettes :
   Hunger Games – Le monde de Nemo – Moi, moche et méchant – Harry Potter à l'école des sorciers – Harry Potter et les reliques de la mort – Jurassic World – Star Wars – Titanic – Avatar
4. Une réflexion doit se faire sur le choix des graduations, afin que l'on puisse placer tous les points.

Coup de pouce possible : Graduer une demi-droite en dixièmes et placer une valeur approchée dans certains cas.

H_1 représente *Harry Potter et les reliques de la mort* ; H_2 *Hunger Games*, et H_3 *Harry Potter à l'école des sorciers*.

72 La cible

Coups de pouce possibles : Quelle est la partie entière du nombre obtenu par Jules ? Que peut-on dire de sa partie décimale ? Combien de fléchettes a-t-il utilisées pour la partie entière ? pour la partie décimale ?
Pour les plus fragiles : On peut se contenter d'une seule solution.

Le score de Jules est compris entre 12 et 12,01. Sa partie entière est donc 12. Sachant qu'il n'a que sept fléchettes et qu'il utilise trois fléchettes pour faire 12 points, il lui reste quatre fléchettes pour la partie décimale. On sait que le chiffre des dixièmes et des centièmes est 0. Il a donc comme possibilités :

12,004 12,003 1 12,002 2 12,001 3 12,000 4

$12{,}004=1\times10+2\times1+4\times0{,}001$

$12{,}003\,1=1\times10+2\times1+3\times0{,}001+1\times0{,}000\,1$

$12{,}002\,2=1\times10+2\times1+2\times0{,}001+2\times0{,}000\,1$

$12{,}001\,3=1\times10+2\times1+1\times0{,}001+3\times0{,}000\,1$

$12{,}000\,4=1\times10+2\times1+4\times0{,}000\,1$

73 Patinage de vitesse

Coup de pouce possible : Dans quel ordre doit-on classer les vitesses pour les classer du 1er au dernier lors de la course ?

1. **Chine :** 41,534 s **États-Unis :** 41,786 s
   Grande-Bretagne : 41,87 s **Pays-Bas :** 42,608 s
2. En 1960 : précision au dixième de seconde
   En 2014 : précision au millième de seconde
3. 41,9 ; 42,6 ; 41,8 et 41,5

Prolongement possible : D'après les données, les athlètes étaient-ils plus rapides en 1960 ou en 2016 ? Que peut-on en penser ? Il peut être intéressant d'amener les élèves à réfléchir sur les évolutions techniques.

74 La Poste
1. Écopli – Lettre verte – Lettre prioritaire – Union européenne – International
2. Candice ne pourra pas faire un envoi prioritaire, il lui manquera 0,10 €. Le plus avantageux sera l'Écopli.
3. Il y a 0,08 € de différence.
4. Emma paiera 17,50 €.

75 Prise de sang

$1{,}91 > 1{,}6$

Donc son médecin va lui dire que son hémoglobine est trop haute.

$0{,}37 < 0{,}418 < 0{,}42$

Il va lui dire que son hématocrite est normal.

Vocabulaire

Hémoglobine (nom féminin) **:** Pigment protéique des globules rouges du sang, assurant le transport de l'oxygène entre l'appareil respiratoire et les cellules de l'organisme.

Vocabulaire

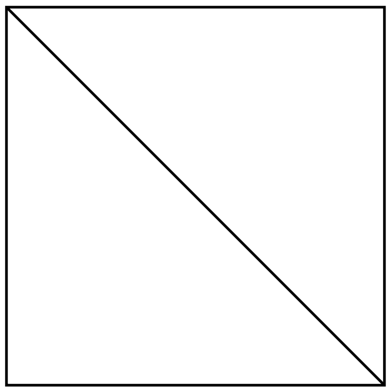
Hématocrite (nom masculin) **:** Pourcentage du volume occupé par les globules rouges par rapport au volume total du sang.

76 Diagonale d'un carré

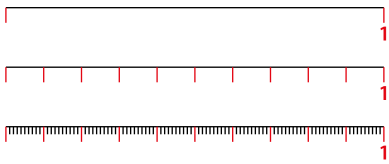
On va utiliser les nombres décimaux pour approcher une longueur (plus précisément, on va approcher $\sqrt{2}$).

Le carré ainsi que les bandes unités sont imprimables.

1. et **2.**



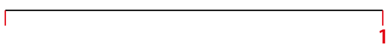
3.

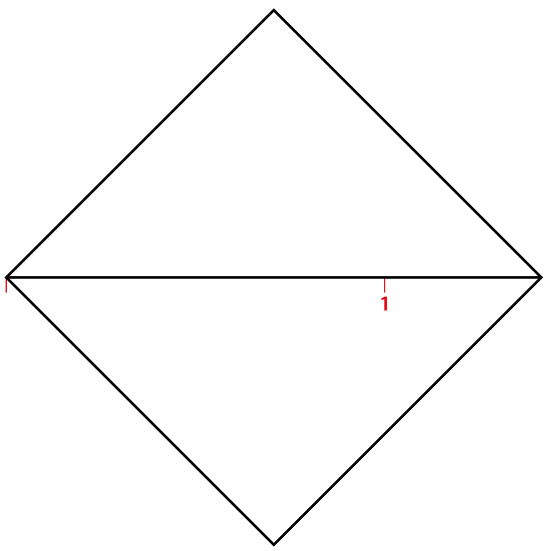


4.

Coup de pouce possible : Préciser que l'on va utiliser la première bande unité pour mesurer la longueur de la diagonale, la deuxième pour la question **b.** et la troisième pour la question **c.**

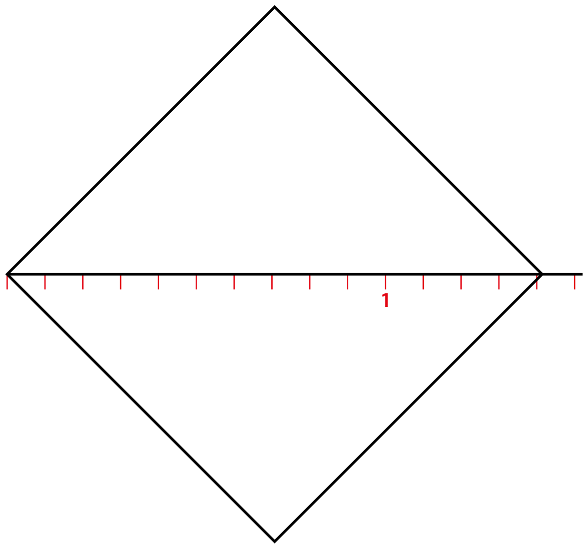
a. On utilise ici la bande unité :





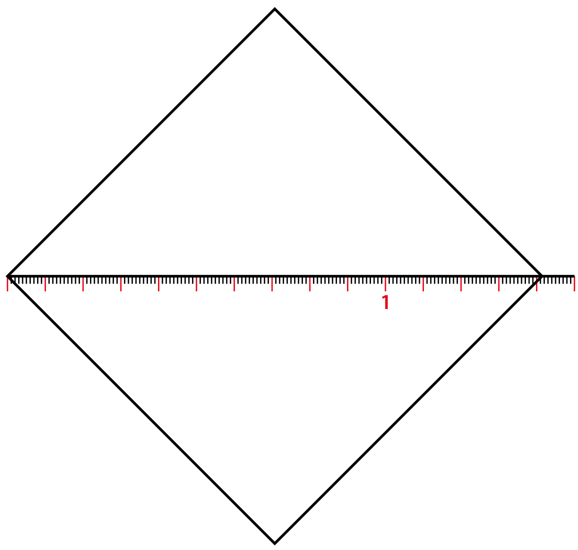
On peut donc dire que la longueur de la diagonale est comprise entre 1 et 2 unités.

b. On utilise ici la bande unité qui est partagée en dixièmes.



On peut donc préciser la longueur de la diagonale : elle est comprise entre 1,4 et 1,5 unités.

c. On utilise ici la bande unité qui est partagé en centièmes.



On peut donc préciser encore la longueur de la diagonale : elle est comprise entre 1,41 et 1,42 unités.

On précisera bien que l'on n'a toujours pas la valeur exacte de la longueur de la diagonale.

77 Devinette

Coup de pouce possible : Faire un schéma avec des traits pour chaque chiffre que l'on complétera en utilisant les indications. Par exemple, la première indication nous permet d'écrire : _ , _ _ _ _

Que va nous permettre d'écrire la deuxième indication ?

- Mon dernier chiffre non nul après la virgule est celui des dix-millièmes. Sans zéro inutile, la partie décimale a quatre chiffres après la virgule.
- Je suis compris entre 37,2 et 37,3. La partie entière est donc 37.
- Je contiens 3 728 centièmes. Le nombre cherché est de cette forme : 37,28 _ _
  Il ne manque plus que les chiffres des millièmes et dix-millièmes.
- Mon chiffre des millièmes est le triple de celui des dixièmes, c'est donc 6.
- Mon chiffre des dix-millièmes est la moitié de celui des centièmes, c'est donc 4.
  Le nombre cherché est donc 37,286 4.

78 *La Disme*

Cet exercice donne l'occasion de réfléchir à l'évolution des écritures et à la naissance de l'écriture décimale.

1. • L'écriture décimale de 27 ⓪ 8 ① 4 ② 7 ③ est :

$27 + \frac{8}{10} + \frac{4}{100} + \frac{7}{1\,000} = 27{,}847$

• L'écriture décimale de 37 ⓪ 6 ① 7 ② 5 ③ est :

$37 + \frac{6}{10} + \frac{7}{100} + \frac{5}{1\,000} = 37{,}675$

• L'écriture décimale de 875 ⓪ 7 ① 8 ② 2 ③ est :

$875 + \frac{7}{10} + \frac{8}{100} + \frac{2}{1\,000} = 875{,}782$

• L'écriture décimale de 941 ⓪ 3 ① 0 ② 4 ③ est :

$941 + \frac{3}{10} + \frac{0}{100} + \frac{4}{1\,000} = 941{,}304$

2. • $29 + \frac{8}{10} + \frac{6}{100}$ s'écrivait 29⓪8①6②.

• 46,709 s'écrivait 46⓪7①0②9③.

• $\frac{159}{10\,000}$ s'écrivait 0⓪0①1②5③9④.

3. Par exemple :

126,046 = 126⓪0①4②6③ ; $\frac{7}{100}$ = 0⓪0①7②

et $35 + \frac{9}{10} + \frac{5}{1\,000}$ = 35⓪9①0②5③

79 Le jeu de Lola

Un travail de groupe permettra d'enrichir les débats, notamment à la question **3.**

1. Aurèle peut donner trois nombres différents : 323 ; 324 et 325.
Juliette peut donner : 322,2 ; 322,3 ; 322,4 ; 322,5 ; 322,6 ; 322,7 ; 322,8 ; 322,9 ; 323,1 ; 323,2.

2. Il n'y a pas de nombre entier compris entre 12,3 et 12,4 ; Aurèle ne peut donc pas répondre.
Juliette peut donner : 12,31 ; 12,32 ; 12,33 ; 12,34 ; 12,35 ; 12,36 ; 12,37 ; 12,38 ; 12,39 ; 12,311 ; 12,312 ; 1,313 ; 12,314 ; 12,315 ; 12,316 ; 1,317 ; 12,318 ; 12,319 ; 12,321 ; 12,324.

3. On ne peut pas intercaler un nombre entier entre deux nombres décimaux qui ont la même partie entière.
Par contre, on peut toujours intercaler un nombre décimal entre deux nombre décimaux.

On pourra revenir à la demi-droite en précisant que l'on pourra toujours faire des zooms permettant d'obtenir des sous-graduations.

Aurèle n'est pas content car très souvent, il n'a pas la possibilité de gagner, alors que Juliette aura toujours la possibilité de trouver un nombre décimal compris entre deux nombres fixés.

Travailler autrement

80 Analyse de documents

Questions ceinture jaune

1. 10,06 > 10,04 > 9,96 > 9,94 > 9,93 > 9,91 > 9,89 > 9,81

2. – Usain Bolt est le vainqueur, sa performance est donc 9,81 s.
– Justin Gatlin est le deuxième, sa performance est donc 9,89 s.
– André de Grasse est le troisième, sa performance est donc 9,91 s.
– Jimmy Vicaut est le septième, sa performance est donc 10,04 s.

3. – André Ben Youssef est le sixième, sa performance est donc 9,96 s.
– La performance de Yohan Blake est 9,93 s.
– Trayvon Bromell est le dernier, sa performance est donc 10,06 s.

4. **Classement :** Usain Bolt – Justin Gatlin – André de Grasse – Yohan Blake – Akani Simbine – André Ben Youssef – Jimmy Vicaut – Trayvon Bromell

5. On pourra placer les points d'abscisses 9,81 et 10,04 sur une demi-droite pour faciliter le calcul de la différence des deux temps.

$\frac{19}{100} + \frac{4}{100} = \frac{23}{100}$ Usain Bolt devance Jimmy Vicaut de 0,23 s.

Questions ceinture verte

1. a. $\frac{8}{100}$ ou 0,08 seconde sépare les deux premiers sprinters.

b. $\frac{19}{100} + \frac{6}{100} = \frac{25}{100}$ 0,25 seconde sépare le premier et le dernier sprinter.

2.

Athlète	Performance (en secondes)
Jimmy Vicaut	10,04
Akani Simbine	9,94
Trayvon Bromell	10,06
Justin Gatlin	9,89
Usain Bolt	9,81
André de Grasse	9,91
André Ben Youssef	9,96
Yohan Blake	9,93

3. $\frac{1}{100} + \frac{4}{100} = \frac{5}{100}$ $\frac{5}{100}$ ou 0,05 seconde sépare ces deux athlètes.

Questions ceinture noire

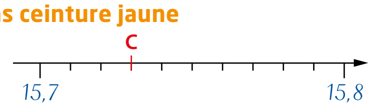
1. 10,04 – 9,81 = 0,23 0,23 ou $\frac{23}{100}$ de seconde sépare Jimmy Vicaut et Usain Bolt.

2. Akani Simbine (9,94 s) a devancé le Français (10,04 s) d'un dixième de seconde.

3. L'athlète se trouvant « au pied du podium » est le quatrième, c'est donc Justin Gatlin.

81 Écriture d'énoncé

Questions ceinture jaune



1. Sur cette demi-droite graduée, placer les points A et B d'abscisses respectives 15,72 et 15,79.

2. Quelle est l'abscisse du point C ?

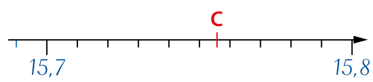
3. Écrire l'abscisse du point C comme somme de sa partie entière et de sa partie décimale.

4. Donner l'écriture fractionnaire de l'abscisse du point C.

5. Ranger les nombres suivants dans l'ordre décroissant :

15,8 ; 15,72 et $15 + \frac{79}{100}$.

Questions ceinture verte



1. Sur cette demi-droite graduée, placer le plus précisément possible les points A et B d'abscisses respectives 15,69 et 15,784.

2. Écrire l'abscisse du point C comme somme de sa partie entière et de sa partie décimale le plus précisément possible.

3. Donner un encadrement au centième de 15,758. Entourer le nombre le plus proche de 15,758.

4. Quelle est la partie entière de l'abscisse de A, son chiffre des dixièmes et son chiffre des centièmes ?

Questions ceinture noire

1. Je suis un nombre décimal. Mon dernier chiffre non nul après la virgule est celui des dix-millièmes.
Mon nombre de dixièmes est 90 424.
Mon chiffre des centièmes est le tiers de celui des milliers.
Mon chiffre des millièmes est le double de celui des dixièmes.
Mon chiffre des dix-millièmes est le double de celui des centièmes.

2. Trouver six nombres compris entre 7,12 et 7,13.

82 Analyse de production

Questions ceinture jaune

0,03 m = 3 cm

Questions ceinture verte

0,000 05 m = 0,000 050 m = 50 × 0,000 001 m = 50 µm
0,000 000 2 m = 0,2 µm et 0,000 2 m = 0,2 mm

Questions ceinture noire

Dans 0,000 000 000 1 le chiffre 1 est à la dixième place après la virgule donc 0,000 000 000 1 m est dix fois plus petit que 1 nm et 0,000 000 000 1 m = 0,1 nm et 0,000 002 mm = 2 000 nm.

Outils numériques et algorithmique

83 Course de kilomètre lancé

2.

	A	B	C
1	Classeme	vitesse (en km/h)	
2	1	175	
3	2	173,55	
4	3	173,53	
5	4	172,79	
6	5	172,38	
7	6	171,65	
8	7	171,57	
9	8	169,93	
10	9	169,77	
11	10	169,05	
12	11	168,66	
13	12	166,86	
14	13	166,62	
15	14	166,4	
16	15	166,24	
17	16	165,94	
18	17	165,87	
19	18	165,56	
20	19	165,25	
21	20	163,92	
22	21	163,78	
23	22	163,51	
24	23	162,41	
25	24	162	
26	25	161,3	

3. La vitesse maximale est 175 km/h. La vitesse minimale est 161,3 km/h.
4. 19 skieurs ont obtenu une vitesse supérieure à 165 km/h.
5. 169,05 km/h
6. 2 centièmes de km/h entre le 2^e^ et le 3^e^ skieur.
7 dixièmes de km/h entre les deux derniers skieurs.

84 Les carrés

1. a. L'aire d'un carré de côté 3,8 cm est 14,44 cm^2.
L'aire d'un carré de côté 3,9 cm est 15,21 cm^2.
b. Un encadrement au millimètre est un encadrement au dixième de centimètre.
3,8 cm $<$ c $<$ 3,9 cm

2. a.

	A	B
1	côté (en cm)	aire (en cm²)
2	3,8	14,44
3	3,81	14,5161
4	3,82	14,5924
5	3,83	14,6689
6	3,84	14,7456
7	3,85	14,8225
8	3,86	14,8996
9	3,87	14,9769
10	3,88	15,0544
11	3,89	15,1321
12	3,9	15,21

b. =A2*A2
c. 3,87 $<$ c $<$ 3,88
d. On peut utiliser à nouveau le tableur en affichant les longueurs entre 3,87 et 3,88 avec un pas de $\frac{1}{1\,000}$ s.

15	3,87	14,9769
16	3,871	14,984641
17	3,872	14,992384
18	3,873	15,000129
19	3,874	15,007876
20	3,875	15,015625
21	3,876	15,023376
22	3,877	15,031129
23	3,878	15,038884
24	3,879	15,046641
25	3,88	15,0544
26	3,881	15,062161
27	3,882	15,069924
28	3,883	15,077689

On obtient 3,872 $<$ c $<$ 3,873.

CHAPITRE 3

Addition, soustraction et multiplication

Introduction

Ce chapitre s'inscrit dans le thème « Nombres et calculs ».
Les connaissances associées sont : l'addition, la soustraction et la multiplication des nombres décimaux.
Les capacités associées sont :

– calculer avec des nombres décimaux, c'est-à-dire mémoriser des faits techniques et des procédures élémentaires de calcul, élaborer ou choisir des stratégies de calcul à l'oral et à l'écrit, vérifier la vraisemblance d'un résultat, notamment en estimant son ordre de grandeur (en travaillant sur l'addition, la soustraction, la multiplication et les propriétés de ces opérations, les faits et procédures numériques additifs et multiplicatifs). Il s'agit aussi de travailler le calcul mental, mais aussi posé et instrumenté. Dans les calculs en ligne, il s'agit notamment d'utiliser des parenthèses dans des situations très simples et d'en connaitre les règles d'usage. En lien avec la calculatrice, il s'agit aussi d'introduire et de travailler la priorité de la multiplication sur l'addition et la soustraction.
– résoudre des problèmes mettant en jeu l'addition, la soustraction et la multiplication des nombres décimaux, de façon à bien maitriser le sens de chacune de ces opérations et de traiter des problèmes relevant des structures additives et multiplicatives.

Ce chapitre permet de faire un point sur les opérations. En effet : « La pratique du calcul mental s'étend progressivement des nombres entiers aux nombres décimaux, et les procédures à mobiliser se complexifient. Les différentes techniques opératoires portent sur des nombres entiers et/ou des nombres décimaux : addition et soustraction pour les nombres décimaux dès le CM1 ; multiplication d'un nombre décimal par un nombre entier au CM2, de deux nombres décimaux en 6^e. »
Il convient donc ici d'insister sur la multiplication de deux nombres décimaux, permettant notamment d'aller plus loin dans la technique opératoire.

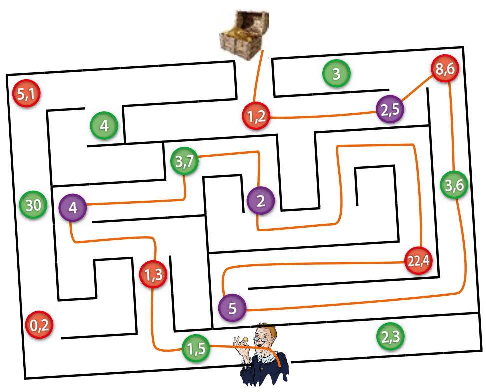
Les problèmes se complexifient progressivement ; l'objectif est d'automatiser la reconnaissance de l'opération en fin de cycle 3. « On passe de problèmes dont la solution engage une démarche à une ou plusieurs étapes indiquées dans l'énoncé à des problèmes, en 6^e, nécessitant l'organisation de données multiples ou la construction d'une démarche ; la collecte des informations utiles peut se faire à partir d'un support unique puis à partir de deux supports complémentaires pour aller vers des tâches complexes mêlant plusieurs supports. »

Ce chapitre a été conçu de façon à mettre l'accent sur les problèmes issus d'autres enseignements, de la vie de classe ou de la vie courante. L'élève consolide ici l'automatisation des techniques de calcul (addition, soustraction, multiplication), des procédures de calcul mental et utilise des ordres de grandeur pour estimer, contrôler ou vérifier un calcul.

Comme précisé dans les programmes : « Le calcul, dans toutes ses modalités, contribue à la connaissance des nombres. Ainsi, même si le calcul mental permet de produire des résultats utiles dans différents contextes de la vie quotidienne, son enseignement vise néanmoins prioritairement l'exploration des nombres et des propriétés des opérations. Il s'agit d'amener les élèves à s'adapter en adoptant la procédure la plus efficace en fonction de leurs connaissances mais aussi et surtout en fonction des nombres et des opérations mis en jeu dans les calculs. Pour cela, il est indispensable que les élèves puissent s'appuyer sur suffisamment de faits numériques mémorisés et de modules de calculs élémentaires automatisés. De même, si la maitrise des techniques opératoires écrites permet à l'élève d'obtenir un résultat de calcul, la construction de ces techniques est l'occasion de retravailler les propriétés de la numération et de rencontrer des exemples d'algorithmes complexes ».

Jeux

Le chemin vers la sortie est indiqué en orange.
2,8 + 1,5 = 4,3
4,3 – 1,3 = 3
3 × 4 = 12
12 + 3,7 = 15,7
15,7 × 2 = 31,4
31,4 – 22,4 = 9
9 × 5 = 45
45 + 3,6 = 48,6
48,6 – 8,6 = 40
40 × 2,5 = 100
100 – 1,2 = 98,8
Harpagon rangera la somme de 98,80 € dans son coffre.



Activités

Questions flash

1.

L'objectif est ici de retravailler le calcul mental en revoyant les procédures numériques d'addition et de soustraction avec un nombre entier se terminant par 9.

A = 25 + 19 = 44
Proposer par exemple de procéder ainsi :
(25 + 20) – 1 = 45 – 1 = 44
B = 35 + 49 = 84　　C = 99 + 28 = 127　　D = 55 – 39 = 16
Proposer par exemple de procéder ainsi :
(55 – 40) + 1 = 15 + 1 = 16
E = 76 – 49 = 27　　F = 78 – 29 = 49

Questions flash

2.

Cet exercice permet de retravailler les additions et soustractions entre un nombre entier et un nombre décimal non entier (et ainsi, travailler sur l'erreur fréquente 7,8 + 2 = 7,10). Cela permet de revoir le fait que 2 = 2,0 et qu'on aligne les virgules dans l'addition et la soustraction de nombres décimaux.

A = 7,8 + 2 = 9,2   B = 15,8 + 36 = 51,8   C = 5,4 – 2 = 3,4
18 – 1,9 = 16,1   On calculera ainsi :
(18 – 2) + 0,1 = 16 + 0,1 = 16,1
D = 18 – 1,9 = 16,1   E = 15,7 – 6 = 9,7   F = 57,8 – 18 = 39,8

3.

Cet exercice permet de retravailler la différence entre deux nombres comme étant le nombre cherché dans une addition à trous.

2,8 + **5** = 7,8   5,4 + **4,4** = 9,8   2,1 + **7,9** = 10
4,4 + **5,6** = 10   9,3 + **0,7** = 10   5,8 + **4,2** = 10

4.

Cet exercice permet de retravailler les additions et les soustractions de deux nombres décimaux non entiers.

A = 2,1 + 1,7 = 3,8   B = 5,6 + 4,9 = 10,5
C = 9,2 + 1,9 = 11,1   D = 8,4 – 2,3 = 6,1
E = 9,4 – 2,6 = 6,8   F = 7,3 – 3,7 = 3,6
On pourra faire remarquer qu'il est souvent plus facile pour effectuer 7,3 – 3,7 de chercher le nombre manquant dans l'égalité 3,7 + … = 7,3. Ainsi, on vérifie le résultat de cette soustraction en effectuant 3,7 + 3,6 = 7,3.

5.

Cet exercice permet de réviser les tables de multiplication.

A = 3 × 7 = 21   B = 9 × 8 = 72   C = 5 × 6 = 30
D = 80 × 4 = 320   On expliquera qu'il est simple de faire :
(8 × 4) × 10 = 32 × 10 = 320
E = 60 × 30 = 1 800   On expliquera qu'il est simple de faire :
(6 × 3) × 10 × 10 = 18 × (10 × 10) = 18 × 100 = 1 800
F = 500 × 90 = 45 000

6.

Cet exercice permet de retravailler la multiplication d'un nombre entier par un nombre décimal non entier.

A = 9,5 × 2 = 19   B = 8,4 × 3 = 25,2
C = 4,1 × 5 = 20,5   D = 4,3 × 10 = 43
E = 5,73 × 10 = 57,3   F = 0,05 × 100 = 5

Les calculs D, E et F permettent de retravailler la multiplication d'un nombre décimal non entier par 10, 100, 1 000 et d'éviter ainsi l'erreur fréquemment commise : 4,3 × 10 = 4,30 en expliquant que le chiffre des dixièmes n'est pas devenu le chiffre des unités.

7.

Cet exercice permet de travailler les petits problèmes et le sens de l'addition, de la soustraction et de la multiplication.

a. Les trois cahiers coutent 3 × 1,05 € = 3,15 €.
b. Les quatre stylos coutent 4 × 1,20 € = 4,80 €.
c. L'ensemble des achats coute 3,15 € + 4,80 € = 7,95 €.
d. La caissière lui rend 10 € – 7,95 € = 2,05 €.

Région Nouvelle-Aquitaine — Activité 1

Intentions des auteurs

Objectif : Réactiver l'addition et la soustraction de nombres décimaux. Cette activité permet aussi de retravailler le sens de l'addition et de la soustraction.
Prérequis : Connaissance de ces opérations et des nombres décimaux.
Capacité réintroduite, car vue en CM2 : Additionner et soustraire des nombres décimaux.

1. 1 505,5 + 416,9 + 397,2 + 333,2 + 664,1 = 3 316,9
En 2015, il y avait 3 316,9 milliers d'habitants dans l'ancienne région Aquitaine.

2. 470,9 + 1 792 + 3 316,9 = 2 262,9 + 3 316,9 = 5 579,8
La région Nouvelle-Aquitaine contenait 5 579,8 milliers d'habitants en 2015.

3. 5 579,8 – 3 316,9 = 2 262,9 (différence de population entre la région Nouvelle-Aquitaine et l'ancienne région Aquitaine)
Ou 1 792 + 470,9 = 2 262,9 (somme des populations des régions Limousin et Poitou-Charentes)
La différence de population entre l'ancienne région Aquitaine et la région Nouvelle-Aquitaine est de 2 262,9 milliers d'habitants.

Que de virgules ! — Activité 2

Intentions des auteurs

Objectif : Découvrir la multiplication de deux nombres décimaux.
Prérequis : La connaissance du sens de la multiplication et la multiplication de deux nombres entiers et d'un nombre entier par un nombre décimal non entier.
Capacité réintroduite : Multiplication de deux nombres décimaux (non entiers).
L'élève doit essayer de trouver un moyen, connaissant la multiplication de deux entiers, de multiplier deux nombres décimaux.

a. Le tissu coute 8,20 € le mètre, ce qui signifie qu'un mètre coute 8,20 €. Deux mètres coutent deux fois plus, soit 8,20 € × 2 = 16,40 €.

Les élèves pourront aussi calculer 8,20 + 8,20 = 16,40.
Dans les deux cas, on leur fera faire une remarque sur la place de la virgule dans le produit.
820 × 2 = 1 640
Or 8,20 = 820 ÷ 100.
Donc pour calculer 8,20 × 2, on calcule 1 640 ÷ 100 = 16,40.

b. Pour calculer 2,50 m, on va ajouter le prix de 2 m de tissu et de 0,50 m de tissu.
2 m de tissu coutent 16,40 € et 0,50 m de tissu coute la moitié du prix d'un mètre, soit 8,20 € ÷ 2 = 4,10 €.
2,50 m coutent donc 16,40 € + 4,10 € = 20,50 €.

On peut alors demander aux élèves de trouver un moyen plus rapide.
Le prix de 2,5 m de tissu se calcule en effectuant 2,5 × 8,2.
On peut faire constater que 25 × 82 = 2 050. Le résultat de 2,5 × 8,2 est égal à 2 050 ÷ 100.
En effet : 2,5 = 25 ÷ 10 et 8,2 = 82 ÷ 10
Pour calculer 2,5 × 8,2, il faut donc d'abord calculer 25 × 82 puis diviser le résultat par 100.

c. En se servant de la remarque précédente, 2,65 m de tissu coutent 2,65 × 8,2.
On calcule d'abord 265 × 82 = 21 730, puis on divise le résultat par 1 000 (car 2,65 = 265 ÷ 100 et 8,2 = 82 ÷ 10). On trouve donc que 2,65 × 8,2 = 21,73.
2,65 mètres de tissu coutent donc 21,73 €.

On pourra faire remarquer qu'il suffit de calculer 265 × 82, puis de compter le nombre de chiffres derrière la virgule au total dans les deux facteurs : ce sera le nombre de chiffres après la virgule du produit.

Crêpes en fête — Activité 3

Intentions des auteurs

Objectif : Retravailler les ordres de grandeur d'opérations sur les nombres décimaux.
Prérequis : La connaissance du sens des opérations, le calcul sur les nombres entiers et la notion d'ordre de grandeur (déjà vue sur les nombres entiers).
Capacité introduite : Estimer un ordre de grandeur d'un calcul sur les nombres décimaux.

Il faut d'abord chercher les quantités nécessaires.
Il lui faudra six paquets de farine, trois boites d'œufs, une boite de sucre en poudre, deux plaquettes de beurre, sept litres de lait et un lot de sachets de sucre vanillé.
En prenant comme ordres de grandeur : 1 € pour le paquet de farine, 2,50 € la boite d'œufs, 1 € la boite de sucre, 1,50 € la plaquette de beurre, 0,50 € le litre de lait et 2 € le lot de sachets de sucre vanillé, l'ensemble des achats coutera environ :
$(6 \times 1) + (3 \times 2{,}50) + 1 + (2 \times 1{,}50) + (7 \times 0{,}60) + 2$
$= 6 + 7{,}50 + 1 + 3 + 4{,}20 + 2 = 23{,}70$ €
N'ayant que 20 €, il n'aura pas assez d'argent.
Le montant exact des achats est de :
$(6 \times 0{,}91) + (3 \times 2{,}46) + 0{,}93 + (2 \times 1{,}53) + (7 \times 0{,}61) + 1{,}94 = 23{,}04$ €

De l'ordre ! — Activité 4

Intentions des auteurs

Objectif : Découvrir la priorité de la multiplication sur l'addition et la soustraction.
Prérequis : La connaissance du rôle des parenthèses dans un calcul, le calcul sur les nombres décimaux et l'usage de la calculatrice.
Capacité introduite : Travailler les priorités opératoires (priorité des parenthèses et priorité de la multiplication sur l'addition et la soustraction).

1. Les trois morceaux de ficelle ont donc une longueur de $3 \times 1{,}25$ m $= 3{,}75$ m. On y ajoute le morceau de 0,75 m, soit une longueur totale de 3,75 m + 0,75 m = 4,50 m.
Nathan va obtenir 4,50 m de ficelle.
2. Lola a fait : $0{,}75 + 1{,}25 \times 3 = 2 \times 3 = 6$
Elle a effectué l'addition en premier (0,75 + 1,25).
Nathan a fait : $0{,}75 + 1{,}25 \times 3 = 0{,}75 + 3{,}75 = 4{,}5$
Il a effectué la multiplication en premier ($1{,}25 \times 3$).
3. Avec la calculatrice :

```
0,75+1,25×3   4,5
```

C'est donc Nathan qui a juste : il faut effectuer la multiplication en premier.

La multiplication est prioritaire sur l'addition : cela sous-entend qu'il y a des parenthèses autour de la multiplication.

La question du caractère prioritaire de la multiplication sur la soustraction se pose aussi. On pourra faire effectuer des petits calculs avec une soustraction et une multiplication avec la calculatrice pour faire constater que la multiplication est aussi prioritaire sur la soustraction.

4. Lorsque l'on écrit $(0{,}75 + 1{,}25) \times 3$, l'opération qui doit être effectuée en premier est $0{,}75 + 1{,}25$ (priorité des parenthèses).
Lorsque l'on écrit $0{,}75 + 1{,}25 \times 3$, l'opération qui doit être effectuée en premier est $1{,}25 \times 3$ (priorité de la multiplication).
Les deux calculs ne signifient donc pas la même chose : Lola a tort.
L'expression qui permet de calculer la longueur totale de la ficelle de la question 1. est $0{,}75 + 1{,}25 \times 3$.

On peut alors, de façon logique, faire découvrir par deux calculs à effectuer à la calculatrice ($15 + 14 \div 2$ et $25 - 8 \div 4$ par exemple) la priorité de la division sur l'addition et la soustraction.
L'organisation des calculs ne comportant que des additions et des soustractions ou que des multiplications et des divisions sera vue en 5^{e}.

Savoir-faire

3 C'est une situation additive.
$2{,}56 + 3{,}07 + 3{,}78 = 9{,}41$
Le total des sauts de Kévin est de 9,41 m.

4 On calcule d'abord le volume représenté avec le jus d'orange et le sucre de canne : $2{,}2 + 0{,}75 = 2{,}95$
On cherche le volume manquant qui correspond à la grenadine : $3{,}1 - 2{,}95 = 0{,}15$
Amelle a utilisé 0,15 L de grenadine.

6 Elle fait 12 fois 2,75 km : c'est bien une situation multiplicative.
$12 \times 2{,}75 = 33$

$$\begin{array}{rrrrr} & & 2, & 7 & 5 \\ \times & & & 1 & 2 \\ \hline & & 5_{+1} & 5 & 0 \\ + & 2_{+1} & 7 & 5 & 0 \\ \hline & 3 & 3, & 0 & 0 \end{array}$$

Pauline a parcouru 33 km.

9 a. On commence par les multiplications qui sont prioritaires.
$A = 52{,}4 + \underbrace{3{,}7 \times 4} + \underbrace{2{,}7 \times 2}$
$A = 52{,}4 + 14{,}8 + 5{,}4$ Il n'y a plus que des additions.
$A = 72{,}6$

b. On commence par le calcul entre parenthèses :
$B = \underbrace{(5{,}1 - 3{,}7)} \times 3 + 4{,}7$
$B = \underbrace{1{,}4 \times 3} + 4{,}7$ La multiplication est prioritaire.
$B = 4{,}2 + 4{,}7$
$B = 8{,}9$

Exercices

Additionner et soustraire avec des nombres décimaux

Questions flash

10
a. $25{,}7 + 5 = 30{,}7$
b. $147{,}6 + 13 = 160{,}6$
c. $280{,}54 + 20 = 300{,}54$
d. $17{,}5 + 2{,}5 = 20$
e. $36{,}25 + 4{,}25 = 40{,}5$
f. $12{,}75 + 2{,}25 = 15$
g. $120{,}5 + 80{,}5 = 201$
h. $300{,}5 + 0{,}5 = 301$
i. $0{,}75 + 0{,}25 = 1$

11
1. $15{,}5 \times 2 = 31$ Le double de 15,5 est 31.
2. $25{,}25 \times 2 = 50{,}5$ Le double de 25,25 est 50,5.
3. $24{,}24 \div 2 = 12{,}2$ La moitié de 24,24 est 12,12.
4. $642{,}18 \div 2 = 321{,}09$ La moitié de 642,18 est 321,09.

Questions flash

12 **1.** On doit rajouter 4,4 à 5,6 pour obtenir 10.
4,4 + 5,6 = 10
2. On doit rajouter 7,1 à 2,9 pour obtenir 10.
2,9 + 7,1 = 10
3. On doit rajouter 7,2 à 52,8 pour obtenir 60.
52,8 + 7,2 = 60

13 **a.** 7,8 – 5,7 = 2,1 **b.** 8 – 7,2 = 0,8
c. 6,4 – 0,3 = 6,1 **d.** 9,7 – 9,1 = 0,6
e. 59 – 8,2 = 50,8 **f.** 55,55 – 50,55 = 5

14 Pour cet exercice, on peut aussi utiliser le tableau de numération.

a. 3 dixièmes correspondent à 0,3.
25,4 + 0,3 = 25,7
b. 1 centième correspond à 0,01.
2,51 + 0,01 = 2,52
c. 4 millièmes correspondent à 0,004.
51,134 + 0,004 = 51,138
d. 1 dizaine correspond à 10 et 1 dixième correspond à 0,1.
212,5 + 10 + 0,1 = 222,6
e. 4 centaines et 6 centièmes correspondent à 400,06.
26,014 + 400,06 = 426,074

15 La somme est le résultat d'une addition :
1. 21,4 + 7,5 = 28,9
2. 5,7 + 12,56 + 34,89 = 53,15

La différence est le résultat d'une soustraction :
3. 36,7 – 6,1 = 30,6

16 C'est Manon qui a trouvé le calcul le plus astucieux. Elle associe les nombres qui ont des résultats connus puisqu'ils donnent, pour un calcul, 1 unité (avec des demis), et pour l'autre, 1 dizaine.

17 **a.** 7,3 + 14,8 + 2,7 = 7,3 + 2,7 + 14,8 = 10 + 14,8 = 24,8
b. 35,77 + 14,2 + 0,33 = 35,77 + 0,33 + 14,2
= 36,1 + 14,2 = 50,3
c. 24,9 + 1,7 + 5,1 + 0,3 = 24,9 + 5,1 + 1,7 + 0,3
= 30 + 2 = 32
d. 8,01 + 41,9 + 5,1 + 4,99 = 8,01 + 4,99 + 41,9 + 5,1
= 13 + 47 = 60

18 **a.** 36,5 + 12,7
Un ordre de grandeur est : 36 + 13 = 49

	3	6_{+1}	,	5
+	1	2	,	7
	4	9	,	2

36,5 + 12,7 = 49,2
b. 25,17 + 459
Un ordre de grandeur est : 25 + 460 = 485

		2_{+1}	5	,	1	7
+	4	5	9	,	0	0
	4	8	4	,	1	7

25,17 + 459 = 484,17
c. 145,651 + 167,472
Un ordre de grandeur est : 145 + 170 = 315

	1_{+1}	4_{+1}	5_{+1}	,	6_{+1}	5	1
+	1	6	7	,	4	7	2
	3	1	3	,	1	2	3

145,651 + 167,472 = 313,123
d. 754,367 + 54,547
Un ordre de grandeur est : 755 + 55 = 810

	7_{+1}	5	4	,	3_{+1}	6_{+1}	7
+		5	4	,	5	4	7
	8	0	8	,	9	1	4

754,367 + 54,547 = 808,914
e. 25,45 + 78,4
Un ordre de grandeur est : 25 + 80 = 105

		2_{+1}	5	,	4	5
+		7	8	,	4	
	1	0	3	,	8	5

25,45 + 78,4 = 103,85
f. 10,24 + 781,2
Un ordre de grandeur est : 10 + 782 = 792

		1	0	,	2	4
+	7	8	1	,	2	
	7	9	1	,	4	4

10,24 + 781,2 = 791,44
g. 7,12 + 369
Un ordre de grandeur est : 7 + 370 = 377

			7	,	1	2
+	3	6_{+1}	9			
	3	7	6	,	1	2

7,12 + 369 = 376,12
h. 0,005 + 2,07
Un ordre de grandeur est : 0 + 2 = 2

	0	,	0	0	5
+	2	,	0	7	
	2	,	0	7	5

0,005 + 2,07 = 2,075

19 **a.** 56,7 – 45,6
Un ordre de grandeur est : 57 – 46 = 11

	5	6	,	7
–	4	5	,	6
	1	1	,	1

56,7 – 45,6 = 11,1
b. 48 – 27,9
Un ordre de grandeur est : 48 – 28 = 20

	4	8	,	$_{1}0$
–	2	7_{+1}	,	9
	2	0	,	1

48 – 27,9 = 20,1
c. 124,8 – 56
Un ordre de grandeur est : 125 – 56 = 69

	1	2	$_{1}4$	,	8
–	0_{+1}	5_{+1}	6	,	0
	0	6	8	,	8

124,8 – 56 = 68,8
d. 159,14 – 121,7
Un ordre de grandeur est : 160 – 120 = 40

	1	5	9	,	$_{1}1$	4
–	1	2	1_{+1}	,	7	0
	0	3	7	,	4	4

159,14 – 121,7 = 37,44
e. 0,89 – 0,78
Un ordre de grandeur est : 0,9 – 0,8 = 0,1

	0	,	8	9
–	0	,	7	8
	0	,	1	1

0,89 – 0,78 = 0,11

f. 25,7 – 0,29
Un ordre de grandeur est : 26 – 1 = 25

	2	5	,	7	$_1$0
–	0	0	,	2$_{+1}$	9
	2	5	,	4	1

25,7 – 0,29 = 25,41

g. 378,15 – 45,789
Un ordre de grandeur est : 378 – 46 = 332

	3	7	8	,	$_1$1	$_1$5	$_1$0
–	0	4	5$_{+1}$	,	7$_{+1}$	8$_{+1}$	9
	3	3	2	,	3	6	1

378,15 – 45,789 = 332,361

h. 1 872,5 – 87,07
Un ordre de grandeur est : 1 873 – 87 = 1 786

	1	8	7	$_1$2	,	5	$_1$0
–	0	0$_{+1}$	8$_{+1}$	7	,	0$_{+1}$	7
	1	7	8	5	,	4	3

1 872,5 – 87,07 = 1 785,43

20 Les opérations à compléter sont imprimables.

a.

	7	8	,	9
+	4	5	,	6
1	2	4	,	5

b.

	3	,	7	2
+	5	,	0	9
	8	,	8	1

c.

	7	5	4	,	3
+		1	2	,	7
+	3	4	5	,	9
1	1	1	2	,	9

d.

		0	,	3	7	5
+		3	,	5	4	1
+	1	2	,	1	2	3
	1	6	,	0	3	9

21 Les opérations à compléter sont imprimables.

a.

	2	7	,	3
–	1	9	,	4
		7	,	9

b.

	2	3	5	,	7	9
–		1	7	,	8	4
	2	1	7	,	9	5

22 Le carré magique est imprimable.

4	8	7,2
9,6	6,4	3,2
5,6	4,8	8,8

On commence par la première ligne : 4 + 7 ,2 = 11,2
puis 19,2 – 11,2 = 8.

23 C'est une situation additive.
On doit trouver la somme de 29,99 + 35,99.
Un ordre de grandeur du résultat est : 30 + 35 = 65 €
29,99 + 35,99 = 65,98
Julie a dépensé 65,98 €.

24 C'est une situation soustractive, on cherche le montant de ses achats.
50 – 17,30 = 32,7 Sam a dépensé 32,70 €.

25 C'est une situation additive, on cherche une somme. Toutes les données sont dans la même unité.
17,5 + 7,25 + 0,65 = 25,4 Il aura 25,4 dL de cocktail.

26 On suppose qu'il garde toujours la même vitesse.
a. En 30 min, il va parcourir 6,5 + 6,5 = 13 km.
On peut aussi faire 6,5 × 2.
b. En 1 heure, il va parcourir 13 + 13 = 26 km.
On peut aussi faire 13 × 2 ou 6,5 × 4.

27 On cherche la somme des distances, c'est le résultat d'une addition.
1 419,55 + 585,95 = 2 005,5
Il va parcourir 2 005,5 km en tout.

28 **1.** La périmètre d'un carré de côté 5,6 cm est la somme des longueurs de tous ses côtés :
$\mathcal{P}$ = 5,6 + 5,6 + 5,6 + 5,6 = 5,6 × 4 = 22,4 cm
2. Le périmètre d'un rectangle est la somme des longueurs de tous ses côtés :
$\mathcal{P}$ = 27,45 + 27,45 + 12,85 + 12,85
= 27,45 × 2 + 12,85 × 2 = 80,6 dm
3. Le périmètre d'un triangle est la somme des longueurs de tous ses côtés :
$\mathcal{P}$ = 5,66 + 5,83 + 7,07 = 18,56 m

Multiplier avec des nombres décimaux

Questions flash

29 **a.** 22,2 × 4 = 88,8 **b.** 62,1 × 3 = 186,3
c. 12,1 × 5 = 60,5

30 **a.** Un ordre de grandeur de 34,2 × 2 est 35 × 2 = 70.
b. Un ordre de grandeur de 498,5 × 4 est 500 × 4 = 2 000.
c. Un ordre de grandeur de 28,7 × 49,2 est 30 × 50 = 1 500.

31 235 × 27 = 6 345
a. 23,5 × 27 = 634,5 (un chiffre après la virgule)
b. 23,5 × 2,7 = 63,45 (1 + 1 = 2 soit 2 chiffres après la virgule)
c. 2,35 × 0,27 = 0,634 5 (2 + 2 = 4 soit 4 chiffres après la virgule)

32 **a.** 35,67 × 10 = 356,7
b. 354,4 × 100 = 35 440
c. 0,57 × 10 = 5,7
d. 0,67 × 1 000 = 670
e. 3,458 × 10 × 100 = 3 458
f. 57,789 1 × 100 × 100 = 577 891

33 Le produit de 35,2 par 2,7 est le résultat de la multiplication de 35,2 par 2,7.
35,2 × 2,7 = 95,04

34 **a.** 6,7 × 5 × 2 = 6,7 × 10 = 67
b. 4 × 25 × 7,89 = 100 × 7,89 = 789
c. 2 × 15,87 × 50 = 15,87 × 2 × 50 = 15,87 × 100 = 1 587
d. 5,4 × 8 × 125 = 5,4 × 1 000 = 5 400

35 **a.** 78,9 × 5 = 394,5 (1 chiffre après la virgule)
b. 5,71 × 7 = 39,97 (2 chiffres après la virgule)
c. 124,5 × 2,4 = 29,88 (1 + 1 = 2 soit 2 chiffres après la virgule)
d. 5,531 × 8,1 = 44,801 1 (3 + 1 = 4 soit 4 chiffres après la virgule)

36 Les opérations à compléter sont imprimables.

a.

	6	4	,	3
×				7
4	5	0	,	1

b.

		1	7,	5	6
×				3,	7
	1	2	2	9	2
+	5	2	6	8	0
	6	4,	9	7	2

37 **a.**

	5	8,	7
×			6
3	5	2,	2

58,7 × 6 = 352,2

b.

		1	2	4,	7	8
×					5	6
		7	4	8	6	8
+	6	2	3	9	0	0
	6	9	8	7,	6	8

124,78 × 56 = 6 987,68

c.

$$\begin{array}{r} 54,2 \\ \times\ 24,3 \\ \hline 1626 \\ +\ 21680 \\ +\ 108400 \\ \hline 1317,06 \end{array}$$

$54,2 \times 24,3 = 1\,317,06$

d.

$$\begin{array}{r} 75,8 \\ \times\ 36,8 \\ \hline 6064 \\ +\ 45480 \\ +\ 227400 \\ \hline 2789,44 \end{array}$$

$75,8 \times 36,8 = 2\,789,44$

e.

$$\begin{array}{r} 171,12 \\ \times\ 2,8 \\ \hline 136896 \\ +\ 342240 \\ \hline 479,136 \end{array}$$

$171,12 \times 2,8 = 479,136$

f.

$$\begin{array}{r} 78,57 \\ \times\ 14,12 \\ \hline 15714 \\ +\ 78570 \\ +\ 3142800 \\ +\ 7857000 \\ \hline 1109,4084 \end{array}$$

$78,57 \times 14,12 = 1\,109,408\,4$

38 **a.**

$$\begin{array}{r} 104,6 \\ \times\ 2,02 \\ \hline 2092 \\ +\ 209200 \\ \hline 211,292 \end{array}$$

$104,6 \times 2,02 = 211,292$

b.

$$\begin{array}{r} 60,5 \\ \times\ 0,14 \\ \hline 2420 \\ +\ 6050 \\ \hline 8,470 \end{array}$$

$60,5 \times 0,14 = 8,47$

c.

$$\begin{array}{r} 5004,2 \\ \times\ 1,7 \\ \hline 350294 \\ +\ 500420 \\ \hline 8507,14 \end{array}$$

$5\,004,2 \times 1,7 = 8\,507,14$

d.

$$\begin{array}{r} 57,8 \\ \times\ 20 \\ \hline 1156,0 \end{array}$$

$57,8 \times 20 = 1\,156$

e.

$$\begin{array}{r} 7140000 \\ \times\ 2,01 \\ \hline 7140000 \\ +\ 1428000000 \\ \hline 14351400,00 \end{array}$$

$7\,140\,000 \times 2,01 = 14\,351\,400$

On peut aussi calculer $714 \times 201 = 142\,514$ puis multiplier par 10 000, soit 1 425 140 000 puis placer la virgule pour avoir 2 chiffres après la virgule, soit 14 351 400.

f.

$$\begin{array}{r} 304,01 \\ \times\ 4,007 \\ \hline 212807 \\ +\ 121604000 \\ \hline 1218,16807 \end{array}$$

$304,01 \times 4,007 = 1\,218,168\,07$

39 Combien coutent 2,4 kg de rôti à 17,80 € le kilogramme ? → $2,4 \times 17,8$

Hugo a couru 17,8 km puis 2,4 km. Quelle distance a-t-il parcourue ? → $17,8 + 2,4$

Émilie a couru 17,8 s à sa première course et 2,4 s de moins à la deuxième. Combien de temps a duré sa deuxième course ? → $17,8 - 2,4$

40 On est dans une situation de proportionnalité.
$6,5 \times 2,15 = 13,975$
Béatrice a dépensé 13,975 €, soit 13,98 € (valeur approchée au centime d'euro près) pour faire ses confitures.

41 **1.** L'aire d'un carré est obtenue en faisant : côté × côté
$\mathcal{A} = 18,65 \times 18,65 = 347,822\,5\ \text{m}^2$
2. L'aire d'un rectangle est obtenue en faisant : longueur × largeur $\mathcal{A} = 16,65 \times 7,25 = 120,712\,5\ \text{dm}^2$
3. L'aire d'un triangle rectangle est obtenue en multipliant les deux longueurs des côtés de l'angle droit et en divisant par 2 : $\mathcal{A} = (3,46 \times 5,54) \div 2 = 9,584\,2\ \text{m}^2$

Utiliser les priorités de calculs

Questions flash

42 **a.** $54 + 6 \times 18$ La multiplication est prioritaire.
b. $78 \times 3 + 145$ La multiplication est prioritaire.
c. $17,5 \times 4 - 12$ La multiplication est prioritaire.

43 **a.** $(67 + 4) \times 5$ Les calculs entre parenthèses sont prioritaires.
b. $78 \times (57 - 6)$ Les calculs entre parenthèses sont prioritaires.
c. $(79 - 54) \times 8$ Les calculs entre parenthèses sont prioritaires.

44 **a.** $57,1 + 5,2 \times 3 = 57,1 + 15,6 = 72,7$
b. $47,4 \times 4 + 75,9 = 189,6 + 75,6 = 265,2$
c. $147,8 \times 2 + 45,7 + 78,2 \times 3 = 295,6 + 45,7 + 234,6 = 575,9$
d. $856,2 - 25,1 \times 3 = 856,2 - 75,3 = 780,9$

45 **a.** $56,2 - (18,4 - 5,4) = 56,2 - 13 = 43,2$
b. $(78,4 - 21,15) - 3,14 = 57,25 - 3,14 = 54,11$
c. $(56,2 - 18,4) - 5,4 = 37,8 - 5,4 = 32,4$
d. $78,4 - (21,15 - 3,14) = 78,4 - 18,01 = 60,39$

46 **a.** $75,1 \times (14,7 + 24,87) = 75,1 \times 39,57 = 2\,971,707$
b. $(1\,254,2 - 254,7) \times 3,8 = 999,5 \times 3,8 = 3\,798,1$
c. $(156,8 - 54,8) \times 4,25 = 102 \times 4,25 = 433,5$
d. $3,7 \times (4,5 + 6,78) \times 147,2 = 3,7 \times 11,28 \times 147,2 = 6\,143,539\,2$
e. $(154,59 - 12,87) \times (14,7 + 45,8) = 141,72 \times 60,5 = 8\,574,06$
f. $(145,78 + 25,8) \times (456,58 + 540,1) = 171,58 \times 996,68$
$= 171\,010,354\,4$
g. $(548,04 - 78,78) \times (400,5 - 56,7) = 469,26 \times 343,8$
$= 161\,331,588$

47 On cherche combien on lui a rendu. On doit d'abord calculer la somme de ses achats, puis le soustraire au montant de son billet. C'est donc l'addition $5,75 + 1,05$ qui doit être prioritaire.
$10 - (5,75 + 1,05) = 3,20$ (réponse **b.**) On lui a rendu 3,20 €.

48 On doit d'abord calculer le prix des trois croissants et des deux pains au chocolat, puis faire la somme avec la baguette de pain. Ce sont donc les multiplications $3 \times 1,25$ et $2 \times 2,75$ qui sont prioritaires. C'est donc Karim qui a raison.

49 $M = (2,5 + 3,78) \times 5,7 + (76,8 + 5,8)$
$= (2,5 + 3,78) \times 5,7 + 76,8 + 5,8$
$N = 7,56 + (4,5 \times 72,3) + (3,4 \times 0,5)$
$= 7,56 + 4,5 \times 72,3 + 3,4 \times 0,5$
$R = 3,98 \times (5,7 - 2,56) + (6,4 \times 8,2)$
$= 3,98 \times (5,7 - 2,56) + 6,4 \times 8,2$

Faire le point

QCM

1 1. C 2. B **2** 3. B 4. A **3** 5. B 6. C

Problèmes

50 Clé USB

On peut calculer d'abord combien il lui reste une fois qu'elle a mis ses chansons sur la clé USB.

$8 - 1,8 = 6,2$ Il lui reste 6,2 Go sur la clé.

$4,13 + 2,98 = 7,11$ Les photos et les vidéos ont une capacité de 7,11 Go.

Emmeline n'aura pas assez de place sur la clé.

On peut aussi calculer le total de ce qu'elle veut mettre sur sa clé :

$1,8 + 4,13 + 2,98 = 8,91$ Go et constater que cela dépasse 8 Go.

> **Coup de pouce possible :** Quelle est la capacité de tout ce qu'elle doit mettre sur sa clé ?

51 Quel saut !

$340 \times 0,5 = 170$ mm

La puce peut sauter jusqu'à 170 mm, soit 17 cm.

52 Téléviseur

$24 \times 39,90 = 957,60$ Loïc paye son téléviseur 957,60 €.

53 Anniversaire

$22 \times 2 = 44$ Les deux frères ont donné 44 €.

$69,50 - 44 = 25,5$ Il reste à donner 25,50 € à sa sœur.

> **Coup de pouce possible :** Quelle somme a déjà été donnée ?

54 Nombre d'élèves

Première méthode : $12\,140,9 - 6\,718,9 = 5\,422$

Deuxième méthode : $3\,312,3 + 1\,452,2 + 657,5 = 5\,422$

Le nombre d'élèves dans le 2^{d} degré est de 5 422 milliers.

55 Surpris

On cherche un ordre de grandeur de ce qu'il a dans son panier :

Tomates : 2 €	Rôti de veau : 20 €
Pommes de terre : 3 €	Oignons : 2 €
Sel : 1 €	Courgettes : 4 €

On cherche un ordre de grandeur de la somme :

$$2 + 20 + 3 + 2 + 1 + 4 = 32$$

Malik a raison, un ordre de grandeur du total de ses achats est de 32 €, ce qui est loin du montant donné par la caissière.

56 Loto

1. Pour trouver le nombre de grilles gagnantes, on cherche la somme des grilles gagnantes dans toutes les catégories.
   $4 + 658 + 24\,389 + 310\,970 + 455\,645 = 791\,666$
   Le nombre de grilles gagnantes ce jour-là est de 791 666.
2. On doit multiplier le gain avec le nombre de grilles gagnées dans chaque catégorie et ensuite en faire la somme.
   $T = 4 \times 54\,179,40 + 658 \times 708,8 + 24\,389 \times 8,20 + 310\,970 \times 4,6 + 455\,645 \times 2$
   $T = 216\,717,6 + 466\,390,4 + 199\,989,8 + 1\,430\,462 + 911\,290 = 3\,224\,849,8$
   Le total des gains est de 3 224 849,80 €.

57 À la boulangerie

On cherche le prix des pains au chocolat : $4 \times 1,05$ € $= 4,20$ €

On cherche le prix des baguettes : $2 \times 0,95$ € $= 1,90$ €

$4,2 + 1,9 = 6,10$ Les pains au chocolat et les baguettes coutent en tout 6,10 €.

$6,90 - 6,10 = 0,80$ Le prix d'un croissant est de 0,80 €.

> **Coup de pouce possible :** Combien coutent les pains au chocolat et les baguettes achetés ?

58 Pamplemousses

$15 \times 0,250$ kg $= 3,75$ kg La masse de quinze pamplemousses est d'environ 3,75 kg.

$3,75 + 0,45 = 4,2$ La masse d'une cagette pleine est de 4,2 kg.

$15 \times 4,2$ kg $= 50,4$ kg Les douze caisses pleines de pamplemousses pèsent 50,4 kg.

> **Coup de pouce possible :** Quelle est la masse d'une cagette pleine ?
> Ces calculs peuvent aussi s'écrire en une seule expression :
> $(0,45 + 15 \times 0,25) \times 12 = (0,45 + 3,75) \times 12 = 4,2 \times 12 = 50,4$

59 Pointure

1. Elle aurait dû mettre des parenthèses pour effectuer d'abord le calcul $23,4 + 1$. Sans parenthèse, la multiplication est prioritaire. On doit donc d'abord faire $1 \times 1,5 = 1,5$ puis $23,4 + 1,5 = 24,9$.
2. On effectue le calcul avec les parenthèses :
   $(23,4 + 1) \times 1,5 = 24,4 \times 1,5 = 36,6$
   Elle chausse donc du 37.

> Ce problème permet d'insister sur le rôle des parenthèses dans un calcul.

60 Baux-de-Provence

Les cinq enfants vont visiter les carrières de Lumières l'été, donc ils font la visite avec l'animation.

Quatre des enfants ont entre 7 et 18 ans, ils ont donc droit au tarif réduit.

Un enfant a moins de 7 ans, il a donc une entrée gratuite.

$4 \times 14,50$ € $= 58$ €

> **Coup de pouce possible :** Quel tarif est appliqué à chacun des enfants ?

61 Relevé bancaire

On cherche d'abord le total de la colonne débit :

$21,63 + 123,50 + 191,97 + 30,96 = 368,06$ €

On cherche le total de la colonne crédit :

$15,65 + 1\,274,83 = 1\,290,48$ €

Le solde au 26/08/2016 correspond à l'ancien solde au 15/08/2016 auquel on a ajouté la somme de tous les crédits et soustrait la somme des débits :

$(1\,125,83 + 1\,290,48) - 368,06 = 2\,416,31 - 368,06 = 2\,048,25$ €

Le solde au 26/08/2016 est de 2 048,25 €.

> **Coup de pouce possible :** Quel est le total des débits ? des crédits ?

62 Facture d'électricité

> La facture à compléter est imprimable.

On calcule la consommation en heures creuses du 22/08/2012 au 22/11/2012 : $81\,526 - 80\,798 = 728$ kWh

On calcule le montant HT des heures pleines du 22/08/2012 au 22/11/2012 : $389 \times 0,093\,5 = 36,371\,5$ € soit 36,37 €

On calcule la consommation en heures creuses du 23/11/2012 au 25/01/2013 : $83\,621 - 81\,526 = 2\,095$ kWh

On calcule le montant HT des heures creuses du 23/11/2012 au 25/01/2013 : $2\,095 \times 0,057\,8 = 121,091$ € soit 121,09 €

On calcule la consommation en heures pleines du 23/11/2012 au 25/01/2013 : $12\,915 - 9\,911 = 3\,004$ kWh

On calcule le montant HT des heures pleines du 23/11/2012 au 25/01/2013 : $3\,004 \times 0,093\,5 = 280,874$ € soit 280,87 €

Le total : $42,08 + 36,37 + 121,09 + 280,87 = 480,41$ €

Le total de la facture est de 480,41 €.

On obtient ainsi :

Votre contrat électricité "Tarif Bleu"

Horaires heures creuses : 22h30-6h30

Consommation sur la base d'un relevé

	Index début de période	Index fin de période	Consommation (kWh)	Prix unitaire HT (€/kWh)	Montant HT (€)
Du 22/08/2012 au 22/11/2012					
	Relevé	**Relevé**			
Heures creuses	**80 798**	**81 526**	728	0,0578	42,08
Heures pleines	**9 522**	**9 911**	389	0,0935	36,37
Du 23/11/2012 au 21/05/2013					
	Relevé	**Relevé**			
Heures creuses	**81 526**	**83 621**	2 095	0,0578	121,09
Heures pleines	**9 911**	**12 915**	3 004	0,0935	280,87
Total de votre consommation d'électricité					480,41

Il faudra veiller à bien expliquer le fonctionnement de la facture, notamment les mots « index », « unitaire », « heures pleines », « heures creuses » qui peuvent poser des difficultés.
Coup de pouce possible : Comment obtient-on la consommation ?

63 Mur à repeindre

1. On cherche l'aire du mur qui est assimilé à un rectangle.
   $\mathcal{A}$ = longueur × largeur = 3,24 × 8,75 = 28,35 m²
   Chloé devra faire deux couches :
   28,35 × 2 = 56,7 m² Elle doit donc peindre 56,7 m².
   Un pot couvre 25 m² : 2 × 25 m² = 50 m²
   Donc deux pots ne suffiront pas.
   3 × 25 m² = 75 m²
   Il lui faudra donc trois pots de peinture pour les deux couches de peinture.

Coup de pouce possible : Quelle est la surface du mur ?

2. 3 × 28,90 = 86,7
   Chloé dépensera 86,70 € pour la peinture.

64 Fruits et légumes

Pour huit personnes, il faut :
- 800 g = 0,8 kg d'aubergines
  0,8 × 2,24 = 1,792 €, prix pour les aubergines
- 600 g = 0,6 kg de carottes
  0,6 × 1,61 = 0,966 €, prix pour les carottes
- 200 × 8 = 1 600 g = 1,6 kg de fraises
  1,6 × 5,65 = 9,04 €, prix pour les fraises

Total : 9,04 + 0,966 + 1,792 = 11,798 €
Le montant total est de 11,798 €, soit 11,80 €.
Il n'aura donc pas assez avec 10 €.

65 Vitamine C

1. 2 × 92,7 mg = 185,4 mg
   Deux kiwis contiennent 185,4 mg de vitamine C.
   Marin a donc raison : deux kiwis apportent assez de vitamine C pour la journée.
2. 10 g de goyave apportent 22,83 mg de vitamine C (dix fois moins que 100 g).
   50 g de cassis apportent 90,5 mg de vitamine C (deux fois moins que 100 g).
   22,83 mg + 90,5 mg = 113,33 mg de vitamine C en tout.
   La salade de Louna contient 113,33 mg de vitamine C en tout. On obtient un peu plus que le minimum recommandé pour un adulte par jour. Elle a donc raison.
3. 100 g de goyave contiennent 228,3 mg de vitamine C.
   200 g de goyave contiennent 228,3 mg × 2 = 456,6 mg de vitamine C.
   500 g de goyave contiennent 228,3 mg × 5 = 1 141,5 mg de vitamine C.
   800 g de goyave contiennent 228,3 mg × 8 = 1 826,4 mg de vitamine C.
   900 g de goyave contiennent 228,3 mg × 9 = 2 054,7 mg de vitamine C. On est au-dessus du maximum recommandé.
   Elle peut donc manger huit goyaves sans risque.

66 Sudoku

La grille de sudoku vierge (sans les lettres pour pouvoir la compléter) est imprimable.

1. A : chiffre des dizaines de 57,8 × 3,4 = 196,52 donc A = 9.
   B : chiffre des centaines de 364 – 189,5 = 174,5 donc B = 1.
   C : chiffre des dixièmes de 4 756,31 + 5 758,9 = 10 515,21 donc C = 2.
   D : chiffre des dixièmes de 9,1 + 4,2 × 3 = 9,1 + 12,6 = 21,7 donc D = 7.
   E : chiffre des centièmes de (168,5 + 5,6) × 9,8 = 174,1 × 9,8 = 1 706,18 donc E = 8.
   F : chiffre des unités de 215,6 × 0,01 = 2,156 donc F = 2.
   G : chiffre des unités de mille de 257,9 × 100 = 25 790 donc G = 5.

2.

5	1	8	4	6	2	3	7	9
9	3	4	8	1	7	2	5	6
6	7	2	9	3	5	1	4	8
8	4	7	3	2	6	5	9	1
3	2	9	1	5	8	7	6	4
1	5	6	7	9	4	8	3	2
4	9	5	2	7	1	6	8	3
7	8	1	6	4	3	9	2	5
2	6	3	5	8	9	4	1	7

67 Emploi saisonnier

On pourra dire aux élèves d'utiliser un calendrier.

On cherche d'abord le nombre de jours :
Du lundi 20 juillet au vendredi 14 aout, il y a 26 jours en tout.
On enlève les samedis et dimanches, il y en a 6 :
26 – 6 = 20 jours de travail
Le matin, les horaires de travail sont de 9h30 à 13h :
13 h – 9 h 30 min = 3 h 30 min
L'après-midi, les horaires de travail sont de 14h à 17h30 :
17 h 30 min – 14 h = 3 h 30 min
3 h 30 min + 3 h 30 min = 7 h
Elle va travailler 7 heures par jour ouvré. Le temps de travail est respecté, elle ne travaille pas plus de 8 heures et moins de 4 h 30 min sans interruption.
7 × 5 = 35 h
La durée hebdomadaire du travail n'est pas supérieure à 35 heures.
9 h 30 min – 17 h 30 min = 16 h
Entre 17h30 et 9h30 le lendemain matin, il y a 16 heures donc plus de 12 heures consécutives de repos.
Elle travaille du lundi au vendredi donc le repos hebdomadaire est bien de 2 jours.
Elle ne travaille pas de nuit.
8,78 × 7 × 20 = 1 229,20 €
Elle est payée 1 260,60 € > 1 229,20 €.
L'employeur respecte bien toutes les règles imposées par la législation en vigueur pour le travail des salariés de moins de 18 ans.

Coups de pouce possibles : Combien de jours travaille-t-elle ? Combien d'heures par jour travaille-t-elle ? Les règles du doc. 2 sont-elles respectées ? Quel est son salaire ?

68 Location de voiture

Dans cet exercice, on laisse les élèves essayer toutes les possibilités.

Bastien part du lundi au vendredi donc 5 jours.
- Il ne prend donc pas le forfait week-end, qui est à éliminer, car il part du lundi au vendredi.
- S'il prend le forfait 5 jours qui est de 205 € pour 750 km :
  394 km × 2 = 788 km Pour faire l'aller-retour, il va parcourir 788 km.
  788 – 750 = 38 km Il dépasse donc le forfait de 38 km.
  0,19 × 38 = 7,22 € Il va payer 7,22 € en plus pour le dépassement de kilomètres.
  205 + 7,22 = 212,22 € En prenant le forfait 5 jours, il va payer 212,22 €.
- S'il prend le forfait à la journée, il paiera :
  5 × 34 + (788 – 5 × 100) × 0,19 = 224,72 €
  Bastien prendra donc le forfait 5 jours et paiera 212,22 €.

Travailler autrement

69 Analyse de documents

Questions ceinture jaune

1. Le château de Versailles a été une résidence royale de 1682 à 1789, soit pendant : 1789 – 1682 = 107 ans (**doc. 1**).
2. La galerie des Glaces a été construite entre 1678 et 1684 (**doc. 2**), c'est-à-dire sous le règne de Louis XIV (**doc. 1**).
3. La galerie des Glaces a été terminée en 1684 (**doc. 2**). Nous sommes en 2017 : il s'est écoulé 2017 – 1684 = 333 ans.
4. Il y a 17 arcades, chacune ornée de 21 miroirs, et chaque miroir occupe une surface de 0,65 m^2 (**doc. 2**) : la surface des miroirs situés autour d'une arcade est donc égale à $21 \times 0{,}65 = 13{,}65$ m^2.
5. Cette famille doit acheter deux billets adultes (un billet à 13,50 €) et trois billets enfants (un billet à 11,50 €) (**doc. 3**), soit : $2 \times 13{,}50$ € + $3 \times 11{,}50$ € = 27 € + 34,50 € = 61,50 €

Questions ceinture verte

1. Louis XIV a régné de 1643 à 1715 (**doc. 1**), soit pendant 72 ans.
2. La galerie des Glaces mesure au sol 73 m sur 10,50 m (**doc. 2**) : sa superficie est de 73 m × 10,50 m = 766,5 m^2.
3. Chaque année, la galerie des Glaces accueille 3,5 millions de visiteurs (**doc. 2**), soit en 10 ans, $3{,}5 \times 10 = 35$ millions de visiteurs.
4. La galerie des Glaces comporte 17 arcades, chacune ornée de 21 miroirs (**doc. 2**), soit un total de $17 \times 21 = 357$ miroirs.
5. Au tarif CE et avec visite guidée, ce groupe doit acheter trois billets adultes à 13,50 € l'un, quatre billets enfants à 11,50 € l'un, plus cinq suppléments de 7 € pour la visite guidée (les enfants de 5 et 8 ans ne paient pas (**doc. 3**). Soit un total de : $3 \times 13{,}50 + 4 \times 11{,}50 + 5 \times 7 = 40{,}50 + 46 + 35 = 121{,}50$ €

Questions ceinture noire

1. La galerie des Glaces a été construite entre 1678 et 1684 (**doc. 2**). Sa construction a donc duré 1684 – 1678 = 6 ans.
2. Le règne de Louis XV a duré de 1715 à 1774 (**doc. 1**) :
   1774 – 1715 = 59 ans Il a duré 59 ans.
   Celui de Louis XVI a duré de 1774 à 1791 (**doc. 1**) :
   il a duré 1791 – 1774 = 17 ans.
   Le règne de Louis XV a donc duré 59 – 17 = 42 ans de plus que celui de Louis XVI.
3. La galerie des Glaces comporte 17 arcades, chacune ornée de 21 miroirs (**doc. 2**), soit un total de $17 \times 21 = 357$ miroirs.
   48 miroirs ont été changés, les autres sont d'origine (**doc. 2**) donc il y a 357 – 48 = 309 miroirs d'origine.
4. Chaque miroir occupe une surface de 0,65 m^2 (**doc. 2**) donc la superficie totale des miroirs est de $357 \times 0{,}65 = 232{,}05$ m^2.
5. Au tarif CE et avec visite guidée, ce groupe doit acheter deux billets adultes à 13,50 € l'un, deux billets enfants à 11,50 € l'un, plus trois suppléments de 7 € pour la visite guidée (l'enfant de 8 ans ne paie pas) (**doc. 3**). Soit un total de :
   $2 \times 13{,}50 + 2 \times 11{,}50 + 3 \times 7 = 27 + 23 + 21 = 71$ €
   Au tarif plein, ils auraient payé :
   2×15 € + 2×13 € + 3×7 € = 30 € + 26 € + 21 € = 77 €
   (Les prix pour la visite guidée ne changent pas.)
   En prenant les billets au tarif CE, ils ont donc économisé 77 € – 71 € = 6 €.
   On peut aussi juste calculer l'écart de prix pour un billet adulte (15 € – 13,50 € = 1,50 €) et pour un billet enfant (13 € – 11,50 € = 1,50 €), soit une différence de $4 \times 1{,}50$ € = 6 €.

Cet exercice permet de travailler la lecture d'énoncés, la recherche des informations utiles parmi de nombreux documents.

70 Écriture d'énoncé

Cet exercice permet de travailler le sens des opérations, les priorités de calculs et la constitution d'un énoncé.

Questions ceinture jaune

Exemple d'énoncé : À la mercerie, Marie a acheté 6,20 m de fil vendu 0,23 € le mètre et une nouvelle aiguille pour sa machine à coudre à 4,80 €.

- Quel est le montant des achats de Marie ?

Questions ceinture verte

Exemple d'énoncé : Chez le boucher, Nathan a acheté 2,500 kg de jambon à 7,80 € le kg et 8,90 kg de viande hachée à 12,10 € le kg.

- Quel est le montant des achats de Nathan ?

Questions ceinture noire

Exemple d'énoncé : Jade a reçu 50 € de la part de sa mamie pour son anniversaire. Pour le fêter avec ses amis, elle achète 2,300 kg de bonbons à 13,90 € le kg et des boissons pour 6,45 €.

- Quelle somme restera-t-il à Jade après tous ses achats ?

71 Analyse de production

Questions ceinture jaune

Élisa a aligné les virgules des deux facteurs, ce qui n'est pas nécessaire.
Élisa a oublié le zéro de décalage pour indiquer le passage aux dizaines quand on effectue 8×5.
Le zéro inscrit ne correspond pas au zéro de décalage mais au chiffre des unités de 8×5. Le résultat est donc entièrement faux.
De plus, elle a oublié de placer la virgule dans le produit.
On peut néanmoins souligner qu'Élisa connait ses tables de multiplication et sait effectuer des additions : il n'y a pas d'erreur de ce côté-là.

Correction :

			6,	9	5
		×		8,	7
		4	8	6	5
+	5	5	6	0	0
	6	0,	4	6	5

Donc $6{,}95 \times 8{,}7 = 60{,}465$.

Questions ceinture verte

Joseph a oublié deux des trois zéros de décalage pour indiquer que, lorsque l'on effectue 6×6, on est passé aux unités de mille. Le résultat est donc entièrement faux.
De plus, il a mal placé la virgule dans le produit : il a aligné les virgules (des facteurs et du produit) comme dans une addition.
Le nombre de chiffres après la virgule du produit doit être égal au nombre total de chiffres après la virgule des facteurs.
On peut néanmoins souligner que Joseph connait ses tables de multiplication et sait effectuer des additions : il n'y a pas d'erreur de ce côté-là.

Correction :

					8	1,	3	6
				×	6	0,	0	2
				1	6	2	7	2
+	4	8	8	1	6	0	0	0
	4	8	8	3,	2	2	7	2

Donc $81{,}36 \times 60{,}02 = 4\,883{,}227\,2$

Questions ceinture noire

Mohamed a oublié deux des trois zéros de décalage pour indiquer que lorsque l'on effectue 9×6, on est passé aux unités de mille. Le résultat est donc entièrement faux.
On peut néanmoins souligner que Mohamed connait ses tables de multiplication : il n'y a pas d'erreur de ce côté-là.
En revanche, il y a également une erreur dans une addition : oubli de la retenue de $7 + 4$.
De plus, la virgule est mal placée car Mohamed a d'abord placé la virgule (trois chiffres après la virgule dans le produit, ce qui est correct), puis il a rajouté les quatre zéros de 960 000, ce qui du coup n'a aucune incidence sur le résultat. En effet, on peut rajouter autant de zéros que l'on veut à droite de la partie décimale sans que cela ne change le résultat.
Il faut d'abord rajouter les quatre zéros, puis placer la virgule de sorte qu'il y ait trois chiffres après la virgule dans le produit.

Correction :

					9	6
		×	9,	0	0	8
				7	6	8
+	8	6	4	0	0	0
	8	6	4,	7	6	8

Donc $960\,000 \times 9{,}008 = 8\,647\,680{,}000$ soit 8 647680.

72 Étrange

1. Pour Maïwenn : le bloc (4 * 3) est inclus dans le bloc (+ 2) ; c'est 4 × 3 qui est effectué en premier, soit 12 puis 12 + 2 = 14. Cela équivaut à l'expression (4 × 3) + 2 = 4 × 3 + 2 (les parenthèses pouvant être enlevées car la multiplication est prioritaire par rapport à l'addition).

Pour Soufian : le bloc (3 + 2) est inclus dans le bloc (4 *) ; c'est 3 + 2 qui est effectué en premier soit 3 + 2 = 5 puis 4 × 5 = 20. Cela équivaut à l'expression 4 × (3 + 2).

Dans Scratch, il n'y a pas de parenthèses : c'est l'ordre d'imbrication des blocs qui détermine les priorités opératoires. Il faut donc considérer qu'un bloc de calcul est équivalent à une paire de parenthèses et être vigilant à la construction de l'expression !

2. a. 1[er] script pour calculer (2,31 + 5,97) × 11,4 :

b. 2[e] script pour calculer 57,8 – 2,3 × 4,5 :

c. 3[e] script pour calculer 2,33 + 1,32 × 15,7 :

73 Chez le boucher

Les nombres inscrits dans les cellules B2, B3 et B4 sont trouvés dans la consigne.

Dans la cellule D2, il faut saisir la formule =B2*C2, puis on étire cette formule dans les cellules D3 (pour obtenir =B3*C3) et dans D4 (pour obtenir =B4*C4).

Dans la cellule D5, il faut saisir =D2+D3+D4 ou =SOMME(D2:D4).

Il faudra être vigilant à afficher dans les colonnes B et D des décimaux avec deux décimales et, dans la colonne C, des décimaux avec trois décimales, en réglant le format de cellule.

On obtient alors le tableau suivant :

	A	B	C	D
1	Article	Prix au kg (en €)	Masse achetée (en kg)	Prix à payer (en €)
2	Poulet	14,80	2,100	31,08
3	Saucisse	11,25	0,920	10,35
4	Roti de bœuf	25,90	1,900	49,21
5			Prix total à payer (en €)	90,64

74 Programme de calcul

1. Marine :

	A	B
1	Nombre choisi au départ	
2	Ajouter 4,8	
3	Multiplier par 3,7	

Dans la cellule B2, on saisit la formule =B1+4,8.
Dans la cellule B3, on saisit la formule =B2*3,7.

2. Hakim :

	A	B
1	Nombre choisi au départ	
2	Résultat	

Dans la cellule B2, on saisit la formule =(B1+4,8)*3,7.

3. Si on choisit 12,5 comme nombre de départ :
Avec le tableau de Marine, on obtient :

	A	B
1	Nombre choisi au départ	12,5
2	Ajouter 4,8	17,3
3	Multiplier par 3,7	64,01

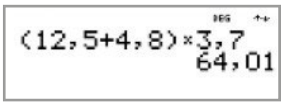
Avec le tableau d'Hakim, on obtient :

	A	B
1	Nombre choisi au départ	12,5
2	Résultat	64,01

On vérifie bien qu'on trouve le même résultat que précédemment.

4. Marine a tort car en tapant cette séquence, la multiplication est prioritaire, alors que dans le calcul souhaité, il s'agit de l'addition 12,5 + 4,8 qui doit être effectuée en premier.
Il faudrait taper la séquence suivante pour obtenir le même résultat :

Il s'affiche :



5. Script d'Hakim :

Cet exercice permet de travailler sur plusieurs outils différents : tableur, logiciel Scratch et calculatrice et d'effectuer un même calcul avec ces différents outils. On pourra demander ainsi aux élèves de comparer ces différents procédés.

4 Division

CHAPITRE

Introduction

Ce chapitre s'inscrit dans le thème « Nombres et calculs ».
Les connaissances associées sont : la division euclidienne, les multiples et les diviseurs des nombres d'usage courant, les critères de divisibilité (2, 3, 4, 5, 9, 10), la division décimale (cas limité à la division par un entier) et la résolution de problèmes mettant en jeu la division et les autres opérations.
Les capacités associées sont : effectuer et utiliser une division euclidienne, une division décimale, résoudre des problèmes.
Ce chapitre permet de faire un point sur les nombres entiers et les nombres décimaux, ainsi que sur les quatre opérations. La division euclidienne a été étudiée dès le début de cycle, suivie de la division de deux nombres entiers avec un quotient décimal, puis la division d'un nombre décimal par un nombre entier étudiée à partir du CM2. Il s'agit donc ici d'approfondir la notion de division déjà abordée.
Ce chapitre a été conçu de façon à mettre l'accent sur les problèmes issus d'autres enseignements ou de la vie courante. L'élève consolide ici l'automatisation des techniques de calcul (mise en œuvre d'un algorithme de calcul posé), des procédures de calcul mental (travail sur les multiples et les diviseurs, division par 10, 100, 1 000…), du calcul instrumenté. C'est aussi l'occasion de travailler sur la proportionnalité, sur des exercices liés à la géométrie (calculs de périmètres, d'aires…).

Jeux

Ce jeu permet de réviser les tables de multiplication.

Calculs de Maëlys :
$18 \div 9 = 2$ $24 \div 5 = 4{,}8$ $12 \div 3 = 4$

L'élève peut aussi juste faire remarquer que le résultat du 2^e^ calcul n'est pas un nombre entier.

Calculs de Jade :
$40 \div 5 = 8$ $24 \div 6 = 4$ $3 \times 4 = 12$
Calculs d'Emma :
$54 \div 9 = 6$ $4 \times 2 = 8$ $14 \div 2 = 7$
Carte posée au centre :
$18 \div 3 = 6$ $25 \div 5 = 5$ $27 \div 3 = 9$
C'est donc Emma qui peut poser sa carte à ce moment du jeu (grâce au résultat 6).

Activités

Questions flash

1. a. $24 \div 8 = 3$ **b.** $72 \div 9 = 8$
c. $55 \div 5 = 11$ **d.** $124 \div 4 = 31$

2. a. Les nombres qui sont dans la table de 10 sont 20 et 500.

On fera remarquer que ces nombres doivent se terminer par 0.

b. Les nombres qui sont dans la table de 5 sont 65 ; 20 ; 500 et 75.

On fera remarquer que ces nombres doivent se terminer par 0 ou 5.

c. Les nombres qui sont dans la table de 2 sont 14 ; 20 ; 500 ; 64 ; 78 et 8.

On fera remarquer que ces nombres doivent être pairs (se terminer par 0, 2, 4, 6 ou 8).

3. Dix stylos coutent 15 €, un stylo coute dix fois moins soit 15 € ÷ 10 = 1,50 € (réponse **b.**).

4. La seule affirmation juste est : **b.** 9 est le reste.

C'est l'occasion ici de rappeler le vocabulaire : 457 est le dividende, 14 est le diviseur, 32 est le quotient et 9 est le reste. On peut aussi rappeler la relation entre ces quatre nombres :
dividende = diviseur × quotient + reste et reste < diviseur.
On peut aussi préciser que le diviseur ne peut pas être égal à 0.

Le photographe — Activité 1

Intentions des auteurs

L'objectif de cette activité est de réactiver l'utilisation de la division euclidienne.
Les prérequis nécessaires sont la connaissance des tables de multiplication et la division euclidienne.
La capacité mobilisée dans cette activité, déjà étudiée en CM2, est « Effectuer et utiliser une division euclidienne », dans le cadre d'une situation concrète.

1. En organisant les élèves par rangées de sept, il reste six personnes. En rangeant les élèves par huit, il reste trois personnes mais il y a le même nombre de rangées que précédemment. Cela signifie que 6 – 3 = 3 personnes ont pu compléter chaque rangée. Il y a donc trois rangées de huit personnes soit 24 élèves et trois élèves restants, soit au total 27 élèves.
En les organisant par rangées de sept, il y avait 21 élèves et six élèves restants, soit au total 27 élèves.
Il y a donc 27 élèves dans cette classe de 6^e^.

Le premier rangement correspond à la division euclidienne de 27 par 7, soit $27 = 7 \times 3 + 6$, et le deuxième rangement correspond à la division euclidienne de 27 par 8, soit $27 = 8 \times 3 + 3$.

2. Le photographe veut partager tous les élèves sur des rangées comportant le même nombre d'élèves et qu'il ne reste aucun élève.
Il faut donc partager les 27 élèves sur trois rangées contenant chacune neuf élèves ($9 \times 3 = 27$).

Code secret — Activité 2

Intentions des auteurs

L'objectif de cette activité est d'utiliser la notion de multiple.
Le prérequis nécessaire est la connaissance des tables de multiplication.
La capacité introduite est « Déterminer des multiples et des diviseurs ».
Ainsi, quand on écrit que $4 \times 7 = 28$, cela signifie que la division euclidienne de 28 par 7 a un reste nul (ou que la division euclidienne de 28 par 4 a un reste nul). On dit que 7 et 4 sont des diviseurs de 28, et que 28 est un multiple de 7 et de 4.

1. $63 = 9 \times 7$ Cela correspond à la lettre T.
$27 = 9 \times 3$ Cela correspond à la lettre U.
$32 = 8 \times 4$ Cela correspond à la lettre E.
$72 = 9 \times 8$ Cela correspond à la lettre S.
$27 = 9 \times 3$ Cela correspond à la lettre U.
$28 = 7 \times 4$ Cela correspond à la lettre N.
$30 = 6 \times 5$ Cela correspond à la lettre C.
$64 = 8 \times 8$ Cela correspond à la lettre H.
$42 = 6 \times 7$ Cela correspond à la lettre A.
$54 = 9 \times 6$ Cela correspond à la lettre M.
$48 = 6 \times 8$ Cela correspond à la lettre P.
$24 = 8 \times 3$ ou 6×4 Cela correspond à la lettre I ou à la lettre K.
$40 = 8 \times 5$ Cela correspond à la lettre O.
$28 = 4 \times 7$ Cela correspond à la lettre N.

La phrase à trouver est : « Tu es un champion ».

Cette activité permet aussi de mentionner la commutativité de la multiplication : $4 \times 7 = 7 \times 4$

2. Inventer une phrase et la coder sur le même principe.

Cela peut être travaillé en binômes : chaque élève code une phrase de son choix et la fait décoder par l'autre élève.

Ça grimpe ! — Activité 3

Intentions des auteurs

L'objectif de cette activité est de découvrir les critères de divisibilité.
Le prérequis nécessaire est la connaissance des tables de multiplication. Les critères de divisibilité par 2, par 5 et par 10 sont souvent déjà connus des élèves.
La capacité introduite est « Utiliser les critères de divisibilité ».

1. Cléo remarque que 1 665 n'est pas un nombre pair : il n'est donc pas un multiple de 2. En revanche, il se termine par un 5 et est donc un multiple de 5.

2. Tom a tort : $1\,665 = 3 \times 555$
1 665 est bien un multiple de 3, pourtant il ne se termine ni par 3, ni par 6, ni par 9.

On fera découvrir alors le critère de divisibilité par 3 en demandant aux élèves d'additionner les chiffres du nombre :
$1 + 6 + 6 + 5 = 18$ qui est lui-même un multiple de 3.

3. Cléo dit cela car 1 665 est un multiple de 9 :
$1\,665 = 9 \times 185$

On fera découvrir alors le critère de divisibilité par 9 en demandant aux élèves d'additionner les chiffres du nombre :
$1 + 6 + 6 + 5 = 18$ qui est lui-même un multiple de 9.

4. Tom a raison car 360 est un multiple de 2 (il est pair), de 3 (la somme de ses chiffres est égale à 9, soit un multiple de 3), de 5 (il se termine par 0 ou 5), de 9 (la somme de ses chiffres est égale à 9, soit un multiple de 9) et de 10 (il se termine par 0).

5. D'après ce que dit Tom, pour savoir si un nombre est un multiple de 4, il suffit de regarder si le nombre formé par les deux derniers chiffres du nombre est un multiple de 4.

La parcelle — Activité 4

Intentions des auteurs

L'objectif de cette activité est d'utiliser la notion de division décimale.
Les prérequis nécessaires sont la connaissance des tables de multiplication et la maitrise de la division euclidienne.
La capacité introduite est « Effectuer et utiliser une division décimale », prolongement de la division euclidienne à un quotient décimal.

1. On effectue la division euclidienne de 13 562 par 2 500 :
$13\,562 = 2\,500 \times 5 + 1\,062$
On peut donc mettre cinq vaches dans ce champ.

2. a. Elle effectue la division euclidienne de 159 par 49 et non par 50 car, entre 50 piquets, il y a 49 espaces.

Il est important ici de réaliser un schéma pour visualiser la situation.

$159 = 49 \times 3 + 12$

b. Cette opération n'est pas satisfaisante car elle indique qu'on espacerait chaque piquet de 3 m mais il resterait à la fin 12 m sans piquet.

c. Il faut donc poursuivre la division euclidienne et continuer à partager ces 12 m entre les 49 piquets.

$$
\begin{array}{rrrrrr|l}
 & 1 & 5 & 9, & 0 & 0 & 49 \\
\cline{7-7}
- & 1 & 4 & 7 & & & 3,24 \\
\cline{1-4}
 & & 1 & 2 & 0 & & \\
 & - & & 9 & 8 & & \\
\cline{2-5}
 & & & 2 & 2 & 0 & \\
 & & - & 1 & 9 & 6 & \\
\cline{3-6}
 & & & & 2 & 4 & \\
\end{array}
$$

$159 \div 49 \approx 3{,}24$
Il faut espacer deux piquets consécutifs d'environ 3,24 m.

Il s'agit ici de faire noter que la virgule apparait au quotient lorsque l'on abaisse le premier chiffre après la virgule du dividende.

Savoir-faire

3 $53 = 6 \times 8 + 5$ — Elle mettra huit roses dans chaque bouquet, et il restera cinq roses.

4 $86 = 5 \times 17 + 1$ — Il faudra 18 chambres pour héberger tous ces élèves (17 chambres de cinq et une chambre avec un élève seul).

6 $281 = 11 \times 25 + 6$ — 281 n'est pas divisible par 11.

7 $564 = 12 \times 47 + 0$ — 564 est un multiple de 12.

8 $13\,578 = 87 \times 156 + 6$ — 87 n'est pas un diviseur de 13 578.

9 $1\,026 = 7 \times 146 + 4$ $\quad 1\,026 = 3 \times 342 + 0$
7 n'est pas un diviseur de 1 026 mais 3 est un diviseur de 1 026.

12 **1.** 12 est divisible par 4 donc 7 812 est divisible par 4.
2. $7 + 8 + 1 + 2 = 18$ est divisible par 9 donc 7 812 est divisible par 9.

13 783 — 310 — 1 465 — 3 471 — 1 452 790

15 $125{,}34 \div 3 = 41{,}78$ — Chacun aura 41,78 €.

16 $1{,}50 \div 4 = 0{,}375$ — La longueur du côté est de 0,375 m, soit 37,5 cm.

17 $2\,500 \div 8 = 312{,}5$ — Un tour de stade mesure 312,5 m.

Exercices

Effectuer et utiliser une division euclidienne

Questions flash

18 **1.** Le quotient est 22, le reste est 29, le dividende est 843 et le diviseur est 37.
2. $843 = 37 \times 22 + 29$

19 **a.** Faux car le reste ne peut pas être supérieur au diviseur.
b. Vrai. Par exemple : $30 = 26 \times 28 + 2$ — Le quotient est 28.
c. Vrai car dans une division euclidienne, le quotient est forcément entier.

20 **a.** $38 = 7 \times 5 + 3$ — Le quotient est 5 et le reste est 3.
b. $72 = 9 \times 8 + 0$ — Le quotient est 8 et le reste est 0.
c. $103 = 25 \times 4 + 3$ — Le quotient est 4 et le reste est 3.
d. $50 = 12 \times 4 + 2$ — Le quotient est 4 et le reste est 2.

21 **a.** $98 = 17 \times 5 + 13$ — Le quotient est 5 et le reste est 13.
b. $239 = 16 \times 14 + 15$ — Le quotient est 14 et le reste est 15.
c. $4\,789 = 21 \times 228 + 1$ — Le quotient est 228 et le reste est 1.
d. $1\,523 = 132 \times 11 + 71$ — Le quotient est 11 et le reste est 71.

22
a. $\begin{array}{r|l} 564 & 18 \\ \hline 6 & 31 \end{array}$ **b.** $\begin{array}{r|l} 278 & 25 \\ \hline 3 & 11 \end{array}$ **c.** $\begin{array}{r|l} 657 & 254 \\ \hline 149 & 2 \end{array}$

23 $567 \times 53 + 21 = 30\,072$ — Le dividende est 30 072.

24 $134 = 11 \times 12 + 2$ — Ils pourront constituer au maximum douze équipes de onze joueurs, et il y aura deux remplaçants.

25 $879 = 55 \times 15 + 54$ — Il faudra prévoir seize bus : quinze bus remplis et le seizième bus contenant 54 personnes.

26 **Imany :** elle a forcément faux puisqu'elle trouve un reste supérieur au diviseur. Le quotient est beaucoup trop petit.
Enzo : il a forcément faux puisqu'il trouve un reste supérieur au diviseur. Le quotient est trop petit.
Lola : Elle a certes un reste inférieur au diviseur mais $38 \times 15 + 5 = 575$. Cela ne donne pas 560. Le quotient est trop grand.

27 $317 = 34 \times 9 + 11$
Emma pourra réaliser neuf bracelets, et il lui restera onze perles.

28 $5\,184 = 6 \times 864 + 0$
Cette entreprise produit 864 packs d'eau par jour.

29 $10 \times 175 = 1\,750$ — Il faut 1 750 litres de terreau.
$1\,750 = 40 \times 43 + 30$ — Il faut 44 sacs de terreau pour remplir toutes ces jardinières (le dernier sac ne sera pas totalement utilisé).

Déterminer des multiples et des diviseurs

Questions flash

30 **a.** 18 est un multiple de 3. **b.** 4 est un diviseur de 24.
c. 25 est un diviseur de 100. **d.** 54 est un multiple de 9.

31 **1.** Cinq multiples de 6 : 12 ; 24 ; 30 ; 36 ; 60

Il y en a une infinité.

2. Quatre diviseurs de 32 : 1 ; 2 ; 4 ; 8

Il y a aussi 16 et 32.

32 60 (qui est égal à $5 \times 4 \times 3$) est un multiple de 5, de 4 et de 3. C'est le seul.

33 **1.** Les six premiers multiples de 8 : 0 ; 8 ; 16 ; 24 ; 32 ; 40
2. Trois multiples de 36 : 36 ; 72 ; 108

Des élèves risquent ici de donner des diviseurs de 36.

3. Cinq multiples de 7 compris entre 50 et 100 :
56 ; 63 ; 70 ; 77 ; 84

On pourra aussi donner 91.

34 **1.** Quatre diviseurs de 48 : 1 ; 2 ; 3 ; 4

Il y a aussi 6 ; 8 ; 12 ; 16 ; 24 et 48.

2. Tous les diviseurs de 30 : 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 6 ; 10 ; 15 et 30

On pourra faire remarquer qu'il est plus simple de déterminer les diviseurs en les cherchant par paires.

35 **1.** En bleu, les multiples de 5 : 10 ; 55 ; 120 ; 25 ; 30
En rouge, les multiples de 2 : 18 ; 10 ; 42 ; 120 ; 44 ; 28 ; 30
2. Les nombres entourés en rouge et en bleu (10 ; 120 et 30) sont divisibles par 10 (ils se terminent par 0).

36 **a.** Diviseurs de 16 : 1 ; 2 ; 4 ; 8 ; 16
b. Diviseurs de 25 : 1 ; 5 ; 25
c. Diviseurs de 26 : 1 ; 2 ; 13 ; 26
d. Diviseurs de 72 : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 8 ; 9 ; 12 ; 18 ; 24 ; 36 ; 72
e. Diviseurs de 145 : 1 ; 5 ; 29 ; 145

On peut faire remarquer que certains nombres ont un nombre pair de diviseurs et d'autres (comme 16 et 25 qui s'obtiennent grâce au produit d'un nombre par lui-même) un nombre impair de diviseurs.

37 **a.** Faux car 20 est plus grand que 5.
b. Vrai car $15 = 3 \times 5$.
c. Faux car 13 n'est pas dans la table de multiplication de 3.
d. Vrai car $33 = 3 \times 11$.
e. Vrai car $0 = 7 \times 0$ (0 est multiple de tous les nombres).
f. Vrai car $9 = 1 \times 9$ (1 est diviseur de tous les nombres).
g. Vrai car $1\,287 = 9 \times 143$.

38 Les intrus sont 12 et 27 qui ne sont pas, contrairement à tous les autres, des multiples de 5 (ils se terminent tous par 0 ou 5).

Utiliser les critères de divisibilité

Questions flash

39 145 est divisible par 5. 124 est divisible par 2 et par 4.
225 est divisible par 3, par 5 et par 9.
744 est divisible par 2, par 3 et par 4.
639 est divisible par 3 et par 9.

40 **a.** Vrai car $9 = 3 \times 3$ 9 est lui-même un multiple de 3.
b. Faux. Contre-exemple : 6 est divisible par 2 mais pas par 4.
c. Vrai car $10 = 5 \times 2$ 10 est lui-même divisible par 5.
d. Faux. Contre-exemple : 14 se termine par 4 mais n'est pas divisible par 4.

41 Le tableau est imprimable.

est divisible par	2	5	10
96	OUI	NON	NON
148	OUI	NON	NON
565	NON	OUI	NON
1 230	OUI	OUI	OUI

42 Le tableau est imprimable.

est divisible par	3	4	9
536	NON	OUI	NON
822	OUI	NON	NON
1 944	OUI	OUI	OUI

43 Le nombre cherché est divisible par 2, on élimine donc les nombres impairs. Il reste : 22 ; 24 ; 26 ; 28 ; 30 ; 32 et 34.
Il est divisible par 3 : on élimine donc ceux dont la somme des chiffres n'est pas un multiple de 3. Il reste alors : 24 et 30.
Le nombre cherché n'est pas divisible par 4 : il s'agit donc de 30.

44 **1.** $1 + 5 + 4 + 5 + 6 = 21$ 21 est un multiple de 3 ($21 = 3 \times 7$) donc 15 456 est un multiple de 3. On pourra donc répartir les verres dans des boites de trois sans qu'il en reste.
2. $56 = 4 \times 14$ 56 est un multiple de 4 donc 15 456 est un multiple de 4. On pourra donc répartir les verres dans des boites de quatre sans qu'il en reste.
3. 15 456 n'est pas un multiple de 10, en revanche 15 460 l'est (il se termine par 0). Il faudrait donc produire quatre verres de plus par jour pour pouvoir les répartir dans des boites de dix.

45 **1.** Nombres compris entre 10 et 50 divisibles à la fois par 2 et par 3 (c'est-à-dire des multiples de 6) :
12 ; 18 ; 24 ; 30 ; 36 ; 42 ; 48
2. Un seul est divisible par 5 : 30

46 Lorsqu'il compte les cartes deux par deux, il en reste une.
On cherche donc un nombre impair. On garde donc :
101 ; 103 ; 105 ; 107 ; 109 ; 111 ; 113 ; 115 ; 117 ; 119
Lorsqu'il les compte cinq par cinq, il en reste trois.
On cherche donc un nombre tel que si on lui ajoute 2, il est dans la table de 5. On garde donc : 103 et 113
Lorsqu'il les compte trois par trois, il en reste une, donc si on ajoute 2 au nombre de cartes, on doit obtenir un multiple de 3 : il s'agit donc de 103 (car $103 + 2 = 105$ et la somme des chiffres de 105 est divisible par 3, alors que $113 + 2 = 115$ mais la somme des chiffres de 115 n'est pas divisible par 3).
Martin a donc exactement 103 cartes.

47 Imany a raison : un nombre est divisible par 5 s'il se termine par 0. 130 est donc bien divisible par 5.
Enzo a tort : les nombres se terminant par 3 ne pas tous divisibles par 3. 23 n'est pas divisible par 3 (la somme de ses chiffres $2 + 3 = 5$ n'est pas divisible par 3).
Manon a raison : seuls les nombres pairs sont divisibles par 2. 23 n'est donc pas divisible par 3.
Nathan a raison : les nombres divisibles par 4 sont obligatoirement pairs car 4 est divisible par 2.
23 ne peut donc pas être divisible par 4 car il n'est pas pair.

> Cela ne signifie pas que tous les nombres pairs sont divisibles par 4 : ainsi, 14 est pair mais n'est pas divisible par 4.

Effectuer et utiliser une division décimale

Questions flash

48 **a.** Une sucette coute $0{,}30\ € \div 2 = 0{,}15\ €$.
b. Une sucette coute $2\ € \div 5 = 0{,}40\ €$.
c. Une sucette coute $1{,}50\ € \div 6 = 0{,}25\ €$.

49 **a.** $56 \div 100 = 0{,}56$ **b.** $4{,}5 \div 10 = 0{,}45$
c. $0{,}45 \div 10 = 0{,}045$ **d.** $14{,}2 \div 1\,000 = 0{,}014\,2$

50 Pour le triangle (en rouge) qui a trois côtés :
$21 \div 3 = 7$ Le côté mesure 7 cm.
Pour le décagone (en violet) qui a dix côtés :
$21 \div 10 = 2{,}1$ Le côté mesure 2,1 cm.
Pour l'hexagone (en vert) qui a six côtés :
$21 \div 6 = 3{,}5$ Le côté mesure 3,5 cm.
Pour le carré (en orange) qui a quatre côtés :
$21 \div 4 = 5{,}25$ Le côté mesure 5,25 cm.

51 **a.** $13{,}06 \div 1\,000 = 0{,}013\,06$ **b.** $100{,}18 \div 10 = 10{,}018$
c. $7{,}415 \div 100 = 0{,}074\,15$ **d.** $1\,754{,}21 \div 1\,000 = 1{,}754\,21$

52 **a.** $456 \div 5 = 91{,}2$ **b.** $84{,}6 \div 24 = 3{,}525$
c. $15{,}64 \div 32 = 0{,}488\,75$ **d.** $0{,}15 \div 8 = 0{,}018\,75$

53 $42{,}75 \div 38 = 1{,}125$ Un litre d'essence coute 1,125 € dans cette station-service.

54 $4{,}25 \div 5 = 0{,}85$ Un croissant coute 0,85 €.

55 $12\,230 \div 25 = 489{,}20$ Chaque parcelle a une aire de 489,2 m^2.

56 $54{,}50 \div 10 = 5{,}45$ Le prix du T-shirt chez le vendeur A est de 5,45 €.
$16{,}70 \div 3 \approx 5{,}6$ (au dixième près) Le prix du T-shirt chez le vendeur B est d'environ 5,60 €.
Le vendeur A est donc le moins cher.

Faire le point

QCM

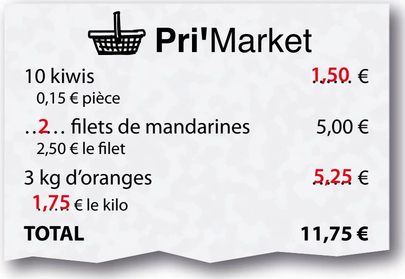
1 **1.** B **2.** C
2 **3.** C **4.** A
3 **5.** A **6.** B
4 **7.** B **8.** C

Problèmes

57 **1.** $126 = 22 \times 5 + 16$ Il faudra au moins six boites pour ranger tous les CD : cinq boites pleines et une boite contenant seize CD.
2. Si Juliette achète cinq CD, la dernière boite en contiendra alors $16 + 5 = 21$; sa capacité maximale étant de 22 CD, elle pourra ranger ses nouveaux CD et aura donc suffisamment de place.

58 Le spectacle et l'entracte durent au total
270 min + 15 min = 285 min.
$285 = 60 \times 4 + 45$ 285 min = 4 h 45 min
Le spectacle ayant commencé à 20h30, il finira à 1h15.

59 $10 \times 0{,}15 = 1{,}5$ Les dix kiwis coutent 1,50 €.
$11{,}75 - (1{,}50 + 5) = 5{,}25$ Les 3 kg d'oranges coutent 5,25 €.
$5{,}25 \div 3 = 1{,}75$ Un kilo d'oranges coute 1,75 €.
$2 \times 2{,}50 = 5$ Deux filets de mandarines ont donc été achetés.



Il est important que l'élève repère les données afin de déterminer l'ordre dans lequel il va pouvoir trouver les informations manquantes.
Coup de pouce possible : Que puis-je d'abord trouver comme information ?

60 $129 + 350 = 479$ La tablette et l'écran plat coutent 479 €.
$479 \div 5 = 95{,}8$ La mensualité coute 95,80 €.

61 Il y a dix largeurs de portrait sur la longueur du tableau.
$205{,}4 \div 10 = 20{,}54$ La largeur d'un portrait est de 20,54 cm.
Il y a cinq longueurs de portrait sur la largeur du tableau.
$144{,}8 \div 5 = 28{,}96$ La longueur d'un portrait est de 28,96 cm.
Un portrait a pour dimensions 28,96 cm sur 20,54 cm.

Coup de pouce possible : Combien y a-t-il de portraits dans la longueur et dans la largeur ?

62 Il y a 30 jours dans un mois. $3{,}65 \div 30 \approx 0{,}12$
Un ongle pousse en moyenne de 0,12 mm par jour.
Il y a 365 jours par an. $0{,}12 \times 365 = 43{,}8$
Un ongle pousse en moyenne de 43,8 mm par an, soit environ 4,38 cm.

63 On se rend compte que la division produit une succession de trois chiffres : 4 ; 0 ; 7.
$1\,003 = 3 \times 334 + 1$ Il y a 334 suites complètes de ces trois chiffres 4 ; 0 ; 7 et le 1 003^{e} chiffre est donc un 4.

Coup de pouce possible : Y a-t-il une répétition dans la partie décimale du quotient ?

64 Dans cet exercice, la difficulté consiste à repérer l'ordre dans lequel les différents indices vont être traités.

- Le nombre est divisible par 5, mais pas par 10 : il se termine donc par 5.
- La somme du chiffre des centaines et du chiffre des unités est égale à 7 donc le chiffre des centaines est $7 - 5 = 2$.
  • 2 • 5
- Le chiffre des dizaines est inférieur au chiffre des centaines donc le chiffre des dizaines est 0 ou 1. Il y a donc deux possibilités : • 2 1 5 ou • 2 0 5
- Le nombre est divisible par 3, mais pas par 9. La somme des chiffres est pour l'instant égale à 8 (1er cas) ou à 7 (2^{e} cas). Elle peut être égale à 12 ou 15 donc les possibilités sont :
  4 2 1 5 7 2 1 5 5 2 0 5 8 2 0 5
- Les quatre chiffres sont différents, on peut donc éliminer 5 2 0 5. Le chiffre des unités de mille étant impair, on peut éliminer 4 2 1 5 et 8 2 0 5.
  Le dernier nombre restant est donc le code de Maëlys, soit 7 2 1 5.

Coup de pouce possible : Trouver l'ordre dans lequel va être cherché chacun des chiffres du nombre mystère.

65 **1.** $48 = 48 \times 1$ et $48 = 6 \times 8$
48 admet pour diviseurs 6 ; 8 et 48.
Les réponses justes sont les réponses **a.**, **b.** et **c.**
2. $378 = 63 \times 5 + 58$ Il ne peut donc ranger ses cartes dans 63 pochettes sans qu'il en reste (il en reste 58).
$378 = 31 \times 12 + 6$ Il ne peut donc ranger ses cartes dans 31 pochettes sans qu'il en reste (il en reste six).
$378 = 42 \times 9 + 0$ Il peut ranger ses cartes dans 42 pochettes, et il n'en restera aucune.
La réponse juste est la réponse **c.**
3. $478 - 30 = 448$ et $448 \div 8 = 56$
Le diviseur est 56. La réponse juste est la réponse **a.**
4. Le nombre étant divisible par 5, il se termine par 5 ou 0.
– *S'il se termine par 5 :*
Et si le dernier chiffre manquant est 1, alors la somme des chiffres est égale à $8 + 1 + 9 + 5 = 23$, qui n'est pas divisible par 3.
Si le dernier chiffre manquant est 3, alors la somme des chiffres est égale à $8 + 3 + 9 + 5 = 25$, qui n'est pas divisible par 3.
– *S'il se termine par 0 :*
Et si le dernier chiffre manquant est 4, alors la somme des chiffres est égale à $8 + 4 + 9 + 0 = 21$, qui est divisible par 3.
La bonne réponse est donc 8 490, soit la réponse **b.**
5. $2\,000 = 60 \times 33 + 20$ donc $2\,000$ s $= 33$ min 20 s.
33 min 33 s $= 33 \times 60$ s $+ 33$ s $= 1\,980$ s $+ 33$ s $= 2\,013$ s $\neq 2\,000$ s
Un quart d'heure $= 15$ min $= 15 \times 60$ s $= 900$ s $< 2\,000$ s
2 000 s est donc supérieur à un quart d'heure.
La bonne réponse est donc la réponse **a.**

66 **1.** et **2.** On commence par barrer le 1 et tous les multiples de 2 (sauf 2).

~~1~~	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	9	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	15	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
21	~~22~~	23	~~24~~	25	~~26~~	27	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	33	~~34~~	35	~~36~~	37	~~38~~	39	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	45	~~46~~	47	~~48~~	49	~~50~~
51	~~52~~	53	~~54~~	55	~~56~~	57	~~58~~	59	~~60~~
61	~~62~~	63	~~64~~	65	~~66~~	67	~~68~~	69	~~70~~
71	~~72~~	73	~~74~~	75	~~76~~	77	~~78~~	79	~~80~~
81	~~82~~	83	~~84~~	85	~~86~~	87	~~88~~	89	~~90~~
91	~~92~~	93	~~94~~	95	~~96~~	97	~~98~~	99	~~100~~

3. Puis on barre les multiples de 3 (sauf 3).

~~1~~	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	15	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	25	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	35	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	45	~~46~~	47	~~48~~	49	~~50~~
~~51~~	~~52~~	53	~~54~~	55	~~56~~	~~57~~	~~58~~	59	~~60~~
61	~~62~~	~~63~~	~~64~~	65	~~66~~	67	~~68~~	~~69~~	~~70~~
71	~~72~~	73	~~74~~	75	~~76~~	77	~~78~~	79	~~80~~
~~81~~	~~82~~	83	~~84~~	85	~~86~~	~~87~~	~~88~~	89	~~90~~
91	~~92~~	~~93~~	~~94~~	95	~~96~~	97	~~98~~	~~99~~	~~100~~

4. Puis on barre les multiples de 5 (sauf 5).

~~1~~	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	49	~~50~~
~~51~~	~~52~~	53	~~54~~	~~55~~	~~56~~	~~57~~	~~58~~	59	~~60~~
61	~~62~~	~~63~~	~~64~~	~~65~~	~~66~~	67	~~68~~	~~69~~	~~70~~
71	~~72~~	73	~~74~~	~~75~~	~~76~~	77	~~78~~	79	~~80~~
~~81~~	~~82~~	83	~~84~~	~~85~~	~~86~~	~~87~~	~~88~~	89	~~90~~
91	~~92~~	~~93~~	~~94~~	~~95~~	~~96~~	97	~~98~~	~~99~~	~~100~~

On continue avec 11, 13, 17 et 19.

~~1~~	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	~~49~~	~~50~~
~~51~~	~~52~~	53	~~54~~	~~55~~	~~56~~	~~57~~	~~58~~	59	~~60~~
61	~~62~~	~~63~~	~~64~~	~~65~~	~~66~~	67	~~68~~	~~69~~	~~70~~
71	~~72~~	73	~~74~~	~~75~~	~~76~~	~~77~~	~~78~~	79	~~80~~
~~81~~	~~82~~	83	~~84~~	~~85~~	~~86~~	~~87~~	~~88~~	89	~~90~~
~~91~~	~~92~~	~~93~~	~~94~~	~~95~~	~~96~~	97	~~98~~	~~99~~	~~100~~

On trouve :

~~1~~	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	~~49~~	~~50~~
~~51~~	~~52~~	53	~~54~~	~~55~~	~~56~~	~~57~~	~~58~~	59	~~60~~
61	~~62~~	~~63~~	~~64~~	~~65~~	~~66~~	67	~~68~~	~~69~~	~~70~~
71	~~72~~	73	~~74~~	~~75~~	~~76~~	~~77~~	~~78~~	79	~~80~~
~~81~~	~~82~~	83	~~84~~	~~85~~	~~86~~	~~87~~	~~88~~	89	~~90~~
~~91~~	~~92~~	~~93~~	~~94~~	~~95~~	~~96~~	97	~~98~~	~~99~~	~~100~~

5. Les nombres restants entourés : 2-3-5-7-11-13-17-19-23-29-31-37-41-43-47-53-59-61-67-71-73-79-83-89-97 ne sont divisibles que par 1 et par eux-mêmes.

> De tels nombres sont appelés des nombres premiers ; on obtient ici les 25 nombres premiers inférieurs à 100.

67

1. $5\,678 = 60 \times 94 + 38$ donc 5 678 s = 94 min 38 s.
$94 = 60 \times 1 + 34$ donc 94 min = 1 h 34 min.
Donc 5 678 s = 1 h 34 min 38 s.

2. Nicolas a passé 1 h 34 min 38 s devant son ordinateur ce week-end. On peut penser que cela reste raisonnable.

> En 2013, la Société canadienne de pédiatrie, qui représente plus de 3 000 pédiatres, recommandait de limiter le temps passé devant les écrans par les pré-adolescents à deux heures par jour.

68

Dans le conditionnement par six, la canette de 33 cL coute $2{,}88\text{ €} \div 6 = 0{,}48\text{ €}$.
Dans le conditionnement par dix, la canette de 33 cL coute $4{,}86\text{ €} \div 10 = 0{,}486\text{ €}$.
Le format le plus économique est donc le conditionnement par six.

> **Coup de pouce possible :** Que faut-il comparer ?

69

Le quotient est la partie entière du quotient décimal, soit 13.
On effectue avec la calculatrice $13 \times 19 = 247$
puis $257 - 247 = 10$. Le reste est 10.
Le quotient est 13 et le reste est 10.

> **Coup de pouce possible :** Que permet de déterminer l'affichage de la calculatrice ?

70

1.
- 2016 est divisible par 4 (16 est divisible par 4 car $16 = 4 \times 4$) et pas par 100 (elle ne se termine pas par deux zéros) donc 2016 est une année bissextile.
- 1998 n'est pas divisible par 4 ($98 = 4 \times 24 + 2$ n'est pas divisible par 4) donc 1998 n'est pas une année bissextile.
- 1964 est divisible par 4 (64 est divisible par 4 car $64 = 4 \times 16$) et pas par 100 (elle ne se termine pas par deux zéros) donc 1964 est une année bissextile.
- 2000 est divisible par 4 (00 est divisible par 4 car $0 = 4 \times 0$) et par 100 (elle se termine par deux zéros).
  2000 est divisible par 400 car $2000 = 400 \times 5$ donc 2000 est une année bissextile.
- 1900 est divisible par 4 (00 est divisible par 4 car $0 = 4 \times 0$) et par 100 (elle se termine par deux zéros).
- 1936 est divisible par 4 (36 est divisible par 4 car $36 = 4 \times 9$) et pas par 100 (elle ne se termine pas par deux zéros) donc 1936 est une année bissextile.

2. 2016 était une année bissextile, la prochaine est donc $2016 + 4 = 2020$.

3. La raison est astronomique : la révolution de notre Terre autour du Soleil n'a en fait pas lieu en 365 jours, comme on le croit souvent et comme en avaient convenu les Égyptiens de l'Antiquité dans leur calendrier, mais en 365,242 2 jours.

> En arrondissant au nombre entier inférieur le plus proche, on crée donc un retard entre notre calendrier humain et le cycle de révolution de la Terre autour du Soleil. Il y a alors un décalage des saisons qu'il faut régulièrement corriger si l'on ne veut pas avoir l'été en hiver et inversement. C'est pour rattraper ce retard que tous les quatre ans, un jour de plus est ajouté, pour que l'année dure bel et bien 365,25 jours.
>
> C'est Jules César, en 46 avant J.-C. qui avait déjà ajouté un 366e jour tous les quatre ans dans son calendrier, sur les conseils d'un astronome et grand scientifique de la Grèce antique, Sosigène d'Alexandrie.
>
> Pour introduire cette journée supplémentaire sans changer le rythme des fêtes romaines, il avait suggéré au général romain de créer un « sixième jour bis » en mars (« *bisextus* »).

71

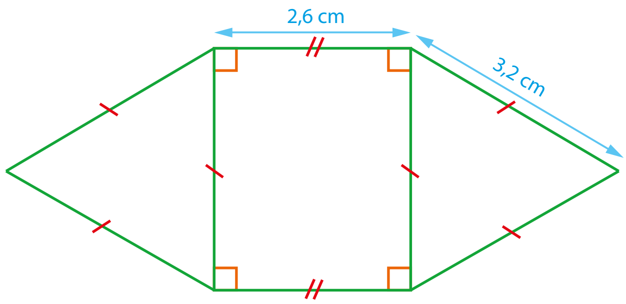
1. 48 cm = 480 mm
$480 = 3 \times 160 + 0$
Elle aura besoin de 160 perles.

2. Elle enfile à chaque fois une succession de huit perles identiques (une rouge, quatre bleues et trois vertes).
$160 = 8 \times 20 + 0$ Elle enfile donc vingt fois cette série de huit perles. La dernière perle enfilée est donc verte.

> **Coup de pouce possible :** Comment les perles se répètent-elles ?

72

Le périmètre de cette figure est composé de quatre segments de longueurs identiques et de deux segments de 2,6 cm.
$18 - 2{,}6 \times 2 = 18 - 5{,}2 = 12{,}8$
Les quatre segments mesurent ensemble 12,8 cm.
$12{,}8 \div 4 = 3{,}2$
Chacun de ces segments mesure donc 3,2 cm.



> **Coup de pouce possible :** De quels segments le contour de cette figure est-il constitué ?

73

1. $428 - 85 = 343$ $343 - 85 = 258$ $258 - 85 = 173$
$173 - 85 = 88$ $88 - 85 = 3$
On s'arrête car $3 < 85$.
On a soustrait 5 fois 85 et il reste 3.
Le quotient de la division euclidienne de 428 par 85 est 5 et le reste est 3.

2. Les rondelles servaient à indiquer le nombre de fois qu'on avait soustrait le même nombre (pour lire le quotient ensuite).

74

Billet U33839921705
La lettre U est au rang 21 dans l'alphabet.
Nouveau nombre formé : 2133839921705
$2 + 1 + 3 + 3 + 8 + 3 + 9 + 9 + 2 + 1 + 7 + 0 + 5 = 53$
$53 = 9 \times 5 + 8$ Le reste est bien 8 : ce premier billet est valable.

Billet V99986122319
La lettre V est au rang 22 dans l'alphabet.
Nouveau nombre formé : 2299986122319
$2 + 2 + 9 + 9 + 9 + 8 + 6 + 1 + 2 + 2 + 3 + 1 + 9 = 63$
$63 = 9 \times 7 + 0$ Le reste n'est pas 8 : ce deuxième billet n'est pas valable.

Billet L45819873419
La lettre L est au rang 12 dans l'alphabet.
Nouveau nombre formé : 1245819873419
$1 + 2 + 4 + 5 + 8 + 1 + 9 + 8 + 7 + 3 + 4 + 1 + 9 = 62$
$62 = 9 \times 6 + 8$ Le reste est bien 8 : ce troisième billet est valable.

75

1. a. Pour 957 :
Sans son chiffre des unités : 95
$95 - 7 = 88$ $88 = 11 \times 8$
Donc 88 est bien divisible par 11.
957 est donc bien divisible par 11.

b. • **Pour 8 546 :**
Sans son chiffre des unités : 854
$854 - 6 = 848$
Sans son chiffre des unités : 84
$84 - 8 = 76$ $76 = 11 \times 6 + 10$
Donc 76 n'est pas divisible par 11.
848 n'est donc pas divisible par 11.

• **Pour 49 731 :**
Sans son chiffre des unités : 4 973
$4\,973 - 1 = 4\,972$
Sans son chiffre des unités : 497
$497 - 2 = 495$
Sans son chiffre des unités : 49
$49 - 5 = 44$ $44 = 11 \times 4$
Donc 44 est divisible par 11.
49 731 est donc divisible par 11.

• **Pour 119 416 :**
Sans son chiffre des unités : 11 941
$11\,941 - 6 = 11\,935$
Sans son chiffre des unités : 1 193
$1\,193 - 5 = 1\,188$
Sans son chiffre des unités : 118
$118 - 8 = 110$
Sans son chiffre des unités : 11
$11 - 0 = 11$ $11 = 11 \times 1$
Donc 11 est divisible par 11.
119 416 est donc divisible par 11.

2. • Pour 957 :
$9 + 7 = 16$ $16 - 5 = 11$
11 est divisible par 11 donc 957 aussi.

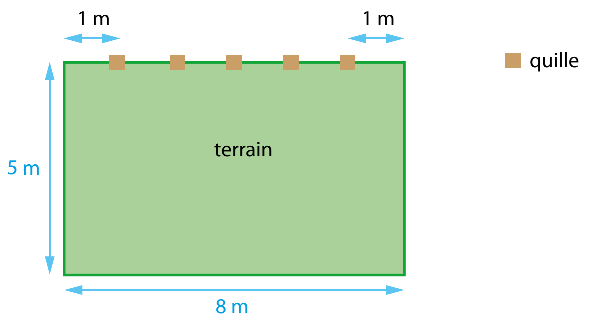
• Pour 8 546 :
$8 + 4 = 12$ $5 + 6 = 11$ $12 - 51 = 1$
1 n'est pas divisible par 11 donc 8 546 non plus.

• Pour 49 731 :
$4 + 7 + 1 = 12$ $9 + 3 = 12$ $12 - 12 = 0$
0 est divisible par 11 donc 49 731 aussi.

• Pour 119 416 :
$1 + 9 + 1 = 11$ $1 + 4 + 6 = 11$ $11 - 11 = 0$
0 est divisible par 11 donc 119 416 aussi.

76 On cherche donc le premier multiple non nul et commun à 6 et 10.
Multiples de 6 : 6 ; 12 ; 18 ; 24 ; 30 ; 36…
Multiples de 10 : 10 ; 20 ; 30 ; 40 ; 50…
Le premier multiple commun à 6 et 10 est 30.
Au bout de 30 secondes, les deux comédiens diront en même temps leur réplique.

77 **Coup de pouce possible :** Faire un schéma.
Il est conseillé ici de faire un schéma, d'autant que la plupart des élèves risquent de diviser par 5 (cinq quilles) au lieu de 4 (quatre espaces entre les quilles).



$8 - 2 \times 1 = 6$ Il y a 6 m entre la première et la dernière quille, soit quatre espaces intermédiaires au total, en considérant le centre de chaque quille.
$6 \div 4 = 1{,}5$ 1,5 m sépare le centre d'une quille au centre de la quille située à côté d'elle.
$8 \div 2 = 4$ Il y a 4 cm = 0,04 m entre le centre d'une quille et l'extérieur de la quille.
$1{,}5 - 2 \times 0{,}04 = 1 - 0{,}08 = 0{,}92$
0,92 m = 92 cm séparent deux quilles consécutives sur la ligne de fond du terrain.

On parle bien de l'espace entre deux quilles, il faut donc prendre en considération la largeur d'une quille !

78 **Coups de pouce possibles :**
– Faire un schéma (surtout pour visualiser le sens des vignettes sur le poster).
– Combien peut-on mettre de vignettes au maximum ?

29,7 cm = 297 mm $297 = 51 \times 5 + 42$
On peut mettre au maximum cinq vignettes sur la largeur du poster. Il reste 42 mm.
Sur la largeur, il y a alors un total de six espaces vides (entre les bords et une vignette et entre chaque vignette), soit :
42 mm ÷ 6 = 7 mm pour chaque espace.
42 cm = 420 mm $420 = 65 \times 6 + 30$
On peut mettre au maximum six vignettes sur la longueur du poster. Il reste 30 mm.
Sur la longueur, il y a alors un total de sept espaces vides (entre les bords et une vignette et entre chaque vignette), soit :
30 mm ÷ 7 ≈ 4,3 mm pour chaque espace.
Il peut mettre au maximum $6 \times 5 = 30$ vignettes espacées de 7 mm en largeur et de 4,3 mm en hauteur.

79 **1. a.** $2\,485 \times 19 = 47\,215$ L'égalité est bien correcte.
b. $2\,485 = 9 \times 276 + 1$ On remplace 2 485 par 1.
$19 = 9 \times 2 + 1$ On remplace 19 par 1.
$47\,215 = 9 \times 5\,246 + 1$ On remplace 47 215 par 1.
L'égalité $1 \times 1 = 1$ est bien correcte.

2. $2 + 4 + 8 + 5 = 19$ et $1 + 9 = 10$ et $1 + 0 = 1$
On remplace 2 485 par 1.
$19 = 10$ et $1 + 0 = 1$ On remplace 19 par 1.
$4 + 7 + 2 + 1 + 5 = 19$ et $1 + 9 = 10$ et $1 + 0 = 1$
On remplace 47 215 par 1.
L'égalité $1 \times 1 = 1$ est bien correcte.

3. a. $2\,485 = 19 \times 130 + 15$
b. $2 + 4 + 8 + 5 = 19$ et $1 + 9 = 10$ et $1 + 0 = 1$
On remplace 2 485 par 1.
$1 + 9 = 10$ et $1 + 0 = 1$ On remplace 19 par 1.
$1 + 3 + 0 = 4$ On remplace 130 par 4.
$1 + 5 = 6$ On remplace 15 par 6.
On a bien 10 (ou 1) $= 1 \times 4 + 6$.

4. Si on écrit que $2\,485 \times 19 = 47\,125$ (inversion de deux chiffres dans le produit), la preuve par 9 est correcte et pourtant l'opération est fausse.

Cette preuve par 9 n'est donc pas vraiment une « preuve » ! Elle permet d'être sûr que le résultat est faux si la preuve par 9 n'est pas correcte mais pas que le résultat est juste si la preuve par 9 est correcte.

Travailler autrement

80 **Analyse de document**

Cet exercice permet de travailler la lecture de documents et le choix des informations utiles.

Questions ceinture jaune

1. La statue de la Liberté a été inaugurée en 1886.
2. La statue de la Liberté mesure 46 m sans son socle et 96 m avec son socle.
3. La statue de la Liberté a été inaugurée en 1886 et inscrite au patrimoine mondial de l'Unesco en 1984, soit :
1984 – 1886 = 98 ans après son inauguration.
4. La hauteur de la statue de l'île aux Cygnes à Paris est quatre fois plus petite que celle de New York.
Elle a donc une hauteur de 46 m ÷ 4 = 11,50 m.

Questions ceinture verte

1. Sa construction a duré quinze ans.
2. Le socle de la statue de la Liberté de New York a une hauteur de 93 m – 46 m = 47 m.
3. $324 \div 46 \approx 7$ La tour Eiffel est sept fois plus grande que la statue de la Liberté de New York.

Questions ceinture noire

1. Sa construction a débuté en $1886 - 15 = 1871$.
2. 225 tonnes ont été transportées dans 210 caisses.
   $225\text{ t} \div 210 \approx 1{,}071\text{ t}$
   Chaque caisse contenait environ 1,071 t, soit environ 1 071 kg.
3. Il y a 224 marches.
   324 est bien divisible par 4 (car 24 est divisible par 4) donc Joseph a raison.
   324 est divisible par 3 (car $3 + 2 + 4 = 9$ est divisible par 3). Apolline a donc raison quand elle affirme qu'il arriverait sur la dernière marche en les montant quatre par quatre mais elle a tort quand elle dit que Joseph se trompe.

81 Écriture d'énoncé

Cet exercice permet de travailler sur la construction d'un énoncé, tout en travaillant aussi sur le sens des opérations. Les propositions ci-dessous sont données à titre d'exemples.

Questions ceinture jaune

Antinéa vient de cueillir 124 pommes dans son verger.
Elle souhaite les vendre par sachet de huit.

- Combien pourra-t-elle constituer de sachets ?

Questions ceinture verte

Tom est en vacances et souhaite préparer une petite fête. Il a acheté dix packs de quatre petites bouteilles de jus de fruits qu'il souhaite partager avec ses cinq cousins.

- Combien de petites bouteilles de jus de fruits chacun aura-t-il ? Restera-t-il des bouteilles ?

Questions ceinture noire

Jade part en voyage. Son train part à 8h15. Le trajet dure 1 h 30 min. Elle a une attente de vingt minutes pour prendre sa correspondance. Elle pensait payer son billet 48 € mais disposant d'une carte de réduction, elle aura une remise d'un cinquième du prix d'un billet.

1. À quelle heure Jade prendra-t-elle sa correspondance ?
2. Quel sera le prix du billet de train de Jade ?
3. Pendant le trajet, Jade trie les 70 applications qu'elle a téléchargées sur son téléphone. Chaque dossier peut contenir 24 applications.
   Combien de dossiers devra-t-elle créer pour ranger toutes ses applications ?

82 Analyse de production

Cet exercice permet d'analyser des erreurs fréquentes faites par les élèves sur la division et de les corriger.

Questions ceinture jaune

La soustraction $30 - 28$ n'a pas de sens ici. Le quotient 6 est trop grand.

Questions ceinture verte

Fred a posé une division décimale, alors qu'il s'agit en fait d'une division euclidienne (on ne partage pas de bouquet). De plus, il ne répond pas à la question : il donne le nombre de bouquets mais pas la composition de ceux-ci.
Correction de la ceinture jaune et de la ceinture verte :

$$\begin{array}{rr|l} & 2\ 8 & 5 \\ \cline{3-3} - & 2\ 5 & 5 \\ \hline & 3 & \end{array}$$

On peut faire cinq bouquets de cinq tulipes (et il restera trois tulipes).

Questions ceinture noire

Il s'agit ici d'une division réalisée avec des soustractions successives. Yannick se trompe dans la lecture du résultat : 3 n'est pas le nombre de bouquets réalisés mais le nombre de tulipes restantes.
Il faut compter le nombre de fois où 5 a été soustrait, soit 5 fois. On peut donc faire cinq bouquets, et il reste trois tulipes.

83 Résolution de problème

Cet exercice permet de travailler la résolution de problèmes et le sens des opérations.

Questions ceinture jaune

1. $245 = 16 \times 15 + 5$
   Il peut faire quinze boites, et il restera cinq chocolats.
2. $13{,}5 \times 15 = 202{,}5$
   La recette sera de 202,50 €.

Questions ceinture verte

1. $245 = 25 \times 91 + 20$
   Il pourra faire 91 boites, et il restera vingt chocolats.
2. On pourra vérifier qu'on a bien $20 = 4 \times 5$.
   $14{,}75 \times 91 + 3{,}50 \times 5 = 1\,359{,}75$
   Sa recette sera de 1 359,50 €.

Questions ceinture noire

- *S'il fait des boites de 16 :*
  $245 = 16 \times 15 + 5$
  Il peut faire quinze boites, soit une recette de :
  $15 \times 12\text{ €} = 180\text{ €}$
- *S'il fait des boites de 18 :*
  $245 = 18 \times 13 + 11$
  Il peut faire treize boites, soit une recette de 195 €.
- *S'il fait des boites de 25 :*
  $245 = 25 \times 9 + 20$
  Il peut faire neuf boites, soit une recette de :
  $9 \times 18{,}50\text{ €} = 166{,}50\text{ €}$

Il a donc intérêt à choisir le conditionnement par 18.

Outils numériques et algorithmique

84 1. a. Dans la cellule B2, il faut saisir la formule =D2/C2.
b. Dans la cellule D3, il faut saisir la formule =B3*C3.
c. Dans la cellule D4, il faut saisir la formule =B4*C4.
d. Dans la cellule D5, il faut saisir la formule =D2+D3+D4 ou =SOMME(D2:D4).
On obtient :

	A	B	C	D
1		Prix unitaire (en €)	Quantité	Montant (en €)
2	Romans	15,40	11	169,40
3	BD	16,75	13	217,75
4	Dictionnaires	28,30	8	226,40
5			Total (en €)	613,55

2. Le montant de la facture d'Hector est de 613,55 €.

85 1. Dans la cellule C2, il faut saisir la formule =QUOTIENT(A2;B2) et dans la cellule C2, la formule =MOD(A2;B2). On obtient :

	A	B	C	D
1	Dividende	Diviseur	Quotient	Reste
2	153	22	6	21

2. Dans la division euclidienne de 153 par 22, le quotient est 6 et le reste est 21. On peut écrire $153 = 22 \times 6 + 21$.
3. a. Dans la cellule C2, il faut saisir la formule =MOD(A2;B2).
b. Les diviseurs de 126 sont les diviseurs de la colonne B pour lesquels le reste dans la colonne C est zéro. On fait varier le diviseur de 1 à 126.

Il peut être intéressant ici de montrer que, si on sélectionne les cellules B2 et B3 avec respectivement les nombres 1 et 2 à l'intérieur et qu'on étire, apparaitront successivement : 3 ; 4 ; 5 ; 6…

	A	B	C
1	Dividende	Diviseur	Reste
2	126	1	
3	126	2	

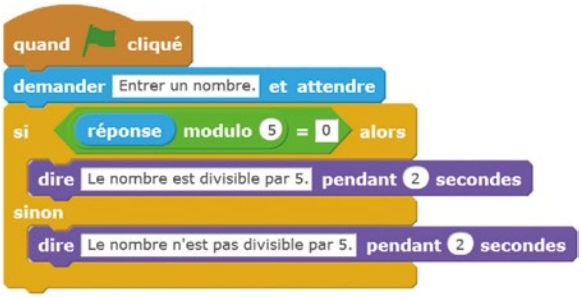
c. On obtient :

	A	B	C
1	Dividende	Diviseur	Reste
2	126	1	0
3	126	2	0
4	126	3	0
5	126	4	2
6	126	5	1
7	126	6	0
8	126	7	0
9	126	8	6
10	126	9	0
11	126	10	6
12	126	11	5
13	126	12	6
14	126	13	9
15	126	14	0
16	126	15	6
17	126	16	14
18	126	17	7
19	126	18	0
20	126	19	12
21	126	20	6
22	126	21	0
23	126	22	16
24	126	23	11
25	126	24	6
26	126	25	1
27	126	26	22
28	126	27	18
29	126	28	14
30	126	29	10
31	126	30	6
32	126	31	2
33	126	32	30
34	126	33	27
35	126	34	24
36	126	35	21
37	126	36	18
38	126	37	15
39	126	38	12
40	126	39	9
41	126	40	6
42	126	41	3
43	126	42	0
44	126	43	40
45	126	44	38
46	126	45	36
47	126	46	34
48	126	47	32
49	126	48	30
50	126	49	28
51	126	50	26
52	126	51	24
53	126	52	22
54	126	53	20
55	126	54	18
56	126	55	16
57	126	56	14
58	126	57	12
59	126	58	10
60	126	59	8
61	126	60	6
62	126	61	4
63	126	62	2
64	126	63	0
65	126	64	62
66	126	65	61
67	126	66	60
68	126	67	59
69	126	68	58
70	126	69	57
71	126	70	56
72	126	71	55
73	126	72	54
74	126	73	53
75	126	74	52
76	126	75	51
77	126	76	50
78	126	77	49
79	126	78	48
80	126	79	47
81	126	80	46
82	126	81	45
83	126	82	44
84	126	83	43
85	126	84	42
86	126	85	41
87	126	86	40
88	126	87	39
89	126	88	38
90	126	89	37
91	126	90	36
92	126	91	35
93	126	92	34
94	126	93	33
95	126	94	32
96	126	95	31
97	126	96	30
98	126	97	29
99	126	98	28
100	126	99	27
101	126	100	26
102	126	101	25
103	126	102	24
104	126	103	23
105	126	104	22
106	126	105	21
107	126	106	20
108	126	107	19
109	126	108	18
110	126	109	17
111	126	110	16
112	126	111	15
113	126	112	14
114	126	113	13
115	126	114	12
116	126	115	11
117	126	116	10
118	126	117	9
119	126	118	8
120	126	119	7
121	126	120	6
122	126	121	5
123	126	122	4
124	126	123	3
125	126	124	2
126	126	125	1
127	126	126	0

Les diviseurs de 126 sont donc :
1 ; 2 ; 3 ; 6 ; 7 ; 9 ; 14 ; 18 ; 21 ; 42 ; 63 ; 126

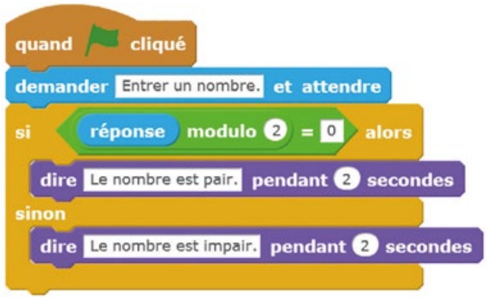
86 **1.** Le script de Sasha permet de savoir si un nombre choisi est ou n'est pas divisible par 5.

2. Script complété :



3. La commande réponse modulo 5 permet de calculer le reste de la division euclidienne du nombre que l'utilisateur a choisi par 5.

4. Script permettant de dire si un nombre saisi par l'utilisateur est pair ou impair :



Chapitre 5 Fractions

Introduction

Ce chapitre s'inscrit dans le thème « Nombres et calculs ».

Les connaissances associées sont :

- utiliser et représenter des fractions simples :
  - comprendre et utiliser la notion de fractions simples (écritures fractionnaires, diverses désignations des fractions – orales / écrites / décompositions) ;
  - repérer et placer des fractions sur une demi-droite graduée adaptée (première extension de la relation d'ordre) ;
  - encadrer une fraction par deux nombres entiers consécutifs ;
  - établir des égalités entre des fractions simples ;
- résoudre des problèmes en utilisant des fractions simples, notamment dans des calculs.

Dans ce chapitre, on utilisera des fractions pour :

- rendre compte de partages de grandeurs ou de mesures de grandeurs dans des cas simples ;
- exprimer un quotient.

On proposera aux élèves des situations permettant de relier les formulations « la moitié », « le tiers », « le quart » et « $\frac{1}{2}$ de », « $\frac{1}{3}$ de », « $\frac{1}{4}$ de »…

On établira des égalités de fractions en utilisant des demi-droites graduées ($\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$, $\frac{10}{100} = \frac{1}{10}$ …).

On proposera aussi des situations où l'élève devra écrire une fraction sous forme de somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1.

Repères de progressivité :

Les fractions sont à la fois objet d'étude et support pour l'introduction et l'apprentissage des nombres décimaux. Pour cette raison, on commence dès le CM1 l'étude des fractions simples (comme $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{2}$) et des fractions décimales. Du CM1 à la 6e, on aborde différentes conceptions possibles de la fraction, du partage de grandeurs jusqu'au quotient de deux nombres entiers, qui sera étudié en 6e.

Jeux

Le pirate doit donner un coup de sabre « au milieu » de la hauteur, puis de la largeur, puis de la longueur : il partagera chaque dimension en deux et donc le lingot en huit parts égales.

Activités

Questions flash

1. Rectangle (en vert) et pentagone (en violet)

2. a. $\frac{3}{4}$

3. a. et **c.**

Activité 1 La pétanque

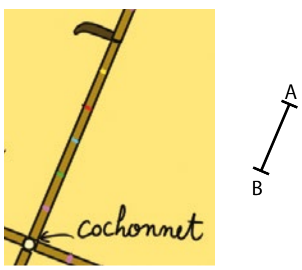
Intentions des auteurs

Objectif : Réactiver la notion de fraction partage déjà abordée en CM2.
Prérequis : La notion de partage équitable.
Capacité introduite : Connaitre la notion de fraction partage.
On pourra insister sur la notion d'unité (la canne) et de partage de cette unité en parts égales.

1. Claude : $\frac{3}{6}$ ou $\frac{1}{2}$ Inès : $\frac{4}{6}$ ou $\frac{2}{3}$

Arno : $\frac{6}{6}$ Léa : $\frac{11}{6}$

2.



Avec précision — Activité 2

Intentions des auteurs

Objectif : Aborder la fraction comme un nombre.
Prérequis : La division décimale.
Capacité introduite : Connaitre la notion de fraction quotient.
On commence par un cas simple qui ne devrait pas poser problème aux élèves (le résultat est un nombre décimal), puis on aborde le cas où la fraction n'est pas un nombre décimal.

1. $6 \div 4 = 1{,}5$ La longueur exacte de découpe est 1,5 mm.

2. a. $10 \div 3 = \frac{10}{3}$ La longueur exacte de découpe est $\frac{10}{3}$ mm.

b. Non, car la division ne s'arrête pas.

Ce sera l'occasion d'insister sur la différence entre valeur exacte et valeur approchée : toutes les fractions ne peuvent pas être remplacées par des nombres décimaux.

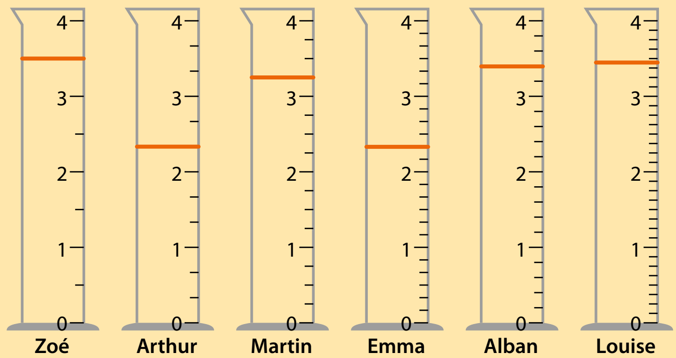
On insistera sur le fait que $\frac{10}{3}$ est une longueur exacte en millimètres et donc un nombre écrit sous une autre forme. $\frac{10}{3}$ est donc le nombre qui multiplié par 3 donne 10, alors que $3{,}333 \times 3 = 9{,}999 \neq 10$.

Des éprouvettes — Activité 3

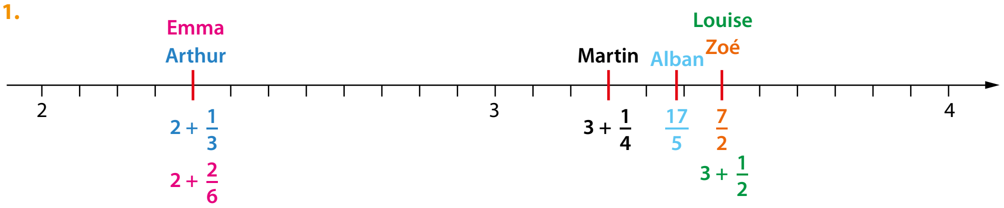
Intentions des auteurs

Objectif : Travailler sur une demi-droite graduée pour repérer, encadrer des fractions et faire apparaitre des écritures égales.
Prérequis : La notion de fraction partage.
Capacités introduites : Repérer une fraction sur une demi-droite graduée ; encadrer une fraction.

On peut commencer par projeter les éprouvettes au tableau et demander à des élèves de tracer le niveau d'huile correspondant.
Il faudra ensuite laisser les élèves réfléchir à un choix d'unité qui leur permettra de placer tous les niveaux d'huile pour qu'ils comprennent qu'il faut que cette unité soit facilement partageable en 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6. On peut leur proposer par exemple 6 cm et, au vu des niveaux des éprouvettes, se limiter à la portion comprise entre 2 et 4.



1.



2. Zoé : $3 < \frac{7}{2} < 4$ Arthur : $2 < 2 + \frac{1}{3} < 3$

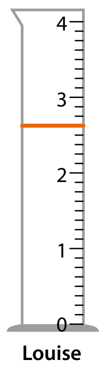
Martin : $3 < 3 + \frac{1}{4} < 4$ Emma : $2 < 2 + \frac{2}{6} < 3$

Alban : $3 < \frac{17}{5} < 4$ Louise : $3 < 3 + \frac{1}{2} < 4$

3. Les niveaux d'huile sont les mêmes pour Emma et Arthur : $2 + \frac{2}{6} = 2 + \frac{1}{3}$

Les niveaux d'huile sont les mêmes pour Louise et Zoé : $\frac{7}{2} = 3 + \frac{1}{2}$

4. Samir doit emprunter l'éprouvette de Louise où les unités sont partagées équitablement en 8 (voir ci-contre).



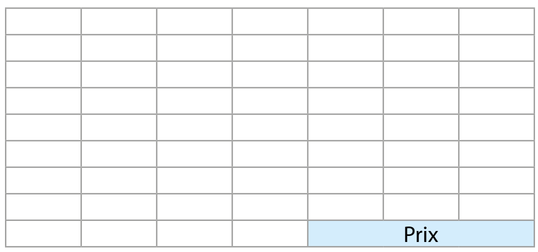
Les magnets — Activité 4

Intentions des auteurs

Objectif : Décomposer une fraction en une somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1 et d'encadrer une fraction.
Prérequis : La fraction partage et la division euclidienne.
Capacité introduite : Encadrer une fraction.

On demandera aux élèves de faire un schéma ; on pourra leur conseiller de commencer par la dernière rangée.

1. Chaque magnet occupe $\frac{1}{7}$ d'une rangée, et il y a $\frac{60}{7}$ de rangée à remplir par des magnets donc Tom pourra positionner 60 magnets sur le présentoir par rangées de sept.
$60 = 8 \times 7 + 4$ Il y aura donc huit rangées complètes.



2. Les magnets occupent les $\frac{4}{7}$ de la neuvième et dernière rangée :

3. $\frac{60}{7} = 8 + \frac{4}{7}$

4. On peut effectuer la division euclidienne de 60 par 7 : le quotient est 8, le reste est 4.

5. $8 < \frac{60}{7} < 9$

Savoir-faire

2 1. Figure ①

2. Figure ② : $\frac{3}{11}$ Figure ③ : $\frac{8}{24}$ ou $\frac{1}{3}$

5 $120 \div 5 = 24$ $24 \times 2 = 48$

Le pantalon coute 48 €.

6 $3{,}5 \div 10 = 0{,}35$ $0{,}35 \times 9 = 3{,}15$

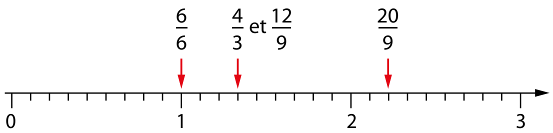
En six mois, il a pris 3,15 kg.

9 1. $\frac{24}{15} = 1{,}6$ 2. $\frac{8}{13}$

10 a. $\frac{21}{6} = 3{,}5$ b. $\frac{23}{7}$ c. $\frac{7}{11}$

12 $\frac{4}{3} \approx 1{,}3$ $\frac{13}{6} \approx 2{,}2$

15



$\frac{4}{3}$ et $\frac{12}{9}$ sont des fractions égales.

17 1. $\frac{36}{47}$ et $\frac{22}{25}$

2. $5 < \frac{53}{9} < 6$ $8 < \frac{98}{11} < 9$ $4 < \frac{30}{7} < 5$

Exercices

Connaitre la notion de fraction partage

Questions flash

18 Figures 2 et 3

19 a. Le dénominateur est 22, et le numérateur est 15.

b. $\frac{37}{25}$

20 a. 20 b. 7 c. 11 d. 4,8 e. 4,89

21 $\frac{2}{3}$ $\frac{9}{12}$ $\frac{4}{7}$ $\frac{7}{10}$

22 a. $\frac{23}{10}$ b. $\frac{13}{4}$ c. $\frac{15}{2}$ d. $\frac{11}{25}$ e. $\frac{7}{50}$

23 a. la moitié b. le quadruple

c. le tiers d. le triple

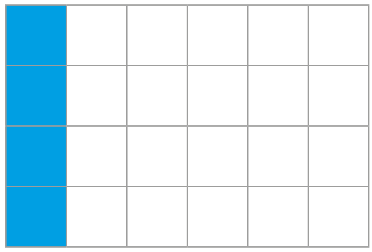
e. le double f. le quart

Cet exercice permet de travailler la maitrise de la langue et pourra être reproposé tout au long de l'année dans le cadre d'activités orales.

24 Gabon : $\frac{1}{3}$ Madagascar : $\frac{1}{3}$ Maurice : $\frac{1}{4}$

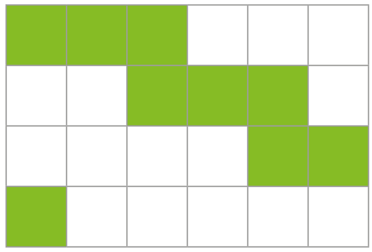
Nigeria : $\frac{2}{3}$ Niger : $\frac{1}{3}$

25 2. a.



On peut faire apparaitre un partage en six bandes égales et en colorier une sur les six.

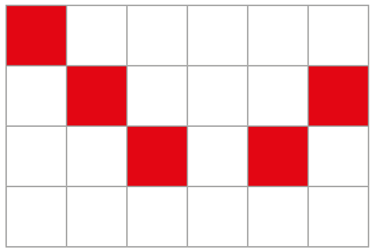
b.



On peut partager horizontalement et par le milieu chaque carreau en deux de façon à obtenir huit bandes horizontales égales et en colorier trois ou bien transformer la fraction

$\frac{3}{8} = \frac{9}{24}$ ou bien colorier trois carreaux sur huit en partant en haut à gauche et en balayant ligne par ligne (trois verts puis cinq blancs (3 sur 8), trois verts puis cinq blancs, trois verts puis huit blancs).

c.



La solution la plus simple, dans ce cas, est de partager en 24 petits carreaux et d'en colorier cinq.

On pourra résumer les différentes stratégies utilisées :

– on partage en parts égales (lignes / colonnes / carreaux / groupe de carreaux) ;

– on trouve une fraction égale à celle proposée et ayant le nombre de petits carreaux comme dénominateur.

Les exercices 26, 27 et 28 permettent de travailler la maitrise de la langue et, pour le 27 et le 28, des situations concrètes.

26 1. $\frac{25}{11}$ 2. $\frac{5}{15}$ 3. $\frac{10}{27}$

27 a. trois quarts b. un quart

c. un dixième d. un demi

28 a. $\frac{1}{12}$ b. $\frac{1}{4}$

c. $\frac{1}{365}$ ou $\frac{1}{366}$ pour les années bissextiles.

Pour la question b., certains élèves proposeront peut-être un tiers en se référant à une situation qu'ils connaissent bien : l'année scolaire qui comporte trois trimestres. On peut revenir à l'étymologie de ce mot : *tri* = trois et *mensis* = mois.

29 a. $\frac{1}{10}$ b. $\frac{5}{1}$ c. $\frac{40}{1\,000}$ ou $\frac{4}{100}$

30 $150 \div 15 = 10$ $10 \times 4 = 40$

Elle a mangé 40 g de chocolat.

31 $33 \div 3 = 11$ $11 \times 2 = 22$

Aurore a bu 22 cL de soda.

$25 \div 5 = 5$ $5 \times 3 = 15$

Améline a bu 15 cL d'eau.

32 $13{,}5 \div 9 = 1{,}5$ $1{,}5 \times 2 = 3$

Il a parcouru 3 km en gondole.

Connaitre la notion de fraction quotient

Questions flash

33 L'intrus est 0,2 car les autres sont tous égaux entre eux.

34 $\frac{25}{10}$ $\frac{5}{2}$ $\frac{10}{4}$ $\frac{30}{12}$

35 **a.** 7 **b.** 11 **c.** 3 **d.** 1

36 **a.** $\frac{7}{4}$ **b.** $\frac{11}{9}$ **c.** $\frac{8}{15}$ **d.** $\frac{4}{3}$

37 **a.** $\frac{16}{3} \approx 5{,}333$ **b.** $\frac{29}{14} \approx 2{,}071$

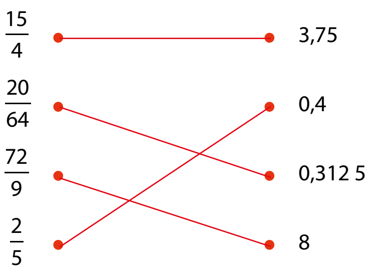
c. $\frac{45}{25} = 1{,}8$ **d.** $\frac{17}{20} = 0{,}85$

e. $\frac{36}{98} \approx 0{,}367$ **f.** $\frac{54}{36} = 1{,}5$

38 Le tableau est imprimable.

Numérateur	14	37	154	133
Dénominateur	36	4	28	42
Écriture fractionnaire	$\frac{14}{36}$	$\frac{37}{4}$	$\frac{154}{28}$	$\frac{133}{42}$
Écriture décimale (exacte ou approchée au dixième)	≈ 0,4	9,25	5,5	≈ 3,2

39



Cet exercice se fait sans calculatrice ; les élèves peuvent s'aider des ordres de grandeur.

40 La largeur d'une carte du haut est $\frac{11}{3}$ cm ; celle d'une carte du bas est $\frac{11}{2}$ cm (ou 5,5 cm). Leur hauteur est $\frac{7}{2}$ cm (ou 3,5 cm).

Repérer une fraction sur une demi-droite graduée

Questions flash

41 $A\left(\frac{1}{2}\right)$ $B\left(\frac{26}{10}\right)$ $C\left(\frac{12}{10}\right)$ $D\left(\frac{20}{10}\right)$

42 $\frac{20}{10}$

43 **1.** $A\left(\frac{18}{12}\right)$ $B\left(\frac{11}{12}\right)$ $C\left(\frac{2}{12}\right)$ $D\left(\frac{27}{12}\right)$

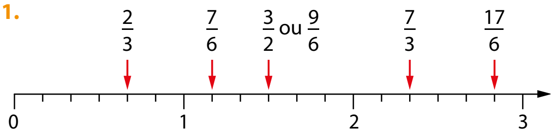
2. $\frac{9}{6}$ ou $\frac{6}{4}$ ou $\frac{3}{2}$

44 **1.** $\frac{10}{10} = 1$ $\frac{5}{5} = 1$ $\frac{2}{2} = 1$

2. $\frac{40}{10} = \frac{20}{5} = \frac{8}{2} = 4$

45 La demi-droite graduée est imprimable.

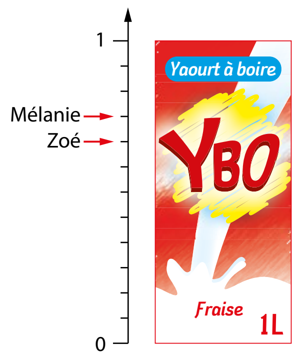
1.



2. $\frac{3}{2} = \frac{9}{6}$ **3.** $\frac{17}{6} > \frac{7}{3} > \frac{3}{2} = \frac{9}{6} > \frac{7}{6} > \frac{2}{3}$

On peut faire remarquer aux élèves que 6 étant un multiple de 2 et de 3, le choix de partager l'unité en 6 a permis de placer facilement toutes les fractions proposées.

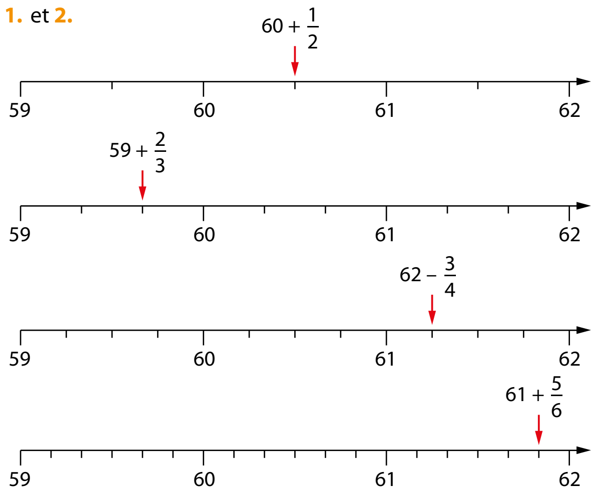
46 **1.**



2. C'est Mélanie qui a bu le plus de yaourt.

47 Les demi-droites graduées sont imprimables.

1. et **2.**



Encadrer une fraction

Questions flash

48 $\frac{13}{15}$ $\frac{31}{32}$ $\frac{9}{11}$

49 $6 < \frac{25}{4} < 7$ $2 < \frac{15}{7} < 3$ $7 < \frac{85}{11} < 8$ $0 < \frac{11}{16} < 1$

50 $\frac{19}{6}$ et $\frac{28}{9}$

Coup de pouce possible : Ne pas poser les divisions mais utiliser les ordres de grandeur.

51 $3 < \frac{36}{11} < 4$ $7 < \frac{64}{9} < 8$ $2 < \frac{158}{75} < 3$ $5 < \frac{45}{8} < 6$

Coup de pouce possible : Ne pas poser les divisions mais utiliser les ordres de grandeur.

52 $\frac{1\,284}{148} \approx 8{,}7$ donc $8 < \frac{1\,284}{148} < 9$

$\frac{3\,778}{75} \approx 50{,}4$ donc $50 < \frac{3\,778}{75} < 51$

$\frac{2\,587}{28} \approx 92{,}4$ donc $92 < \frac{2\,587}{28} < 93$

$\frac{13\,154}{16} \approx 822{,}1$ donc $822 < \frac{13\,154}{16} < 823$

Cet exercice permet de revenir sur la notion de valeur approchée.

53 $\frac{45}{8}$ • $\frac{34}{12}$ • $\frac{2}{5}$ • $\frac{15}{10}$ • $\frac{6}{5}$ • $\frac{11}{3}$ • $\frac{25}{2}$ • $\frac{35}{11}$ • $\frac{7}{8}$

Coup de pouce possible : Commencer par repérer les fractions inférieures à 1 (dont le numérateur est inférieur au dénominateur).

Faire le point

QCM

1 1. B 2. A **2** 3. B 4. B **3** 5. C 6. B **4** 7. C

Problèmes

54 **Journée de Diego**

Diego consacre 6 heures au collège, 6 heures à ses loisirs, 3 heures à ses repas et 9 heures à son sommeil.

55 **La tête et le corps**

À 2 ans : $\frac{1}{5}$ À 6 ans : $\frac{1}{6}$

À 12 ans : $\frac{1}{7}$ À 25 ans : $\frac{1}{8}$

56 **Chocolat**

Il reste neuf carrés de chocolat pour leur petite sœur.

Axel				frère	frère
Axel				frère	frère
Axel				frère	frère

57 **Disque dur**

$500 \div 4 = 125$ $125 \times 3 = 375$

Il peut encore enregistrer 375 Go sur son disque dur.

58 **Avec la calculatrice scientifique**

$22 + \frac{8}{12} = \frac{68}{3} \approx 22{,}67$ donc Manon a raison.

59 **Tangram**

On peut suggérer aux élèves de redécouper la figure 1 en seize triangles identiques.

La queue du chat représente $\frac{2}{16}$ du carré (ou $\frac{1}{8}$).

60 **Purée en poudre**

500 mL = 0,5 L = $\frac{1}{2}$ L donc pour mesurer 500 mL de lait, Fabien peut remplir le verre doseur deux fois jusqu'à $\frac{1}{4}$ L .

300 mL = 0,3 L = $\frac{3}{10}$ L donc pour mesurer 300 mL de lait, Fabien peut remplir le verre doseur trois fois jusqu'à $\frac{1}{10}$ L .

D'autres solutions sont possibles : il faudra faire remarquer aux élèves que certaines demandent plus de manipulations que d'autres.

61 **Sirop**

1.

eau
eau
eau
eau
eau
grenadine

Cet exercice doit plutôt être traité en classe : le professeur pourra ainsi insister sur la maitrise de la langue.

2. Le volume de sirop représente $\frac{1}{5}$ du volume d'eau.

3. Le volume d'eau représente $\frac{5}{6}$ du volume de la boisson.

4. Le volume de sirop représente $\frac{1}{6}$ du volume de la boisson.

62 **Collier de perles**

1. Le modèle n°3 comporte plus d'un quart de perles bleues et le modèle n°1 comporte plus de deux tiers de perles rouges. Seul le collier n°2 comporte un quart de perles bleues et deux tiers de perles rouges.
2. Par exemple :
6 perles bleues – 16 perles rouges – 2 perles blanches

Les propositions des élèves pourront être représentées au tableau de façon à les faire valider par les autres.

63 **Compost**

$40 \times 66\,627\,602 \times 3 = 7\,995\,312\,240$

La quantité totale de déchets organiques produits en France en 2016 était de 7 995 312 240 kg.

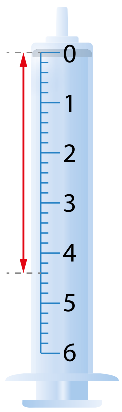
On peut demander aux élèves de convertir le résultat en tonnes.

64 **Médicaments**

Le schéma est imprimable.

1. La particularité ici est que la graduation est « inversée » par rapport aux exercices déjà traités. De plus, l'unité n'est pas partagée en 10 mais en 5 parts égales.

2. $4{,}4 = 4 + \frac{4}{10} = 4 + \frac{2}{5}$



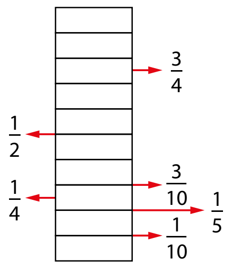
65 **Au Canada**

1. $\frac{1{,}40}{3}$ $\frac{2{,}80}{3}$

2. $7 < \frac{22}{3} < 8$ $8 < \frac{24{,}6}{3} < 9$ $36 < \frac{110}{3} < 37$

66 **Verre doseur**

1.



Si les élèves éprouvent des difficultés, on pourra leur demander de trouver un nombre de carreaux ou de centimètres facilement partageables en 2 ; 4 ; 5 ou 10 parts égales.

2. $\frac{1}{10}$ correspond à 0,1 L, soit 100 mL.

$\frac{3}{10}$ correspond à 0,3 L, soit 300 mL.

$\frac{1}{5}$ correspond à 0,2 L, soit 200 mL.

$\frac{1}{4}$ correspond à 0,25 L, soit 250 mL.

$\frac{3}{4}$ correspond à 0,75 L, soit 750 mL.

$\frac{1}{2}$ correspond à 0,5 L, soit 500 mL.

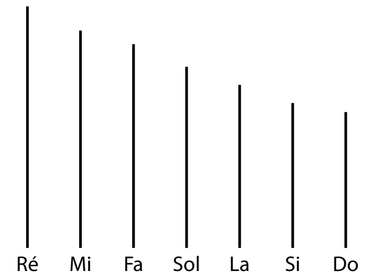
67 Monnaie romaine

1. $7 < \frac{90}{12} < 8$

2. 2 *as* = 1 *dupondius* 1 *as* = 0,5 *dupondius*
6 *as* = 3 *dupondius* 0,5 *as* = 0,25 *dupondius*
Donc 7,5 *as* = 6 *as* + 1 *as* + 0,5 *as*
= 3 *dupondius* + 0,5 *dupondius* + 0,25 *dupondius*
= 3,75 *dupondius*

68 Musique

2. $180 \div 9 = 20$ $20 \times 8 = 160$
La longueur de la corde Ré est de 160 mm.
$180 \div 5 = 36$ $36 \times 4 = 144$
La longueur de la corde Mi est de 144 mm.
$180 \div 4 = 45$ $45 \times 3 = 135$
La longueur de la corde Fa est de 135 mm.
$180 \div 3 = 60$ $60 \times 2 = 120$
La longueur de la corde Sol est de 120 mm.
$180 \div 5 = 36$ $36 \times 3 = 108$
La longueur de la corde La est de 108 mm.
$180 \div 15 = 12$ $12 \times 8 = 96$
La longueur de la corde Si est de 96 mm.
$180 \div 2 = 90$
La longueur de la corde Do est de 90 mm.
(Ci-dessous, les cordres sont représentées à l'échelle 1/5).



69 Pâte à tartiner

$56{,}8 \div 5 = 11{,}36$ Dans une portion de 20 g de pâte à tartiner, il y a 11,36 g de sucre.
$92{,}1 \div 8 = 11{,}512\,5$ g
Donc ce que Rémi vient de manger correspond bien à environ un huitième des RNJ en sucres pour un adulte par jour.
$31{,}6 \div 5 = 6{,}32$ Dans une portion de 20 g de pâte à tartiner, il y a 6,32 g de lipides
$66{,}7 \div 10 = 6{,}67$ g
Donc ce que Rémi vient de manger correspond bien à environ un dixième des RNJ en lipides pour un adulte par jour.
Rémi a donc raison.

70 Drapeaux

Cet exercice oblige l'élève à étudier toutes les propositions et à ne pas forcément répondre dans l'ordre des personnages : il faut donc leur laisser un peu de temps de recherche.

Personnage 1 : Allemagne **Personnage 2 :** Bulgarie
Personnage 3 : Colombie **Personnage 4 :** Autriche

71 Surface

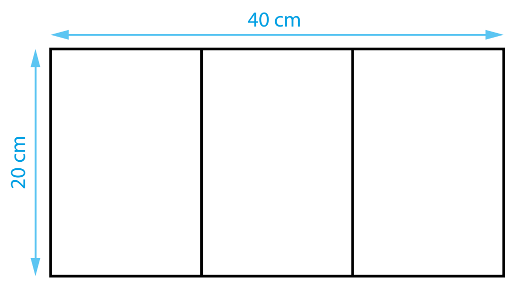
aire grisée = aire du carré – aire des deux triangles blancs
$= 36 - 24 = 12$ cm^2

$\frac{\text{aire grisée}}{\text{aire carré}} = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$

72 Affichage

1. 8 dm^2 = 800 cm^2 $800 \div 20 = 40$
Donc la largeur est 40 cm. La largeur exacte de chaque page est donc de $\frac{40}{3}$ cm.

2.



73 Recette américaine

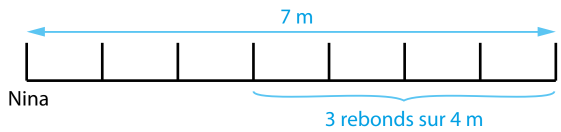
Cet exercice pourra être travaillé conjointement avec le professeur d'anglais.

Gâteau
226 g de beurre (2×113)
4 œufs
192 g de farine ($128 + 64$)
182 g de crème de guimauve ($28 \times 6 + 14$)
402 g de sucre (2×201)
250 mL de lait de coco
122 g de noix finement hachées
76 g de cacao ($152 \div 2$)

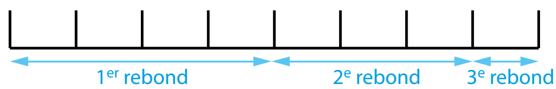
Glaçage
113 g de beurre
15 mL de vanille
448 g de sucre (16×28)
76 g de cacao
250 mL de lait

74 Les ricochets

La situation doit être schématisée. Les élèves peuvent faire des essais successifs pour partager les 4 mètres restants tel que l'indique la consigne.



Si on prend 2 m pour le premier rebond, le deuxième rebond mesure 1,5 m de long car $2 \div 4 = 0{,}5$ et $0{,}5 \times 3 = 1{,}5$.
Le troisième rebond mesure alors le tiers de 1,5 m soit 0,5 m.
Or $2 + 1{,}5 + 0{,}5 = 4$ m. Donc la longueur du 1er rebond est 2 m, celle du deuxième est 1,5 m, et celle du troisième est 0,5 m.
Les élèves penseront peut-être à utiliser un schéma avec des fractions : on partage le 1er rebond en quatre parties égales ; le 2^{e} rebond correspond aux trois quarts du 1er, et le 3^{e} correspond au tiers du 2^{e} rebond. L'ensemble correspond à 4 m.



$4 \div 8 = 0{,}5$ Chaque intervalle mesure 0,5 m.
La longueur du 1er rebond est donc de 2 m car $0{,}5 \times 4 = 2$.
La longueur du 2^{e} rebond est donc de 1,5 m car $0{,}5 \times 3 = 1{,}5$.
La longueur du 3^{e} rebond est donc de 0,5 m.

Travailler autrement

75 Analyse de document

Questions ceinture jaune

1. En 1896. **2.** $\frac{12}{1\,000}$

3. $450\,000 \div 9 = 50\,000$ €

Questions ceinture verte

1. $2017 - 1896 = 121$ ans **2.** Trente milliards d'euros
3. $500 \div 1\,000 = 0{,}5$ $0{,}5 \times 12 = 6$ g d'or

Questions ceinture noire

On peut suggérer aux élèves d'écrire toutes les années et de barrer celles qui correspondent aux deux guerres mondiales.

1. 1896 – 1900 – 1904 – 1908 – 1912 – ~~1916~~ – 1920 – 1924 – 1928 – 1932 – 1936 – ~~1940~~ – ~~1944~~ – 1948 – 1952 – 1956 –1960 – 1964 – 1968 – 1972 – 1976 – 1980 – 1984 – 1988 – 1992 – 1996 – 2000 – 2004 – 2008 – 2012 – 2016
Donc 28 éditions depuis la 1re édition.

2. $10\,000\,000\,000 \div 5 = 2\,000\,000\,000$
$2\,000\,000\,000 \times 2 = 4\,000\,000\,000$
Le montant de l'argent public était de 4 milliards d'euros.

3. Les dix milliards correspondent aux $\frac{5}{6}$ du budget de Londres donc deux milliards correspondent à un sixième donc les Jeux olympiques de Londres ont couté douze milliards d'euros.

76 Représentation d'une situation

Questions ceinture jaune

5 cm ; 2,5 cm

Espace de travail	Espace informatique
Espace de travail	Espace informatique
Espace de travail	Espace lecture
Espace de travail	

Questions ceinture verte

5 cm ; 2,5 cm

Espace de travail	Espace de travail	Espace de travail
Espace de travail	Espace de travail	Espace de travail
Espace informatique	Espace informatique	Espace informatique
Espace lecture	Espace lecture	

Questions ceinture noire

2,5 cm ; 1 cm

Travail	Travail	informatique	Lecture	Lecture	Lecture
Travail	Travail	informatique	Lecture	Lecture	Lecture
Travail	Travail	informatique	Lecture	Lecture	Lecture
Travail	Travail	informatique	Lecture	Lecture	Lecture
Travail	Travail	informatique	Lecture	Lecture	
Travail		informatique	Lecture	Lecture	
Travail		informatique	Lecture	Lecture	
Travail		informatique	Lecture	Lecture	
Travail		informatique	Lecture	Lecture	
Travail		informatique	Lecture	Lecture	

77 Analyse de production

Questions ceinture jaune

Barnabé s'est trompé : il a pris les $\frac{5}{2}$ au lieu de prendre les $\frac{2}{5}$.

Elsa s'est trompée car elle a enlevé deux fois 5.

La réponse exacte est : $50 \div 5 = 10$ $\quad 10 \times 2 = 20$

Donc le skateboard coute 20 €.

Questions ceinture verte

Hugo a raison : Ophélie consacre les deux cinquièmes de la somme à l'achat de son skateboard ; il lui reste donc les trois cinquièmes.

C'est l'occasion de montrer aux élèves une autre façon d'aborder ce type de problème en calculant directement la fraction restante.

Emma a calculé le prix du skateboard correctement (20 €) mais elle a oublié de les soustraire aux 50 €.

Questions ceinture noire

La proposition de Joris fera peut-être réagir les élèves (« On ne comprend rien à ce qu'il fait ! »). Le professeur pourra ainsi insister sur la nécessité d'étapes intermédiaires rédigées.

Joris calcule correctement le prix du skateboard ; il prend ensuite les $\frac{5}{6}$ de la somme de départ (50 €) au lieu de prendre les $\frac{5}{6}$ de la somme restante (30 €).

La proposition d'Achille est correcte.

78 Écriture d'énoncé

Questions ceinture jaune

Alex est parti faire une randonnée de 15 km en forêt. Elle a déjà parcouru les $\frac{3}{4}$ du trajet.

- Combien lui reste-t-il de kilomètres à parcourir ?

Questions ceinture verte

Quatre amis sont partis passer une journée au bord de la mer. Ils sont arrivés à 11h et sont repartis à 17h. Ils ont consacré les $\frac{5}{12}$ du temps à faire une balade en bateau.

- Combien d'heures sont-ils restés sur le bateau ?

Questions ceinture noire

Juliette a un petit chat qui s'appelle Chaussette. Le matin, elle lui donne à boire un bol de 15 cL de lait. Il en boit les $\frac{2}{5}$ dès son réveil, puis $\frac{1}{3}$ de ce qu'il reste le midi.

- Combien de centilitres de lait lui reste-t-il pour le soir ?

Outils numériques et algorithmique

79 Des scores

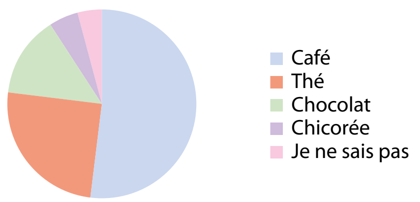
2. Dans la cellule B3, on entre la formule =B1/B2 , puis on choisit le format Pourcentage pour ces cellules.

3. Le meilleur score d'Amir est donc le 4[e] $\left(\frac{105}{111}\right)$.

Numérateur	15	35	23	105	78
Dénominateur	19	57	32	111	83
Quotient sous la forme d'un pourcentage	79 %	61 %	72 %	95 %	94 %

80 Petit déjeuner

1.

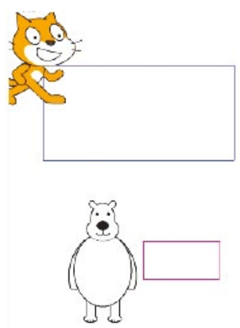


2. On doit entrer la formule =Somme(A2:E2) et le résultat doit être égal à 1.

81 Dessiner

2. On obtient un rectangle de longueur 200 pixels et de largeur 100 pixels.

3.



CHAPITRE 6

Représentation et traitement de données

Introduction

Ce chapitre s'inscrit dans le thème « Nombres et calculs ».

Connaissances et compétences associées :

- Lire, prélever et exploiter des données à partir de supports variés ;
- Produire des tableaux, diagrammes et graphiques organisant des données numériques, communiquer des résultats de mesures à partir de représentations usuelles :
  – tableaux (en deux ou plusieurs colonnes, à double entrée) ;
  – diagrammes en bâtons, circulaires ou semi-circulaires ;
  – graphiques cartésiens.

Commentaires : Concernant les supports envisagés pour la prise d'informations, la collecte des informations utiles se fait à partir d'un support unique en CM1 (texte ou tableau ou représentation graphique) puis à partir de deux supports complémentaires pour aller vers des tâches complexes mêlant plusieurs supports en 6^{e}. Dans ce chapitre, les données issues d'autres enseignements (sciences et technologie, histoire et géographie, éducation physique et sportive…) ont été privilégiées.

Prérequis :

– Notions simples de proportionnalité (compléter un tableau de proportionnalité par linéarité, etc.) ;
– Construction d'un angle de mesure donnée.

Jeux

A = 5 de trèfle
D = 3 de carreau
B = 5 de carreau
E = 9 de cœur
C = 3 de cœur
F = 9 de carreau

Activités

Questions flash

1. Le nombre 7 représente le nombre d'élèves qui n'ont qu'un seul animal domestique.
2. Seize élèves n'ont pas d'animal domestique.
3. Quatre élèves ont deux animaux domestiques.
4. Un seul élève possède exactement trois animaux domestiques.

Une histoire de transports en France — Activité 1

Intentions des auteurs

Objectifs : Réactiver et approfondir la capacité « prélever des données numériques à partir de supports variés » et nommer chaque type de représentation.
Capacité introduite : Lire et exploiter un tableau, un diagramme et un graphique.
Au préalable, un rappel sur le vocabulaire « trafic ferroviaire », « transports urbains », etc., peut être nécessaire.
Cette activité nécessite un travail de recherche individuelle : on veillera à laisser le temps nécessaire aux élèves pour qu'ils puissent rechercher les informations.

1. D'après le tableau à double entrée du doc. 4, il y avait 1 505 lignes de bus en Ile-de-France en 2013.
2. D'après le graphique cartésien du doc. 1, le nombre moyen de voyageurs par train a nettement diminué en 2008.
3. Aucun document ne permet de répondre à cette question.
4. D'après le diagramme circulaire du doc. 3, le transport ferroviaire représentait 11,3 % de l'ensemble des transports en 2015.
5. Aucun document ne permet de répondre à cette question.
6. D'après le diagramme circulaire du doc. 2, lors des années 2005, 2010 et 2014, le nombre d'accidents aériens est toujours resté inférieur au nombre d'accidents ferroviaires.

Qui est le plus rapide ? — Activité 2

Intentions des auteurs

Objectifs : Extraire les informations utiles à partir d'un article de presse, les organiser dans un tableau puis produire un diagramme en barres.
Capacité introduite : Produire un tableau, un diagramme et un graphique.
Pour compléter le diagramme en barres, les élèves seront amenés à expliciter que les hauteurs des barres sont proportionnelles aux vitesses représentées et donc que la graduation sur l'axe des ordonnées doit être « précise et régulière ».
Les élèves peuvent rencontrer des difficultés pour arrondir les nombres à l'unité et surtout pour construire puis utiliser la graduation de l'axe des ordonnées du diagramme en barres (sur le manuel, la graduation secondaire est « de 4 en 4 »).

Le tableau de la question 1. et le graphique incomplet de la question 2. sont imprimables.

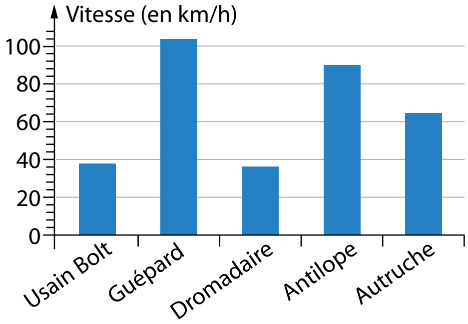
Coups de pouce possibles :

- Écrire tous les nombres de la graduation secondaire entre 0 et 20 (0-4-8-12-16-20).
- Donner une méthodologie pour extraire les informations utiles à partir d'un texte.

1.

Animaux	Vitesse (en km/h)
Guépard	104
Dromadaire	36,7
Antilope pronghorn	89
Autruche d'Afrique du Nord	64

2.



Images du monde — Activité 3

Intentions des auteurs

Objectifs : Extraire, trier les informations utiles à partir de photographies légendées, produire un tableau à double entrée puis un diagramme circulaire.
Prérequis :
- Compléter un tableau de proportionnalité simple ;
- Construire des angles de mesure donnée.

Capacité introduite : Produire un tableau, un diagramme et un graphique.

Les deux tableaux sont imprimables.

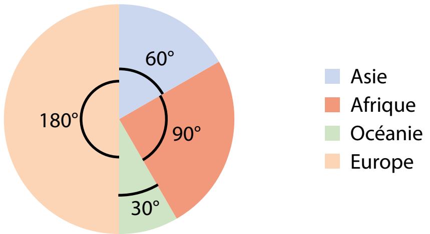
Coups de pouce possibles :
- **Proportionnalité :** ajout d'opérateurs (÷ 2 ; × 6 ; × 3…) permettant de passer d'une colonne à l'autre du tableau de la deuxième question, en partant de la colonne « TOTAL ».
- **Angles :** rappel sur la construction à l'aide du rapporteur d'un angle adjacent de mesure donnée. La projection d'une vidéo peut être envisagée.

1.

	Afrique	Europe	Asie	Océanie
Nombre de personnages célèbres	1	2	1	0
Nombre de monuments célèbres	2	4	1	1

2.

	Asie	Afrique	Océanie	Europe	TOTAL
Nombre de documents	2	3	1	6	**12**
Mesure de l'angle	60	90	30	180°	**360°**



Savoir-faire

2 **1.** Le nombre 28 représente le nombre total d'élèves en 6^{e} B.
2. 11 élèves **3.** 54 élèves

4 **1.** 150 pommes d'un diamètre de 14 cm ont été récoltées.
2. 1 000 pommes ont un diamètre inférieur ou égal à 12 cm.
3. Oui, car l'angle représentant cette catégorie de pommes a une mesure supérieure à 90°.

7 **1.**

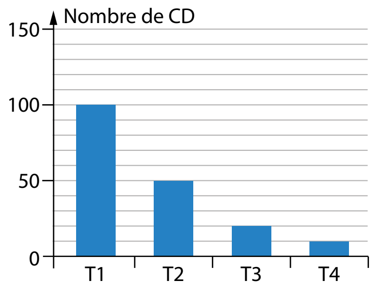
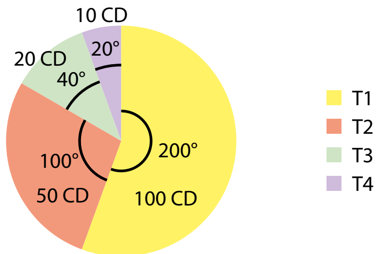


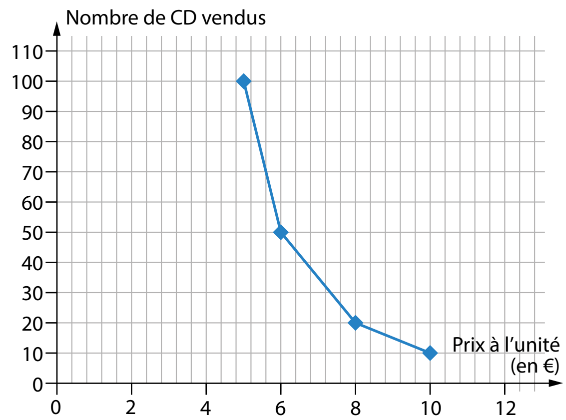
Tableau de proportionnalité pour calculer la mesure de chaque angle du diagramme circulaire :

	T1	T2	T3	T4	Total
Nombre de CD vendus	100	50	20	10	**180**
Mesure de l'angle	200°	100°	40°	20°	**360°**

Nombre de CD vendus



2.



Exercices

Lire et exploiter un tableau, un diagramme et un graphique

Questions flash

8 1. L'espérance de vie d'un macaque est de 25 ans, celle d'un cochon est de 15 ans, et celle d'un cheval est de 25 ans.
2. Oui, il a raison car l'espérance de vie d'un renne est de 15 ans, ce qui est inférieur à 20 ans pour le cerf.

9 1. L'âge du bébé en mois.
2. La masse du bébé en kg.
3. a. À la naissance, le bébé pesait 3,5 kg.
b. 6 kg à l'âge de deux mois.
c. 7,5 kg à l'âge de 5 mois.
4. Il pesait 5 kg à l'âge de 1 mois.

10 Le tableau est imprimable.

Régions du monde	Asie	Afrique	Amérique	Europe	Océanie
Population (en millions d'habitants)	4 436	1 216	1 081	731	40

11 1. 9h25 2. 4730 3. 07h47
4. 11h37 5. Il ne part pas de Bordeaux mais de Dax.

Les élèves ne sont pas habitués à lire ces fiches horaires ; il peut être nécessaire de leur expliquer la signification des traits verticaux (pas d'arrêt dans les gares).

12 1. Le journal le plus vendu a été Ouest-France.
Le journal le moins vendu a été Le progrès.
2. Le leader Ouest-France vend plus du double de journaux que le Figaro (2^{e} au classement du plus grand nombre de journaux vendus).

13 1. Certaines cases sont vides et coloriées en bleu car la distance d'une ville à elle-même est 0, ce qui n'a pas d'intérêt.
2. 582 km
3. Les deux villes les plus éloignées sont Santiago de Cuba et Pinard el Rio. Elles sont distantes de 1 109 km.
4. Camargüey et Cienfuegos sont distantes de 337 km.
5. La distance entre La Havane et Holguin est 748 km.

14 Cet exercice peut amener un échange avec les élèves et même un sondage dans la classe.

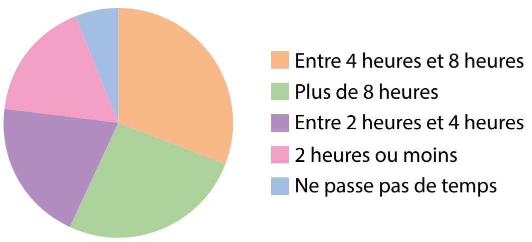
Nombre d'adolescents qui ne passent pas de temps devant leurs écrans :

$$2\,600 - (442 + 550 + 806 + 676) = 126$$

Voici, ci-dessous, le classement dans l'ordre croissant des nombres d'adolescents américains des différentes catégories et celui des angles selon leur mesure :

126 (pas devant l'écran)	<	442 (0-2 h)	<	520 (2-4 h)	<	676 (+ de 8 h)	<	806 (4-8 h)
bleu	<	rose	<	violet	<	vert	<	orange

On en déduit :



Produire un tableau, un diagramme et un graphique

Questions flash

15 1. **Allemand :** 120° **Italien :** 60° **Espagnol :** 180°
2. Hauteur de la barre pour l'italien = 2 cm
Hauteur de la barre pour l'espagnol = 6 cm

16

Sport pratiqué	Danse	Foot	Judo	Rugby	Basket	Natation	Tennis	Badminton
Nombre d'élèves	4	4	5	4	1	2	2	1

17 Le tableau est imprimable.

Couleur \ Fleurs	Jacinthes	Tulipes	**Total**
Blanche	60	40	100
Rose	30	80	110
Jaune	30	60	90
Total	120	180	300

18

	Internet	Smartphone	Téléphone mobile
2005	40 %	0 %	70 %
2010	71 %	0 %	83 %
2015	83 %	58 %	92 %

On pourra demander aux élèves d'expliquer les 0 du tableau et de réagir sur ce graphique (courbes croissantes sauf pour les ordinateurs dont le nombre décroit depuis l'arrivée des tablettes, l'explosion des achats de smartphones et de tablettes…).

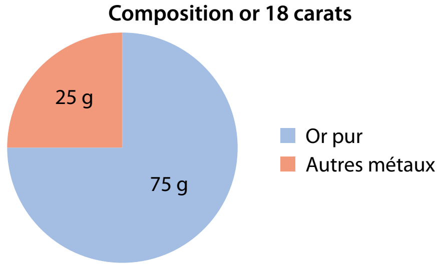
19

Couleur \ Forme	Ronde	Étoilée	Cubique
Bleue	2	1	2
Rouge	1	3	1
Dorée	3	2	1

20 Tableau de proportionnalité :

	Or pur	Métaux	Total
Masse des composants (en g)	75	25	100
Mesure de l'angle	270°	90°	360°

Composition or 18 carats



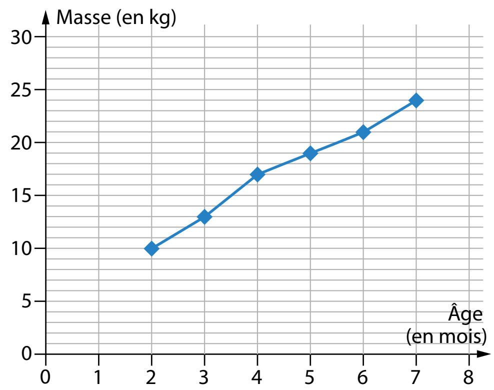
21

÷ 3

	Saison sèche	Saison humide	Total
Durée (en mois)	8	4	12
Mesure de l'angle (en degrés)	240	120	360

÷ 3

22 Le graphique vierge est imprimable.



Faire le point

QCM

1 1. A   **2** 2. C   3. B

Problèmes

23 Rangement

Type \ Couleur	Bleu	Marron	Rouge	Noir
Chemise	2	0	0	2
Pantalon	3	0	0	2
Paires de chaussettes	0	3	2	2

24 École maternelle

1. et 2.

	Livres	Cubes	Gommettes	Ballons	Total
Petite section	10	55	147	10	222
Moyenne section	32	0	55	15	102
Grande section	72	40	37	8	157
Total	114	95	239	33	481

On peut demander aux élèves de rajouter une colonne avec les totaux par section. Cela peut leur permettre de vérifier que le total des lignes est le même que celui des colonnes et de s'assurer ainsi qu'il n'y a pas d'erreurs de calcul.

25 Activités sportives

1.

	Lun.	Mar.	Mer.	Jeu.	Ven.	Sam.
Adultes	Judo Gym.	Judo Escrime Gym. Danse		Gym.	Judo Aïkido Danse	Escrime
Enfants	Escrime Gym.	Judo	Judo Escrime Danse	Judo	Judo	Aïkido

2. Il n'y a qu'une seule possibilité : Marie doit choisir le lundi, elle fera du judo et ses deux enfants feront l'un de l'escrime, l'autre de la gymnastique.

26 Jeux olympiques

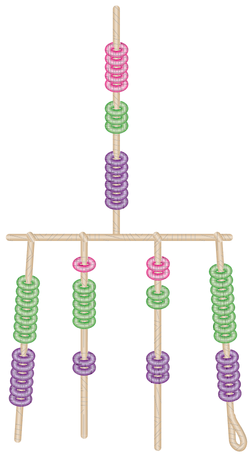
Le tableau est imprimable.

Rang	Pays	Or	Argent	Bronze	Total
1	États-Unis	46	37	38	121
2	Grande-Bretagne	27	23	17	67
3	Chine	26	18	26	70
4	Russie	19	18	19	56
5	Allemagne	17	10	15	42
6	Japon	12	8	21	41
7	France	10	18	14	42

27 Quipu

1. On déduit de l'observation du quipu de gauche que chaque anneau rose représente une centaine, chaque anneau vert représente une dizaine, et chaque anneau violet représente une unité. Donc, sur le quipu de droite, on peut lire :
$6 + 7 \times 10 + 2 + 5 \times 10 + 100 + 3 + 2 \times 10 + 200 + 5 + 8 \times 10$
$= 6 + 70 + 2 + 50 + 100 + 3 + 20 + 200 + 5 + 80$
$= 536$

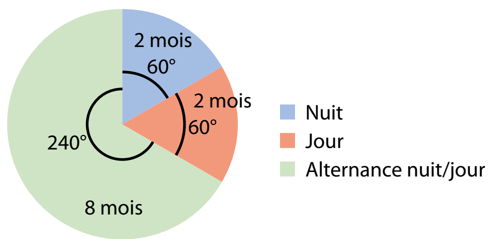
2.



28 Jusqu'au bout de la nuit

1.

	Jour	Nuit	Alternance	Total
Nombre de mois	2	2	8	12
Mesure de l'angle	60°	60°	240°	360°



2. C'est dû à la position inclinée de l'axe de la Terre lorsque celle-ci tourne autour du Soleil.

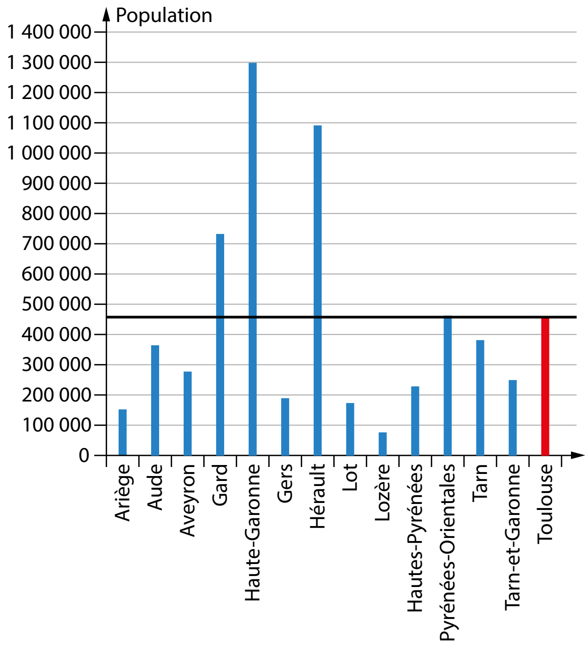
29 Répartition des richesses dans le monde

1. Amérique du Nord (5,2 % de la population mondiale et 27 % des richesses mondiales)
2. Afrique (12,6 % de la population mondiale mais seulement 2 % des richesses mondiales)
3. Les richesses sont inégalement réparties selon les régions du monde.

30 L'Occitanie

1. Ariège : 09
Aveyron : 12
Haute-Garonne : 31
Hérault : 34
Lozère : 48
Pyrénées-Orientales : 66
Tarn-et-Garonne : 82
Aude : 11
Gard : 30
Gers : 32
Lot : 46
Hautes-Pyrénées : 65
Tarn : 81

2.



3. Le département qui a la population la plus importante est la Haute-Garonne et le département le moins peuplé est la Lozère.

4. Les départements ayant moins d'habitants que la ville de Toulouse qui figurent sur le **doc. 2** sont : Ariège, Aude, Aveyron, Gers, Lot, Lozère, Haute-Pyrénées, Tarn.

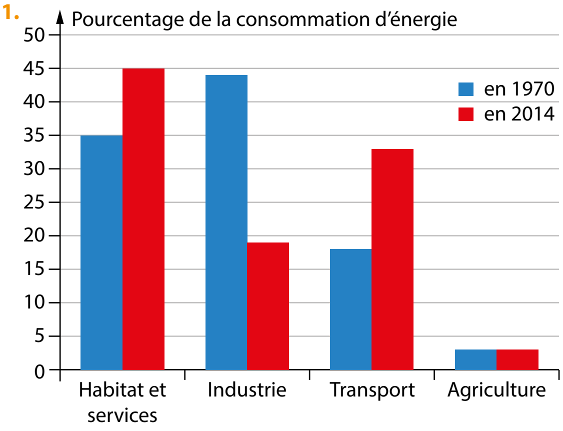
On pourra faire remarquer que le département du Tarn-et-Garonne ne figure pas sur le **doc. 2** mais que sa population est aussi inférieure à celle de la ville de Toulouse.

31 Population mondiale par continent

Asie : 6 × 740 000 000 = 4 440 000 000 soit 4,44 milliards
Afrique : 1,22 milliard **Europe :** 740 millions
Océanie : 40 millions **Antarctique :** 0
Amérique : 7 430 000 000 – (4 440 000 000 + 1 220 000 000 + 740 000 000 + 40 000 000) = 990 000 000 soit 990 millions

32 Consommation d'énergie

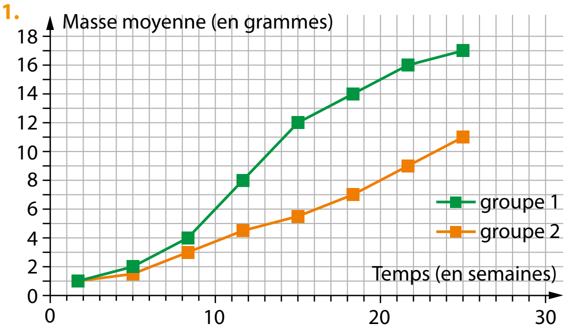
1.



2. Les grandes lignes de l'évolution de la consommation d'énergie en France entre 1970 et 2014 par secteur sont :
– la forte hausse de la part « Habitat et services » et de celle du transport au détriment de la part de l'industrie ;
– la stabilité de la part du secteur agricole.
Ceci s'explique par le fort développement du secteur tertiaire (Habitat et services) et par le déclin du secteur industriel entre 1970 et 2014 dans notre pays. De plus, la mondialisation de l'économie a induit une forte croissance du secteur des transports.

33 Croissance des escargots

1.



2. L'ajout de calcium dans l'alimentation des escargots permet d'accélérer leur croissance et d'obtenir des escargots plus gros.

34 Le calendrier du riz au Vietnam

Calendrier du riz au Vietnam (Hanoï)

	Janvier	Février	Mars	Avril	Mai	Juin	Juillet	Aout	Septembre	Octobre	Novembre	Décembre
Climat	21 °C	22 °C	24 °C	29 °C	33 °C	34 °C	34 °C	33 °C	32 °C	30 °C	27 °C	23°C
Activité	Préparation des rizières	Entretien des rizières	Entretien des rizières	Récolte		Préparation des rizières	Entretien des rizières	Entretien des rizières	Récolte	Culture de légumes	Culture de légumes	Culture de légumes

Coup de pouce possible : Un exemple de calendrier comme ci-dessous peut être présenté aux élèves. Une version imprimable est disponible dans le manuel numérique et sur le site de Hachette Éducation.

Cap Vert Tourisme	Doux jusqu'à 25 °C	Chaud 25 °C et plus	Saison des pluies

	JAN	FÉV	MAR	AVR	MAI	JUIN	JUIL	AOUT	SEPT	OCT	NOV	DÉC
Climat												
Mer	23 °C	22 °C	21 °C	22 °C	23 °C	25 °C	25 °C	25 °C	26 °C	27 °C	26 °C	24 °C
Plages												
Kitesurf/ planche à voile												
Notre avis												

35 **Art et géométrie**

D'après le diagramme en barres, le dessin doit comporter trois triangles, quatre rectangles, quatre cercles et un losange (non carré), soit au total douze formes géométriques.

À l'aide du diagramme circulaire, on peut compléter le tableau de proportionnalité suivant :

	Jaune	Bleu	Rouge	Gris	**Total**
Mesure (en degrés)	60	60	120	120	360
Nombre de figures	2	2	4	4	12

On en conclut que le dessin doit comporter deux figures jaunes, deux figures bleues, quatre figures rouges et quatre figures grises.

Coup de pouce possible : On peut proposer à certains élèves le tableau de proportionnalité ci-dessus et leur demander de compléter les cases vertes (des opérateurs entre les colonnes du tableau peuvent être ajoutés).

On peut envisager de traiter ce problème avec le professeur d'arts plastiques.

Travailler autrement

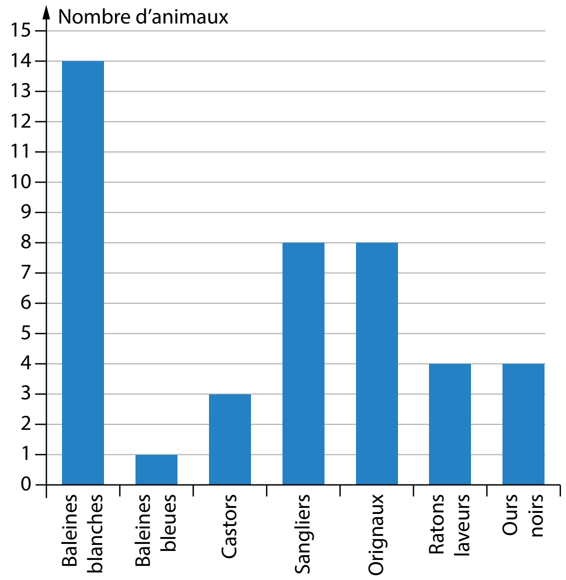
36 **Analyse de documents**

Questions ceinture jaune

Le tableau est imprimable.

Espèces	Nombre d'animaux observés
Baleines blanches	14
Baleines bleues	1
Castors	3
Sangliers	8
Orignaux	8
Ratons laveurs	4
Ours noirs	4

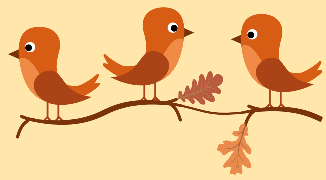
Questions ceinture verte



Questions ceinture noire

Espèces	Nombre d'animaux adultes	Nombre de jeunes	Total
Baleines blanches	10	4	14
Baleines bleues	1	0	1
Castors	3	0	3
Sangliers	3	5	8
Orignaux	5	3	8
Ratons laveurs	4	0	4
Ours noirs	1	3	4

Coup de pouce possible (maitrise de la langue) :
Des phrases illustrant « dont » ou « chacun » peuvent être proposées. Par exemple :
- « Il y a 23 élèves dans la classe **dont** 13 filles. »
- « Ces oiseaux ont **chacun** deux pattes. »



Au total, on peut donc voir … pattes.

Coup de pouce possible (méthodologie) : Au brouillon, on pourra proposer aux élèves de mettre un (ou plusieurs) bâtonnet(s) dans chaque case du tableau à chaque fois qu'ils rencontrent la donnée correspondante dans le texte. Pour les ceintures noires, les bâtonnets pourront être d'une couleur différente selon qu'il s'agit d'adultes ou de jeunes.

37 **Lecture de document**

Questions ceinture jaune

1. Le coefficient de marée était de 65 le jeudi 6 octobre 2016.
2. Le jeudi 6 octobre 2016, la marée était basse à 14h59.
3. La marée était haute à 20h44 le mercredi 5 octobre 2016.

Questions ceinture verte

1. Le coefficient de marée était de 60 le jeudi 6 octobre 2016.
2. Le mardi 4 octobre, la marée était haute à 08h01 et à 20h15.
3. Le mercredi 5 octobre, la marée était basse à 14h31, et les coefficients de marée étaient de 75 le matin et 70 le soir.

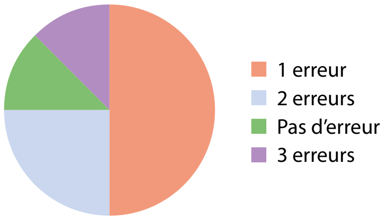
Questions ceinture noire

1. Le coefficient était de 90 le samedi 1^{er} octobre et le dimanche 2 octobre au matin.
2. Anouk a raison, car du 1^{er} octobre au 8 octobre, aussi bien le matin que le soir, les coefficients sont bien en diminution :
   $90 \geqslant 90 > 87 > 82 > 75 > 65 > 55 > 44$
   et $90 > 89 > 85 > 78 > 70 > 60 > 49 > 39$
3. Coline n'est pas allée à la pêche de nuit, elle y est donc allée le dimanche 2 octobre à 13h07.
   La marée basse suivante était le lundi matin à 01h24, soit 12 heures et 17 minutes plus tard.

38 Écriture d'énoncé

Questions ceinture jaune

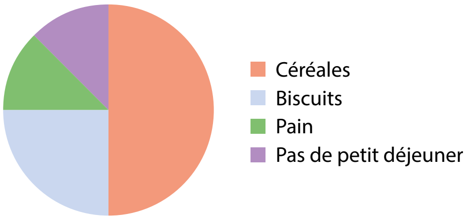
Le diagramme circulaire ci-dessous représente la répartition des 24 élèves d'une classe de Sixième selon le nombre d'erreurs que chacun a commis lors d'un QCM.



- Quel est le nombre d'élèves n'ayant pas fait d'erreur ? ayant fait une erreur ? deux erreurs ? trois erreurs ?

Questions ceinture verte

Une enquête concernant l'aliment principal consommé au petit déjeuner a été menée auprès des 480 élèves d'un collège.

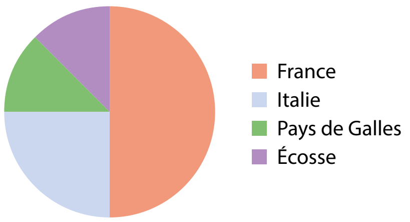


La moitié des élèves ayant consommé principalement des céréales déclare avoir mangé des céréales au chocolat.

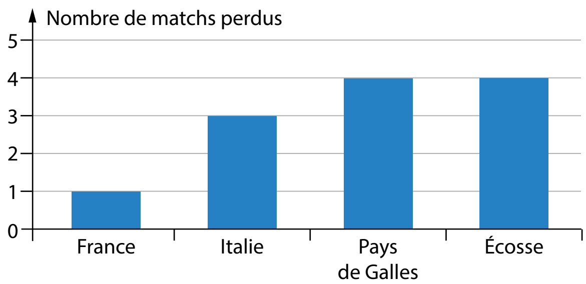
- Déterminer le nombre d'élèves n'ayant pas pris de petit déjeuner et le nombre d'élèves ayant consommé principalement des céréales au chocolat.

Questions ceinture noire

Lors du tournoi des six nations en 2007, la France, l'Italie, le Pays de Galles et l'Écosse ont obtenu un total de 16 points. Le diagramme circulaire ci-dessous illustre la répartition de ces points selon la nation.



Chaque équipe a joué cinq matchs, et il n'y a pas eu de match nul.
Le diagramme en barres ci-dessous représente le nombre de matchs perdus selon le pays considéré.

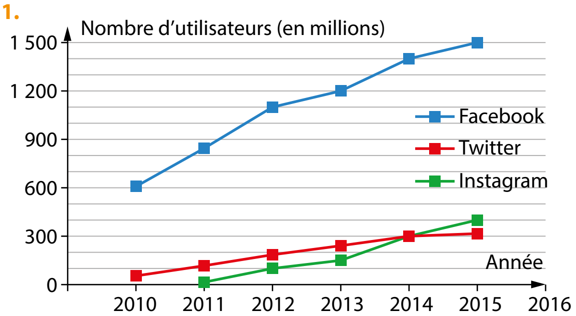


- Déterminer le nombre de points obtenus par chacun de ces quatre pays, ainsi que le nombre de matchs gagnés.

Outils numériques et algorithmique

39 Réseaux sociaux

1.



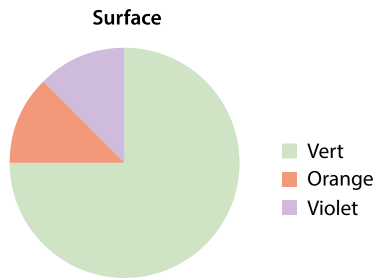
2. Le nombre d'utilisateurs de Facebook est en hausse depuis 2010. Il est nettement supérieur à celui des deux autres réseaux sociaux et atteint 1,6 milliard d'utilisateurs dans le monde en 2016.
Le nombre d'utilisateurs de Twitter est en hausse depuis 2010 mais semble se stabiliser autour de trois cents millions depuis 2014.
Instagram n'est apparu qu'en 2011. Son nombre d'utilisateurs a dépassé celui de Twitter en 2015.

40 Les initiales

1. Aire de la surface verte : $7 \times 2 + 4 \times 2 + 7 \times 2 = 36$ cm^2
Aire de la surface orange : $((2 \times 2) \div 2) \times 3 = 6$ cm^2
L'aire de la surface violette est aussi égale à 6 cm^2.

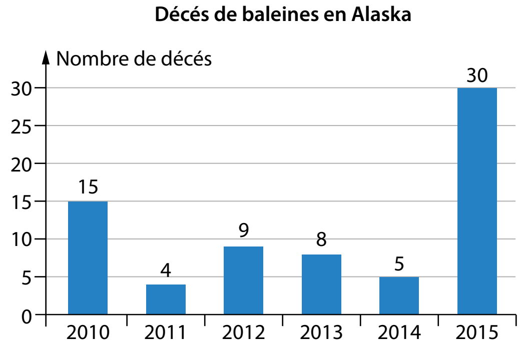
	A	B	C	D
1	Couleur	vert	violet	orange
2	Surface (en cm²)	36	6	6

2.



3. Les trois quarts de la surface des initiales doivent être recouverts d'un vernis vert, un huitième par un vernis orange et également un huitième par un vernis violet.

41 Décès de baleines en Alaska



CHAPITRE 7

Proportionnalité

Introduction

Ce chapitre regroupe tous les attendus sur la proportionnalité. Il est cependant tout à fait possible, et même souhaitable, de ne pas le traiter en bloc mais de travailler la proportionnalité tout au long de l'année de 6e, dans le cadre de chacun des trois domaines « Nombres et calculs », « Grandeurs et mesures » et « Espace et géométrie ». Il est en effet essentiel, pour un apprentissage durable de ces notions, qu'elles soient réinvesties le plus régulièrement possible.
Il est également important de ne pas les aborder sous un angle essentiellement technique : au-delà des techniques de calcul, les élèves doivent donner du sens aux situations rencontrées, ainsi qu'aux calculs qu'ils effectuent. L'objectif n'est donc pas une simple application de techniques ou de méthodes, mais de développer une certaine intelligence des calculs.
Enfin, les élèves doivent comprendre que la proportionnalité est un modèle adapté à certaines situations et pas à d'autres. Il est donc essentiel qu'ils apprennent à distinguer les situations pour lesquelles ce modèle est applicable des situations pour lesquelles il ne l'est pas. On travaille donc ici la compétence « modéliser », et notamment la reconnaissance de la validité ou de l'invalidité d'un modèle.
Dès le début du cycle 3, les élèves ont eu recours aux propriétés de linéarité (additive et multiplicative), d'abord dans des problèmes mettant en jeu des nombres entiers, dans des situations de la vie courante, puis petit à petit les propriétés ont été explicitées. Il est utile de reprendre ce chemin, même si c'est de façon plus rapide.
On redécouvre d'abord les propriétés de linéarité de façon non formelle à l'aide d'exemples (« si j'ai deux fois, trois fois… plus d'invités, il me faudra deux fois, trois fois… plus d'ingrédients » ; « si six stylos coutent 10 euros et trois stylos coutent 5 euros, alors neuf stylos coutent 15 euros »). Puis on les formalise à l'aide de schémas puis de tableaux. On parle de relation entre deux grandeurs et on prend soin de distinguer les grandeurs de leurs unités. Tout au long de l'année, on réinvestit ces propriétés de linéarité chaque fois que c'est possible, pour maintenir du sens.
Ensuite, les procédures du type passage par l'unité ou calcul du coefficient de proportionnalité sont mobilisées sur des problèmes le nécessitant. La difficulté des problèmes posés pourra être de différentes natures :
- les nombres (entiers ou décimaux) choisis dans l'énoncé ou intervenant dans les calculs ;
- le contexte du problème (issu de la vie courante ou non) ;
- la présentation du problème (texte plus ou moins long, représentation par des schémas, tableaux, etc.).

Les situations impliquant des échelles sont également étudiées, tant dans le thème « Grandeurs et mesures » que « Espace et géométrie ».
Enfin, le sens de l'expression « … % de » est revu et largement travaillé sur des exemples simples. Il s'agit d'abord de savoir l'utiliser dans des cas simples (50 %, 25 %, 75 %, 10 %) où aucune technique n'est nécessaire. Puis on fait le lien avec les fractions d'une quantité, notamment « moitié, quart, dixième, centième, trois quarts ». Enfin, l'application d'un taux de pourcentage comme coefficient de proportionnalité est un attendu de fin de 6e.

Jeux

La retouche 2 est une réduction de l'œuvre originale car l'image n'est pas déformée.

Activités

Questions flash

1. Quatre casquettes : 84 € (2×42 €)
   Trois casquettes : 63 € (42 € + 21 €)
2. a. 50 L d'essence coutent 60 € (24 € + 36 €).
   b. 10 L d'essence coutent 12 € (la moitié de 24 €).
   c. 1 L d'essence coute 1,20 € (le dixième de 12 €).
3. a. 20 billes pèsent 70 g (le double de 35 g).
   b. 50 billes pèsent 175 g (5×135 g = 175 g).
   c. 1 bille pèse 3,5 g (un dixième de 35 g).
4. Yann : 1 h 20 min à 11 € et 2 h 10 min à 16 €.
   Yann a payé 27 €.
   Julie : 3 h 30 min à 21 €.
   Yann a payé plus que Julie.
5. « 50 % des élèves pratiquent un sport » signifie que :
   c. 50 élèves sur 100 pratiquent un sport.
   d. la moitié des élèves pratiquent un sport.
6. 40 € augmentés de 25 % :
   25 % de 40 €, c'est le quart de 40 €, soit 10 €.
   40 € + 10 € = 50 €
   L'abonnement coute 50 € après cette hausse.

Vrai ou faux ? — Activité 1

Intentions des auteurs

Objectif : Reconnaitre des situations de proportionnalité ou de non proportionnalité dans des situations de la vie courante.
Il n'y a pas de prérequis en dehors d'un peu de calcul mental.
Capacité introduite : Reconnaitre une situation de proportionnalité ou de non proportionnalité.

1. Faux. Le poids ne progresse pas « comme » l'âge.

Il est pertinent de recourir à un contre-exemple dès qu'il s'agit de prouver qu'on n'a pas une situation de proportionnalité.

Contre-exemple : Si c'était le cas, Marie pèserait 140 kg à 10 ans et 280 kg à 20 ans !!
2. Vrai. $3 \times 2{,}40$ € = 7,20 €
3. À 50 km/h, il faut 26 m pour s'arrêter.
   Si on suppose qu'en doublant la vitesse on doit doubler la distance, on obtient : « À 100 km/h, il faut 52 m pour s'arrêter. »
   Cependant, à 90 km/h, il faut déjà 70 m pour s'arrêter et 70 m > 52 m.
   Donc l'affirmation est fausse.
4. a. Faux. Nadia paiera 2,40 € car la première botte est offerte.
   b. Faux. Hector paiera 2,70 € (2 € + 0,70 €).
   c. Vrai. $4 \times 2{,}50$ € = 10 €

Emploi saisonnier — Activité 2

Intentions des auteurs

Objectif : Calculer des quatrièmes proportionnelles dans une situation simple issue de la vie courante en utilisant les propriétés de linéarité.
Prérequis : Les élèves doivent savoir reconnaitre une situation de proportionnalité lorsqu'ils rencontrent une expression telle que « à l'unité ».
Capacité introduite : Calculer une quatrième proportionnelle (toutes les méthodes sont exploitées).

Au début de l'exercice, il faut s'assurer que tous les élèves comprennent le sens de l'expression « payé à l'heure ». Il faut arriver à des phrases du type : « la paye est la même pour toutes les heures travaillées », « si on double le temps de travail, on double la paye ; si on connait sa paye pour 5 heures et 3 heures, on peut connaitre sa paye pour 8 heures en additionnant ». Ces types de phrases en lien avec la proportionnalité doivent être réinvestis tout au long de l'année pour ancrer la notion de proportionnalité. On peut remplir un tableau tout au long de l'activité, en précisant bien quelles sont les deux grandeurs (temps de travail et paye) et leurs unités (heures et euros). Il est important que les élèves distinguent les grandeurs de leurs unités.

1. $41 + 24{,}60 = 65{,}60$
   Naïm sera payé 65,60 € pour mercredi.
2. 5 heures → 41 €
   3 heures → 24,60 €
   Donc 2 heures → 41 € – 24,60 € = 16,40 €
   Donc 4 heures → 2 × 16,40 € = 32,80 €
   OU
   $41 \div 5 = 8{,}2$ (ils posent la division euclidienne).
   $8{,}2 \times 4 = 32{,}8$ Naïm sera payé 32,80 € pour jeudi.
3. $41 \div 5 = 8{,}2$ (ils posent la division euclidienne).
   C'est l'occasion de faire des rappels sur l'écriture décimale : $8{,}2 = 8{,}20$
   8,2 € ce n'est pas 8 euros et 2 centimes puisque les centimes sont des centièmes d'euros.
   Naïm est payé 8,20 € de l'heure, ce qui est supérieur au salaire minimum horaire.
4. $8{,}2 \times 35 = 287$ (Les élèves posent la multiplication, ils obtiennent 287,0).
   Naïm gagnera 287 € pour une semaine de 35 heures.

Promenade à vélo — Activité 3

Intentions des auteurs

Objectif : Exploiter une échelle sur un plan.
Prérequis : L'utilisation de la règle graduée et/ou du compas, le calcul d'une quatrième proportionnelle avec le coefficient.
Capacité introduite : Utiliser une échelle.

1. En mesurant sur le plan, on constate que 1 cm représente 500 m.
   En faisant des mesures successives sur le plan (ou des reports de mesures au compas sur une demi-droite), on obtient une valeur approchée de la mesure en centimètres du chemin violet.
   On obtient environ 14,4 cm.
   On pose : $14{,}4 \times 500 = 7\,200{,}0$
   14,4 cm représentent 7 200 m en réalité.
   Cette promenade fait environ 7 200 m, soit 7,2 km.

Certains élèves utiliseront spontanément un tableau de proportionnalité dans lequel ils mettront toutes les distances mesurées au fur et à mesure. C'est important de présenter leurs travaux lors du bilan, cela permet de renforcer l'emploi de tableaux dans une situation de proportionnalité.

2. 300 m → 1 minute
   7 200 m → ? minute(s)

Les élèves essayant de trouver le temps mis pour 100 m peuvent se heurter au tiers de 1, ou au contraire penser aux secondes et obtenir 20 secondes.

On cherche « combien de fois 300 dans 7 200 ». On peut soit faire des essais successifs (300 × ? = 7 200), soit poser la division.
$7\,200 \div 300 = 24$ Lucie doit prévoir environ 24 minutes.

Puzzle de Brousseau — Activité 4

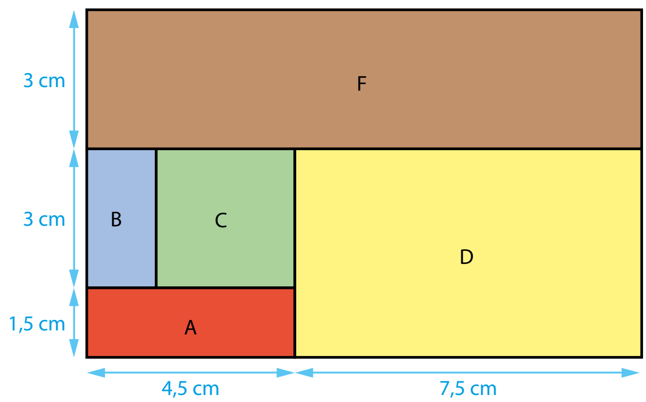
Intentions des auteurs

Objectif : Reconnaitre une situation de proportionnalité dans un problème d'agrandissement ou de réduction.
Prérequis : L'utilisation de la règle graduée et de l'équerre, le calcul mental simple, le calcul d'une quatrième proportionnelle (plusieurs méthodes possibles).
Capacité introduite : Utiliser une échelle.

Le carré vert a pour côté 2 cm sur le puzzle dessiné sur le manuel.
On veut agrandir ce puzzle de façon à ce que 2 cm deviennent 3 cm.

Beaucoup d'élèves commencent par ajouter 1 cm à toutes les dimensions. Ils constatent alors qu'ils n'aboutissent pas à la même forme. Ils réalisent alors que pour agrandir, il ne faut pas ajouter une distance constante. Pour les aider à raisonner, on peut leur demander : « si 2 cm deviennent 3 cm, que devient 1 cm ? » S'ils n'ont pas encore d'idée ou s'ils peinent, on peut leur faire tracer un segment de 2 cm, un segment de 3 cm et leur faire placer le milieu de chaque segment.
Certains élèves utiliseront des tableaux, d'autres non. Il est important d'exposer toutes les démarches possibles lors de la correction, elles enrichissent les représentations des élèves.

1 cm sur le manuel deviendra 1,5 cm sur l'agrandissement.
Ils peuvent utiliser le coefficient 1,5 ou utiliser la méthode d'addition.



Intentions des auteurs

Objectif : Travailler la notion de pourcentage dans une situation issue de la vie courante.
Prérequis : Calcul d'une quatrième proportionnelle.
Capacité introduite : Appliquer un pourcentage.

Sur la boite est indiqué : « 45 % de matière grasse ».

Dans « 45 % », beaucoup d'élèves ne voient encore qu'une seule valeur numérique, alors qu'en réalité c'est une proportion, c'est-à-dire qu'il y en a deux : 45 pour 100. Il est important de revenir souvent sur des pourcentages pour développer progressivement des automatismes.

Dans 100 g de camembert, il y a 45 g de matière grasse.

On peut leur suggérer d'employer un tableau, mais sans l'imposer.

Masse de camembert (en g)	100	50	250
Masse de matière grasse (en g)	45	22,5	112,5

On obtient 112,5 de plusieurs manières. Il est important d'exposer en classe toutes les démarches.
$22{,}5 \times 5 = 112{,}5$ ou $(45 \times 2) + 22{,}5 = 112{,}5$

Ce camembert contient 112,5 g de matières grasses. Léopold a raison.

Savoir-faire

3 Non. $1{,}61 \times 3 = 4{,}83$ et $4{,}83 \neq 3{,}20$

4 Non. $10 \times 2 = 20 \neq 25$

5 Oui. 2 Go en 2 min 30 s et 10 Go en 12 min 30 s.

9 40 heures (32 Go = 8×4 Go donc 8×5 h = 40 h)

10 En 2 min : 6 L En 1 h : 180 L En 1 h 30 min : 270 L

11 2,4 kg de raisin blanc coutent 10,32 € ($2{,}4 \times 4{,}30$ €).

12 20 km en 30 min 2 km en 3 min 8 km en 27 min

13 $11{,}50 \div 5 = 2{,}30$ et $2{,}30 \times 7 = 16{,}10$ 7 avocats : 16,10 €

15 Rectangle dessiné : 8,6 cm sur 10 cm

17 Sa tante a donné 20 € (le quart de 80 €).

18 75 g d'œufs ($250 \times 0{,}3 = 75$)

Exercices

Reconnaitre une situation de proprotionnalité

Questions flash

19 2×10 s = 20 s $\neq$ 22 s
La distance parcourue n'est pas proportionnelle au temps de parcours.

20 $2 \times 1{,}20$ € = 2,40 €
Oui, le prix est proportionnel au nombre de yaourts.

21 On ne peut pas calculer car la taille n'est pas proportionnelle à l'âge.

22 3×130 km = 390 km
Oui, la distance parcourue en 3 heures sera 390 km.

23 $5 \times 2{,}15$ € = 10,75 €
Oui, on peut connaitre le prix de cinq pots de fromage blanc : ce sera 10,75 €.

24 On additionne les colonnes 1 et 2 :
$5 + 6 = 11$ et $1\,250 + 1\,300 = 2\,550$ $2\,550 \neq 2\,600$
On n'obtient pas la même chose que la colonne 3.
Donc les pommes de Laurence n'ont pas toutes la même masse.

25 Certains élèves raisonnent et répondent sans faire de calculs : comme ce sont les roues qui se déroulent sur la route pour faire avancer le vélo, il est logique que la distance parcourue soit proportionnelle au nombre de tours de roue. Cependant, en montée, sur terrain meuble, on pourrait avoir des écarts parce que les roues patinent. Donc il est utile de vérifier.

$21 \times 2 = 42$ et $40 \times 2 = 80$ OK
$21 + 42 = 63$ et $40 + 80 = 120$ OK
Oui, la distance parcourue est proportionnelle au nombre de tours de roue.

26 Les élèves peuvent aussi avoir le réflexe de mesurer les trois angles de chaque triangle et de vérifier qu'ils sont égaux deux à deux. Cette démarche est valide, elle est liée aux triangles semblables.

On mesure les longueurs des côtés des deux triangles. On place ces deux séries de trois mesures dans le tableau suivant dans l'ordre croissant (pour avoir les longueurs éventuellement proportionnelles les unes sous les autres).

Triangle 1	4,2 cm	7 cm	7,2 cm
Triangle 2	14,7 cm	24,7 cm	25 cm

On va chercher s'il y a un coefficient de proportionnalité entre les longueurs du triangle 1 et du triangle 2.
À la calculatrice :
$14{,}7 \div 4{,}2 = 3{,}5$ $24{,}7 \div 7 \approx 3{,}528$ $25 \div 7{,}2 \approx 3{,}472$
Il n'y a pas proportionnalité entre les longueurs des côtés du triangle 1 et du triangle 2. Donc la figure 2 n'est pas un agrandissement de la figure 1.

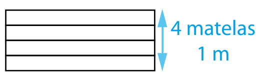
Calculer une quatrième proportionnelle

Questions flash

27
1. 8,10 € + 5,40 € = 13,50 €
   5 kg de patates douces coutent 13,50 €.
2. $2 \times 13{,}50$ € = 27 €
   10 kg de patates douces coutent 27 €.
3. 1 kg de patates douces coute 2,70 € (un dixième de 27 €).
4. 500 g de patates douces coutent 1,35 € (la moitié de 2,70 €).

28 10 L coutent 12,50 € donc 1 L coute 1,25 € (un dixième de 12,50 €).

29



1. La pile de douze matelas fera 3 m de haut (le triple de 1 m puisque 12 est le triple de 4).
2. Pour treize matelas, on doit connaitre l'épaisseur d'un matelas.
   1 m = 100 cm et le quart de 100 cm est 25 cm.
   OU le quart de 1 m est 0,25 m.
   Un matelas a une épaisseur de 25 cm (soit 0,25 m).
   13×25 cm = 325 cm OU $13 \times 0{,}25$ m = 3,25 m
   Une pile de treize matelas a donc une hauteur de 3,25 m.

30 $13 \times 0{,}60$ € = 7,80 € $24 \times 0{,}60$ € = 14,40 €
7,80 € + 14,40 € = 22,20 € ou $37 \times 0{,}60$ € = 22,20 €
Marc va payer 7,80 €, Nathalie 14,40 € et Nadia 22,20 €.

31 **1.** Une pile de dix pièces a une hauteur de 23,8 mm donc l'épaisseur d'une pièce est le dixième de 23,8 mm.
$23{,}8\text{ mm} \div 10 = 2{,}38\text{ mm}$
Une pièce de 50 centimes a une épaisseur de 2,38 mm.
2. On pose : $2{,}38 \times 35 = 83{,}30$
Une pile de 35 pièces de 50 centimes a une hauteur de 83,3 mm.
3. 47,6 mm est le double de 23,8 mm. Dix pièces empilées donneront une pile de 23,6 mm de haut.
Donc il faudra empiler vingt pièces de 50 centimes pour avoir une pile de 47,6 mm de haut.

32 **1.** $1\text{ h} = 60$ minutes
$60 \times 10\text{ cL} = 600\text{ cL} = 6\text{ L}$
En 1 heure, 600 cL d'eau se seront écoulés.
2. 1 journée $= 24\text{ h} = 24 \times 60\text{ min} = 1\,440\text{ min}$
$1\,440 \times 10\text{ cL} = 14\,400\text{ cL} = 14{,}4\text{ L}$
En une journée, 14,4 L d'eau se seront écoulés.
3. $1\text{ m}^3 = 1\,000\text{ L} = 100\,000\text{ cL}$
$10\text{ cL} \rightarrow 1\text{ min}$
Donc $100\,000\text{ cL} \rightarrow 10\,000\text{ min}$
On peut convertir : 1 journée = 24 h et 1 h = 60 min

```
  1 0 0 0 0 | 6 0              1 6 6 | 2 4
-   6 0     |------          - 1 4 4 |-----
  -----     | 1 6 6          -------   6
    4 0 0   |                    2 2
  - 3 6 0   |
  -------   |
      4 0 0 |
    - 3 6 0 |
    ------- |
        4 0 |
```

$10\,000\text{ min} = 6\text{ j }22\text{ h }40\text{ min}$
Il faudra 10 000 minutes, soit 6 j 22 h 40 min, pour que 1 m^3 d'eau se soit écoulé.

33 $103{,}20 \div 8 = 12{,}9$ (Il faut poser la division.)
$12{,}9 \times 3 = 38{,}7$ Trois calzones coutent 38,70 €.

34 On peut réinvestir l'écriture fractionnaire d'une proportion :
$\frac{9}{12} = \frac{3}{4} = \frac{15}{20}$
« 9 sur 12 » représente une note de 15 sur 20.

Utiliser une échelle

Questions flash

35 On mesure les dimensions de l'image :
Largeur = 3 cm Longueur ≈ 5 cm
À l'échelle 3 :
Largeur = 9 cm Longueur ≈ 15 cm
Non, Yasmine ne peut pas mettre un agrandissement à l'échelle 3 dans un cadre de 10 cm sur 14 cm.

36 À l'échelle $\frac{1}{100}$, 1 cm sur la maquette représente 100 cm en réalité, soit 1 m.
Donc 324 m seront représentés par 324 cm.
$324\text{ cm} = 3{,}24\text{ m} > 3\text{ m}$
Louis a tort, sa maquette dépassera les 3 m de haut.

37 $30 \div 5 = 6$
La réduction de l'image est un carré de côté 6 cm.

38 $3 \times 8\text{ cm} = 24\text{ cm}$ $24\text{ cm} \times 24\text{ cm} = 576\text{ cm}^2$
L'aire de sa nouvelle dédicace est de 576 cm^2.

39

Dimensions sur la maquette (en cm)	1	55,4	50,4
Dimensions réelles (en cm)	144	7 977,6	7 257,6

× 144

$55{,}4 \times 144 = 7\,977{,}6$ $50{,}4 \times 144 = 7\,257{,}6$
Les dimensions réelles de l'A380 sont une envergure d'environ 7 977 cm (79,77 m) et une longueur d'environ 7 257 cm (72,57 m).

40 Le carré décoré du manuel a pour côté 4,4 cm.
$3{,}5 \times 4{,}4\text{ cm} = 15{,}4\text{ cm}$ $3{,}5 \times 1{,}1\text{ cm} = 3{,}85\text{ cm}$
On trace donc un carré de côté 15,4 cm, et l'espacement entre deux points des côtés verticaux est de 3,85 cm.

Il faut donc tracer entre 3,8 cm et 3,9 cm, le plus précis étant de d'abord placer le milieu à 7,7 cm.

Appliquer un taux de pourcentage

Questions flash

41 C'est l'occasion de retenir que « 25 % = un quart » et que prendre 25 % d'une quantité revient à la diviser par 4.

Le quart de 28 est 7. Il y a sept élèves externes.

42 La remise a été de 10 € sur un prix initial de 50 €. Cela revient à une remise de 20 € sur 100 €. La remise a donc été de 20 %.

43 2 % c'est « 2 pour 100 » ce qui revient à « 1 pour 50 ». Dans un aquarium de 50 L, 1 L d'eau s'évapore en une journée.

44 Solde : –20 %
100 € → 20 € 10 € → 2 € Donc 110 € → 22 €
110 € – 22 € = 88 € Le prix soldé du pantalon est de 88 €.

45 C'est l'occasion de retenir que « 10 % = un dixième » et que prendre 10 % d'une quantité revient à la diviser par 10.

1. $235 \div 10 = 23{,}5$ L'acompte est de 23,50 €.
2. $235 - 23{,}50 = 211{,}50$ Il lui reste 211,50 € à payer.

46 Le tableau n'est pas indispensable.

Masse de fromage blanc (en g)	800	100
Masse de matière grasse (en g)	160	20

Il y a 160 g de matière grasse dans un pot.

47

Nombre de voix pour Joanna	65	?
Nombre total de voix	100	20

$\times \frac{65}{100}$

$20 \times \frac{65}{100} = 20 \times 0{,}65 = 12$

Autre méthode :

÷ 5

Nombre de voix pour Joanna	65	?
Nombre total de voix	100	20

$65 \div 5 = 12$ Douze élèves ont voté pour Joanna.

48 **1.** Huit parts égales de 100 : $100 \div 8 = 12{,}5$
Chacune des huit parts représente 12,5 % du gâteau.
2. $3 \times 12{,}5 = 37{,}5$
Trois parts représentent 37,5 % du gâteau.

49 **1.**

Nombre d'élèves de 3^e	120	100
Nombre d'élèves de 3^e ayant obtenu leur DNB	102	85

$120 \times 0{,}85 = 102{,}00$ 102 élèves de 3^e ont obtenu le DNB.
2. a. $120 - 102 = 18$
18 élèves de 3^e n'ont pas obtenu leur diplôme.
b. 100 % – 85 % = 15 %
15 % des élèves de 3^e n'ont pas obtenu leur diplôme.

50 **1.** On peut utiliser un tableau pour trouver le résultat par étapes :

Masse de confiture (en g)	100	10	440
Masse de sucre (en g)	40	4	176

$4 \times 44 = 176$ Il y a 176 g de sucre dans ce pot.

2.

$$\begin{array}{r|l} 176 & 5 \\ \cline{2-2} -15 & 35 \\ \hline 26 & \\ -25 & \\ \hline 1 & \end{array}$$

La quantité de sucre dans ce pot de confiture représente entre 35 et 36 morceaux de sucre de 5 g.

Faire le point

QCM

1 **1.** B **2** **2.** C **3.** B **3** **4.** A **4** **5.** A

Problèmes

51 **Gâteau au chocolat**

On a les quantités de chaque ingrédient pour 4 personnes.
On peut en déduire les quantités pour 2 personnes, en divisant par deux.

$\times 11$

Pour 2 personnes	Pour 22 personnes
125 g de chocolat pâtissier 1 œuf 75 g de farine 40 g de sucre 4 cerises	1 375 g de chocolat pâtissier 11 œuf 825 g de farine 440 g de sucre 44 cerises

52 **La classe**

	Portugais	Allemand	Espagnol
Pour 100 élèves	16	12	72
Pour 25 élèves	4	3	18

$100 - (16 + 12) = 100 - 28 = 72$
On passe de la ligne « pour 100 » à la ligne « pour 25 » en divisant par 4.
4 élèves étudient le portugais, 3 élèves étudient l'allemand, et 18 élèves étudient l'espagnol en LV2.

53 **Souvenir de voyage**

Coup de pouce possible : Quelles sont les dimensions de la photo sur le manuel ?

On mesure sur le manuel les dimensions de l'image :
Longueur = 6 cm largeur = 3,9 cm

Dimensions sur le manuel (en cm)	6	3,9
Dimensions réelles (en cm)	30	19,5

Le coefficient de proportionnalité entre les dimensions sur le manuel et les dimensions réelles est 5 car $6 \times 5 = 30$.
Donc on fait : $3{,}9 \times 5 = 19{,}5$
Son affiche aura pour hauteur 19,5 cm.

54 **Gris clair et gris foncé**

Cet exercice permet d'explorer de nombreuses méthodes de résolution.

Mélange 1

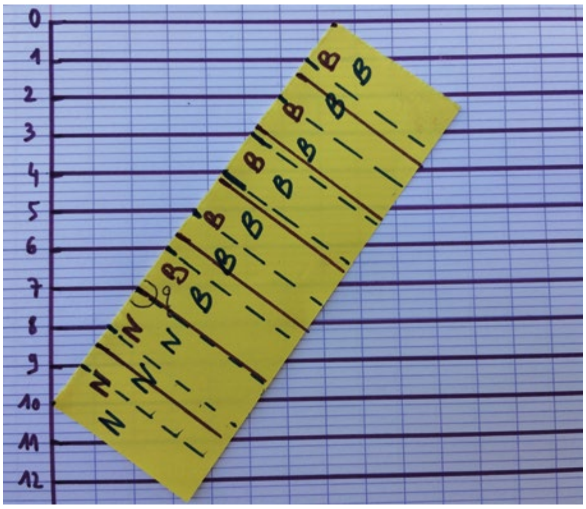
Peinture noire	Peinture blanche	Peinture grise
2	5	7

Mélange 2 $10 - 7 = 3$

Peinture noire	Peinture blanche	Peinture grise
3	7	10

Voici quelques démarches possibles :

- Utiliser un guide-âne pour partager une même bande en 7 et en 10 afin de comparer les proportions de peintures blanches et noires dans chaque mélange :



  Mais on ne peut pas répondre, on manque de précision avec cette technique.
- Comparer les proportions 2 pour 7 et 3 pour 10 (ou 5 pour 7 et 7 pour 10).
- Comparer les mélanges 1 et 2 avec 1 litre de peinture noire. Ils travaillent avec des tiers sans écritures décimales finies.
- Chercher un multiple commun à 2 et 3 (peinture noire) ou à 5 et 7 (peinture blanche) ou à 7 et 10 (mélange).

Coup de pouce possible : Quelles seraient les quantités de peintures noire et blanche pour 70 L de peinture grise ?

70 est un multiple de 7 et de 10. On calcule ce que seraient les mélanges 1 et 2 pour 70 litres de peinture grise :

	Peinture noire	Peinture blanche	Peinture grise
Mélange 1	20	50	70
Mélange 2	21	49	70

La peinture la plus foncée est la deuxième puisqu'elle a la plus grande quantité de peinture noire pour la même quantité de peinture grise.

55 **Distances**

Sur le plan, on mesure 2,3 cm entre Nancy et Strasbourg et 5,5 cm entre Reims et Strasbourg.

Distance sur le plan (en cm)	2,3	1	5,5
Distance réelle (en km)	115	50	275

$115 \div 2{,}3 = 50$ $50 \times 5{,}5 = 275$
La distance à vol d'oiseau entre Reims et Strasbourg est approximativement de 275 km.

56 Agrandissement

Longueur réelle (en cm)	10	4
Longueur sur la sculpture (en cm)	150	60

$10 \times 15 = 150$ L'échelle est de 15, donc $4 \times 15 = 60$.
La largeur de la sculpture est de 60 cm.

57 Mise en abyme

	Longueur	Largeur	
Dimensions de la photo (en cm)	41	22	
Dimensions de la photo dans le premier écran (en cm)	14,35	7,7	$\times 0{,}35$
Dimensions de la photo dans le deuxième écran (en cm)	5,022 5	2,695	$\times 0{,}35$

Multiplications posées ou faites à la calculatrice.
Les dimensions de la photographie contenue dans le deuxième plus grand écran sont d'environ 5 cm sur 2,7 cm.

58 Le tapis

Coup de pouce possible : Connait-on l'aire du salon de René ? Peut-on la calculer ?

Aire du salon : $7{,}2 \text{ m} \times 5 \text{ m} = 36 \text{ m}^2$
25 % = le quart Le quart de 36 m^2 est 9 m^2.
Le tapis carré doit avoir une aire de 9 m^2.
$3 \text{ m} \times 3 \text{ m} = 9 \text{ m}^2$
Donc le tapis carré de René a pour côté 3 m.

59 Statue de la Liberté

Coups de pouce possibles : Y a-t-il une partie de la statue de la Liberté dont on connaisse la taille à New York et à Paris ?
Préciser aux élèves qu'ils peuvent utiliser des valeurs approchées au centième.
Certaines données du problème ne serviront pas (dimension de l'index et du bras), c'est voulu. Les élèves doivent extraire l'information utile.
On peut mettre les données du problème dans un tableau de proportionnalité.

Dimensions (en m)	Statue de New York	Statue de Paris
Hauteur	46,05	11,50
	4	1
Main	5	1,25
Nez	1,37	0,342 5

Passage à l'unité : $46{,}05 \div 11{,}50 \approx 4{,}004$
La statue de New York est environ quatre fois plus grande que celle de Paris.
$4 \times 1{,}25 = 5$
$1{,}37 \div 4 = 0{,}342\,5$ et $0{,}342\,5 \text{ m} = 34{,}25 \text{ cm}$
On peut arrondir au centimètre près puisque, de toute façon, on a pris une valeur approchée de l'échelle.

1. La main de la statue de la Liberté à New York mesure environ 5 m de long.
2. Le nez de la statue de la Liberté à Paris mesure environ 34 cm de long.

60 Route du Rhum

1.

Préciser aux élèves qu'ils peuvent donner une valeur approchée au kilomètre près.

1 mile = 1 852 m = 1,852 km
3 542 miles = $3\,542 \times 1{,}852$ km = 6 559,784 km
Les navigateurs parcourent environ 6 560 km.

2.

Coups de pouce possibles : Que signifie « 35,8 km/h » ? Combien y a-t-il d'heures dans 8 jours ?

On calcule la distance parcourue en huit jours à la vitesse de 35,8 km/h.
$8 \times 24 \text{ h} = 192 \text{ h}$ et $192 \times 35{,}8 \text{ km} = 6\,873{,}6 \text{ km}$
6 873,6 km > 6 560 km
Loïck Peyron a mis moins de huit jours pour faire cette traversée.

61 Batterie

Coup de pouce possible : Que signifient les « 58 % » affichés sur l'appareil d'Émeline ? et les « 2 heures 54 minutes » ?

2 h 54 min = 120 min + 54 min = 174 min

$\times 0{,}58$	Temps restant (en min)	58	174	$\div 0{,}58$
	Capacité totale (en min)	100	?	

$174 \div 0{,}58 = 300$ (calculatrice)
300 min = 5×60 min = 5 h
Lorsque la batterie est entièrement chargée, Émeline dispose de 5 heures pour s'en servir sans le brancher sur le secteur.

62 Promotions

Noa : Lecteur DVD soldé à –40 %

Prix initial (en €)	100	250
Réduction (en €)	40	100

$250 \times 0{,}4 = 100$

Le tableau n'est pas indispensable.

100 € → 40 € 100 € → 40 € 50 € → 20 €
100 € + 100 € + 50 € = 250 € → 40 € + 40 € + 20 € = 100 €
250 € – 100 € = 150 € Noa a payé 150 €.
Gabin : Deux remises successives de 18 % et 22 %.
Les opérations sont posées.

1^re^ remise :	2^e^ remise :
$0{,}18 \times 250 = 45$	$0{,}22 \times 205 = 45{,}1$
$250 - 45 = 205$	$205 - 45{,}1 = 159{,}9$

Gabin a payé 159,90 €.
C'est Noa qui a eu la meilleure remise, il a donc raison.

63 Composition du sang

Toutes les opérations sont faites de tête ou posées.

1. Calculer 45 % de 5 litres : $0{,}45 \times 5 \text{ L} = 2{,}25 \text{ L}$
   Les cellules occupent 2,25 L dans le sang d'un homme adulte.
2. Plasma : 5 L – 2,25 L = 2,75 L
   Le plasma occupe 2,75 L dans le sang du corps d'un homme adulte.
3. Eau : $0{,}9 \times 2{,}75 \text{ L} = 2{,}475 \text{ L}$
   Dans le sang d'un homme adulte, il y a 2,475 L d'eau.

64 Malade

$7 \times 3 \times 1 \text{ g} = 21 \text{ g}$
Jennie a besoin de 21 g d'Amoxicilline en tout.
$3 \times 8 = 24$ $(2 \times 8) + 6 = 22$ $4 \times 6 = 24$
Jennie pourrait prendre trois boites de 8 sachets, quatre boites de 6 comprimés ou deux boites de 8 sachets et une boite de 6 comprimés.

En général, les pharmaciens évitent de faire des mélanges.

$3 \times 2{,}30$ € = 6,90 € $(2 \times 2{,}30$ €$) + 1{,}80$ € = 6,40 €
$4 \times 1{,}80$ € = 7,20 €
Le pharmacien proposera le conditionnement de 8 sachets (ou deux boites de 8 sachets plus une boite de 6 comprimés).

65 Commande Internet

Coup de pouce possible : Quelle est la différence entre une réduction de 12 % et une réduction de 12 € ?

$2 \times 29{,}90$ € = 59,80 € $3 \times 16{,}40$ € = 49,20 €
59,80 € + 49,20 € = 109 €
La commande de Lisa coute 109 €.

1. Lisa a intérêt à choisir sa carte avec –12 % puisqu'elle achète pour plus de 100 € de vêtements.
   Calcul de la réduction : $0{,}12 \times 109$ € = 13,08 €
2. 109 € – 13,08 € = 95,92 €
   95,92 € + 5,80 € = 90,12 €
   La commande de Lisa coutera 90,12 €.

66 **Économique**

Cet exercice permet de réinvestir la notion de valeur approchée.

Offre 1 : Réduction de 20 %
20 % de 250 g : $0,2 \times 250$ g = 50 g
250 g + 50 g = 300 g
On a 300 g de gâteaux pour 2,60 €.
Offre 2 : « + 50 g gratuit »
200 g + 50 g = 250 g
On a 250 g de gâteaux pour 2,10 €.

Comme pour l'exercice 54, il y a plusieurs démarches possibles pour comparer ces deux offres. Il est intéressant de les présenter lors de la correction.

Démarche 1 : Calculer le prix de 50 g ou de 100 g de gâteaux avec chacune des offres.

Quantité de gâteaux (en g)	300	100
Prix avec l'offre 1 (en €)	2,60	0,87

$2,60 \div 3 \approx 0,87$

Quantité de gâteaux (en g)	250	500	100
Prix avec l'offre 2 (en €)	2,10	4,20	0,84

$4,20 \div 5 = 0,84$
Démarche 2 : Passer à l'unité en calculant le prix de 1 g de gâteaux avec chacune des offres.

La démarche 2 est possible parce que les élèves ont une calculatrice, mais elle n'est pas intuitive : on arrive à des dix-millièmes d'euros.

67 ***La Liberté guidant le peuple***

Coup de pouce possible : Quelle est la taille des deux hommes en bleu sur la photo du manuel ? et en réalité ?

On a sur cette photographie une réduction du tableau original.
On mesure sur le manuel :
hauteur de l'homme ≈ 2,1 cm
largeur du tableau ≈ 3,7 cm
hauteur du tableau ≈ 3 cm

Dimensions sur la photo (en cm)	2,1	3	3,7	1
Dimensions réelles (en cm)	180	257,1	317,09	85,7

Passage à l'unité pour connaitre l'échelle :
$180 \div 2,1 \approx 85,7$
$3 \times 85,7 = 257,1$ et $3,7 \times 85,7 = 317,09$
Les dimensions réelles de ce tableau sont d'environ 317 cm sur 257 cm, soit 3,17 m sur 2,57 m.

68 **Mon beau jardin**

Coups de pouce possibles : Quelle surface doit être couverte de gazon ? A-t-on assez d'une boite de mélange semis automnal pour tout le potager ?

Le potager : Aire = 3,50 m × 4,50 m = 15,75 m^2
La piscine : Aire = 2,30 m × 2,30 m × π ≈ 2,30 m × 2,30 m × 3,14
Aire ≈ 16,62 m^2
Le jardin : Aire = 32 m × 17 m = 544 m^2
Aire de la surface à couvrir de gazon :
544 m^2 – 15,75 m^2 – 16,62 m^2 = 511,63 m^2
Il faut couvrir 511,63 m^2 de gazon.
1 kg de Sapouss pour 30 m^2 de gazon, donc :
$511,63 \div 30 = 17,51$ Il faudra 17 kg de Sapouss.
Les élèves font des essais (calculatrice) :

- 17 boites de 1 kg dont 3 gratuites :
  14 × 10,95 € = 153,30 €
- 4 boites de 3 kg et 5 boites de 1 kg dont 1 gratuite :
  4 × 25,95 € = 103,80 € 4 × 10,95 € = 43,80 €
  103,80 € + 43,80 € = 147,60 €
- 5 boites de 3 kg et 2 boites de 1 kg :
  5 × 25,95 € = 129,75 € 2 × 10,95 € = 21,90 €
  129,75 € + 21,90 € = 151,65 €
- 6 boites de 3 kg : 6 × 25,95 € = 155,70 €

Ils devraient prendre 4 boites de 3 kg et 5 boites de 1 kg (dont 1 gratuite) pour un montant total de 147,60 €.
Cout total :
Potager : 1 boite de mélange à 14,95 € suffira.
Piscine : 795 € **Gazon :** 147,60 €
147,60 € + 795 € + 14,95 € = 957,55 €
Le prix que devront payer M. et Mme Delanne pour l'aménagement de leur jardin sera de 957,55 €.

69 **Des milliers de vis**

1. 2 × 8 € = 16 € (1 × 8 €) + (2 × 7 €) = 22 €
Valentin aurait pu acheter 2 boites de 1 000 vis, cela lui aurait couté 16 € au lieu de 22 €.
2.

Coup de pouce possible : Quelles sont les différentes possibilités d'achat de boites de vis (par 1 000, 300 ou 30) qui permettent d'avoir un nombre de vis proche de 3 090 ?

Pour 3 090 vis :
4 000 vis : 4 × 8 € = 32 €
3 300 vis : (3 × 8 €) + 7 € = 24 € + 7 € = 31 €
3 090 vis : (3 × 8 €) + (3 × 2,40 €) = 24 € + 7,20 € = 31,20 €
L'option la moins chère est de prendre trois boites de 1 000 vis et une boite de 300 vis pour un montant total de 31 €.

Peut-être que des élèves souligneront l'ironie : pour économiser 20 centimes, on achète 210 vis de trop, ce qui n'est pas très écologique ! On peut leur faire remarquer que, pour un particulier, leur raisonnement est valable : il a peu l'occasion d'utiliser le surplus. Par contre, Valentin est un plâtrier, il sera donc amené à utiliser les vis en trop. On peut alors parler des professionnels qui achètent leurs matériaux (plaques, vis, etc.) en grande quantité et au moment des promotions car ils savent qu'ils les emploieront dans l'année.

70 **Petit déjeuner**

Coup de pouce possible : Pour pouvoir répondre à cette question, que doit-on connaitre (calculer) ?

200 mL de lait : 2 × 48 kcal = 96 kcal

40 g de chocolat :

÷ 10 × 4

Masse de chocolat (en g)	100	10	40
Apports caloriques (en kcal)	376	37,6	150,4

÷ 10 × 4

40 g de chocolat apportent 150,4 kcal.

Croissant de 80 g :

÷ 10 × 8

Masse de croissant (en g)	100	10	80
Apports caloriques (en kcal)	406	40,6	324,8

÷ 10 × 8

Le croissant de 80 g apporte 324,8 kcal.
Total :
96 kcal + 150,4 kcal + 324,8 kcal = 571,2 kcal
Le petit déjeuner de Mme Martial lui apporte 571,2 kcal.
Comparaison avec les recommandations :
20 % de 2 000 kcal : 20 × 20 kcal = 400 kcal
25 % de 2 000 kcal : 20 × 25 kcal = 500 kcal
Le petit déjeuner de Mme Martial doit lui apporter entre 400 et 500 kcal.
Les apports caloriques du petit déjeuner de Mme Martial ne sont pas conformes aux recommandations.

Travailler autrement

71 Analyse de documents

Questions ceinture jaune

1. $2 + 4 + 3 + 5 + 1 = 15$
Quinze personnes sont présentes à la fête.
2. 5×200 g = 1 000 g
Anaïs a acheté 1 000 g (1 kg) de chocolat pâtissier.
3. Pour quinze personnes, il lui faut deux fois les quantités pour six personnes et une fois les quantités pour trois personnes.
200 g + 200 g + 100 g = 500 g
Anaïs doit utiliser 500 g de chocolat pâtissier.

Questions ceinture verte

1. $2 + 4 + 3 + 5 + 1 = 15$
Quinze personnes sont présentes à la fête.
Pour quinze personnes, il faut deux fois les quantités pour six et une fois les quantités pour trois.

÷ 2

Pour 6 personnes : 200 g de chocolat 100 g de beurre 4 œufs 50 g de farine 100 g de sucre	**Pour 3 personnes :** 100 g de chocolat 50 g de beurre 2 œufs 25 g de farine 50 g de sucre

Pour 15 personnes :
Chocolat : $(2 \times 200$ g$) + 100$ g = 500 g
Beurre : $(2 \times 100$ g$) + 50$ g = 250 g
Œufs : $(2 \times 4) + 2 = 10$
Farine : $(2 \times 50$ g$) + 25$ g = 125 g
Sucre : $(2 \times 100$ g$) + 50$ g = 250 g
2. 5×200 g = 1 000 g
Anaïs a acheté 1 000 g de chocolat pâtissier, elle doit en utiliser 500 g pour le gâteau.
Il faut 200 g de chocolat pour faire de la mousse pour six personnes. Oui, il lui restera assez de chocolat pour faire de la mousse pour six personnes puisqu'il lui en reste 500 g.

Questions ceinture noire

1. Des quantités pour six personnes, on en déduit les quantités pour trois personnes en divisant par 2, puis pour quinze personnes en multipliant par 5.

÷ 2

Pour 6 personnes : 200 g de chocolat 100 g de beurre 4 œufs 50 g de farine 100 g de sucre	**Pour 3 personnes :** 100 g de chocolat 50 g de beurre 2 œufs 25 g de farine 50 g de sucre

Pour 15 personnes :
Chocolat : $(2 \times 200$ g$) + 100$ g = 500 g
Beurre : $(2 \times 100$ g$) + 50$ g = 250 g
Œufs : $(2 \times 4) + 2 = 10$
Farine : $(2 \times 50$ g$) + 25$ g = 125 g
Sucre : $(2 \times 100$ g$) + 50$ g = 250 g
2. **Ses achats :**
Chocolat : 5×200 g = 1 000 g
Beurre : 3×125 g = 375 g
Œufs : $3 \times 6 = 18$
Farine : 1 kg = 1 000 g
Sucre : 500 g
Ce qu'il lui reste après avoir fait le gâteau au chocolat :
Chocolat : 1 000 g – 500 g = 500 g
Beurre : 375 g – 250 g = 125 g
Œufs : $18 - 10 = 8$
Farine : 1 000 g – 125 g = 875 g
Sucre : 1 000 g – 500 g = 500 g
3. L'ingrédient qui manquera en premier : œuf.
Pour six personnes, il faut six œufs, donc elle pourra faire de la mousse pour huit personnes avec huit œufs.

72 Écriture d'énoncé

Questions ceinture jaune

Exemple de réponse :
Le prix des remontées mécaniques au ski est de 43 € par jour et par personne.
- Pour huit personnes, combien couteront les remontées mécaniques ?

Questions ceinture verte

Exemple de réponse :
Six ballons identiques coutent 150 €.
- Combien coutent huit ballons ?

Questions ceinture noire

C'est difficile de faire construire aux élèves un énoncé qui ait du sens. Ils devront reprendre leur texte plusieurs fois.

Exemple de réponse :
Marie a acheté huit pulls identiques pour 400 €. Lucie a acheté douze de ces mêmes pulls. Lucie affirme : « J'ai dépensé 300 € de plus que toi ! ».
- Est-ce vrai ?

73 Analyse de production

Questions ceinture jaune

Sybille a confondu une augmentation de 12 %, qui serait de 12 € pour un loyer de 100 €, avec une augmentation de 12 €.
Ici, le loyer n'est pas de 100 €.
Réponse : $0{,}12 \times 650$ € = 78 € et 650 € + 78 € = 728 €
Le nouveau loyer est de 728 €.

Questions ceinture verte

Wassim a confondu la réduction et la superficie finale.
Réponse : Même démarche mais il conclut : La superficie a diminué de 169 m^2.
650 m^2 – 169 m^2 = 481 m^2

Questions ceinture noire

Tania a fait une erreur au début :
50 % de 12 cm : 6 cm
12 cm + 6 cm = 18 cm
Le carré augmenté de 50 % a pour côté 18 cm.
20 % de 18 cm :
$0{,}20 \times 18$ cm = 3,6 cm
18 cm – 3,6 cm = 14,4 cm
Le nouveau carré a pour côté 14,4 cm.

74 Résolution de problème avec un tableur

Questions ceinture jaune

	Louis
masse de rôti (en kg)	2
prix du rôti (en €)	34
quantité de quiches	6
prix des quiches (en €)	42
quantité de saucisses	12
prix des saucisses (en €)	36
Total	112

Questions ceinture verte

	Zoé
masse de rôti (en kg)	2,5
prix du rôti (en €)	42,5
quantité de quiches	4
prix des quiches (en €)	28
quantité de saucisses	8
prix des saucisses (en €)	24
Total	94,5
Remise 12%	11,34
Total après remise	83,16

Questions ceinture noire

	Sammy
masse de rôti (en kg)	3,6
prix du rôti (en €)	61,2
quantité de quiches	7
prix des quiches (en €)	49
quantité de saucisses	9
prix des saucisses (en €)	28
Total	138,2
Remise 15%	20,73
Total après remise	117,47
Frais de livraison 10%	11,747
Total frais de livraison inclus	105,723

Outils numériques et algorithmique

75 Tour de France en voiture

1. Pour parcourir 10 km, il lui faut $5{,}2 \text{ L} \div 10 = 0{,}52 \text{ L}$.
Pour parcourir 1 km, il lui faut $5{,}2 \text{ L} \div 100 = 0{,}052 \text{ L}$.

2. à **4.**

	A	B	C	D	E	F
1	Trajet	Bordeaux-Paris	Paris-Lyon	Lyon-Marseille	Marseille-Bordeaux	TOTAL
2	Longueur (en km)	660	466	314	645	2085
3	Quantité d'essence consommée (en L)	34,32	24,232	16,328	33,54	108,42
4	Cout de l'essence (en €)	46,332	32,7132	22,0428	45,279	146,367

5. L'essence lui coutera 146,37 €.

6. La quantité totale d'essence consommée est de 108,42 L.
On pose la division : $108{,}42 \div 40 = 2{,}71$
André devra faire trois fois le plein d'essence.

76 Agrandissements

1. Ouvrir le fichier :
« Chapitre 7 - Exercice 76 - Scratch - élève.sb2 ».
Ce script trace un carré de côté 50 pas.

2. Le lutin a avancé de 200 pas.

3.

Les élèves font des essais-ajustements pour trouver les réponses aux questions suivantes.

a. Il faut doubler le nombre de pas par côté. Dans le script, il faut donc remplacer 50 par 100.

```
quand [drapeau] est cliqué
aller à x: 0 y: 0
stylo en position d'écriture
avancer de 100
tourner ↻ de 90 degrés
dire 1 pendant 2 secondes
avancer de 100
tourner ↻ de 90 degrés
dire 2 pendant 2 secondes
avancer de 100
tourner ↻ de 90 degrés
dire 3 pendant 2 secondes
avancer de 100
tourner ↻ de 90 degrés
dire 4 pendant 2 secondes
```

b. $240 = 4 \times 60$
Il faut que le lutin avance de 60 pas par côté. Dans le script, il faut donc remplacer 100 par 60.

```
quand [drapeau] est cliqué
aller à x: 0 y: 0
stylo en position d'écriture
avancer de 60
tourner ↻ de 90 degrés
dire 1 pendant 2 secondes
avancer de 60
tourner ↻ de 90 degrés
dire 2 pendant 2 secondes
avancer de 60
tourner ↻ de 90 degrés
dire 3 pendant 2 secondes
avancer de 60
tourner ↻ de 90 degrés
dire 4 pendant 2 secondes
```

c. $492 \div 4 = 123$
Il faut que le lutin avance de 123 pas par côté. Dans le script, il faut donc remplacer 60 par 123.

```
quand [drapeau] est cliqué
aller à x: 0 y: 0
stylo en position d'écriture
avancer de 123
tourner ↻ de 90 degrés
dire 1 pendant 2 secondes
avancer de 123
tourner ↻ de 90 degrés
dire 2 pendant 2 secondes
avancer de 123
tourner ↻ de 90 degrés
dire 3 pendant 2 secondes
avancer de 123
tourner ↻ de 90 degrés
dire 4 pendant 2 secondes
```

4. $342 \div 6 = 57$

```
quand [drapeau] est cliqué
mettre à 30 % de la taille initiale
aller à x: 0 y: 0
stylo en position d'écriture
effacer tout
avancer de 57
tourner ↻ de 60 degrés
dire 1 pendant 2 secondes
avancer de 57
tourner ↻ de 60 degrés
dire 2 pendant 2 secondes
avancer de 57
tourner ↻ de 60 degrés
dire 3 pendant 2 secondes
avancer de 57
tourner ↻ de 60 degrés
dire 4 pendant 2 secondes
avancer de 57
tourner ↻ de 60 degrés
dire 5 pendant 2 secondes
avancer de 57
tourner ↻ de 60 degrés
dire 6 pendant 2 secondes
dire J'ai tracé un hexagone de 342 pas au total! pendant 2 secondes
```

CHAPITRE 8

Distance et cercle

Introduction

Les activités géométriques pratiquées au cycle 3 s'inscrivent dans la continuité de celles du cycle 2 mais s'en distinguent par une part plus grande accordée au raisonnement et à l'argumentation qui complètent la perception et l'usage des instruments.
Les objectifs de ce premier chapitre de géométrie sont :

- l'introduction du cercle comme un ensemble de points équidistants d'un point, le centre du cercle ;
- l'utilisation de cette définition pour résoudre des problèmes de distance ;
- l'utilisation du compas pour construire des figures géométriques particulières : triangles et losanges ;
- reconnaitre des situations réelles pouvant être modélisées par ces figures géométriques.

Pour ce faire, les élèves sont amenés à travailler dans des contextes purement géométriques dans lesquels ils vont reproduire, représenter et construire des figures simples ou complexes, réaliser, compléter et rédiger des programmes de construction, utiliser les notations ∈ , [AB], (AB).
Mais surtout, une grande place est accordée à la résolution de problèmes concrets issus de la vie courante ou d'autres disciplines faisant intervenir la notion de distance, notamment des recherches de lieux, qui vont amener les élèves à modéliser et à élaborer des raisonnements mathématiques à partir de dessins à main levée.
Dans ce chapitre le triangle isocèle et équilatéral, ainsi que le losange ne sont rencontrés qu'à travers leur définition. Les constructions seront donc limitées à l'utilisation du compas et de la règle graduée. Les propriétés sur les angles et les diagonales pour le losange, ainsi que les constructions liées à ces propriétés seront travaillées dans le chapitre 14.
De nombreux élèves rencontrent des difficultés à faire évoluer leur représentation de la notion de cercle, c'est-à-dire à passer de la figure tracée avec un compas à une définition géométrique. Voir le compas comme un « reporteur » de longueur permettra de comprendre la définition du cercle. Donner une place importante à la résolution de problèmes concrets de distance favorisera également cet apprentissage.
Les prérequis pour aborder ce chapitre sont :

- savoir diviser par 2 ;
- la notion de segment, de milieu d'un segment ;
- savoir nommer et reconnaitre un polygone quelconque ;
- connaitre le vocabulaire associé aux polygones : sommet, côté, diagonale ;
- utiliser une règle graduée, un compas ;
- réaliser un programme simple de construction.

Activités

Questions flash

1. 8 ÷ 2 = 4 — 24 ÷ 2 = 12 — 7 ÷ 2 = 3,5
13 ÷ 2 = 6,5 — 6,8 ÷ 2 = 3,4 — 10,4 ÷ 2 = 5,2
4,5 ÷ 2 = 2,25

2. a. Les figures ①, ②, ④ et ⑤ sont des polygones.
b. Les figures ① et ② sont des triangles.
c. La figure ⑤ est un quadrilatère.

3. a. SFYE — SEYF — FYES — FSEY
YFSE — YESF — ESFY — EYFS
b. Les sommets sont S, F, Y et E.
c. Les côtés sont [FY], [YE], [ES] et [SF].
d. [YS] et [FE] sont les deux diagonales.

Constructions — Activité 1

Intentions des auteurs

Objectifs :
- Réactiver le vocabulaire et quelques notations de géométrie ;
- Tracer et mesurer un segment ;
- Repérer et placer le milieu d'un segment.

Prérequis : Vocabulaire de base de géométrie, utilisation d'une règle graduée.
Capacité introduite : Tracer et mesurer un segment.

Au Primaire les élèves se sont familiarisés avec le vocabulaire, les notations géométriques et ont fait régulièrement usage de la règle graduée pour tracer et mesurer. Mais l'un comme l'autre ne sont pas maitrisés par tous les élèves et les rythmes peuvent être très différents sur cette activité.
La première partie peut être proposée en groupe afin de réactiver plus facilement le vocabulaire géométrique. Cependant, il sera important que chaque élève réalise sa propre construction pour la question **2.**

1. ⑥ ⑩ ③ ⑤ ⑮ ⑫ ⑪

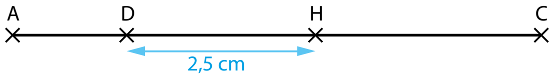
Une mise en commun avec le groupe classe sera facilitée par la version numérique qui permet de faire glisser les étiquettes vers chaque étape.

Cette première question donne l'occasion de faire un premier point sur le vocabulaire : segment, droite, extrémités d'un segment, longueur d'un segment, et les différentes notations associées : [AB], (AB) et AB. On expliquera que ces notations permettent une économie d'écriture.
On pourra également introduire la notation ∈ en reformulant par exemple l'étiquette ⑮ :
« Placer un point H tel que H ∈ [AC]. »
On amènera les élèves à formuler par groupe une définition :
- de la distance entre deux points ;
- du milieu d'un segment.

Si besoin, on précisera qu'un point en géométrie est représenté par une croix car il peut toujours être considéré comme l'intersection de deux droites.

2.

Cette deuxième question donne l'occasion de réaliser un programme de construction et d'utiliser la règle graduée pour tracer et mesurer. Encore beaucoup d'élèves arrivant en 6^e ne positionnent pas correctement la règle pour mesurer.



Dans ce cas, on trouve HD = 2,5 cm.
On pourra faire un point si besoin sur la méthode pour tracer et mesurer un segment.
On pourra amener les élèves à réfléchir sur l'emploi de l'article indéfini « un point D » et de l'article défini « le point H » des étiquettes ② et ③.

Prolongement possible : Échanger sa construction avec son binôme et vérifier si elle est correcte.

Si certains élèves ont placé le point D au milieu de [AC], on peut les faire réfléchir à la distance HD dans ce cas, et introduire la notion de points confondus.
Il pourra alors être intéressant de s'interroger sur la pertinence de ne pas faire une figure particulière lorsque cela n'est pas demandé.

Prolongement pour les plus rapides : Écrire un autre programme de construction à partir des étiquettes proposées et proposer à son binôme ou à la classe de le réaliser.

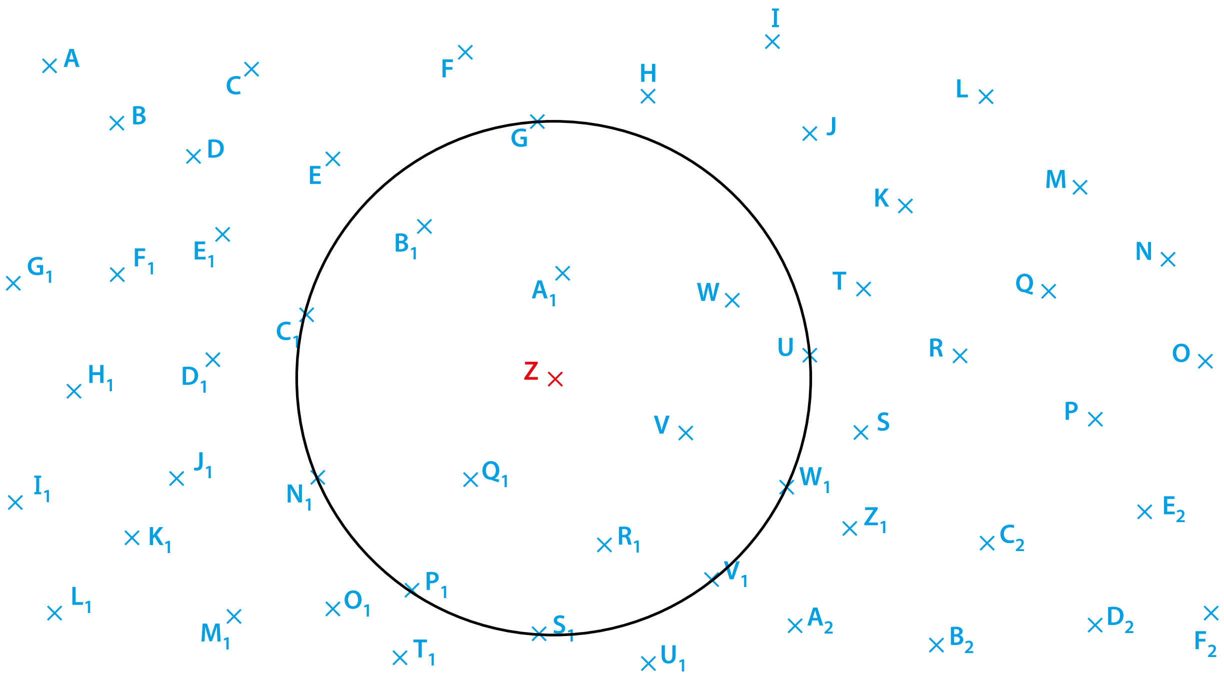
Top chrono ! — Activité 2

Intentions des auteurs

Objectif : Réactiver la caractérisation du cercle.
Prérequis : Mesurer et tracer un segment ; utilisation d'un compas.
Capacité introduite : Construire et utiliser un cercle.

Un travail individuel semble le plus adapté pour cette activité présentée sous forme de défi, que les élèves pourront relever avec enthousiasme. Beaucoup d'entre eux, qui n'ont pas encore fait le lien entre cercle et distance, utiliseront la règle graduée pour mesurer tandis que d'autres utiliseront de suite le compas pour tracer un cercle.
La construction du cercle apparait clairement comme le moyen le plus rapide pour répondre aux questions et les élèves s'ouvrent plus facilement à la caractérisation du cercle qui pourra être proposée par leurs camarades, comme un ensemble de points situés à une même distance d'un point fixé.
On pourra insister sur la précision de la mesure du diamètre et du tracé du cercle.

1.



On trace le cercle de centre Z et de rayon 3,4 cm.
Tous les points de ce cercle, et seulement ceux-là, sont situés à 3,4 cm du point Z.
Donc les points U ; W_1 ; V_1 ; S_1 ; P_1 ; N_1 ; C_1 et G sont situés à 3,4 cm du point Z.

Attention : Si l'on manque de précision pour le rayon ou pour le tracé du cercle, certains points ne seront pas sur le cercle. Si cela se présente, on pourra insister sur l'importance de la précision d'un tracé géométrique.

2. Tous les points situés à l'intérieur du cercle sont situés à moins de 3,4 cm du point Z.
Donc les points B_1 ; A_1 ; Q_1 ; V ; R_1 et W sont situés à moins de 3,4 cm du point Z.

On amènera les élèves à formuler, par groupe, la définition :
- du cercle de centre Z et de rayon 3,4 cm : ensemble des points situés à 3,4 cm du point Z ;
- du disque de centre Z et de rayon 3,4 cm : ensemble des points situés à une distance inférieure ou égale à 3,4 cm du point Z.

Cela peut aussi être l'occasion de réactiver le vocabulaire relatif au cercle : centre / rayon / diamètre / corde et de le récapituler sur une figure.

Intentions des auteurs

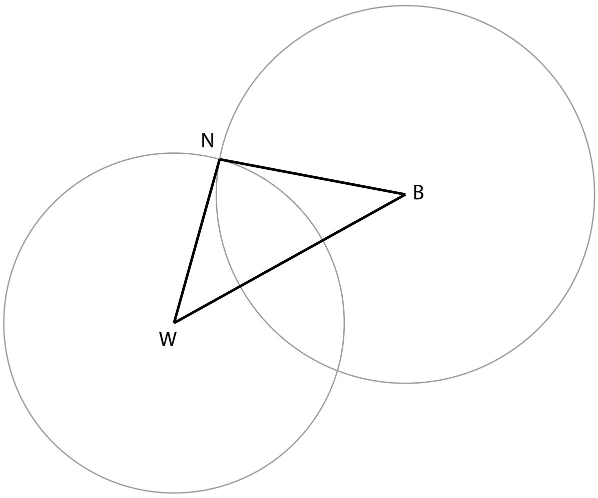
Objectifs :
- Modéliser une situation de distance entre trois objets par un triangle ;
- Mettre en place une méthode pour construire un triangle connaissant la longueur de ses trois côtés.

Prérequis : Construire et utiliser un cercle.
Capacité introduite : Construire et utiliser un triangle.

Cette activité propose une première modélisation mathématique d'une situation réelle par une configuration géométrique.
L'échelle est choisie de sorte à ne pas faire obstacle à la résolution du problème. Elle pourra cependant être explicitée aux élèves très fragiles.
On peut s'attendre à ce qu'un certain nombre d'élèves de 6^e ne modélisent pas la situation directement par un triangle. Par contre, le travail effectué en amont sur le cercle favorisera pour beaucoup son utilisation dans ce contexte de distance.
L'activité peut débuter par un travail individuel court, afin que chacun s'approprie l'énoncé, et pourra ensuite se poursuivre par un travail en groupes.

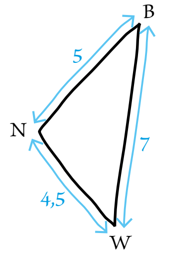
Coup de pouce possible : Représenter l'avion pour New York par un point N, celui pour Boston par un point B et celui pour Washington par W.

1. On peut par exemple d'abord tracer deux points W et B distants de 7 cm à l'aide de la règle graduée.
On sait que N est situé à 5 cm de B : il est donc situé sur le cercle de centre B et de rayon 5 cm.
On sait aussi que N est situé à 4,5 cm de W : il est donc situé également sur le cercle de centre W et de rayon 4,5 cm.
On choisit un des points d'intersection.

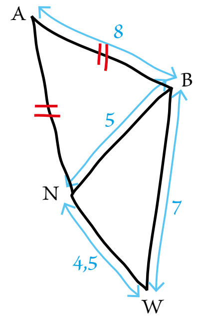


Il n'est pas indispensable de soulever ici la question de l'unicité du point.
Si certains élèves ont seulement utilisé la règle graduée, on pourra faire émerger les inconvénients de cette méthode : couteuse en temps et manque de précision.
Le choix des points à placer en premier peut être soulevé, et on fera remarquer que cela n'a pas d'importance en proposant aux élèves de décalquer leur schéma et de vérifier qu'ils sont tous superposables.
On demandera aux élèves de relier les trois points, de préciser la figure obtenue, puis de donner les conditions nécessaires au tracé de cette figure. On pourra ensuite leur faire noter ces conditions sur un dessin à main levée.

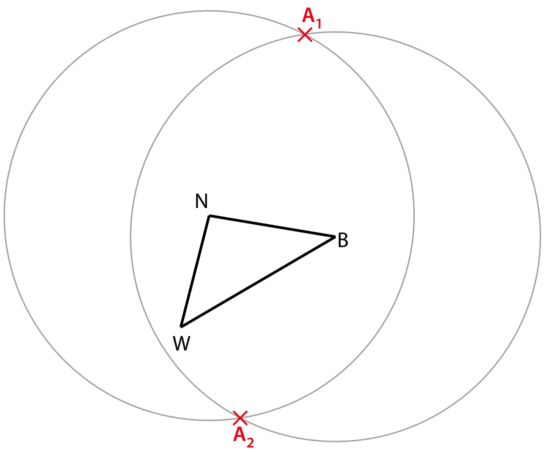
Il ressortira ainsi :
- qu'une situation de distance entre trois objets peut être traduite en langage mathématique par un triangle ;
- que l'on utilisera le compas pour tracer un triangle connaissant les longueurs de ses trois côtés ;
- qu'un dessin codé à main levée peut aider à la construction.



2. Cette deuxième question pourra être proposée en travail individuel, afin que chaque élève réinvestisse le travail précédent.
On commence par compléter le dessin à main levée qui a été réalisé à la question **1.**



Le point A est à l'intersection des cercles de centres N et B et de rayon 8 cm. On trace donc ces deux cercles :



Il y a deux points d'intersection donc deux possibilités pour le point A. On ne peut donc pas positionner exactement le dernier avion sur le schéma.

Prolongement pour les plus rapides : Quelle condition peut-on ajouter pour pouvoir placer exactement le point A ?

On pourra demander aux élèves la particularité des triangles A_1NB et A_2NB et réactiver ainsi la définition d'un triangle isocèle.
On pourra également les amener à réactiver la definition d'un triangle équilatéral.

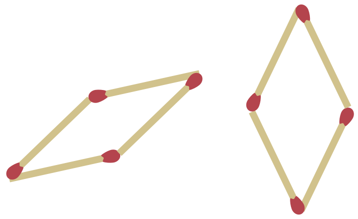
Intentions des auteurs

Objectifs :
- Mettre en place la définition du losange ;
- Construire un losange.

Prérequis : Construire et utiliser un cercle.
Capacité introduite : Construire et utiliser un losange.

Si la manipulation des allumettes pose problème, on peut bien sûr les remplacer, par exemple par des cure-dents. La manipulation est intéressante car elle permet aux élèves de voir facilement et rapidement que l'on peut construire de nombreux quadrilatères ayant la même longueur de côté mais qui ne sont pas identiques.

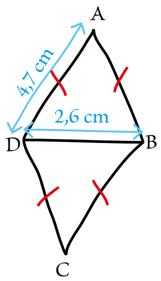
1. Au moins deux figures sont demandées afin d'amener les élèves à construire un losange non carré.



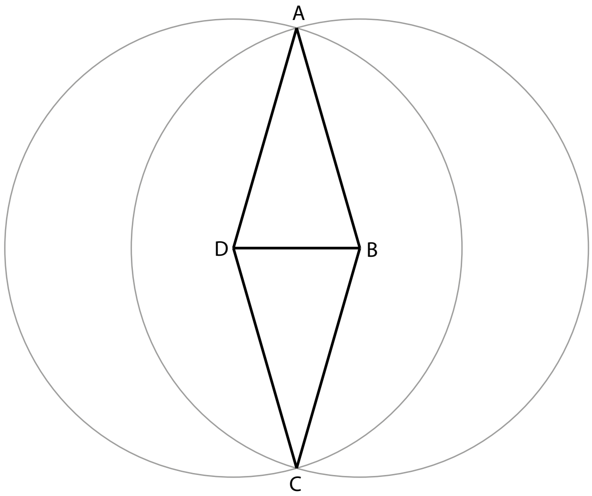
Toutes les figures obtenues sont des quadrilatères ayant quatre côtés de même longueur.

Elles ne sont pas toutes superposables. On posera ainsi la définition d'un losange. On pourra amener les élèves à réfléchir sur le nombre de sommets et sur les diagonales.

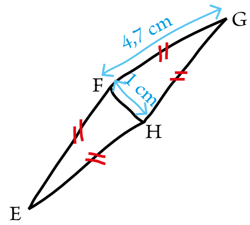
2. On attend ici que les élèves réalisent les figures en vraie grandeur. N'ayant pas encore appris à utiliser le rapporteur, ils devront au choix mesurer ou reporter avec le compas la longueur d'une diagonale et d'une allumette pour reproduire la figure.
On les incitera si besoin à commencer par une figure codée à main levée.
Première figure :
- On commence par mesurer une allumette : 4,7 cm
- On mesure une diagonale : 2,6 cm
- On trace une figure à main levée :

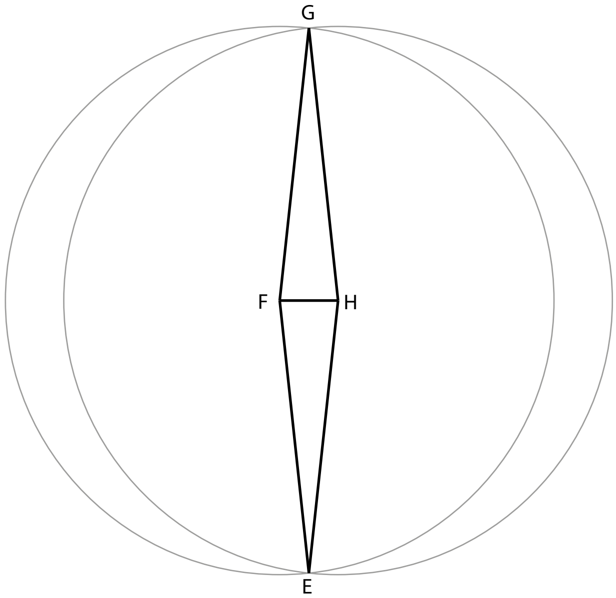


On commence par tracer le segment [BD] de longueur 2,6 cm.
On trace ensuite les cercles de centres B et D et de rayon 4,7 cm.
On note A et C les deux points d'intersection.



Deuxième figure :



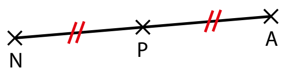


On fera émerger qu'un losange est constitué de deux triangles isocèles de même base.

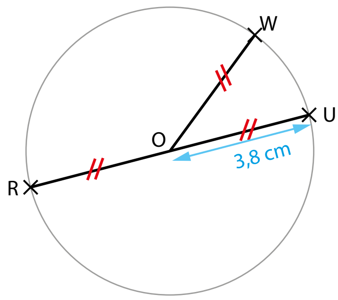
Savoir-faire

2
1. LY = 3,4 cm LS = 2,2 cm YS = 5 cm
2.

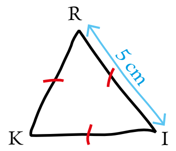
3.

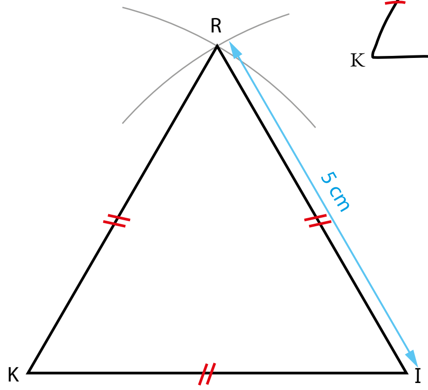


4 OW = 3,8 cm donc W appartient au cercle de centre O et de rayon 3,8 cm.

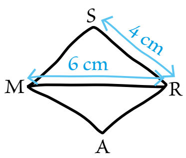


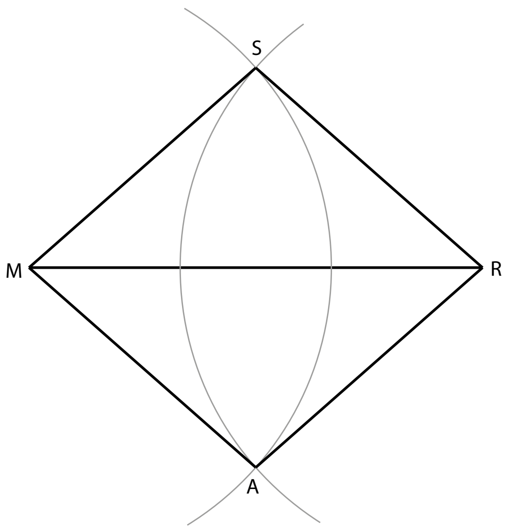
6 On commence par faire une figure à main levée que l'on code. On effectue ensuite la construction du triangle.





8 On commence par faire une figure à main levée que l'on code. On effectue ensuite la construction du losange.





Exercices

Tracer et mesurer un segment

Questions flash

9 1. La longueur du segment [AB] est 4 cm. La longueur du segment [AC] est 5 cm. La longueur du segment [BC] est 1 cm.

2. A ∉ [BC] B ∈ [AC] C ∉ [AB]

10 OU = OS = OT et ST = SU

11 a. IE = 2 × IK

b. KE = KI = IE ÷ 2

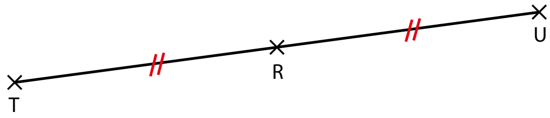
c. Les points I et E sont les extrémités du segment [IE].

d. Le point K est le milieu du segment [IE].

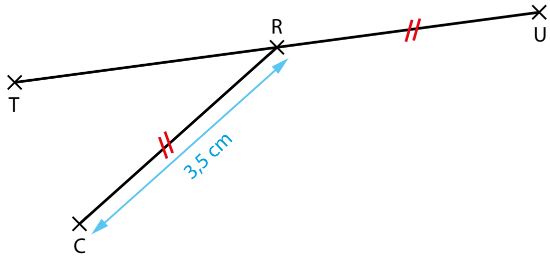
12 Enzo a mal placé sa règle. Le zéro doit être positionné sous le point E.
C'est donc Imany qui a raison.

13 HI = 3,6 cm LM = 1,2 cm JK = 2,5 cm

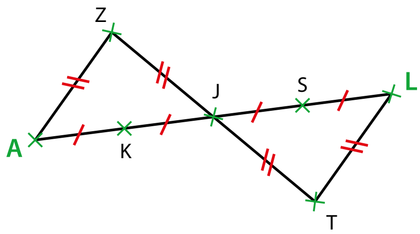
14 1. R est le milieu de [TU], donc TR = 7 ÷ 2 = 3,5 cm.
On place donc R à 3,5 cm du point T.



2. À l'aide de la règle graduée, on place un point C à 3,5 cm du point R.

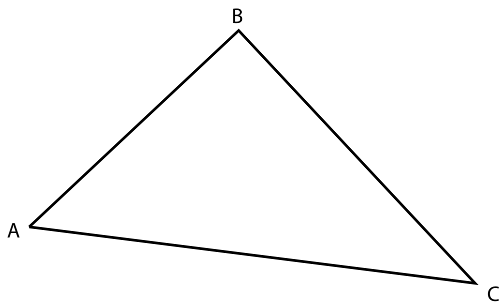


15

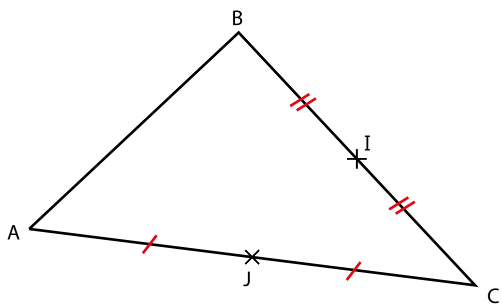


16 1.

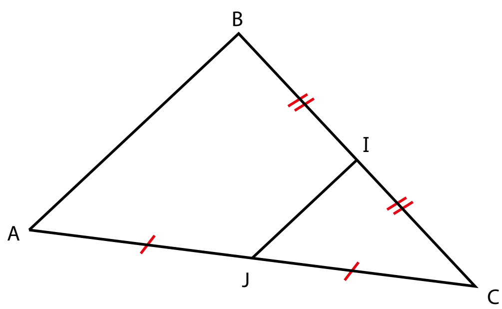
2.



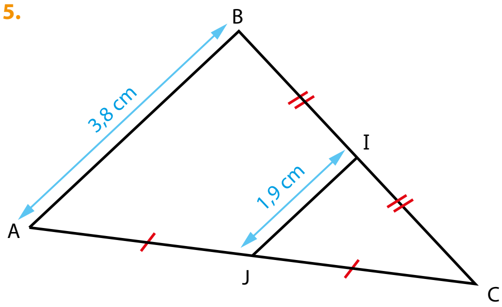
3.



4.



5.



On constate que $AB = 2 \times IJ$.

Construire et utiliser un cercle

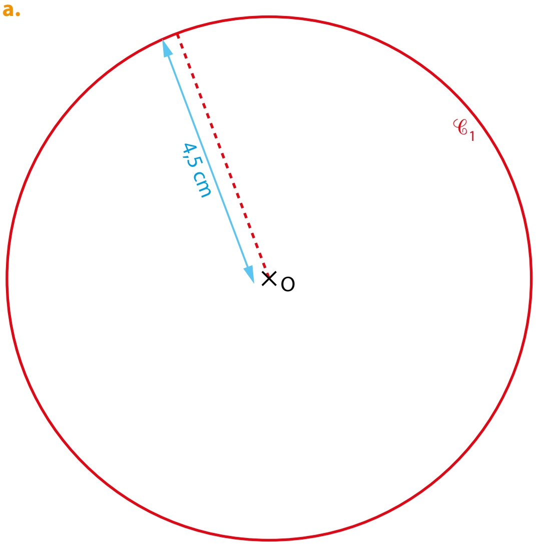
Questions flash

17 **1. a.** [AI] et [AH] sont deux rayons du cercle.
b. [GD] est un diamètre.

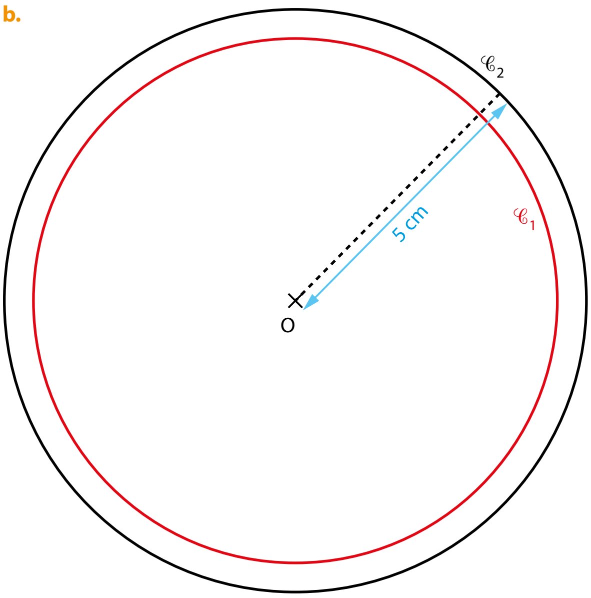
2. a. Tous les points du cercle sont situés à 1,7 cm du point A. Donc les points D, H, G et I sont situés à 1,7 cm du point A.
b. Tous les points du cercle situés à l'intérieur du cercle sont à moins de 1,7 cm du point A. Donc les points T, L, S, E et A sont situés à moins de 1,7 cm du point A.
c. Tous les points du cercle situés à l'extérieur du cercle sont à plus de 1,7 cm du point A. Donc les points J, F, B, K et M sont situés à plus de 1,7 cm du point A.

3. Le diamètre du cercle est $1{,}7\text{ cm} \times 2 = 3{,}4\text{ cm}$.
Donc les points G et D sont distants de 3,4 cm.

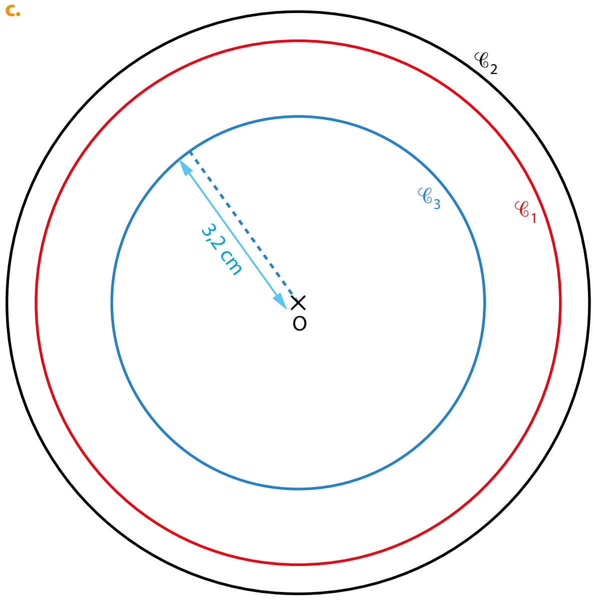
18 **1. a.**



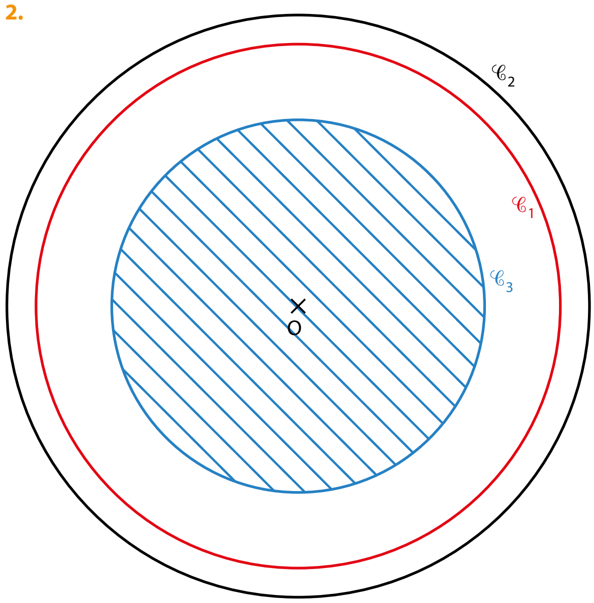
b.



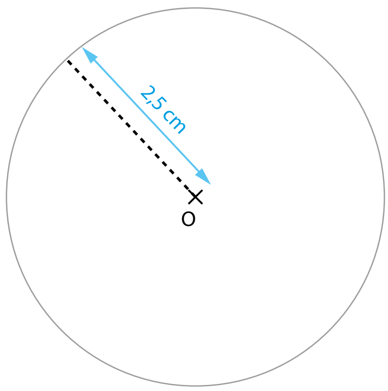
c.



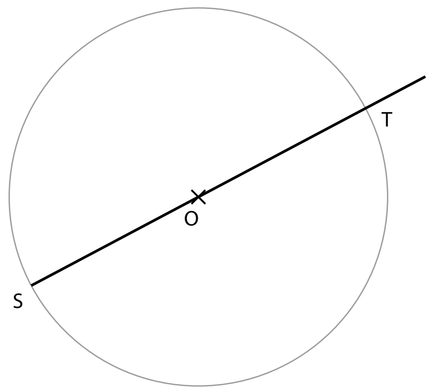
2.



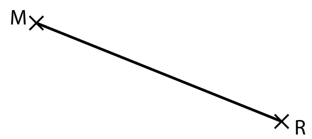
19 **1.** On commence par calculer le rayon du cercle :
$5\text{ cm} \div 2 = 2{,}5\text{ cm}$
On place un point O et on trace le cercle de centre O et de rayon 2,5 cm.



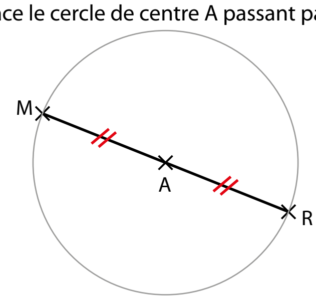
2. On place un point S sur le cercle, on trace la demi-droite [SO), puis on note T à l'intersection de cette demi-droite et du cercle.



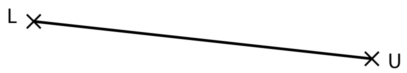
20 **1.** En mesurant, on trouve MR = 3,5 cm.
On trace donc un segment [MR] de longueur 3,5 cm.



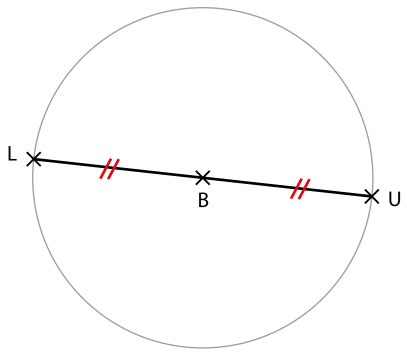
2. On place le milieu A de ce segment tel que :
MA = 3,5 cm ÷ 2 = 1,75 cm
Puis on trace le cercle de centre A passant par M.



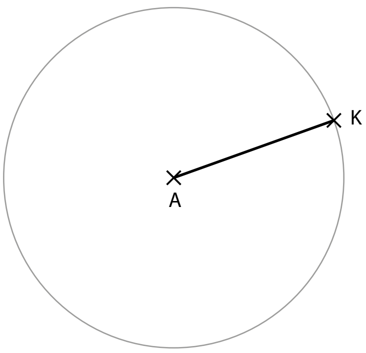
21 **1.**



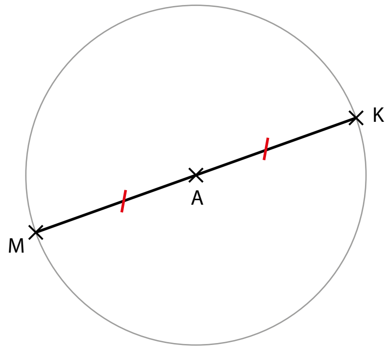
2. On place le milieu B de ce segment tel que :
LB = 9 cm ÷ 2 = 4,5 cm
Puis on trace le cercle de centre B passant par L.



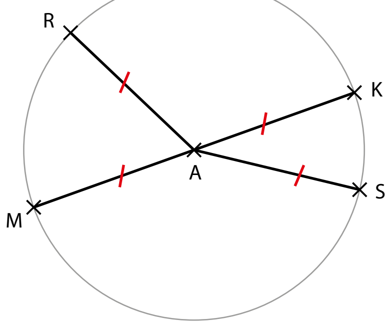
22 **1.**



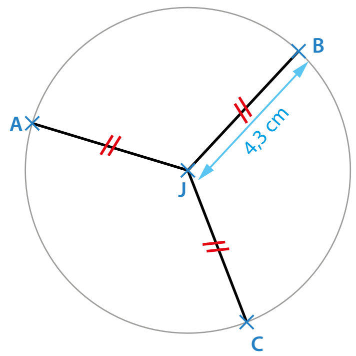
2.



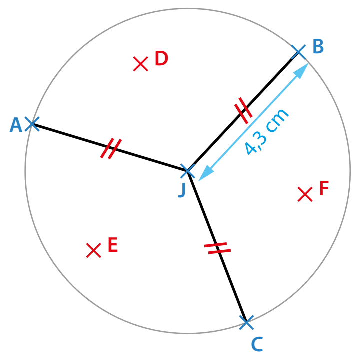
3. Les points K, R et S sont à égale distance du point A.
Ils appartiennent donc au même cercle de centre A.



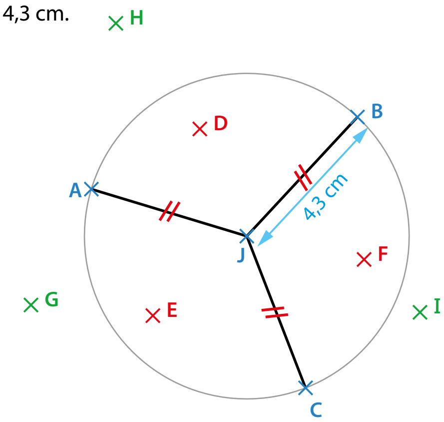
23 **1.** et **2.** Les points A, B et C sont situés à 4,3 cm du point J. Ils sont donc situés sur le cercle de centre J et de rayon 4,3 cm.



3. Les points D, E et F sont situés à moins de 4,3 cm du point J. Ils sont donc situés à l'intérieur du cercle de centre J et de rayon 4,3 cm.

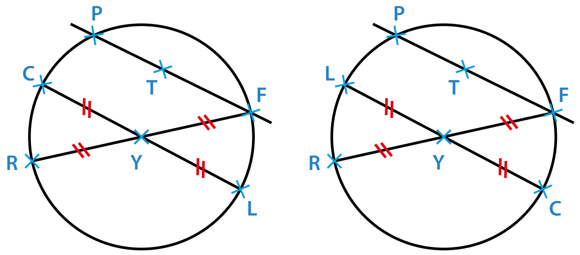


4. Les points G, H et I sont situés à plus de 4,3 cm du point J. Ils sont donc situés à l'extérieur du cercle de centre J et de rayon 4,3 cm.



24 **1.** $\mathscr{C}_1$ est un cercle de rayon 20,3 cm.
Son diamètre est donc 20,3 cm × 2 = 40,6 cm.
2. $\mathscr{C}_2$ est un cercle de diamètre 16,4 cm.
Son rayon est donc 16,4 cm ÷ 2 = 8,2 cm.

25 Il y a deux possibilités.



26 DV = 0,8 cm DW = 1,6 cm
HV = 0,8 cm HW = 1,8 cm

Construire et utiliser un triangle

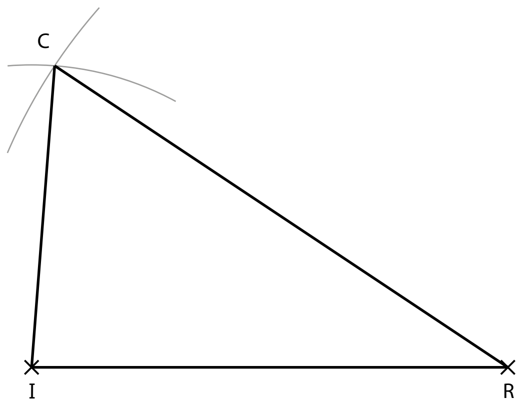
Questions flash

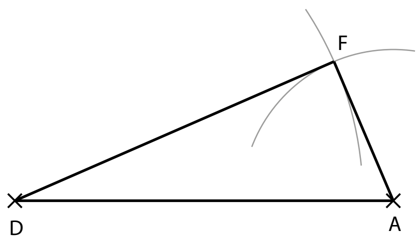
27 **1.** Le point E est situé à **2,3 cm** du point B et à 3,3 cm du point **A**.
2. Le point A est situé à **3,3 cm** du point E et à **4,5 cm** du point B.

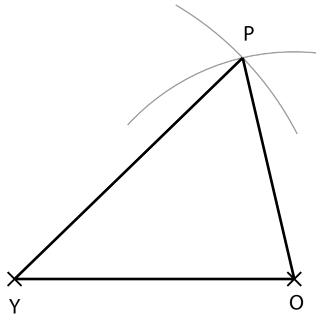
28 **a.** DIT est un triangle **équilatéral**.
VUE est un triangle **isocèle en E**.
b. Pour construire le triangle DIT, on a tracé deux cercles de centre **D** et **T**, et de rayon **2,5 cm**.
Pour construire le triangle VUE, on a tracé deux cercles de centre **V** et **U**, et de rayon **3 cm**.

29 Étape ① : Tracer un segment [TO] de 5,5 cm.
Étape ② : Tracer un arc de cercle de centre T et de rayon 3,8 cm.
Étape ③ : Tracer un arc de cercle de centre O et de rayon 2,4 cm.
Étape ④ : Placer I à l'intersection de ces deux arcs de cercle.
Étape ⑤ : Tracer les segments [TI] et [OI].

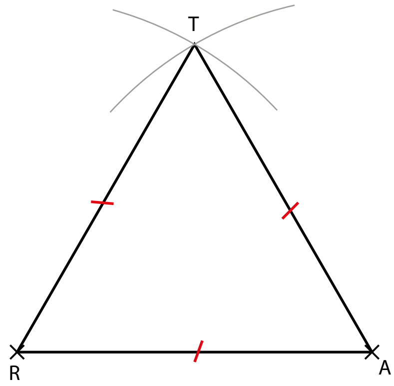
30

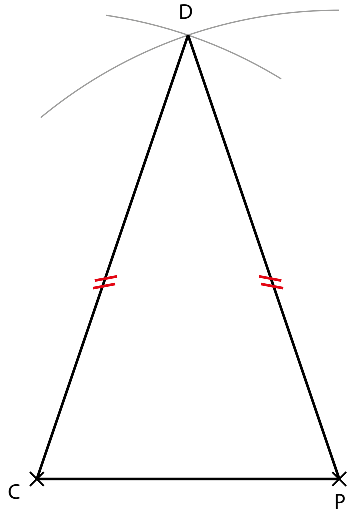


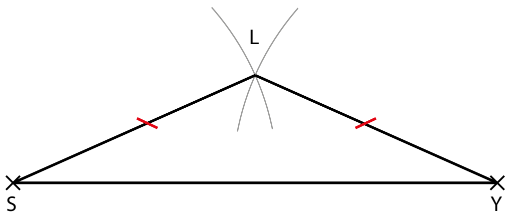




31

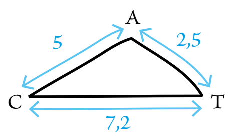


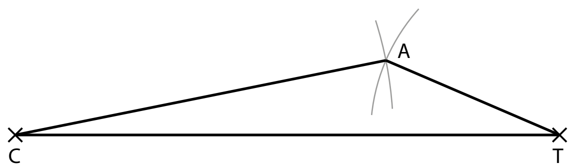




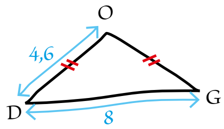
RAT est un triangle équilatéral.
COP est un triangle isocèle en O.
LYS est un triangle isocèle en L.

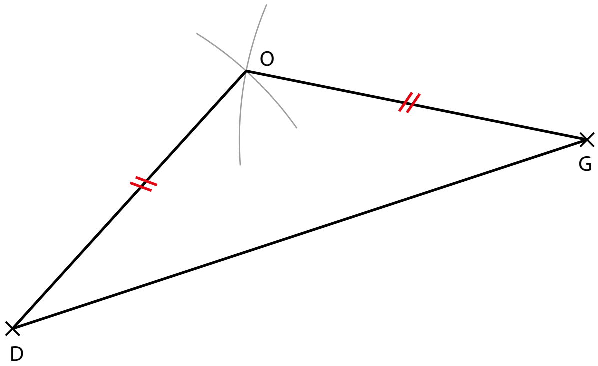
32 **1.**



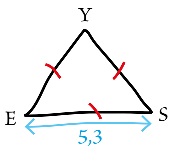


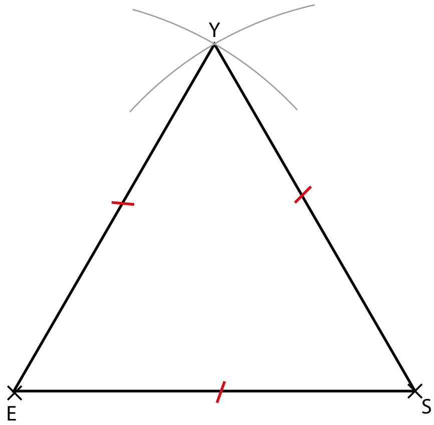
2.





3.





Construire et utiliser un losange

Questions flash

33 1. Les quadrilatères KIZW, PQRS et LMNO sont des losanges.

2. a. Les sommets de KIZW sont K, I, Z et W.
Les sommets de PQRS sont P, Q, R et S.
Les sommets de LMNO sont L, M, N et O.

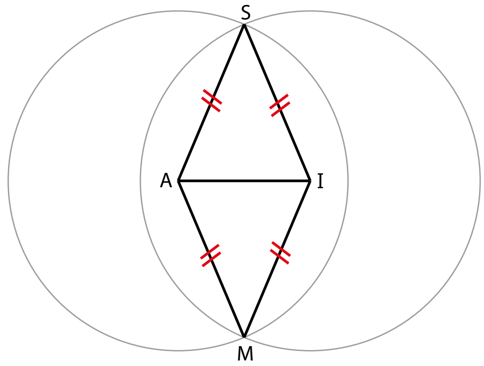
b. Les côtés de KIZW sont [KI], [IZ], [ZW] et [WK].
Les côtés de PQRS sont [QP], [PS], [SR] et [QR].
Les côtés de MNOP sont [MN], [LM], [OL] et [ON].

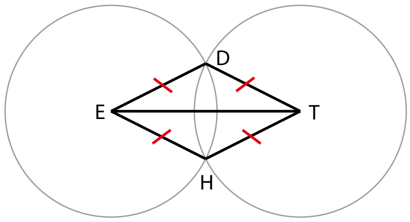
c. Les diagonales de KIZW sont [KZ] et [IW].
Les diagonales de PQRS sont [PR] et [QS].
Les diagonales de MNOP sont [MO] et [NP].

34 1. Les triangles isocèles sont ACG, CGE, ABC, ECD, CBD, FBD, BCF et CDF.

2. Les losanges sont AGEC et BCDF.

35 1.





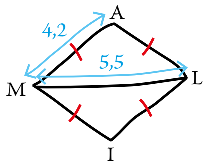
2. **Pour construire SAMI :**

- Tracer un segment [AI] de longueur 3,5 cm.
- Tracer deux cercles de centres A et I et de rayon 4,5 cm.
- Noter S et I les deux points d'intersection de ces deux cercles.
- Tracer les segments [SA], [SI], [MA] et [MI].

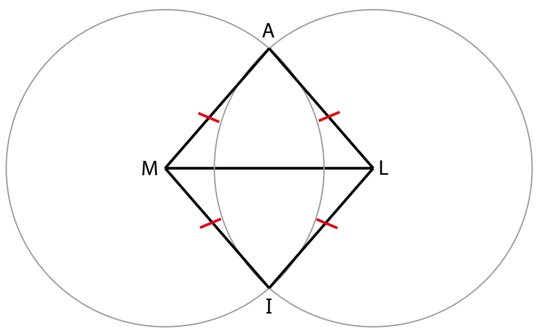
Pour construire HEDT :

- Tracer un segment [ET] de 5 cm.
- Tracer deux cercles de centre E et T de rayon 2,8 cm.
- Noter H et D les deux points d'intersection de ces deux cercles.
- Tracer les segments [SA], [SI], [MA] et [MI].

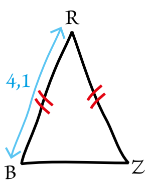
36 1.

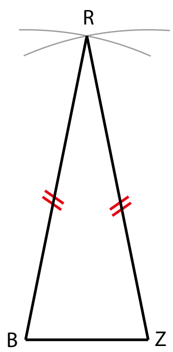


2.

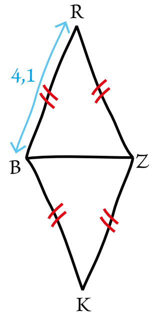


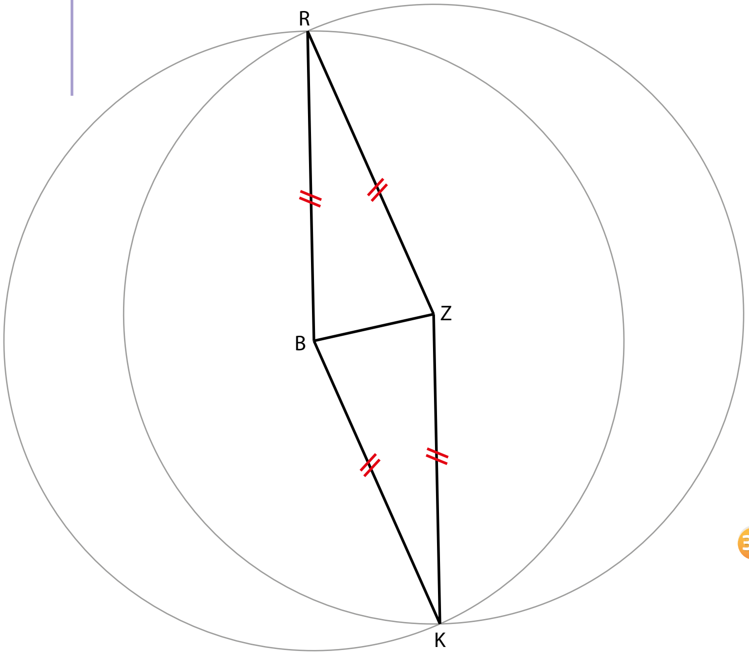
37 1.





2.





Faire le point

QCM

1 1. C 2. A **2** 3. C **3** 4. B **4** 5. B

Problèmes

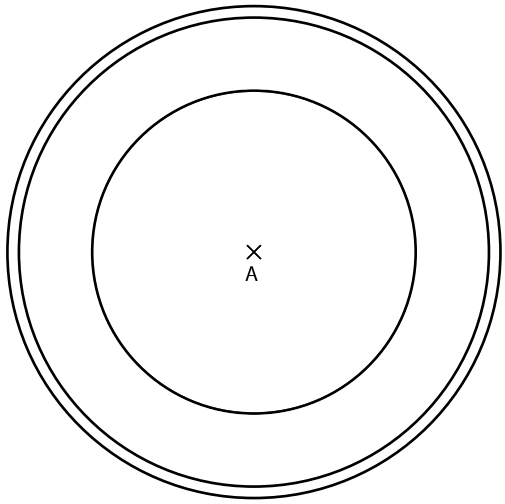
38 **Panneau routier**

1.

On est ici dans le domaine de la mesure et du tracé. Le centre n'étant pas placé, les élèves doivent trouver un moyen d'obtenir le diamètre. Ils vont donc devoir utiliser la caractérisation du diamètre comme étant la plus grande corde du cercle. Ils sont donc amenés à faire différentes mesures.

Après analyse de la figure, on constate que ce panneau est construit à partir de trois cercles de même centre. Après avoir effectué plusieurs mesures, on trouve le diamètre du grand cercle : 6,5 cm.
On peut ensuite le tracer sur le panneau. On peut calculer rapidement en divisant par 2 son rayon : 3,25 cm.
Il y a ensuite plusieurs stratégies pour obtenir les diamètres des deux autres cercles :
- À partir du diamètre déjà tracé, on peut placer le centre et mesurer directement les deux autres rayons ;
- mesurer les écarts entre les cercles et calculer les rayons en effectuant des soustractions.

On obtient les deux autres rayons : 3,05 cm et 2,1 cm.
Pour reproduire ces panneau on trace donc trois cercles de centre A et de rayons 3,25 cm ; 3,05 cm et 2,1 cm.



Vocabulaire
Ces trois cercles sont dits « concentriques ».

Prolongement possible : On peut amener les élèves à réfléchir sur la précision, et demander ce qui aurait pu être ajouté sur le panneau afin de gagner en précision.

2. Ce panneau signifie que la circulation est interdite à tout véhicule dans les deux sens.

39 **Terrain de football**

1. Les points E, D et L appartiennent au cercle de centre C et de rayon 9,15 m. Les joueurs E, D et L sont donc situés à 9,15 m du joueur C.
Le point G est à l'extérieur de ce cercle donc le joueur G est à plus de 9,15 m du joueur C.
Le point F est à l'intérieur de ce cercle donc le joueur F est à moins de 9,15 m du joueur C.

2. [DL] est un diamètre du cercle, donc $DL = 2 \times 9{,}15\text{ m} = 18{,}3\text{ m}$.
Les joueurs D et L sont donc situés 18,3 m l'un de l'autre.

3. Ce joueur se trouve sur le cercle central.

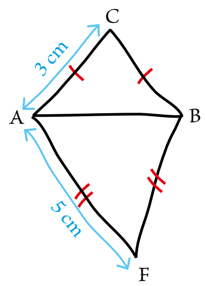
40 **Le château de cartes**

1. Il y a neuf petits triangles équilatéraux, trois moyens et un grand. Soit en tout treize triangles équilatéraux.

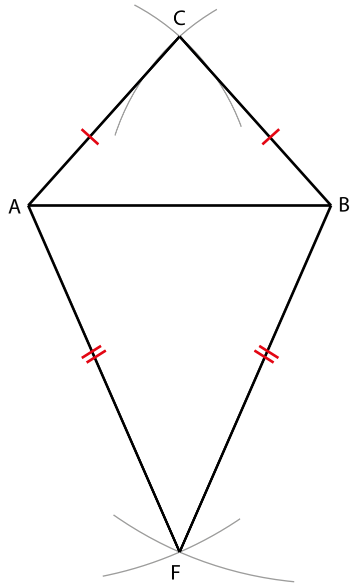
2. Il y a neuf losanges.

41 **Le cerf-volant de Roméo**

On commence par tracer un schéma à main levée du cerf-volant à l'échelle :



On doit donc construire deux triangles isocèles de même base, ABC et ABF :



42 Les messages

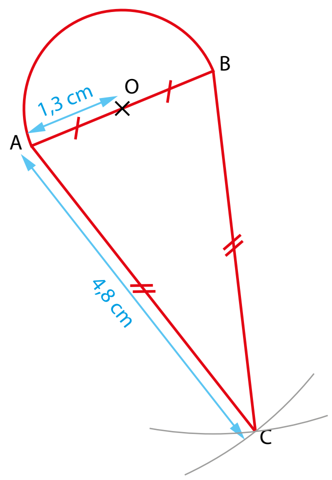
1. Figure 1 :

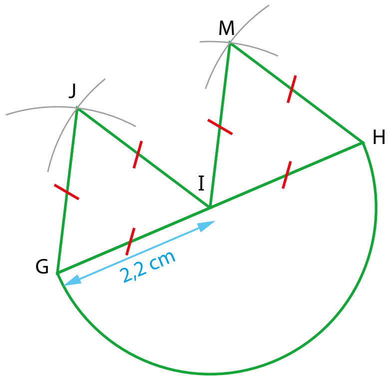
- Construire un segment [AB] de longueur 2,6 cm.
- Construire un triangle ABC isocèle en C tel que AC = 4,8 cm.
- Tracer le demi-cercle de diamètre [AB] qui ne coupe pas [AC].

Figure 2 :

- Tracer un segment [GH] de longueur 4,4 cm.
- Placer I le milieu de [GH].
- Tracer deux triangles équilatéraux GIJ et IMH situés du même côté de la droite (GH).
- Tracer le demi-cercle de diamètre [GH] situé de l'autre côté de la droite (GH).

2.



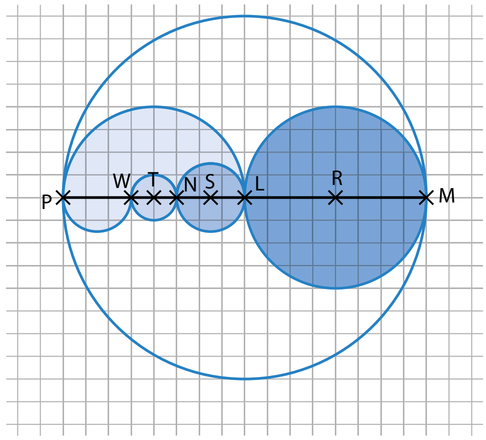


43 Des cercles en cascade

Coup de pouce possible : Bien observer la figure. Où se trouve le centre du grand cercle ? Quel est son rayon ? Combien y a-t-il de cercles ou de demi-cercles différents ?
Pour les plus rapides : Écrire le programme de construction.

Après avoir analysé la figure, on trace successivement :

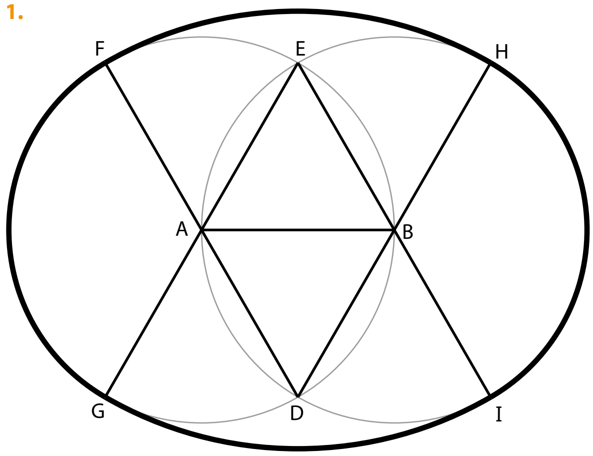
- le segment [PM] ;
- le milieu L de [PM] ;
- le cercle de centre L passant par M ;
- le cercle de diamètre [LM] ;
- le milieu T de [PL] ;
- le point N ;
- le cercle de diamètre [NL] ;
- le cercle de centre T passant par N ;
- le point W diamétralement opposé au point N ;
- un demi-cercle de diamètre [PL] ;
- le demi-cercle de diamètre [PW] situé de l'autre côté de (PM).



44 La chambre de Zoé

On peut proposer aux élèves de faire cette construction à l'aide d'un logiciel.

1.

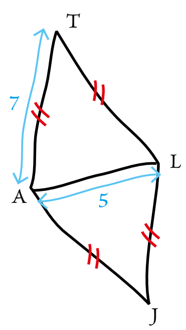


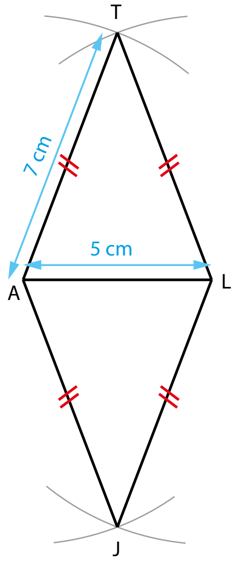
2.

45 Basket-ball

Coup de pouce possible : Faire un schéma à main levée représentant la situation.

On modélise d'abord la situation par un schéma à main levée :



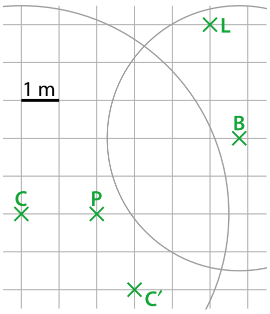


46 La boite à secrets

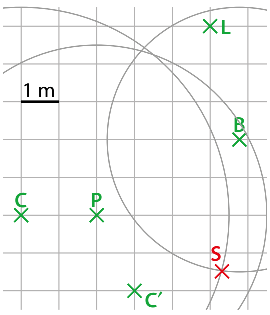
Le plan du jardin est imprimable. On peut le donner au plus fragile et laisser reproduire le plan aux autres.

1. On note S la boite à secret.
S se trouve à 5,5 m de C et à 3,5 m de B.
S se trouve donc à l'intersection des cercles de centres C et B de rayons respectifs 5,5 m et 3,5 m.
Il y a deux points d'intersection. Ses souvenirs ne lui permettent donc pas de localiser précisément sa boite.

2.



S se trouve à plus de 4,5 m du pommier. Il est donc situé à l'extérieur du cercle de centre P et de rayon 4,5 m.
S est donc le point d'intersection des deux cercles qui est situé à l'intérieur du cercle de centre P.

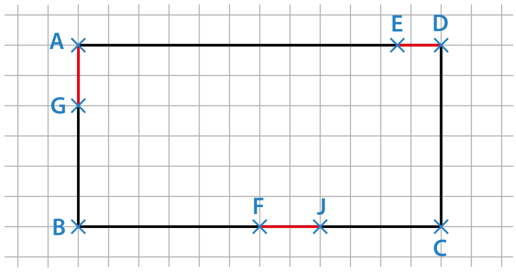


3. Elle devra prendre la corde, le mètre et une pelle. Elle utilisera la corde pour tracer le cercle, elle mesurera le rayon à l'aide du mètre et elle creusera avec la pelle.

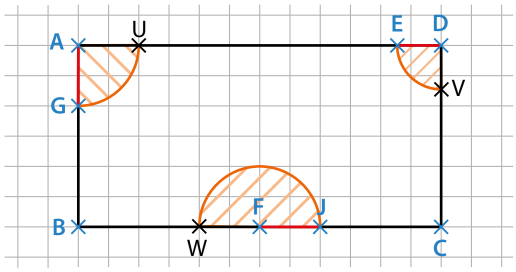
47 Le salon de Marylou

La lecture du plan peut poser problème aux plus fragiles. Le mot « gond » peut également être un obstacle à la résolution du problème.
On peut débuter par un travail individuel rapide afin que chacun s'approprie le problème, et poursuivre par un travail en équipes.

1.



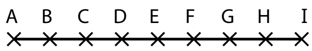
2.



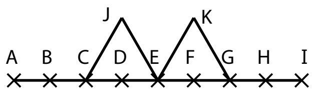
48 Dans la cour

Le changement de cadre est très intéressant pour les élèves. Cela les amènera à réfléchir aux instruments et aux méthodes à utiliser. On peut aussi imposer des contraintes.
Instruments : Compas élève ou prof + règle de 40 cm ou corde + règle de 40 cm

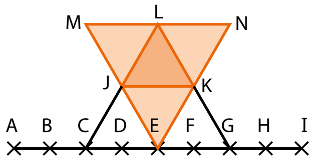
1.



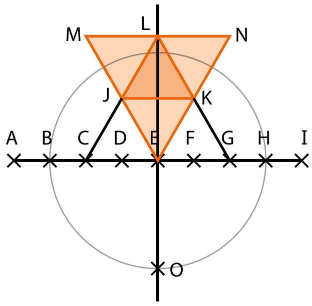
2.



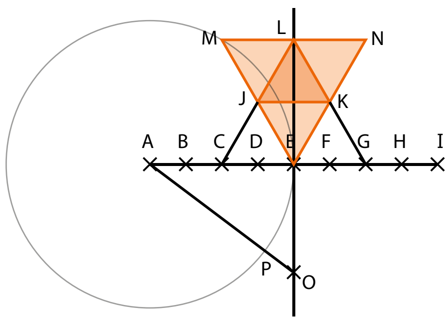
3.



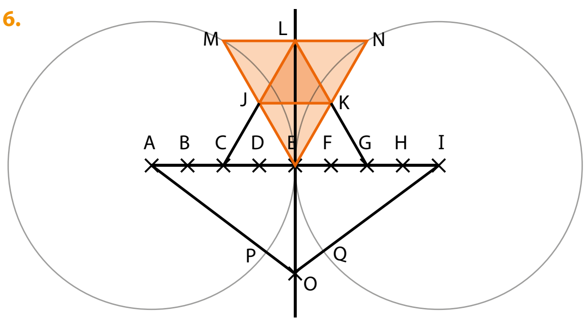
4.



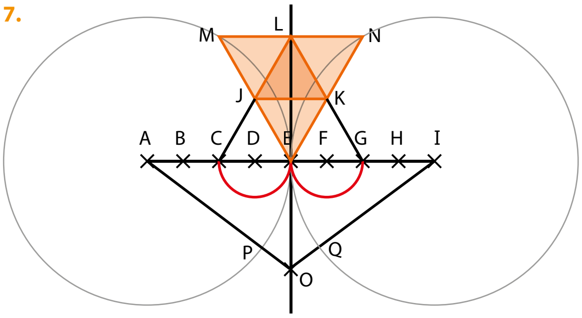
5.



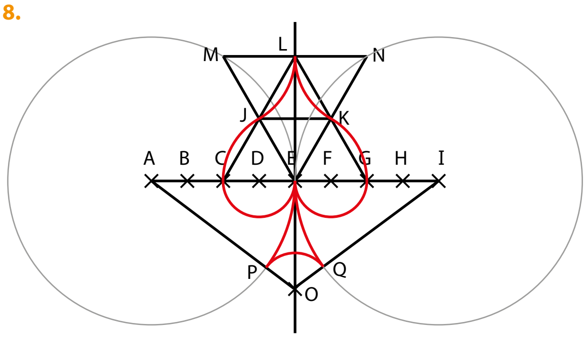
6.



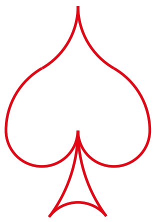
7.



8.



Pour finir, on peut demander aux élèves d'effacer tous les traits de construction et de ne laisser ainsi que le pique.



49 La figure de Lola et Karim

1. On trace successivement :

- un cercle de centre A ;
- un point D appartenant à ce cercle.

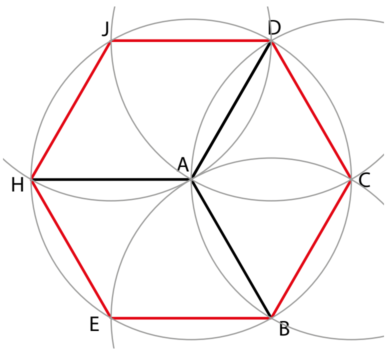
Comme ABCD, HADJ et HEBA sont des losanges superposables, on a :

JD = DC = BC = EB = EH = HJ = AD = AB = AH

Ensuite, on trace :

- le cercle de centre D passant par A. On note J et C les deux points d'intersection des cercles.
- le cercle de centre B passant par A. On note E le deuxième point d'intersection avec le cercle de centre A.
- le cercle de centre E passant par A. On note H le deuxième point d'intersection avec le cercle de centre A.
- les segments [JD], [DC], [CB], [EB], [HE], [HJ], [AD], [AH] et [AB].

2.



Les six côtés de cet hexagone ont la même longueur.
On peut également remarquer que ses angles ont la même mesure.

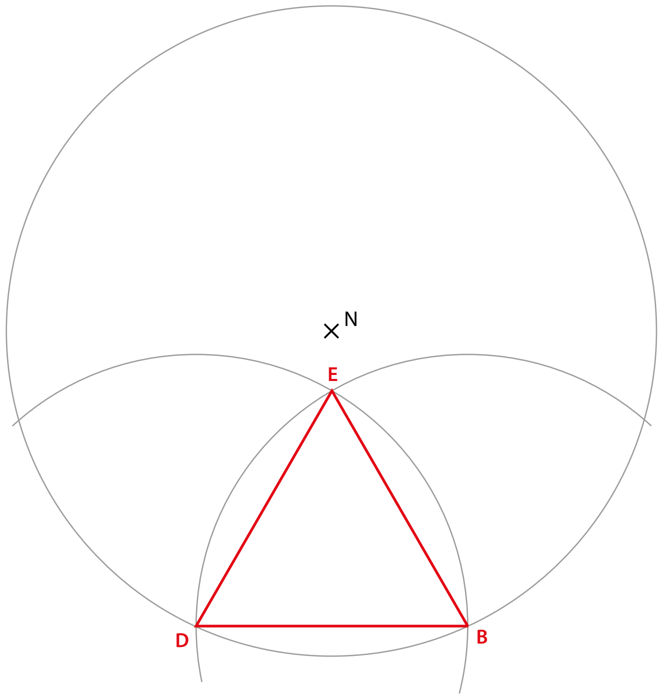
Vocabulaire

Un polygone ayant ses côtés de même longueur et ses angles de même mesure s'appelle un polygone régulier.

50 *L'Homme de Vitruve*

Le nombril est le centre du cercle.
En mesurant, on trouve que le cercle dans lequel est inscrit l'homme de Vitruve à un rayon de 4,3 cm et le triangle équilatéral a pour côté 3,6 cm. On effectue donc les constructions suivantes :

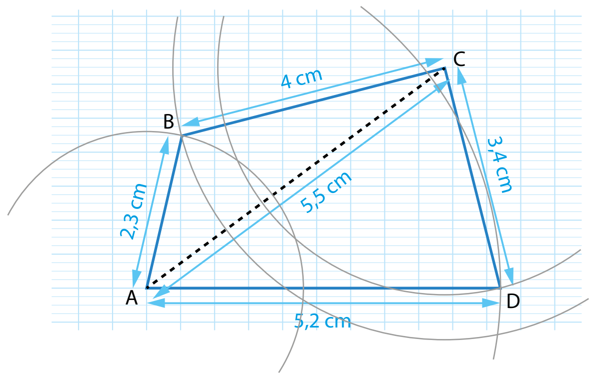
- On trace un cercle de centre N et de rayon 4,3 cm.
- On place un point B sur ce cercle.
- À l'aide du compas, on place un point D sur ce cercle tel que BD = 3,6 cm.
- On trace le triangle équilatéral DBE, tel que E soit à l'intérieur du cercle.



51 Le quadrilatère gribouillé

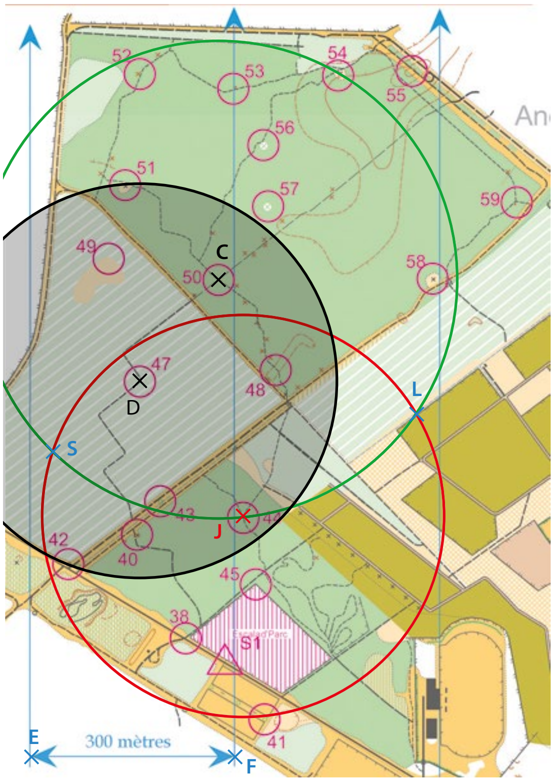
Coup de pouce possible : Faire apparaitre la diagonale [AC].

On commence par mesurer sur la figure AB, BC, CD, AD et AC.
Puis on trace les deux triangles ABC et ACD.



52 Course d'orientation

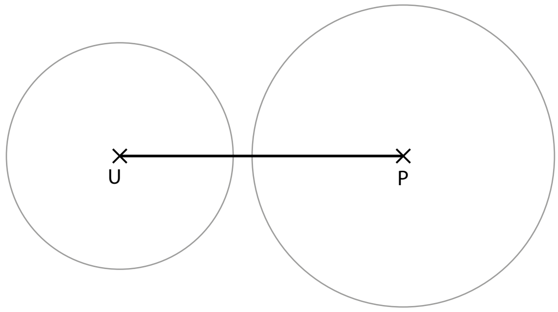
La carte est imprimable.
Si le cycle « course d'orientation » n'a pas été encore fait en EPS, la lecture du plan, ainsi que le mot « balise » pourront poser problème à certains.
On peut débuter par un travail individuel rapide afin que chacun s'approprie le problème, et poursuivre par un travail en équipes.



Les emplacements de Julian, Sofiane et Léa sont représentés par les points J, S et L.

- Julian se trouve à la balise 44.
  On peut donc commencer par placer le point J.
- Sachant qu'ils sont tous situés à la même distance de la balise 50, on place le point C à la balise 50 et on trace le cercle de centre C passant par J (cercle vert). Les points S et L appartiennent à ce cercle.
- On sait, de plus, que Sofiane se trouve à moins de 300 m de la balise 47.
  On place le point D à la balise 47 et on trace le cercle de centre D et de rayon EF (cercle noir).
  S est à l'intérieur de ce cercle (partie grisée).
- Enfin, Léa et Sofiane sont tous les deux à 300 m de Julian. On trace le cercle de centre J et de rayon EF (cercle rouge).
  Les points S et L sont les deux points d'intersection des cercles de centre J et C (cercles rouge et vert).
  S est le point d'intersection situé sur le disque grisé.

53 Le triangle de Dina



Le point C doit appartenir au cercle de centre U et de rayon 3 cm, ainsi qu'au cercle de centre P et de rayon 4 cm.
Or ces deux cercles ne se coupent pas.
Dina ne pourra donc pas construire un tel triangle.

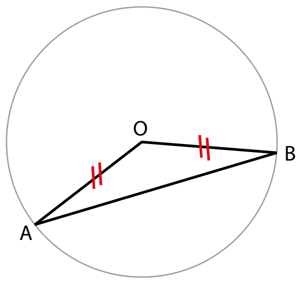
54 Tintin

Ne se rendant pas compte que le poulailler fera obstacle au déplacement de Tintin, beaucoup d'élèves traceront simplement un cercle de rayon 9 cm. Une réflexion à ce sujet s'imposera donc et un travail en équipe pourra favoriser les échanges et la réflexion.

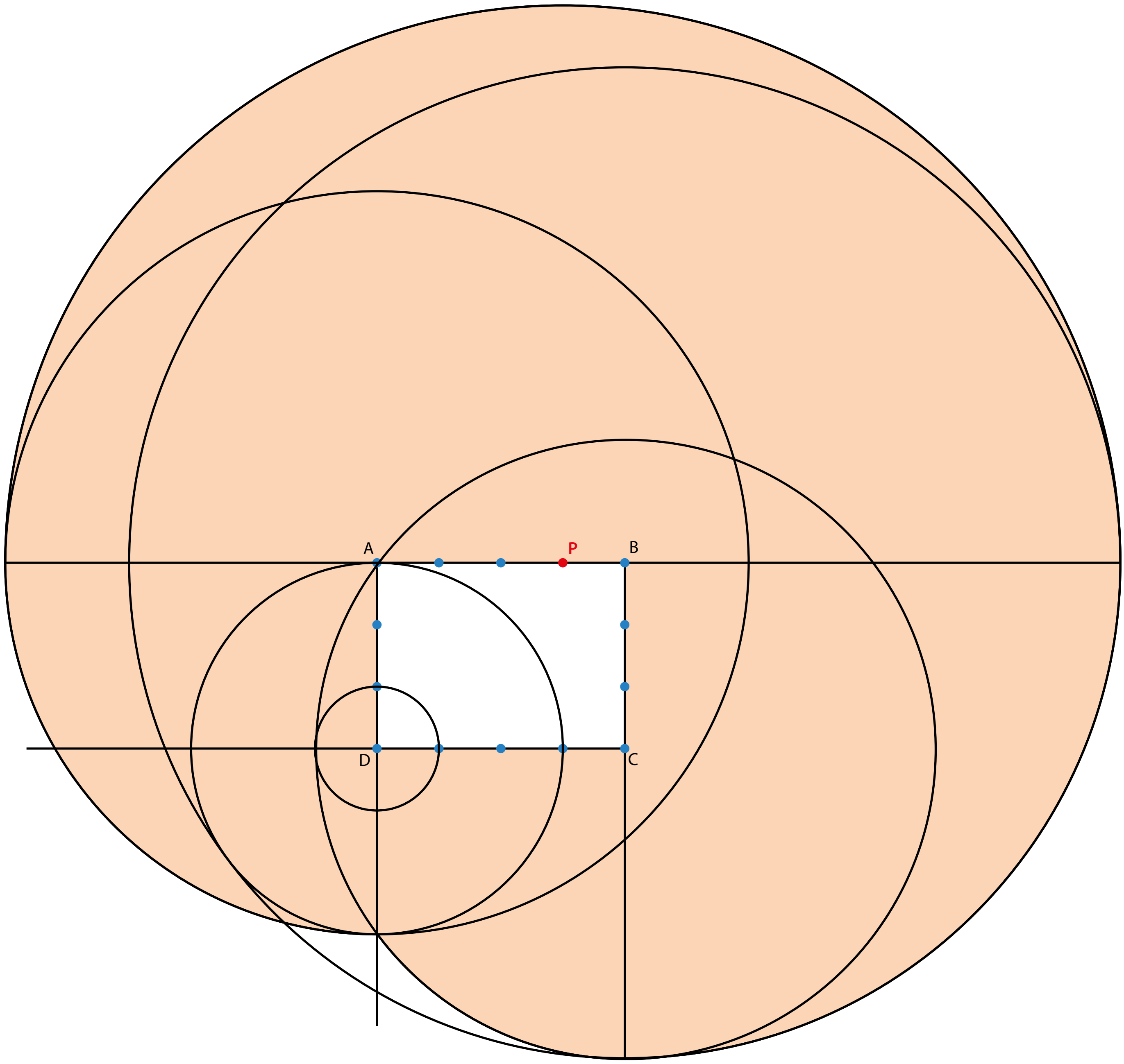
Le poulailler est représenté par un rectangle ABCD.
On trace le cercle de centre P et de rayon 9 cm. On grise le demi-disque délimité par la droite (AB).
On trace le cercle de centre B et de rayon 8 cm. On grise le quart de disque délimité par les droites (AB) et (BC).
On trace le cercle de centre C et de rayon 5 cm. On grise le quart de disque délimité par les droites (CD) et (BC).
On trace le cercle de centre D et de rayon 1 cm. On grise le quart de disque délimité par les droites (CD) et (AD).
Puis on trace le cercle de centre A et de rayon 6 cm. On grise le quart de disque délimité par les droites (CD) et (AD).
Voir schéma page suivante.

55 Débat

- Manon a tort car un carré est un losange particulier.
- Nathan a tort. Voici un contre-exemple :



- Si M appartient aux cercles de centres I et J et de même rayon *r*, alors on a IM = JM = *r*.
  Si N appartient aussi aux cercles de centres I et J et de même rayon *r*, alors on a IN = JN = *r*.
  On a donc IM = JM = IN = JN.
  Par conséquent, le quadrilatère MINJ a ses quatre côtés de même longueur. MINJ est donc un losange.
  Imany a donc raison.


A
P
B
D
C

Travailler autrement

56 Analyse de documents

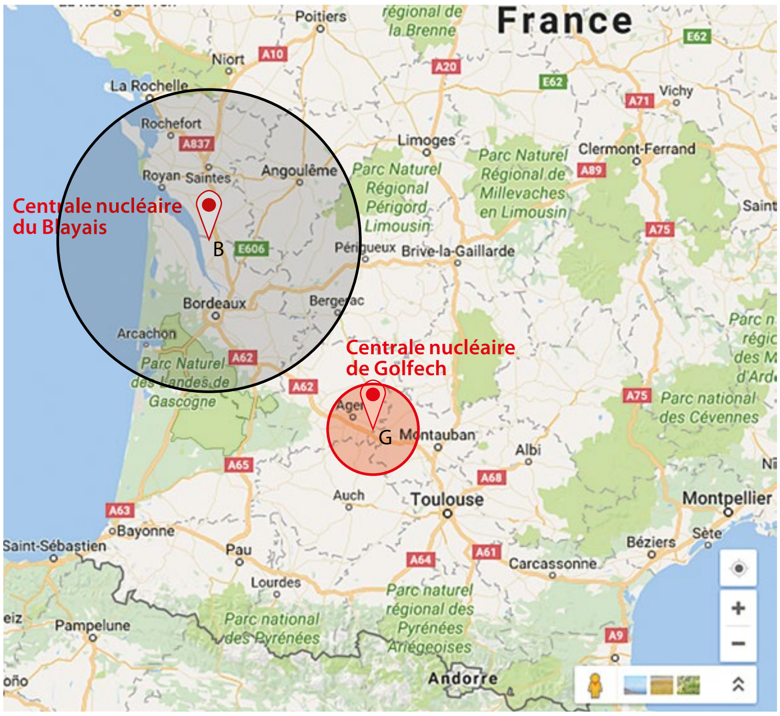
La carte est imprimable.

Questions ceinture jaune

1.

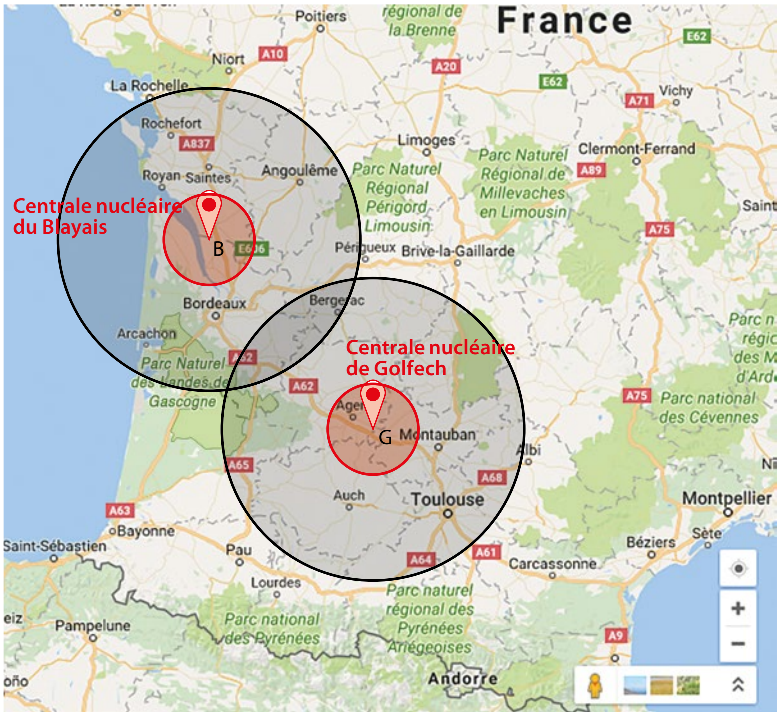
Bordeaux est située à l'intérieur du cercle de centre B et de rayon 100 km. Elle fera donc partie de la zone de contamination.
Périgueux est située à l'extérieur du cercle de centre B et de rayon 100 km. Elle ne fera donc pas partie de la zone de contamination.

2.



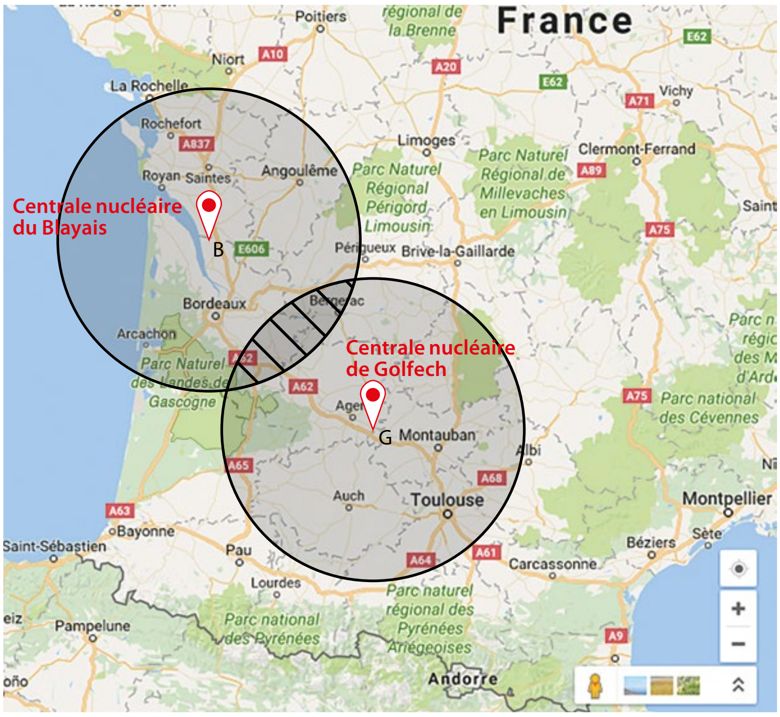
Agen est située à l'intérieur du cercle de centre G et de rayon 30 km. Elle fera donc partie de la zone d'exclusion.
Périgueux est située à l'extérieur du cercle de centre G et de rayon 30 km. Elle ne fera donc pas partie de la zone d'exclusion.

3.



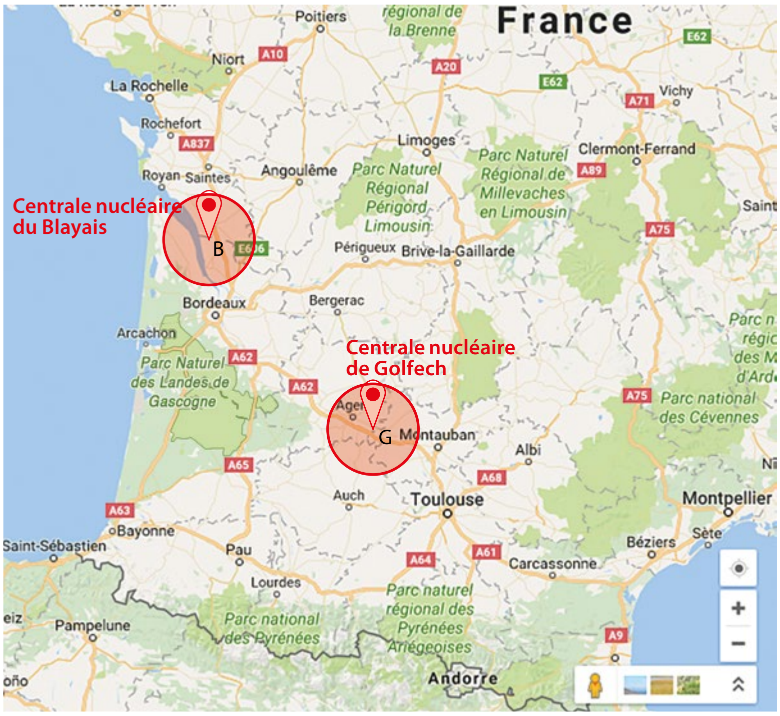
Les zones d'exclusion sont représentées en rouge. Les zones de contamination sont grisées.

4. La zone hachurée est la zone menacée de contamination par ces deux centrales à la fois.



Questions ceinture verte

1.

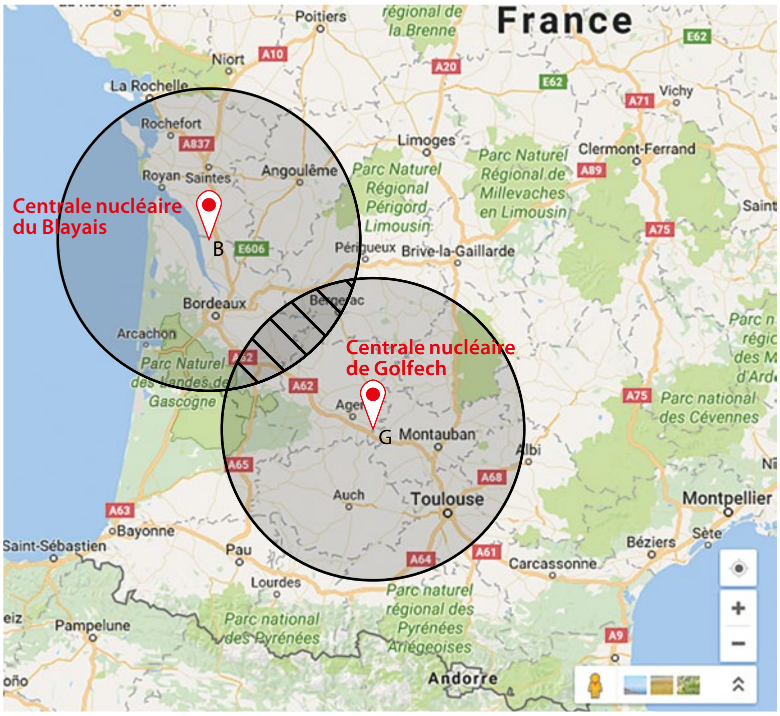


Les zones d'exclusion sont représentées en rouge.

2.

La zone grisée est la zone de contamination en cas d'accident à la centrale nucléaire du Blayais.
Les villes contaminées seront donc : Rochefort, Royan, Saintes, Angoulême, Bordeaux, Bergerac et Arcachon.

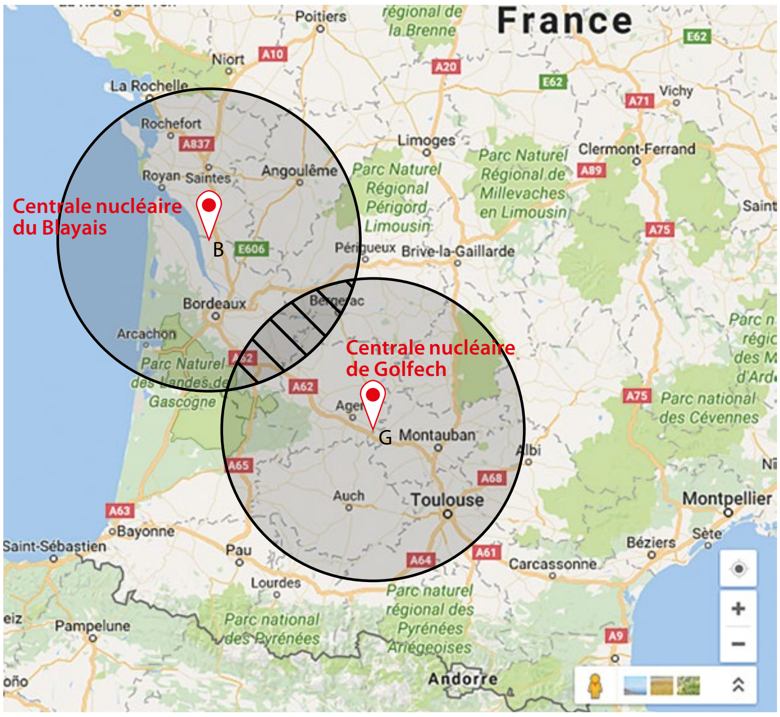
3. La zone hachurée est la zone menacée de contamination par ces deux centrales à la fois.



Questions ceinture noire

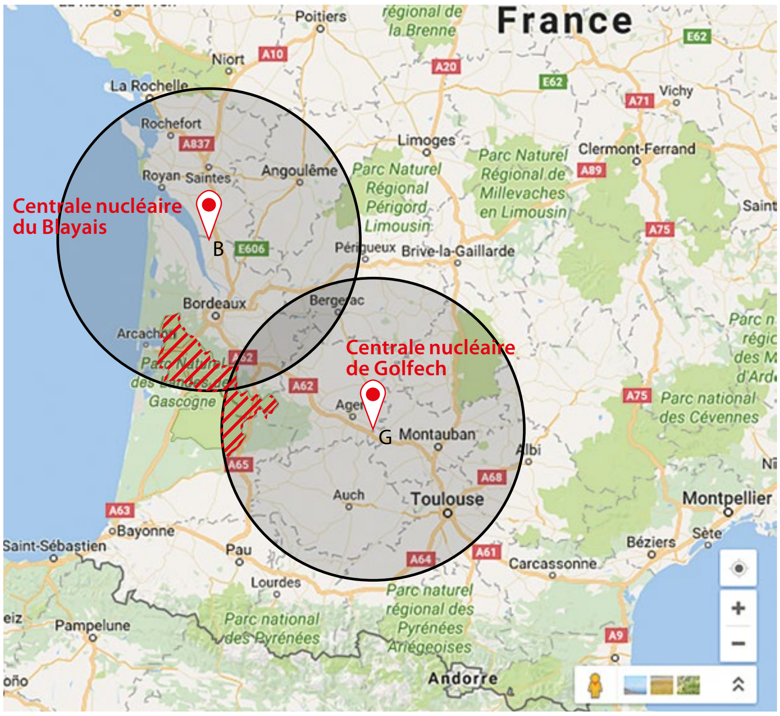
1. Comme 2 cm sur la carte représentent 100 km dans la réalité, 0,2 cm représente 10 km.
Donc 30 km sont représentés sur le plan par 0,6 cm.
En mesurant, on trouve sur le plan 0,3 cm entre Agen et la centrale de Golfech.
Comme 0,2 cm < 0,6 cm, on peut dire que les Agenais feront partie de la zone d'exclusion et qu'ils devront donc quitter leur logement.

2. La zone hachurée est la zone menacée de contamination par ces deux centrales à la fois.



Les élèves doivent localiser le parc naturel des Landes de Gascogne. Ils peuvent si besoin faire une recherche à l'aide des outils numériques. Ils peuvent ensuite représenter la partie de ce parc menacée de contamination par les deux centrales.
La zone hachurée en noir est la zone menacée de contamination par ces deux centrales.

3.



57 Écriture d'énoncé

Questions ceinture jaune

Exemple d'énoncé :

a. Construire un triangle ION tel que IO = 4 cm, ON = 5 cm et IN = 7 cm.

b. Tracer le triangle équilatéral TOI tel que les points T et N soient situés de part et d'autre de la droite (OI).

c. Coder la figure.

Questions ceinture verte

Exemple d'énoncé :

a. Construire un triangle CAU tel que AU = 7 cm, CA = 3,2 cm et CU = 5,8 cm.

b. Tracer le triangle équilatéral LCU tel que les points L et A soient situés de part et d'autre de la droite (CU) et coder la figure.

c. Tracer le triangle équilatéral JCA tel que les points J et U soient situés de part et d'autre de la droite (AC) et coder la figure.

Questions ceinture noire

Exemple d'énoncé :

a. Tracer un segment [BP] tel que BP = 8,4 cm.

b. Placer le point I tel que $I \in [BP]$ et BI = 5,4 cm.

c. Tracer le triangle équilatéral BRI et coder la figure.

d. Tracer le triangle VIP isocèle en V tel que les points V et R soient situés du même côté de la droite (BP) et coder la figure.

e. Placer le point Z tel que RIVZ soit un losange. Tracer ce losange.

58 Analyse de production

Questions ceinture jaune

Tino s'est trompé car il a tracé le cercle de rayon [AB] et non de diamètre [AB].

Questions ceinture verte

Tino s'est trompé car il a tracé le losange MBAU et non le losange MABU.

Il s'est également trompé en traçant le triangle isocèle. Il a tracé un triangle isocèle en R et non isocèle en B.

Questions ceinture noire

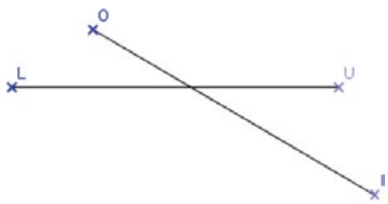
Tino a fait une erreur en traçant le losange MARB.

MARB est un losange donc AM = AR, et R appartient au cercle de centre A : ce n'est pas le cas sur sa figure.

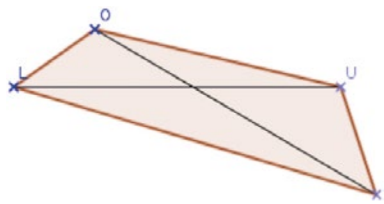
Outils numériques et algorithmique

59 Quadrilatère particulier

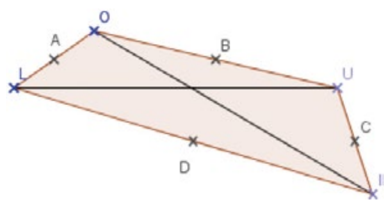
1.



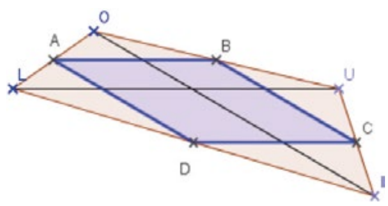
2.



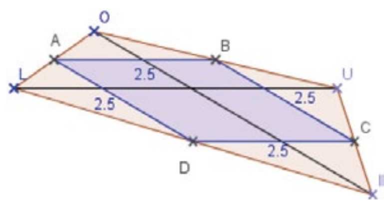
3.



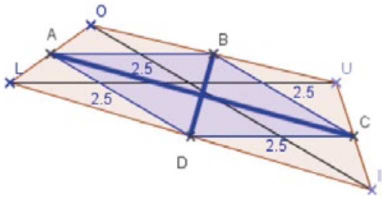
4.



5.

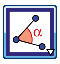


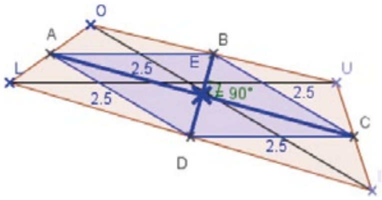
6.



ABCD a ses quatre côtés de même longueur. C'est donc un losange.

7. Les diagonales [AC] et [BD] semblent être perpendiculaires. On note E le point d'intersection de [AC] et [BD] et on mesure l'angle

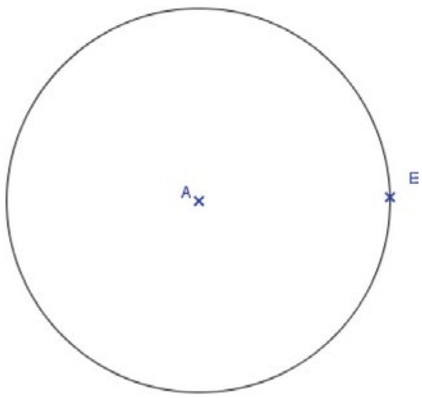
$\widehat{BEC}$ à l'aide de l'outil  :



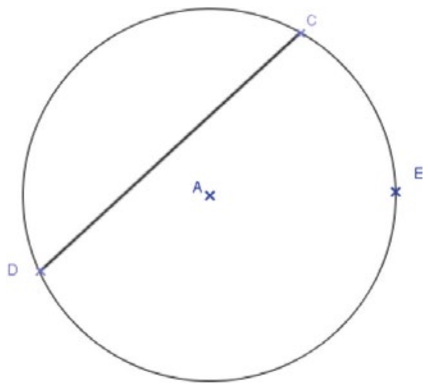
On constate que $\widehat{BEC} = 90°$.

60 **À propos de cercles**

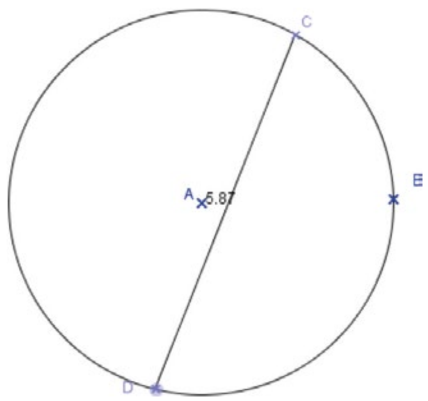
1.



2.



3.

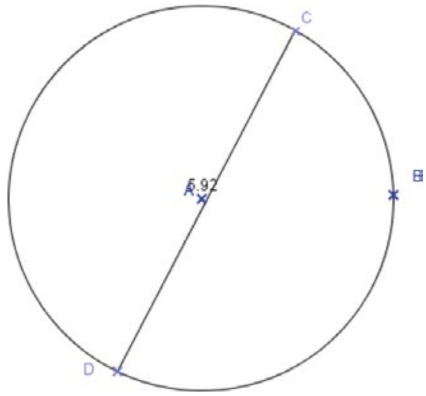


Lorsque l'on déplace le point D sur le cercle, on constate que la longueur augmente puis diminue. Elle est maximale lorsque le segment [CD] passe par le point A.

4.

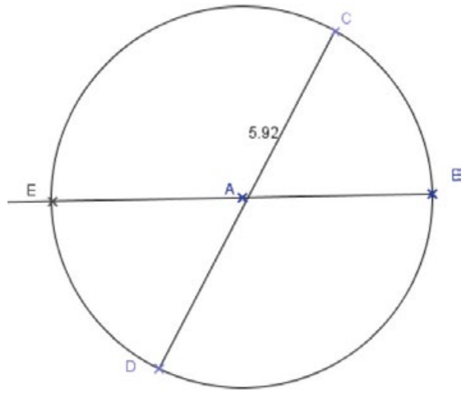
On amène les élèves à formuler qu'un diamètre est une corde de longueur maximale.

On place le point D de sorte que la longueur CD soit maximale :

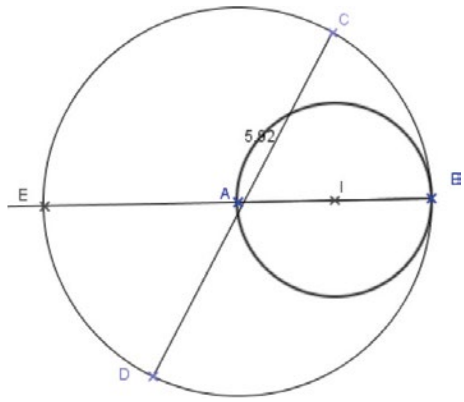


On peut faire remarquer que cette méthode manque de précision.

5. Pour tracer le segment [BE], on commence par tracer la demi-droite [BA). On place ensuite le point E à l'intersection de la demi-droite [BA) et du cercle.

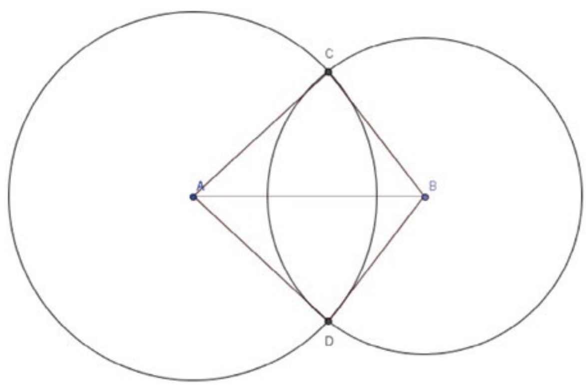


6. Pour tracer le cercle de diamètre [AB], on commence par placer le milieu I de [AB], puis on trace le cercle de centre I passant par A.

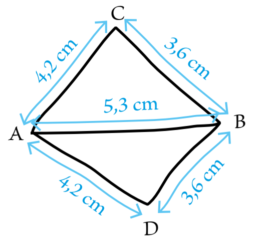


61 **Triangles**

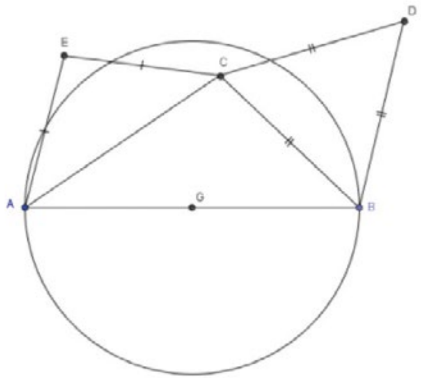
1. à **5.**



6.

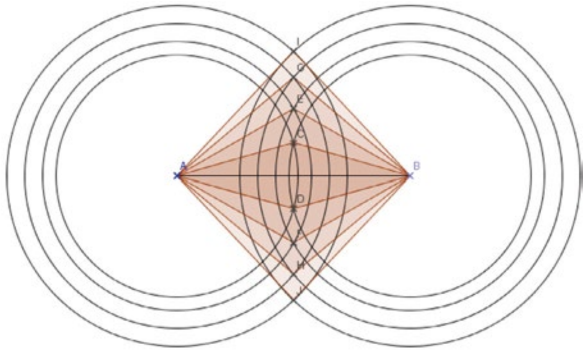


62 Sans filet

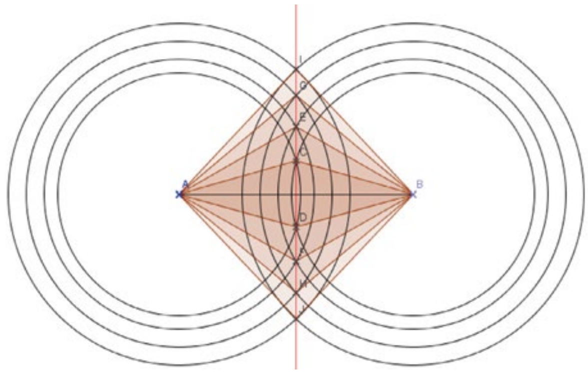


63 Losanges

1. et **2.**



3. Ils semblent alignés.



CHAPITRE 9

Longueur et périmètre

Introduction

Ce chapitre s'inscrivant dans la partie « Grandeurs et mesures » du programme est traité dans le thème « Espace et géométrie ».
Au cycle 3, les connaissances des grandeurs déjà fréquentées au cycle 2 sont complétées et structurées, en particulier à travers la maitrise des unités légales du Système International d'unités et de leurs relations. Les notions de grandeur et de mesure de la grandeur se construisent dialectiquement, en résolvant des problèmes faisant appel à différents types de tâches (comparer, estimer, mesurer). Dans le cadre des grandeurs, la proportionnalité sera mise en évidence et convoquée pour résoudre des problèmes dans différents contextes. Dans la continuité du cycle 2, le travail sur l'estimation participe à la validation de résultats et permet de donner du sens à ces grandeurs et à leur mesure.

Connaissances et compétences associées :

- Comparer, estimer, mesurer des longueurs et des périmètres avec des nombres entiers et des nombres décimaux. Utiliser le lexique, les unités, les instruments de mesures spécifiques :
  → *Comparer et mesurer des périmètres :*
  – comparer des périmètres sans recours à la mesure ;
  – mesurer des périmètres en reportant des unités et des fractions d'unités ;
  – unités relatives aux longueurs : relations entre les unités de longueur et les unités de numération (grands nombres, nombres décimaux).
  → *Mesurer des périmètres en utilisant une formule :*
  – formule du périmètre d'un carré, d'un rectangle ;
  – formule de la longueur d'un cercle.
- Résoudre des problèmes impliquant des longueurs et périmètres en utilisant des nombres entiers et des nombres décimaux, en mobilisant ou non, selon le cas, les formules donnant le périmètre d'un carré, d'un rectangle, la longueur d'un cercle.

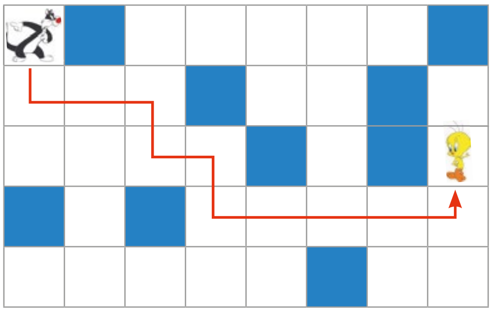
Repères de progressivité :

En 6^{e}, le travail sur les longueurs permet en particulier de consolider la notion de périmètre. L'usage du compas permet de comparer et reporter des longueurs. La construction et l'utilisation des formules du périmètre du carré et du rectangle interviennent progressivement au cours du cycle. La formule donnant la longueur d'un cercle est utilisée en 6^{e}.

Attendus de fin de cycle :

- Comparer, estimer, mesurer des longueurs et périmètres avec des nombres entiers et des nombres décimaux ;
- Utiliser le lexique, les unités, les instruments de mesures spécifiques ;
- Résoudre des problèmes impliquant des longueurs et périmètres (géométriques, physiques) en utilisant des nombres entiers et des nombres décimaux.

Jeux



Gros Minet doit traverser au minimum dix cases pour attraper Titi.

Il y a d'autres trajets possibles pour lesquels le chat traverse également dix cases.

Activités

Questions flash

1. a. 3,5 m **b.** 4 m **c.** 5 km **d.** 1,35 dam | **2. a.** 315 km **b.** 14 cm **c.** 139 m **d.** 150 cm

Visite à Londres — Activité 1

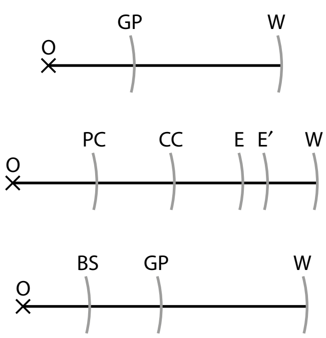
Intentions des auteurs

Objectif : Reporter des longueurs au compas pour les comparer.
Prérequis : Lecture d'un plan.
Capacité introduite : Comparer et mesurer des périmètres.

La difficulté consiste à visualiser la longueur d'un trajet non rectiligne à l'aide d'un segment (points alignés) ayant la même longueur, en utilisant le compas et les reports de longueurs.

1. Différents trajets : Oxford Circus – Green Park – Westminster
Oxford Circus – Piccadilly Circus – Charing Cross – Embankment – Westminster
Oxford Circus – Bond Street – Green Park – Westminster

2.



Le trajet le plus court est :
Oxford Circus – Green Park – Westminster

La pisciculture

Activité 2

Intentions des auteurs

Objectif : Établir différentes formules pour calculer des périmètres de polygones (rectangles, carrés et autres polygones réguliers).
Prérequis : Priorités opératoires, emploi de parenthèses.
Capacité introduite : Calculer le périmètre d'un polygone.

Les formules constituent une première approche des écritures littérales. Cela représente une difficulté non négligeable pour de nombreux élèves de 6e.

1. Pour calculer le périmètre d'un rectangle, Myriam calcule d'abord le double de la longueur notée L et le double de la largeur notée ℓ, puis elle additionne les deux résultats trouvés.
$\mathcal{P} = 2 \times L + 2 \times \ell$
$\mathcal{P}_8 = 8{,}4 + 2 \times 1{,}8 = 8{,}4 + 3{,}6 = 12$ m
$\mathcal{P}_9 = 8{,}4 + 2 \times 2{,}5 = 8{,}4 + 5 = 13{,}4$ m
Les parenthèses servent à donner la priorité à l'addition écrite à l'intérieur. Sans parenthèse, la multiplication serait prioritaire.

2. La méthode d'Anouar consiste à calculer tout d'abord le demi-périmètre du rectangle en additionnant la longueur L et la largeur ℓ, puis à multiplier le résultat obtenu par 2 pour obtenir le périmètre du rectangle.
$\mathcal{P} = 2 \times (L + \ell)$
Cette méthode est également astucieuse pour le bassin 11 car la somme de la longueur et de la largeur du bassin est un nombre entier, ce qui rend la suite du calcul plus facile.
En effet : $\mathcal{P}_{11} = (2{,}8 + 4{,}2) \times 2 = 7 \times 2 = 14$ m
Le bassin 12 a quatre côtés de la même longueur, et le bassin 13 a dix côtés de même longueur, donc :
$\mathcal{P}_{12} = 3 \times 4 = 12$ m et $\mathcal{P}_{13} = 1 \times 10 = 10$ m

3. Lorsqu'un polygone a tous ses côtés égaux, pour calculer son périmètre, il suffit de multiplier la longueur d'un côté c par le nombre total de côtés.
$\mathcal{P} = 4 \times c$ (pour le périmètre d'un carré)

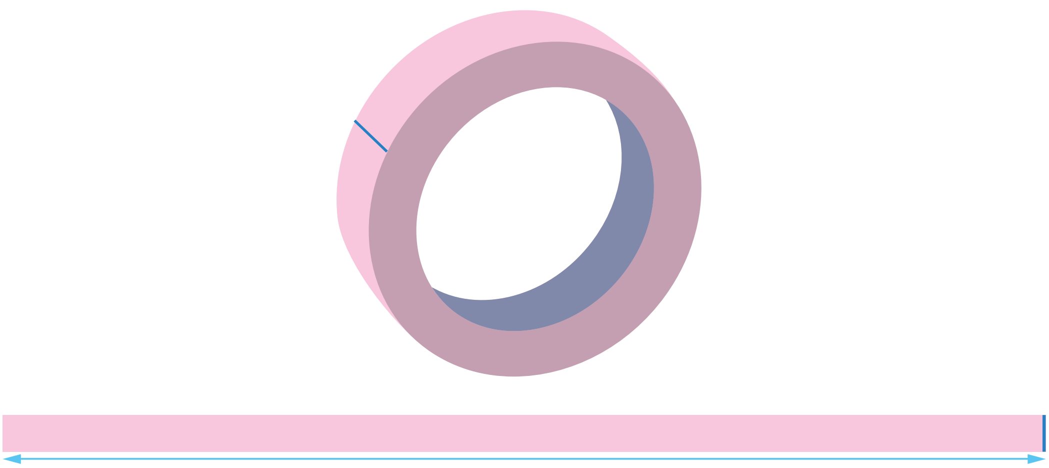
Des rouleaux de scotch

Activité 3

Intentions des auteurs

Objectifs : Établir la formule pour calculer la longueur d'un cercle ; introduire le nombre π.
Prérequis : Notion de fraction quotient.
Capacité introduite : Calculer la longueur d'un cercle.

1. a. et **b.**



Le professeur pourra réaliser l'expérience simultanément au tableau avec un gros rouleau de scotch (ceux qui servent pour les cartons de déménagement).

c. On obtient $\dfrac{L}{d} \approx 3$.

2. a.

$A_1N_1 = d$ (en cm)	$A_1A_3 = L$ (en cm)	$\dfrac{L}{d}$
4	12,6	3,15
5	15,7	3,14
6	18,8	3,13
7	22	3,14

On remarque que, pour chaque diamètre, le quotient est environ égal à 3,14.

On introduira alors le nombre π en précisant que π est un nombre avec une infinité de chiffres après la virgule et dont 3,14 est une valeur approchée.
On pourra proposer aux élèves de lire l'encadré « Culture » p. 163 et de consulter le problème 45.

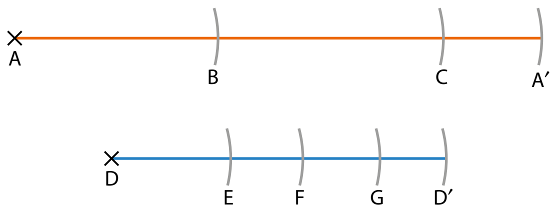
b. Soit d le diamètre d'un cercle.
La longueur L de ce cercle est alors donnée par la formule :
$L = \pi \times d$

On pourra faire remarquer aux élèves que la longueur du cercle est proportionnelle au diamètre, π étant le coefficient de proportionnalité.
On pourra alors proposer aux élèves d'écrire la formule de calcul de la longueur d'un cercle L à l'aide du rayon r de ce cercle :
$L = 2 \times \pi \times r$
Les élèves pourront ainsi constater que la longueur du cercle est également proportionnelle au rayon.

Savoir-faire

4 Les périmètres de ces deux figures sont égaux, chaque périmètre est égal à 14 unités.

5



Le périmètre du triangle ABC est donc supérieur à celui du quadrilatère DEFG.

6 **1.** 54 hm = 5 400 m — 4,3 km = 4 300 m
23 mm = 0, 023 m — 5,7 dm = 0,57 m
24,5 cm = 0,245 m

2. 87 mm = 8,7 cm — 4,57 m = 457 cm
51 dam = 51 000 cm — 8,3 hm = 83 000 cm
24,5 dm = 245 cm

9 Pour calculer le périmètre, les longueurs doivent toutes être exprimées dans la même unité.

$\mathcal{P}_1 = 1{,}3 \times 2 + 1{,}5 + 2{,}1 \times 2 + 0{,}9 + 2{,}54 = 11{,}74$ m

$\mathcal{P}_2 = 55 \times 2 + 35 \times 2 = 110 + 70 = 180$ m

11 Longueur d'un cercle de 7 cm de diamètre :

$\mathcal{P}_1 = \pi \times 7 \approx 22$ cm

Longueur d'un cercle de rayon 4 m :

$\mathcal{P}_2 = 2 \times \pi \times 4 \approx 25{,}13$ m

Exercices

Comparer et mesurer des périmètres

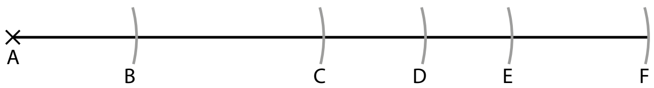
Questions flash

12 5 m = 500 cm — 8 hm = 800 m — 7 dm = 70 cm — 100 m = 0,1 km
56 m = 5,6 dam — 83 mm = 0,83 dm — 5,3 dm = 53 cm — 33,68 m = 0,033 68 km

13 La deuxième figure (l'hexagone) a le plus grand périmètre (six allumettes).
(La première figure a un périmètre égal à seulement cinq allumettes.)

14 KL < EF < CD < MN < AB < GH < IJ

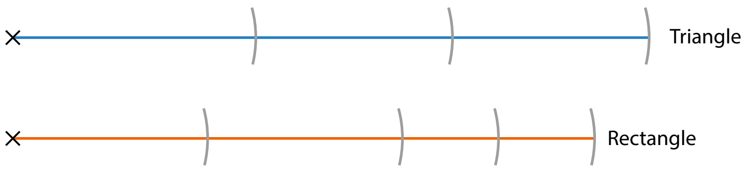
15 TV = AB + BC + CD + DE + EF



16 Les périmètres de ces deux figures sont égaux. (20 unités si on prend comme unité la longueur d'un côté de carreau)

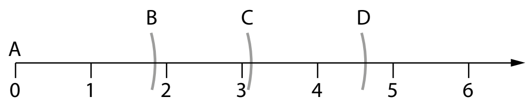
> On peut démarrer cet exercice en demandant aux élèves quelle serait leur réponse avant de calculer et ainsi, parler de l'illusion d'optique et de la confusion aire/périmètre.

17



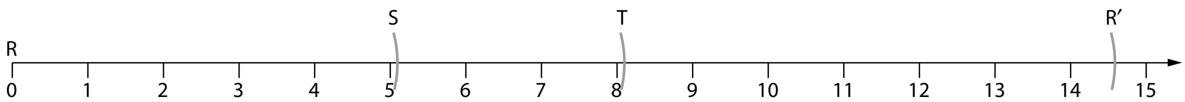
La figure qui a le plus grand périmètre est le triangle.

18 **1.**



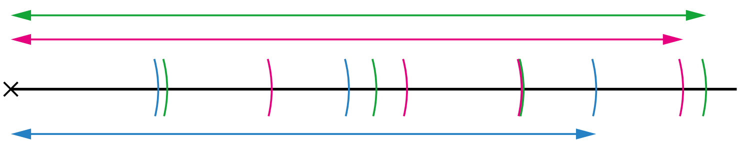
2. AD ≈ 4,6 cm

19



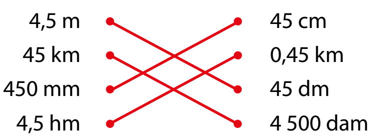
Le périmètre de ce triangle est environ égal à 14,6 cm.

20



Le plus court chemin pour attraper Titi est le trajet bleu.

21



Calculer le périmètre d'un polygone

Questions flash

22 La proposition **b.** permet de calculer le périmètre en dm et la proposition **c.** permet de calculer le périmètre en m.

> Cet exercice permet de revenir sur la nécessité de travailler avec les mêmes unités (proposition **a.**) et sur le calcul de l'aire du rectangle (proposition **d.**).

23 **a.** $4 \times 4 = 16$ cm **b.** $3{,}2 \times 4 = 12{,}8$ m
c. $5 \times 2 + 2 \times 2 = 14$ m **d.** $42 \times 2 + 30 \times 2 = 144$ m

24 $\mathcal{P}_{\text{bleu}} = 12 \times 1 = 12$ cm et $\mathcal{P}_{\text{vert}} = 16 \times 1 = 16$ cm
Donc $\mathcal{P}_{\text{bleu}} < \mathcal{P}_{\text{vert}}$

25 $\mathcal{P} = 2{,}3 \times 6 + 8 \times 2 = 13{,}8 + 16 = 29{,}8$ m

26

	R_1	R_2	R_3	R_4
Longueur	5 m	4 cm	8 dm	**5 000 m**
Largeur	3,5 m	9 mm	**4 dm**	125 m
Périmètre	**17 m**	**9,8 cm**	24 dm	1 025 dam

27 Figure ① : 9,9 cm Figure ② : 20 dm
Figure ③ : 2 dm Figure ④ : 14,4 cm

28 **a.** $2{,}6 \times 4 = 10{,}4$ cm **b.** $6 \times 4 = 24$ cm
c. $3{,}4 \times 5 = 17$ cm **d.** $3 + 4 \times 2 = 11$ cm

29 Longueur nécessaire pour Salma : $5 \times 4 = 20$ m
Longueur nécessaire pour Virginie : $6 \times 2 + 3 \times 2 = 18$ m

30 $\mathcal{P}_{\text{COQ}} = 3 + 5 + 6 = 14$ cm
$\mathcal{P}_{\text{LEZARD}} = 1{,}5 + 3 + 4 + 6{,}3 + 7{,}5 + 5{,}1 = 27{,}4$ cm
$\mathcal{P}_{\text{DAUPHIN}} = 5{,}1 \times 7 = 35{,}7$ dm
$\mathcal{P}_{\text{GUEPARD}} = 2 \times 2 + 1{,}3 \times 2 + 3{,}2 \times 2 + 0{,}5$
$= 4 + 2{,}6 + 6{,}4 + 0{,}5 = 13{,}5$ m

Calculer la longueur d'un cercle

Questions flash

31 **a.** Faux, le diamètre est le double du rayon.
b. Vrai.
c. Faux, car $\pi \times 12 < \pi \times 2 \times 7$.
d. Vrai, la longueur du cercle est proportionnelle au rayon.

32 Karim a tort car son résultat n'est pas la valeur exacte de la longueur du cercle, c'est une valeur approchée.
Lola a raison car $2 \times \pi \times 100 = 200 \times \pi$ mètres.

33 **1.** $2 \times \pi \times 5$ cm $\approx 31{,}4$ cm
2. $\pi \times 6$ cm $\approx 18{,}8$ dm

34 $(\pi \times 12) \div 2 \approx 18{,}8$
La longueur de l'arche est d'environ 18,8 m.

35 $\mathcal{P} = 12 + \pi \times 2 \approx 18{,}28$
Le périmètre de cette figure est d'environ 18,28 m.

36 $\mathcal{P} = 4{,}3 \times 2 + \pi \times 3{,}6 \approx 19{,}9$
Le périmètre du cœur est d'environ 19,9 m.

37 $D_{\text{Salim}} = 2 \times \pi \times 80$ m $\approx 502{,}7$ m
$D_{\text{Léon}} = 2 \times \pi \times 72$ m $\approx 452{,}4$ m
Salim a parcouru environ 502,7 m, ce qui est une distance supérieure à celle parcourue par Léon (452,4 m).

38 $D = 100 \times 2 \times \pi \times 10$ cm $\approx 6\,283{,}2$ cm
Le poisson rouge a parcouru environ 62,832 m.

39 $(\pi \times 2) \div 2 + (\pi \times 3) \div 2 + (\pi \times 4) \div 2 + (\pi \times 9) \div 2 = 9 \times \pi$
$L \approx 28{,}3$ cm

> On pourra prolonger l'exercice en demandant aux élèves de comparer le périmètre des trois demi-cercles supérieurs avec la longueur du demi-cercle inférieur (ils sont égaux).

40 $\mathcal{P}_1 = \pi \times 10$ cm $\div 2 = \pi \times 5$ cm
$\mathcal{P}_2 = 2 \times \pi \times 2{,}5$ cm $= \pi \times 5$ cm
Donc Meylie a tort car les deux longueurs sont égales.

Faire le point

QCM

1 **1.** B **2.** C **2** **3.** A **4.** C **3** **5.** B

Problèmes

41 **Décoration**
Toutes les longueurs sont exprimées en cm.
Pour les deux petites fenêtres :
$2 \times (110 \times 2 + 105 \times 2) = 2 \times 430 = 860$
Pour la grande fenêtre :
$2 \times 165 + 2 \times 130 = 330 + 260 = 590$
Longueur de guirlande orange : $860 + 590 = 1\,450$
Longueur de guirlande violette pour la porte :
$2 \times 180 + 100 = 460$
Longueur de guirlande rouge pour les deux pentes de toit :
$2 \times 185 = 370$

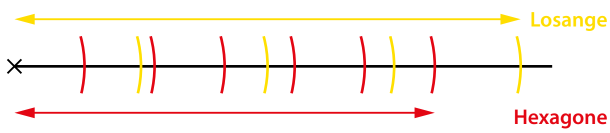
> Certains élèves risquent de calculer le périmètre d'un rectangle pour la porte ; il faudra faire référence à la situation concrète.

42 **Des cratères**
$\mathcal{P}_{\text{Vredefort}} = \pi \times 300$ km $\approx 942{,}5$ km
$\mathcal{P}_{\text{Rochechouart}} = \pi \times 20$ km $\approx 62{,}8$ km
$\mathcal{P}_{\text{Vredefort}} - \mathcal{P}_{\text{Rochechouart}} \approx 942{,}5$ km $- 62{,}8$ km $\approx 879{,}7$ km
La différence entre les circonférences de ces deux cratères est d'environ 879,7 km.

43 **Courses de fourmis**
Distance à parcourir par la fourmi noire :
$4 \times 4{,}71$dm $= 18{,}84$ dm
Distance à parcourir par la fourmi rouge :
$2 \times \pi \times 3$ dm $\approx 18{,}849\,56$ dm
Si les deux fourmis partent au même instant et se déplacent à la même vitesse, la fourmi noire arrivera la première car la distance qu'elle aura parcourue sera légèrement inférieure à la distance totale à parcourir par la fourmi rouge.

> Les élèves qui prendront 3,14 comme valeur approchée pour π vont conclure que les deux fourmis arrivent en même temps, ce qui est faux. Ce problème permet bien de travailler sur le nombre π et sur la représentation que les élèves en ont.

44 **Le fil d'or**
1. M. Gold reporte sur une ligne de sa feuille, au compas, les unes à la suite des autres, les longueurs des quatre segments du premier bijou puis, en commençant au même point d'origine, il fait de même pour les six segments du deuxième bijou. Enfin, il regarde, parmi les deux distances ainsi obtenues, quelle est la plus courte.



2. Le bijou le plus économique est celui en forme d'hexagone.

45 Le nombre π

Que j'aime à faire apprendre un nombre utile aux sages !
3 1 4 1 5 9 2 6 5 3 5
Glorieux Archimède, artiste, ingénieur,
8 9 7 9
Toi de qui Syracuse aime encore la gloire,
3 2 3 8 4 6 2 6
Soit ton nom conservé par de savants grimoires !
4 3 3 8 3 2 7 9

46 Félix le chat

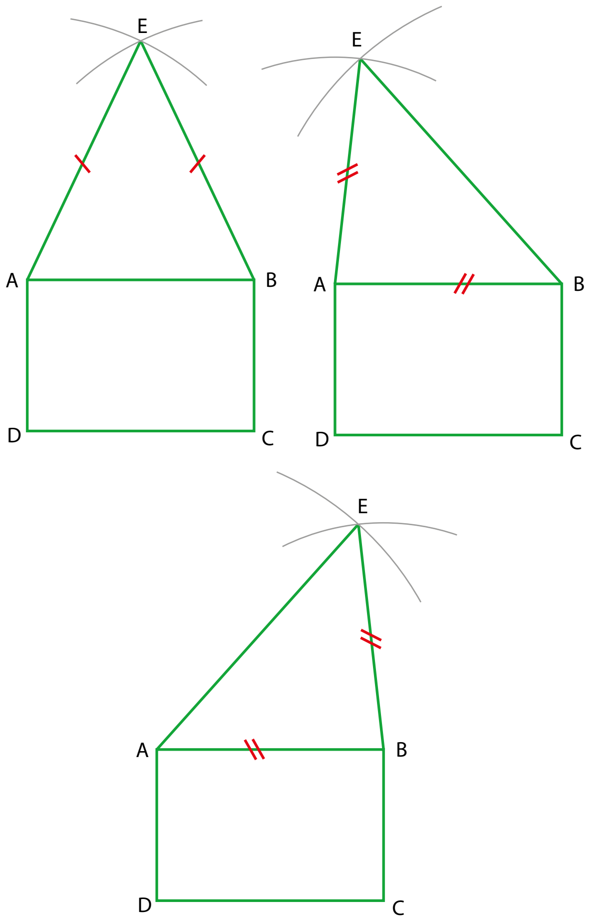
1. $D_{\text{Félix}} = 2 \times \pi \times (2{,}5 + 2) = 9 \times \pi \approx 28{,}3$
En restant à 2 m du bord, Félix parcourt environ 28,3 m.

Coup de pouce possible : Faire un schéma pour trouver le diamètre du cercle décrit par Félix.

2. $D_{\text{Fido}} = 2 \times \pi \times 2{,}5 \text{ m} \approx 15{,}7 \text{ m}$
$28{,}3 \text{ m} - 15{,}7 \text{ m} = 12{,}6 \text{ m}$
Félix a donc parcouru 12,6 m de plus que Fido.

47 Égalités de périmètres

Le périmètre du rectangle est : $2 \times 6 \text{ cm} + 2 \times 4 \text{ cm} = 20 \text{ cm}$
Il y a trois possibilités :
Le triangle AEB est isocèle en E tel que AE = EB = 7 cm et AB = 6 cm.
Le triangle AEB est isocèle en A tel que AE = BA = 6 cm et BE = 8 cm.
Le triangle AEB est isocèle en B tel que BE = BA = 6 cm et AE = 8 cm.



Le triangle AEB peut également être de « l'autre côté » du segment [AB].

48 Le Pentagone américain

Chaque côté du pentagone mesure 4,5 cm.
1 cm sur le plan représente 60 m en réalité (échelle).
Un côté du Pentagone mesure donc 270 m
car $4{,}5 \times 60 = 270$ m.
Le Pentagone a cinq côtés de même longueur. Son périmètre est donc égal à 1 350 m car $5 \times 270 = 1\,350$ m.

49 Théâtre antique

$160 = 2 \times \pi \times \text{rayon}$ donc $160 \approx 6{,}28 \times \text{rayon}$
Pour calculer une valeur approchée du rayon r, on effectue :
$160 \div 6{,}28$ et on obtient $r \approx 25$ m.
Le rayon de l'*orchestra* est donc environ égal à 25 m.

50 La pendule

En 24 heures, la petite aiguille rouge fait deux tours complets. La distance parcourue par son extrémité est :
$2 \times \pi \times 8 \text{ cm} \times 2 \approx 100{,}6 \text{ cm}$
En 24 heures, la grande aiguille bleue effectue 24 tours complets. La distance parcourue par son extrémité est :
$2 \times \pi \times 10 \text{ cm} \times 24 \approx 1\,508 \text{ cm}$ soit environ 15,08 m.

La difficulté consiste à trouver combien de tours effectue chaque aiguille en 24 heures. On peut prolonger l'exercice avec la distance parcourue par la trotteuse en 24 heures.

51 Table à rallonges

1. $\pi \times 110 \approx 346$ $346 + 2 \times 45 = 436$
La longueur du contour de la table sans rallonge est d'environ 346 cm et, avec rallonge, de 436 cm.

Les élèves ne connaissent pas nécessairement ce principe de rallonge centrale ; il est nécessaire de leur demander de commencer par réaliser un schéma et de faire une synthèse avec la classe avant que chacun se lance dans les calculs.

2. $346 \div 60 \approx 5{,}8$ et $436 \div 60 \approx 7{,}3$
Pour être à l'aise, on pourra donc mettre cinq personnes autour de la table sans rallonge et sept personnes autour de la table avec rallonge.

52 Croissant de lune

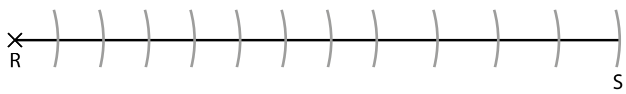
$(2 \times \pi \times 2{,}8) \div 2 + (2 \times \pi \times 4) \div 4 \approx 8{,}8 + 6{,}3 \approx 15{,}1$
La longueur du contour de cette figure est environ égale à 15,1 cm.

On peut proposer aux élèves de réaliser au préalable la figure ; cela les aidera à comprendre qu'il s'agit d'un demi-cercle et d'un quart de cercle.

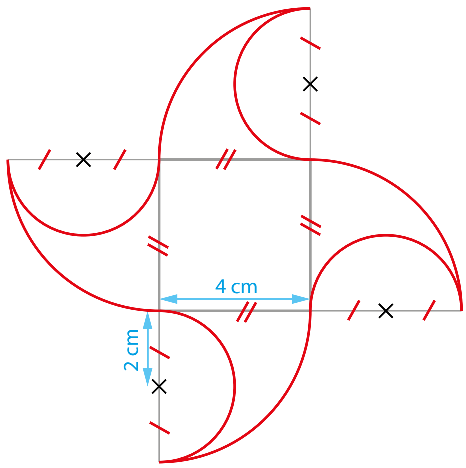
53 Bibelot en cristal

$RS = 8 \times AB + 4 \times BC$

Sur les cahiers des élèves, le segment [RS] devra mesurer 20 cm. Ci-dessous, il a été réduit à l'échelle $\dfrac{1}{2{,}5}$.



54 Logo



La longueur de quatre demi-cercles de 2 cm de rayon est égale à la longueur de deux cercles ayant ce même rayon.
La longueur de quatre quarts de cercles de 4 cm de rayon est égale à la longueur d'un cercle de 4 cm de rayon.
$2 \times 2 \times \pi \times 2 + 2 \times \pi \times 4 \approx 50{,}3$
Le périmètre de ce logo est d'environ 50,3 cm.

Certains élèves se tromperont en comptant aussi le périmètre du carré.

55 Le phare de Chassiron

Sur l'image satellite, le diamètre du cercle représentant le grand tour mesure 5,6 cm. L'échelle indique que 1 cm sur l'image représente 15 m en réalité.
$5{,}6 \times 15 = 84$ m
Le diamètre réel du « grand tour » est donc d'environ 84 m.
La distance parcourue est alors égale à :
$\pi \times d \approx 264$ m soit 0,264 km.
Puis, sachant qu'Alexandre parcourt en moyenne 3 km en 60 minutes, on complète le tableau de proportionnalité ci-dessous :

Distance parcourue (en km)	3	0,264
Temps mis (en min)	60	5,28

× 20

$0{,}264 \times 20 = 5{,}28$
Donc le temps nécessaire pour parcourir le grand tour bleu est de 5,28 min, c'est-à-dire 5 min et 28 centièmes de minutes, soit environ 5 min et 17 secondes (en effet, un centième de minute correspond à 0,6 seconde et 28 centièmes de minute correspondent à 28 fois 0,6 soit environ 17 secondes).

Coup de pouce possible : Rappel sur la proportionnalité. On peut aussi proposer aux élèves de convertir le temps en secondes.

Distance parcourue (en km)	3	0,264
Temps mis (en s)	3 600	?

× 1200

$0{,}264 \times 1\,200 = 316{,}8$ s ≈ 317 s $\approx$ 5 min 17 s

56 La bicyclette

Nombre de tours de pédale	1	471
Distance parcourue (en m)	2,2	1 036,2

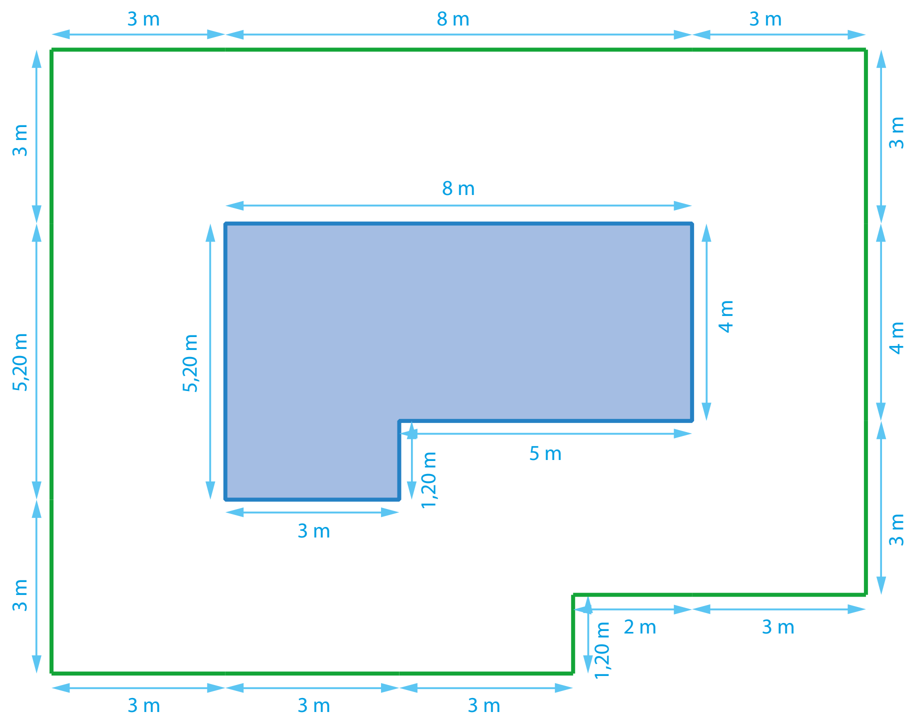
Distance parcourue en un tour de roue :
$\pi \times 60$ cm $\approx 188{,}5$ cm soit environ 1,885 m.
Nombre de tours de roue effectués pour parcourir 1 036,2 m :
$1\,036{,}2 \div 1{,}885 \approx 550$
En 471 tours de pédales, Leïla a effectué environ 550 tours de roue.

Coup de pouce possible : Rappel sur la proportionnalité.

57 Lunules grecques

1. Le contour de la figure 2 est constitué de six quarts de cercle de 2,8 cm de rayon, donc sa longueur est :
$6 \times (2 \times \pi \times 2{,}8 \text{ cm} \div 4) \approx 26{,}4$ cm
2. Le périmètre du carré est : $4 \times 5{,}6$ cm $= 22{,}4$ cm
Le périmètre du carré de la figure 1 est donc inférieur au périmètre de la figure 2. Ces deux figures ont cependant exactement la même aire.

58 Piscine



La clôture est composée de six segments de grillage dont les longueurs respectives sont :
11,2 m 14 m 10 m 5 m 1,2 m 9 m
Or $11{,}2 + 14 + 10 + 5 + 1{,}2 + 9 = 50{,}4$
Soit un total de 50,4 m de longueur pour le grillage.
M. et Mme Spring devront donc acheter au minimum trois unités de grillage de 20 m de long chacune.
$3 \times 26{,}90 = 80{,}70$ €
La dépense minimale sera donc de 80,70 €.

Coup de pouce possible : On pourra proposer aux élèves en difficulté un plan de la piscine à compléter avec la clôture et sur lequel l'échelle 1 cm ↔ 1 m est indiquée.

59 **Podomètre**

Distance réelle parcourue par le père d'Hugo en mètres :

$1\,000 + 500 + (1\,000 - 400) + 300 + 300$

$= 1\,000 + 500 + 600 + 300 + 300 = 2\,700$

En courant, le père d'Hugo a une foulée de 0,90 m donc le père d'Hugo a effectué 3 000 pas durant sa course car $2\,700 \div 0{,}90 = 3\,000$.

Mais le podomètre est réglé sur un pas de marche soit 0,60 m par pas ($6 \div 10 = 0{,}60$).

$3\,000 \times 0{,}60 = 1\,800$

Donc, le podomètre affichera la distance de 1 800 m.

$2\,700 - 1\,800 = 900$

L'écart entre la distance réelle et la distance affichée sur le podomètre mal réglé sera donc de 900 m.

Coup de pouce possible : On peut demander à deux élèves de tailles différentes de faire chacun dix pas sur deux lignes droites parallèles afin de mettre en évidence que la distance ainsi parcourue varie en fonction de la foulée.

60 **La course**

Distance parcourue par Fatima :

$80 \text{ m} \times 2 + 2 \times \pi \times 40 \text{ m} \approx 411{,}3 \text{ m}$

Distance parcourue en faisant un tour complet de la piste noire : $80 \text{ m} \times 2 + 2 \times \pi \times 45 \text{ m} \approx 442{,}7 \text{ m}$

$442{,}7 - 441{,}3 = 31{,}4$ La piste noire fait donc environ 31,4 m de plus que la piste rouge.

Pour qu'Albane et Fatima parcourent la même distance au dixième de mètre près, il faudra raccourcir le parcours d'Albane de 31,4 m et ainsi, positionner son départ à 31,4 m devant la ligne de départ de Fatima.

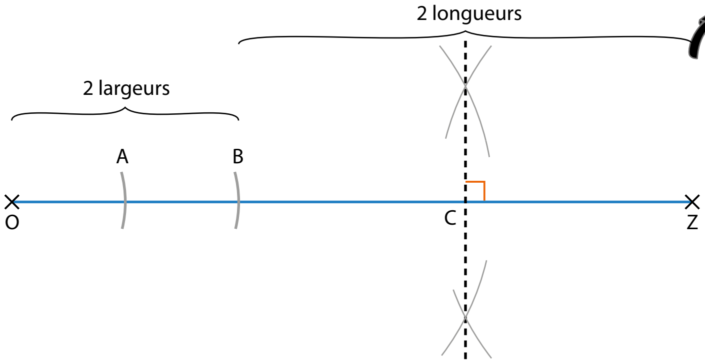
Coup de pouce possible : Montrer une photo d'un départ de 400 m. Par exemple :

© redstone / Shutterstock

Ou encore : larousse.fr/encyclopedie/images/Course_dathlétisme/1311885

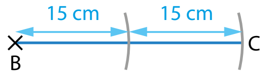
61 **Tableaux de fils tendus et de clous**

1. À l'aide du compas et des lignes du cahier, on trace un segment [OZ] de la même longueur que le fil bleu. Sur ce segment [OZ] représentant le fil tendu tout autour du rectangle, on reporte d'abord au compas les deux largeurs connues du rectangle. On obtient ainsi les points A et B sur le schéma ci-dessous. Le segment [BZ] représente alors le fil nécessaire pour construire les deux longueurs du rectangle. Au compas, on construit ensuite la médiatrice de ce segment pour obtenir le milieu C de [BZ].
Le fil tendu sur une seule longueur du rectangle est donc représenté par le segment [BC].

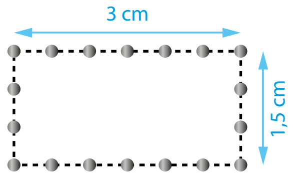


Coup de pouce possible : Rappels de la définition de la médiatrice d'un segment et de sa construction à l'aide du compas (voir vidéo dans le manuel numérique).

On remarque alors que, sur le segment [BC], on peut reporter exactement deux fois la longueur du segment tracé en bleu indiquant l'échelle sur le patron.
Donc la longueur réelle du rectangle est égale à deux fois 15 cm, soit 30 cm.



2. À l'aide du compas, on remarque également que la largeur du rectangle a la même dimension que le segment bleu indiquant l'échelle du patron et représentant 15 cm en réalité.
Sur le tableau réel, deux clous consécutifs sont donc distants de 5 cm ($15 \div 3 = 5$).
Sur le contour du rectangle, il y a autant de clous que d'espaces entre deux clous.
Le périmètre de ce rectangle est :
$15 \text{ cm} \times 2 + 30 \text{ cm} \times 2 = 90 \text{ cm}$
$90 \div 5 = 18$
Il faudra donc 18 clous pour réaliser ce rectangle.



Travailler autrement

62 **Lecture d'un document et résolution d'un problème**

Questions ceinture jaune

1. Le rayon de la Terre est de 6 371 km.
2. $\mathcal{P} = 2 \times \pi \times 6\,371$ $\mathcal{P} \approx 40\,030$
La longueur de la corde réalisant le tour de la Terre à l'équateur est donc d'environ 40 030 km.
3. La distance Terre-Lune est en moyenne de 385 000 km, la corde d'une longueur représentant le tour de la Terre mesure 40 030 km.
Or $40\,030 < 385\,000$.
Donc cette corde ne suffira pas à relier la Terre à la Lune.

Questions ceinture verte

1. Le rayon de la Terre est de 6 371 km, celui de la Lune est de 932 km ($1\,864 \div 2 = 932$).
2. $\mathcal{P} = 2 \times \pi \times 6\,371$ $\mathcal{P} \approx 40\,030$
La longueur de la corde réalisant le tour de la Terre à l'équateur est donc d'environ 40 030 km.
3. $150\,000\,000 = 3\,747 \times 40\,030 + 7\,590$
Il faudrait donc mettre 3 748 cordes bout à bout pour atteindre le Soleil.

Questions ceinture noire

PARTIE A : Avec la Terre

1. $\mathcal{P}_1 = 2 \times \pi \times 6\,371$ $\mathcal{P}_1 \approx 40\,030{,}173\,59$ km
La longueur de la corde réalisant le tour de la Terre à l'équateur est donc d'environ 40 030,173 59 km.

2. Le rayon du cercle réalisé par la corde située à un mètre du sol serait donc de 6 371,001 km.
$\mathcal{P}_2 = 2 \times \pi \times 6\,371{,}001$ $\mathcal{P}_2 \approx 40\,030{,}179\,88$ km
La longueur de cette deuxième corde serait donc d'environ 40 030,179 88 km.

3. $40\,030{,}179\,88 \text{ km} - 40\,030{,}173\,59 \text{ km} = 0{,}006\,29 \text{ km}$
soit environ 6,3 m d'écart.

PARTIE B : Avec une orange

1. 5 cm = 0,05 m $\quad 2 \times \pi \times 0{,}05 \approx 0{,}3$
   La longueur de la corde réalisant le tour de l'orange est donc d'environ 0,3 m.
2. Le rayon du cercle réalisé par la corde située à un mètre de la surface de l'orange serait de 1,05 m.
   $2 \times \pi \times 1{,}05 \approx 6{,}6$ La longueur de cette deuxième corde serait donc d'environ 6,6 m.
3. 6,6 – 0,3 = 6,3
   Il y aura donc environ 6,3 m d'écart entre les deux cordes.

On fera remarquer aux élèves, qu'avec l'orange, on trouve le même écart que dans la **partie A** lorsque l'on réalisait le tour de la Terre.

63 Analyse de production

Questions ceinture jaune

Victor n'a pas converti les 3 768 m en km comme cela était demandé et a enchainé les symboles ≈ et =, ceci n'établissant pas clairement que 251,2 n'est qu'une valeur approchée.

Correction : Soit $\mathcal{P}_1$ la distance parcourue par l'extrémité d'une pale en un tour et $\mathcal{P}_2$ la distance parcourue en quinze tours :

$\mathcal{P}_1 = 2 \times \pi \times 40$ m $\qquad \mathcal{P}_2 \approx 15 \times 251{,}2$ m
$\mathcal{P}_1 \approx 2 \times 3{,}14 \times 40$ m $\qquad \mathcal{P}_2 \approx 3\,768$ m
$\mathcal{P}_1 \approx 251{,}2$ m $\qquad \mathcal{P}_2 \approx 3{,}768$ km

L'extrémité d'une pale parcourt environ 3,768 km en une minute.

Questions ceinture verte

Inès a confondu le rayon de 40 m avec le diamètre. De plus, le diamètre qu'elle a employé dans sa formule est exprimé en mètres. Son résultat 1 884 est donc lui aussi exprimé en mètres, alors que dans sa phrase de conclusion, Marion, se trompant d'unité, a écrit 1 884 km.

Correction : Soit $\mathcal{P}_1$ la distance parcourue par l'extrémité d'une pale en un tour et $\mathcal{P}_2$ la distance parcourue en quinze tours :

$\mathcal{P}_1 = \pi \times D$ $\qquad \mathcal{P}_2 \approx 15 \times 251{,}2$ m
$\mathcal{P}_1 \approx 3{,}14 \times 80$ m $\qquad \mathcal{P}_2 \approx 3\,768$ m
$\mathcal{P}_1 \approx 251{,}2$ m $\qquad \mathcal{P}_2 \approx 3{,}768$ km

L'extrémité d'une pale parcourt environ 3,768 km en une minute.

Questions ceinture noire

Mathias a confondu le rayon de 40 m avec le diamètre. De plus, Mathias s'est trompé en convertissant les 40 m en km. Enfin, Mathias a écrit des égalités de valeurs exactes, alors qu'il ne s'agit que de valeurs approchées.

Correction : 40 m = 0,04 km et 80 m = 0,08 km

Soit $\mathcal{P}_1$ la distance parcourue par l'extrémité d'une pale en un tour et $\mathcal{P}_2$ la distance parcourue en quinze tours :

$\mathcal{P}_1 = \pi \times D$ $\qquad \mathcal{P}_2 \approx 15 \times 0{,}251$ km
$\mathcal{P}_1 \approx 3{,}14 \times 0{,}08$ km $\qquad \mathcal{P}_2 \approx 3{,}768$ km
$\mathcal{P}_1 \approx 0{,}251$ km

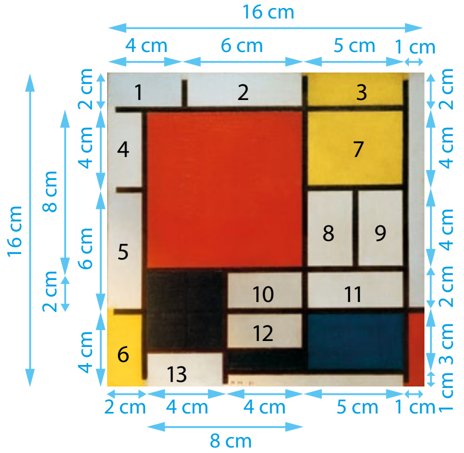
L'extrémité d'une pale parcourt environ 3,768 km en une minute.

Coups de pouce possibles :
- Rappels sur le vocabulaire : « diamètre », « rayon » ;
- Tableau de conversion des unités de longueur.

64 Résolution de problème

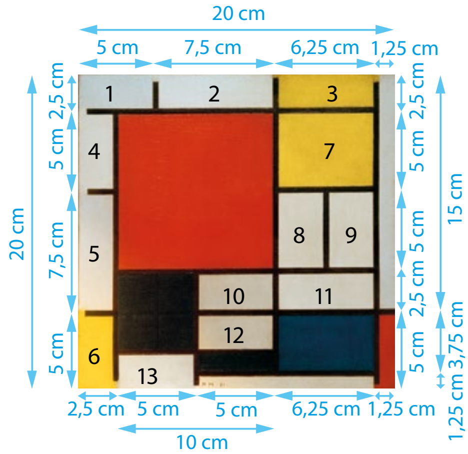
Questions ceinture jaune

Calcul de la largeur des rectangles 1, 4, 6, 10 et 12 :
(12 – 2 × 4) ÷ 2 = 2
La largeur de ces rectangles est égale à 2 cm.
Calcul du côté du carré rouge :
32 cm ÷ 4 = 8 cm
Calcul du côté du carré noir :
16 cm ÷ 4 = 4 cm
La longueur du rectangle 3 est égale à celle du rectangle bleu et mesure 5 cm.
Pour calculer la largeur du rectangle 7, on effectue :
(18 – 2 × 5) ÷ 2 = 4 cm
Pour calculer la largeur du rectangle bleu, on effectue :
(16 – 2 × 5) ÷ 2 = 3 cm



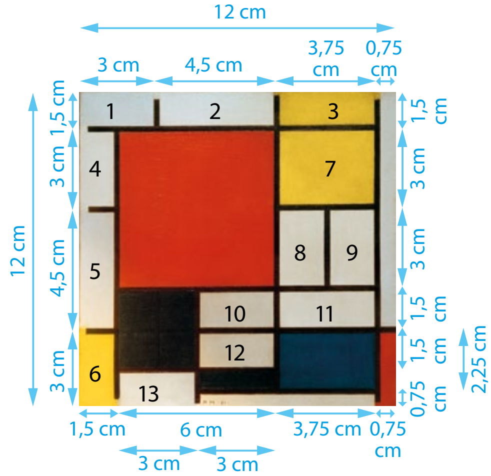
Questions ceinture verte

Largeur des rectangles 1, 4, 6, 10 et 12 : (15 – 2 × 5) ÷ 2 = 2,5 cm
Longueur du rectangle 7 : (22,5 – 2 × 5) ÷ 2 = 6,25 cm
Côté du carré rouge : 40 ÷ 4 = 10 cm
Côté du carré noir : 20 ÷ 4 = 5 cm
La longueur du rectangle 3 est égale à celle du rectangle 7 et mesure 6,25 cm.
Largeur du rectangle 7 : (22,5 – 2 × 6,25) ÷ 2 = 5 cm
Largeur du rectangle bleu : (20 – 2 × 6,25) ÷ 2 = 3,75 cm



Questions ceinture noire

Côté du carré rouge : 24 ÷ 4 = 6 cm
Côté du carré noir : 12 ÷ 4 = 3 cm
La longueur du rectangle 7 est égale à celle du rectangle 3 et mesure 3,75 cm.
Largeur du rectangle 7 : (13,5 – 2 × 3,75) ÷ 2 = 3 cm
Les longueurs des rectangles 1, 4, 6, 10 et 12 sont toutes égales à 3 cm.
Largeur du rectangle 1 : (9 – 2 × 3) ÷ 2 = 1,5 cm

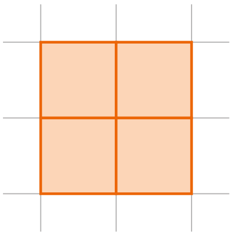


Coup de pouce possible : On pourra fournir aux élèves une photocopie du tableau pour qu'ils puissent y inscrire les dimensions trouvées au fil de leur réflexion.

65 **Résolution de problème**

Questions ceinture jaune

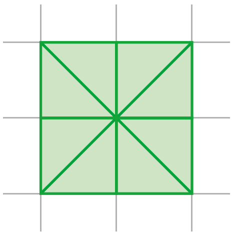
Voici la figure réalisée avec les quatre carrés roses qui a le périmètre le plus petit possible :



Son périmètre est : $2 \times 4 = 8$ unités

Questions ceinture verte

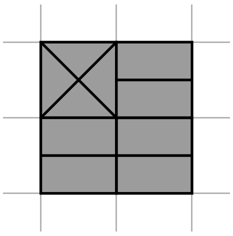
Voici la figure réalisée avec les huit triangles verts et qui a le périmètre le plus petit possible :



Son périmètre est : $2 \times 4 = 8$ unités

Questions ceinture noire

Voici la figure réalisée avec les dix polygones gris et qui a le périmètre le plus petit possible :



Son périmètre est : $2 \times 4 = 8$ unités

Les élèves vont procéder par essais successifs. La mise en commun des différentes figures proposées par les élèves puis la comparaison des différents périmètres ainsi obtenus peut être intéressante.

Outils numériques et algorithmique

66 **Jeu d'hiver**

1. et **2.** Dans la cellule C2, on doit entrer la formule =2*PI()*B2 puis l'étendre vers le bas.

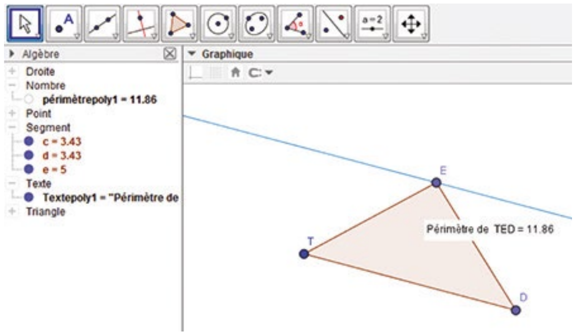
	A	B	C	D	E	F
1	Étape	Rayon (en cm)	Longueur du cercle (en cm)		Côté du carré (en cm)	Périmètre (en cm)
2	1	10	62,83		10	40
3	2	10,5	65,97		11	44
4	3	11	69,12		12	48

3. Dans la cellule F2, on doit entrer la formule =4*E2 puis l'étendre vers le bas.

4. La réponse à ce défi est la 28^e étape :

	A	B	C	D	E	F
1	Étape	Rayon (en cm)	Longueur du cercle (en cm)		Côté du carré (en cm)	Périmètre (en cm)
28	27	23	144,51		36	144
29	28	23,5	147,65		37	148
30	29	24	150,80		38	152

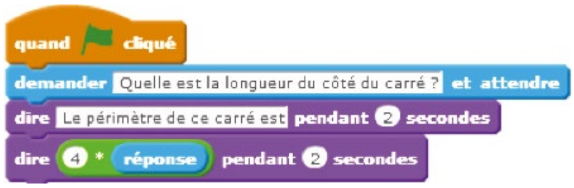
67 **Jeu d'été**



La forme du trajet le plus court est un triangle isocèle en E.

La distance entre le plot D et la table T, ainsi que la distance entre le plot D et la rivière ne sont pas données. Les élèves peuvent donc construire des triangles DTE de dimensions différentes. On pourra alors leur faire remarquer que le trajet le plus court est toujours le triangle isocèle en E.

68 **Calculs de périmètres**



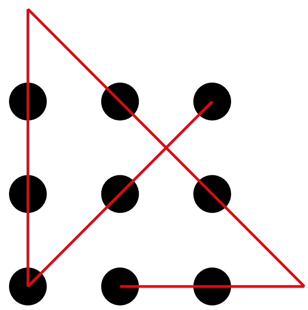
Chapitre 10 Droites

Introduction

Le vocabulaire et les notations en géométrie sont introduits non pas *a priori* mais au fur et à mesure de leur utilité. Ce chapitre est l'occasion de reprendre l'ensemble du vocabulaire de géométrie plane (alignement, appartenance, perpendicularité, parallélisme), ainsi que les codages usuels.
L'utilisation des instruments de géométrie est réinvestie : tracer des droites en lien avec l'alignement des points, puis des droites perpendiculaires, et enfin construire des droites parallèles en lien avec les propriétés reliant droites parallèles et perpendiculaires.
Certaines compétences de construction en lien avec le thème grandeurs et mesures sont réinvesties et approfondies, comme tracer un segment d'une longueur donnée ou reporter la longueur d'un segment. En lien avec la perpendicularité seront définies la distance d'un point à une droite puis la distance entre deux droites. Pour cela, on exploitera au maximum des situations concrètes où ces notions prennent tout leur sens et sont utiles pour résoudre un problème.
L'année de 6e marque un passage important, celui de la géométrie dessinée à la géométrie abstraite. Les élèves passent progressivement de la perception à l'utilisation d'outils de mesure ou d'outils numériques, pour enfin arriver à l'utilisation de propriétés. L'entrée dans la géométrie mathématique ne signifie pas qu'on ne travaille plus sur la géométrie dessinée. Selon les problèmes posés aux élèves, ils seront amenés à observer et émettre des hypothèses, à mesurer ou construire, à raisonner et argumenter. Pour que les élèves ne soient pas perdus, il est important d'être très explicite dans les consignes et d'éveiller leur esprit critique : ce problème peut-il être résolu à l'aide d'une représentation à une échelle bien choisie ? Nécessite-t-il une justification s'appuyant sur des propriétés ?
Dans les corrigés ci-dessous, les réponses sont rédigées de façon à être complètes, concises et précises. Les élèves ne produisent généralement pas ce genre d'écrits, la rédaction d'une démonstration étant un attendu de fin de cycle 4 et pas de cycle 3. C'est donc la qualité des raisonnements qui doit être privilégiée, la formalisation de ces raisonnements par l'utilisation d'un langage adapté étant à dégager progressivement tout au long du collège.
Pour cela, le passage par l'oral est essentiel. En expérimentant eux-mêmes la difficulté de s'exprimer clairement en étant compris par d'autres, les élèves perçoivent mieux la nécessité d'avoir un vocabulaire et des notations adaptés à la géométrie qui soit commun, clair et précis. Ce travail se poursuivra tout au long du cycle 4.

Jeux

Un exemple de solution :



Activités

Questions flash

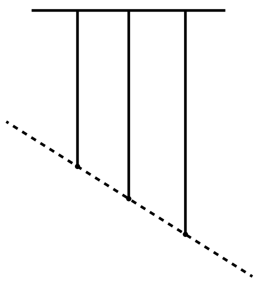
1. a. Ils sont parallèles.
   b. Ils sont perpendiculaires.
2. Sur le tableau de gauche, on voit des carrés et des rectangles. Sur le tableau de droite, on voit des carrés, des rectangles, des triangles isocèles rectangles, des losanges (qui sont également des carrés).
3. a. On peut voir six carrés.
   b. On peut voir douze triangles rectangles.

Activité 1 Suspension lumineuse

Intentions des auteurs

Objectif : Réinvestir les notions de perpendicularité et de parallélisme, d'alignement de points et de droite. On peut éventuellement introduire la notion de distance entre deux droites.
Il n'y a **pas de prérequis**.
Capacité introduite : Utiliser les notions de perpendicularité et de parallélisme, éventuellement de distance entre deux droites.

1. Les câbles noirs sont perpendiculaires à la barre.
2. Les câbles noirs sont parallèles entre eux.
3. Oui. Par exemple :



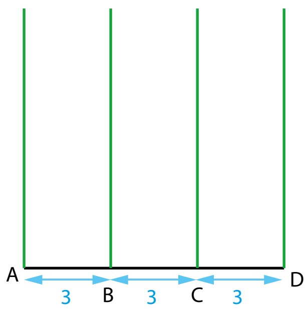
Intentions des auteurs

Objectif : Formuler les propriétés des quadrilatères particuliers et exploiter la notion de distance entre un point et une droite.
Prérequis : Utilisation de la règle graduée.
Capacités introduites :
- Tracer des droites parallèles ou perpendiculaires ;
- Connaitre et construire un rectangle, un losange ou un carré ;
- Connaitre la notion de distance entre un point et une droite ;
- Connaitre la notion de hauteur d'un triangle dans tous les cas : à l'intérieur comme à l'extérieur du triangle.

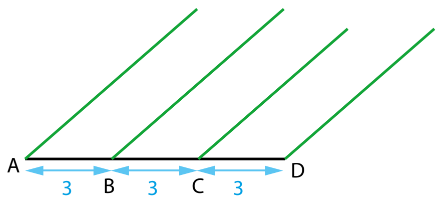
On peut exploiter cela pour travailler avec les élèves la différence entre la géométrie dessinée et la géométrie abstraite, les programmes de construction, la médiatrice, les angles, etc.
Chaque enseignant choisira ce qu'il souhaite mettre en avant, car il faut se garder de tout aborder. Trop d'informations, de vocabulaire ou de notions abordés d'un coup nuirait à la mémorisation des objectifs premiers de cette activité.

1. On peut profiter de cette question pour reprendre la notion de demi-droite.

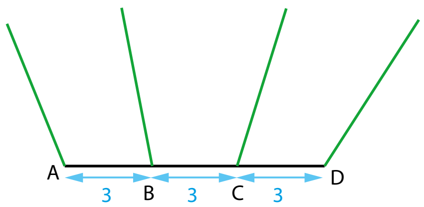
Effet 1 :



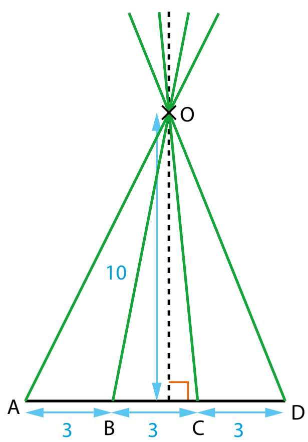
On précise que les faisceaux sont parallèles dans le cas de quatre verticales ou dans un cas comme celui ci-dessous :



Par contre, comme les faisceaux sont des demi-droites, on a aussi la situation suivante, où les faisceaux ne sont pas parallèles :

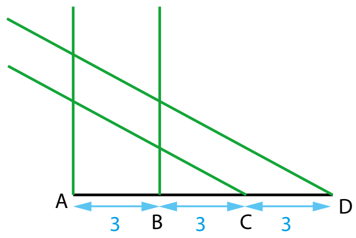


Effet 2 :



Les élèves vont tâtonner. Certains essaieront d'obtenir AO = BO = CO = DO = 10 cm, ce qui est impossible. Ils doivent comprendre que la distance entre O et la table est la longueur du segment le plus court reliant O à la table. Pour cela, ils doivent l'expérimenter en faisant des essais de mesures de longueurs. Ensuite, c'est à l'enseignant de formaliser en reliant cette notion de plus court chemin à la notion de perpendiculaire.
On peut également introduire ici la hauteur d'un triangle : les triangles ADO, BCO, ACO, BDO, mais aussi ABO et CDO, ont la même hauteur : elle mesure 10 cm.

Effet 3 :



C'est l'occasion de donner la définition du parallélogramme et donc de pouvoir affirmer que la figure obtenue est un parallélogramme.
On peut profiter de cette question pour travailler le vocabulaire avec les élèves. On leur demande, d'abord à l'oral puis à l'écrit (par groupe, par exemple), de donner un programme de construction de l'effet 3.

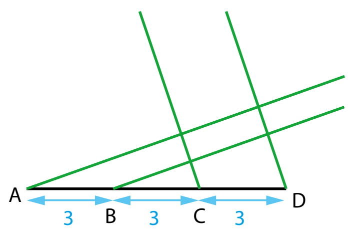
Exemple de programme de construction :
- Tracer une demi-droite issue de A.
- Tracer une demi-droite issue de B et parallèle à la première.
- Tracer une demi-droite issue de C qui coupe les deux premières.
- Tracer une demi-droite issue de D et parallèle à la troisième.

2. Lorsque l'effet 3 est réalisé, la figure géométrique qui apparait est un parallélogramme.

3. Rectangle :

Les élèves vont construire deux paires de demi-droites perpendiculaires entre elles.
C'est l'occasion d'introduire les **propriétés 1, 2 et 3** (page 186). Elles permettent de justifier leur construction.

Exemple de programme de construction :
- Tracer une demi-droite issue de A non perpendiculaire à [AD].
- Tracer une demi-droite issue de B et parallèle à la première.
- Tracer une demi-droite issue de C perpendiculaire à la première.
- Tracer une demi-droite issue de D et parallèle à la troisième (ou perpendiculaire à la première).



On peut tester ce programme de construction avec un logiciel de géométrie dynamique (voir fichier « Chapitre 10 - Activité 2 - GeoGebra - rectangle - élève.ggb ») et faire bouger le point F afin que les élèves visualisent une multitude de rectangles possibles.

À partir de cette construction dynamique, on peut expérimenter l'approche du carré.

Losange :

C'est le plus difficile. Voici une mise en œuvre possible de cette partie de l'activité :

- Récolter toutes les figures proches du losange construites par les élèves ;
- Faire valider par d'autres (échanges de figures et utilisation de la règle graduée) ;
- Ne conserver que les figures acceptées par les vérificateurs ;
- Redistribuer ces figures aux élèves, qui sont maintenant en groupes de 4 (on peut en faire des photocopies si c'est d'une séance à l'autre ou les projeter toutes au tableau numérique, mais il est préférable qu'ils puissent les manipuler) ;
- Pour chaque groupe : analyser les figures et essayer d'émettre une conjecture sur leurs points communs ;
- Mettre en commun des conjectures.

Normalement, les élèves devraient émettre une conjecture équivalente à la suivante :

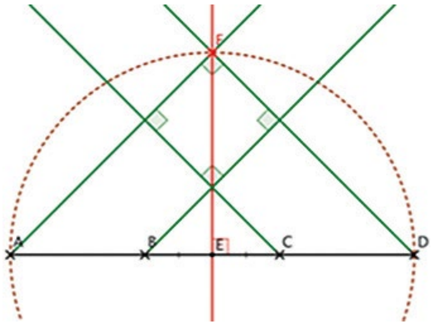
« Deux sommets du losange formé sont situés sur une perpendiculaire à [AD] passant par son milieu. »

On peut remarquer que c'est la médiatrice du segment [AD].

Ils obtiendront des figures proches du losange, puis du carré. C'est l'occasion de faire la différence avec eux entre la géométrie dessinée et la géométrie abstraite.

Carré :

Pour les plus avancés uniquement. On ne peut pas, au niveau du Collège, apporter une construction qu'ils puissent trouver. Voici la figure sur logiciel de géométrie dynamique : « Chapitre 10 - Activité 2 - GeoGebra - carré - élève.ggb »



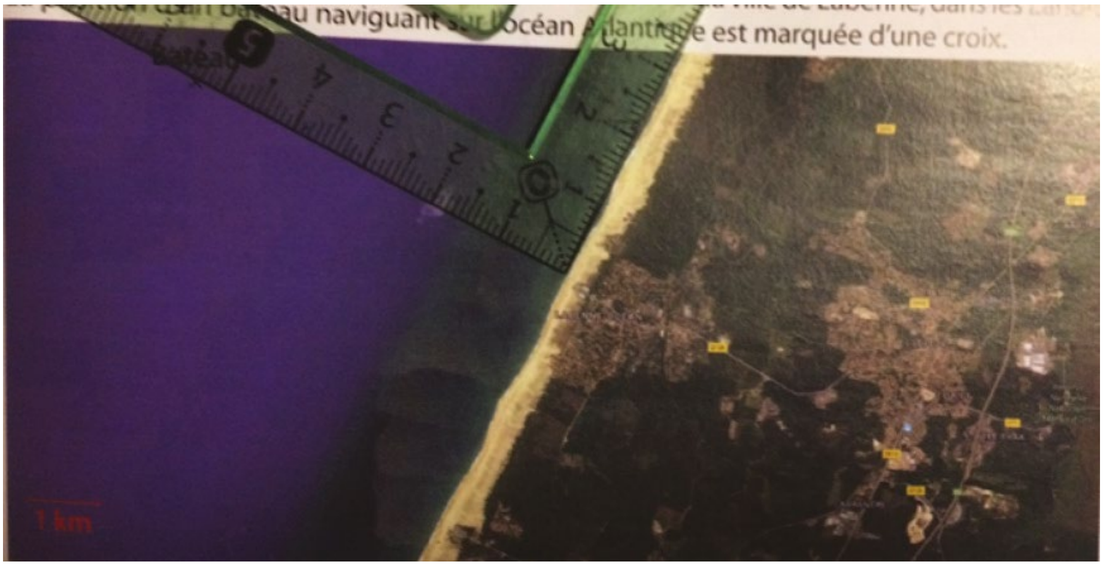
Distance point-droite — Activité 3

Intentions des auteurs

Objectif : Exploiter la distance d'un point à une droite dans une situation réelle.
Prérequis : La notion d'échelle et le calcul d'une quatrième proportionnelle.
Capacité introduite : Connaitre la notion de distance entre un point et une droite.

La figure de l'énoncé est imprimable.

On veut mesurer la plus courte distance entre le bateau et la plage. Pour cela, on va mesurer la longueur du segment le plus court joignant le point B (le bateau) à la plage (représentée par la bande jaune). On constate que ce segment semble être perpendiculaire à la plage.

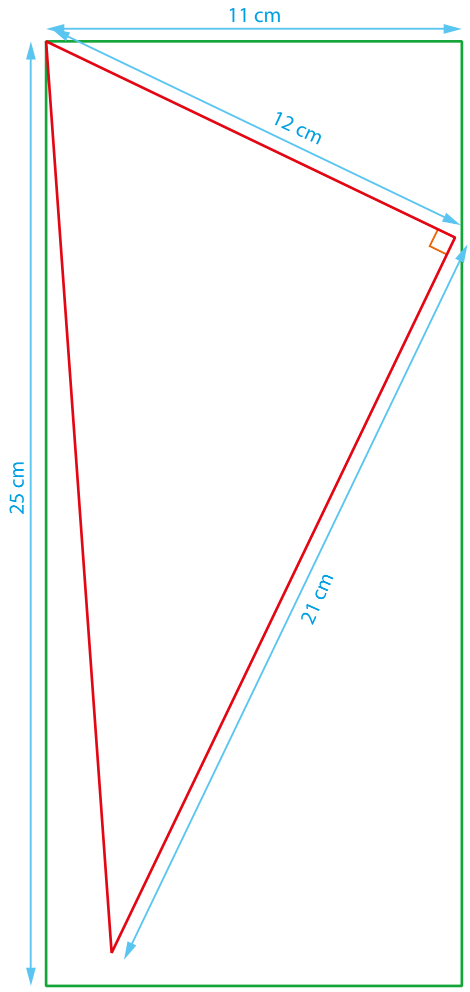


On donne la définition de la distance entre un point et une droite.
On mesure une distance d'environ 5,3 cm sur le plan.
1 cm représente 1 km donc la distance réelle entre le bateau et la plage est d'environ 5,3 km.

Intentions des auteurs

Objectif : Utiliser un rectangle et un triangle rectangle et exploiter la hauteur d'un triangle pour résoudre un problème.
Il n'y a **pas de prérequis** mais les élèves auront besoin d'aborder un problème à prise d'initiative.
Capacité introduite : Connaitre et construire un rectangle, un triangle rectangle et la hauteur d'un triangle.

1. La trousse de Maëva ressemble à un rectangle.
2. L'équerre de Maëva ressemble à un triangle rectangle.
3. Les élèves font une représentation en vraie grandeur de la situation. (Ici, échelle $\frac{1}{2}$.)

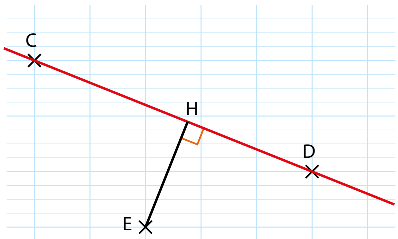


Le plus grand côté de l'équerre mesure environ 24,2 cm. La distance entre le sommet de l'angle droit et ce côté est d'environ 10,4 cm.
On donne la définition de la hauteur d'un triangle.
$24{,}2 < 25$ et $10{,}4 < 11$
Maëva pourra ranger son équerre dans sa trousse.

Savoir-faire

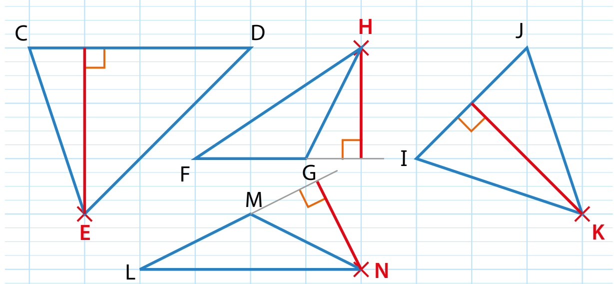
3 La figure de l'énoncé est imprimable.

1.

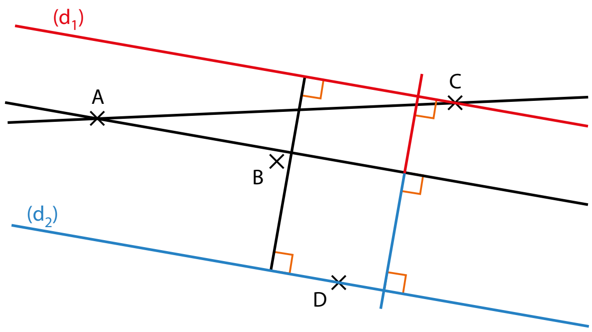


2. La distance entre le point E et la droite (CD) est d'environ 1,7 cm.
EH ≈ 1,7 cm

4 La figure de l'énoncé est imprimable.

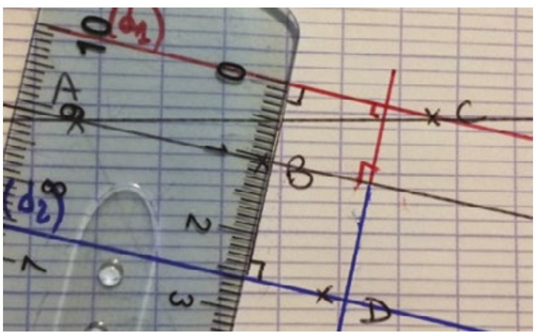


8 1. à 3.



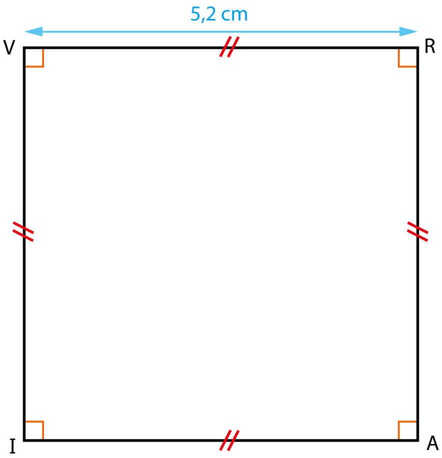
4. Les droites (d_1) et (d_2) sont parallèles entre elles parce qu'elles sont parallèles à une même droite, (AB).

5.

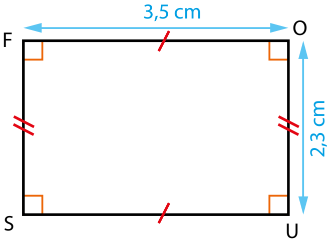


La distance entre les droites (d_1) et (d_2) est d'environ 2,6 cm.
(La réponse dépend des constructions.)

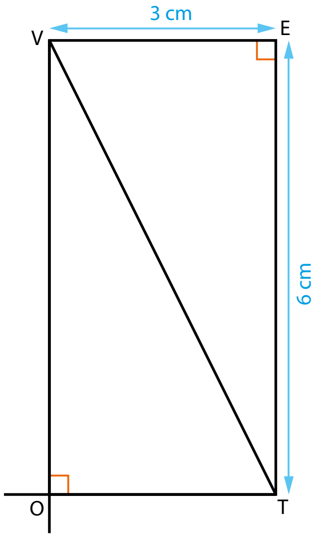
11



12



13



Exercices

Tracer des droites perpendiculaires

Questions flash

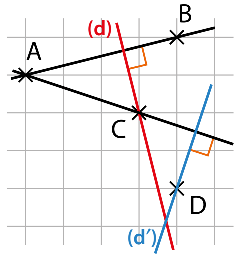
14 La notation la plus précise est la **2.**

15 **a.** Les droites (AB) et (FG) sont perpendiculaires.
b. Le point I appartient au segment [CD].

16 Les droites qui semblent être perpendiculaires sont :
(d_4) et (d_6) (d_4) et (d_5) (d_1) et (d_2)

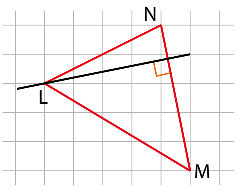
17 **Lou :** correct.
Igor : incorrect. Il n'a pas placé le bon côté de l'équerre le long de la droite (d).
Rayan : incorrect. L'équerre placée ainsi ne permet pas de tracer correctement une droite passant par I. Il peut utiliser une règle contre l'équerre ou tourner l'équerre afin d'aligner le plus grand côté de l'angle droite avec (d).
Victoire : incorrect. Elle a fait la même erreur qu'Igor.

18 La figure de l'énoncé est imprimable.

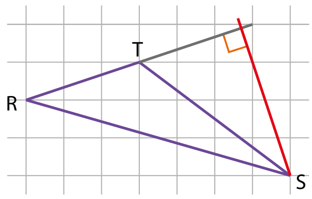


19 ① : non ② : oui ③ : oui ④ : non

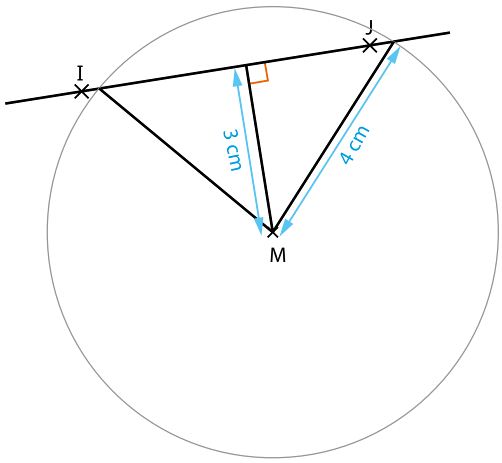
20 La figure de l'énoncé est imprimable.



21 La figure de l'énoncé est imprimable.



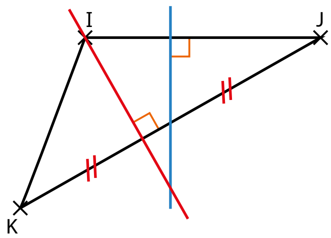
22 **1.** et **2.** L'ensemble des points à 4 cm du point M est le cercle de centre M et de rayon 4 cm.



3. Il y a deux points appartenant à la droite (IJ) qui sont également à 4 cm du point M.

23 **a.** Vraie **b.** Fausse **c.** Vraie **d.** Fausse

24



Tracer des droites parallèles

Questions flash

25 **a.** Les droites (RS) et (WX) sont parallèles.
b. Le point J n'appartient pas à la droite (HK).

26 Les droites qui semblent parallèles sont (d_2) et (d_3), (d_5) et (d_7).

27 Dans la figure, il y a neuf parallélogrammes :
ABCD, AEFD, EBCF, ABHG, GHCD, AEIG, EBHI, IHCF et GIFD.

28 L'étape 3 de Najwa est fausse donc sa construction n'est pas correcte.

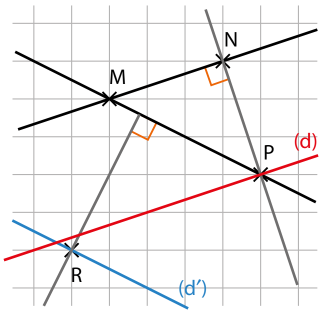
29 Les droites (d_1) et (d_2) semblent parallèles.

> On n'attend pas des élèves qu'ils sachent mener le raisonnement suivant rigoureusement, on attend qu'ils relient cette configuration à la **propriété 2 ou 3**.

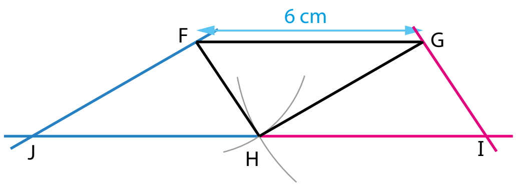
Si on part de l'hypothèse que les droites (d_1) et (d_2) sont parallèles, on a : $(d_1) // (d_2)$ et $(d) \perp (d_1)$
Si deux droites sont parallèles, et si une troisième droite est perpendiculaire à l'une, alors elle est perpendiculaire à l'autre.
Donc $(d) \perp (d_2)$.
Or (d) et (d_2) ne peuvent pas être perpendiculaires puisqu'elles forment un angle de 91°.
Donc l'hypothèse de départ était fausse.
Les droites (d_1) et (d_2) ne sont pas parallèles. Jason a tort.

30

> La figure de l'énoncé est imprimable.



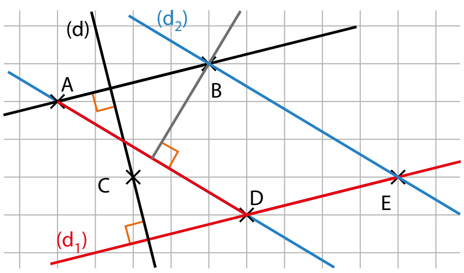
31



32

> La figure de l'énoncé est imprimable.

1. à **3.**, et **5.**

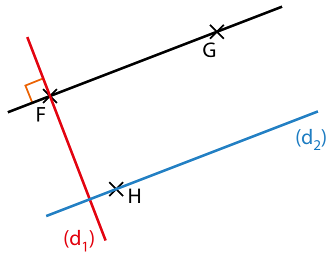


> On n'a pas d'attente sur le formalisme des justifications. L'élève doit raisonner et montrer par ses explications qu'il a le bon argument (une définition ou une propriété mathématique).

4. Les droites (d_1) et (AB) sont parallèles.
Justification : $(AB) \perp (d)$ et $(d) \perp (d_1)$
Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles entre elles. Donc $(AB) // (d_1)$.

6. ABED est un parallélogramme.
Justification : $(d_2) // (AD)$ et $(AB) // (d_1)$

33 **1.** à **3.**



4. $(d_1) \perp (FG)$ et $(d_2) // (FG)$
Si deux droites sont parallèles, et si une troisième droite est perpendiculaire à l'une, alors elle est perpendiculaire à l'autre.
Donc $(d_1) \perp (d_2)$.

Connaitre et construire un rectangle, un carré, un triangle rectangle

Questions flash

34 Vue de face, cette étagère est composée de quatre carrés et d'un rectangle.

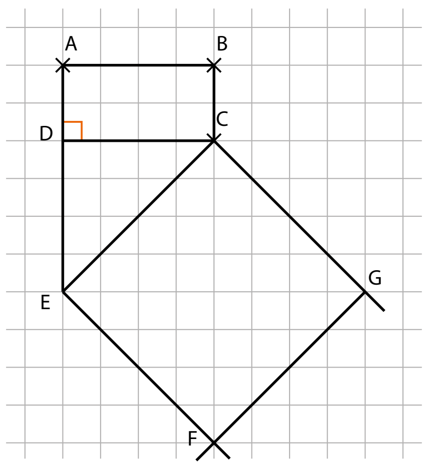
35 Il semble que cette étagère soit composée de cinq triangles rectangles isocèles, d'un carré et d'un parallélogramme.

36

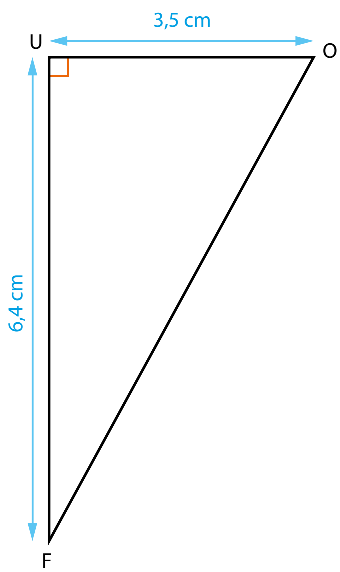
Rectangles	Triangles rectangles	Carrés
NRSQ ROPS ABCD	EAB, BHG, BHM, MIC, CIJ, DFC	NRSQ ROPS

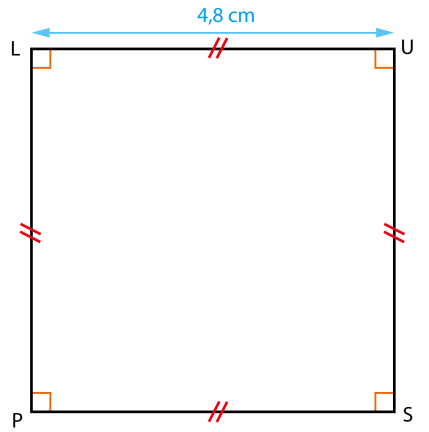
37

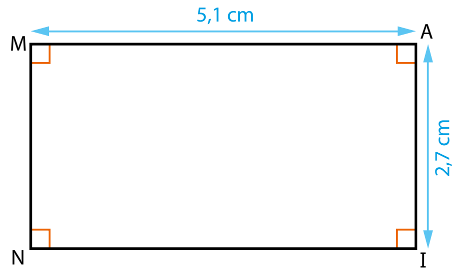
> La figure de l'énoncé est imprimable.

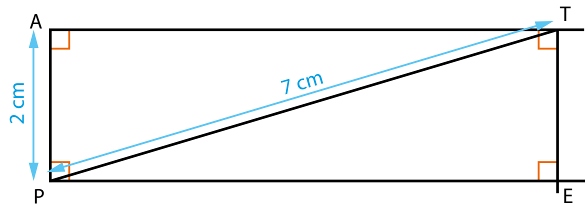


38

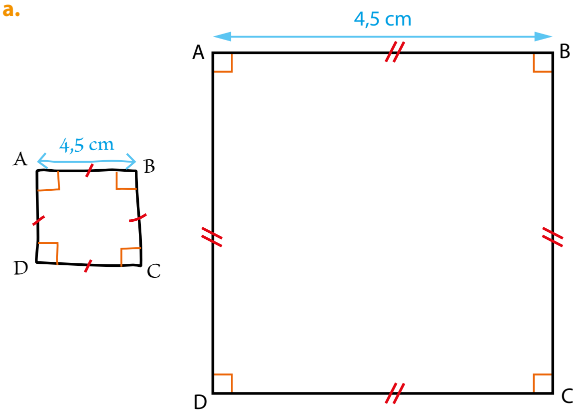




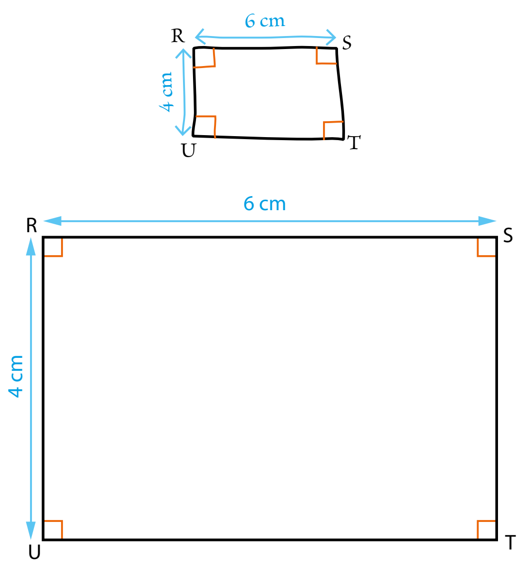




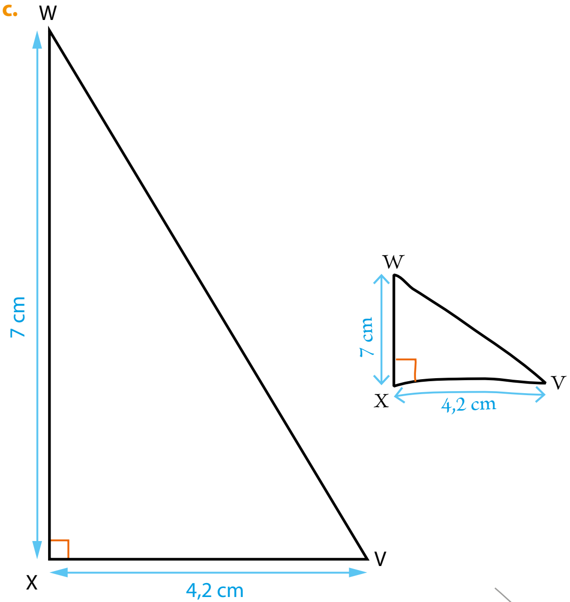
39 **a.**



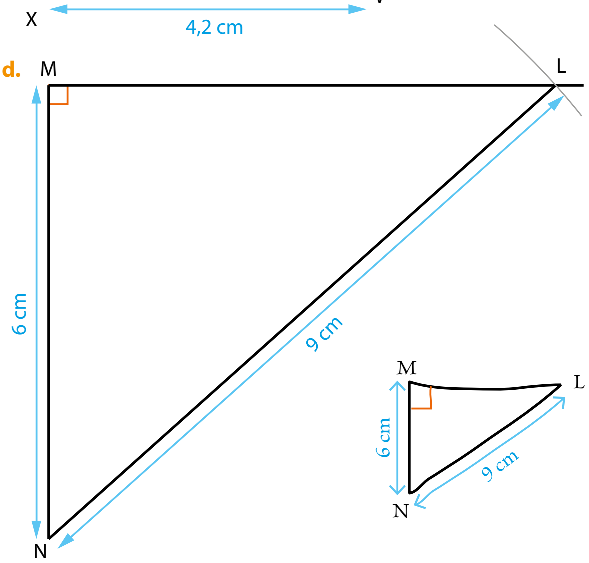
b.



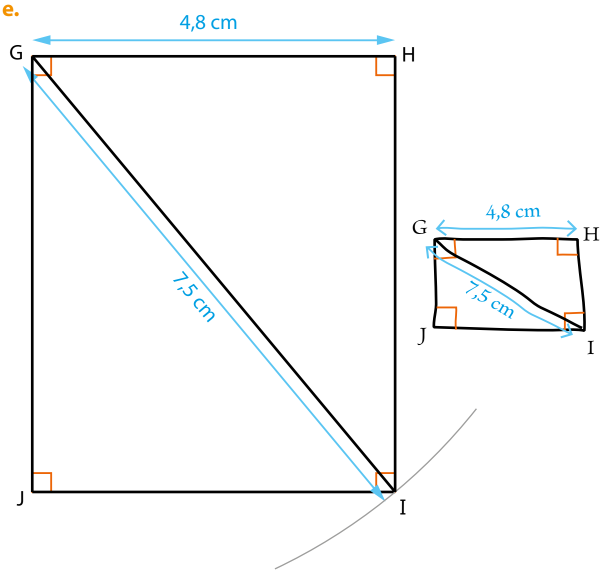
c.



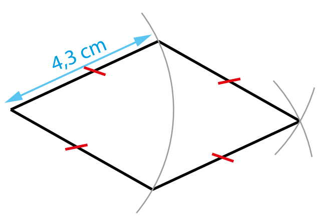
d.



e.



40 Fatima a tort. Voici un contre-exemple ci-contre.



41 Tracer un rectangle ABCD tel que AD = 4 cm et DC = 6 cm.
Tracer la droite parallèle à (AC) passant par le point B.

Faire le point

QCM

1 1. A 2. C **2** 3. C 4. A **3** 5. C 6. C

Problèmes

42 Galerie de François Morellet

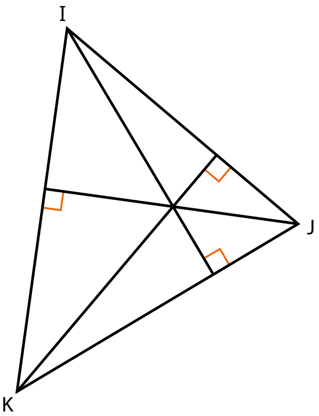
10 lignes au hasard : 1 paire de parallèles
Triple X neonly : 2 paires de parallèles et 1 paire de perpendiculaires
Faut Le Fer : 2 paires de perpendiculaires
Sous-Fer n°1 : 2 paires de parallèles et 5 paires de perpendiculaires
Contresens n°2 : 4 paires de parallèles et 8 paires de perpendiculaires

43 Répartition aléatoire

1. On peut voir neuf carrés sur cette œuvre.
2. On peut comptabiliser deux rectangles non carrés.

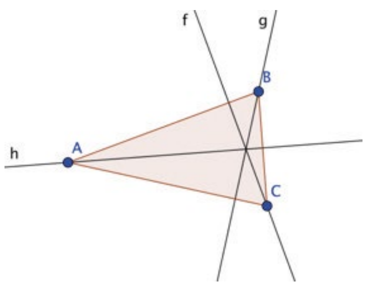
44 Hauteurs

1. et 2.



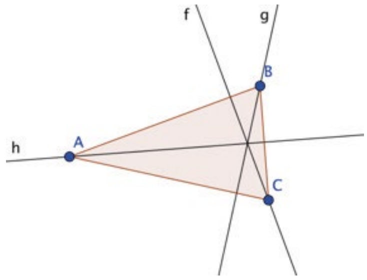
3. On remarque que les hauteurs semblent sécantes en un seul point.
4.

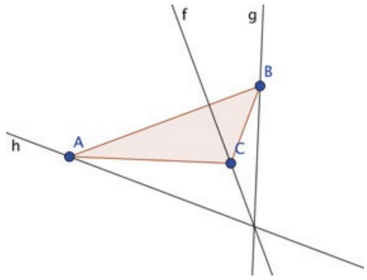
Les élèves réalisent la même construction avec un autre triangle. Le professeur et/ou les élèves font la construction avec un logiciel de géométrie dynamique (voir le fichier « Chapitre 10 - Exercice 44 - GeoGebra - prof.ggb »).



5. Oui, on fait la même remarque.

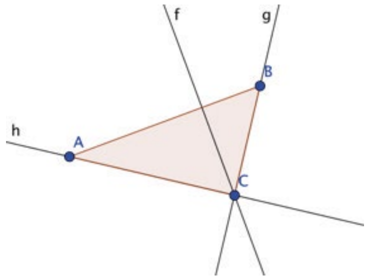
On projette au tableau numérique les diverses productions et/ou la construction dynamique pour laquelle on fait bouger les sommets A, B et C.
C'est l'occasion de voir ce que signifie « faire une conjecture », ou « émettre une hypothèse ». On peut aussi débattre des constructions d'élèves pour lesquelles les hauteurs ne sont pas concourantes. Est-ce la preuve que ce n'est pas toujours vrai ? Est-ce une erreur de tracé, de précision ? On en profite pour reparler de la différence entre la géométrie dessinée et la géométrie abstraite.





C'est l'occasion de remarquer le lien entre la mesure des angles et l'emplacement du point de concours des hauteurs :
- 3 angles aigus ⟶ à l'intérieur
- 1 angle droit ⟶ sur le sommet de l'angle droit
- 1 angle obtus ⟶ à l'extérieur

On peut aussi parler du fait qu'un triangle ne peut pas avoir 2 angles droits ou 2 angles obtus.



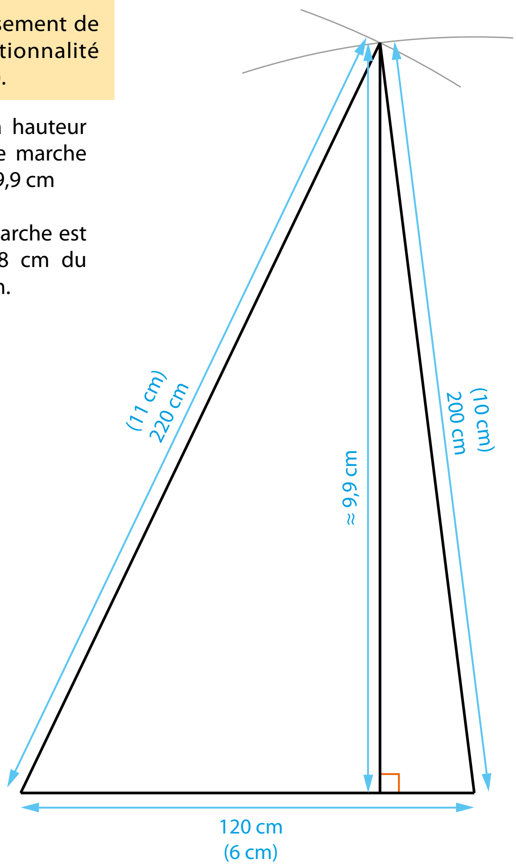
45 Escabeau

1.

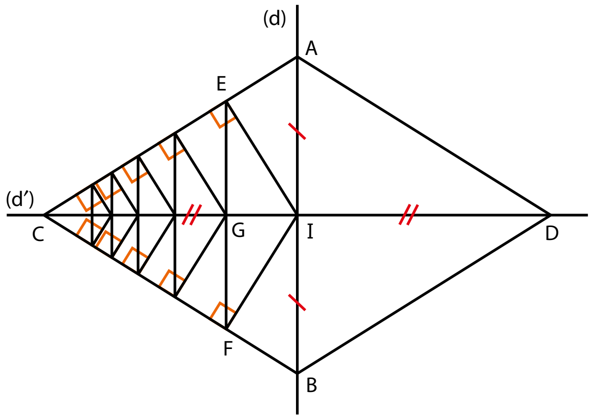
Dimensions sur le plan (en cm)	1	11	10	6
Dimensions réelles (en cm)	20	220	200	120

Réinvestissement de la proportionnalité (chapitre 7).

2. On mesure la hauteur de la dernière marche sur le plan : 9,9 cm
$9{,}9 \times 20 = 198$
La dernière marche est à environ 198 cm du sol, soit 1,98 m.

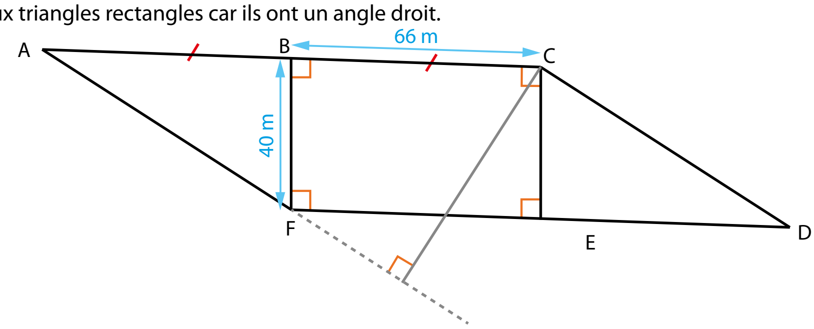


46 Belle figure



47 Dockland

1. BCEF est un rectangle car il a quatre angles droits.
2. ABEF, BCDE et ACDF sont des parallélogrammes car leurs côtés opposés sont deux à deux parallèles.
3. ABF et CED sont deux triangles rectangles car ils ont un angle droit.
4.

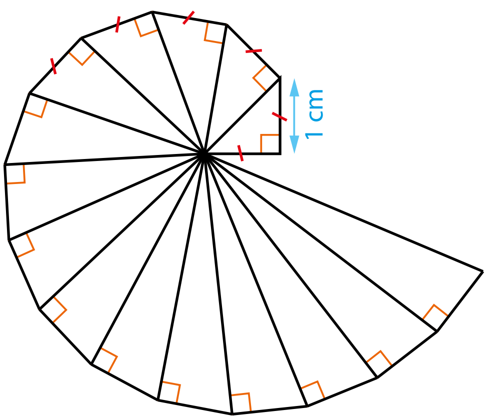


48 Dans les rues de Marseille

Le plan de l'énoncé est imprimable.

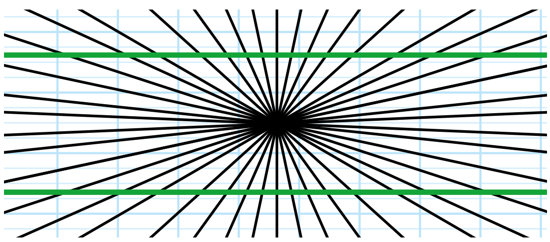
1. Rue des Tyrans 2. Rue Rigord 3. Rue Grignan

49 Escargot de Pythagore

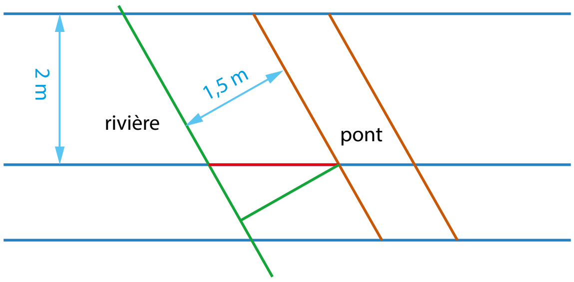


50 Illusion d'optique

1. On peut avoir l'impression que les lignes vertes ne sont pas droites.
2. En plaçant une règle le long des lignes vertes, elles semblent finalement droites.
3. On commence par tracer deux lignes droites vertes, puis on trace des droites passant par un même point situé entre les deux. On constate qu'au fur et à mesure de la construction, les lignes droites vertes semblent s'arrondir.



51 Bouée de sauvetage



Coups de pouce possibles :
Étape intermédiaire : Placer trois bouées au hasard sur le plan et mesurer la distance entre chaque bouée et la berge et entre chaque bouée et le pont.
Travail en binôme :
Élève A : Trouver l'emplacement des bouées situées à 2 m de la berge (d'abord quelques unes, puis toutes).
Élève B : Trouver l'emplacement des bouées situées à 2 m du pont (d'abord quelques unes, puis toutes).
Mettre en commun pour trouver l'emplacement de toutes les bouées situées à 2 m de la berge ET à 1,5 m du pont.

52 Bibliothèque en kit

On n'a pas d'attente sur le formalisme de la justification. L'élève doit raisonner et montrer par ses explications qu'il a le bon argument (repérer la bonne propriété mathématique).
Coups de pouce possibles : Préciser aux élèves que les définitions et les propriétés qui leur serviront à justifier leurs réponses se trouvent pages 186 et 188.
Donner en photocopie les définitions et propriétés des pages 186 et 188 et leur demander de coller la bonne pour chaque justification.

1. Les étagères vertes sont parallèles au sol.
Le montant jaune situé à droite est perpendiculaire au sol.

> Si **deux droites** sont parallèles, et si **une troisième droite** est perpendiculaire à l'une, alors elle est aussi perpendiculaire à l'autre.

Donc les étagères vertes sont perpendiculaires au montant jaune situé à droite.

2. Les deux montants en bois violets sont perpendiculaires aux deux montants bleus.

> Un **rectangle** est un quadrilatère qui a quatre angles droits.

Ces quatre montants forment donc un rectangle.

> Si un quadrilatère est un rectangle, alors ses côtés opposés sont deux à deux parallèles et de même longueur.

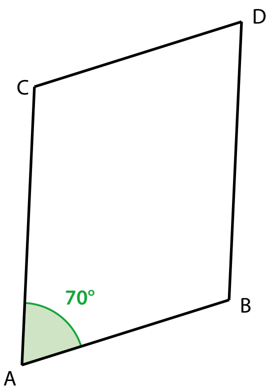
Donc les montants violets sont de même longueur.

3.

> Si **deux droites** sont perpendiculaires à **une même droite**, alors elles sont parallèles entre elles.

53 Tort ou raison ?

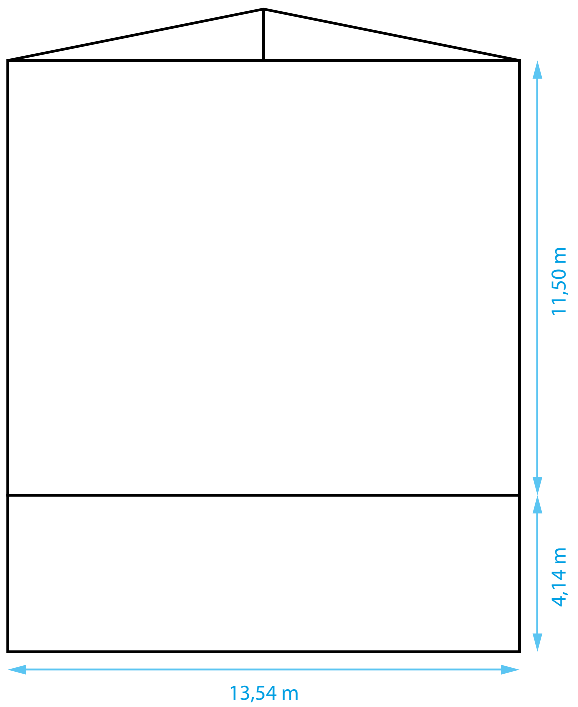
- Lola a raison.
  Justification : Si un quadrilatère est un rectangle, alors ses côtés opposés sont deux à deux parallèles.
  Un parallélogramme est un quadrilatère dont les côtés opposés sont deux à deux parallèles.
  Donc un rectangle est un parallélogramme.
- Nathan a tort.
  Contre-exemple :



54 Maison Carrée de Nîmes

1. Avec le vocabulaire mathématique de notre époque, cette maison ne porte pas bien son nom car il n'y a pas de carré (voir l'origine de son nom page 181).

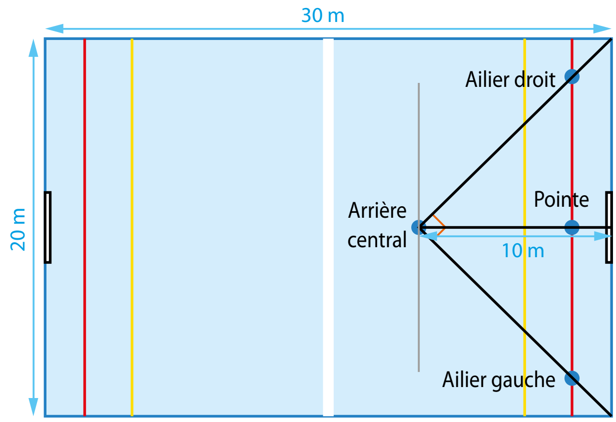
2. *(Ici, on a pris 0,5 cm sur le schéma pour 1 m dans la réalité.)*



55 Waterpolo

1. La zone centrale comprise entre les deux lignes jaunes a la forme d'un rectangle car les lignes jaunes sont perpendiculaires aux bords du terrain et forment donc quatre angles droits.

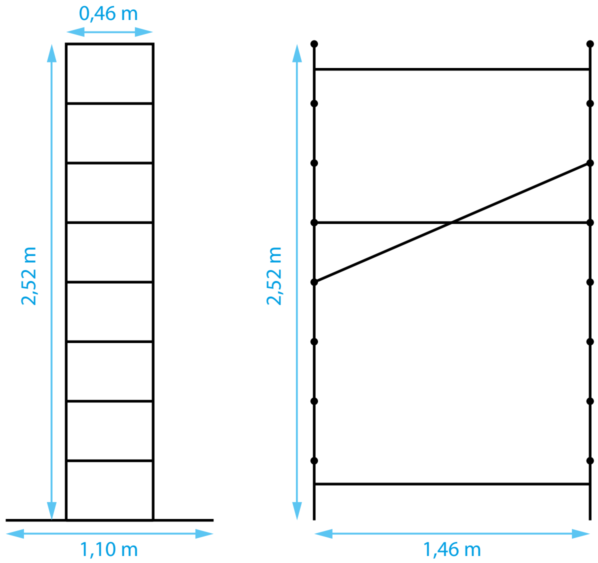
2. 1 cm sur le plan représente 2 m en réalité.
(Ici, on a pris 0,5 cm sur le schéma pour 2 m dans la réalité.)



3. Le segment qui relie l'arrière central et la pointe représente la hauteur du triangle.

56 Échafaudage

1. *(Ici, on a pris 0,25 cm sur le schéma pour 10 cm dans la réalité.)*



Vue de côté **Vue de face**

2. La plateforme est située à la hauteur du 5^{e} barreau.

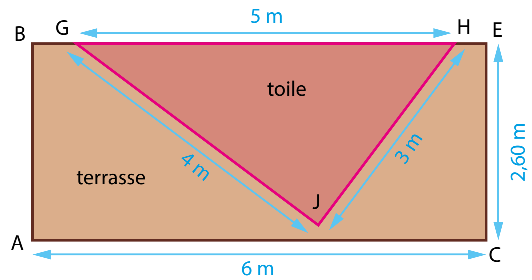
> Les élèves peuvent mesurer sur leur plan et trouver 14 cm (si leur dessin est assez précis). Ils peuvent aussi raisonner sur les barreaux régulièrement espacés.

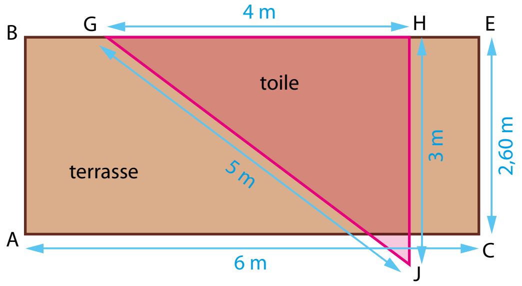
$2{,}52 \div 9 = 0{,}28$ $\quad$ $0{,}28 \times 5 = 1{,}4$
La plate-forme se situe à 1,4 m du sol.

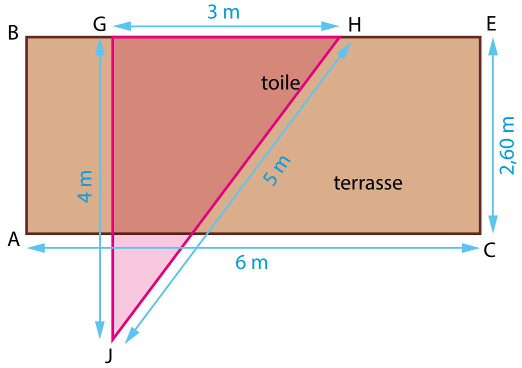
57 Voile d'ombrage

> **Coup de pouce possible** : Faire un plan de la terrasse de Vivien et un triangle aux dimensions de la voile triangulaire à la même échelle. Essayer de placer la voile sur la terrasse.

Plan à l'échelle $\frac{1}{100}$ (1 cm représente 100 cm, soit 1 m) :



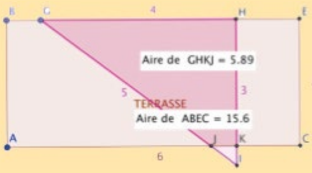




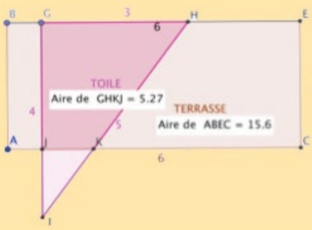
Oui, Vivien pourra fixer cette toile en deux points sur la façade de la maison et un troisième point à l'extérieur à condition qu'il fixe à la façade le côté de 3 m ou celui de 4 m. Cependant, la voile ne permettra pas de mettre toute la terrasse à l'ombre.

Prolongement possible : Lorsque le soleil est au zénith, la toile permet-elle de couvrir plus du tiers de la terrasse ? Les élèves doivent chercher ce que signifie « au zénith ». Puis ils doivent raisonner sur les aires (par comptage des carrés de côté 1 cm ou en utilisant des formules d'aire).
Autre option : On leur permet d'utiliser un logiciel de géométrie dynamique. Ils doivent ouvrir les deux plans suivants :
« Chapitre 10 - Exercice 57b - GeoGebra - élève.ggb »
et « Chapitre 10 - Exercice 57c - GeoGebra - élève.ggb »
Pour chacun d'eux, ils doivent :
- tracer le quadrilatère représentant la toile au-dessus de la terrasse ;
- utiliser l'outil  pour mesurer les aires de la terrasse et de la toile au-dessus de la terrasse afin de les comparer.

Position 2 :



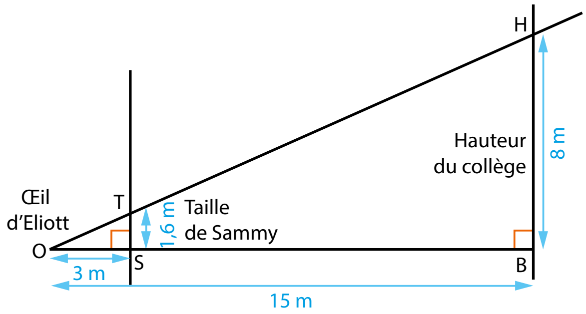
Position 3 :



Même lorsque le soleil est au zénith, la toile couvre à peine plus du tiers de la terrasse, ce qui est peu.
Toutes les conclusions cohérentes seront acceptées, l'idée ici est de faire réfléchir, raisonner et argumenter les élèves.

58 Estimation

Bien sûr, les élèves ne peuvent pas utiliser le théorème de Thalès ou même la notion d'agrandissement ou de réduction. Ici, on attend d'eux qu'il fasse un plan de la vue de côté (tracé de perpendiculaires, alignement de points). Ensuite, ils doivent mesurer la hauteur du bâtiment à la règle graduée.
Coup de pouce possible : Faire l'expérience en vraie grandeur dans la cour du collège avec d'autres mesures.



Le collège d'Elliot et Sammy a une hauteur d'environ 8 m.

Travailler autrement

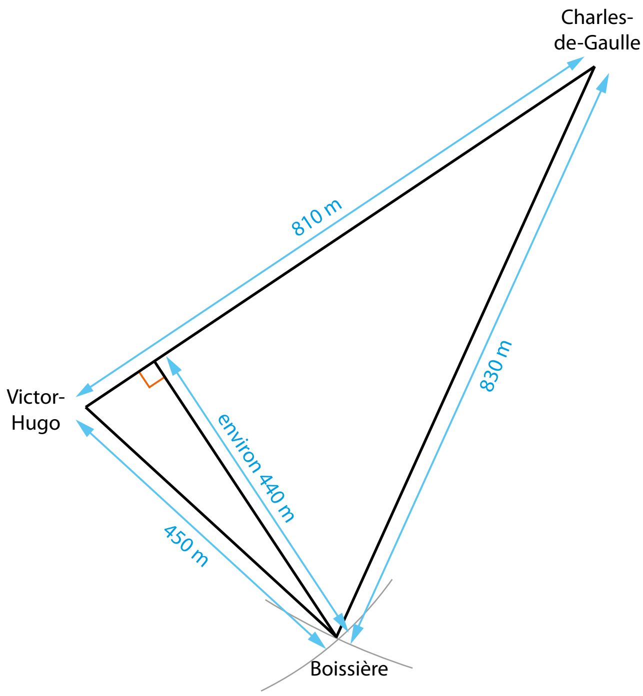
59 Analyse de documents

Questions ceinture jaune

1. La rue de la Pérouse et la rue Dumont d'Urville semblent parallèles.
La rue Malakoff et l'avenue Fosh semblent perpendiculaires.
2. Non, l'oiseau ne vole pas vraiment parallèlement à la rue Paul Valéry.
Justification orale : La rue Boissière n'est pas perpendiculaire à l'avenue Victor-Hugo.

Questions ceinture verte

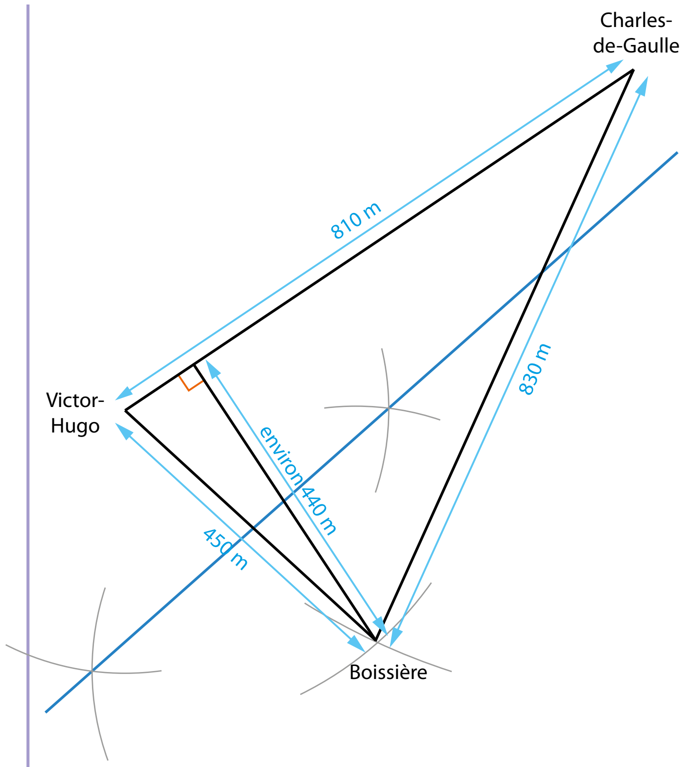
1.



2. L'oiseau parcourt environ 440 m.

Questions ceinture noire

À l'échelle $\frac{1}{1\,000}$, 1 cm représente 1 000 cm, c'est-à-dire 10 m.
Comme les oiseaux partent respectivement des stations Victor-Hugo et Boissière, puis se rencontrent après avoir parcouru la même distance en ligne droite, leur point de rencontre se situe sur l'axe de symétrie du segment joignant Victor-Hugo et Boissière. Avec le compas, on peut construire deux points de rencontre possibles, puis tracer cet axe de symétrie (en bleu).



60 Écriture d'énoncé

Questions ceinture jaune

Tracer un triangle MIL tel que :
IL = 5 cm IM = 4,3 cm ML = 2,8 cm
Tracer la hauteur du triangle issue du sommet M.

Questions ceinture verte

Tracer un rectangle ABCD tel que : AD = 2,8 cm DC = 3,6 cm
Tracer la demi-droite [CB).
Placer le point E sur [BE) tel que BE = 1,3 cm.
Tracer la droite perpendiculaire à [BE) passant par le point E.

Questions ceinture noire

Tracer un rectangle NJKS tel que : NJ = 3,5 cm NK = 5 cm
Placer le point T tel que S soit le milieu de [TK].
Tracer la droite perpendiculaire à (TS) passant par le point T.

61 Analyse de production

Questions ceinture jaune

Soulemane ne doit pas se fier à ce qu'il voit mais sur ce qui est codé sur la construction. $(d_2) \perp (d_1)$ $(d_3) \perp (d_1)$
Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles entre elles. Donc $(d_2) // (d_3)$.

Questions ceinture verte

La réponse de Jessica est incomplète : il faut qu'elle justifie les deux angles droits en D et en C.
[AB] // [CD] et [AB] ⊥ [AD]
Si deux droites sont parallèles, et si une troisième droite est perpendiculaire à l'une, alors elle est aussi perpendiculaire à l'autre.
Donc [DC] ⊥ [AD].
De même, on obtient : [DC] ⊥ [BC]
Le quadrilatère ABCD a quatre angles droits, c'est donc un rectangle.

Questions ceinture noire

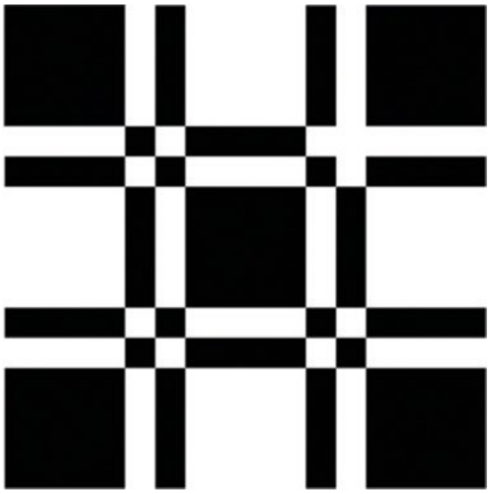
La réponse d'Elias est incomplète.
(MN) ⊥ (ML) et (MN) // (JK)
Si deux droites sont parallèles, et si une troisième droite est perpendiculaire à l'une, alors elle est aussi perpendiculaire à l'autre.
Donc (JK) ⊥ (MN) ou encore (JK) ⊥ (KL).
(KL) ⊥ (IL) et (JK) ⊥ (KL)
Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles entre elles. Donc (JK) // (IL).
(JK) // (IL) et (IL) ⊥ (IJ)
Si deux droites sont parallèles, et si une troisième droite est perpendiculaire à l'une, alors elle est aussi perpendiculaire à l'autre. Donc (IJ) ⊥ (JK).
Donc le quadrilatère IJKL a quatre angles droits, c'est donc un rectangle.
Les côtés opposés de IJKL sont donc de même longueur deux à deux. De plus, JI = IL = LK. Donc les quatre côtés de IJKL sont de même longueur. Donc IJKM est un carré.

Outils numériques et algorithmique

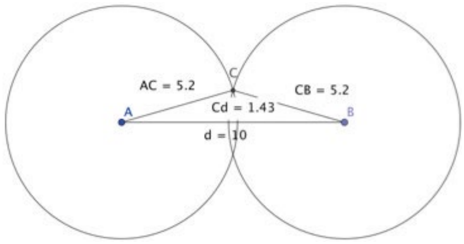
62 Rectangles

1. Fichier : « Chapitre 10 - Exercice 62-1 - GeoGebra - prof.ggb »

2. Fichier : « Chapitre 10 - Exercice 62-2 - GeoGebra - prof.ggb »



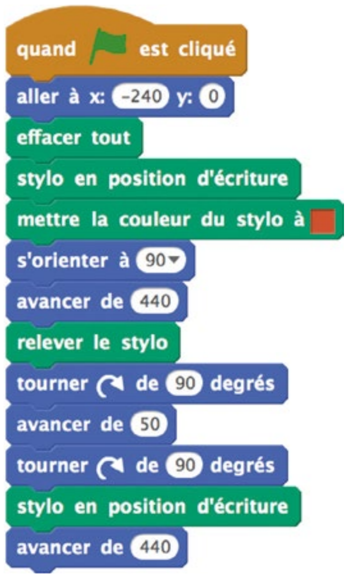
63 La corde



On a pu utiliser l'outil  pour mesurer la distance entre le point C et le côté [AB] directement. On obtient 1,43.
Oui, un enfant mesurant 1,40 m peut passer sous la corde sans se baisser.

64 Laisser une trace

Fichier :
« Chapitre 10 - Exercice 64 - Scratch - prof.sb2 »



CHAPITRE 11

Angles

Introduction

Ce chapitre s'inscrit à la fois dans le thème « Grandeurs et mesures » pour tout ce qui concerne les angles et leur mesure, et dans le thème « Espace et géométrie » pour ce qui concerne les constructions de triangles.
Les connaissances associées sont : la notion d'angle, le lexique associé aux angles (angle droit, aigu, obtus), la mesure en degrés d'un angle, les figures planes que sont les triangles, dont les triangles particuliers (triangle rectangle, triangle isocèle, triangle équilatéral), l'égalité d'angles.

Les capacités associées sont :

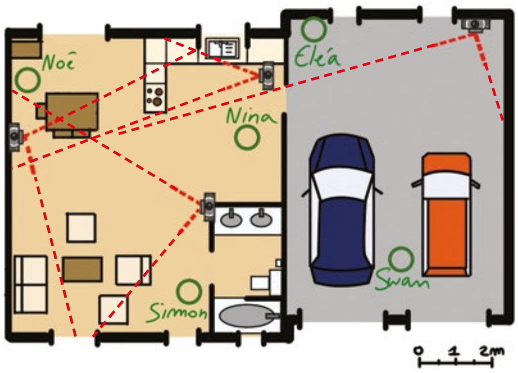
1. Tout d'abord, comparer, estimer, mesurer des angles, utiliser le lexique, les unités et l'instrument spécifique des angles :
   – identifier des angles dans une figure géométrique ;
   – comparer des angles (sans avoir recours à leur mesure : par superposition, avec un calque) ;
   – reproduire un angle donné en utilisant un gabarit ;
   – estimer la mesure d'un angle (différencier notamment angles aigus et angles obtus, estimer une mesure à 10°, puis vérifier avec le rapporteur) ;
   – estimer et vérifier qu'un angle est droit, aigu ou obtus ;
   – utiliser un instrument de mesure (le rapporteur) et une unité de mesure (le degré) pour :
     • déterminer la mesure en degrés d'un angle ;
     • construire un angle de mesure donnée en degrés.

   Comme précisé dans les programmes, il conviendra, avant de travailler sur les mesures, d'établir des relations entre les angles (somme, partages, référence aux angles du triangle équilatéral, du triangle rectangle isocèle) mais aussi d'utiliser des gabarits d'angles, ainsi que l'équerre, en plus du rapporteur pour mesurer des angles.
   Le rapporteur étant un nouvel instrument de mesure, il convient de l'introduire à l'occasion de la construction et de l'étude de figures.
2. Dans un deuxième temps : reconnaitre, nommer, décrire, reproduire et représenter des figures géométriques (utilisant des angles) en particulier autour des triangles (situations de reproduction, à l'échelle ou non, ou de construction mobilisant des gestes élémentaires de mesurage et de tracé, et des connaissances sur les figures usuelles).
3. Et enfin, reconnaitre et utiliser des relations géométriques liées aux angles : égalité d'angles.

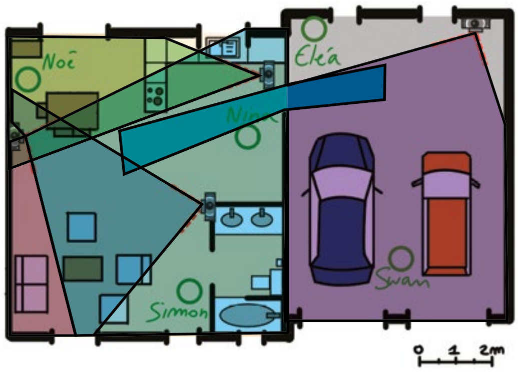
Il est rappelé dans les repères de progressivité que :
« Certaines compétences de construction, comme reproduire un angle (6e) sont menées conjointement avec les apprentissages du domaine « Grandeurs et mesures ».
« Le vocabulaire et les notations nouvelles ($\widehat{AOB}$) sont introduits au fur et à mesure de leur utilité, et non au départ d'un apprentissage. »
« Au Primaire, il s'agit d'estimer et de vérifier, en utilisant l'équerre si nécessaire, qu'un angle est droit, aigu ou obtus, de comparer les angles d'une figure, puis de reproduire un angle, en utilisant un gabarit. Ce travail est poursuivi au collège, où l'on introduira une unité de mesure des angles et l'utilisation d'un outil de mesure (le rapporteur). »
Ce chapitre permet de réutiliser les opérations sur les nombres entiers et les nombres décimaux dans un contexte géométrique mais aussi d'utiliser la programmation et un logiciel de géométrie dynamique afin de réaliser des constructions.
Ce chapitre a été conçu de façon à mettre l'accent sur les constructions et mesures d'angles dans des situations concrètes.

Jeux

On prolonge les angles de vue des webcams sur une portée de 10 m et on regarde si les enfants se trouvent à l'intérieur de cette surface.



Soit, après coloriage de ces surfaces :



Nina, Noé, Simon et Swan seront vus par les webcams.
Seule Éléa n'est pas vue.

Activités

Questions flash

Ces questions sont l'occasion de revoir le vocabulaire « angle droit, angle aigu et angle obtus ».

1. Angles aigus : ① ③ Angle droit : ②
   Angles obtus : ④ ⑤ ⑥
2. On élimine bien sûr le cas de l'angle rentrant. L'angle formé par la petite et la grande aiguille est supérieur à un angle droit.
3. L'angle le plus petit est l'angle rouge.
4. L'angle le plus grand est l'angle violet.

Ordinateur portable — Activité 1

Intentions des auteurs

Objectif : Remobiliser la notion d'un angle aigu, droit, obtus et comparer des angles.
Prérequis : La notion d'angle liée à l'angle droit et l'utilisation de l'équerre.
Capacité introduite : Comparer des angles.

1. Son ordinateur est le plus ouvert à la photo 6.
2. L'écran forme avec le clavier :
   a. un angle obtus sur les photos 3, 4 et 6.
   b. un angle aigu avec le clavier sur les photos 1, 2 et 5.
   c. un angle droit avec le clavier sur aucune photo.

On pourra néanmoins faire remarquer que l'angle obtenu sur la photo 4 est très proche d'un angle droit et pourra donc lui être assimilé si l'on considère qu'on n'utilise pas d'équerre pour le vérifier. Cette approximation vient aussi du fait que la situation étant réelle, on n'a pas exactement un angle droit clavier-écran.

3. Photographies classées de l'écran le plus ouvert à l'écran le plus fermé : 6 – 3 – 4 – 5 – 1 – 2

On fera bien noter ici qu'il s'agit de l'ouverture écran-clavier.

4. Les angles ne dépendent pas de la « longueur » de ses côtés mais juste de leur ouverture : Lou a donc tort.

Cette activité peut être aussi l'occasion de réfléchir avec les élèves, en groupe classe, sur la façon de noter un angle, ainsi que d'évoquer les termes « sommet et côtés de l'angle ».

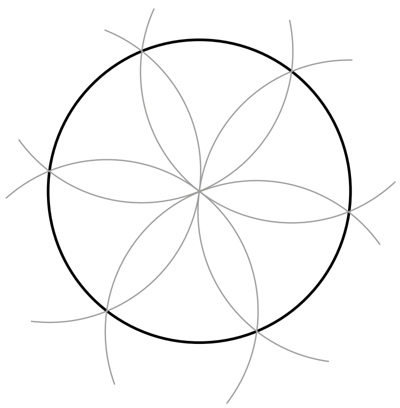
Mesurons ! — Activité 2

Intentions des auteurs

Objectif : Mesurer un angle à l'aide d'un gabarit.
Prérequis : La construction d'un cercle (et donc l'utilisation du compas) et la division simple d'un nombre entier.
Capacité introduite : Mesurer un angle à l'aide d'un gabarit et découvrir le degré.

Il peut être intéressant de faire réaliser cette activité en binômes afin d'encourager la recherche.

1. Figure obtenue :



On peut ne reporter le rayon que cinq fois à partir d'un point choisi sur le cercle pour réaliser la figure ; le reporter six fois permet de contrôler la construction.

2. L'angle rouge mesure donc $360° \div 6 = 60°$.
3. On découpe la figure en deux, de façon à obtenir un demi-disque, puis on plie en deux chaque angle de 60° déjà existant.
4. On superpose le gabarit sur les angles à mesurer.

Les trois angles sont imprimables.
On fera remarquer qu'il est indispensable de prolonger les côtés des angles.

L'unité d'angle est l'angle vert.
Angle rouge : 2 unités d'angle
Angle bleu : 4 unités d'angle
Angle violet : 5 unités d'angle

5. L'angle vert mesure $60° \div 2 = 30°$.
6. L'angle rouge mesure donc 60°.
   L'angle bleu mesure 120°, et l'angle violet 150°.

Mesurons plus précisément ! — Activité 3

Intentions des auteurs

Objectif : Utiliser le rapporteur pour mesurer un angle.
Prérequis : La notion d'angle.
Capacité introduite : L'outil rapporteur comme instrument de mesure des angles.

1. a. Le rapporteur est partagé en 180 parts.
   b. Chaque graduation représente donc 1°. Cela fait référence à l'activité 2.

Les angles sont imprimables.

2. **Angle bleu :** 142°
   Angle orange : 52°
3. a. Célia a faux car il s'agit ici d'un angle aigu, alors que sa mesure correspond à celle d'un angle obtus.
   b. Elle a dû se tromper de graduation lors de la lecture de la mesure (graduation intérieure au lieu de l'extérieur ou l'inverse).

Il est intéressant ici de montrer aux élèves cette erreur fréquente et de bien insister sur le fait de repérer au départ sur quelle graduation se trouve le « 0 » placé sur un côté et de lire la mesure sur cette même graduation (au besoin partir de « 0 » et compter progressivement : 10, 20… jusqu'à arriver à la lecture de la mesure).
Il est aussi important de faire remarquer aux élèves qu'il faudra toujours vérifier en se posant la question si l'angle est aigu ou obtus, afin d'éviter cette erreur.

   c. Cet angle mesure en fait 68°.

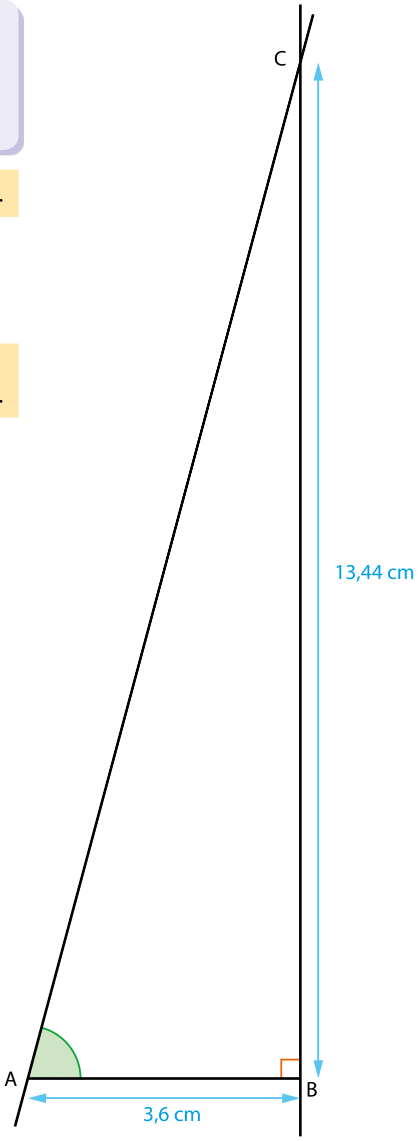
Intentions des auteurs

Objectif : Construire un angle avec un rapporteur.
Prérequis : L'utilisation du rapporteur et l'utilisation d'une échelle pour faire une représentation.
Capacité introduite : Utiliser le rapporteur pour représenter une situation réelle et trouver une longueur inaccessible.

La difficulté nécessite déjà de modéliser correctement cette situation réelle par un triangle rectangle.

1 cm sur le dessin représente 5 m en réalité.
18 m sont représentés par $18 \div 5 = 3{,}6$ cm.
On mesure ensuite la longueur BC : 13,44 cm
La tour Pey-Berland mesure donc environ $13{,}44 \times 5 = 67{,}2$ m.

Si le dessin est fait à la main, il est évident que la précision sera moins grande.
Il peut être intéressant de faire ensuite réaliser cette figure via un logiciel de géométrie dynamique.



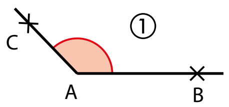
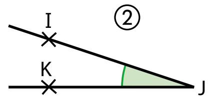
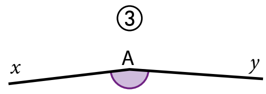
Savoir-faire

3 L'angle rose peut être nommé $\widehat{PBQ}$ ou $\widehat{QBP}$ ou $\widehat{B}$. Ses côtés sont [BP) et [BQ).
L'angle bleu peut être nommé $\widehat{xEy}$ ou $\widehat{yEx}$ ou $\widehat{E}$. Ses côtés sont [Ex) et [Ey).
L'angle vert peut être nommé $\widehat{RHS}$ ou $\widehat{SHR}$ ou $\widehat{H}$. Ses côtés sont [HR) et [HS).
L'angle violet peut être nommé $\widehat{vKz}$ ou $\widehat{zKv}$ ou $\widehat{K}$. Ses côtés sont [Kv) et [Kz).
L'angle orange peut être nommé $\widehat{TNU}$ ou $\widehat{UNT}$ ou $\widehat{N}$. Ses côtés sont [NT) et [NU).

C'est l'occasion d'insister ici sur le fait que ces angles peuvent être nommés avec une seule lettre car il n'y a pas d'ambiguïté possible : il n'existe sur la figure qu'un seul angle de sommet B, E, H, K ou N.

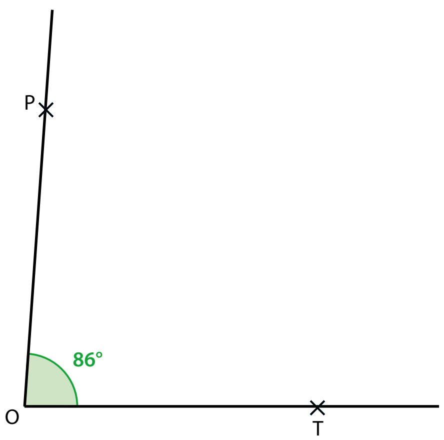
4 On classe les angles du plus petit au plus grand : $\widehat{vKz} < \widehat{RHS} < \widehat{PBQ} < \widehat{xEy} < \widehat{TNU}$

7

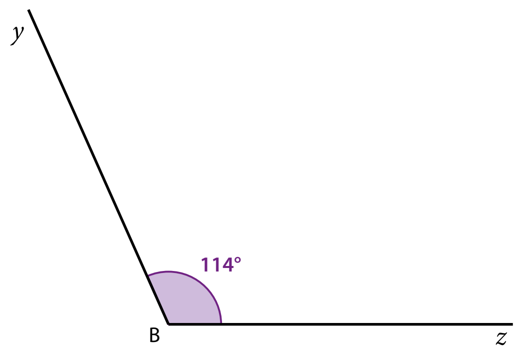
	①	②	③
			
Obtus ou aigu	obtus	aigu	obtus

8 À l'aide du rapporteur, on trouve les mesures suivantes : $\widehat{BAC} = 24°$ $\widehat{DAC} = 148°$

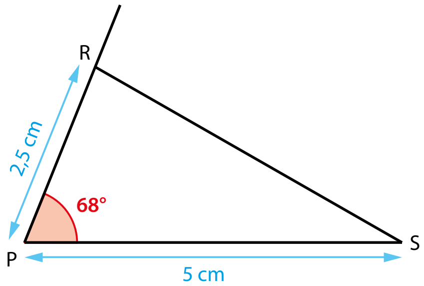
10 **a.**



b.

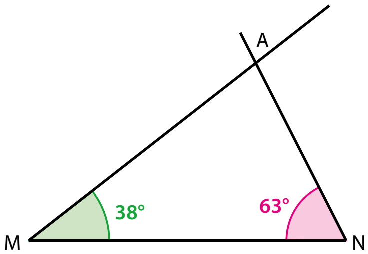


12



Il est conseillé de faire une figure à main levée codée avant de réaliser la construction en vraie grandeur.

13



Il est conseillé de faire une figure à main levée codée avant de réaliser la construction en vraie grandeur.

Exercices

Connaitre et utiliser la notion d'angle

Questions flash

14 ① L'angle a pour sommet le point B.
② L'angle a pour sommet le point D.
③ L'angle a pour sommet le point S.
④ L'angle a pour sommet le point K.

15 Mesure de l'angle ② > Mesure de l'angle ④ > Mesure de l'angle ③ > Mesure de l'angle ①

16 **a.** L'angle a pour sommet le point A et pour côtés [AB) et [AC).
b. L'angle a pour sommet le point R et pour côtés [RO) et [RS).
c. L'angle a pour sommet le point V et pour côtés [VU) et [VC).
d. L'angle a pour sommet le point T et pour côtés [Tx) et [Ty).

Il faudra bien faire remarquer que les côtés d'un angle sont des demi-droites.

17 **a.** L'angle peut être nommé $\widehat{CAB}$ ou $\widehat{BAC}$ ou $\widehat{A}$. Ses côtés sont [AB) et [AC). Son sommet est le point A.
b. L'angle peut être nommé $\widehat{RSU}$ ou $\widehat{USR}$ ou $\widehat{S}$. Ses côtés sont [SR) et [SU). Son sommet est le point S.
c. L'angle peut être nommé $\widehat{MNP}$ ou $\widehat{PNM}$ ou $\widehat{M}$. Ses côtés [NM) et [NP). Son sommet est le point N.
d. L'angle peut être nommé $\widehat{xOy}$ ou $\widehat{yOx}$ ou $\widehat{O}$. Ses côtés sont [Ox) et [Oy). Son sommet est le point O.

18 L'angle orange de sommet le point A peut se nommer $\widehat{EAB}$.
L'angle rose de sommet le point B peut se nommer $\widehat{EBA}$.
L'angle vert de sommet le point B peut se nommer $\widehat{EBD}$.
L'angle bleu clair de sommet le point B peut se nommer $\widehat{DBC}$.
L'angle violet de sommet le point E peut se nommer $\widehat{AEB}$.
L'angle bleu foncé de sommet le point E peut se nommer $\widehat{BED}$.
L'angle rouge de sommet le point D peut se nommer $\widehat{EDB}$.
L'angle jaune de sommet le point D peut se nommer $\widehat{BDC}$.
L'angle gris de sommet le point C peut se nommer $\widehat{DCB}$.

19 **a.** L'angle $\widehat{TAN}$ a pour côtés [AT) et [AN).
b. L'angle $\widehat{TAC}$ a pour sommet A.
c. Les trois angles que l'on peut voir sur cette figure sont $\widehat{TAN}$, $\widehat{TAC}$ et $\widehat{CAN}$.

20 On peut classer les angles du plus petit au plus grand :
angle ① < angle ③ < angle ② < angle ④

21 La figure est imprimable, pour pouvoir plus facilement utiliser le papier calque.

$\widehat{NAM} = \widehat{MAC} = \widehat{ACB} = \widehat{AMN}$: les angles bleu, orange, violet et rose ont la même mesure.
$\widehat{ANM} = \widehat{ABC}$: les angles vert et rouge ont la même mesure.

Mesurer un angle

Questions flash

22 **a.** L'angle mesure 50°. **b.** L'angle mesure 145°.
c. L'angle mesure 40°. **d.** L'angle mesure 135°.

23 Les angles ① et ⑤ sont aigus.
Les angles ②, ③, ④ et ⑥ sont obtus.

24 **a.** 46° + 38° = 84° L'angle $\widehat{AOB}$ mesure 84°.
b. 102° – 30° = 72° L'angle $\widehat{AOB}$ mesure 72°.
c. 180° – 40° = 140° L'angle $\widehat{AOB}$ mesure 140°.

25 C'est Lili qui a raison. C'est un angle aigu, sa mesure est donc inférieure à 90°. Il faut regarder les graduations extérieures du rapporteur.

26 Dans les trois cas, le rapporteur n'est pas bien positionné.
Baptiste ne met pas le centre du rapporteur sur le sommet de l'angle.
Émilie ne met pas un des côtés de l'angle sur l'un des « zéros » du rapporteur.
Sofia ne met pas le deuxième côté du rapporteur sur une graduation du rapporteur : son rapporteur n'est pas sur l'angle (il ne le recouvre pas).

27 L'angle ① mesure 45°.
L'angle ② mesure 95°.
L'angle ③ mesure 125°.

28 L'angle $\widehat{xBy}$ est un angle aigu, il mesure 70°.
L'angle $\widehat{sEt}$ est un angle aigu, il mesure 50°.
L'angle $\widehat{GHI}$ est un angle obtus, il mesure 135°.

29 L'angle $\widehat{ABC}$ mesure 125°.
L'angle $\widehat{BCD}$ mesure 35°.
L'angle $\widehat{BAD}$ mesure environ 37°.
L'angle $\widehat{CDA}$ mesure environ 163°.

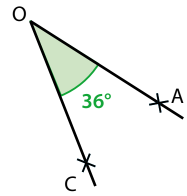
30 L'angle $\widehat{MNO}$ mesure 35°.
L'angle $\widehat{NMO}$ mesure 65°.
L'angle $\widehat{NOM}$ mesure 80°.
L'angle $\widehat{ONP}$ mesure 22,5°.
L'angle $\widehat{NPO}$ mesure 57,5°.
L'angle $\widehat{PON}$ mesure 100°.
L'angle $\widehat{QMP}$ mesure environ 29°.
L'angle $\widehat{MPQ}$ mesure environ 102°.
L'angle $\widehat{PQM}$ mesure environ 49°.
L'angle $\widehat{MNP}$ mesure 57,5°. (35° + 22,5°)
L'angle $\widehat{NMQ}$ mesure environ 94°. (29°+ 65°)
L'angle $\widehat{NPQ}$ mesure environ 159,5°. (57,5° + 102°)

Construire un angle

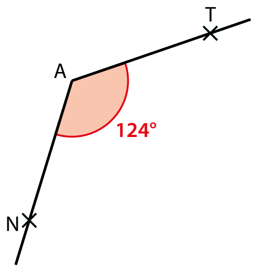
Questions flash

31 **a.** $\widehat{AOB} = \widehat{AOC} + \widehat{COB} = 45° + 90° = 135°$
b. $\widehat{AOB} = \widehat{COB} - \widehat{COA} = 90° - 45° = 45°$

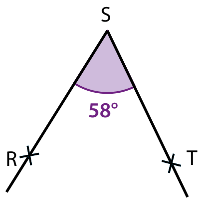
32 **a.**



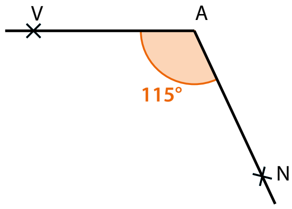
b.



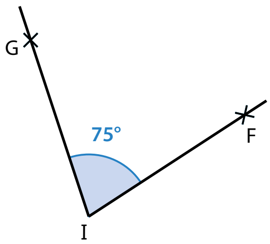
c.



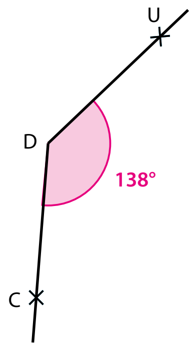
d.



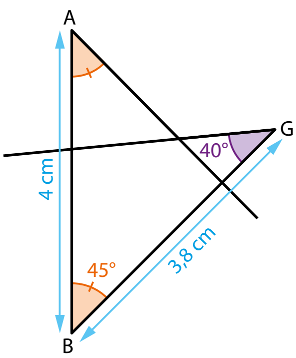
e.



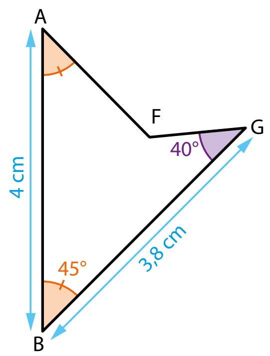
f.



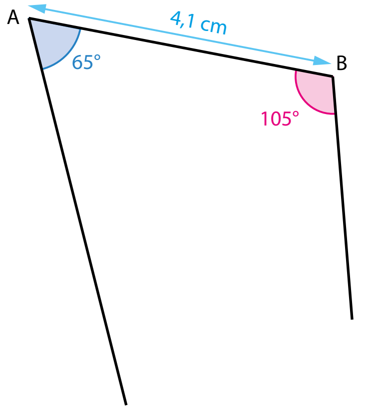
33 **Étape 1**



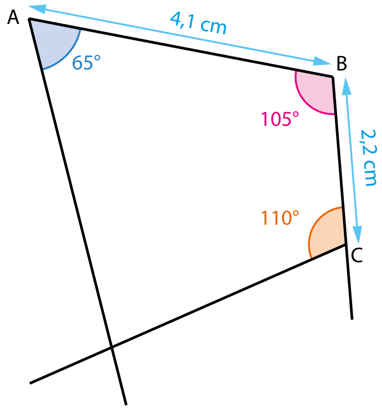
Étape 2



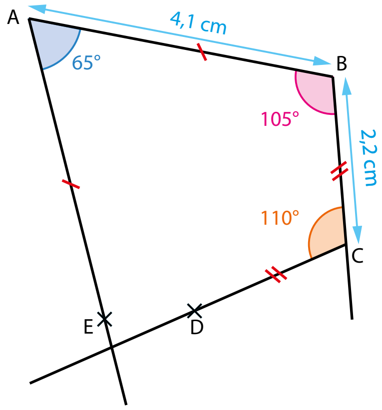
34 **Étape 1**



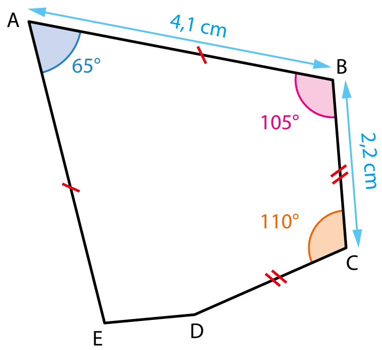
Étape 2



Étape 3



On obtient :



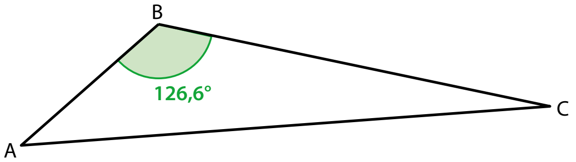
Construire un triangle

Questions flash

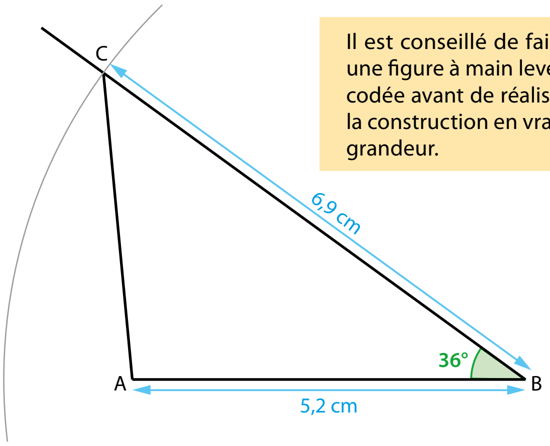
35 **a.** 45° + **135°** = 180° **b.** 125° + **55°** = 180°
c. 95° + **85°** = 180° **d.** 165° + **15°** = 180°

36 L'angle marqué 158° est un angle aigu donc sa mesure est inférieure à 90°. C'est faux.
L'angle marqué 63° est un angle aigu, c'est donc vraisemblable.
Le troisième angle est bien un angle droit.

37 Sara a tort. On peut faire par exemple le triangle ci-dessous.
L'angle $\widehat{ABC}$ est obtus.

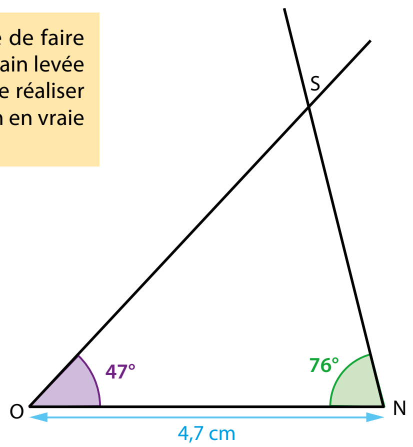


38

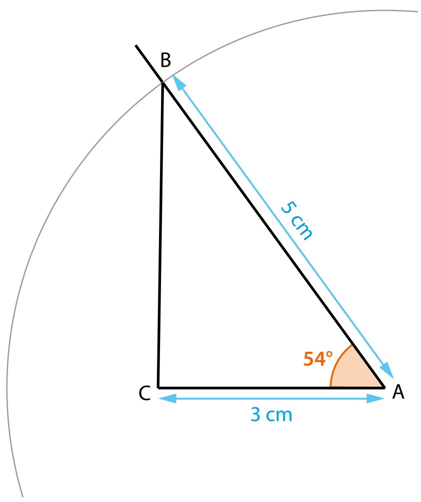


Il est conseillé de faire une figure à main levée codée avant de réaliser la construction en vraie grandeur.

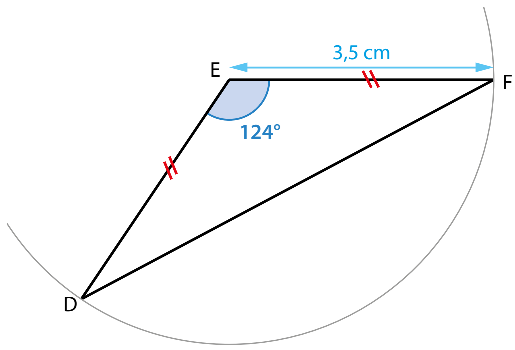
39 Il est conseillé de faire une figure à main levée codée avant de réaliser la construction en vraie grandeur.



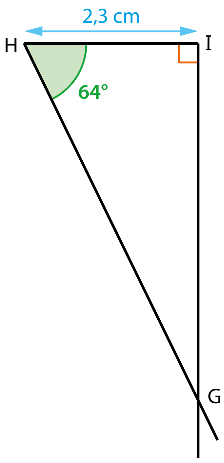
40 **a.**



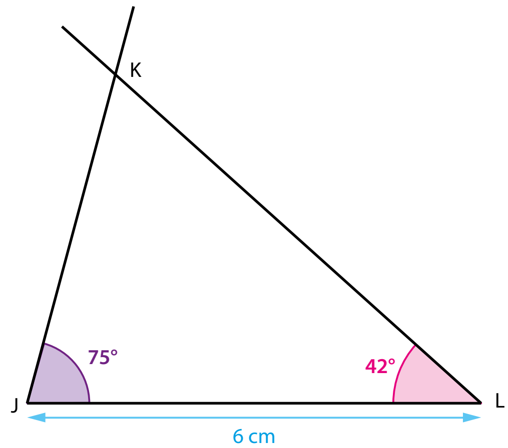
b.



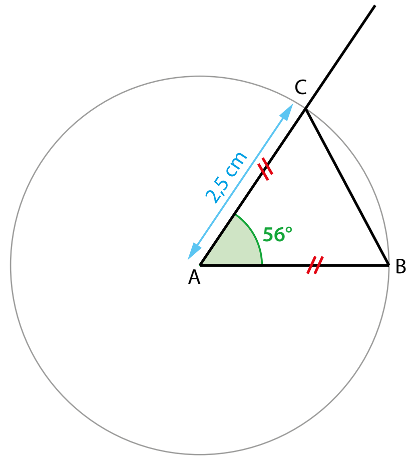
c.



d.

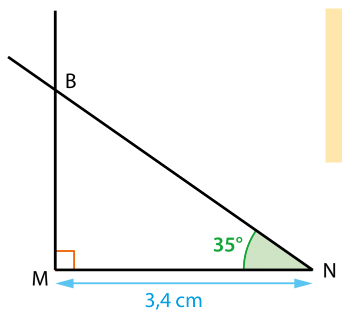


41



Il est conseillé de faire une figure à main levée codée avant de réaliser la construction en vraie grandeur.

42



Il est conseillé de faire une figure à main levée codée avant de réaliser la construction en vraie grandeur.

Faire le point

QCM

1 1. C 2. B **2** 3. A 4. B **3** 5. A **4** 6. B

Problèmes

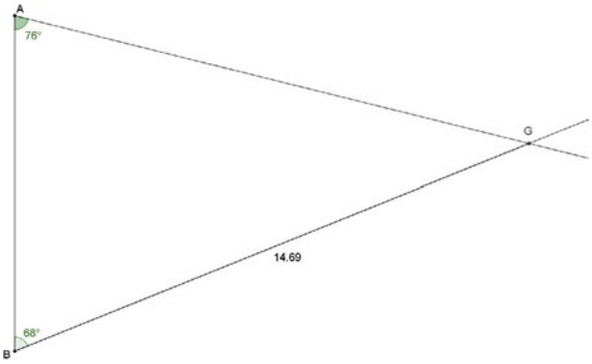
43 À tour de rôle

Ce problème permet, de façon ludique, de travailler l'estimation de la mesure d'un angle et l'utilisation du rapporteur.

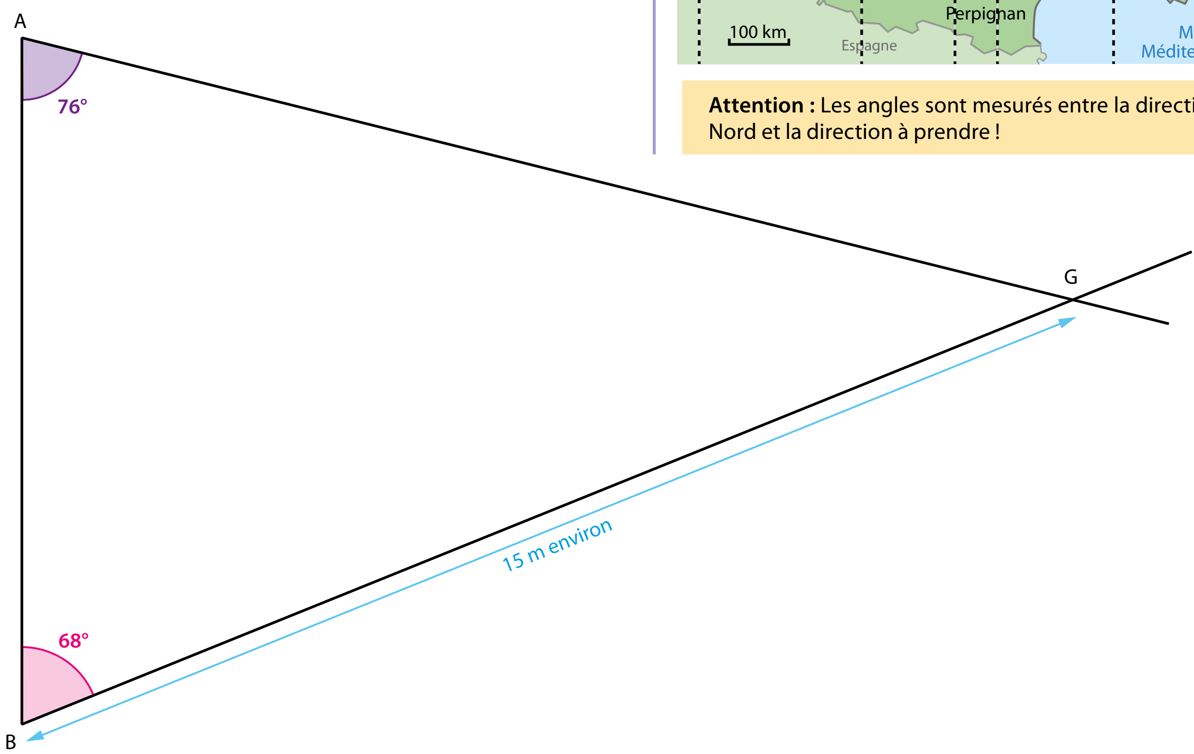
44 Distance inaccessible

Ce problème réinvestit la notion d'échelle.
On réalise la figure grâce aux indications de l'énoncé, soit sur une feuille, soit avec un logiciel de géométrie dynamique.

Il s'agit de tracer un triangle dont on connait un côté [AP] et les deux angles de sommet A et P. Le point G est l'intersection des deux côtés des angles.



En affichant la mesure du segment [BG], on voit que 14,69 cm.
La distance entre la grange et le puits est donc d'environ 15 m.

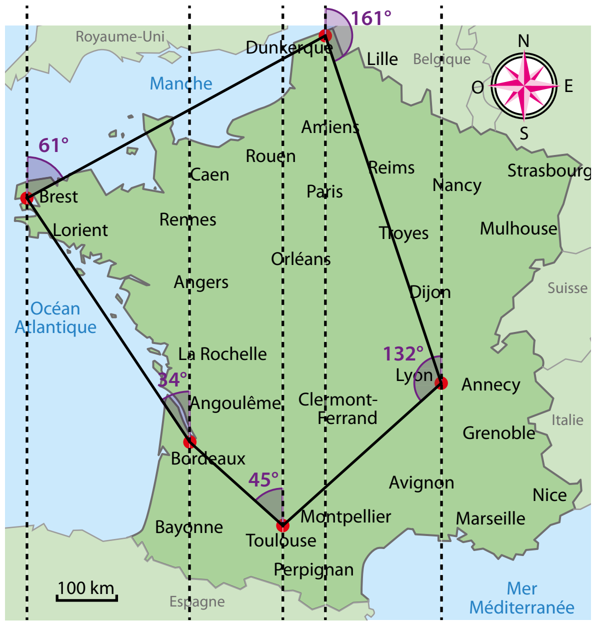


45 En avion

La carte de France est imprimable.
Ce problème réinvestit la notion d'échelle.
Cet exercice, assez long, peut être résolu en groupe.

On mesure les angles et les distances pour pouvoir remplir le tableau.

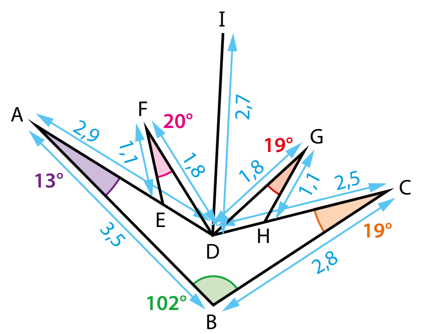
Départ-Arrivée	Cap (en °)	Distance (en km)
Dunkerque-Lyon	161° Est	1 350 km
Lyon-**Toulouse**	**132° Ouest**	**780 km**
Toulouse-Bordeaux	**45° Ouest**	**465 km**
Bordeaux-Brest	**34° Ouest**	**1 065 km**
Brest-Dunkerque	**61° Est**	**1 245 km**



Attention : Les angles sont mesurés entre la direction du Nord et la direction à prendre !

46 Reproduction

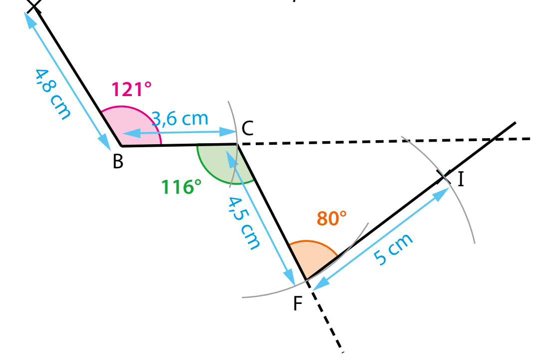
Cette figure est imprimable.
Sur cet exercice, il est intéressant de laisser les élèves démarrer pour qu'ils prennent conscience par eux-mêmes que mesurer les angles est indispensable.
Pour s'aider, on peut donner des noms aux différents sommets de la figure. On ne peut pas utiliser le compas.
Il faut donc mesurer les angles pour pouvoir tracer les triangles de cette figure.



47 Cassiopée et Céphée

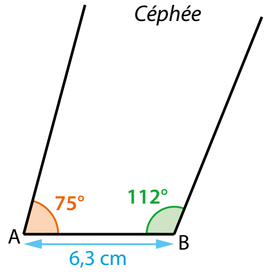
On peut demander aux élèves de faire une reproduction sur papier ou avec un logiciel de géométrie dynamique. Il peut être intéressant de faire une mise en commun pour écrire le programme de construction de ces figures.

Cassiopée

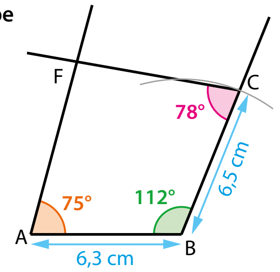


Première étape

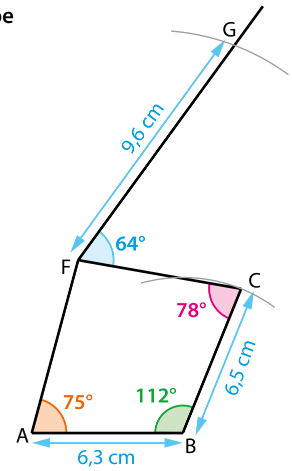
Céphée



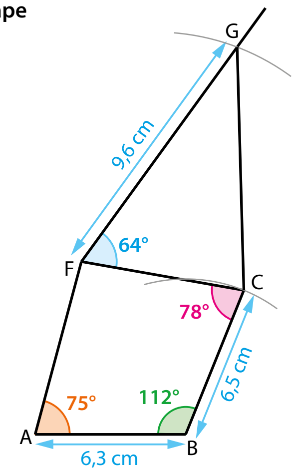
Deuxième étape



Troisième étape

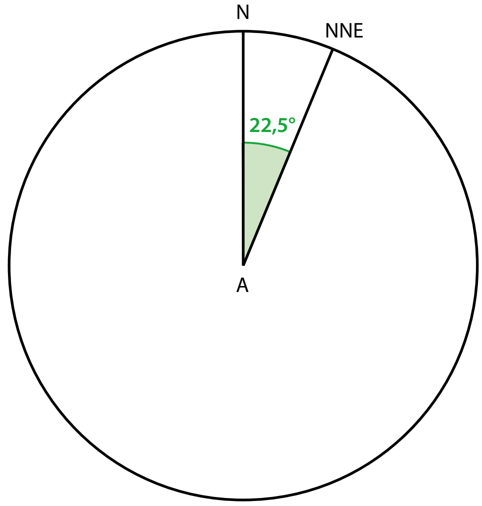


Quatrième étape

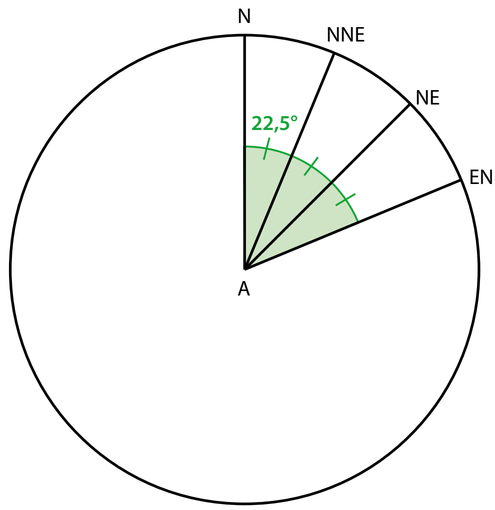


48 Rose des vents

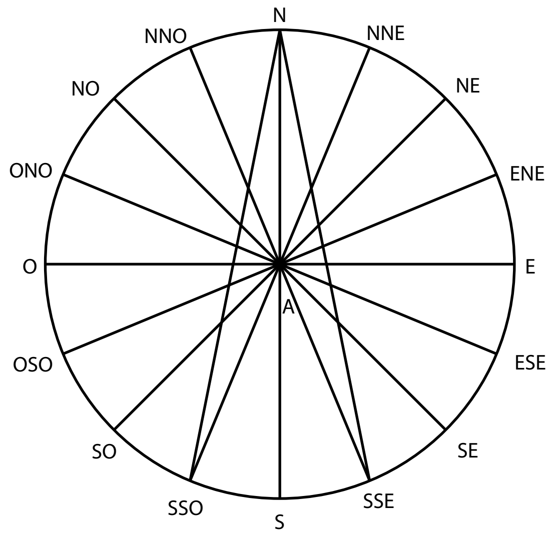
La rose des vents est inscrite dans un cercle de centre A et dont on choisit le rayon.
On trace le segment [NA].
Le cercle est a partagé en seize arcs de cercle identiques.
360 ÷ 16 = 22,5°
La mesure de l'angle vert est égale à 22,5°.

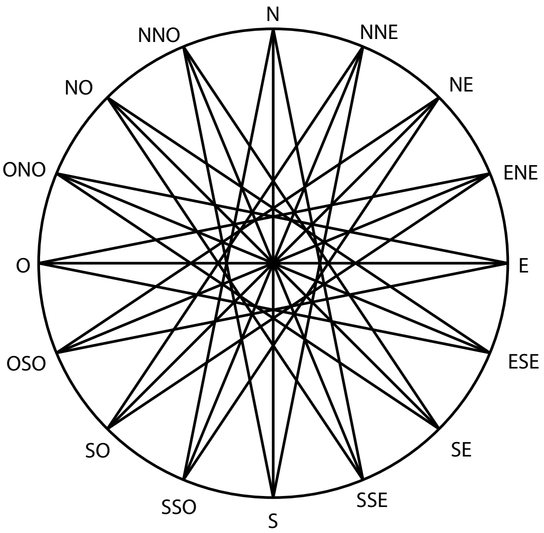


On trace le segment reliant les points A et NNE puis on répète l'opération pour obtenir tous les sommets N, NNE, NE, ENE, E, ESE, SE, SSE, S, SSO, SO, OSO, O, ONO, NO, NNO.



Il suffit ensuite de les relier avec les sommets comme sur le modèle pour finir la rosace des vents.



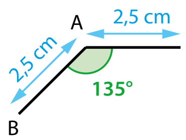


49 Fontaine marocaine

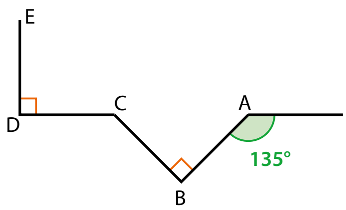
Ce problème réinvestit la notion d'échelle.

On doit représenter 50 cm à l'échelle $\frac{1}{20}$ donc sur la figure 50 cm feront 2,5 cm.

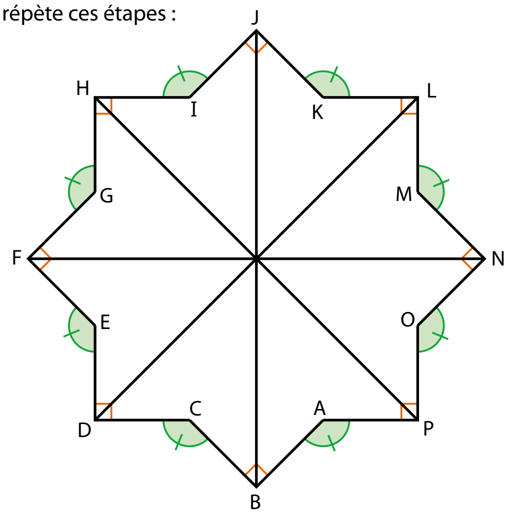
Première étape :



Deuxième étape :



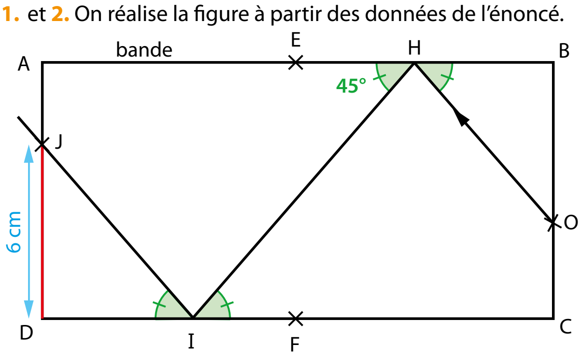
On répète ces étapes :



50 Le snooker

Ce problème réinvestit la notion d'échelle.

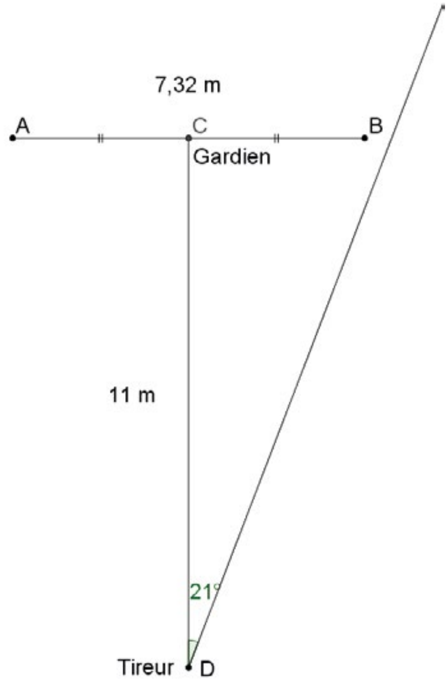
1. et **2.** On réalise la figure à partir des données de l'énoncé.



On obtient 6 cm pour le segment [AJ] sur le dessin.
La boule rouge est donc à 60 cm du point A.

51 Penalty

On représente, à la main (en choisissant une échelle adaptée) ou avec un logiciel de géométrie dynamique, la situation :

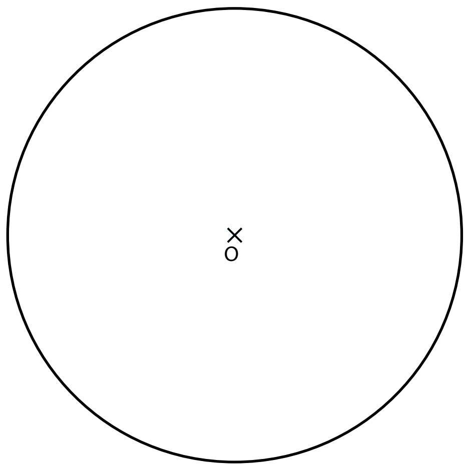


On constate que le ballon est en dehors du but : le joueur ne marquera donc pas le penalty.

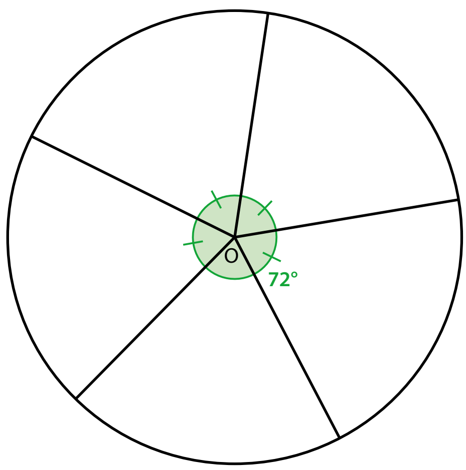
52 Pentagone

Ce problème a pour objectif de suivre un programme de construction, puis de le réinvestir pour réaliser une nouvelle construction.

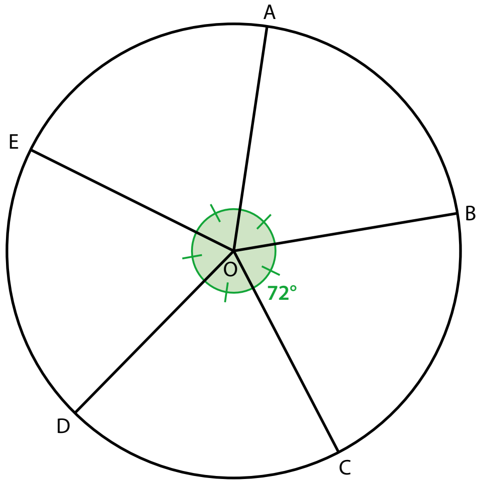
1.



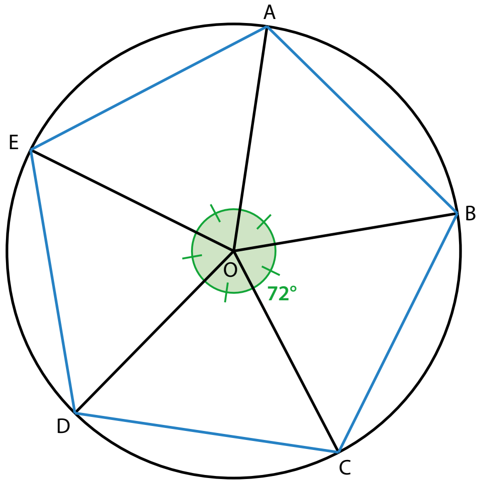
2. L'angle plein mesure 360°.
On veut le partager en cinq parts égales, donc il doit être partagé en cinq angles mesurant chacun $360° \div 5 = 72°$.



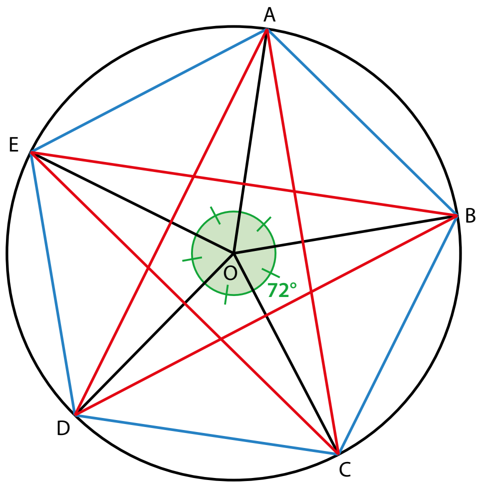
3.



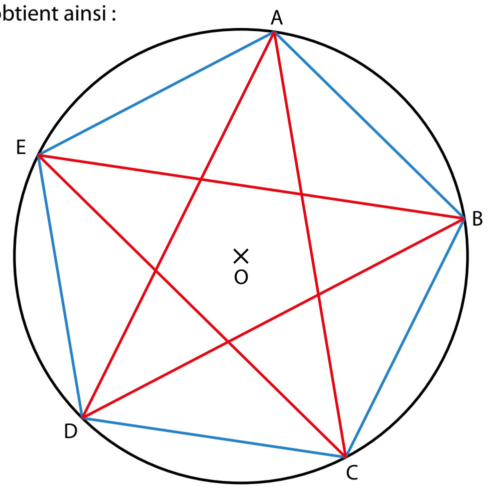
4.



5.

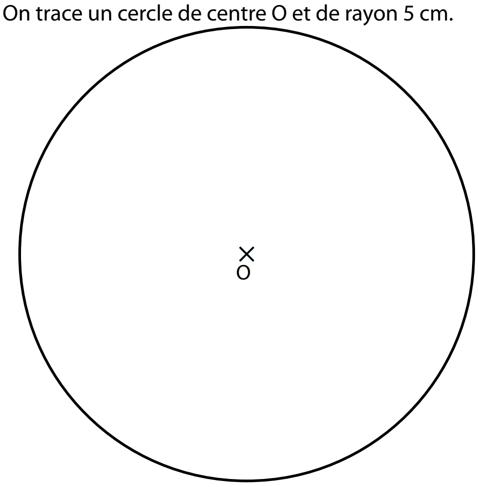


On obtient ainsi :



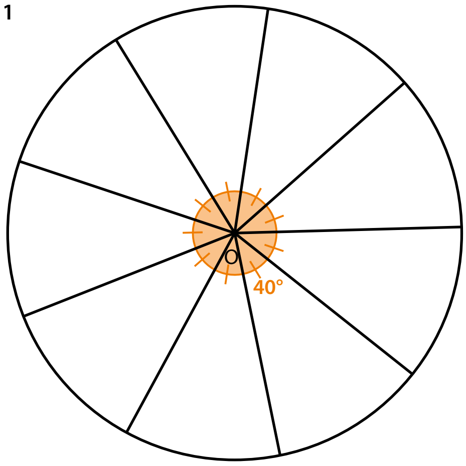
6. On procède de la même façon :

- On trace un cercle de centre O et de rayon 5 cm.

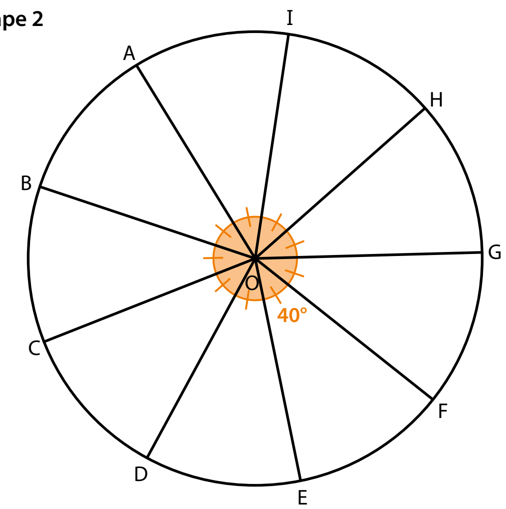


- L'angle plein mesure 360°.
  On veut le partager en neuf parts égales, donc il doit être partagé en neuf angles mesurant chacun $360° \div 9 = 40°$.

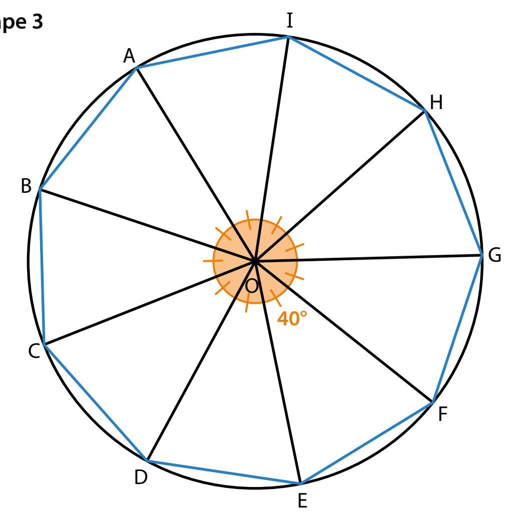
Étape 1



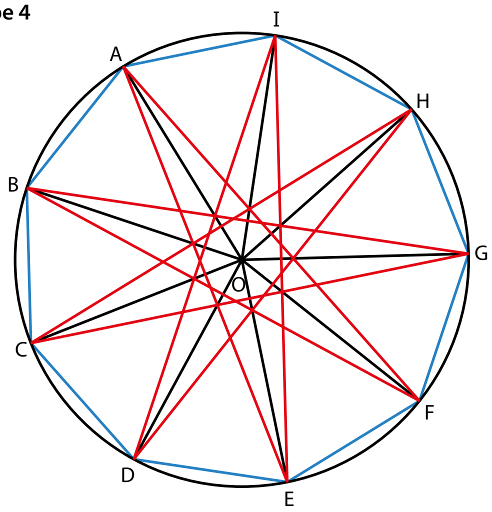
Étape 2



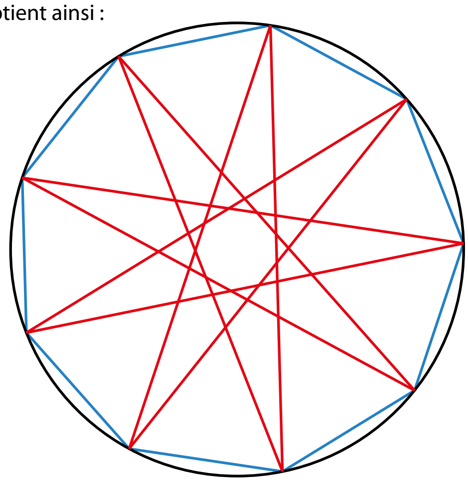
Étape 3



Étape 4



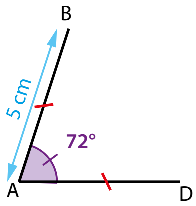
On obtient ainsi :



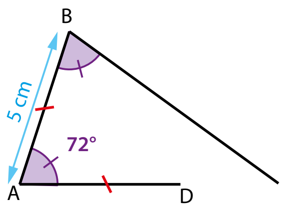
53 **Pavage de Penrose**

1. *Tracé du cerf-volant rose :*

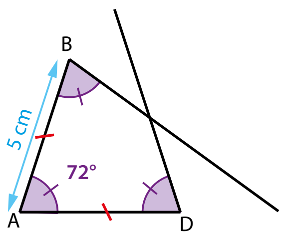
Étape 1



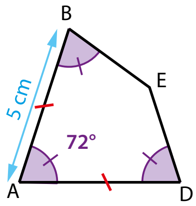
Étape 2



Étape 3

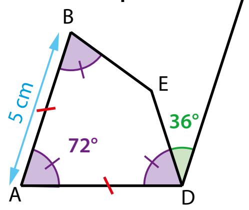


On obtient ainsi :

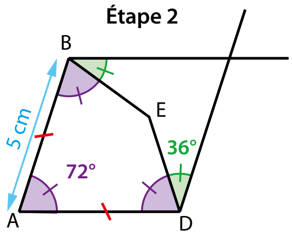


Tracé de la fléchette bleue :

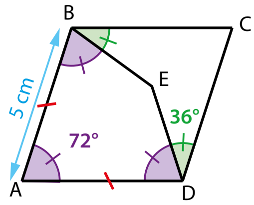
Étape 1



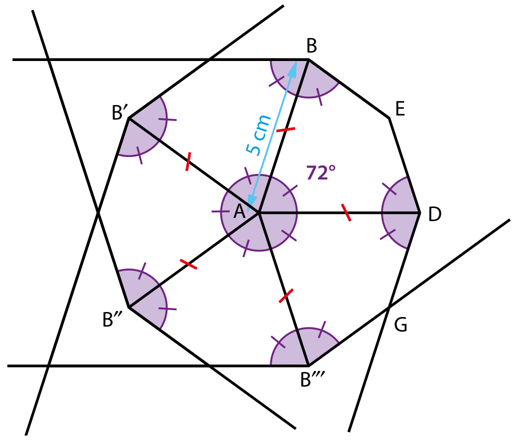
Étape 2



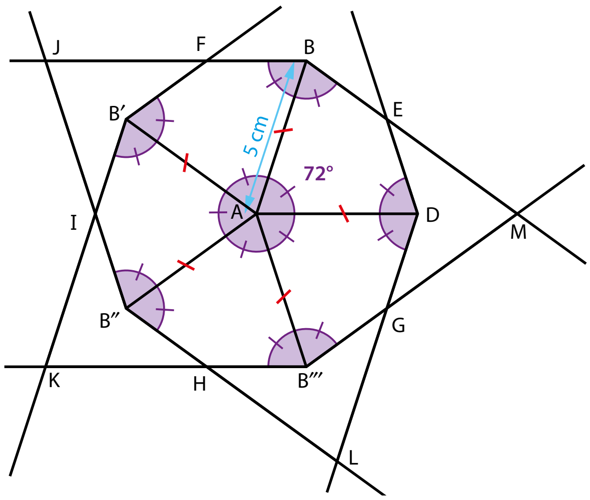
On obtient :



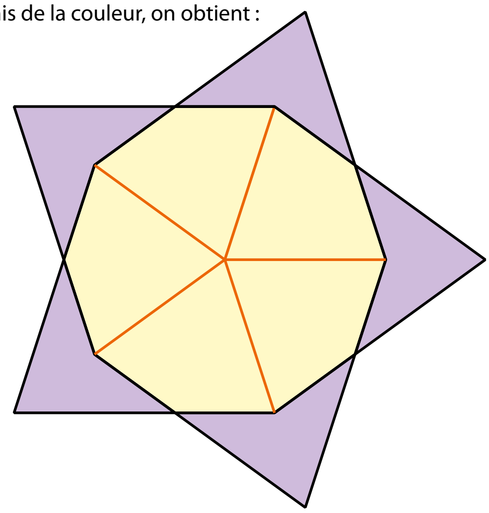
2. On construit cinq cerfs-volants côte à côte.



Puis on trace les fléchettes, qui s'obtiennent en prolongeant les demi-droites ayant servi pour la construction de chaque cerf-volant :



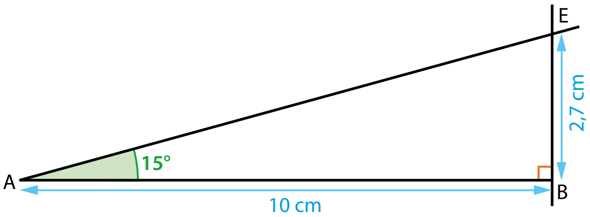
Après avoir supprimé les points, les traits de construction et mis de la couleur, on obtient :



54 San Fransisco

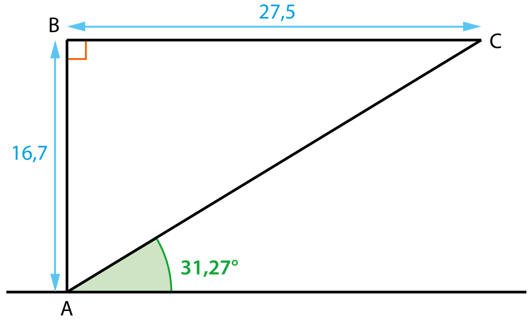
La photographie est imprimable.

On mesure sur la photographie (**doc. 1**) l'angle entre l'horizontale et la route : on trouve 15°.
Il faut ensuite chercher à quelle pente correspond un angle de 15°.
On réalise la figure ci-dessous.
En mesurant BE, on aura la pente : BE mesure environ 27.
Ainsi, pour un angle de 15°, lorsque l'on avance de 100 m, on monte d'environ 27 m.
La pente de cette rue est donc d'environ 27 %.



55 L'escalier

1. La hauteur de marche est de 16,7 cm = 167 mm et 167 mm est bien compris entre 150 et 200 mm.
Il y a 14 marches donc le giron est de 385,5 cm ÷ 14 ≈ 27,5 cm.
27,5 cm = 275 mm
Le giron est bien compris entre 230 et 330 mm.
Pour mesurer l'angle, on représente une marche de l'escalier :



L'angle est d'environ 31°. Il est bien compris entre 20° et 45°.
$G + 2 \times H = 275 + 2 \times 167 = 609$ mm est bien compris entre 600 et 440 mm.
L'escalier est donc conforme.

2. D'après le **doc. 2**, un escalier d'habitation doit avoir une pente recommandée de 32°.
Cet escalier est donc bien un escalier d'habitation.

Coup de pouce possible : Représenter une marche pour mesurer l'angle.

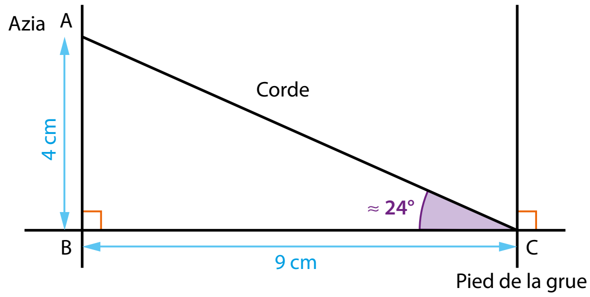
Travailler autrement

56 Analyse de document

La modélisation de la situation n'est pas ici une chose facile pour l'élève. Il pourra être envisagé, après avoir fait une figure à main levée, de faire la construction soit à la main avec les outils de géométrie, soit avec un logiciel de géométrie dynamique. Il conviendra au départ de choisir une échelle adaptée.

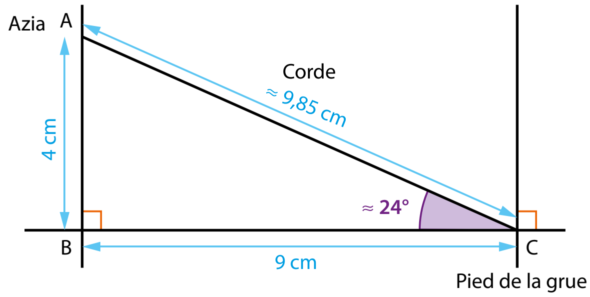
Questions ceinture jaune

1. En prenant 1 cm sur le dessin pour 2 m en réalité, on obtient :



L'angle avec le sol d'une corde parfaitement tendue entre Azia et le pied de la grue ferait environ 24°.

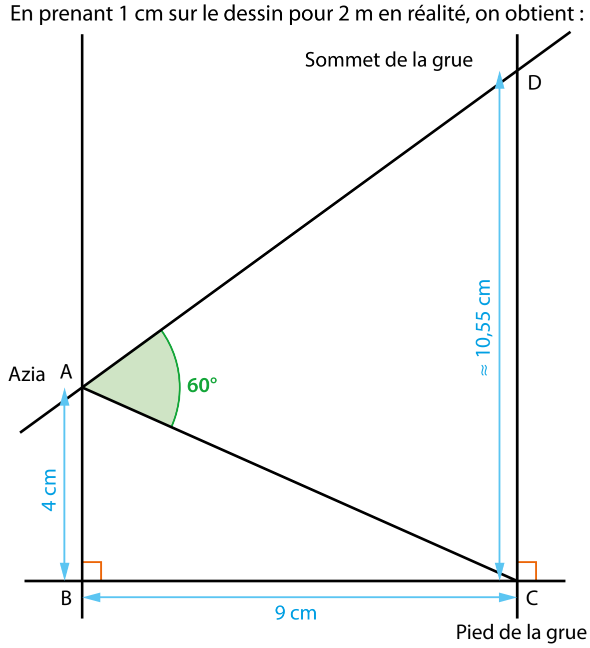
2. On mesure (ou on fait afficher) la longueur AC. On obtient :



La longueur AC est donc en réalité d'environ 19,7 m. Une corde de 20 m suffira donc tout juste. Pour plus de tranquillité, une corde légèrement plus grande serait souhaitable.

Questions ceinture verte

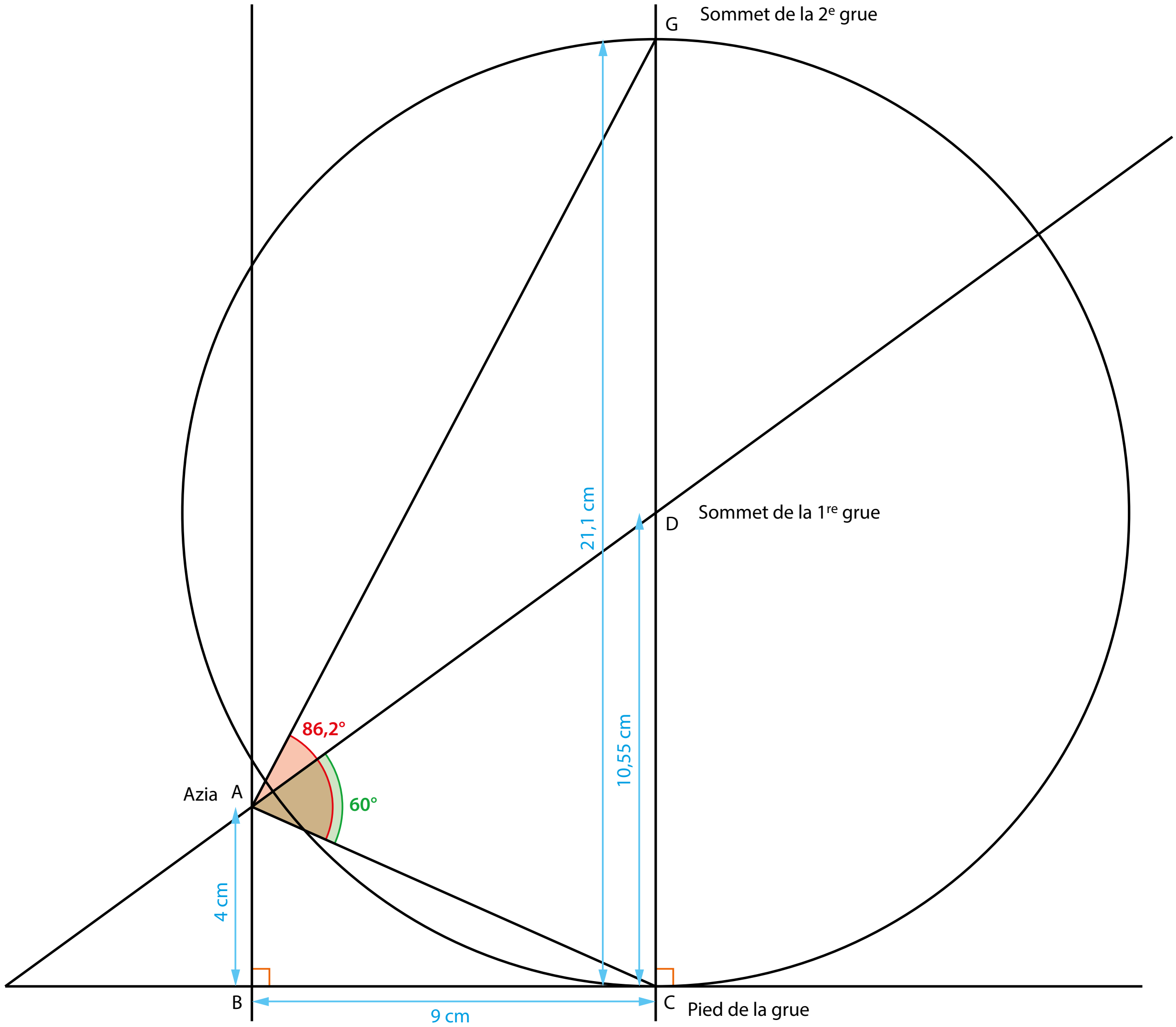
En prenant 1 cm sur le dessin pour 2 m en réalité, on obtient :



En mesurant la longueur DC, on trouve que la hauteur de la grue est d'environ 21 m.

Questions ceinture noire

En prenant 1 cm sur le dessin pour 2 m en réalité, on obtient la figure de la page suivante. Azia verrait cette deuxième grue sous un angle d'environ 86°.



57 Écriture d'énoncé

Questions ceinture jaune

Tracer un triangle ABC tel que AB = 3,4 cm, AC = 6 cm et $\widehat{BAC} = 125°$.
Placer le point D le milieu de [BC]. Tracer le segment [AD].
Coder la figure.

Questions ceinture verte

Tracer un triangle ABC tel que AB = 4,4 cm et $\widehat{BAC} = 27°$.
Placer D le milieu de [AB].
Tracer le triangle EDB tel que BE = 3,7 cm (E et C devant être de part et d'autre de [AB]).
Coder la figure.

Questions ceinture noire

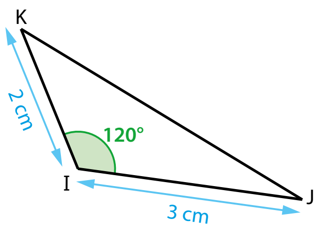
Tracer un triangle ABC tel que AB = 4,6 cm, BC = 5,2 cm et $\widehat{ABC} = 75°$.
Placer D le milieu de [BC].
Placer E sur [AC] tel que $\widehat{CDE} = 48°$.
Tracer [DE].
Coder la figure.

58 Analyse de production

Questions ceinture jaune

Héloïse a tracé un angle de 120° qui s'avère être un angle aigu. Elle a dû se tromper de graduation dans la lecture de la mesure de l'angle.

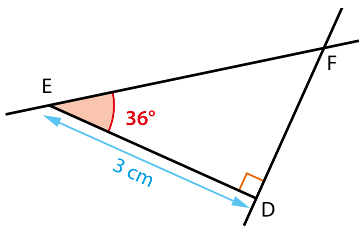
Corrigé :



Questions ceinture verte

Léo s'est trompé car il a tracé un triangle rectangle en E et non en F et n'a donc pas tracé l'angle $\widehat{DEF}$ de 36° mais $\widehat{FDE}$.
(Il aurait dû faire un dessin à main levée et bien regarder la lettre du milieu pour connaitre le sommet de l'angle).

Corrigé :

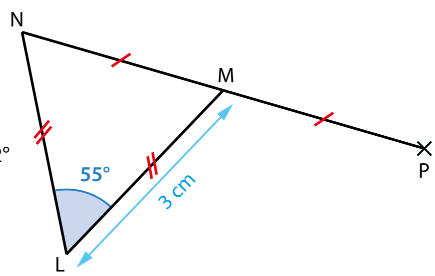


Questions ceinture noire

Dounia a bien tracé un triangle isocèle en L mais elle s'est trompée sur l'angle mesurant 55° : elle a tracé $\widehat{NML}$ au lieu de $\widehat{MLN}$ (elle n'a pas regardé la lettre du milieu pour connaitre le sommet).
De plus, elle s'est trompée lors du calcul de $\widehat{PML}$ puisqu'elle a fait une addition au lieu d'une soustraction.

Corrigé :
On mesure d'abord $\widehat{LMN}$.
On trouve environ 62°.

$\widehat{PML} = 180° - 62°$
$= 118°$



59 Analyse de production

Questions ceinture jaune

Le début du script est bon mais ensuite, le lutin ne tourne pas de 90° dans le bon sens.

Corrigé :

```
quand [drapeau] pressé
aller à x: 0 y: 0
s'orienter à 90
effacer tout
stylo en position d'écriture
avancer de 100
tourner ↻ de 90 degrés
avancer de 50
tourner ↺ de 90 degrés
avancer de 100
```

On pourra faire noter que si on souhaite avoir un tracé droit pour chaque figure, on peut rajouter le bloc `s'orienter à 90` au départ du script (et aussi `aller à x: 0 y: 0` pour centrer le lutin), comme cela a été fait précédemment.

Questions ceinture verte

Le script ainsi écrit permettra juste de tracer un carré.
Il faut faire revenir le lutin au centre de l'écran à chaque fois.

Corrigé :

```
quand [drapeau] pressé
aller à x: 0 y: 0
effacer tout
stylo en position d'écriture
répéter 4 fois
    aller à x: 0 y: 0
    avancer de 50
    tourner ↻ de 90 degrés
```

Questions ceinture noire

L'élève répète huit fois la boucle alors qu'elle ne se répète que quatre fois (chaque branche).
Le début du script est bon mais la partie de script

```
aller à x: 0 y: 0
avancer de 50
tourner ↻ de 90 degrés
```

ne permet de tracer qu'un seul trait de la branche.
Il faut ensuite faire de nouveau avancer le lutin de 50 pixels, puis le faire retourner au centre de l'écran.

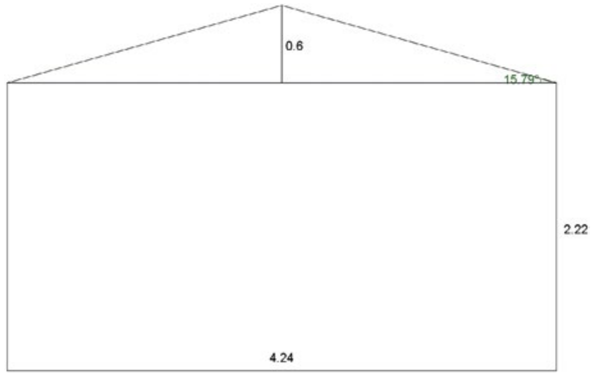
Corrigé :

```
quand [drapeau] pressé
aller à x: 0 y: 0
effacer tout
stylo en position d'écriture
répéter 4 fois
    aller à x: 0 y: 0
    avancer de 50
    tourner ↻ de 90 degrés
    avancer de 50
    aller à x: 0 y: 0
```

Outils numériques et algorithmique

60 Pente de toit

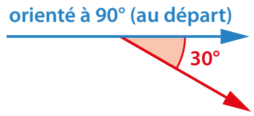
Les dimensions sont données en mm.
Voici la façade avant de l'abri réalisé :



Il faut pour cela calculer la hauteur du toit :
2 818 mm – 2 219 mm = 599 mm
On affiche la pente du toit qui est d'environ 16° : cela dépasse 12°. M. Dounier pourra donc couvrir le toit de son abri avec des tuiles en terre cuite.

61 Bizarre, bizarre…

1. Ce bloc permet de placer le lutin au centre de l'écran.
2. Lorsque l'on fait tourner le lutin, il tourne par rapport à son orientation.

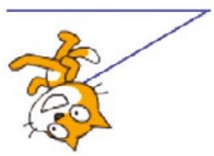


`tourner ↻ de 30 degrés`

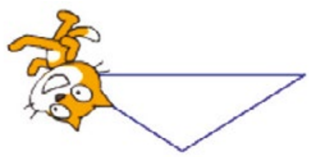
3. Voici le script qu'il faut saisir :

```
quand espace est pressé
aller à x: 0 y: 0
s'orienter à 90
effacer tout
stylo en position d'écriture
avancer de 120
tourner ↻ de 150 degrés
avancer de 100
relever le stylo
```

Le bloc `s'orienter à 90` permet d'avoir au départ un lutin orienté vers la droite.
Il faut donc faire tourner le lutin de 150 degrés et on obtient bien le résultat ci-contre.



4. Script à saisir, ci-contre.
L'angle est obtenu en calculant 180° – 32° = 148°.
On obtient bien :



```
quand [drapeau] est cliqué
aller à x: 0 y: 0
s'orienter à 90
effacer tout
stylo en position d'écriture
avancer de 140
tourner ↻ de 148 degrés
avancer de 84
aller à x: 0 y: 0
relever le stylo
```

62 Carrés et rectangles en série

1. Ce script permet de tracer un carré de côté 100 pixels.
On peut aussi améliorer ce script comme ci-dessous.

2. Ce bloc permet au lutin d'attendre 1 seconde entre chaque instruction et donc de voir le tracé étape par étape.

3. Script pour obtenir le rectangle souhaité, ci-dessous.

On obtient bien :

Longueur du rectangle : 90 pixels
Largeur : 30 pixels

On aurait aussi pu saisir :

CHAPITRE 12

Figures usuelles et aires

Introduction

Ce chapitre s'inscrit dans le thème « Grandeurs et mesures ».

Connaissances associées :

- Unités usuelles d'aires (multiples et sous-multiples du m^2 et leurs relations, are et hectare) ;
- Calculs d'aires (formules de l'aire d'un carré, d'un rectangle, d'un triangle, d'un disque).

Capacités associées :

- Comparer, classer et ranger des surfaces selon leurs aires sans avoir recours à la mesure ;
- Différencier aire et périmètre d'une surface ;
- Déterminer la mesure de l'aire d'une surface à partir d'un pavage simple ou en utilisant une formule ;
- Estimer la mesure d'une aire par différentes procédures ;
- Résoudre des problèmes impliquant des grandeurs géométriques (calculs d'aires en mobilisant selon les cas des formules) en utilisant des nombres entiers et des nombres décimaux.

Progressivité : Il est précisé dans les programmes que « Tout au long du cycle, il convient de choisir la procédure adaptée pour comparer les aires de deux surfaces, pour déterminer la mesure d'une aire avec ou sans recours aux formules. Dès le CM1, on compare et on classe des surfaces selon leur aire. La mesure ou l'estimation de l'aire d'une surface à l'aide d'une surface de référence ou d'un réseau quadrillé est ensuite abordée. Une fois ces notions stabilisées, on découvre et on utilise les unités d'aire usuelles et leurs relations. On peut alors construire et utiliser les formules pour calculer l'aire d'un carré, d'un rectangle, puis en 6^{e}, calculer l'aire d'un triangle rectangle, d'un triangle quelconque dont une hauteur est connue, d'un disque. »

Prérequis nécessaires :

- L'usage des entiers, des décimaux ;
- Le sens des opérations ;
- La connaissance des figures usuelles (carré, rectangle, triangle rectangle, triangle quelconque, disque) ;
- La notion de périmètre d'une figure.

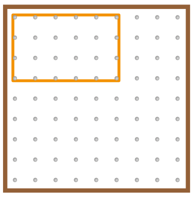
Ce chapitre permet de faire un point sur les nombres entiers et les nombres décimaux, ainsi que sur le sens des quatre opérations.

Ce chapitre a été conçu de façon à mettre l'accent sur les problèmes issus d'autres enseignements, de la vie de classe ou de la vie courante, comme défini dans les programmes.

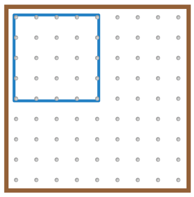
Jeux

Ce jeu a pour objectif de différencier aire et périmètre.
Il permet aussi de redéfinir les quadrilatères particuliers que sont le rectangle et le carré (en particulier le fait qu'un carré soit un rectangle particulier).
Le papier pointé est un support utilisé en Primaire.

Grille d'Élina



Grille de Juliette



En construisant un carré (rectangle particulier) de côté 4 unités de longueur, Juliette marquera le point. En effet :

Élina : Son rectangle a un périmètre de $5 \times 2 + 3 \times 2 = 10 + 6 = 16$ unités de longueur et une aire de $5 \times 3 = 15$ unités d'aire.
L'unité d'aire choisie est l'aire d'un petit carré créé par la grille.

Juliette : Son rectangle (carré) a un périmètre de $4 \times 4 = 16$ unités de longueur et une aire de $4 \times 4 = 16$ unités d'aire.

Activités

Questions flash

1. La première figure a une aire de 12 cm^2.
La deuxième figure a une aire de 9 cm^2.
Les élèves pourront également donner comme réponses : la première figure a une aire de douze carreaux, et la deuxième, une aire de neuf carreaux.

2. **a.** La hauteur d'un arbre s'exprime en mètres (m).
b. La superficie d'un jardin s'exprime en mètres carrés (m^2). On peut aussi utiliser l'are (a).
c. La superficie d'une table s'exprime en centimètres carrés (cm^2) ou mètres carrés (m^2).
d. La superficie d'un pays s'exprime en kilomètres carrés (km^2).
e. Le périmètre d'une feuille de papier s'exprime en centimètres (cm).

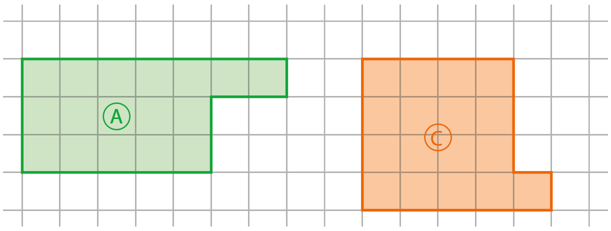
3. **a.** Faux. **b.** Faux. **c.** Faux.
d. Vrai. **e.** Faux. **f.** Vrai.
g. Vrai. **h.** Faux. **i.** Faux.

Aire et périmètre — Activité 1

Intentions des auteurs

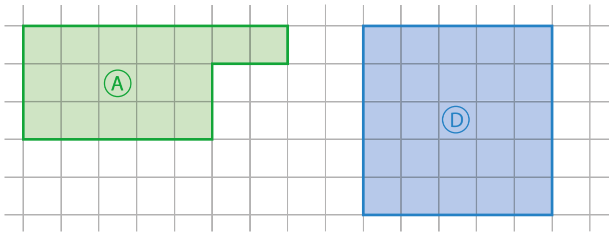
Objectif : Distinguer aire et périmètre.
Prérequis : Notions d'aire et de périmètre d'une figure.
Capacité introduite : Comparaison de l'aire et du périmètre d'une figure à l'aide d'un pavage.

1. La figure B (22 unités de longueur) a un périmètre plus grand que celui de la figure A (20 unités de longueur), une unité de longueur étant le côté d'un carré du quadrillage.
2. La figure A (17 unités d'aire) a une aire plus grande que celle de la figure B (16 unités d'aire), une unité d'aire choisie étant la surface d'un carré du quadrillage.
3. Les figures A et C ont la même aire mais la figure C a un périmètre plus petit que la figure A.



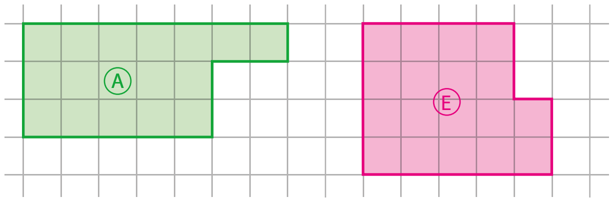
Les figures A et C ont une aire de 17 unités d'aire.
La figure A a un périmètre de 20 unités de longueur.
La figure C a un périmètre de 18 unités de longueur.

4. Les figures A et D ont le même périmètre mais la figure D a une aire plus grande que la figure A.



Les figures A et D ont un périmètre de 20 unités de longueur.
La figure A a pour aire 17 unités d'aire.
La figure D a pour aire 25 unités d'aire.

5. La figure E a un périmètre plus petit (18 unités de longueur) que la figure A (20 unités de longueur) mais la figure E a une aire plus grande (18 unités d'aire) que la figure A (17 unités d'aire).



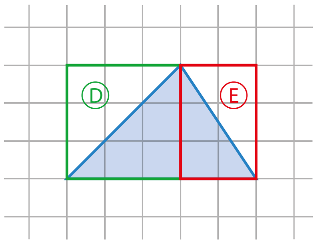
Cette activité permet également de montrer que l'aire et le périmètre ne sont pas liés : deux figures peuvent avoir la même aire mais des périmètres différents, par exemple (cette conception erronée est parfois très persistante chez les élèves).

Du rectangle au triangle — Activité 2

Intentions des auteurs

Objectif : Découvrir la formule de l'aire d'un triangle (rectangle puis quelconque) à partir de celle d'un rectangle.
Prérequis : La connaissance d'un rectangle et d'un triangle rectangle, la notion d'aire, ainsi que la notion de distance d'un point à une droite (chapitre 10).
Capacité introduite : Calculer l'aire d'un triangle rectangle puis quelconque.

1. Nohan a raison. Le rectangle A a une aire de $5 \times 3 = 15$ unités d'aire (une unité d'aire étant la surface d'un carré du quadrillage).
Le triangle rectangle B est la moitié du rectangle A : son aire est donc de $15 \div 2 = 7{,}5$ unités d'aire.
Le triangle quelconque C est composé d'un triangle rectangle **D** qui est la moitié du rectangle (carré) vert et d'un triangle rectangle **E** qui est la moitié du rectangle bleu.
Le rectangle bleu et le rectangle vert réunis forment le rectangle A. Le triangle C a donc bien une aire égale à la moitié de celle du rectangle A.



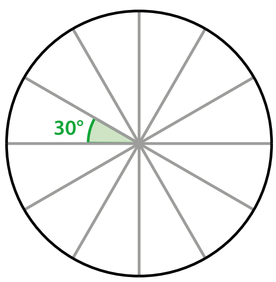
2. Pour calculer l'aire d'un triangle, il faut donc multiplier la longueur d'un côté par la hauteur correspondante (distance entre le côté et le sommet opposé à ce côté) et diviser par 2.

Couper-coller — Activité 3

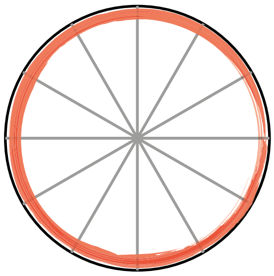
Intentions des auteurs

Objectif : Découvrir la formule permettant de calculer l'aire d'un disque.
Prérequis : Connaissance de la notion d'aire, la formule de l'aire d'un rectangle, la notion de périmètre et la formule du périmètre d'un disque, ainsi que la notion d'angle et l'utilisation du rapporteur.
Capacité introduite : Calcul de l'aire d'un disque (établir la formule).

1. On trace deux cercles de rayon 5 cm. Pour les partager en douze parts égales, on trace d'abord un diamètre pour le partager en deux. Puis à l'intérieur d'un demi-disque, on trace six angles de $180° \div 6 = 30°$ chacun. En prolongeant les côtés de ces angles dans l'autre demi-disque, on obtient les douze parts identiques.



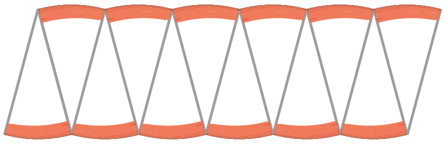
2.



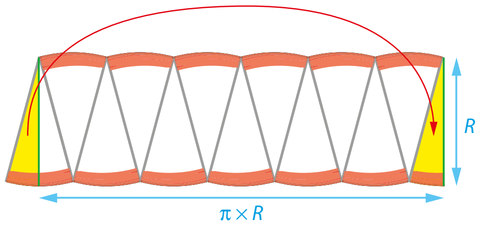
La longueur de ce contour est égale à :
$2 \times \pi \times \text{rayon} = 2 \times \pi \times 5\text{ cm} = 10 \times \pi\text{ cm}$
On peut aussi donner une valeur approchée : 31,4 cm

3. Découpage et collage.

4. Découpage et collage :



5. Ce collage ressemble à un rectangle de largeur R, le rayon du cercle (ici 5 cm), et de longueur la moitié de la longueur de la ligne orange $2 \times \pi \times R$ soit $\pi \times R$ (ici $\pi \times 5$ cm). Pour mieux visualiser, on peut aussi déplacer la moitié d'une part (partie jaune) comme indiqué par la flèche sur la figure ci-dessous.



6. Si on découpe le disque en un plus grand nombre de parts, le collage obtenu ressemble encore plus à un rectangle de largeur R et de longueur $\pi \times R$.

7. L'aire d'un disque est donc donnée par la formule $\pi \times R \times R$.

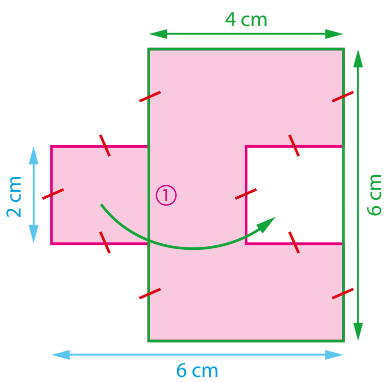
On peut ici indiquer que $R \times R$ se note R^2 et se lit « R au carré ».

Que d'aires — Activité 4

Intentions des auteurs

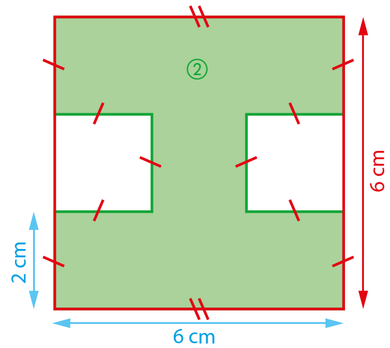
Objectif : Calculer l'aire de figures complexes.
Prérequis : La connaissance de la notion d'aire et les formules d'aire d'un carré et d'un rectangle.
Capacité introduite : Calculer l'aire par découpage, superposition, recollage.

Figure 1 :



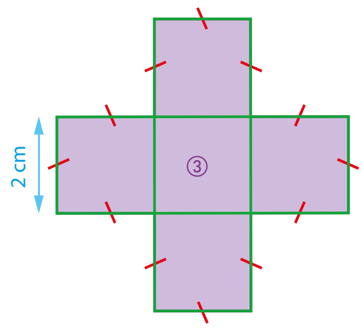
Si on déplace le carré de 2 cm de côté, on obtient un rectangle de longueur $3 \times 2\text{ cm} = 6\text{ cm}$ et de largeur $6\text{ cm} - 2\text{ cm} = 4\text{ cm}$.
L'aire de la figure 1 est donc égale à $6\text{ cm} \times 4\text{ cm} = 24\text{ cm}^2$.

Figure 2 :



La figure 2 est composée d'un carré de 6 cm de côté auquel on a enlevé deux carrés de 2 cm de côté. L'aire de la figure 2 est donc égale à : $6\text{ cm} \times 6\text{ cm} - 2 \times 2\text{ cm} \times 2\text{ cm} = 36\text{ cm}^2 - 8\text{ cm}^2 = 28\text{ cm}^2$

Figure 3 :



La figure 3 est composée de cinq carrés de 2 cm de côté. Donc l'aire de la figure 3 est égale à : $5 \times 2\text{ cm} \times 2\text{ cm} = 5 \times 4\text{ cm}^2 = 20\text{ cm}^2$

La main — Activité 5

Intentions des auteurs

Objectif : Ttrouver une stratégie pour évaluer une aire.
Prérequis : La connaissance de la notion d'aire.
Capacité introduite : Estimer une aire par une procédure adaptée.

Après avoir repassé le contour de sa main, l'élève doit trouver une stratégie pour évaluer la mesure de cette surface. La difficulté vient du fait que la forme obtenue n'est pas régulière et n'est pas constituée de formes usuelles (carrés, triangles, etc.). L'élève ne pourra donc donner qu'une approximation de cette aire ou un encadrement.

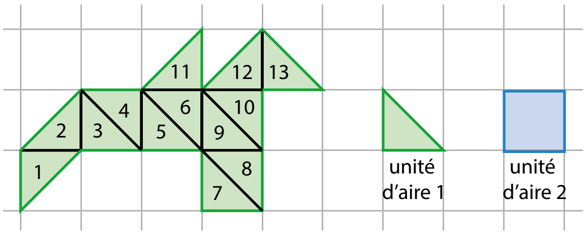
Plusieurs stratégies sont possibles :

– l'élève peut essayer d'approximer la forme obtenue à l'aide de figures usuelles ;

– l'élève peut quadriller la forme obtenue à l'aide d'un quadrillage bien choisi. Plus le quadrillage sera petit, plus la précision sera grande. Pour faire simple, l'élève peut déjà commencer à quadriller à l'aide de carrés de 1 cm de côté.

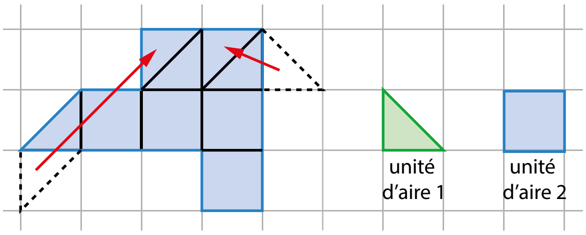
Savoir-faire

3 **Figure 1 :** On utilise le dénombrement en décomposant en unités d'aire.
Pour l'unité d'aire 1 :



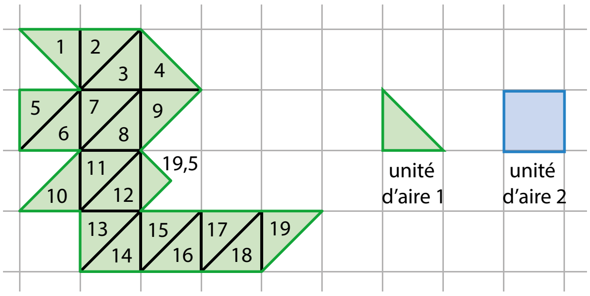
On obtient treize unités d'aire 1.

Pour l'unité d'aire 2, on découpe et on déplace des triangles pour obtenir des carrés d'unité d'aire 2.



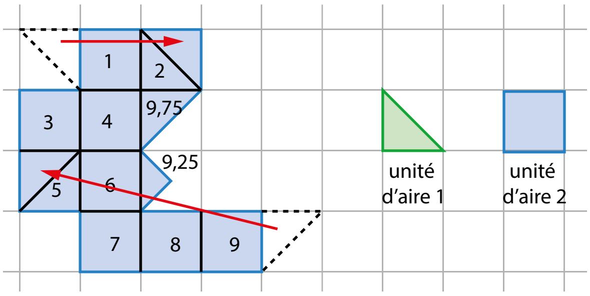
On obtient 6,5 unités d'aire 2.

Figure 2 :
Pour l'unité d'aire 1 :



On obtient 19,5 unités d'aire 1.

Pour l'unité d'aire 2 :



On obtient 9,75 unités d'aire 2.

4 On peut s'aider du tableau de conversion :

Multiples de l'unité			Unité	Sous-multiples de l'unité			
km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2	
			1	25	00	00	
0,	00	15	75				
					0,	12	5

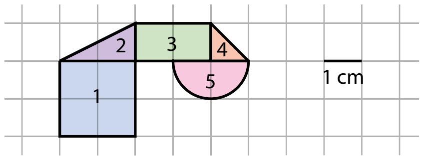
a. $125 \text{ dm}^2 = 1\,250\,000 \text{ mm}^2$
b. $15{,}75 \text{ dam}^2 = 0{,}001\,575 \text{ km}^2$
c. $0{,}125 \text{ cm}^2 = 12{,}5 \text{ mm}^2$

5 **Rappel :** 1 ha = 100 a
a. 12 a = 0,12 ha
b. 58,1 ha = 5 810 a
c. 59,4 ha = 594 000 m^2

8 L'aire d'un rectangle est donnée par la formule :
$\mathcal{A} = \text{largeur} \times \text{Longueur}$
Il faut faire attention aux unités : il faut convertir les mesures, qui doivent toutes être dans la même unité.
$L = 5{,}8$ dm = 58 cm et $\ell = 3{,}7$ cm
$\mathcal{A} = 58 \times 3{,}7 = 214{,}6 \text{ cm}^2$

9 L'aire d'un disque est donnée par la formule : $\mathcal{A} = \pi \times r \times r$
$\mathcal{A} = \pi \times 6{,}2 \times 6{,}2 \approx 121 \text{ dm}^2$

11 On peut découper la figure ainsi :



La figure 1 a une aire de 4 cm^2, la figure 2 a une aire de 1 cm^2, la figure 3 a une aire de 2 cm^2, la figure 4 a une aire de 0,5 cm^2, la figure 5 a une aire de $\mathcal{A} = \pi \times 1 \times 1 \div 2 \approx 1{,}57 \text{ cm}^2$.
On additionne et on obtient :
$\mathcal{A} \approx 4 + 1 + 2 + 0{,}5 \approx 7{,}5 + 1{,}57 \approx 9{,}07 \text{ cm}^2$

Exercices

Comparer et déterminer des aires

Questions flash

12 **a.** $254 \times 100 = 25\,400$
b. $65{,}7 \times 100 = 6\,570$
c. $0{,}78 \times 100 = 78$

13 **a.** $654 \div 100 = 6{,}54$
b. $67{,}3 \div 100 = 0{,}673$
c. $12 \div 100 = 0{,}12$

14 **a.** $867 \times 0{,}01 = 8{,}67$
b. $75{,}3 \times 0{,}01 = 0{,}753$
c. $8{,}5 \times 0{,}01 = 0{,}085$

15 La figure 1 a un périmètre de 8 unités de longueur.
La figure 2 a un périmètre de 10 unités de longueur.
La figure 3 a un périmètre de 10 unités de longueur.

16 **a.** 12 cm = 0,12 m **b.** 125 dam = 1 250 m
c. 56 mm = 0,056 m **d.** 14 km = 14 000 m

Les exercices 17 à 19 sont des exercices types déjà rencontrés en Primaire.

17 **a.** La figure a une aire de 6 unités d'aire.
b. La figure a une aire de 8 unités d'aire.
c. La figure a une aire de 10 unités d'aire.

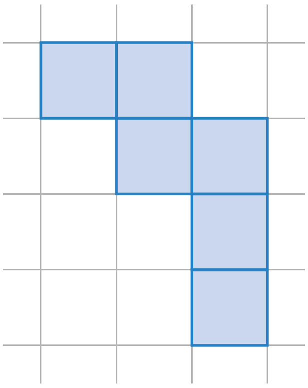
18 **a.** La figure a une aire de 6 unités d'aire.
b. La figure a une aire de 9 unités d'aire.

19 **a.** La figure a un périmètre de 16 unités de longueur et une aire de 8 unités d'aire.
b. La figure a un périmètre de 14 unités de longueur et une aire de 8 unités d'aire.
c. La figure a un périmètre de 18 unités de longueur et une aire de 8 unités d'aire.

20 **a.** La figure a une aire de 11 unités d'aire.
b. La figure a une aire de 10 unités d'aire.

21 Aire de la figure 3 < Aire de la figure 2 < Aire de la figure 1
Si on prend un carreau comme unité d'aire, on obtient :
Aire de la figure 1 = 14 u.a
Aire de la figure 2 = 9 u.a
Aire de la figure 3 = 8 u.a

22 Un exemple :



Pour les exercices **23** à **25**, on peut faire utiliser le tableau de conversion par les élèves si c'est nécessaire.

23 **a.** 125 dm^2 = 1,25 m^2 **b.** 36,2 cm^2 = 0,003 62 m^2
c. 153,5 mm^2 = 0,000 153 5 m^2

24 **a.** 12 km^2 = 12 000 000 m^2 **b.** 635 dam^2 = 635 000 000 cm^2
c. 96,4 m^2 = 9 640 dm^2 **d.** 89,7 hm^2 = 8 970 dam^2
e. 1,254 m^2 = 12 540 cm^2 **f.** 0,78 m^2 = 7 800 cm^2

25 **a.** 12,5 cm^2 = 0,001 25 m^2 **b.** 145 m^2 = 1,45 dam^2
c. 5,54 m^2 = 0,055 4 dam^2 **d.** 54,2 m^2 = 0,005 42 hm^2
e. 0,12 cm^2 = 0,001 2 dm^2 **f.** 0,5 m^2 = 0,005 dam^2

26 **a.** 12 a = 1 200 m^2 **b.** 14,5 a = 145 000 dm^2
c. 65 ha = 650 000 m^2 **d.** 75,4 ha = 0,754 km^2

Calculer une aire avec une formule

Questions flash

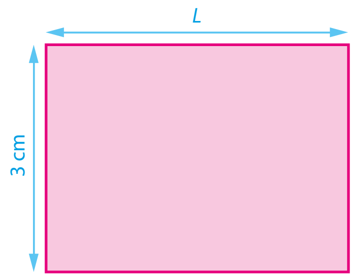
27 **a.** $8 \times 4 = 8 \times 2 \times 2 = 32$ **b.** $7 \times 9 = 63$
c. $6 \times 8 = 48$ **d.** $7 \times 12 = 84$

28 **a.** Un rectangle de longueur 6 cm et de largeur 4 cm a une aire de $6 \times 4 = 24$ cm^2.
b. Un rectangle de longueur 8 dm et de largeur 5 dm a une aire de $8 \times 5 = 40$ dm^2.
c. Un rectangle de longueur 2 dm = 20 cm et de largeur 5 cm a une aire de $20 \times 5 = 100$ cm^2 = 1 dm^2.

29 **a.** Faux. Un carré de 4 cm de côté a une aire de $4 \times 4 = 16$ cm^2.
b. Vrai. Un carré de 3 cm de côté a une aire de $3 \times 3 = 9$ cm^2.
c. Vrai. Un carré d'aire 25 cm^2 a un côté de 5 cm. On a bien $5 \times 5 = 25$ cm^2.
d. Faux. Un carré d'aire 36 cm^2 a un côté de 6 cm car $6 \times 6 = 36$ cm^2.

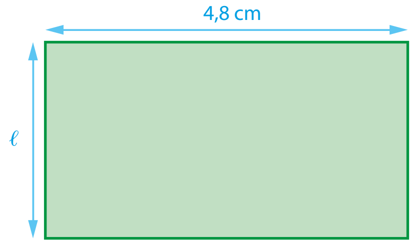
30 **1.** Un carré de côté 6,4 cm a une aire de $\mathcal{A} = 6{,}4 \times 6{,}4 = 40{,}96$ cm^2.
2. Un carré de périmètre 24 cm a un côté de 6 cm car $6 \times 4 = 24$ cm.
Donc l'aire d'un carré de côté 6 cm est $\mathcal{A} = 6 \times 6 = 36$ cm^2.

31 **1.**



La formule pour le périmètre d'un rectangle est :
$\mathcal{P} = 2 \times L + 2 \times \ell$
$\mathcal{P} = 2 \times L + 2 \times 3 = 2 \times L + 6 = 14$
On a donc $2 \times L = 8$ donc $L = 4$.
La formule pour l'aire d'un rectangle est : $\mathcal{A} = L \times \ell$
On a donc $\mathcal{A} = 4 \times 3 = 12$ cm^2

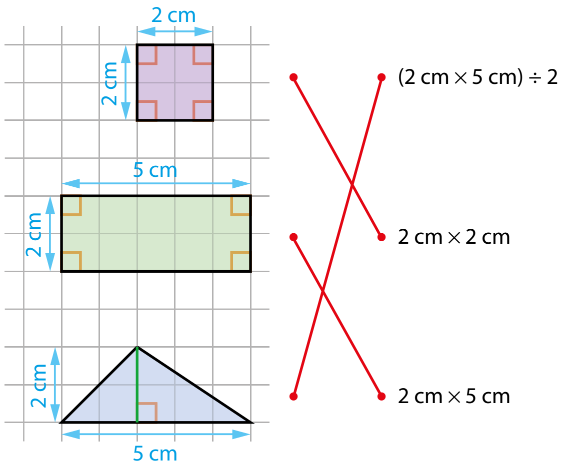
2.



La formule pour le périmètre d'un rectangle est :
$\mathcal{P} = 2 \times L + 2 \times \ell$
$\mathcal{P} = 2 \times 4{,}8 + 2 \times \ell = 9{,}6 + 2 \times \ell = 14{,}8$
On a donc $2 \times L = 14{,}8 - 9{,}6 = 5{,}2$ cm donc $L = 2{,}6$ cm.
La formule pour l'aire d'un rectangle est : $\mathcal{A} = L \times \ell$
On a donc $\mathcal{A} = 4{,}8 \times 2{,}6 = 12{,}48$ cm^2.

32 **1.** L'aire d'un disque de rayon 5,2 cm, au cm^2 près est :
$\mathcal{A} = \pi \times r \times r = \pi \times 5{,}2 \times 5{,}2 = 27{,}04 \times \pi \approx 85$ cm^2
2. L'aire d'un disque de diamètre 3,6 dm, au cm^2 près :
On cherche d'abord le rayon :
$r = 3{,}6 \div 2 = 1{,}8$ dm = 18 cm
$\mathcal{A} = \pi \times r \times r = \pi \times 18 \times 18 = 324 \times \pi$
$\approx 1\,018$ cm^2 ou 10,18 dm^2

33

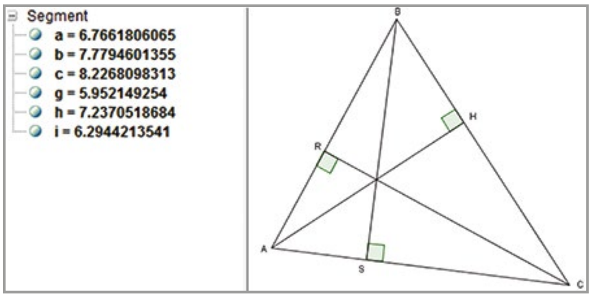


34 Aire du disque bleu $= \pi \times 3 \times 3 = 9 \times \pi \approx 28{,}27$ dm$^2 \approx 2\,827$ cm^2
Le rayon du disque orange est $r = 2{,}6 \div 2 = 1{,}3$ cm.
Aire du disque orange $= \pi \times r \times r = \pi \times 1{,}3 \times 1{,}3$
$= 1{,}69 \times \pi \approx 5$ cm^2

35 La formule pour calculer l'aire d'un triangle est :
$\mathcal{A}$ = (côté × hauteur) ÷ 2
a. Dans le triangle ABC, un côté mesure 4 cm et la hauteur correspondante 2 cm.
$\mathcal{A} = (4 \times 2) \div 2 = 4$ cm^2
b. Dans le triangle RTS, un côté mesure 6,3 cm et la hauteur correspondante 8,4 cm.
$\mathcal{A} = (6{,}3 \times 8{,}4) \div 2 = 26{,}46$ cm^2
c. Dans le triangle TVU, un côté mesure 2,7 cm et la hauteur correspondante 3,6 cm.
$\mathcal{A} = (2{,}7 \times 3{,}6) \div 2 = 4{,}86$ cm^2
d. Dans le triangle ABC, un côté mesure 1,9 cm et la hauteur correspondante 3,6 cm.
$\mathcal{A} = (1{,}9 \times 3{,}6) \div 2 = 3{,}42$ cm^2

36 **1.** Si on prend [AC] comme côté, la hauteur correspondante est [BS].
$\mathcal{A} = (7{,}8 \times 6{,}3) \div 2 = 24{,}57$ cm^2
Si on prend [AB] comme côté, la hauteur correspondante est [RC].
$\mathcal{A} = (6{,}7 \times 7{,}2) \div 2 = 24{,}12$ cm^2
Si on prend [BC] comme côté, la hauteur correspondante est [AH].
$\mathcal{A} = (8{,}2 \times 5{,}9) \div 2 = 24{,}19$ cm^2
2. On devrait trouver exactement la même aire, mais ce n'est pas tout à fait le cas.
Le logiciel de géométrie dynamique est programmé pour donner deux chiffres après la virgule.
Dans les calculs, on obtient donc une valeur approchée, ce qui explique les différences trouvées entre les résultats.

Si on demande dix chiffres après la virgule, on obtient l'écran suivant :



37 C'est Amel qui a raison : on compare les aires des deux triangles. Ils ont tous les deux le même côté [BC], et leur hauteur mesure chacune 3 cm.
Ils ont donc la même aire de $(6 \times 3) \div 2 = 9$ cm^2.

38 Ils ont tous les deux utilisé la bonne formule pour calculer l'aire d'un disque de rayon 3,2 cm.
Gaël a mis la valeur exacte pour π tandis qu'Anaïs a utilisé une valeur approchée : 3,14.
Gaël aura comme résultat sur sa TI : $10{,}24\pi$
Anaïs aura comme résultat sur sa Casio : 32,153 6

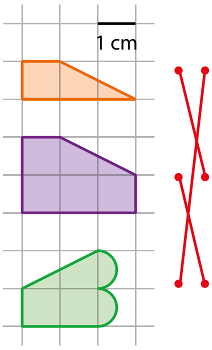
Calculer l'aire d'une figure complexe

Questions flash

39 **a.** 34 dam^2 = 3 400 m^2 **b.** 17 km^2 = 17 000 000 m^2
c. 65 hm^2 = 650 000 m^2 **d.** 67 dm^2 = 0,67 m^2
e. 1 372 cm^2 = 0,137 2 m^2 **f.** 1 734 mm^2 = 0,001 734 m^2

40 **a.** 6 dm^2 + 34 cm^2 = 600 cm^2 + 34 cm^2
= 634 cm^2 = 6,34 dm^2
b. 17 cm^2 + 34 mm^2 = 1 700 mm^2 + 34 mm^2
= 1 734 mm^2 = 17,34 cm^2
c. 3 643 m^2 + 34 dam^2 = 3 643 m^2 + 3 400 m^2
= 7 043 m^2 = 70,43 m^2

41



$2 \times 1 + (2 \times 1) \div 2 + \pi \times 0{,}5 \times 0{,}5$

$1 \times 1 + (1 \times 2) \div 2$

$1 \times 1 + (1 \times 2) \div 2 + 1 \times 3$

42 **Figure 1 :**
La figure 1 est composée de deux cercles de rayon 1 cm et d'un carré de côté 2 cm.
L'aire d'un disque de rayon 1 cm est :
$\mathcal{A}_1 = \pi \times r \times r = \pi \times 1 \times 1 = \pi$ cm^2
L'aire du carré de côté 2 cm est :
$\mathcal{A}_2 = 2 \times 2 = 4$ cm^2
L'aire totale de la figure est donc :
$\mathcal{A} \approx \pi \times 2 + 4 \approx 10{,}3$ cm^2

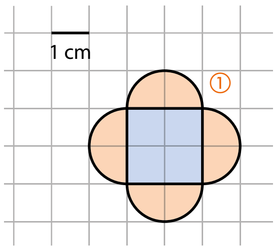
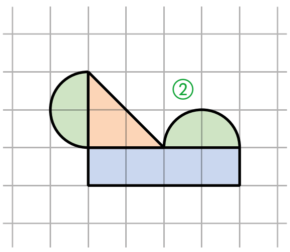


Figure 2 :
La figure 2 est composée d'un cercle de rayon 1 cm et d'un rectangle de longueur 2 cm et de largeur 1 cm et d'un triangle de côté 2 cm et de hauteur 2 cm.
L'aire d'un disque de rayon 1 cm est :
$\mathcal{A}_1 = \pi \times r \times r = \pi \times 1 \times 1 = \pi$ cm^2



L'aire du rectangle de longueur 2 cm et de largeur 1 cm est :
$\mathcal{A}_2 = 2 \times 1 = 2$ cm^2
L'aire du triangle rectangle de base 2 cm et de hauteur 2 cm est : $\mathcal{A}_3 = (2 \times 2) \div 2 = 2$ cm^2
L'aire totale de la figure est donc : $\mathcal{A} = \pi + 2 + 2 \approx 7{,}1$ cm^2

43 **Figure 1 :**
La figure ① est composée de deux rectangles. Le rectangle vert a pour aire 40 m × 20 m = 800 m^2 et le rectangle bleu, 20 m × 10 m = 200 m^2.
Donc la figure ① a une aire de 800 m^2 + 200 m^2 = 1 000 m^2.

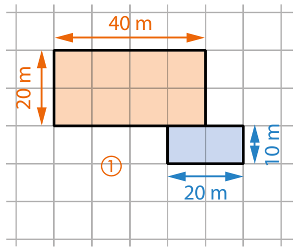
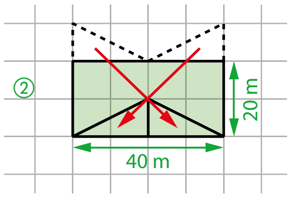
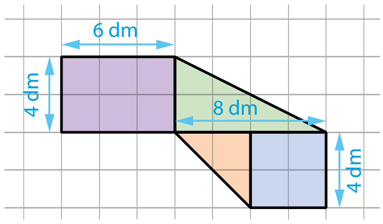


Figure 2 :
En déplaçant les deux triangles rectangles du dessus comme indiqué sur la figure ci-contre, on obtient un rectangle de longueur 40 m et de largeur 20 m.
La figure ② a donc une aire de 40 m × 20 m = 800 m^2.

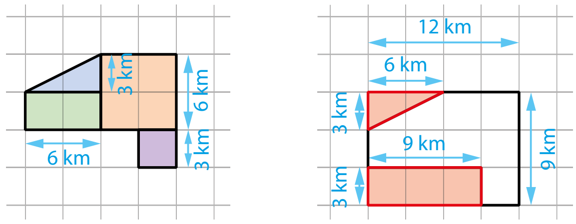


44 **Figure 1 :**
On peut décomposer la figure ① comme ci-dessous.



Le rectangle rouge a pour aire $\mathcal{A}_1 = 6$ dm × 4 dm = 24 dm^2.
Le triangle vert a pour aire $\mathcal{A}_2 = (8$ dm × 4 dm$) \div 2 = 16$ dm^2.
Le triangle bleu a pour aire $\mathcal{A}_3 = (4$ dm × 4 dm$) \div 2 = 8$ dm^2.
Le carré gris a pour aire $\mathcal{A}_4 = 4$ dm × 4 dm = 16 dm^2.
L'aire totale de la figure est :
$\mathcal{A} = \mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2 + \mathcal{A}_3 + \mathcal{A}_4$
= 24 dm^2 + 16 dm^2 + 8 dm^2 + 16 dm^2 = 64 dm^2

Figure 2 :
On peut décomposer la figure ② comme ci-dessous à gauche ou considérer l'aire du rectangle de longueur 12 km et de largeur 9 km et ôter l'aire du triangle rectangle et du rectangle rouges, comme ci-dessous à droite.



L'aire du rectangle de longueur 12 km et de largeur 9 km est $\mathcal{A}_1 = 12$ km × 9 km = 108 km^2.
L'aire du triangle rouge est $\mathcal{A}_2 = (6$ km × 3 km$) \div 2 = 9$ km^2.
L'aire du rectangle rouge est $\mathcal{A}_3 = 9$ km × 3 km = 27 km^2.
L'aire totale de la figure est :
$\mathcal{A} = \mathcal{A}_1 - (\mathcal{A}_2 + \mathcal{A}_3) = 108$ km^2 – (9 km^2 + 27 km^2)
= 108 km^2 – 36 km^2 = 72 km^2

45 **1.** Le découpage de Timothée demandera six calculs d'aires (la figure centrale devant être elle-même découpée en deux figures, et il faudra ajouter les six aires obtenues).
Le découpage de Caroline demandera huit calculs d'aires (il faudra ajouter les huit aires obtenues).
Le découpage de Yann demandera cinq calculs d'aires (l'aire du grand rectangle contenant la figure à laquelle il faudra soustraire les aires des quatre figures bleues qu'il faudra ajouter).
C'est donc celui de Yann qui est le plus rapide.

2. Avec la méthode de Yann :

Aire du grand rectangle contenant la figure $= 20\text{ km} \times 16\text{ km} = 320\text{ km}^2$

Aire du petit carré bleu $= 4\text{ km} \times 4\text{ km} = 16\text{ km}^2$

Aire du triangle rectangle et isocèle bleu (en haut à droite) $= (8\text{ km} \times 8\text{ km}) \div 2 = 32\text{ km}^2$

Aire du triangle rectangle en bas à gauche $= (4\text{ km} \times 8\text{ km}) \div 2 = 16\text{ km}^2$

Aire du triangle rectangle en bas à droite $= (4\text{ km} \times 12\text{ km}) \div 2 = 24\text{ km}^2$

L'aire de la figure est donc égale à :

$320 - (16 + 32 + 16 + 24) = 320 - 88 = 282\text{ km}^2$

Faire le point

QCM

1 1. A 2. C **2** 3. C 4. C **3** 5. B

Problèmes

46 Tangram

Cet exercice reprend le jeu de tangram utilisé en Maternelle et en Élémentaire. On pourra demander aux élèves d'en fabriquer un qu'ils pourront ensuite utiliser en ateliers. Il existe énormément de modèles de difficultés variables.

L'aire de la figure réalisée par Enzo est la même que celle du carré de 10 cm de côté donc $10 \times 10 = 100\text{ cm}^2$.

47 QCM

$4{,}9\text{ ha} = 49\,000\text{ m}^2$ $49\,000 \div 233 \approx 210\text{ m}$

Donc réponse **c.**

48 Jardin avec piscine

On cherche d'abord la surface occupée par la piscine :

$$\mathcal{A}_{\text{piscine}} = 10 \times 5 = 50\text{ m}^2$$

Le terrain est un rectangle de 40 m sur 28 m. La superficie du terrain est de :

$$\mathcal{A}_{\text{terrain}} = 40 \times 28 = 1\,120\text{ m}^2$$

On calcule la surface occupée par la piscine et la maison :

$$\mathcal{A} = 152 + 50 = 202\text{ m}^2$$

On calcule la surface de la pelouse :

$$\mathcal{A}_{\text{pelouse}} = 1\,120 - 202 = 918\text{ m}^2$$

La surface de pelouse est de 918 m^2.

Coup de pouce : Faire un schéma et y indiquer les dimensions.

49 Tache d'encre

La tache peut être assimilée à un disque de diamètre 3 cm donc de rayon $3 \div 2 = 1{,}5$ cm.

$\mathcal{A} = \pi \times r \times r = \pi \times 1{,}5 \times 1{,}5 = 2{,}25 \times \pi \approx 7\text{ cm}^2$

La tache d'encre a une aire d'environ 7 cm^2.

Coup de pouce possible : À quelle forme cette tache fait-elle penser ?

50 Arrosage

On calcule la surface que peut couvrir l'arroseur circulaire. On peut assimiler la surface arrosée à un disque de rayon 12 m.

$\mathcal{A} = \pi \times 12 \times 12 = 144 \times \pi \approx 452\text{ m}^2$

On calcule la surface maximale que peut couvrir l'arroseur oscillant. On peut assimiler la surface maximale arrosée à un rectangle de longueur 21 m et de largeur 17 m.

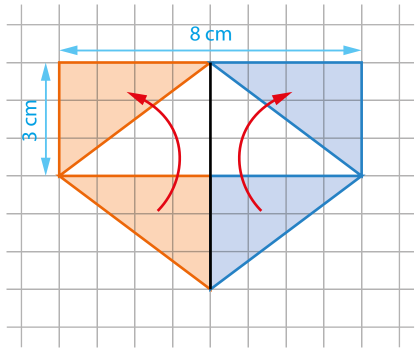
$\mathcal{A} = 21 \times 17 = 357\text{ m}^2$

Mme Lafont devrait choisir l'arroseur circulaire pour arroser sa pelouse.

Coup de pouce possible : Quelles sont les formes obtenues avec les deux styles d'arrosage ?

51 Losange

Pour calculer l'aire du losange, on peut découper le losange en quatre triangles rectangles semblables et en déplacer deux comme ci-dessous.



On obtient un rectangle de longueur 8 cm et de largeur 3 cm.

$\mathcal{A}_{\text{losange}} = \mathcal{A}_{\text{rectangle}} = L \times \ell = 3 \times 8 = 24\text{ cm}^2$

L'aire du losange est de 24 cm^2.

Coup de pouce possible : Se ramener à une forme connue dont il est facile de calculer l'aire.

52 Patchwork

1. On calcule l'aire d'un rectangle de tissu :

$$\mathcal{A}_p = L \times \ell = 15 \times 14 = 210\text{ cm}^2$$

On calcule l'aire totale :

$$\mathcal{A} = 210 \times 192 = 40\,320\text{ cm}^2 = 4{,}032\text{ m}^2$$

La couverture a une aire totale de $4{,}032\text{ m}^2$.

2. $\mathcal{A} = L \times \ell = 1{,}8 \times \ell = 4{,}032\text{ m}^2$

$4{,}032 \div 1{,}8 = 2{,}24$ m

La largeur de la couverture est de 2,24 m.

On peut aussi commencer à chercher le nombre de rectangles cousus en largeur et en longueur (en supposant qu'il y en ait un nombre entier, sans découpe) :

1,8 m = 180 cm et 180 n'étant pas divisible par 14 mais l'étant par 15 car $15 \times 12 = 180$, il y a 12 rectangles dans la largeur et, par conséquent, 16 dans la longueur (car $16 \times 12 = 192$).

$16 \times 14 = 224$

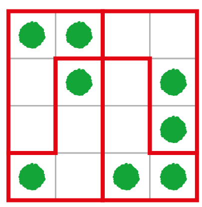
La longueur de la couverture est de 224 cm, soit 2,24 m.

53 Partage

Il sera intéressant de laisser chercher les élèves et de faire des mises en commun collectives pour mettre en évidence les stratégies employées.

La figure est imprimable.

Il y a huit arbres, il y aura donc deux arbres sur chaque parcelle. Le quadrillage comporte seize carreaux. Donc chaque parcelle doit avoir quatre carreaux.



54 Potager

On calcule l'aire de la parcelle pour les herbes aromatiques. C'est un triangle.

$\mathcal{A}_{\text{herbes}} = (\text{base} \times \text{hauteur}) \div 2 = (1 \times 1{,}5) \div 2 = 0{,}75\text{ m}^2$

On calcule l'aire de la parcelle pour les légumes. C'est un rectangle.

$\mathcal{A}_{\text{légumes}} = L \times \ell = 3 \times 1{,}5 = 4{,}5\text{ m}^2$

On calcule l'aire de la parcelle pour les salades. C'est un demi-disque de rayon $3 \div 2 = 1{,}5$ m.

$\mathcal{A}_{\text{salades}} = (\pi \times r \times r) \div 2 = (\pi \times 1{,}5 \times 1{,}5) \div 2 = 1{,}125 \times \pi \approx 3{,}5\text{ m}^2$

Aire totale : $\mathcal{A} \approx 0{,}75 + 4{,}5 + 3{,}5 \approx 8{,}8\text{ m}^2$

L'aire du jardin potager de Manon est d'environ $3{,}5\text{ m}^2$.

55 **Comparaison**

Figure 1

$\mathcal{A}_1$ = aire du carré – aire du disque

$\mathcal{A}_1 = \text{côté} \times \text{côté} - \pi \times r \times r$

$\mathcal{A}_1 = 8 \times 8 - \pi \times 3 \times 3$

$\mathcal{A}_1 = 64 - 9 \times \pi \approx 36\ \text{cm}^2$

Figure 2

$\mathcal{A}_2$ = aire du disque – aire du carré

$\mathcal{A}_2 = \pi \times r \times r - \text{côté} \times \text{côté}$

$\mathcal{A}_2 = \pi \times 4 \times 4 - 4 \times 4$

$\mathcal{A}_2 = \pi \times 16 - 16 \approx 34\ \text{cm}^2$

La surface violette a une aire plus grande que la surface orange.

56 **Du bleu**

Le disque rose a un diamètre de 5 cm donc un rayon de 5 cm ÷ 2 = 2,5 cm.

Le grand disque a un diamètre de 6 cm donc un rayon de 6 cm ÷ 2 = 3 cm.

$\mathcal{A}_{\text{surface bleue}}$ = aire du grand disque – aire du disque rose

$\mathcal{A}_{\text{surface bleue}} = \pi \times 3 \times 3 - \pi \times 2{,}5 \times 2{,}5$

$\mathcal{A}_{\text{surface bleue}} = 9 \times \pi - 6{,}25 \times \pi \approx 8{,}64\ \text{cm}^2$

La surface bleue a une aire de 8,64 cm^2 environ.

57 **Coupe du monde**

La première zone est assimilée à un rectangle de longueur 1 910 m et de largeur 70 m.

$\mathcal{A} = 1\,910 \times 70 = 133\,700\ \text{m}^2$

133 700 × 6 = 802 200 personnes

Sur cette première zone, il y avait 802 200 personnes.

La deuxième zone est assimilée à un rectangle de longueur 359 m et de largeur 212 m.

$\mathcal{A} = 359 \times 212 = 76\,108\ \text{m}^2$

76 108 × 6 = 456 648 personnes

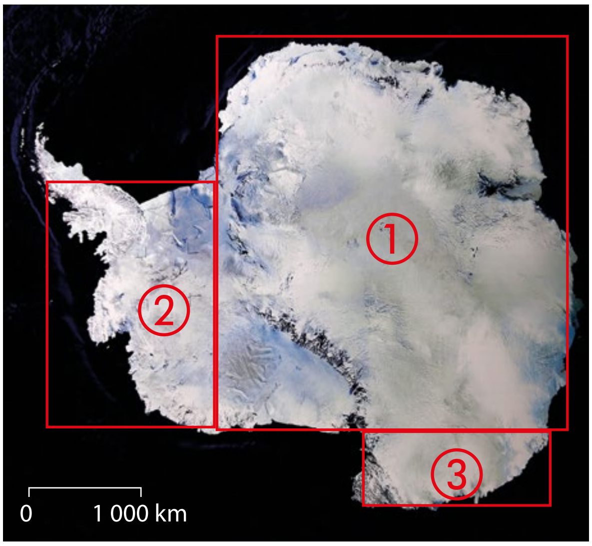
Sur cette deuxième zone, il y avait 456 648 personnes.

Il y avait donc ce soir-là un total de 802 200 + 456 648 = 1 258 848 personnes environ, dans ces deux lieux.

58 **Antarctique**

La correction collective de cet exercice permettra de montrer que plusieurs solutions sont possibles.
La photo est imprimable.

On peut découper le continent en plusieurs rectangles comme ci-dessous.



Le premier rectangle mesure environ 3 000 km sur 3 500 km.

$\mathcal{A}_1 = 3\,000 \times 3\,500 = 10\,500\,000\ \text{km}^2$

Le deuxième rectangle mesure environ 1 500 km sur 2 000 km.

$\mathcal{A}_2 = 1\,500 \times 2\,000 = 3\,000\,000\ \text{km}^2$

Le troisième rectangle mesure 500 km sur 1 500 km.

$\mathcal{A}_3 = 500 \times 1\,500 = 750\,000\ \text{km}^2$

$\mathcal{A} = 10\,500\,000 + 3\,000\,000 + 750\,000 = 14\,250\,000\ \text{km}^2$

La superficie de l'Antarctique est d'environ 14 250 000 km^2.

On pourra aussi réaliser un quadrillage plus ou moins petit pour estimer l'aire de ce continent.

59 **Déforestation**

La surface d'un terrain de football est :

$\mathcal{A}_{\text{terrain}} = 120 \times 75 = 9\,000\ \text{km}^2$

La surface recouverte par des forêts est :

16 000 000 ha = 160 000 000 000 m^2

160 000 000 000 ÷ 9 000 ≈ 17 777 778

17 777 778 × 9 s = 160 000 002 s

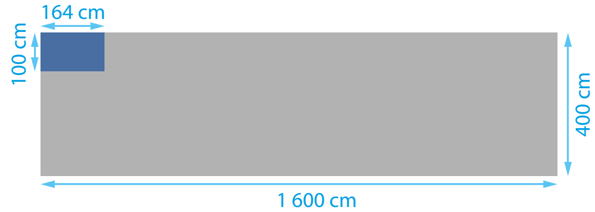
1 jour = 24 h = 24 × 3 600 s = 86 400 s

160 000 002 s ÷ 86 400 ≈ 1 851 jours

1 an = 365 jours 1 851 jours ≈ 1 851 ÷ 365 ≈ 5 ans

À ce rythme, il faudra 5 ans pour que la totalité des forêts disparaisse.

60 **Panneaux solaires**



1. On convertit les mesures en centimètres :
16 m = 1 600 cm et 4 m = 400 cm
On peut mettre plus de panneaux si on les met comme sur le schéma ci-dessus.
1 600 ÷ 164 ≈ 9 et 400 ÷ 100 = 4
On peut mettre neuf panneaux dans le sens de la longueur et quatre dans le sens de la largeur.
4 × 9 = 36 On peut mettre 36 panneaux.
Dans l'autre sens, on ne pourrait mettre que :
1 600 ÷ 100 = 16 et 400 ÷ 164 ≈ 2 soit seize panneaux dans la longueur et deux dans la largeur soit seulement 16 × 2 = 32 panneaux.

Coup de pouce : Faire un dessin des dispositions possibles des panneaux.

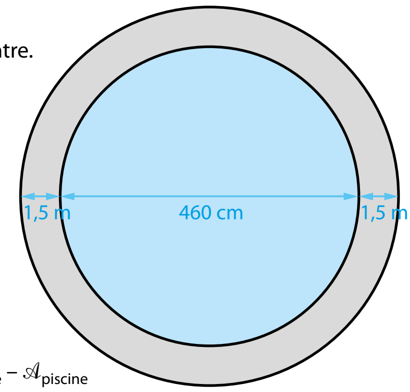
2. L'aire d'un panneau est de 1,64 m × 1 m = 1,64 m^2
36 × 1,64 m^2 = 59,04 m^2
La surface totale occupée par les panneaux est de 59,04 m^2.

Attention : La production est donnée par m^2 et non par panneau.

59,04 × 100 = 5 904
La production annuelle par les panneaux est de 5 904 kWh.
5 904 – 5 336 = 568
Ils produisent 568 kWh en plus par an.
0,2617 × 568 = 148,645 6
M. Roelandt fera un bénéfice d'environ 148,65 €.

61 **L'allée**

On a le schéma ci-contre.



Le diamètre du cercle extérieur est de :
4,6 m + 1,5 m + 1,5 m = 7,6 m,
donc de rayon 3,8 m.
Le diamètre de la piscine est de 4,6 m, donc de rayon 2,3 m.
La surface couverte par le gravier :

$\mathcal{A}_{\text{graviers}} = \mathcal{A}_{\text{grand disque}} - \mathcal{A}_{\text{piscine}}$

$\mathcal{A}_{\text{graviers}} = \pi \times 3{,}8 \times 3{,}8 - \pi \times 2{,}3 \times 2{,}3$
$= 14{,}44 \times \pi - 5{,}29 \times \pi \approx 28{,}7$

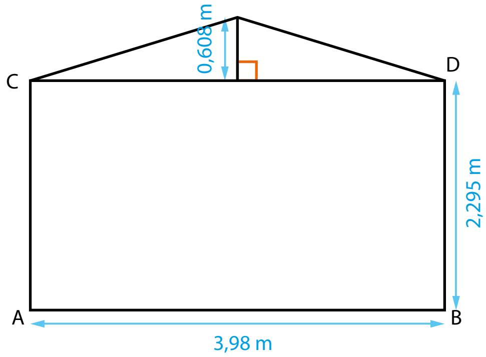
La surface recouverte par le gravier est d'environ 28,7 m^2.
Il faut un sac pour une épaisseur de 3 cm et une surface de 0,5 m^2.
Il faut deux sacs pour recouvrir 1 m^2 sur une épaisseur de 3 cm.
28,7 × 2 = 57,4
M. Hubert devra acheter 58 sacs de gravier.

Coup de pouce possible : Faire un dessin représentant l'allée puis y indiquer les dimensions.

62 Abri de jardin

1. Pour savoir si M. Durin doit demander un permis de construire, il faut calculer la surface au sol de son abri. La base de son abri est un rectangle de longueur $5\,280$ mm $= 5{,}28$ m et de largeur $3\,980$ mm $= 3{,}98$ m.
$\mathcal{A} = L \times \ell = 5{,}28 \times 3{,}98 = 21{,}014\,4 \text{ m}^2$
L'aire est supérieure à 20 m^2, il doit donc demander un permis de construire.

2. On calcule la surface de chaque face de l'abri. Les faces de côtés sont des rectangles de longueur 5,28 m et de largeur 2,295 m.
$\mathcal{A}_{\text{côté}} = L \times \ell = 5{,}28 \times 2{,}295 = 12{,}117\,6 \text{ m}^2$
Une face latérale de l'abri de jardin a une aire de $12{,}117\,6$ m^2.
Les deux faces latérales ont donc une aire de :
$$12{,}117\,6 \times 2 = 24{,}235\,2 \text{ m}^2$$
Pour calculer l'aire de la face de derrière, on peut faire le schéma suivant.



On décompose la face en un triangle et un rectangle.
Le rectangle a une longueur de 3,98 m et une largeur de 2,295 m.
$\mathcal{A}_{\text{rectangle}} = 3{,}98 \times 2{,}295 = 9{,}134\,1 \text{ m}^2$
On calcule la hauteur du triangle : $2{,}903 - 2{,}295 = 0{,}608$ m
$\mathcal{A}_{\text{triangle}} = (\text{côté} \times \text{hauteur}) \div 2 = (3{,}98 \times 0{,}608) \div 2$
$= 1{,}209\,92 \text{ m}^2$
$\mathcal{A}_{\text{face avant}} = 9{,}134\,1 + 1{,}209\,92 = 10{,}344\,02 \text{ m}^2$
L'aire de la face avant et de la face arrière est de $10{,}344\,02$ m^2, soit un total de $10{,}344\,02 \times 2 = 20{,}688\,04 \text{ m}^2$ pour la face avant et la face arrière.
On cherche la surface totale à lasurer :
$\mathcal{A}_{\text{totale}} = 24{,}235\,2 + 20{,}688\,04 = 44{,}923\,24 \text{ m}^2$
Il faut peindre l'intérieur et l'extérieur et peindre 2 couches, soit une surface totale de $2 \times 2 \times 44{,}923\,24 = 179{,}692\,96 \text{ m}^2$.
Un pot de 2,5 L couvre $12 \times 2{,}5 = 30 \text{ m}^2$.
$179{,}692\,96 \div 30 \approx 5{,}99$
Il lui faut donc six pots par couche.
$6 \times 50{,}50 = 303$ €
M. Durin va devoir acheter six pots de lasure qui lui couteront 303 €.

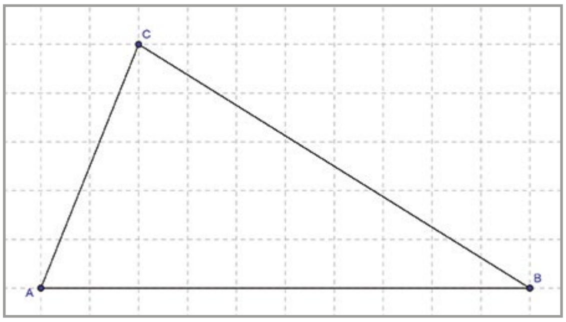
Coup de pouce possible : On peut demander aux élèves de représenter chacune des faces devant être peintes. Les dimensions de la porte sont inutiles.

63 Porte d'entrée

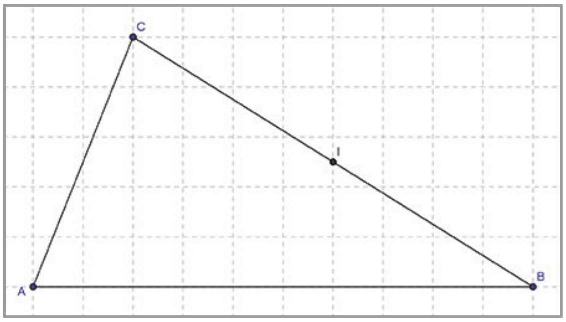
La porte est un rectangle de largeur 100 cm et de longueur 225 cm : $\mathcal{A}_{\text{porte pleine}} = L \times \ell = 225 \times 100 = 22\,500 \text{ cm}^2$
On cherche l'aire de chaque partie vitrée. Deux vitres sont des rectangles de largeur 25 cm et de longueur 80 cm.
La troisième est un demi-disque de diamètre 65 cm donc de rayon $65 \text{ cm} \div 2 = 32{,}5$ cm.
$\mathcal{A}_{\text{vitre rectangulaire}} = L \times \ell = 80 \times 25 = 2\,000 \text{ cm}^2$
$\mathcal{A}_{\text{demi-disque}} = (\pi \times r \times r) \div 2$
$= (\pi \times 32{,}5 \times 32{,}5) \div 2 = 528{,}125 \times \pi \approx 1\,659 \text{ cm}^2$
La surface à peindre :
$\mathcal{A}_{\text{surface à peindre}} = \mathcal{A}_{\text{porte pleine}} - 2 \times \mathcal{A}_{\text{vitre rectangulaire}} - \mathcal{A}_{\text{demi-disque}}$
$\mathcal{A}_{\text{surface à peindre}} = 22\,500 - 2 \times 2\,000 - 1\,659$
$= 16\,841 \text{ cm}^2 = 1{,}684\,1 \text{ m}^2$
Il faut deux couches : $1{,}684\,1 \times 2 = 3{,}368\,2 \text{ m}^2$
Un pot de 0,5 L couvre $0{,}5 \times 12 = 6 \text{ m}^2$.
M. Robas aura besoin d'un seul pot de 0,5 L pour peindre sa porte. Si l'on considère qu'il repeint également l'intérieur de la porte, il faudra repeindre $6{,}736\,4$ m^2 et il faudra alors deux pots.

64 Drôles de milieux !

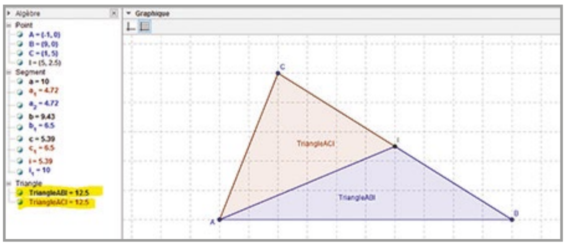
1.



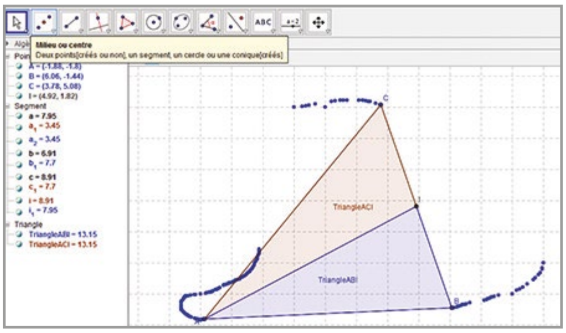
2.



3.

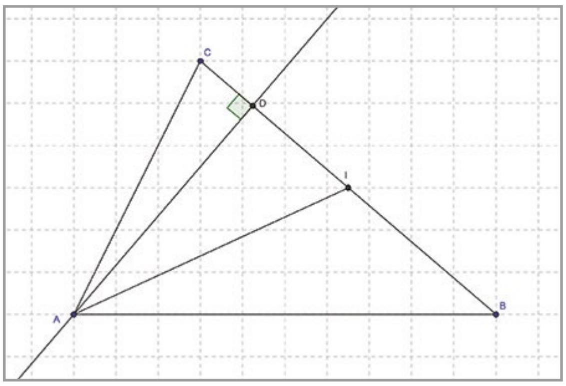


4. On fait bouger les sommets du triangle (traces bleues) et on regarde l'affichage dans la fenêtre algèbre.



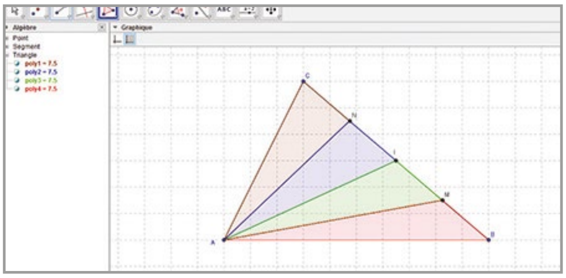
On peut conjecturer que les aires des deux triangles ABI et ACI sont toujours égales.

5.



Dans le triangle AIC, la hauteur issue de A est la droite (AD). C'est la droite passant par A et perpendiculaire à (CB).
Dans le triangle AIB, la hauteur issue de A est aussi la droite (AD). C'est la droite passant par A et perpendiculaire à (CB).
Les deux triangles ont donc la même hauteur issue de A.
I étant le milieu de [BC], on a BI = CI.
Les côtés [BI] et [CI] ont la même longueur.
$\mathcal{A}_{ABI} = (BI \times AD) \div 2$
$\mathcal{A}_{ACI} = (CI \times AD) \div 2$
Les deux triangles ont donc la même aire.

6.



On peut conjecturer que les quatre triangles ont la même aire.

7. Dans le triangle AIC, le point N est le milieu de [CI], d'après la propriété démontrée à la question **5.**, on a donc :
$\mathcal{A}_{ANC} = \mathcal{A}_{ANI}$
De la même manière, on a : $\mathcal{A}_{AIM} = \mathcal{A}_{AMB}$
On peut conclure que : $\mathcal{A}_{ANC} = \mathcal{A}_{ANI} = \mathcal{A}_{AIM} = \mathcal{A}_{AMB}$

Travailler autrement

65 Analyse de document

Cet exercice permet de travailler la lecture de documents et principalement un plan sur lequel sont reportées diverses informations.

Questions ceinture jaune

1. La partie habitable est constituée de huit pièces (cuisine, WC, chambre 1, chambre 2, entrée, salle de bain, remise, salon-salle à manger).
2. Cette famille est composée de trois personnes. La surface habitable minimum est donc de $3 \times 14 \text{ m}^2 = 42 \text{ m}^2$ (**doc. 2**).
3. Les dimensions de la chambre 1 sont de 3,20 m sur 3,24 m.
4. La superficie de la salle de bain est de $2{,}18 \text{ m} \times 1{,}50 \text{ m} = 3{,}27 \text{ m}^2$.
5. Un bien situé dans le centre-ville de Bordeaux coute 2 900 € le m^2. Lorsque l'on s'éloigne de plusieurs kilomètres, il passe à 2 500 € le m^2 : il y a donc une différence de 400 €.

Questions ceinture verte

1. Cette famille est composée de trois personnes. Le volume habitable minimum est donc de $3 \times 33 = 99 \text{ m}^3$ (**doc. 2**).
2. La superficie de la remise est de 3,12 m^2 et sa longueur de 2,60 m (**doc. 1**). Sa largeur est donc de $3{,}12 \text{ m}^2 \div 2{,}60 \text{ m} = 1{,}20 \text{ m}$.
3. La superficie de la chambre 1 est de $3{,}20 \text{ m} \times 3{,}24 \text{ m} = 10{,}368 \text{ m}^2$.
   La superficie de la chambre 2 est de :
   $2{,}65 \text{ m} \times 3{,}65 \text{ m} + (2{,}65 \text{ m} - 1{,}50 \text{ m}) \times (4{,}83 \text{ m} - 3{,}65 \text{ m})$
   $= 9{,}672\,5 \text{ m}^2 + 1{,}357 \text{ m}^2 = 11{,}029\,5 \text{ m}^2$
   La chambre 2 est donc la plus grande.
4. Cette famille est composée de trois personnes. D'après le **doc. 2**, la surface doit être de $14 \text{ m}^2 \times 3 = 42 \text{ m}^2$. À Bègles, un appartement neuf coute plus de 4 000 € le m^2. Le prix d'un appartement neuf pour cette famille et situé à Bègles serait donc de plus de $42 \times 4\,000 = 168\,000$ €.

Questions ceinture noire

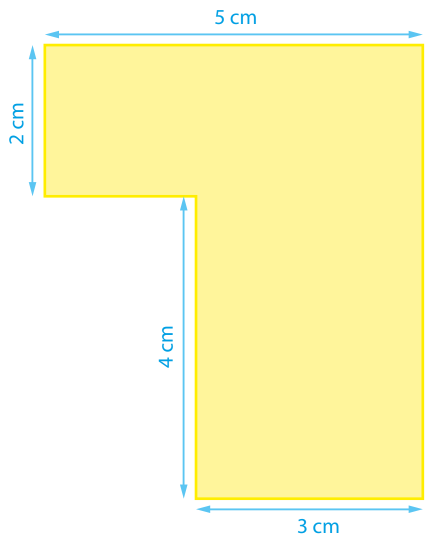
1. La longueur de l'entrée est de :
   $(3{,}20 \text{ m} + 3{,}05 \text{ m}) - 1{,}50 \text{ m} = 4{,}75 \text{ m}$
2. La largeur de l'entrée est donc de :
   $4{,}75 \text{ m}^2 \div 4{,}75 \text{ m} = 1 \text{ m}$
   La largeur de la remise est de :
   $3{,}12 \text{ m}^2 \div 2{,}60 \text{ m} = 1{,}20 \text{ m}$ ou $4{,}83 \text{ m} - 3{,}63 \text{ m} = 1{,}20 \text{ m}$
   La superficie de l'appartement est donc de :
   $(3{,}63 \text{ m} + 1{,}20 \text{ m}) \times (2{,}60 \text{ m} + 3{,}50 \text{ m} + 2{,}65 \text{ m})$
   $+ (1 \text{ m} + 3{,}24 \text{ m}) \times (3{,}05 \text{ m} + 3{,}20 \text{ m})$
   $= 4{,}83 \text{ m} \times 8{,}75 \text{ m} + 4{,}24 \text{ m} \times 6{,}25 \text{ m}$
   $= 42{,}262\,5 \text{ m}^2 + 26{,}50 \text{ m}^2$
   $= 68{,}762\,5 \text{ m}^2$
   On peut aussi calculer la superficie de l'appartement en calculant la superficie des pièces :
   Chambre 1 : $3{,}20 \text{ m} \times 3{,}24 \text{ m} = 10{,}368 \text{ m}^2$
   Chambre 2 :
   $2{,}65 \text{ m} \times 3{,}65 \text{ m} + (2{,}65 \text{ m} - 1{,}50 \text{ m}) \times (4{,}83 \text{ m} - 3{,}65 \text{ m})$
   $= 9{,}672\,5 \text{ m}^2 + 1{,}357 \text{ m}^2 = 11{,}029\,5 \text{ m}^2$
   (ou $4{,}83 \text{ m} \times 2{,}65 \text{ m} - 1{,}50 \text{ m} \times (4{,}83 \text{ m} - 3{,}65 \text{ m}) = 11{,}0295 \text{ m}^2$)
   Cuisine et WC : $3{,}05 \text{ m} \times 3{,}24 \text{ m} = 9{,}882 \text{ m}^2$
   (ou WC : $1{,}25 \text{ m} \times 1{,}02 \text{ m} = 1{,}275 \text{ m}^2$
   et cuisine : $3{,}24 \text{ m} \times 3{,}05 \text{ m} - 1{,}275 \text{ m}^2 = 8{,}607 \text{ m}^2$)
   Entrée : $4{,}75 \text{ m}^2$
   Salon-salle à manger et remise :
   $4{,}83 \text{ m} \times (2{,}60 \text{ m} + 3{,}50 \text{ m}) = 29{,}463 \text{ m}^2$
   (ou salon-salle à manger : $3{,}63 \text{ m} \times 2{,}60 \text{ m} + 3{,}50 \text{ m} \times 4{,}83 \text{ m}$
   $= 9{,}438 \text{ m}^2 + 16{,}905 \text{ m}^2 = 26{,}343 \text{ m}^2$
   et remise : $3{,}12 \text{ m}^2$)
   Salle de bain : $1{,}50 \text{ m} \times 2{,}18 \text{ m} = 3{,}27 \text{ m}^2$
   Soit un total de :
   $10{,}368 \text{ m}^2 + 11{,}029\,5 \text{ m}^2 + 9{,}882 \text{ m}^2 + 4{,}75 \text{ m}^2 + 29{,}463 \text{ m}^2$
   $= 68{,}7625 \text{ m}^2$
3. Cette famille est composée de trois personnes. D'après le **doc. 2**, la surface doit être de $14 \text{ m}^2 \times 3 = 42 \text{ m}^2$. La superficie de l'appartement est supérieure à 42 m^2 : il est donc adapté à cette famille.
   Le volume habitable doit être de $23 \text{ m}^3 \times 3 = 99 \text{ m}^3$.
   Or, ici, le volume est de $68{,}762\,5 \text{ m}^2 \times 2{,}80 \text{ m} = 192{,}535 \text{ m}^3$.
   (Ou en considérant que l'appartement est composé de deux pavés droits juxtaposés :
   $42{,}262\,5 \text{ m}^2 \times 2{,}80 \text{ m} + 26{,}50 \text{ m}^2 \times 2{,}80 \text{ m} = 192{,}535 \text{ m}^3$)
   Le volume est donc très largement adapté à cette famille.
4. Cet appartement est un appartement ancien du centre-ville. D'après le **doc. 3**, le prix est de 2 900 € le m^2. Il pourrait donc se vendre $68{,}762\,5 \times 2\,900 = 199\,411{,}25$ €.

66 Écriture d'énoncé

Les propositions suivantes sont données à titre d'exemple. Les élèves pourront imaginer tout autre type d'énoncé et de situation.
L'objectif est ici de travailler la structure d'un énoncé et de remobiliser les formules d'aires.
La difficulté réside dans le fait que le calcul est donné. Il faut donc repérer dans sa forme des formules d'aires connues, puis les associer à une figure, et enfin associer ces différentes figures entre elles pour n'en constituer qu'une.

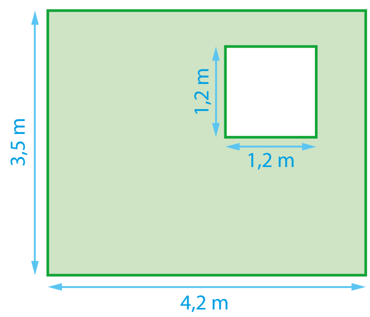
Questions ceinture jaune

Calculer l'aire de la figure suivante :



Questions ceinture verte

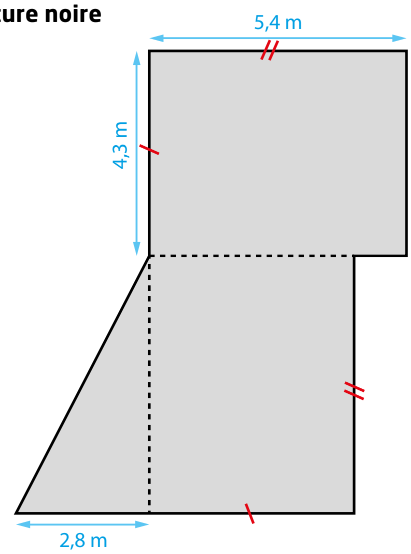
Calculer l'aire de la figure verte suivante :



![Questions ceinture noire icon]

Questions ceinture noire

Calculer l'aire de la pièce suivante :



67 Analyse de production

Questions ceinture jaune

En déplaçant les deux segments, Laura modifie l'aire de la figure. Sa démarche est donc entièrement fausse. C'est le périmètre de la figure qui est ainsi inchangé.

Questions ceinture verte

La démarche de Faïd est correcte. En revanche, il se trompe dans une unité : 8 cm × 7 cm = 56 cm^2 et non cm.
Ensuite, il soustrait les deux longueurs de 5 cm et de 4 cm, alors qu'il faut soustraire l'aire du rectangle de 5 cm sur 4 cm.
Enfin, il se trompe sur l'unité finale : une aire s'exprime en cm^2 et non en cm.

Corrigé : Aire = 8 cm × 7 cm – 5 cm × 4 cm
Aire = 56 cm^2 – 20 cm^2 = 36 cm^2

Questions ceinture noire

La démarche de vouloir décomposer la surface de cette figure en deux surfaces de rectangles est correcte, mais Lina se trompe dans le découpage : elle compte deux fois une partie de la figure.

Corrigé : La surface de la figure est composée de la surface d'un rectangle de 8 cm sur 3 cm et de la surface d'un rectangle de 7 cm – 3 cm = 4 cm sur 8 cm – 5 cm = 3 cm.
Aire = 8 cm × 3 cm + 4 cm × 3 cm
Aire = 24 cm^2 + 12 cm^2 = 36 cm^2

Outils numériques et algorithmique

68 Surface à peindre

> Cet exercice permet de travailler les formules de tableur mais aussi la représentation d'un solide grâce à une représentation plane de l'une de ses faces.

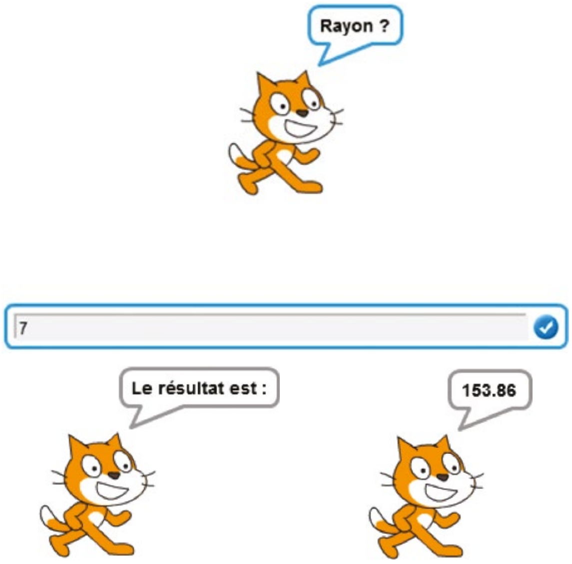
Le contenu des cellules B1, B2, B3, C1, C2, F1 et F2 est saisi grâce au contenu de l'énoncé.
Dans la cellule B4, il faut saisir la formule =2*B1*B3+2*B2*B3.
Dans la cellule D4, il faut saisir la formule =D1*D2.
Dans la cellule F4, il faut saisir la formule =F1*F2.
Dans la cellule F4, il faut saisir la formule =B4-D4-F4.
Voici le tableau entièrement complété et permettant de calculer la surface à peindre qui est de 353 685 cm^2 soit environ 35,4 m^2.

	A	B	C	D	E	F
1	Longueur de la chambre	350	Largeur de la porte	85	Largeur de la fenêtre	88
2	Largeur de la chambre	330	Hauteur de la porte	205	Hauteur de la fenêtre	110
3	Hauteur de la chambre	280				
4	Surface des murs	380800	Surface de la porte	17425	Surface de la fenêtre	9680
5						
6	Surface à peindre		353695			

69 Calcul mystère

1. Le script de Lola sert à calculer l'aire d'un carré après avoir choisi la longueur de son côté.
2. Script permettant de calculer l'aire d'un disque après avoir choisi son rayon :

3. a. À l'aide de ce script, l'aire d'un disque de rayon 7 cm est d'environ 154 cm^2, au cm^2 près.



b. On tape la séquence suivante :

π × 7 × 7 entrer

On obtient :

π×7×7 153,93804

À l'aide d'une calculatrice, l'aire d'un disque de rayon 7 cm est d'environ 154 cm^2, au cm^2 près.
On peut aussi taper la séquence suivante :

3 , 1 4 × 7 × 7 entrer

en prenant 3,14 comme valeur approchée de π.
On obtient alors :

3,14×7×7 153,86

Ce qui permet d'obtenir le même résultat approché que précédemment.

70 Conversions

1. Script complété :

2. Script permettant de convertir en ha une aire exprimée en m^2 :

3. a. 150 m^2 = 0,015 ha
b. 1 357 m^2 = 0,135 7 ha
c. 253 000 m^2 = 25,3 ha

CHAPITRE 13

Outils numériques et algorithmique

Introduction

Ce chapitre s'inscrit dans le thème « Espace et géométrie ».

Connaissances associées :
– Reconnaitre deux figures symétriques par rapport à une droite ;
– Construire le symétrique d'un point par rapport à une droite et la médiatrice d'un segment ;
– Connaitre et utiliser les propriétés de la symétrie axiale : symétrique d'une droite, symétrique d'un segment, symétrique d'une figure.

Repères de progressivité :
La symétrie est abordée très tôt dans la scolarité, dès le cycle 2. À partir du CM2, on amène les élèves à dépasser la dimension perceptive et instrumentée pour raisonner uniquement à l'aide de propriétés. Il s'agit de conduire des raisonnements simples, sans formalisme, utilisant les propriétés de la symétrie axiale.
Pour compléter des figures planes par symétrie axiale, différentes procédures seront abordées. Elles évoluent et s'enrichissent tout au long du cycle : on passe de papiers quadrillés à la feuille blanche, de l'équerre au compas, on utilise les propriétés de la symétrie pour se dégager du « point par point ». L'utilisation de l'outil informatique amène aussi du nouveau dans ces constructions.

Lien avec les domaines du socle :
La construction de figures géométriques codées pour modéliser une situation concrète, la découverte et l'utilisation des propriétés de la symétrie axiale contribuent à l'acquisition du langage mathématique pour penser et communiquer (domaine 1).
Observer une figure, formuler des hypothèses, puis utiliser les propriétés de la symétrie axiale pour raisonner amènent l'élève à entrer dans une démarche scientifique qui contribue à l'étude des systèmes naturels et techniques (domaine 4).
L'utilisation de l'outil informatique pour découvrir les effets de la symétrie axiale sur une figure, puis pour créer des projets artistiques (belles figures, pavages, frises), contribue à l'acquisition de méthodes et outils pour apprendre (domaine 2) et à l'étude du monde et de l'activité humaine (domaine 5).

Objectifs du chapitre :
Ce chapitre est le moment de réinvestir et de formaliser les connaissances des élèves sur la symétrie axiale :
– dans un premier temps en remobilisant la notion de figures symétriques par rapport à une droite, le but étant de s'écarter du pliage et de tendre vers des moyens de reconnaissance plus formels en lien avec la médiatrice d'un segment et des propriété de conservation de la symétrie ;
– dans un second temps, un travail est fait sur les propriétés de la symétrie axiale, ce qui permet de se dégager du « point par point » lors de constructions pour avoir une vision plus globale de la figure ;
– enfin, on amènera les élèves vers un début de démonstration en utilisant les propriétés de la médiatrice et de la symétrie axiale (la démonstration formelle n'étant pas un objectif de cycle 3).

Prérequis pour aborder ce chapitre :
– Reconnaitre deux figures symétriques par pliage ;
– Reconnaitre et tracer des droites perpendiculaires ;
– Utiliser un compas pour reporter des longueurs ;
– Calculer des aires et des périmètres ;
– Savoir tracer et mesurer un angle.

Jeux

Les cheveux ne sont pas dans la même position.
Boutons sur le sac.
Position du bras.
Taille de la poche sur le sac.

Activités

Questions flash

1. a. Non, les couleurs des feux sont inversées.
b. Oui.
c. Non, les ballons n'ont pas la même taille.

2. a. Oui. **b.** Non. **c.** Non. **d.** Oui.
3. a. Oui **b.** Non car AI n'est pas égal à IB.
c. Non, car I n'est pas sur le segment [AB].

La tache (1) — Activité 1

Intentions des auteurs

Objectif : Réactiver la notion de figures symétriques par rapport à une droite, notion déjà largement étudiée en CM1 et CM2.
Capacité introduite : Reconnaitre deux figures symétriques par rapport à une droite.
Matériel spécifique : feuille de papier blanc A4 et cartouche d'encre.

Le travail fait lors de cette activité sera repris dans l'activité suivante. Si les élèves collent la tache obtenue sur leur cahier, il faudra leur préciser de le faire de façon à pourvoir à nouveau piler la feuille le long de l'axe de symétrie.

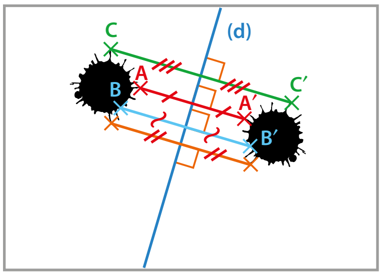
1. a. b. c. Au moment de plier, préciser aux élèves de ne pas plier trop près de la tache. Ils obtiendraient alors une seule tache avec un axe de symétrie qui serait plus difficile à exploiter ensuite.
2. Les deux figures obtenues sont symétriques par rapport à la droite (d).
(d) est appelé l'axe de symétrie de la figure.
On pourra amener les élèves à remarquer que la figure a été retournée.

Bilan : Deux figures sont symétriques par rapport à une droite si elles se superposent quand on plie le long de cette droite.
Transformer une figure par symétrie axiale, c'est la retourner en pliant le long d'une droite (d).

La tache (2) — Activité 2

Intentions des auteurs

Dans cette activité, on reprend le travail précédent.
Objectif : Découvrir le statut particulier de l'axe de symétrie pour le segment formé par un point et son image. C'est le moment de donner la définition de la médiatrice et ses propriétés. De là découlera aussi une méthode pour construire le symétrique d'un point par rapport à une droite.
Capacité introduite : Construire le symétrique d'un point par rapport à une droite et la notion de médiatrice d'un segment.

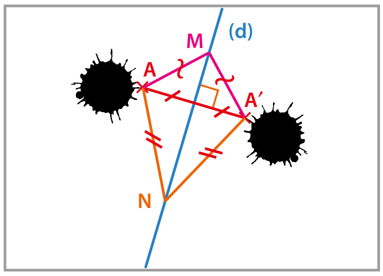


1. **a.** Les points A et A' sont symétriques par rapport à la droite (d).
   b. La droite (d) passe par le milieu du segment [AA'] et est perpendiculaire à (AA').
   c. La médiatrice d'un segment est la droite qui est perpendiculaire à ce segment et qui passe par son milieu.

2. **b.** Après avoir placé les points B, B', C et C', on remarque que la droite (d) est aussi la médiatrice des segments [BB'] et [CC'].
   On peut aussi noter que les droites (AA'), (BB') et (CC') sont parallèles. Cette caractérisation est un outil intéressant pour vérifier si deux figures sont symétriques par rapport à une droite. En effet, si en prenant deux ou trois couples de points qui semblent symétriques par rapport à une droite, les segments ayant pour extrémités ces couples de points ne sont pas parallèles, alors les figures ne sont pas symétriques.
   Même remarque si la droite (d) ne passe pas par le milieu d'un des segments.

En 5^{e}, on pourra ensuite faire le même type de remarque en notant que si deux figures sont symétriques, tous les segments qui joignent les deux points symétriques se coupent en leur milieu.

3. **a.**



   b. AM = MA' et AN = NA'

Bilan : Tout point de la médiatrice d'un segment est à la même distance (on dit « équidistant ») des deux extrémités de ce segment.

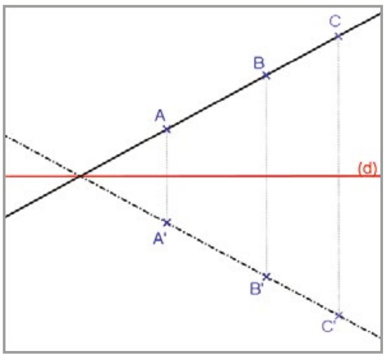
En prolongement de l'activité : On peut demander aux élèves de placer un point I sur la feuille et de construire son symétrique par rapport à la droite (d).
Attention à bien positionner le point I pour que son symétrique soit bien sur la feuille.
Cette question permet de vérifier si les élèves ont une bonne image mentale du symétrique d'un point (position adéquate pour le point I, il faut donc anticiper la position de son symétrique) et de mettre en pratique les remarques précédentes pour construire le symétrique d'un point.
On pourra aussi expliciter ici la méthode de construction du symétrique d'un point avec un compas.

Propriétés des symétriques — Activité 3

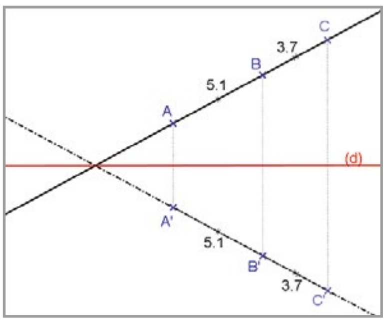
Intentions des auteurs

Objectif : Découvrir certaines propriétés de la symétrie axiale (conservation de l'alignement et des longueurs) à travers les symétriques de droites et de segments.
Capacité introduite Connaitre les propriétés de la symétrie axiale.

1.

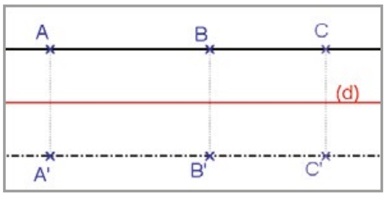


2. **a.** Les points A', B' et C' sont alignés.
   Le symétrique d'une droite est une droite.
   On dit que la symétrie axiale conserve les alignements.
   b.



   AB = A'B' et BC = B'C'.
   Le symétrique d'un segment est un segment de même longueur.
   On dit que la symétrie axiale conserve les longueurs.

3. **a.** Les droites (AB) et (A'B') se coupent sur l'axe de symétrie (d).
   On dit que les trois droites sont concourantes.
   b.



   Dans ce cas particulier, (AB) et (d) sont parallèles. On remarque que la droite (A'B') est aussi parallèle aux droites (AB) et (d).

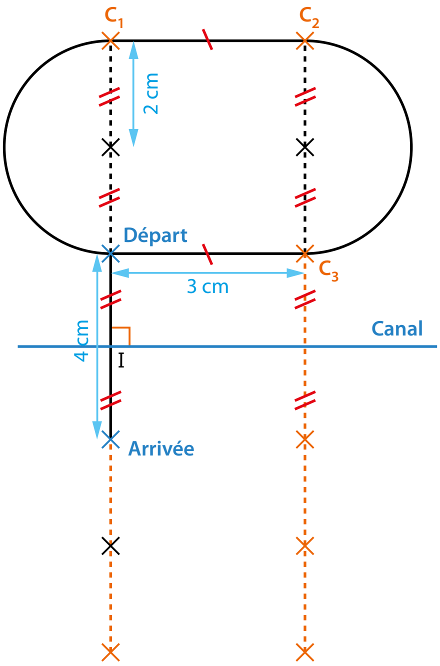
En prolongement de cette activité, on peut demander aux élèves de tracer deux droites (d_1) et (d) non parallèles sur une feuille blanche et de construire le symétrique de (d_1) par rapport à (d).
Dans un premier temps, les élèves cherchent seuls la méthode (5-10 min), puis quand ils ont trouvé, ils échangent avec leurs camarades pour essayer de trouver la méthode la « plus efficace ».
On pourra distinguer deux cas : les droites se coupent sur la feuille, les droites ne se coupent pas sur la feuille.
Puis on pourra demander à l'oral : « et si les deux droites sont parallèles ? »

La figure est imprimable.

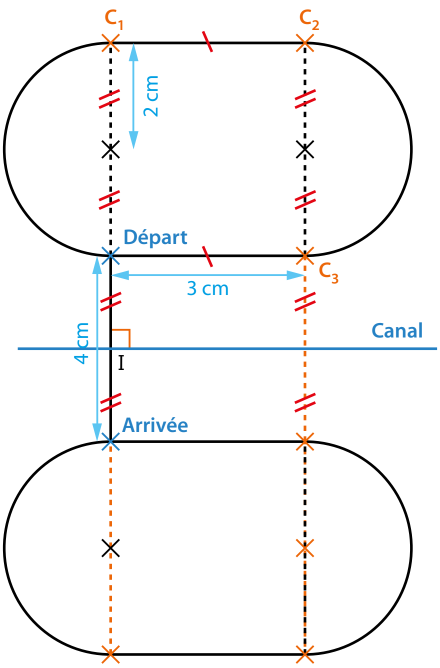
Intentions des auteurs

Objectif : Connaitre et utiliser les propriétés de la symétrie axiale : symétrique d'un cercle, d'un polygone, calcul de longueur.
Prérequis : Connaitre le lien entre symétrie axiale et médiatrice d'un segment, savoir construire le symétrique d'un point, connaitre la longueur d'un cercle et savoir calculer le périmètre d'une figure.
Capacité introduite : Connaitre et utiliser les propriétés de la symétrie axiale.

1. et **2.**



3.



Au moment de la construction, on pourra passer dans les rangs et demander aux élèves leurs méthodes de construction, ainsi que les propriétés du symétrique d'un cercle. On peut aussi leur demander si les symétriques de deux droites perpendiculaires sont bien perpendiculaires.

Bilan : Le symétrique d'un cercle est un cercle de même rayon.
Pour construire le symétrique d'un cercle, on commence par construire le symétrique de son centre puis, à partir de ce point, on trace un cercle de même rayon.
Les symétriques de deux droites perpendiculaires sont deux droites perpendiculaires.
Deux figures symétriques par rapport à une droite ont la même forme, la symétrie axiale conserve les longueurs (ce qui a déjà été vu), les angles, les périmètres et les aires.

4. Le pont sur le canal mesure 4 cm sur le plan et 100 m dans la réalité.
$100 \div 4 = 25$
Donc sur le plan, 1 cm correspond à 25 m dans la réalité.

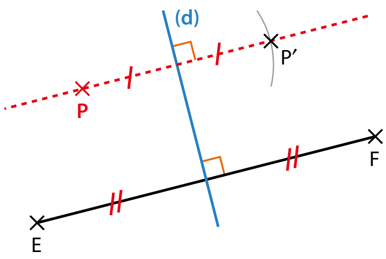
5. Périmètre de la première partie du parcours sur le plan :
$\mathcal{P} = 2 \times \mathcal{P}_{\text{demi-cercle}} + 2 \times C_1C_2 + DI$
$= 2 \times \pi \times 2 + 3 \times 2 + 2$
$\approx 12{,}56 + 6 + 2$
$\approx 20{,}56$ cm
La symétrie axiale conserve les longueurs donc la deuxième partie du parcours a exactement le même périmètre.
$\mathcal{P}_{\text{total}} = 20{,}56 \times 2 = 41{,}12$ cm
1 cm sur le plan correspond à 25 m dans la réalité :
$41{,}12 \times 25 = 1\,028 = 1{,}028$ km
Donc la longueur totale du parcours en mètres est 1,028 km, ce qui est inférieur à la longueur recommandée.

Certains élèves auront peut-être calculé le périmètre des deux parties de manière indépendante. On peut leur faire remarquer que ce travail est inutile car les deux parties sont symétriques par rapport au canal et que, par conséquent, elles ont le même périmètre.

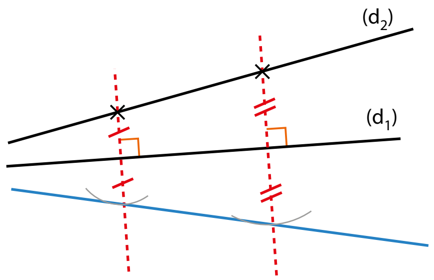
Savoir-faire

2 D et D′ sont symétriques.
C et C′ ne sont pas symétriques.
R et R′ ne sont pas symétriques.
T et T′ sont pas symétriques.

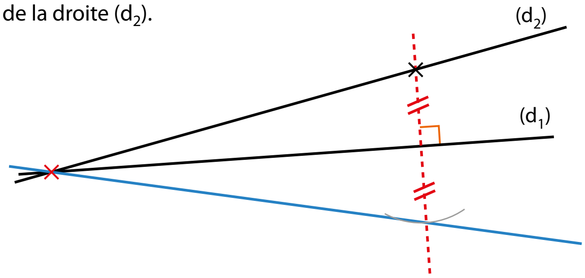
5



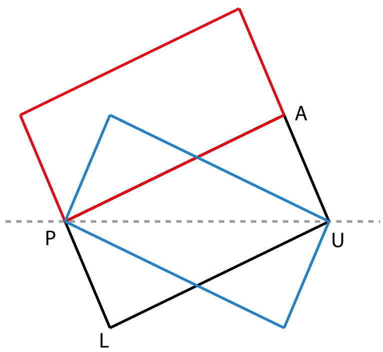
8



On peut aussi prolonger les deux droites jusqu'à ce qu'elles se coupent et construire seulement le symétrique d'un seul point de la droite (d_2).



9



Exercices

Reconnaitre deux figures symétriques par rapport à une droite

Questions flash

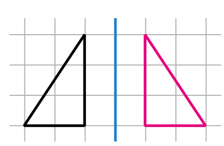
10 T_1 n'est pas le symétrique de T par rapport à (d_1) car il est plus petit que T.
T_2 n'est pas le symétrique de T par rapport à (d_2) car il n'est pas retourné.
T_3 n'est pas le symétrique de T par rapport à (d_3) car il est trop éloigné de l'axe de symétrie.

11 **a.** Droite rouge **b.** Droite rouge
c. Droite bleue **d.** Droite rouge

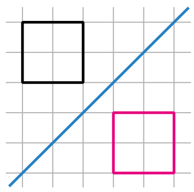
12 **a.** Non, car (d) devrait être verticale.
b. Non, le E n'a pas été retourné.
c. Oui.

13 Les quatre figures sont imprimables.
1 carreau : 0,5 cm × 0,5 cm

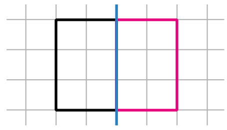
a.



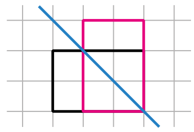
b.



c.



d.



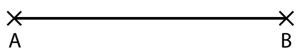
Construire le symétrique d'un point par rapport à une droite

Questions flash

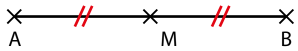
14 **a.** Non, car (d) n'est pas perpendiculaire au segment.
b. Oui, (d) passe par le milieu du segment et lui est perpendiculaire.
c. Non, car (d) ne passe pas par le milieu du segment.

15 **a.** A et A′ sont symétriques par rapport à (d).
B et B′ ne sont pas symétriques par rapport à (d), (BB′) n'est pas perpendiculaire à (d).
C et C′ ne sont pas symétriques par rapport à (d), (d) ne passe pas par le milieu de [CC′].
b. A et A′ ne sont pas symétriques par rapport à (d), (d) ne passe pas par le milieu de [AA′].
B et B′ sont symétriques par rapport à (d).
C et C′ ne sont pas symétriques par rapport à (d), (CC′) n'est pas perpendiculaire à (d).

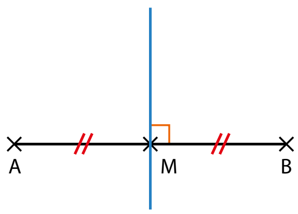
16



On construit un segment [AB] de longueur 3,6 cm.



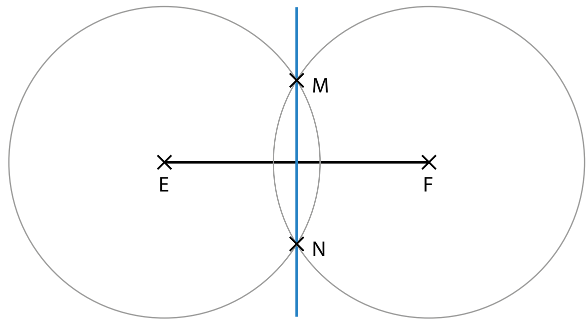
On place le point M milieu du segment [AB].



On termine en construisant la perpendiculaire à [AB] passant en M.

17 **a.** La droite (d) est la médiatrice du segment [AB].
b. M est sur la médiatrice de [AB] donc AM = MB.
c. A et B sont symétriques par rapport à la droite (d).

18

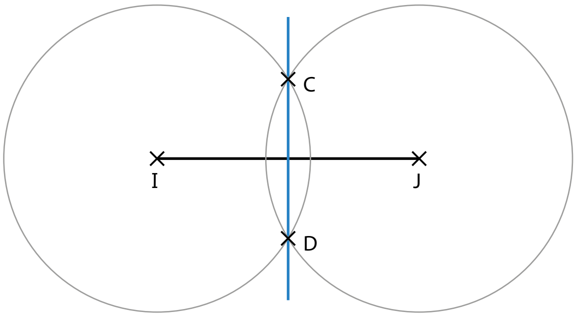


1. M appartient au cercle de centre E et de rayon 3 cm et au cercle de centre F et de rayon 3 cm.
Donc EM = 3 cm, FM = 3 cm et EM = FM.

2. De même, on montre que EN = FN.
3. EM = FM donc M est sur la médiatrice de [EF].
EN = FN donc N est sur la médiatrice de [EF].
On peut donc dire que la droite (MN) est la médiatrice de [EF].

Cet exercice est à faire en lien avec l'exercice suivant.

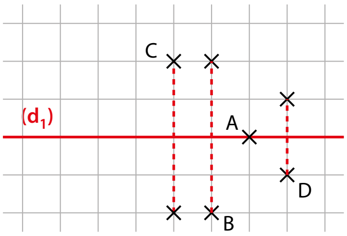
19

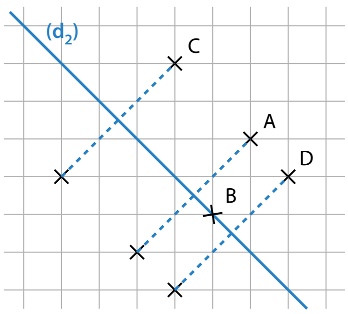


Les élèves devront prendre l'initiative de reproduire la méthode précédente pour construire la médiatrice du segment [IJ]. On pourra demander aux élèves si on peut prendre n'importe quelle valeur pour le rayon du cercle et étudier le cas où l'on doit faire des arcs de cercles du même côté du segment [IJ].

20

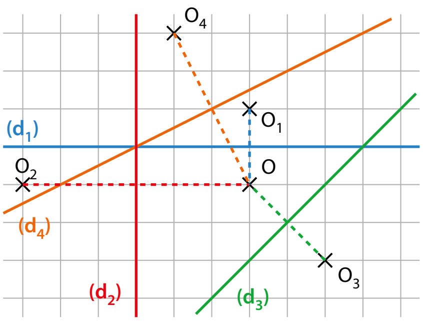
La figure est imprimable. 1 carreau : 0,5 cm × 0,5 cm
Reproduire la figure peut être un obstacle pour certains élèves. On pourra utiliser la version imprimable pour les élèves en difficulté ou fragiles.





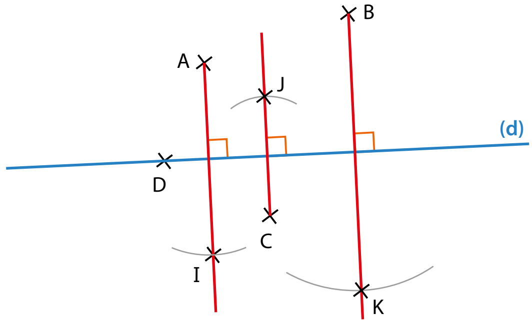
21

La figure est imprimable. 1 carreau : 0,5 cm × 0,5 cm
Faire une figure par droite pour que ce soit plus simple.
Reproduire la figure peut être un obstacle pour certains élèves. On pourra utiliser la version imprimable pour les élèves en difficulté ou fragiles.



22

La figure est imprimable.
Si certains élèves sont très à l'aise, on pourra aussi voir avec eux une méthode uniquement avec une règle et un compas.



Connaitre et utiliser les propriétés de la symétrie axiale

Questions flash

23 **a.** Non, car (d_1) et (d_2) sont parallèles entres elles mais pas avec l'axe se symétrie (Δ).
b. Oui. **c.** Oui.
d. Non, (d_1) plus proche de (Δ) que (d_2).

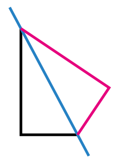
24 **a.** Les segments [AB] et **[EF]** sont symétriques par rapport à la droite (d). La symétrie axiale conserve les longueurs donc **EF = AB = 3 cm**.
b. ABC est un triangle rectangle en **B**.
La symétrie axiale conserve les angles donc EFG est **un triangle rectangle en E**.
c. Les angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{EFG}$ sont symétriques par rapport à la droite (d). La symétrie axiale conserve les angles donc $\widehat{EFG} = \widehat{BAC} = 60°$.

25

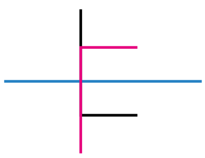
Les quatre figures sont imprimables.
Cet exercice est une approche intuitive du symétrique d'une figure par rapport à une droite.

a.

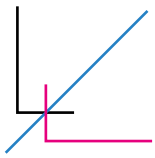
b.



c.



d.



26

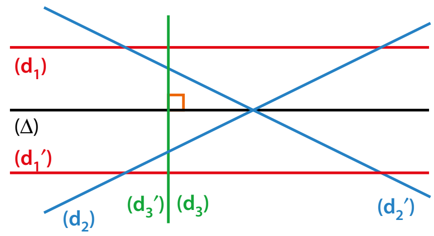
La figure est imprimable.

Les triangles ne peuvent pas être symétriques car deux segments qui semblent symétriques n'ont pas la même mesure.

27

La figure est imprimable.
Reproduire la figure peut être un obstacle pour certains élèves. On pourra utiliser la version imprimable pour les élèves en difficulté ou fragiles et leur demander de faire les constructions sur des figures séparées.

1.

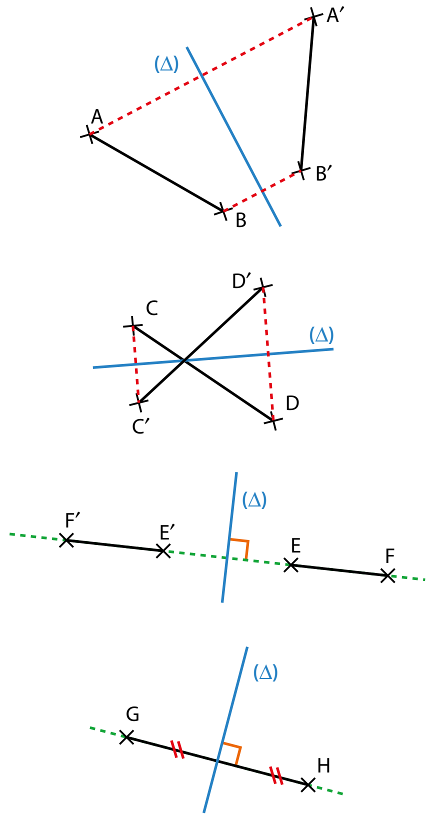


$(d_1) // (\Delta)$

On peut rappeler aux élèves que deux droites symétriques se coupent sur l'axe de symétrie.
On peut aussi insister sur le fait que le symétrique de la droite (d_3) est elle-même car elle est perpendiculaire à l'axe de symétrie.

2. (d_1) est parallèle à l'axe de symétrie (Δ) donc (d_1) est parallèle à son symétrique (d_1').
3. (d_3) est perpendiculaire à l'axe de symétrie (Δ) donc son symétrique (d_3') est confondu avec (d_3).

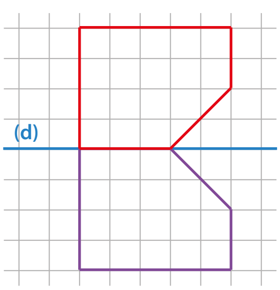
28 Les quatre figures sont imprimables.



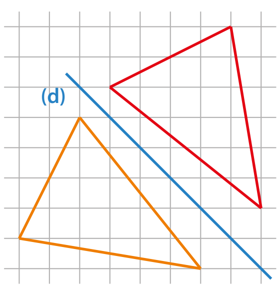
29 Victoria a tort car si la droite de départ est parallèle à l'axe de symétrie, les deux droites symétriques seront également parallèles entre elles.

30 Les quatre figures sont imprimables pour les élèves en difficulté. 1 carreau : 0,5 cm $\times$ 0,5 cm

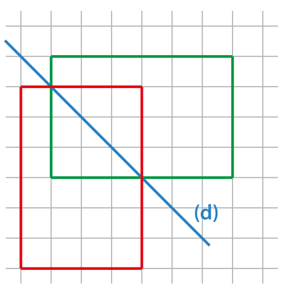
a.



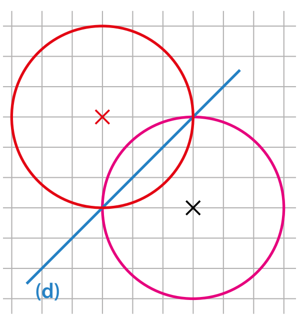
b.



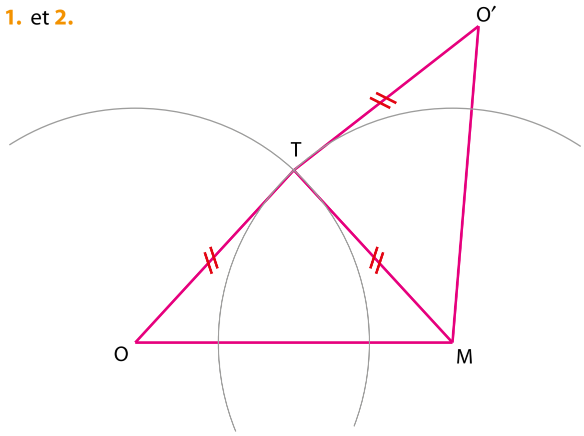
c.



d.



31 **1.** et **2.**



3. Les segments [OM] et [OM′] sont symétriques par rapport à la droite (TM).
Or la symétrie axiale conserve les longueurs donc OM = O′M.
Le triangle OMO′ est un triangle isocèle.

On pourra aussi leur faire remarquer que le triangle est rectangle en M, même si nous ne sommes pas en mesure de le démontrer en 6^{e}.

4. Les triangles TOM et TO′M sont symétriques par rapport à la droite (TM).
Or la symétrie centrale conserve les longueurs et les périmètres.
Donc $\mathscr{P}_{TO'M} = \mathscr{P}_{TOM} = (3{,}1 \times 2) + 4{,}2 = 6{,}2 + 4{,}2 = 10{,}4$ cm.

32 **1.** [ON] et [RN] sont les symétriques respectifs de [LB] et [NO].
Or la symétrie centrale conserve les longueurs.
Donc ON = LB = 3,1 cm et RN = NO = LE = 4,2 cm.
2. Les angles $\widehat{NRI}$ et $\widehat{RIO}$ sont les symétriques respectifs des angles $\widehat{LEU}$ et $\widehat{UEL}$.
Or la symétrie centrale conserve la mesure des angles.
Donc $\widehat{NRI} = \widehat{LEU} = 90°$ et $\widehat{RIO} = \widehat{UEL} = 75°$.
3. Les quadrilatères BLEU et NOIR sont symétriques par rapport à la droite (d).
Or la symétrie centrale conserve les longueurs et les périmètres.
Donc $\mathscr{P}_{NOIR} = \mathscr{P}_{BLEU} = 3{,}1 + 4{,}3 + (4{,}2 \times 2)$
$= 3{,}1 + 4{,}3 + 8{,}4 = 15{,}8$ cm
4. Les quadrilatères BLEU et NOIR sont symétriques par rapport à la droite (d).
Or la symétrie centrale conserve les aires.
Donc $\mathscr{A}_{NOIR} = \mathscr{A}_{BLEU}$.
5. Les triangles NRI et LEU sont symétriques par rapport à la droite (d).
Or la symétrie centrale conserve les aires.
Donc $\mathscr{A}_{NRI} = \mathscr{A}_{LEU} = (4{,}2 \times 4{,}2) \div 2 = 8{,}82$ cm^2.

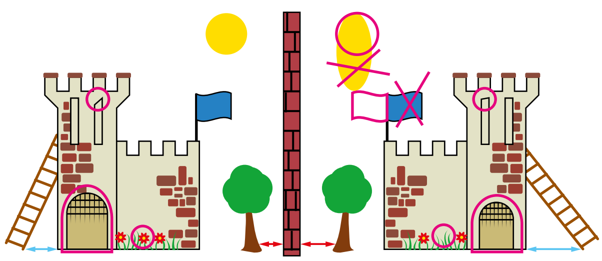
Faire le point

QCM

1 **1.** A **2** **2.** B **3.** C **3** **4.** A **5.** B **6.** C

Problèmes

33 **Le jeu des sept différences**



Les deux soleils n'ont par la même taille.
L'un des deux drapeaux est mal orienté.
Les deux arbres ne sont pas à la même distance du mur.
Il manque une fleur à droite.
L'écartement entre les échelles et les murs ne sont pas de même longueur.
Les deux portes n'ont pas la même taille.
Les deux fenêtres plus près du mur n'ont pas la même forme.

34 **Vasarely**

1. Le symétrique de la figure 3 par rapport à la droite (DK) est la figure 8.
2. Les figures 3 et 9 ne sont pas symétriques par rapport à la droite (AI).
3. Les figures 13 et 5 sont symétriques par rapport à la droite (GM).
   Les figures 11 et 14 sont symétriques par rapport à la droite (GQ).
4. Les figures 13 et 15 sont symétriques par rapport à la médiatrice de [IJ].
   Les figures 6 et 19 ne sont pas symétriques par rapport à une droite.

Pour convaincre les élèves sceptiques, on peut relier les sommets correspondants et voir qu'il n'existe pas de médiatrice commune aux quatre segments.

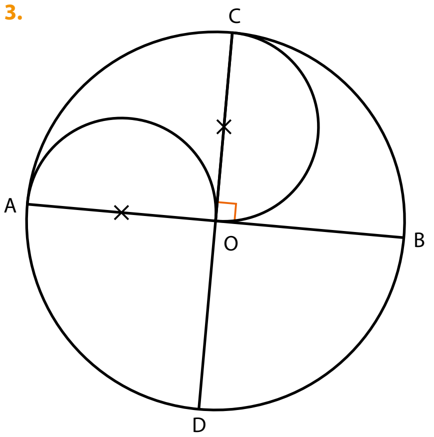
5. La figure 7 et la figure 12 sont symétriques par rapport à la droite (CL).

35 **À l'heure ?**

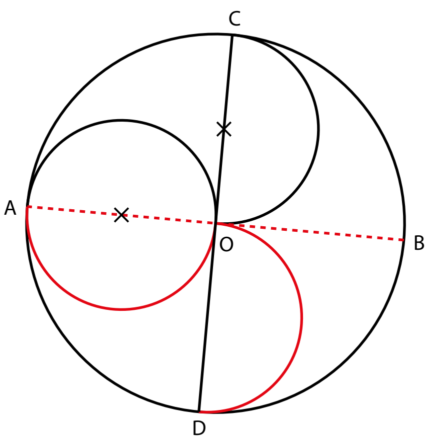
Le reflet de l'horloge est le symétrique de l'horloge réelle donc il est 17h05.
17 h 05 min + 2 h 17 min + 38 min = 20 h 00 min
Audrey arrivera donc à 20h00, elle sera juste à l'heure pour voir le début de sa série.

36 **Construction**

1., **2.** et **3.**

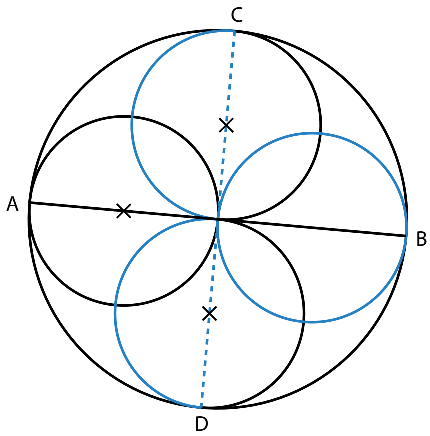


4.



On peut rappeler aux élèves la méthode pour construire le symétrique d'un cercle : commencer par construire le symétrique du centre, puis tracer un cercle ou un arc de cercle de même rayon.

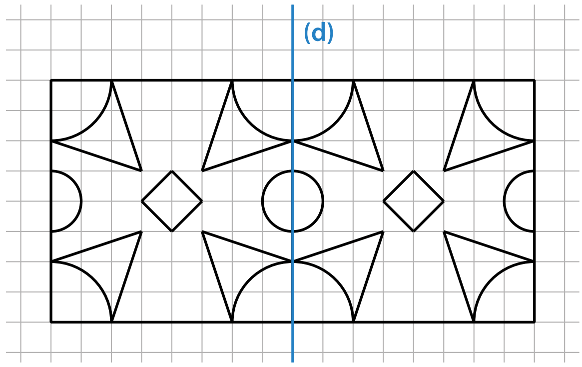
5.



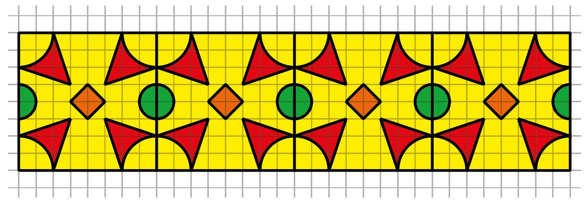
37 **La frise**

La figure est imprimable. 1 carreau : 0,5 cm × 0,5 cm

1.



2. et **3.**



Prolongement possible : Demander aux élèves de créer un nouveau motif puis le compléter.

38 **QCM**

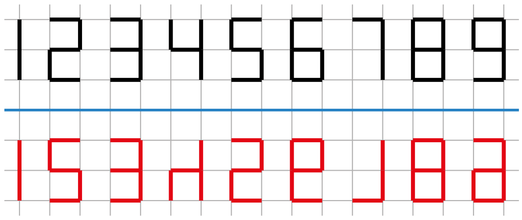
1. a. et **c.** **2. a.** et **b.**
3. b. et **c.** **4. a.** et **b.**

39 **Périmètre et aire**

Le segment [AD] est le symétrique du segment [HE] et HE = 2,4 × 2 = 4,8 cm.
Or la symétrie centrale conserve les longueurs.
Donc AD = 4,8 cm.
$\mathcal{P}_{\text{rouge}} = 5{,}9 \times 2 + 4{,}8 + 2 \times 4{,}2 \times \pi \approx 36{,}4$ cm
Les figures rouge et verte sont symétriques par rapport à la droite (IJ).
Or la symétrie axiale conserve les périmètres.
Donc $\mathcal{P}_{\text{vert}} = \mathcal{P}_{\text{rouge}} = 36{,}4$ cm.
$\mathcal{A}_{\text{rouge}} = 5{,}9 \times 4{,}8 + 4{,}8 \times 4{,}8 \times \pi \approx 101\ \text{cm}^2$.
Or la symétrie axiale conserve les aires.
Donc $\mathcal{A}_{\text{vert}} = \mathcal{A}_{\text{rouge}} \approx 101\ \text{cm}^2$.

40 Qui suis-je ?

Cet exercice permet de vérifier si les élèves ont une bonne image mentale du symétrique d'une figure par rapport à une droite.
Coup de pouce possible : Reproduire les neuf chiffres et construire leur symétrique par rapport à une droite horizontale, puis faire la liste de toutes les possibilités.



Le numérateur est un nombre pair, donc il se termine par 2 ou 8. Le dénominateur est impair, donc il se termine par 1, 3 ou 5. Parmi ces chiffres, seuls 2 et 5 forment un couple qui répond à la question.

La fraction que l'on cherche est de la forme : $\dfrac{\_2}{\_5}$

Voici toutes les possibilités :

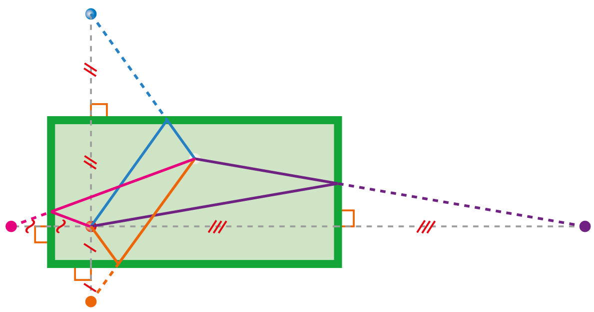
$\dfrac{12}{15} > 0,5$ $\dfrac{22}{52} < 0,5$ $\dfrac{32}{35} > 0,5$

$\dfrac{52}{25} > 0,5$ $\dfrac{82}{85} > 0,5$

Parmi ces fractions, la seule qui répond au problème est $\dfrac{22}{52}$.

41 Billard

La figure 2 est imprimable.

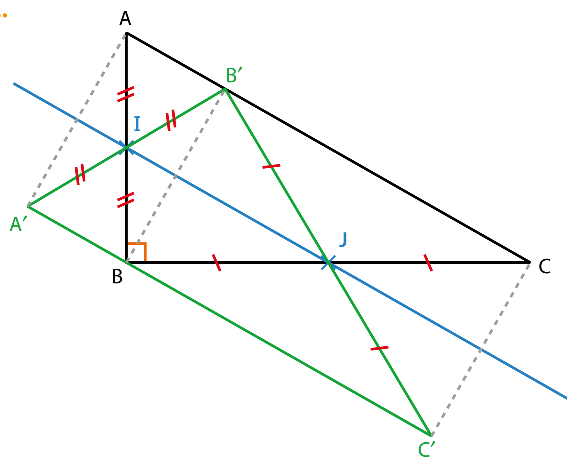


On commence par construire les symétriques de la boule par rapport à chaque bande du billard. Puis on trace le segment passant par la boule blanche et chacun des symétriques pour trouver les directions possibles.

42 La figure téléphonée

1. Construire un triangle ABC rectangle en B tel que AB = 4,8 cm et BC = 8,4 cm.
Placer le point I milieu de [AB] et le point J milieu de [BC].

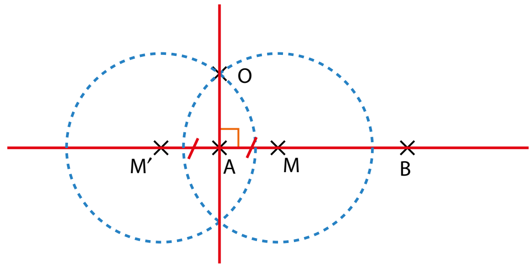
2.



43 Construction d'un carré

1. et 2. a.

2. b. et c.

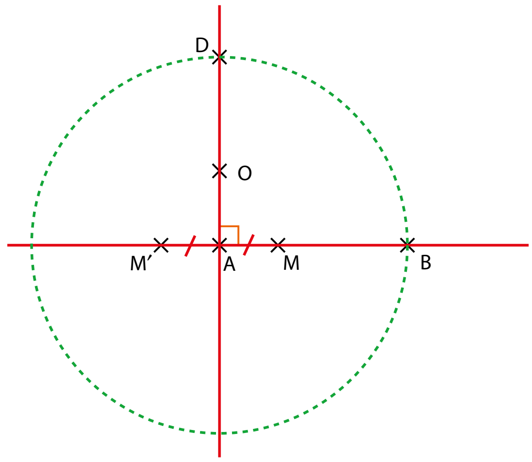


En 6e, il n'est pas attendu de démonstration formelle. On peut donc attendre plusieurs niveaux différents de rédaction du raisonnement.

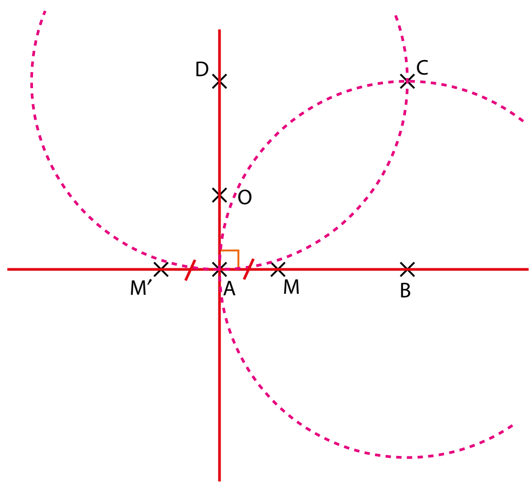
Niveau 1 :
OM = OM′ donc O est sur la médiatrice de [MM′].
A est le milieu de [MM′] donc A appartient à la médiatrice de [MM′], donc (OA) est la médiatrice de [MM′].
Niveau 2 :
Par construction, OM = OM′.
Or un point situé à la même distance des deux extrémités d'un segment appartient à la médiatrice de ce segment, donc O est sur la médiatrice de [MM′].
AM = AM′ et A, M et M′ sont alignés donc A est le milieu de [MM′]. La droite (OA) est donc la médiatrice du segment [MM′].

d. (OA) est la médiatrice de [MM′].
Or la médiatrice d'un segment est perpendiculaire à ce segment.
Les points A et B appartiennent à (MM′).
Donc (OA) est perpendiculaire à (AB).

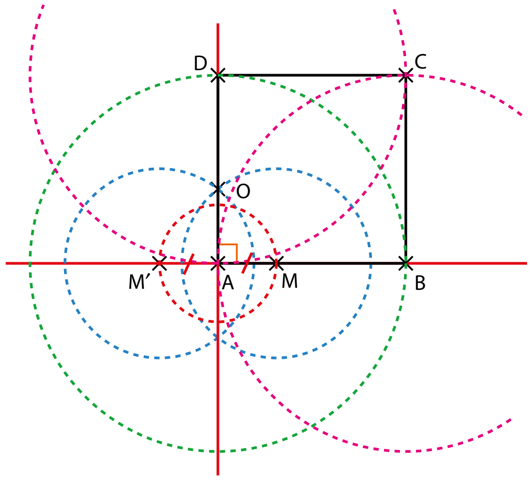
3.



4.



5.

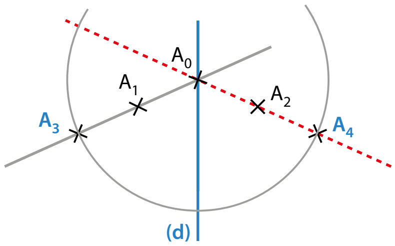


Par construction, AD = AB.
Le point C est sur le cercle de centre D et de rayon AB.
Donc DC = AB.
Le point C est sur le cercle de centre B et de rayon AD.
Donc BC = AD.
On a donc BC = AD = AB = DC.
ABCD a quatre côtés de même longueur.

44 Patrouille de France

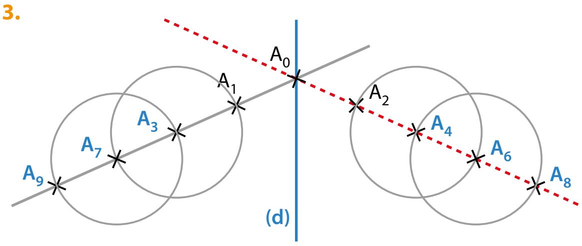
La figure est imprimable.

2.



Les points A_0, A_1 et A_3 sont alignés.
Les points A_2 et A_4 sont les symétriques respectifs de A_1 et A_3 par rapport à la droite (d) qui passe par A_0.
Or la symétrie axiale conserve les alignements donc les points A_0, A_2 et A_4 sont aussi alignés.
A_4 est donc sur la droite (A_0A_2).
De plus, $[A_0A_4]$ et $[A_0A_3]$ sont symétriques par rapport à (d).
Or la symétrie axiale conserve les longueurs.
Donc $A_0A_4 = A_0A_3$.
Avec le compas, on trace le cercle de centre A_0 et de rayon A_0A_3. Il coupe la demi-droite $[A_0A_2)$ en A_4.

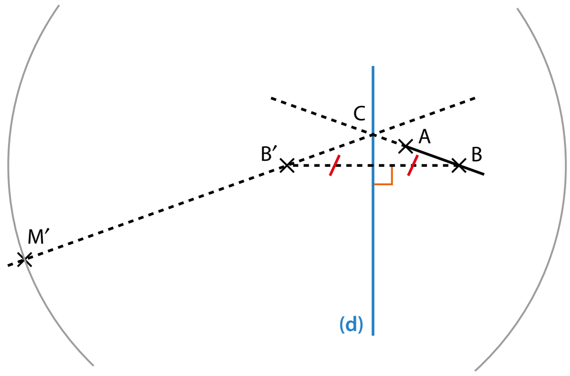
3.



45 Mal centré

Coup de pouce possible : La symétrie axiale conserve les alignements.

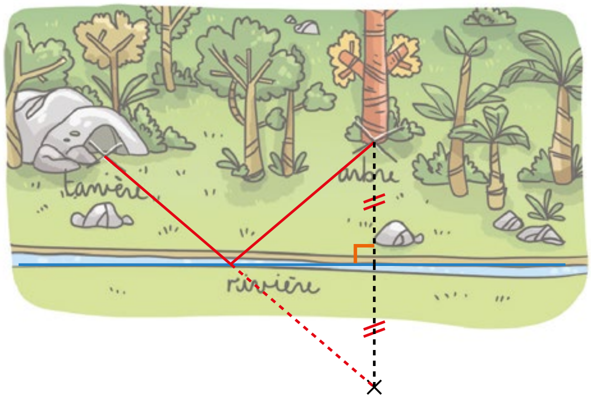
Oui, Ernestine pourra placer le point M′.
A, B et M sont alignés donc leurs symétriques le sont aussi.
De plus, si BM = 8 cm, alors B′M′ = 8 cm.
On commence par construire le symétrique du point B par rapport à (d).
On prolonge la droite (AB) et on note C son point d'intersection avec l'axe de symétrie.
Le point M se situera sur la droite (BC) à 8 cm du point B.



46 Le jaguar

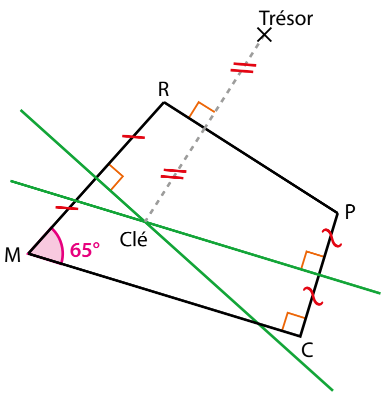
La figure est imprimable.
Coup de pouce possible : Demander aux élèves quel est le chemin le plus court entre deux points. Puis comme ici on ne peut pas aller en ligne droite de T à A, trouver un point qui permet de faire la même longueur que TA mais en ligne droite.

Le chemin le plus court est la ligne droite.
Gaspard doit passer par la rivière avant de monter dans son arbre.
Pour optimiser la distance TA en passant par la rivière, il suffit d'optimiser la distance TA′ où A′ est le symétrique de A par rapport à la rivière.



47 Chasse au trésor

La carte est imprimable. 1 pas = 1 cm



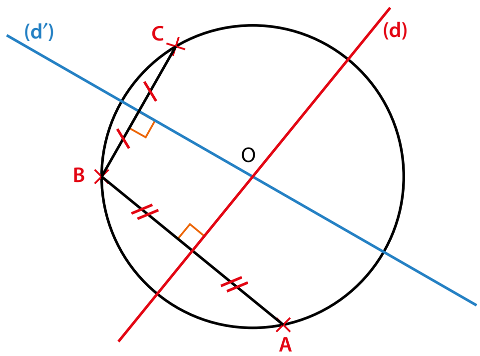
Coup de pouce possible pour placer la clé : Où tous les points équidistants de M et de R se situent-ils ?

La clé est équidistante du rocher et du mélèze donc elle est sur la médiatrice du segment [MR].
La clé est équidistante de la cabane et du puits donc elle est sur la médiatrice du segment [CP].
Puis on place le trésor en construisant le symétrique de la clé par rapport à [RP].
MT = 11,3 cm (si l'échelle est 1 pas pour 1 cm) et CT = 10,7 cm.
Le trésor est plus proche de la cabane.

Prolongement possible : Comment savoir si le trésor est plus proche de la cabane ou du mélèze sans comparer les longueurs (en mesurant ou avec un compas) ?
On pourra faire remarquer aux élèves que si l'on trace la médiatrice de [MC], on partage le plan en trois parties :
– le lieu où les points sont équidistants de M et de C ;
– le lieu où les points sont plus près de C (à droite de la médiatrice) ;
– le lieu où les points sont plus près de M (à gauche de la médiatrice).

48 Centre d'un cercle

La figure est imprimable.



Coups de pouce possibles : Demander aux élèves :
– ce qu'ils peuvent dire du centre du cercle ;
– où se trouvent tous les points équidistants de deux points.

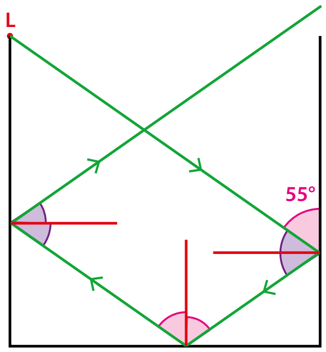
On construit la droite (d) médiatrice du segment [AB] et la droite (d') médiatrice du segment [BC]. On appelle O leur point d'intersection.
O est sur la médiatrice de [AB] donc $AO = OB$.
O est sur la médiatrice de [BC] donc $BO = OC$.
Donc $AO = BO = CO$ et A, B et C sont sur le cercle de centre O et de rayon OA.

Prolongement possible : Le point O est-il sur la médiatrice de [CB] ?

49 Réflexion d'un rayon lumineux

Coups de pouce possibles :
– Faire un schéma ;
– Essayer avec un angle d'incidence quelconque.

Il faut commencer par choisir une échelle ; plus la figure est grande, plus elle sera précise.
On peut prendre 1 cm sur le schéma pour 5 cm dans la réalité.
L'angle d'incidence mesure 35°, donc le rayon lumineux fait un angle de $90 - 35 = 55°$ avec le miroir face au rayon laser.
Il faut placer le rapporteur sur le miroir 1 et le faire bouger jusqu'à ce que l'angle formé avec le point L mesure 55°.
Puis tracer la normale et l'angle symétrique, et ainsi de suite.



Le rayon laser ne touchera pas à nouveau le premier miroir.

Prolongement possible : À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, trouver la valeur de l'angle à partir de laquelle le rayon touchera à nouveau le premier miroir.

Travailler autrement

50 Analyse d'une figure géométrique

Cet exercice permet de travailler l'analyse d'une figure géométrique et de traiter l'information utile pour montrer une propriété de la figure.

Questions ceinture jaune

1. La droite (BC) est perpendiculaire au segment [AA'] et passe par son milieu donc (BC) est la médiatrice du segment [AA'].

2. (BC) est la médiatrice du segment [AA'] donc B et C sont équidistants des points A et A'.

3. Les angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{BA'C}$ sont symétriques par rapport à la droite (BC).
Or la symétrie axiale conserve la mesure des angles.
Donc $\widehat{BA'C} = \widehat{BAC} = 50°$.

4. Les segments [AB] et [A'B] sont symétriques par rapport à la droite (BC).
Or la symétrie axiale conserve les longueurs.
Donc $A'B = AB = 3$ cm.

Questions ceinture verte

1. La droite (BC) est perpendiculaire au segment [AA'] et passe par son milieu donc (BC) est la médiatrice du segment [AA'] et A et A' sont symétriques par rapport à (BC).

2. Le triangle BAC et le triangle BA'C sont symétriques par rapport à la droite (BC).
Le triangle BAC est un triangle isocèle en A.
Or le symétrique d'une figure est une figure de même nature.
Donc BAC est un triangle isocèle en A'.

3. Les points B et B' sont symétriques par rapport à la droite (AC), donc les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{AB'C}$ sont symétriques par rapport à la droite (AC).
Or la symétrie axiale conserve la mesure des angles.
Donc $\widehat{CAB'} = \widehat{CAB} = 50°$.

Questions ceinture noire

1. La droite (BC) est perpendiculaire à [AA'] et passe par son milieu donc (BC) est la médiatrice du segment [AA'] et A et A' sont symétriques par rapport à (BC).
Donc les segments [AB] et [A'B] sont symétriques par rapport à (BC) et les segments [AC] et [A'C] sont symétriques par rapport à (BC).
Or la symétrie axiale conserve les longueurs donc $AB = A'B$ et $AC = A'C$.
Comme $AC = AB$, on a $A'B = AB = AC = A'C$.
ABA'C est un quadrilatère qui a quatre côtés de même longueur donc ABA'C est un losange.

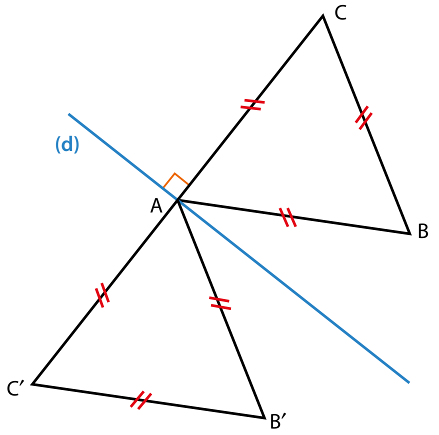
2. Les points B et B' sont symétriques par rapport à la droite (AC) donc les angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{B'AC}$ sont de même mesure.
Donc $\widehat{BAB'} = 2 \times 50° = 100° \neq 90°$.
Donc (BA) et (B'A) ne sont pas perpendiculaires.

3. Les points B et B' sont symétriques par rapport à la droite (AC) donc les segments [AB] et [AB'] sont symétriques par rapport à la droite (AC).
Or la symétrie axiale conserve les longueurs donc $AB = AB'$.
Comme $BC = AB$, on a $AB' = BA = AC$.
Donc B'AC est un triangle isocèle en A.

51 Écriture d’énoncé

Cet exercice permet de travailler l’expression écrite, en utilisant la langue française et le langage mathématique adapté à travers la rédaction de programmes de constructions.

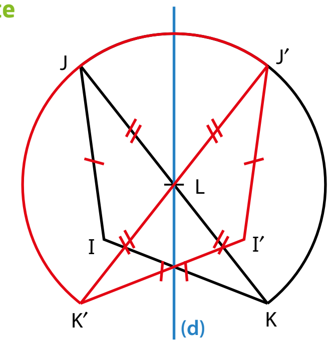
Questions ceinture jaune



Construire un triangle ABC équilatéral.
Construire la droite (d) perpendiculaire à (AC) passant par A.
Construire le symétrique du triangle ABC par rapport à la droite (d).

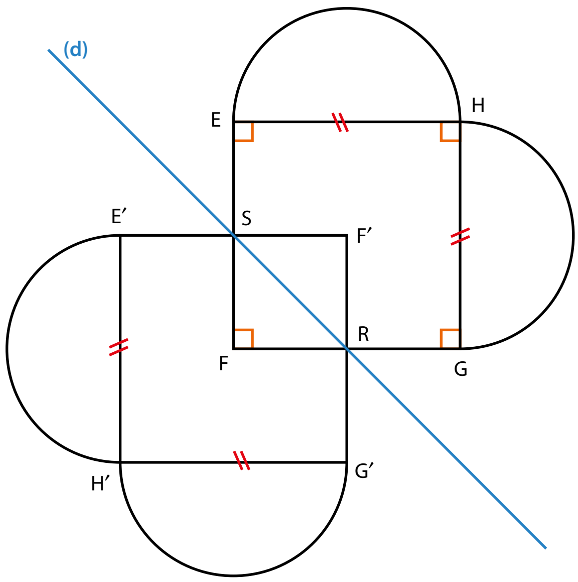
Questions ceinture verte

Construire un triangle IJK isocèle en I.
Placer le point L milieu de [JK].
À l’extérieur du triangle, tracer le demi-cercle de centre L et de rayon [LK] (ou bien à l’extérieur du triangle, tracer le demi-cercle de diamètre [JK]).
Placer le point O milieu de [IK].



Construire le symétrique de la figure par rapport à la droite (OL).

Questions ceinture noire



Construire un carré EFGH.
À l’extérieur du carré, construire le demi-cercle de diamètre [EH] puis le demi-cercle de diamètre [HG].
Placer le point S milieu du segment [EF] et le point R, milieu du segment [FG].
Construire le symétrique de la figure par rapport à (SR).

52 Résolution de problème

Cet exercice permet de travailler :
– la compréhension de la lecture de documents (texte, schéma, pictogrammes) et de trier les informations utiles ;
– la prise d’initiative dans une démarche de résolution de problème (décomposition en sous problèmes) ;
– la faculté à rendre compte de sa démarche.

Questions ceinture jaune

1. Un pot de peinture coute 39,90 €.
2. hauteur = 120 + 10 = 130 cm = 1,3 m
3. On sait que les deux parties de la rampe sont symétriques par rapport à la droite (d).
   La symétrie axiale conserve les longueurs.
   Donc la longueur totale = (220 + 200) × 2 = 420 × 2
   = 840 cm = 8,4 m
4. Pour déterminer le nombre de pots de peinture, il faut connaitre l’aire de la face avant de la rampe.
   La symétrie axiale conserve les aires.
   10 cm = 0,1 m ; 220 cm = 2,2 m et 200 cm = 2 m
   Donc $\mathcal{A}_{\text{face avant}} = [11 + 0{,}1 \times (2{,}2 + 2)] \times 2$
   $= (11 + 0{,}1 \times 4{,}2) \times 2$
   $= (11 + 0{,}42) \times 2$
   $= 11{,}42 \times 2 = 22{,}84\ \text{m}^2$
   Baptiste doit passer deux couches de peinture.
   $\mathcal{A}_{\text{totale}} = 22{,}84 \times 2 = 45{,}68\ \text{m}^2$
   Avec un pot de peinture, Baptiste peut couvrir 20 m^2.
   45,68 ÷ 20 = 2,284 Il faudra trois pots de peinture pour peindre la face avant de la rampe.
5. 3 × 39,90 = 119,70
   Baptiste devra payer 119,70 € pour la peinture.

Questions ceinture verte

1. Il faut attendre six heures entre deux couches de peinture donc, si baptiste commence à 13h00 :
   13 h + 1 h 45 min + 6 h = 20 h 45 min.
   Non, Baptiste n’aura pas fini la deuxième couche avant 20h00, il terminera à 20h45.
2. On sait que les deux parties de la rampe sont symétriques par rapport à la droite (d).
   La symétrie axiale conserve les longueurs.
   Donc la longueur totale = (220 + 200) × 2
   = 420 × 2 = 840 cm = 8,4 m
   Le jardin mesure 11,20 m de large. Or 8,4 < 11,2.
   Donc Baptiste pourra placer la rampe au fond de son jardin.
3. Pour déterminer le prix total pour la peinture, il faut déterminer le nombre de pots nécessaires et donc, avant cela, l’aire totale des faces à peindre.
   La symétrie axiale conserve les aires.
   10 cm = 0,1 m ; 220 cm = 2,2 m et 200 cm = 2 m
   Donc $\mathcal{A}_{\text{totale}} = \mathcal{A}_{\text{face avant}} \times 2$
   $= [11 + 0{,}1 \times (2{,}2 + 2)] \times 2 \times 2$
   $= (11 + 0{,}1 \times 4{,}2) \times 4$
   $= (11 + 0{,}42) \times 4$
   $= 11{,}42 \times 4 = 45{,}68\ \text{m}^2$
   Baptiste doit passer deux couches de peinture.
   $\mathcal{A}_{\text{totale}} = 45{,}68 \times 2 = 91{,}36\ \text{m}^2$
   Avec un pot de peinture, Baptiste peut couvrir 20 m^2.
   91,36 ÷ 20 = 4,568 Il faudra cinq pots de peintures pour peindre les deux faces de la rampe.
   Un pot de peinture coute 39,90 € et Baptiste a un bon d’achat de 25 € : 5 × 39,90 – 25 = 199,5 – 25 = 174,5
   Baptiste devra payer 174,5 € pour la peinture.

Questions ceinture noire

1. On sait que les deux parties de la rampe sont symétriques par rapport à la droite (d).
   La symétrie axiale conserve les longueurs.
   Donc la longueur totale = (220 + 200) × 2
   = 420 × 2 = 840 cm = 8,4 m
   Baptiste doit laisser 1,2 m entre la rampe et les limites de son jardin : 8,4 + 1,2 × 2 = 8,4 + 2,4 = 10,8
   Le jardin mesure 11,20 m de large. Or 10,8 < 11,2.
   Donc Baptiste pourra placer la rampe au fond de son jardin.
2. Pour déterminer le prix total pour la peinture, il faut déterminer le nombre de pots nécessaires et donc, avant cela, l’aire totale des faces à peindre.

La symétrie axiale conserve les aires.

10 cm = 0,1 m ; 220 cm = 2,2 m et 200 cm = 2 m

Donc $\mathcal{A}_{\text{totale}} = \mathcal{A}_{\text{face avant}} \times 2$

$= [11 + 0,1 \times (2,2 + 2)] \times 2 \times 2$

$= (11 + 0,1 \times 4,2) \times 4$

$= (11 + 0,42) \times 4$

$= 11,42 \times 4 = 45,68 \text{ m}^2$

Baptiste doit passer deux couches de peinture.

$\mathcal{A}_{\text{totale}} = 45,68 \times 2 = 91,36 \text{ m}^2$

Avec un pot de peinture Baptiste peut couvrir 20 m^2.

$91,36 \div 20 = 4,568$ Il faudra cinq pots de peintures pour peindre les deux faces de la rampe.

Pour l'achat de la peinture, il a plusieurs choix :

- 5 pots à 39,90 € : $5 \times 39,9 = 199,5$ €
- 1 lot de 3 pots à 95,90 € plus 2 pots à 39,90 € : $95,9 + 39,9 \times 2 = 95,9 + 79,8 = 175,7$ €
- 2 lot de 3 pots : $95,90 \times 2 = 191,8$ €

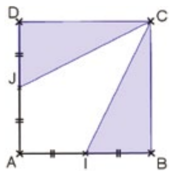
La solution la plus économique est :

1 lot de 3 pots plus deux pots à l'unité à 175,7 €.

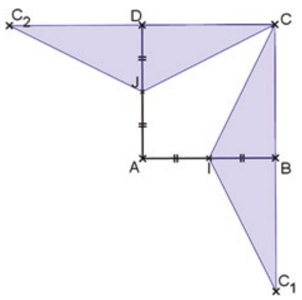
Outils numériques et algorithmique

53 Belle figure

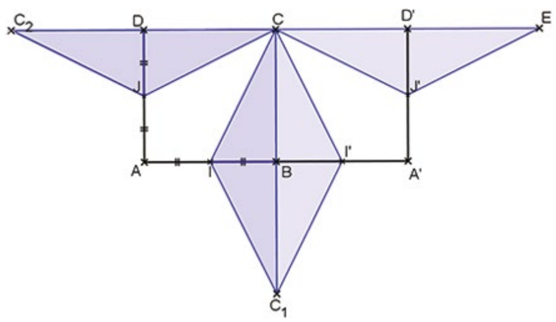
1. , **2.** et **3.**

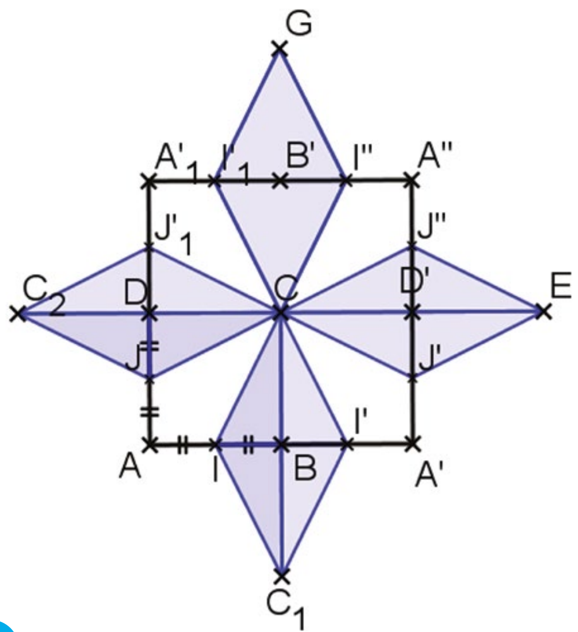


4.

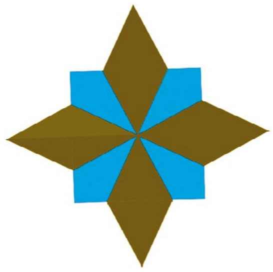


5.

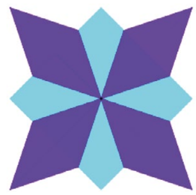




6.

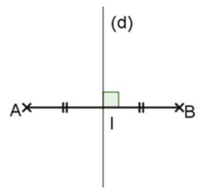


ou



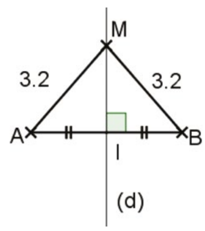
54 Médiatrice

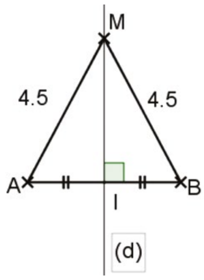
1. et **2.**

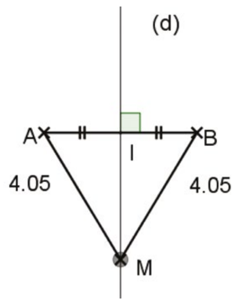


3. (d) est la médiatrice du segment [AB].

4. a. et **b.**

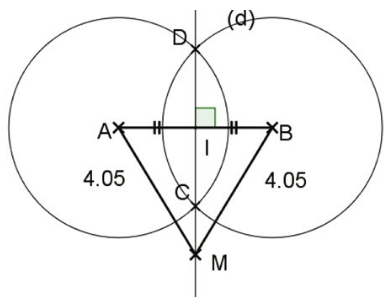






Le point M est équidistant des points A et B.

5. a. et **b.**

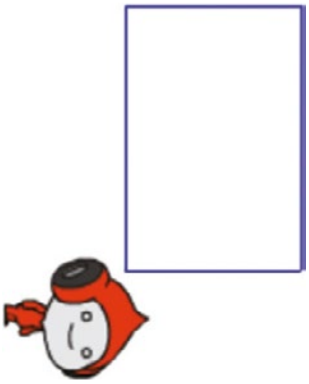


Les points C et D sont sur la médiatrice (d) de [AB].

c. Les points C et D sont sur le cercle de centre A et de rayon 3 cm donc AC = AD = 3 cm.
De même, les points C et D sont sur le cercle de centre B et de rayon 3 cm donc BC = BD = 3 m.
Donc les points C et D sont équidistants des extrémités A et B du segment [AB].
Or si un point est équidistant des deux extrémités d'un segment, alors ce point est sur la médiatrice de ce segment, donc C et D sont sur la médiatrice de [AB].

55 Le robot dessinateur

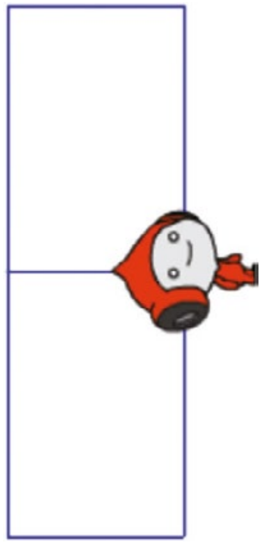
1.



Robbie a dessiné un rectangle de dimensions 80 pixels sur 120 pixels.

2. En prenant 1 mm pour une unité de longueur, le rectangle doit mesurer 80 mm = 8 cm de large sur 120 mm = 12 cm de long.

3.



4. La symétrie axiale conserve les aires donc l'aire de la figure est le double de l'aire du rectangle initial :
$2 \times 8 \times 12 = 16 \times 12 = 192$
L'aire de la figure est 192 cm^2.

CHAPITRE 14 Axes de symétrie d'une figure

Introduction

Ce chapitre s'inscrit dans le thème « Espace et géométrie ».

Connaissances associées :
– Connaitre les axes de symétrie d'une figure ;
– Compléter une figure par symétrie axiale ;
– Décrire les triangles particuliers, cas d'égalité d'angles ;
– Décrire les quadrilatères particuliers, propriétés des diagonales.

Repères de progressivité :
La symétrie est abordée très tôt dans la scolarité des élèves, dès le cycle 2. À partir du CM2, on amène les élèves à dépasser la dimension perceptive et instrumentée pour raisonner progressivement à l'aide de propriétés. Il s'agit de conduire des raisonnements simples, sans formalisme, utilisant les propriétés de la symétrie axiale.
Pour compléter des figures planes par symétrie axiale, différentes procédures seront abordées. Elles évoluent et s'enrichissent tout au long du cycle : on passe du papier quadrillé à la feuille blanche, de l'équerre au compas, on utilise les propriétés de la symétrie pour se dégager du « point par point ». L'utilisation de l'outil informatique amène un nouveau point de vue dans ces constructions.

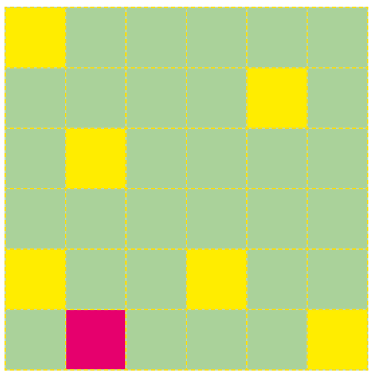
Lien avec les domaines du socle :
La construction de figures géométriques codées pour modéliser une situation concrète, la découverte et l'utilisation des propriétés de la symétrie axiale contribuent à l'acquisition du langage mathématique pour penser et communiquer (domaine 1).

Observer une figure, formuler des hypothèses puis utiliser les propriétés de la symétrie axiale pour raisonner amènent l'élève à entrer dans une démarche scientifique qui contribue à l'étude des systèmes naturels et techniques (domaine 4).
L'utilisation de l'outil informatique pour découvrir les effets de la symétrie axiale sur une figure, puis pour créer des projets artistiques (belles figures, pavages, frises) contribue à l'acquisition de méthodes et outils pour apprendre (domaine 2) et à l'étude du monde et de l'activité humaine (domaine 5).

Objectifs du chapitre :
Ce chapitre est dans la continuité du chapitre précédent. Il a deux objectifs bien définis :
– Réinvestir et formaliser la notion d'axe de symétrie d'une figure afin d'analyser des figures et de les compléter par symétrie axiale ;
– Utiliser cette notion d'axe de symétrie pour définir de nouveaux objets mathématiques (approche de la bissectrice d'un angle par exemple), et pour découvrir et justifier de nouvelles propriétés des triangles et quadrilatères particuliers.

Prérequis pour aborder ce chapitre :
– Connaitre la définition de deux figures symétriques par rapport à une droite ;
– Connaitre la définition de la médiatrice d'un segment ;
– Savoir tracer et mesurer un angle ;
– Reconnaitre les triangles particuliers ;
– Reconnaitre les quadrilatères particuliers.

Jeux



Activités

Questions flash

1. La droite (d) n'est pas la médiatrice de [AB] car elle ne passe pas par son milieu.
La droite (d) est bien la médiatrice de [AB] car elle passe par le milieu de [AB] et elle est perpendiculaire à [AB].
La droite (d) n'est pas la médiatrice de [AB] car elle n'est pas perpendiculaire à [AB].

2. ABCD est un quadrilatère.
a. Les côtés sont les segments [AB], [BC], [CD] et [DA].
b. Les sommets sont les points A, B, C et D.
c. Les diagonales sont les segments [AC] et [BC].
d. [AB] et [CD] sont deux côtés opposés. Il y a aussi [BC] et [AD].
e. Les angles $\widehat{CBA}$ et $\widehat{CDA}$ sont opposés, tout comme les angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{BCD}$.

3. ① C'est un triangle équilatéral car il a trois côtés de même longueur.
② C'est un losange car il a quatre côtés de même longueur.
③ C'est un triangle isocèle rectangle car il a un angle droit et deux côtés de même longueur.
④ C'est un rectangle car il a quatre angles droits.
⑤ C'est un triangle isocèle car il a deux côtés de même longueur.
⑥ C'est un carré car il a quatre côtés de même longueur et quatre angles droits.

Images

Activité 1

Intentions des auteurs

Objectif : Réactiver la notion d'axe de symétrie d'une figure déjà largement étudiée en CM1 et CM2. C'est l'occasion de reformuler la définition de l'axe de symétrie d'une figure.
Capacité introduite : Reconnaitre et construire des axes de symétrie mais on s'arrête ici à la définition de l'axe de symétrie.

On regroupe les images 1, 2, 3 et 5 : les images 1, 2 et 3 ont chacune un axe de symétrie, horizontal ou vertical ; l'image 5 a six axes de symétrie.
Les images 4 et 6 n'ont pas d'axe de symétrie.

Une fois le classement réalisé, on peut demander aux élèves de donner une définition de l'axe de symétrie d'une figure : « on dit qu'une droite est un axe de symétrie d'une figure si le symétrique de cette figure par rapport à cette droite est la figure elle-même. » Certains diront : « une droite est un axe de symétrie de la figure si les deux parties de la figure se superposent lorsque l'on plie le long de cette droite. ». On peut alors leur demander de reformuler leur pensée en utilisant le mot « symétrique ».

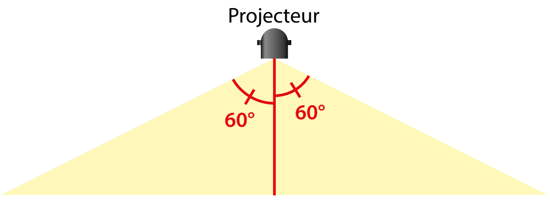
Jeu de lumières

Activité 2

Intentions des auteurs

Objectif : Découvrir l'axe de symétrie d'un angle et les axes de symétrie d'un segment.
Prérequis : Construire et mesurer un angle, connaitre la notion de médiatrice d'un segment.
Dans cette activité, l'axe de symétrie d'un angle est découvert par pliage. Pour le segment, les élèves utiliseront la méthode de leur choix.
Capacité introduite : Reconnaitre et construire des axes de symétrie, plus précisément reconnaitre et construire les axes de symétrie d'un angle et d'un segment.

1.



2.

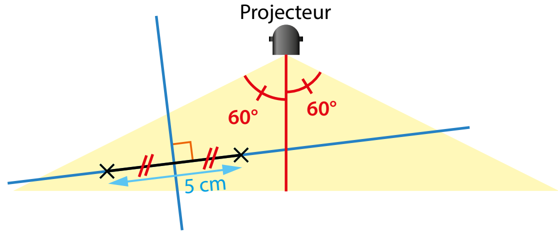
Dans cette question, les élèves vont naturellement plier et couper l'espace en deux parties qui se superposent. Il faudra alors leur demander de préciser ce que représente la droite formée par la « pliure », et de comparer les deux parties formées.

Bilan : Pour partager l'espace, on a plié l'angle en deux parties qui se superposent.
La droite dessinée par cette pliure est donc l'axe de symétrie de l'angle, elle le partage en deux angles de même mesure.

On peut signaler que cette droite est appelée la bissectrice de l'angle, même si la connaissance de ce terme n'est pas un exigible du programme.

La mesure de chaque nouvel angle est donc égale à 120° ÷ 2 = 60°.

3.



4. Les deux axes de symétrie du segment sont sa médiatrice et la droite portée par le segment.

Pour répondre, les élèves peuvent aussi plier leur représentation, certains trouveront rapidement et naturellement la médiatrice, mais ils risquent de s'arrêter là. On pourra alors leur demander s'il n'y en a pas d'autres.

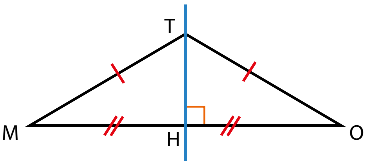
Pliages

Activité 3

Intentions des auteurs

Objectifs : Découvrir les axes de symétrie des triangles particuliers et en déduire des égalités d'angles.
Capacité introduite : Connaitre les axes de symétrie des triangles particuliers.

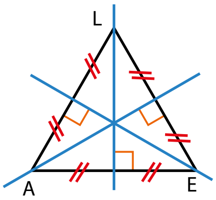
1. a.



c. Il y a une seule façon de plier le triangle TOM en deux parties qui se superposent. TOM a un axe de symétrie : la médiatrice de la base ou la bissectrice de l'angle principal.

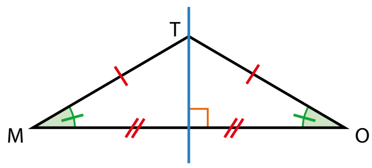
On peut préciser le vocabulaire : sommet (ou angle) principal, base…

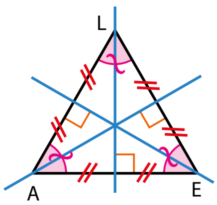
2. a.



c. On peut plier le triangle LEA de trois façons différentes. LEA a trois axes de symétrie : les médiatrices de chacun de ses côtés.

3. a.





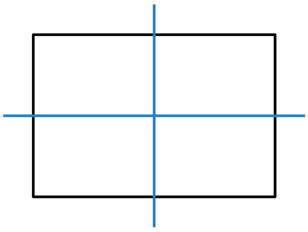
b. Une fois que tous les codages ont bien été identifiés, on pourra, dans le cas du triangle isocèle, rédiger un raisonnement pour l'égalité des angles $\widehat{TOM}$ et $\widehat{TMO}$.
(TH) est un axe de symétrie de la figure.
Or deux angles symétriques par rapport à la même droite ont la même mesure donc $\widehat{TOM} = \widehat{TMO}$.
Puis expliquer oralement qu'on montre de la même façon que les trois angles d'un triangle équilatéral ont la même mesure.

Le losange et le carré sont imprimables, ainsi que d'autres origamis sur la base d'un losange et d'un rectangle.

Intentions des auteurs

Objectif : Découvrir les axes de symétrie des quadrilatères particuliers et les propriétés qui en découlent.
Certains élèves connaissent déjà les axes de symétrie du rectangle, du losange et du carré mais c'est le moment de les nommer de manière rigoureuse, pas seulement de les dénombrer.
Capacité introduite : Connaitre les axes de symétrie des quadrilatères particuliers.

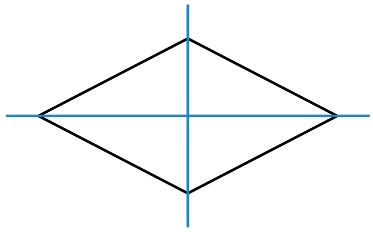
1.



Il y a deux façon de plier la feuille rectangulaire. Un rectangle a deux axes de symétrie : les médiatrices de ses côtés.

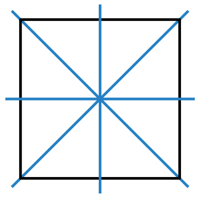
Le fait de plier permet aussi de bien montrer aux élèves que les diagonales du rectangle ne sont pas des axes de symétrie, ce qui n'est pas évident pour tous les élèves.

2.



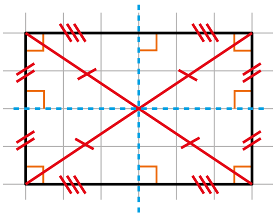
Il y a deux façons de plier le losange. Un losange a deux axes de symétrie : ses diagonales.

3.

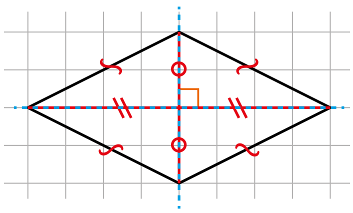


Il y a quatre façons de plier le carré. Le carré a quatres axes de symétrie : ses diagonales et les médiatrices de ses côtés.

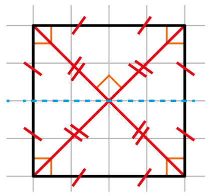
5. a. et **b.**



Les diagonales du rectangle se coupent en leur milieu et ont la même longueur.



Les diagonales du losange se coupent en leur milieu et sont perpendiculaires.

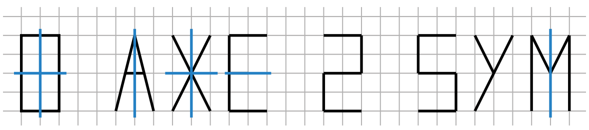


Les diagonales du carré se coupent en leur milieu, ont la même longueur et sont perpendiculaires.

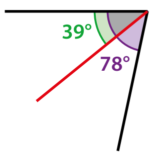
La rédaction d'un raisonnement pour toutes ces propriétés peut être fastidieuse en 6e mais on peut cependant justifier chacune de ces propriétés à l'oral.

Savoir-faire

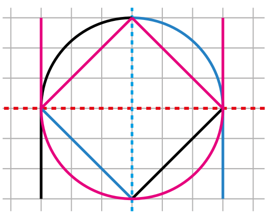
2



4



6



8 EFG est un triangle équilatéral.
Or les trois angles d'un triangle équilatéral ont la même mesure.
Donc $\widehat{EFG} = \widehat{FEG} = \widehat{EGF} = 60°$.

9 IJK est un triangle isocèle en K.
Or un triangle isocèle a un axe de symétrie : la médiatrice de sa base.
Donc (KN) est l'axe de symétrie de IJK et donc la bissectrice de l'angle $\widehat{IKJ}$.
$\widehat{IKJ} = 2 \times 45° = 90°$
IJK est un triangle isocèle rectangle en K.

11 EFGH est un losange, P est le point d'intersection des diagonales.
Or les diagonales d'un losange se coupent en leur milieu.
Donc PE = EG ÷ 2 = 6 cm ÷ 2 = 3 cm.

12 IJKL est un carré.
Or les diagonales d'un carré sont perpendiculaires, ont le même milieu et ont la même longueur.
Donc IJN est un triangle rectangle isocèle en N.

Exercices

Reconnaitre et construire des axes de symétrie

Questions flash

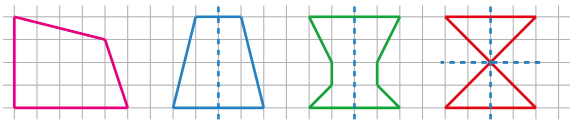
13 Donner le nombre d'axes de symétrie de chaque panneau.

 2 axes	 pas d'axe	 3 axes	 une infinité d'axes
 1 axe	 4 axes	 4 axes	 4 axes

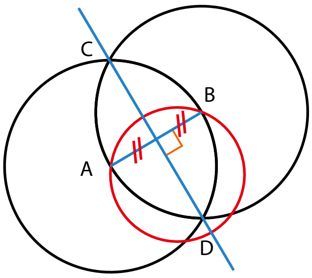
14 **a.** Oui, car [AB] est porté par (d).
b. Oui, car (d) est la médiatrice de [AB].
c. Non, car (d) ne passe pas par le milieu de [AB].

15 **a.** Non, car $\widehat{yOz} \neq \widehat{zOx}$.
b. Oui, car (Oz) partage l'angle $\widehat{yOx}$ en deux angles de même mesure : $\widehat{yOz} = \widehat{zOx} = 37°$
c. Non, car (Oz) ne partage pas l'angle $\widehat{yOx}$ en deux angles de même mesure.

16

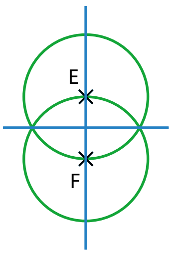


17 **1.** L'axe de symétrie de la figure est la droite (CD).



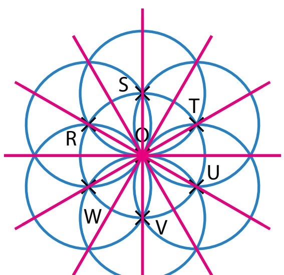
2. Cet axe de symétrie est aussi l'axe de symétrie du segment [AB]. C'est donc sa médiatrice.
(CD) est aussi l'axe de symétrie de l'angle $\widehat{ACB}$. C'est donc sa bissectrice.

18 **a.**



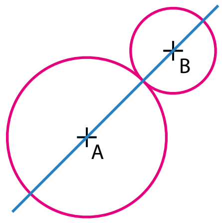
2 axes de symétrie :
la droite (EF)
et la médiatrice
du segment [EF]

b.



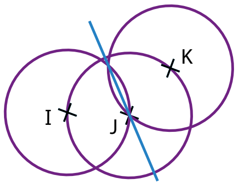
6 axes de symétrie :
les droites (SV), (TW), (UR)
et les médiatrices
des segments [RS], [ST] et [TU]

c.



1 axe de symétrie :
la droite (AB)

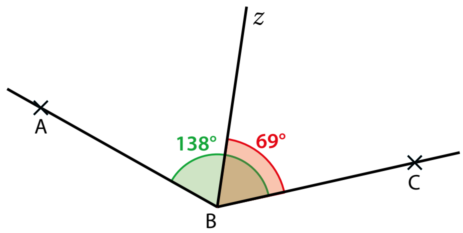
d.



1 axe de symétrie :
la médiatrice du segment [IK]

19 **a.** (Oz) est la bissectrice de l'angle droit $\widehat{yOx}$
donc $\widehat{zOx} = 90° \div 2 = 45°$.
b. (Oz) est la bissectrice de l'angle $\widehat{yOx}$ tel que $\widehat{yOx} = 84°$
donc $\widehat{zOx} = 84° \div 2 = 42°$.
c. (Oz) est la bissectrice de l'angle $\widehat{yOx}$ et $\widehat{xOz} = 56°$
donc $\widehat{yOx} = 56° \times 2 = 112°$.

20 **1.**

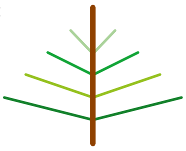


2. (Bz) est la bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$ telle que $\widehat{ABC} = 138°$
donc $\widehat{ABz} = 138° \div 2 = 59°$.

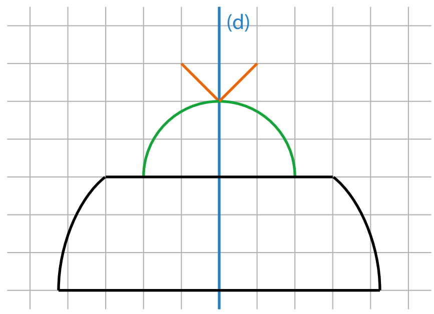
Compléter une figure par symétrie axiale

Questions flash

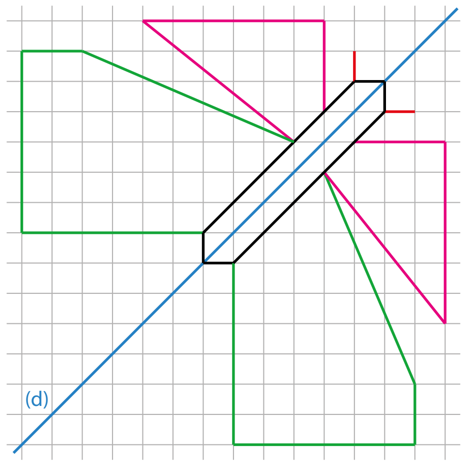
21 La bonne figure est :



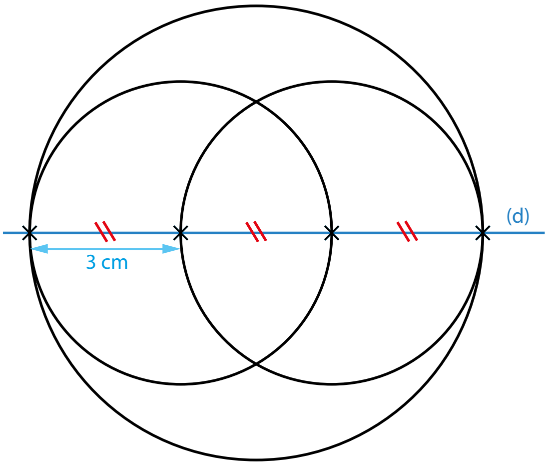
22 La figure est imprimable.



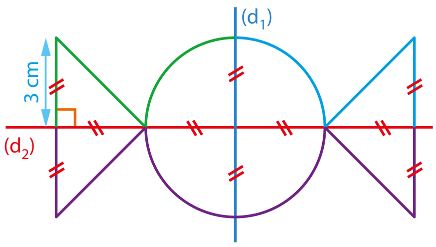
23 La figure est imprimable.



24 La figure en vraie grandeur est imprimable.



25 La figure en vraie grandeur est imprimable.



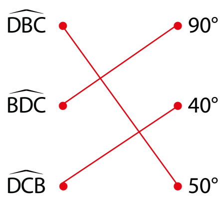
Connaitre les axes de symétrie des triangles particuliers

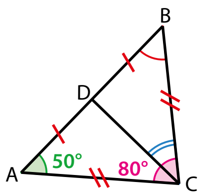
Questions flash

26 **a.** Non, car la droite rouge ne passe pas par le milieu de [BC].
b. Oui, car la droite rouge est la médiatrice de la base [BC].
c. Non, car la droite rouge n'est pas la médiatrice de la base [BC].

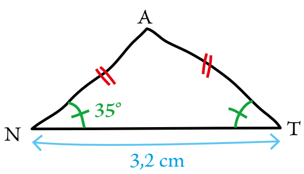
27 **a.** ABC est un triangle isocèle en B donc $\widehat{BAC} = \widehat{BCA}$.
b. DEF est un triangle isocèle en E donc $\widehat{EDF} = \widehat{DFE}$.
c. GHI est un triangle isocèle en I donc $\widehat{HGI} = \widehat{GHI}$
d. JKL est un triangle équilatéral donc $\widehat{JKL} = \widehat{KLJ} = \widehat{LJK}$.

28





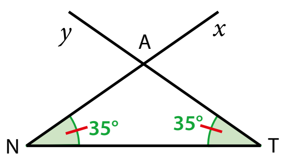
29 **1.**



2. NAT est un triangle isocèle en A donc les angles à la base $\widehat{TNA}$ et $\widehat{ATN}$ ont la même mesure.

Pour construire le triangle NAT :
- on trace le segment [NA] de longueur 3,2 cm ;
- on construit l'angle $\widehat{TNx}$ de mesure 35°, puis l'angle $\widehat{NTy}$ de mesure 35°.

Le point A se trouve à l'intersection des demi-droites [Nx) et [Ty).



30 **1.** En observant le codage sur la figure, on obtient :
$$\widehat{BCD} = \widehat{BAC} = 60°$$
2. ABC est un triangle équilatéral, la droite (CI) est la médiatrice du côté [AB] donc c'est aussi un axe de symétrie du triangle ABC et de l'angle $\widehat{ACB}$.
3. (CI) est l'axe de symétrie de l'angle $\widehat{ACB}$.
Donc $\widehat{ICB} = \widehat{ACB} \div 2 = 60° \div 2 = 30°$.

Connaitre les axes de symétrie des quadrilatères particuliers

Questions flash

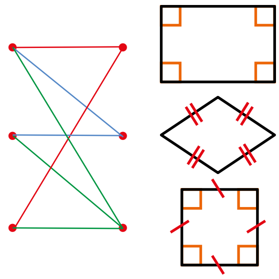
31 **a.** ABCD est un rectangle, (EG) et (FH) sont ses axes de symétrie et sont donc perpendiculaires. On a aussi (FH) perpendiculaire à (AD), et (EG) perpendiculaire à (CD).
b. ABCD est un rectangle donc ses côtés opposés sont de même mesure et ses diagonales se coupent en leur milieu et sont de même longueur. On a donc :
BF = FC = AH = HD   BE = EA = CG = GD
OB = OC = OD = OA   OE = OG   OF = OH

32 IJKL est un carré donc ses diagonales ont la même longueur, le même milieu et sont perpendiculaires.
Les triangles rectangles isocèles sont donc IJL, JLK, IOJ, JOK, OKL et IOL.

33 Diagonales qui se coupent en leur milieu

Diagonales perpendiculaires

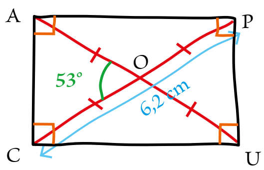
Diagonales de même longueur



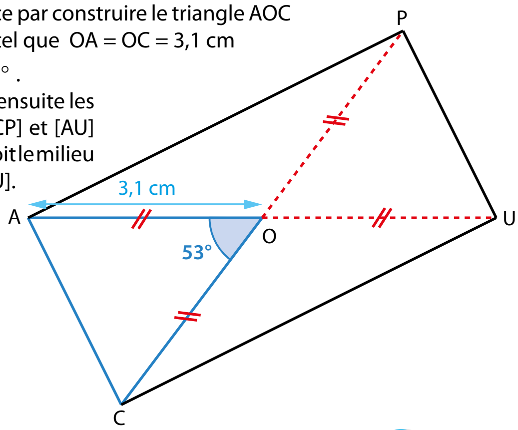
34 **1.** On sait que ABCD a quatre angles droits. Or un quadrilatère qui a quatre angles droits est un rectangle. Donc ABCD est un rectangle.
2. On sait que ABCD est un rectangle. Or les côtés opposés d'un rectangle ont la même longueur. Donc AB = DC.
3. On que sait ABCD est un rectangle. Or les diagonales d'un rectangle ont le même milieu et la même longueur. OA = OD OAD est un triangle qui a deux côtés de même longueur donc OAD est un triangle isocèle en O.

35 **1.** MARS est un rectangle. Or les côtés opposés d'un rectangle ont la même longueur. Donc MA = SR = 4,8 cm.
2. On sait que MARS est un rectangle.
Or les diagonales d'un rectangle ont le même milieu.
Donc MR = MO × 2 = 5 cm × 2 = 10 cm.

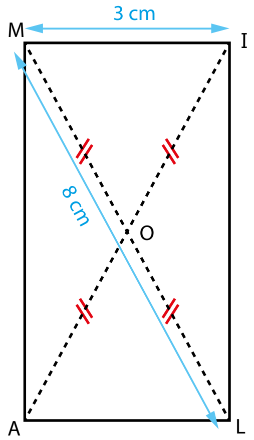
36 **1.**



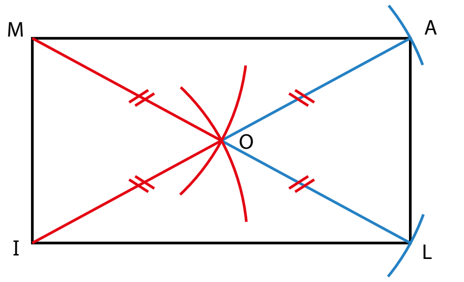
2. On commence par construire le triangle AOC isocèle en O tel que OA = OC = 3,1 cm et $\widehat{AOC} = 53°$.
On construit ensuite les diagonales [CP] et [AU] telles que O soit le milieu de [CP] et [AU].



37 **1.**



2. On commence par construire le triangle MOI isocèle en O tel que MI = 3 cm et MO = IO = 4 cm. Puis on complète la figure :

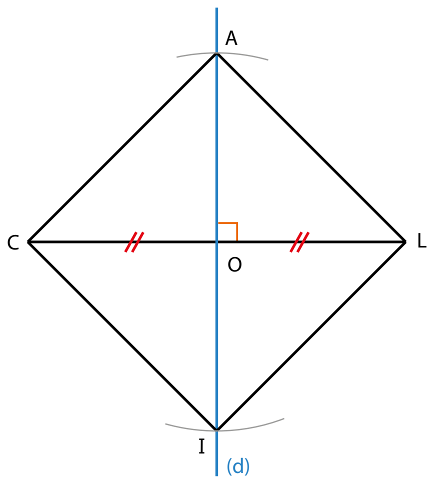


38 **1.** EFGH est un quadrilatère tel que EF = FG = GH = HE.
Or un quadrilatère qui a quatre côtés de même longueur est un losange.
Donc EFGH est un losange.

2. EFGH est un losange.
Or les diagonales d'un losange sont perpendiculaires.
Donc les diagonales (EG) et (FH) sont perpendiculaires.

3. EOF est un triangle qui a un angle droit, donc EOF est un triangle rectangle.

39 CALI est un carré donc ses diagonales [CL] et [AI] sont perpendiculaires, ont le même milieu et ont la même longueur.
On commence par tracer un segment [CL] de longueur 5 cm.
On place le milieu O de [CL].
On construit la droite (d) perpendiculaire à (CL) passant par O.
On place les points A et I sur (d), de part et d'autre du point O tels que OA = OI = 2,5 cm.



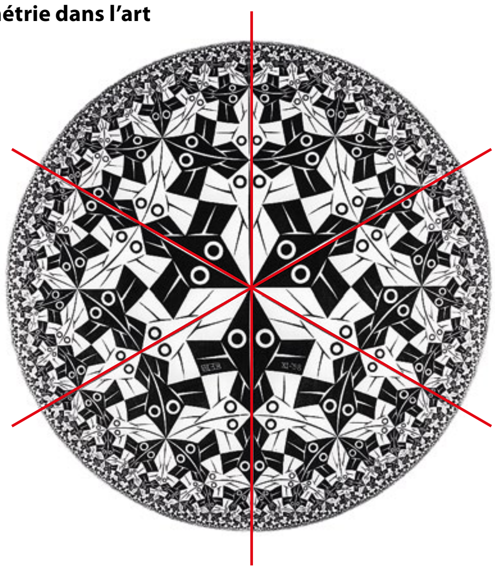
Faire le point

QCM

1 1. C **2** 2. B **3** 3. C **4** 4. B 5. A

Problèmes

40 **Symétrie dans l'art**



Circle Limit I

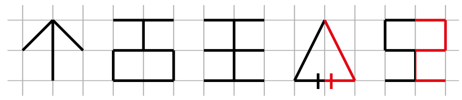
Cette œuvre a trois axes de symétrie.

41 **Mosaïque**

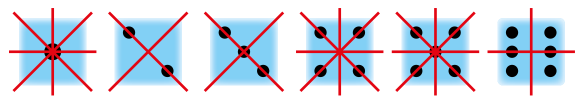
1. Le motif central de la mosaïque a seize axes de symétrie.

2. L'ensemble de la mosaïque a seulement quatre axes de symétrie.

42 **Suite logique**



43 **Jeu de dé**

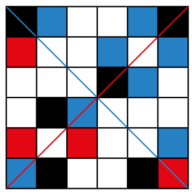


Parmi les six dés, trois d'entre eux ont quatre axes de symétrie, les trois autres ont deux axes de symétrie chacun.
On sait qu'au total il y a quatre axes de symétrie. Il faut donc regarder les dés qui n'ont que deux axes de symétrie : le 2, le 3 et le 6.
De plus, la somme des deux dés est un nombre impair.
Voici toutes les possibilités de tirage :

2 + 2 = 4	2 + 3 = 5	2 + 6 = 8
3 + 3 = 6	3 + 6 = 9	6 + 6 = 12

Hédi a donc pu obtenir, soit un 2 et un 3, soit un 3 et un 6.

44 **Le digicode**

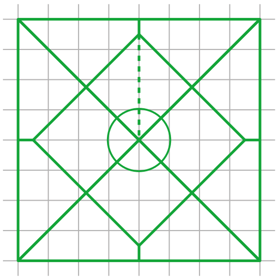


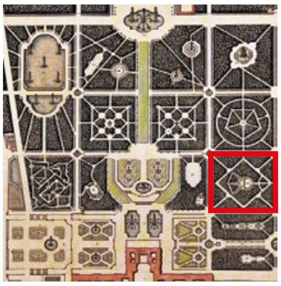
45 **Rectangle dans un cercle**

ABCD est un rectangle.
Or les diagonales d'un rectangle se coupent en leur milieu et ont la même longueur.
Donc AC = BD et I milieu de [AC] et de [BD].
Donc IA = IC = IB = ID.
Karim a raison.

46 Jardins à la française du château de Versailles

La figure est imprimable.

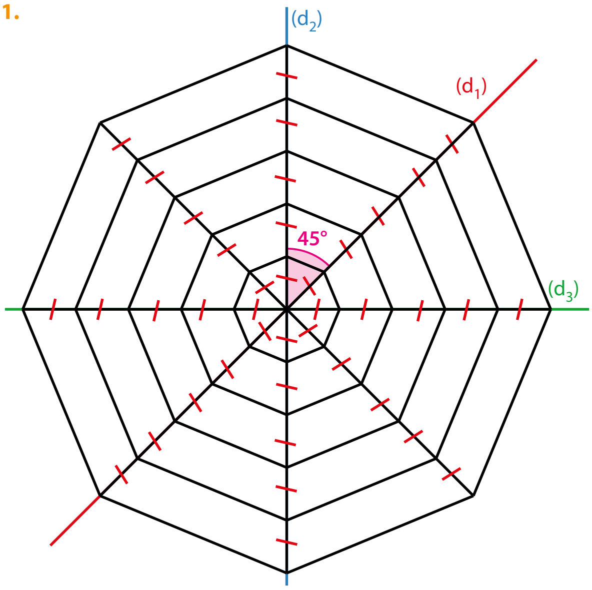




47 La toile

La figure en grandeur réelle est imprimable.

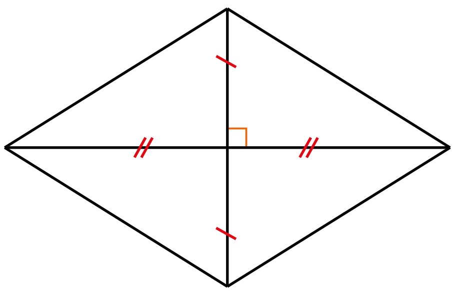
1.



2. La toile a huit axes de symétrie.

48 Le cerf-volant

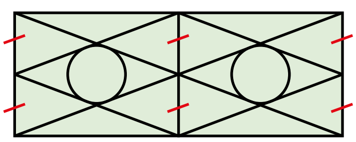
Le corps du cerf-volant est un losange ; les deux baguettes sont ses diagonales.
Or les diagonales d'un losange sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu.
Donc les deux baguettes sont perpendiculaires et ont le même milieu.
1 cm sur le dessin représente 10 cm dans la réalité.
Sur le dessin, les diagonales vont mesurer $80 \text{ cm} \div 10 = 8 \text{ cm}$ pour l'une et $50 \text{ cm} \div 10 = 5 \text{ cm}$ pour l'autre.



49 Le portail

1. La forme générale du portail fermé est un rectangle qui a deux axes de symétrie : les médiatrices de ses côtés.
$1{,}6 \times 2 = 3{,}2$ La longueur du portail est 3,2 mètres.

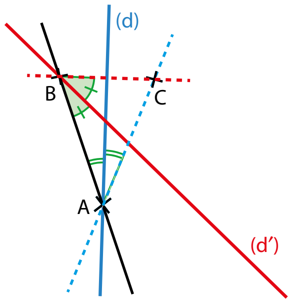
2. 1,2 m = 120 cm 3,2 m = 320 cm
1 cm sur le dessin représente 20 cm dans la réalité.
$120 \div 20 = 6$ $320 \div 20 = 16$
La longueur totale du rectangle sur le dessin est 16 cm et la largeur est 6 cm.



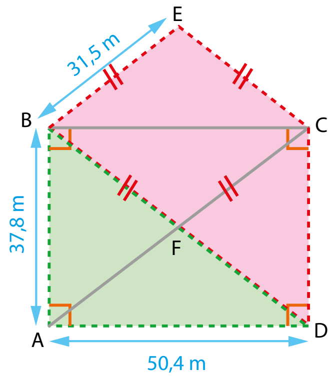
50 Où est le point ?

La figure est imprimable.

1. et **2.**



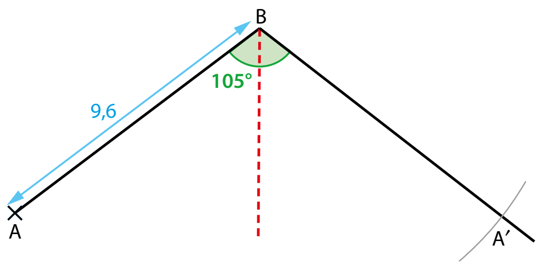
51 Clôture



Pour faciliter la rédaction de l'exercice, il est préférable de nommer les points de la figure.
BECF est un losange donc BF = BE = 31,5 m.
ABCD est un rectangle, F est le point d'intersection de ses diagonales.
BF = FD = 31,5 m
De plus, ABCD est un rectangle donc AB = CD = 37,8 m.
Longueur grillage = AB + AD + BD + BE + EC + CD
= 37,8 m × 2 + 50,4 m + 31,5 m × 4
= 75,6 m + 50,4 m + 126 m = 252 m
Jérôme a besoin de 252 mètres de grillage.

52 H_2O

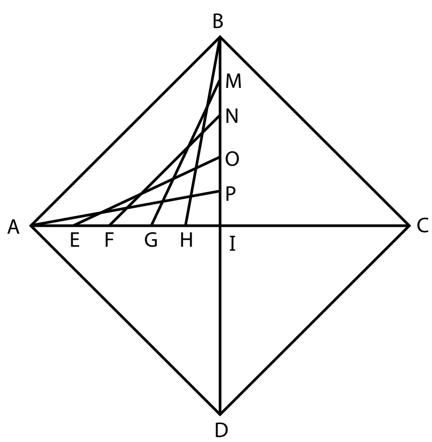
1.



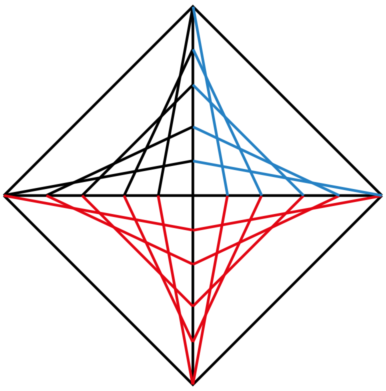
2. Le triangle obtenu a un axe de symétrie.
Or la symétrie axiale conserve les longueurs donc le triangle construit a deux côtés de même longueur.
C'est donc un triangle isocèle.

53 Ensembles

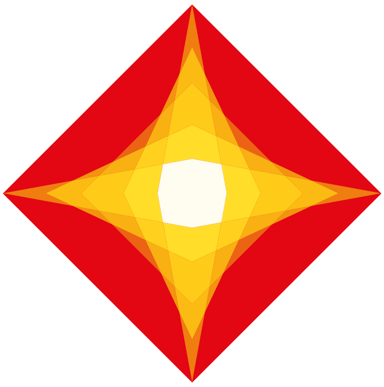
1. à **5.**



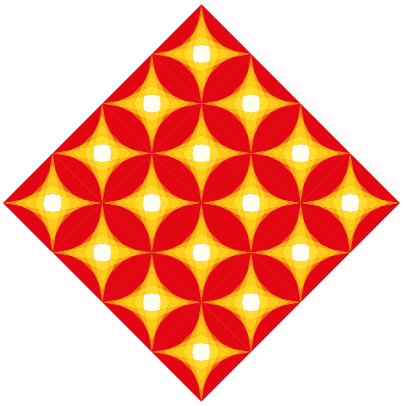
6.



7.

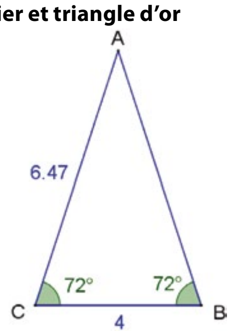


8.



54 Pentagone régulier et triangle d'or

1.



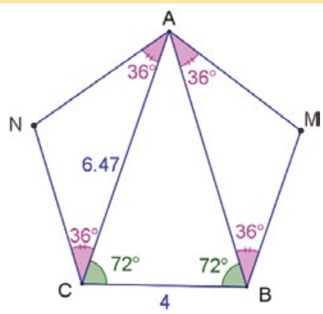
2.

Coup de pouce possible : Sur la figure mesurer les longueurs AC et CB.

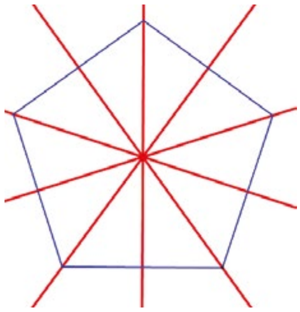
6,47 ÷ 4 = 1,625

3.

Coup de pouce possible : Faire un schéma pour bien se représenter la position des deux triangles.

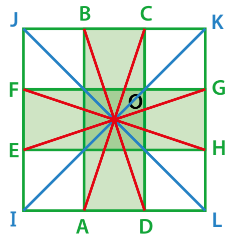


4.



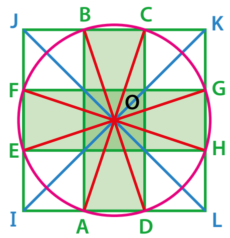
55 Enseigne

Coup de pouce possible : Reproduire la figure, puis tracer les diagonales des rectangles ABCD et FEHG. Vérifier ensuite que la propriété semble vraie en traçant le cercle de centre O et de rayon OK.



Dans cet exercice, l'attendu n'est pas une démonstration formelle mais un raisonnement cohérent. On peut même envisager d'admettre que les diagonales de tous les rectangles de la figure se coupent en un même point.

La figure a quatre axes de symétrie : les médiatrices des côtés du carré IJKL et les diagonales [JL] et [IK] du carré. Ils se coupent en O.
Les médiatrices des côtés du carré sont aussi les médiatrices des côtés des rectangles.
Par conséquent, ABCD est un rectangle donc ses diagonales [AC] et [BD] ont le même milieu O et la même longueur.
On a donc : OA = OB = OC = OD
De même, EFGH est un rectangle donc ses diagonales [FH] et [EG] ont le même milieu O et la même longueur.
On a donc : OE = OF = OG = OH
F est le symétrique de B par rapport à (OJ).
Or la symétrie centrale conserve les longueurs.
Donc OF = OB.
On a donc : OA = OD = OC = OB = OF = OE = OG = OH
Il est donc possible d'inscrire l'enseigne dans un cercle de centre O et de rayon OA.



56 L'Op art

PARTIE 1 : Analyse de tableaux

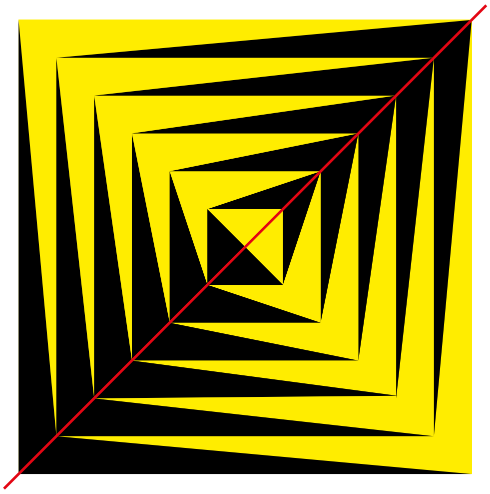
a. Si on tient compte des couleurs, le tableau de Bridget Riley n'a pas d'axe de symétrie.
Le tableau de Vasarely a deux axes de symétrie.

b. Si on ne tient pas compte des couleurs, le premier tableau a deux axes de symétrie, le deuxième en a quatre.

PARTIE 2 : Mon œuvre à la façon de Vasarely

Le début de la construction est imprimable.

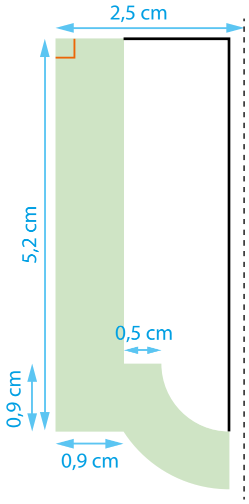
Coup de pouce possible : Combien d'axes de symétrie la figure a-t-elle ?



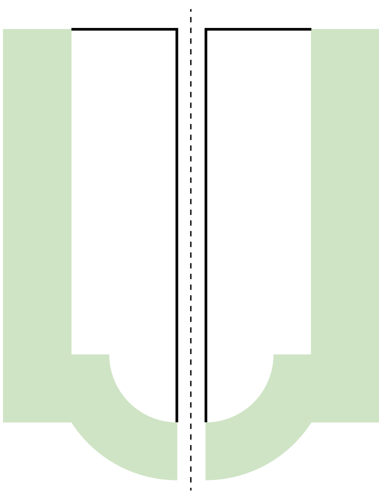
57 Cheverny

Coup de pouce possible : Faire schéma de l'esplanade et le compléter avec les longueurs mesurées sur le plan.

L'esplanade du château de Cheverny a un axe de symétrie. On commence par construire la partie gauche de l'esplanade, on complètera ensuite la figure. On voit que 1 cm sur la photo correspond à 20 m dans la réalité, on va garder la même échelle.



Puis on complète la figure par symétrie par rapport à la droite en pointillés.

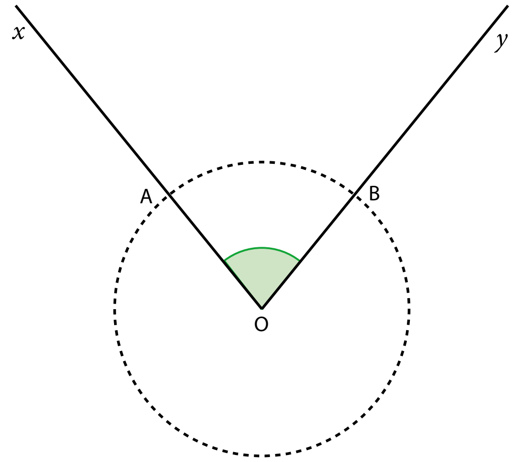


58 Construction d'une bissectrice à la règle et au compas

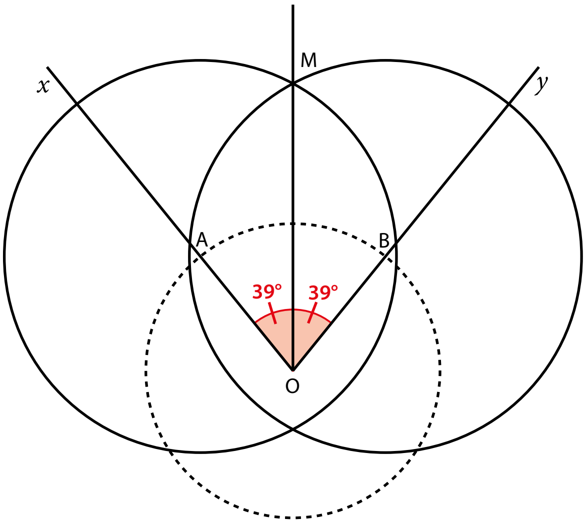
1. Construction

Cette partie de l'exercice est aussi traitée dans la partie outils numériques.

a. et **b.**



c. et **d.**



2. Conjecture

a. Après avoir mesuré les angles $\widehat{xOM}$ et $\widehat{MOy}$, il semble que ces deux angles aient la même mesure.

b. La droite (OM) partage l'angle $\widehat{xOy}$ en deux angles de même mesure donc (OM) est la bissectrice de l'angle $\widehat{xOy}$.

3. Démonstration

a. A et B sont sur le cercle de centre O et de rayon 3 cm donc OA = OB.
Or un triangle qui a deux côtés de même longueur est un triangle isocèle.
Donc OAB est isocèle en O.

b. M appartient au cercle de centre A et de rayon 4 cm donc AM = 4 cm.
M appartient au cercle de centre B et de rayon 4 cm donc BM = 4 cm.
Donc AM = BM = 4 cm.
Or un point équidistant des deux extrémités d'un segment appartient à la médiatrice de ce segment.
Donc M est sur la médiatrice du segment [AB].

c. ABO est un triangle isocèle en O et M appartient à la médiatrice du segment [AB].
Donc (OM) est la médiatrice du segment [AB] et également l'axe de symétrie du triangle OAB.

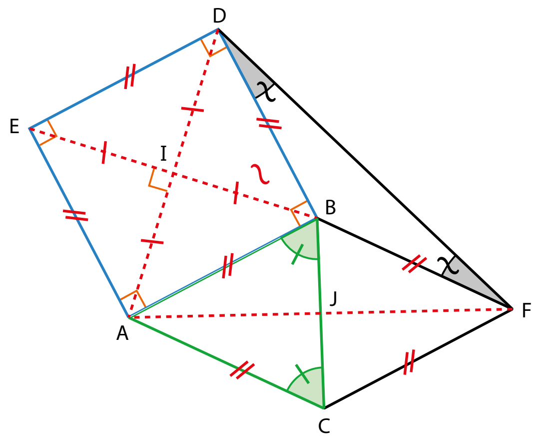
d. (OM) est l'axe de symétrie du triangle OAB isocèle en O, donc (OM) est aussi l'axe de symétrie de l'angle $\widehat{AOB}$ (la bissectrice de $\widehat{AOB}$).

Après cette démonstration, on peut demander aux élèves de tracer un nouvel angle quelconque et de construire sa bissectrice avec un compas.

Travailler autrement

59 Analyse de documents

La figure ci-dessous a été complétée et codée pour les ceintures **jaune**, **verte** et **noire**.
En 6e, on n'attend pas des élèves des démonstrations formelles surtout dans des configurations complexes. Le but de l'exercice est de faire coder la figure avec les informations glanées au fur et à mesure. Cependant, on peut oraliser les raisons de ces codages. On peut aussi noter une justification rapide qu'ABFC est un losange et que BDC est un triangle isocèle pour les ceintures **verte** et **noire**.



Questions ceinture jaune

2. a. ABC est un triangle isocèle en A.
b. et **c.** Voir figure.
3. a. Les diagonales du carré ABDE sont perpendiculaires, ont le même milieu et la même longueur.
b. et **c.** Voir figure.
4. a. ABFC a quatre côtés de même longueur donc ABFD est un losange.
b. Voir figure.
5. ABDE est un carré. Donc $\mathcal{P}_{ABDE} = AB \times 4 = 5\text{ cm} \times 4 = 20\text{ cm}$
Le périmètre du carré ABDE est égal à 20 cm.

Questions ceinture verte

1. Voir figure.
2. (BC) est un axe de symétrie du quadrilatère ABFC.
Donc les segments [AB] et [FB] d'une part et les segments [AC] et [FC] d'autre part sont symétriques par rapport à (BC).
Or la symétrie axiale conserve les longueurs donc $AB = BF$ et $AC = CF$. Comme ABC est un triangle isocèle en A, on a aussi $AB = AC$. Donc $BF = AB = AC = CF$.
ABFC est un quadrilatère qui a quatre côtés de même longueur donc ABFC est un losange.
3. ABDE est un carré donc $AB = BD$ $(= DE = EA)$.
D'après la question **2.** : $AB = BF$
On a donc : $AB = BD$ et $AB = BF$
On peut donc en déduire que $BD = DF$.
DBF est un triangle tel que $BD = BF$.
Or un triangle qui a deux côtés de même longueur est un triangle isocèle.
Donc DBF est un triangle isocèle en B.
4. Voir figure.
BDF est un triangle isocèle en B.
Or les angles à la base d'un triangle isocèle ont la même mesure.
Donc $\widehat{BDF} = \widehat{BFD}$.
5. $\mathcal{P}_{AEDBFC} = 5\text{ cm} \times 6 = 30\text{ cm}$

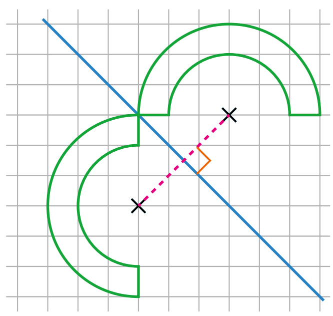
Questions ceinture noire

1. Voir figure.
2. ABDE est un carré.
Or les diagonales d'un carré sont perpendiculaires donc $\widehat{AIB} = 90°$.
(BC) est un axe de symétrie du quadrilatère ABFC.
Donc les segments [AB] et [FB] d'une part et les segments [AC] et [FC] d'autre part sont symétriques par rapport à (BC).
Or la symétrie axiale conserve les longueurs donc $AB = BF$ et $AC = CF$.
Comme ABC est un triangle isocèle en A, on a aussi $AB = AC$.
Donc $BF = AB = AC = CF$.
ABFC est un quadrilatère qui a quatre côtés de même longueur donc ABFC est un losange.
Or les diagonales d'un losange sont perpendiculaires donc $\widehat{BJA} = 90°$.
AIBJ a donc deux angles droits.
3. ABDE est un carré donc $AB = BD$ $(= DE = EA)$.
ABFC est un losange donc $AB = BF$.
On a donc : $AB = BD$ et $AB = BF$.
On peut donc en déduire que $BD = DF$.
DBF est un triangle tel que $BD = BF$.
Or un triangle qui a deux côtés de même longueur est un triangle isocèle.
Donc DBF est un triangle isocèle en B.
Or les angles à la base d'un triangle isocèle ont la même mesure.
Donc $\widehat{BDF} = \widehat{BFD}$.
4. $\mathcal{P}_{AEDBFC} = 5 \times 6 = 30\text{ cm}$

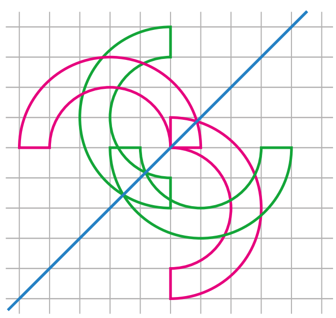
60 Résolution de problème

Les trois figures sont imprimables.

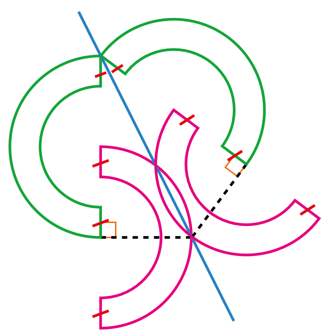
Questions ceinture jaune



Questions ceinture verte



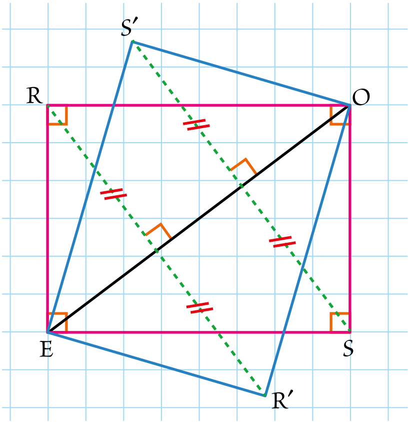
Questions ceinture noire



61 Analyse de production

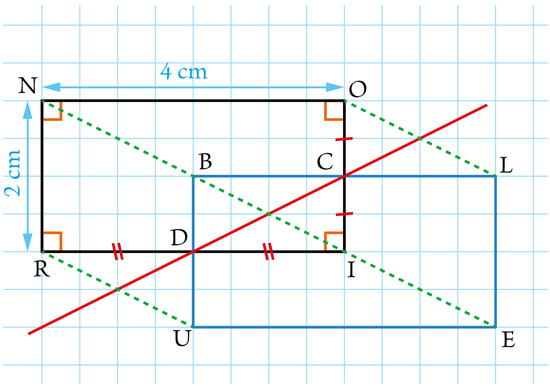
Questions ceinture jaune

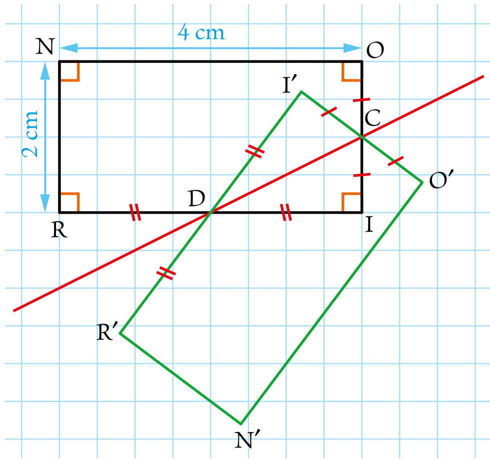
1. et **2.** Un rectangle a deux axes de symétrie : les médiatrices de ses côtés. Il faut donc construire le symétrique de R et S par rapport à (OE).



Questions ceinture verte

1., **2.** et **3.** Pour que (DC) soit le seul axe de symétrie de la figure, il faut que les sommets du rectangle BLEU soient respectivement les symétriques des sommets du rectangle NOIR. Or en traçant les segments [RU], [OL], [BI] et [NE], on voit clairement que la droite (DC) n'est pas leur médiatrice. Donc les points B, L, E et U ne sont pas bien placés.





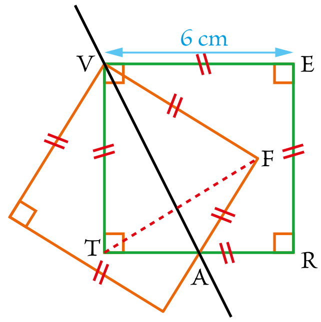
Questions ceinture noire

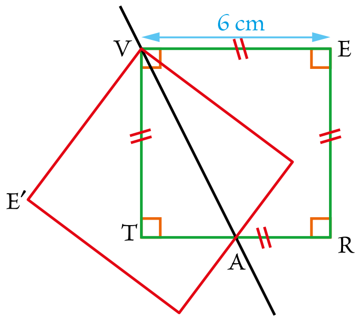
1., **2.** et **3.** Pour que (VA) soit le seul axe de symétrie de la figure, il faut que les sommets du carré vert soient respectivement les symétriques des sommets du carré jaune.

La droite (VA) n'est pas la médiatrice du segment [TF].

Donc T et F ne sont pas symétriques par rapport à (VA).

Le symétrique du point T n'est pas bien placé.

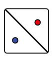


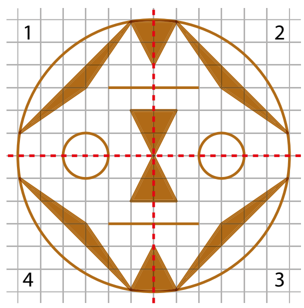


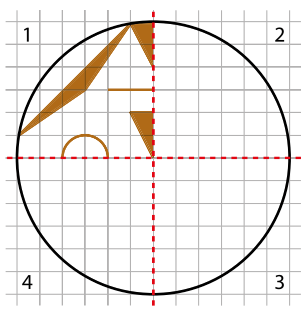
Outils numériques et algorithmique

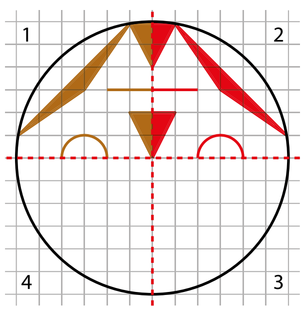
62 Masque africain

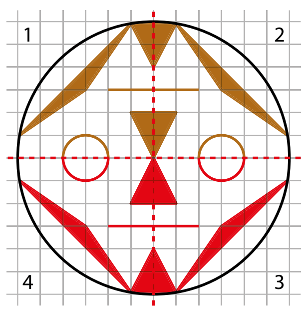
En analysant la figure, on remarque qu'elle a deux axes de symétrie.

Il suffit donc de construire uniquement la partie du cadran 1 puis de compléter la figure par symétrie axiale en utilisant l'outil  par rapport aux deux axes rouges.



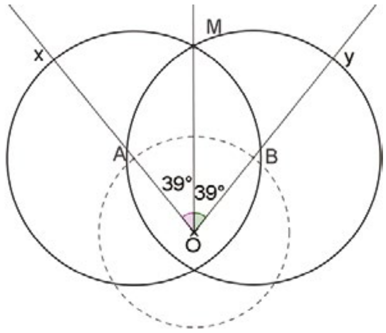






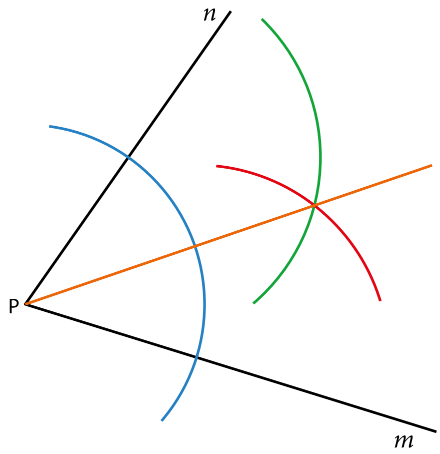
63 Construction d'une bissectrice

1. à **4.**



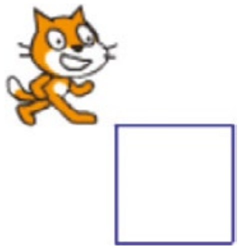
5. (OM) partage l'angle $\widehat{xOy}$ en deux angles de même mesure.
Donc (OM) est la bissectrice de l'angle $\widehat{xOy}$.

6.

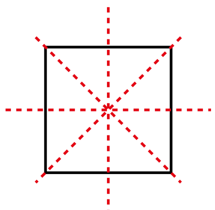


64 Polygones

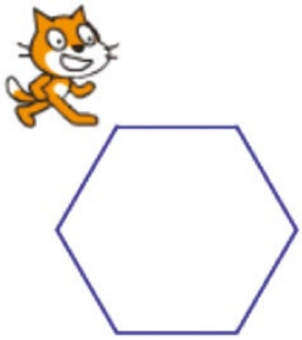
1. a. La figure qui a été dessinée est un carré de côté 50.



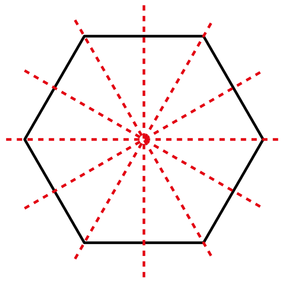
b.



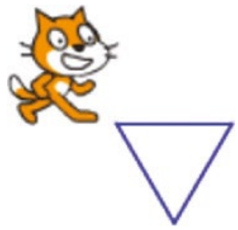
2. a. La figure qui a été dessinée est un hexagone de côté 50.



b.



3.



Chapitre 15 Espace et volume

Introduction

Ce chapitre s'inscrit dans le thème « Espace et géométrie ».

Connaissances associées :

- Reconnaitre, nommer, comparer, vérifier, décrire des solides simples ou des assemblages de solides simples à partir de certaines de leurs propriétés (pavé droit, cube, prisme droit, pyramide régulière, cylindre, cône, boule) ;
- Reproduire, représenter, construire des solides simples ou des assemblages de solides simples sous forme de maquettes ou de dessins ou à partir d'un patron (donné, dans le cas d'un prisme ou d'une pyramide, ou à construire dans le cas d'un pavé droit) ;
- Relier les unités de volume et de contenance ; connaitre les unités usuelles de volume (cm^3, dm^3, m^3), les relations entre les unités et les unités usuelles de contenance (multiples et sous-multiples du litre) ;
- Estimer la mesure d'un volume par différentes procédures ;
- Déterminer le volume d'un pavé droit en se rapportant à un dénombrement d'unités ou en utilisant une formule (volume d'un cube, d'un pavé droit) ;
- Se repérer, décrire ou exécuter des déplacements, sur un plan ou sur une carte ;
- Accomplir, décrire, coder des déplacements dans des espaces familiers ;
- Programmer les déplacements d'un robot ou ceux d'un personnage sur un écran (vocabulaire permettant de définir des positions et des déplacements, divers modes de représentation de l'espace).

Dans ce chapitre, on travaille les éléments de vocabulaire associés aux objets et à leurs propriétés (solide, polyèdre, face, arête, polygone, côté, sommet, angle, segment, cercle…). On utilise des représentations planes de solides (patrons, perspectives, vues de face, de côté, de dessus…).
On compare et on mesure des contenances (ou volumes intérieurs de récipients) sans avoir recours à la mesure ou en se rapportant à un dénombrement (par exemple, trouver le nombre de cubes de 1 cm d'arête nécessaires pour remplir un pavé droit). Il s'agit aussi d'adapter le choix de l'unité en fonction de l'objet (ordre de grandeur) ou en fonction de la précision souhaitée. Il permet également d'aborder des situations donnant lieu à des repérages dans l'espace ou à la description, au codage ou au décodage de déplacements. Pour cela, on peut travailler dans des espaces de tailles différentes (la feuille de papier, la cour de récréation, le quartier, la ville…), à partir de plans schématiques (par exemple, chercher l'itinéraire le plus court ou demandant le moins de correspondances sur un plan de métro ou d'autobus), avec de nouvelles ressources comme les systèmes d'information géographique, des logiciels d'initiation à la programmation… Ces activités prennent sens à travers des activités physiques (course d'orientation), mais aussi dans le cadre des enseignements de géographie (lecture de cartes) ou de technologie (réalisation d'un objet simple).

Repères de progressivité :
Dans la continuité du cycle 2 et tout au long du cycle, les apprentissages spatiaux se réalisent à partir de problèmes de repérage de déplacement d'objets, d'élaboration de représentation dans des espaces réels, matérialisés (plans, cartes…) ou numériques.
En continuité avec le cycle 2, la notion de volume sera vue d'abord comme une contenance. Au Primaire, on compare des contenances sans les mesurer et on mesure la contenance d'un récipient par un dénombrement d'unités, en particulier en utilisant les unités usuelles (L, dL, cL, mL) et leurs relations. Au Collège, ce travail est poursuivi en déterminant le volume d'un pavé droit. On relie alors les unités de volume et de contenance ($1\ L = 1\ dm^3$; $1\ 000\ L = 1\ m^3$).
Les activités spatiales et géométriques sont à mettre en lien avec les deux autres thèmes : résoudre dans un autre cadre des problèmes relevant de la proportionnalité et utiliser en situation les grandeurs géométriques et leur mesure. Par ailleurs, elles constituent des moments privilégiés pour une première initiation à la programmation, notamment à travers la programmation de déplacements ou de construction de figures.

Attendus de fin de cycle :

- (Se) repérer et (se) déplacer dans l'espace en utilisant ou en élaborant des représentations ;
- Reconnaitre, nommer, décrire, reproduire, représenter, construire des figures et solides usuels ;
- Comparer, estimer, mesurer des grandeurs géométriques avec des nombres entiers et des nombres décimaux, (volumes, etc.) ;
- Utiliser le lexique, les unités, les instruments de mesures spécifiques de ces grandeurs ;
- Résoudre des problèmes impliquant des grandeurs (géométriques, physiques) en utilisant des nombres entiers et des nombres décimaux.

Jeux

Il arrive sur le cube beige (2e étage au-dessus du départ).

Activités

Questions flash

11 cubes 16 cubes 20 cubes 12 cubes

Architecture

Intentions des auteurs

Objectif : Réinvestir les connaissances de l'espace et stabiliser le vocabulaire de base.
Prérequis : Vocabulaire lié à l'espace.
Capacité introduite : Reconnaitre et représenter des solides.

1. Moulin du Fâ : cylindre
Pyramides : pyramides
Maison Allandale : prisme droit
Four de l'ancienne cristallerie : cône
Convention Center : sphère
Tour de la Bourse : pavé droit

2. Pyramide de Gizeh : 5 faces (4 latérales triangulaires et un quadrilatère de base) ; 8 arêtes ; 5 sommets
Tour de la Bourse : 6 faces rectangulaires ; 12 arêtes ; 8 sommets
Maison Allandale : 5 faces (3 latérales rectangulaires et deux triangulaires) ; 9 arêtes ; 6 sommets

3. La base du moulin de Fâ et celle du four de la cristallerie sont des disques.

On peut envisager de traiter cette activité en binôme de façon à favoriser les échanges sur le vocabulaire et le comptage des faces, sommets et arêtes.

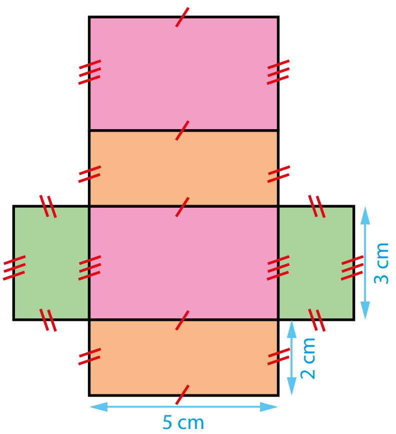
Boite cadeau

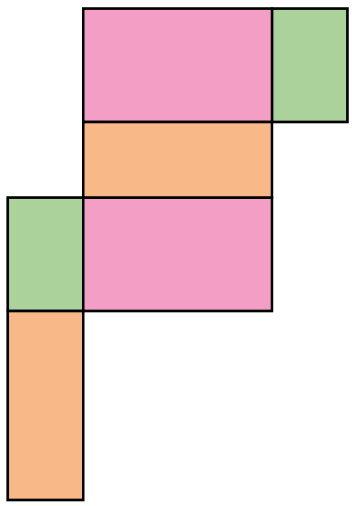
Intentions des auteurs

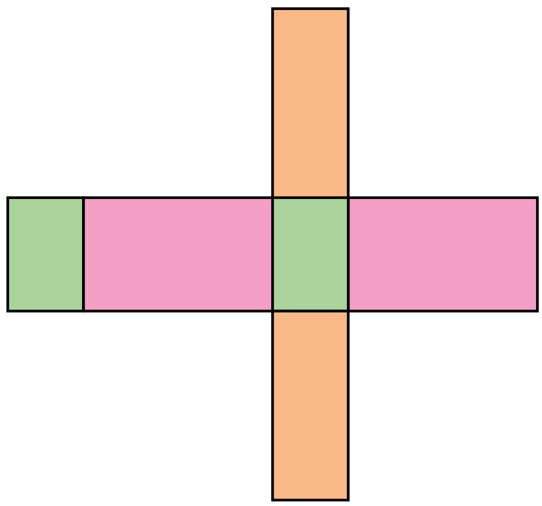
Objectif : Apprendre à construire le pavé d'un pavé droit à l'aide d'un logiciel et sur papier sans quadrillage.
Prérequis : Utiliser un logiciel de géométrie dynamique.
Capacité introduite : Connaitre le pavé droit.

Fichier *GeoGebra* disponible dans le manuel numérique.
Pour les constructions sur papier, on montrera aux élèves plusieurs modèles possibles (soit ceux construits par les élèves, soit d'autres faits par le professeur). On pourra proposer aux élèves d'ajouter des « languettes » de façon à plier et assembler leur patron pour fabriquer le pavé et ainsi, les aider à visualiser le lien entre le plan et l'espace. On le visualisera également à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.

2. *(Patrons représentés ici à l'échelle* $\frac{1}{2}$ *)*







Emballages et recyclage

Intentions des auteurs

Objectif : Comprendre les conversions d'unités de volume en visualisant les cubes de différentes dimensions.
Prérequis : Unités de longueur et conversions.
Capacité introduite : Déterminer un volume.

1. a. Le volume d'une boite est égal à 1 dm^3.
Le volume d'un container est égal à 1 m^3.
b. On peut stocker 10 boites sur la longueur, 10 boites sur la profondeur et 10 boites en hauteur donc 1 000 boites au total.
c. 1 m^3 = 1 000 dm^3

2. a. Chaque boite contient 1 000 petits casiers.
b. 1 dm^3 = 1 000 cm^3

Intentions des auteurs

Objectif : Faire le lien entre unités de volume et unités de contenance.
Prérequis : Unités de longueur et conversions.
Capacité introduite : Déterminer un volume.

1. La quantité de savon liquide a été divisée à chaque fois par 10.
2. Étape ② : 1 dL Étape ③ : 1 cL Étape ④ : 1 mL
3. L'arête du cube de l'emballage n°4 est 1 cm ; le volume de ce cube est égal à 1 cm^3.
4. 1 mL = 1 cm^3.

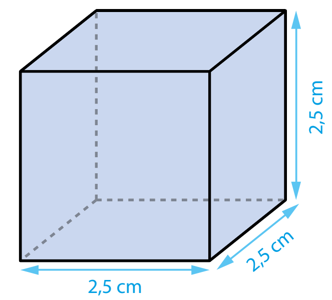
Savoir-faire

2 1. Le solide 1 (prisme droit), le solide 2 (pavé droit) et le solide 4 (pyramide) sont des polyèdres. Le solide 3 (cylindre) n'est pas un polyèdre.

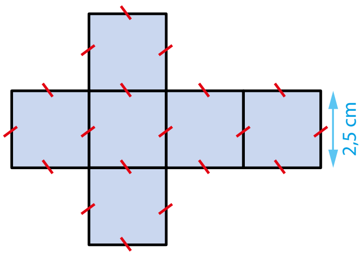
2.

	Solide 1	Solide 2	Solide 4
Nombre de faces	8	6	4
Nombre de sommets	12	8	4
Nombre d'arêtes	18	12	6

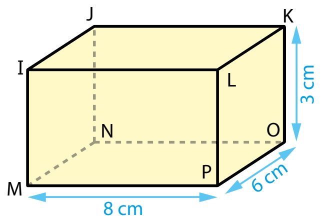
4 1.



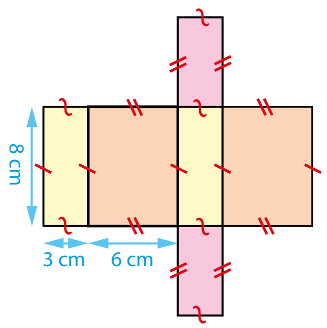
2.



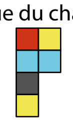
5 1. Les sommets sont I, J, K, L, M, N, O et P.
[IM], [LP], [KO] et [JN] sont des arêtes parallèles.
Les faces JKON et ILPM sont identiques.



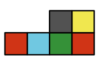
2.



8 Vue du chat :



Vue du chien :



9 A(2 ; 5) B(4 ; 1) C(7 ; 4)

11 $\mathcal{V} = 4 \times 4 \times 4 = 64$ cm^3 = 64 mL

Exercices

Reconnaitre et représenter des solides

Questions flash

12 1. ① cône ② pavé droit ③ boule
④ cylindre ⑤ pavé droit ⑥ pyramide
⑦ prisme
2. Les figures ②, ⑤, ⑥, ⑦ sont des polyèdres car toutes leurs faces sont des polygones.

13 ① 6 faces ② 8 faces ③ 5 faces
④ 5 faces ⑤ 7 faces

14

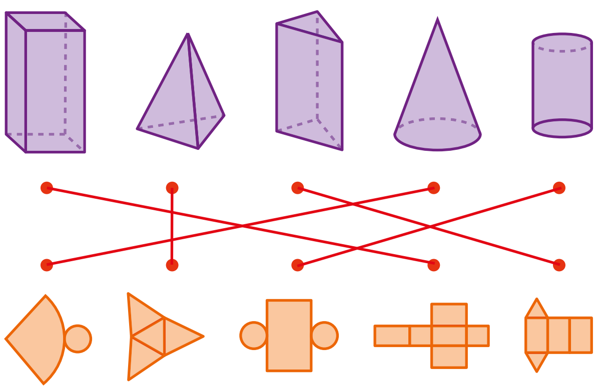
Solides	Nombre de faces	Nombre d'arêtes	Nombre de sommets
①	4	6	4
②	6	12	8
③	8	12	6
④	12	30	20

On peut aussi demander le nom de chaque solide et faire constater aux élèves que : nombre de sommets + nombre de faces – nombre d'arêtes est égal à 2 (théorème de Descartes-Euler).

15 a. A, B, C, D, H b. ABCD, AHB, BHC, CHD, DHA
c. [AB], [BC], [CD], [DA], [HA], [HB], [HC], [HD]

Coup de pouce possible : Aider les élèves à mettre en place une méthode pour ne pas en oublier (on commence par la base par exemple…).

16



Ce sera l'occasion de demander aux élèves de nommer chaque solide.

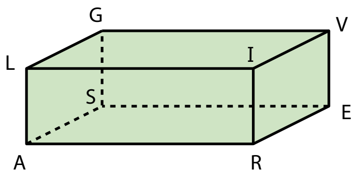
Connaitre le pavé droit

Questions flash

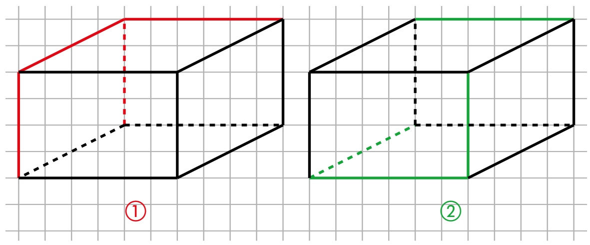
17 **a.** Un pavé droit possède six **faces**, huit **sommets** et douze **arêtes**.
b. Toutes les faces sont des **rectangles**.
c. Les faces **parallèles** sont identiques.
d. Toutes les arêtes parallèles sont de la même **longueur**.

18 **a.** Vrai **b.** Faux **c.** Vrai **d.** Faux **e.** Vrai

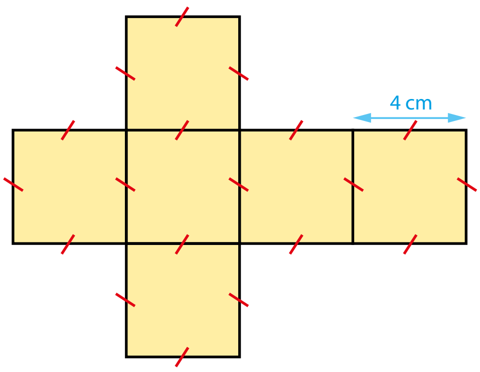
19



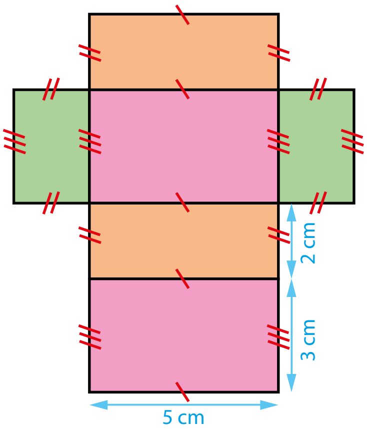
20



21 **a.** Toutes les faces sont des carrés.



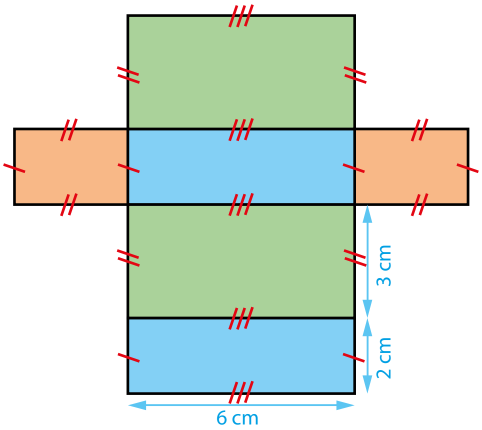
b.



On pourra projeter les différentes constructions des élèves afin de les valider ou non et ainsi, montrer que plusieurs patrons peuvent convenir.

22 Le 4^e.

23



Se repérer dans le plan et dans l'espace

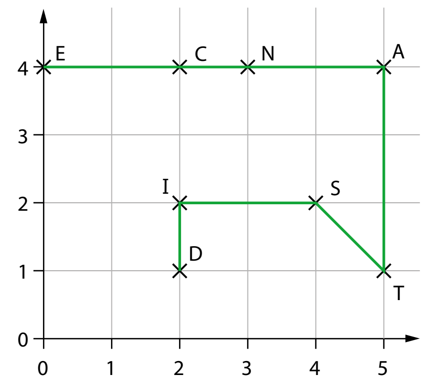
Questions flash

24 A(2 ; 1) B(3 ; 2) C(1 ; 3)
D(3,5 ; 1) E(0,5 ; 0) F(0 ; 1,5)

25 A1 B4 C3 D2 E5

26 Le repère est imprimable.

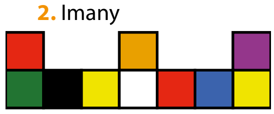
1. D(2 ; 1)
2.



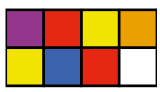
27 Tracer le parcours C(1 ; 0), A(1 ; 1), B(3 ; 1), D(3 ; 3,5), E(4 ; 3,5), F(4 ; 2),G(5 ; 2), H(5 ; 4), I(6 ; 4), S(6 ; 5).

Après avoir traité les exercices 26 et 27, on peut demander aux élèves de travailler en binôme et de créer eux-mêmes un exercice similaire à proposer à leur voisin.

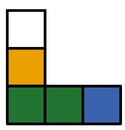
28 **1.** Nathan **2.** Imany
3. Manon :



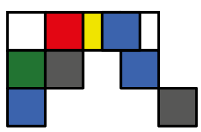
Karim :



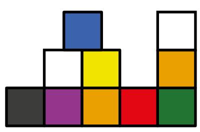
29 **Vue de gauche :**



Vue de dessus :



Vue de derrière :



Déterminer un volume

Questions flash

30 a. mm^3 b. m^3 c. dm^3 d. cm^3 e. km^3

31 $\mathcal{V}_1 = 10 \times 6 \times 5 = 300\ cm^3$ $\mathcal{V}_2 = 4 \times 5 \times 7 = 140\ cm^3$
$\mathcal{V}_3 = 4 \times 1{,}5 \times 2 = 12\ cm^3$

32 **Solide 1 :**

$\mathcal{V}_{S1} = \mathcal{V}_{\text{grand pavé droit plein}} - \mathcal{V}_{\text{cube du « coin »}} - \mathcal{V}_{\text{petit pavé droit du « coin »}}$
$= 6 \times 6 \times 8 - (3 \times 3 \times 3) - 2 \times 2 \times 3$
$= 288 - 27 - 12$
$= 249\ cm^3$

Solide 2 :

$\mathcal{V}_{S2} = 6 + 3 + 2 + 1 + 5 + 6 + 5 + 2 + 2 + 2 + 5$
$= 39\ cm^3$

On laissera les élèves proposer différentes stratégies pour analyser ensuite avec eux celle qui est la plus efficace dans chacun des cas.
Pour le solide 2, un des cubes (en bas à droite) est totalement caché.

33 **Solide 1 :** $\mathcal{V}_{S1} = 3 \times 4 = 12\ mm^3$
Solide 2 : $\mathcal{V}_{S2} = 2 \times 4 \times 3 = 24\ mm^3$

34 a. $2{,}5\ m^3$ b. $35\ 000\ m^3$
c. $0{,}000\ 437\ m^3$ d. $8\ 300\ 000\ m^3$
e. $0{,}000\ 000\ 004\ 85\ m^3$ f. $0{,}000\ 037\ 134\ m^3$
g. $7\ 200\ 000\ m^3$ h. $37\ 800\ m^3$
i. $1\ 340\ 000\ 000\ m^3$

Certains élèves ont besoin de s'aider d'un tableau de conversion et savent bien l'utiliser ; pour ceux qui ont des difficultés, on peut leur proposer de raisonner uniquement avec des multiplications et divisions par 1 000 ; 1 000 000…

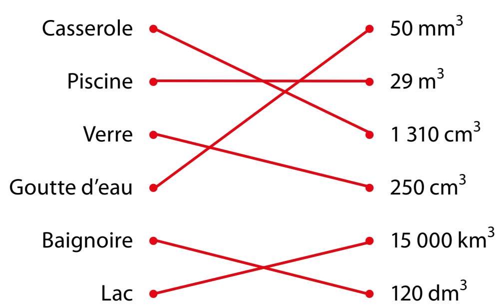
35 a. $75\ m^3 = 75\ 000\ \mathbf{dm^3} = 0{,}075\ \mathbf{dam^3} = 75\ 000\ 000\ \mathbf{cm^3}$
b. $14{,}2\ hm^3 = 0{,}014\ 2\ \mathbf{km^3} = 14\ 200\ 000\ \mathbf{m^3} = 14\ 200\ \mathbf{dam^3}$

Ici, le raisonnement avec les multiplications et divisions semblent plus pertinent que le recours à un tableau de conversion.

36 a. $5 \times 5 \times 5 = 125\ cm^3$ b. $7 \times 2{,}5 \times 5 = 87{,}5\ cm^3$
c. $4 \times 0{,}5 \times 2 = 4\ m^3$

Le 3e exemple permet de rappeler aux élèves la nécessité d'avoir toutes les dimensions dans la même unité.

37



38 $\mathcal{V} = 120 \times 55 \times 0{,}05 = 330\ m^3$

Faire le point

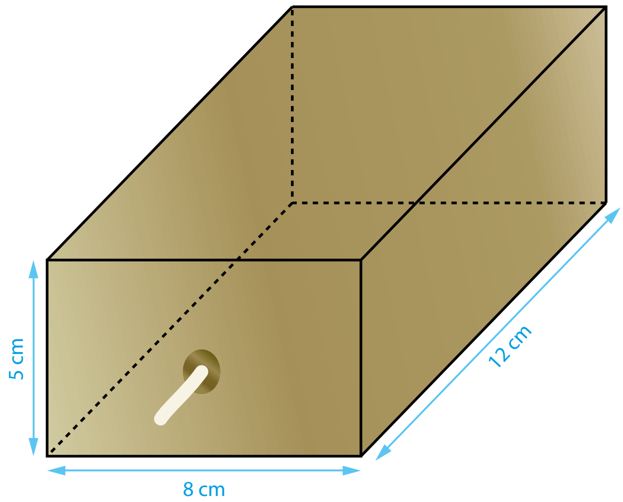
QCM

1 1. A **2** 2. B
3 3. A 4. B **4** 5. C 6. A

Problèmes

39 **Devinette**
1. Le vert. 2. Un pavé droit.
3. Le patron rose : un cylindre.
Le patron orange n'est pas correct.
Le patron bleu : un cube.
Le patron violet : une pyramide.

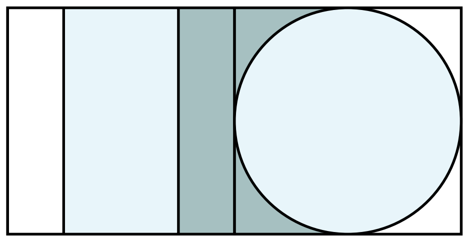
40 **La bougie**



Coup de pouce possible : Les dimensions des arêtes fuyantes sont réduites.

41 **Des volumes affichés**
Planche de surf : $170\ L = 170\ dm^3$
Coffre : $0{,}24\ m^3 = 240\ dm^3$
Bac à fleurs : $51\ dm^3$
$51 < 170 < 240$ donc $51\ dm^3 < 170\ L < 0{,}24\ m^3$

42 **Château enchanté**



43 **Jus de fruits**
$1{,}5\ L = 1{,}5\ dm^3 = 1\ 500\ 000\ mm^3$
$\mathcal{V} = L \times \ell \times h = 70 \times 80 \times h = 1\ 500\ 000$
Donc $h = 1\ 500\ 000 \div 5\ 600 \approx 268\ mm$

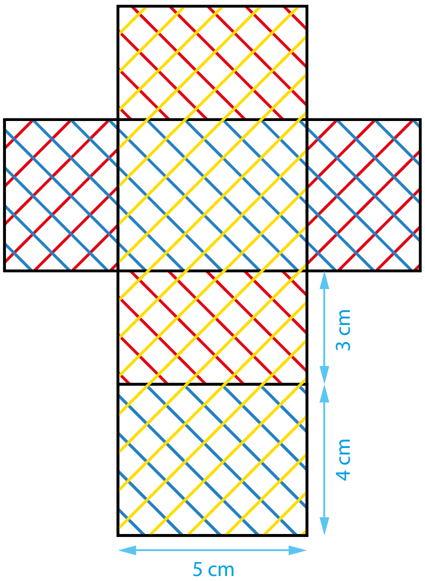
On laissera les élèves mettre en place une procédure personnelle et être critique sur le résultat trouvé par rapport à la réalité.

44 **Construction**
Réponse E.

45 **Fuite d'eau**
Dans une année, il y a :
$365 \times 24 \times 60 \times 60 = 31\ 536\ 000$ secondes
Une goutte d'eau tombant toutes les 2 secondes, il tombe 15 768 000 gouttes en une année car :
$31\ 536\ 000 \div 2 = 15\ 768\ 000$
Volume d'eau gaspillée en une année :
$0{,}05 \times 15\ 768\ 000 = 788\ 400\ mL = 788{,}4\ L$
Le volume d'eau contenue dans la piscine est :
$L \times \ell \times h = 250 \times 150 \times 30 = 1\ 125\ 000\ cm^3 = 1\ 125\ dm^3 = 1\ 125\ L$
Donc il faut 562,5 L pour remplir la moitié de la piscine.
Donc Tim a raison car 788,4 L est supérieur à 562,5 L.

46 Patron coloré

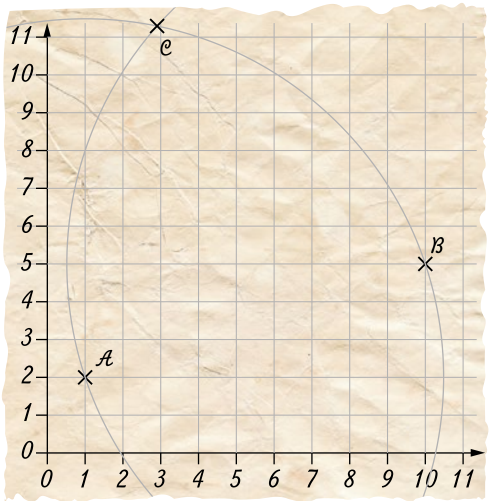
Sa hauteur sera égale à 4 cm car $\frac{2}{3} \times 6 = (6 \div 3) \times 2 = 2 \times 2 = 4$.
Sa longueur sera égale à 5 cm car $20 \div 4 = 5$.
L'aire de la face de devant est égale à $4 \times 5 = 20$ cm^2 ; c'est un multiple de 2 et de 5. Elle est hachurée en bleu et en jaune.
L'aire de la face de droite est égale à $4 \times 3 = 12$ cm^2 ; c'est un multiple de 2 et de 3. Elle est hachurée en bleu et en rouge.
L'aire de la face de dessus est égale à $3 \times 5 = 15$ cm^2 ; c'est un multiple de 3 et de 5. Elle est hachurée en rouge et en jaune.



47 Les balises

La carte est imprimable.

1. Il faut construire le triangle équilatéral ABC.



2. Les coordonnées du point C sont approximativement (3 ; 11,3).

48 Aquarium

Modèle Java :

- La longueur est de 600 mm à laquelle on enlève deux fois l'épaisseur du verre, soit $600 - 2 \times 4 = 592$ mm.
- La largeur est de 300 mm à laquelle on enlève deux fois l'épaisseur du verre, soit $300 - 2 \times 4 = 292$ mm.
- La hauteur est de 300 mm à laquelle on enlève le fond et le couvercle soit $300 - 2 \times 20 = 260$ mm.
  $\mathcal{V} = L \times \ell \times h = 592 \times 292 \times 260 = 44\,944\,640$ mm$^3 \approx 44,9$ L

Modèle Bali :

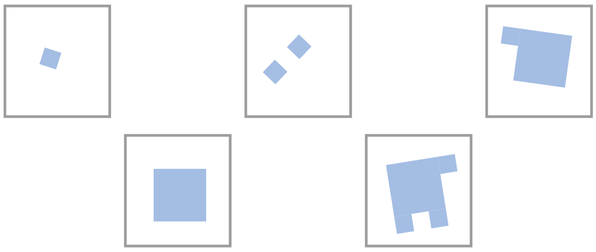
- La longueur est de 550 mm à laquelle on enlève deux fois l'épaisseur du verre, soit $550 - 2 \times 6 = 538$ mm.
- La largeur est de 400 mm à laquelle on enlève deux fois l'épaisseur du verre, soit $400 - 2 \times 6 = 388$ mm.
- La hauteur est de 400 mm à laquelle on enlève le fond et le couvercle, soit $400 - 2 \times 20 = 360$ mm.
  $\mathcal{V} = L \times \ell \times h = 538 \times 388 \times 360 = 75\,147\,840$ mm^3
  $\approx 75,1$ L $> 44,9$ L

C'est donc le modèle Bali qui peut contenir le plus grand nombre de litres d'eau.

49 Le Rubik's Cube

1. $(3 \times 3 \times 3) - 1 = 26$ cubes
2. $4,5 \times 4,5 \times 4,5 = 91,125$ cm^3 (avec le mécanisme central)

50 Empreintes



51 Empilements

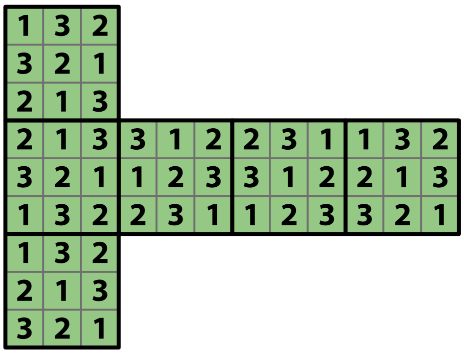
Si ce pavé droit était plein, il contiendrait 60 cubes car $4 \times 5 \times 3 = 60$.
Cet empilement contient donc 30 cubes.
Le volume de bois est donc égal à 39 930 cm^3 car $30 \times (11 \times 11 \times 11) = 39\,930$.

52 À deux, c'est mieux !

- Les bras et les jambes sont des pavés droits de 20 cm × 5 cm × 5 cm.
  Volume des bras et des jambes : $(20 \times 5 \times 5) \times 4 = 2\,000$ cm^3
- Volume du corps : $20 \times 25 \times 5 = 2\,500$ cm^3
- Volume de la tête : $15 \times 15 \times 5 = 1\,125$ cm^3
- Volume des mains et des pieds : $4 \times (5 \times 5 \times 5) = 500$ cm^3

Volume total : $2\,000 + 2\,500 + 1\,125 + 500 = 6\,125$ cm^3

53 Sudocube



54 Jeu vidéo

1. La longueur du bloc est égale à 1 m, soit 100 cm ; elle est constituée de seize petits carrés.
   Le côté de chaque petit carré mesure donc $100 \div 16 = 6,25$ cm.
   La surface d'un pixel est donc de 39,062 5 cm^2 car $6,25 \times 6,25 = 39,062\,5$.
2. $\mathcal{V} = (7 \times 8 \times 8) \times 39,062\,5 \times 6,25 = 109\,375$ cm^3

55 Des boules de glace

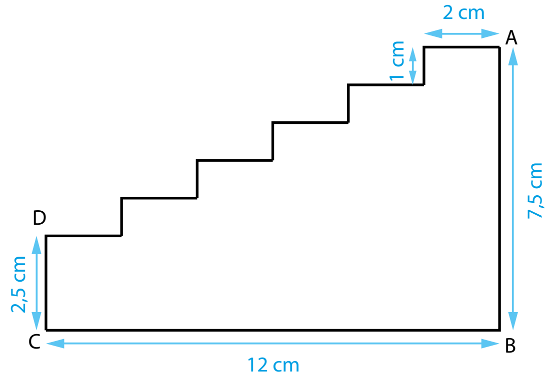
- *Volume du pot de glace à la fraise :*
  $20 \times 15 \times 12 = 3\,600$ cm^3 = 3 600 mL
  $3\,600 \div 40 = 90$ donc avec un pot, il pourra confectionner 90 boules de glace à la fraise.
  Pour ses 100 coupes, il a besoin de 200 boules de glace.
  Il lui faut donc trois pots de glace à la fraise.
- *Volume du pot de glace à la mangue :*
  $15 \times 15 \times 15 = 3\,375$ cm^3 = 3 375 mL
  $3\,375 \div 40 = 84,375$ donc avec un pot, il pourra confectionner 84 boules de glace à la mangue.
  Pour ses 100 coupes, il a besoin de 100 boules de glace.
  Il lui faut donc deux pots de glace à la mangue.

56 Pavé droit et cubes

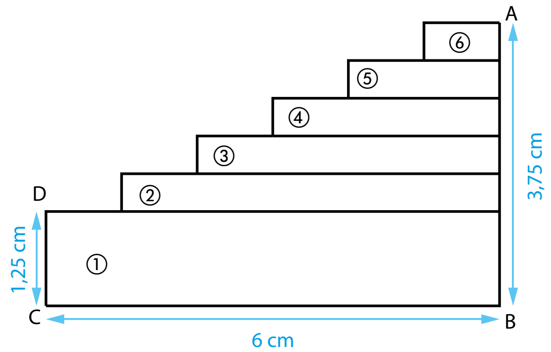
Le volume des six petits cubes enlevés est égal à :
$6 \times (3 \times 3 \times 3) = 162$ cm^3
Le volume du pavé droit entièrement rempli de petits cubes est donc égal à $1\,728 + 162 = 1\,890$.
$21 \times 15 \times \ldots = 1\,890$
La hauteur du pavé initial est donc égale à :
$1\,890 \div (21 \times 15) = 6$ cm

57 L'escalier de Penrose

1.



2. On « découpe » la face et on calcule chaque volume sachant que la profondeur est de 1 m.



La hauteur totale est de 3,75 m ; il reste donc 2,5 m pour chaque marche, donc chacune a une hauteur de 0,5 m et la longueur de chaque marche est de 1 m.

On fera remarquer aux élèves la situation de proportionnalité par rapport au schéma de la question **1.**

Volume ① : $6 \times 1{,}25 \times 1 = 7{,}5\ \text{m}^3$
Volume ② : $5 \times 0{,}5 \times 1 = 2{,}5\ \text{m}^3$
Volume ③ : $4 \times 0{,}5 \times 1 = 2\ \text{m}^3$
Volume ④ : $3 \times 0{,}5 \times 1 = 1{,}5\ \text{m}^3$
Volume ⑤ : $2 \times 0{,}5 \times 1 = 1\ \text{m}^3$
Volume ⑥ : $1 \times 0{,}5 \times 1 = 0{,}5\ \text{m}^3$

Le volume en béton est donc égal à :
$7{,}5 + 2{,}5 + 2 + 1{,}5 + 1 + 0{,}5 = 15\ \text{m}^3$

58 Chasse au trésor

- On calcule le trajet le plus court pour chaque cycliste jusqu'au coffre :
  Paul doit parcourir 11 km, Tiare 6 km, et Kim 10 km.
  Ils ont donc tous moins de 11,5 km à parcourir pour atteindre le trésor.
- On calcule le volume du coffre :
  $L \times \ell \times h = 40 \times 30 \times 20 = 24\,000\ \text{cm}^3 = 24\ \text{dm}^3 = 24\ \text{L}$
  Le sac à dos de Tiare ne pourra pas contenir le coffre (20 L $<$ 24 L) ; le sac de Kim le pourra (50 L $>$ 24 L), celui de Paul également (40 L $>$ 24 L).
  Donc Kim et Paul pourront trouver et emporter le trésor.

59 Masses et volumes

1. Le volume de la boite est égal à :
$L \times \ell \times h = 30 \times 15 \times 9 = 4\,050\ \text{cm}^3 = 0{,}004\,05\ \text{m}^3$
$0{,}004\,05 \times 20 = 0{,}081$ kg
Il y a 0,081 kg de coton dans la boite.
Elle pèse donc 1,581 kg (1,5 + 0,081 = 1,581).

2. $7{,}980 - 1{,}5 = 6{,}48$
Il y a donc 6,48 kg de sable dans cette boite de volume $0{,}004\,05\ \text{m}^3$.
$6{,}48 \div 0{,}004\,05 = 1\,600$
Donc un mètre cube de sable pèse 1 600 kg.

Travailler autrement

60 Analyse de document

Questions ceinture jaune

1. En 1989.
2. 95 + 105 = 200 tonnes
3. 84
4. 8 arêtes

Questions ceinture verte

1. 603 + 70 = 673 polygones
2. $5 \times 8 = 40$ arêtes
3. Non, car la hauteur de la grande pyramide est d'environ 21 m, alors que celle d'une petite pyramide est de 5 m, soit environ quatre fois moins.

Questions ceinture noire

1. 2 560 + 1 988 = 4 548 ans
2. $35{,}42 \times 35{,}42 = 1\,254{,}576\,4\ \text{m}^2$
3. $\dfrac{146{,}58}{230{,}35} \approx 0{,}64$ $\quad \dfrac{21{,}64}{35{,}42} \approx 0{,}61$
Si on prend la hauteur de la pyramide de Khéops aujourd'hui, les proportions sont encore plus proches :
$$\frac{137}{230{,}35} \approx 0{,}59$$

61 Écriture d'énoncé

Questions ceinture jaune

Quatre amis se partagent équitablement trois bouteilles d'eau de 2 litres chacune.
- Quel volume d'eau chacun des amis boit-il ?

Questions ceinture verte

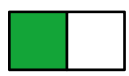
Un pavé droit de longueur 10 cm, de largeur 5 cm et de hauteur 3 cm est entièrement composé de petits cubes bleus d'1 cm d'arête.
- Quel est le volume du solide après avoir retiré huit de ces petits cubes ?

Questions ceinture noire

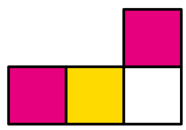
Zoé veut fabriquer un dé pour jouer avec ses amis. Deux faces sont rouges, les quatre autres sont d'une autre couleur.
- Représenter un patron de ce cube.

62 Repérage dans l'espace

Questions ceinture jaune

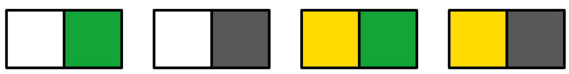


Questions ceinture verte



Questions ceinture noire

Il y a quatre possibilités :

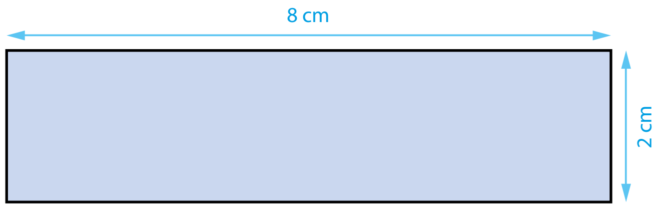


Coup de pouce possible : À l'aide du patron proposé, construire le cube avec les faces colorées.

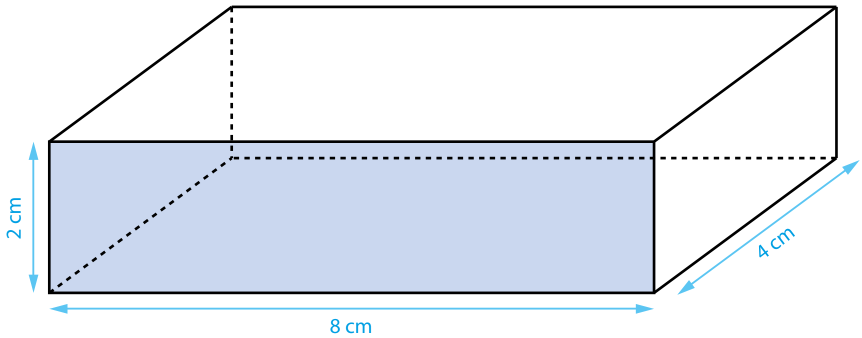
63 Représentation d'une situation

Questions ceinture jaune

1.

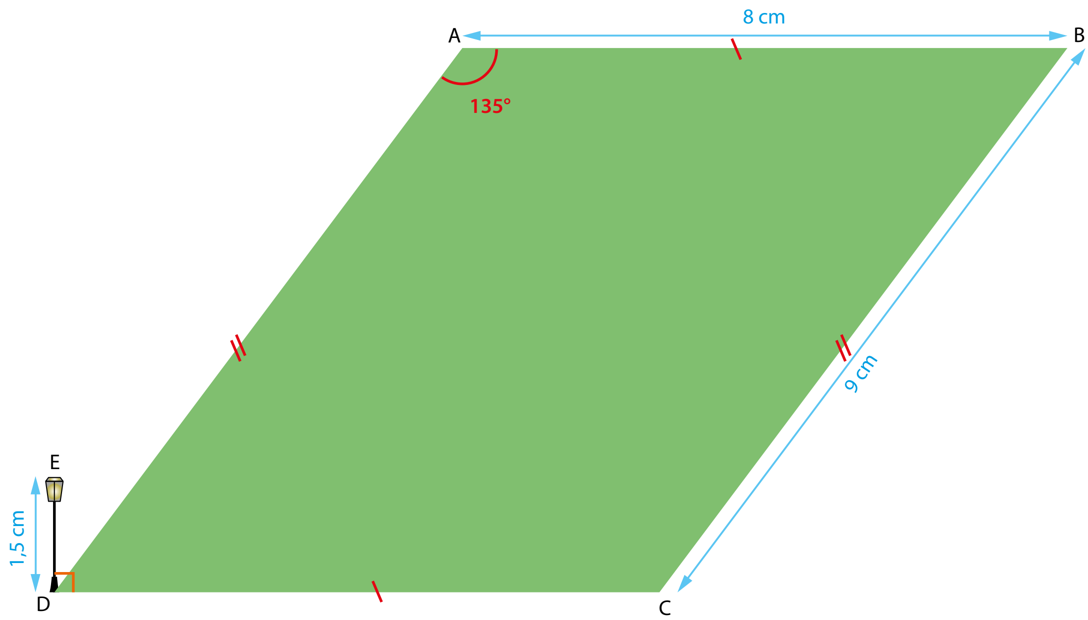


2.

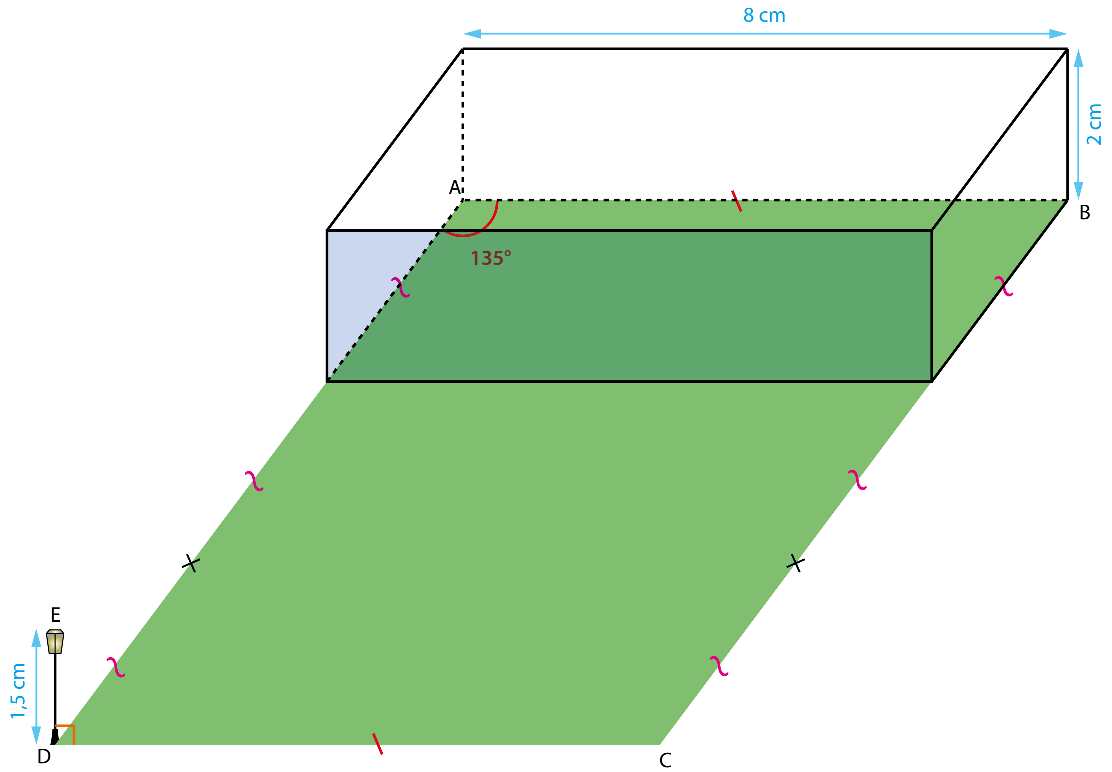


Questions ceinture verte

1.

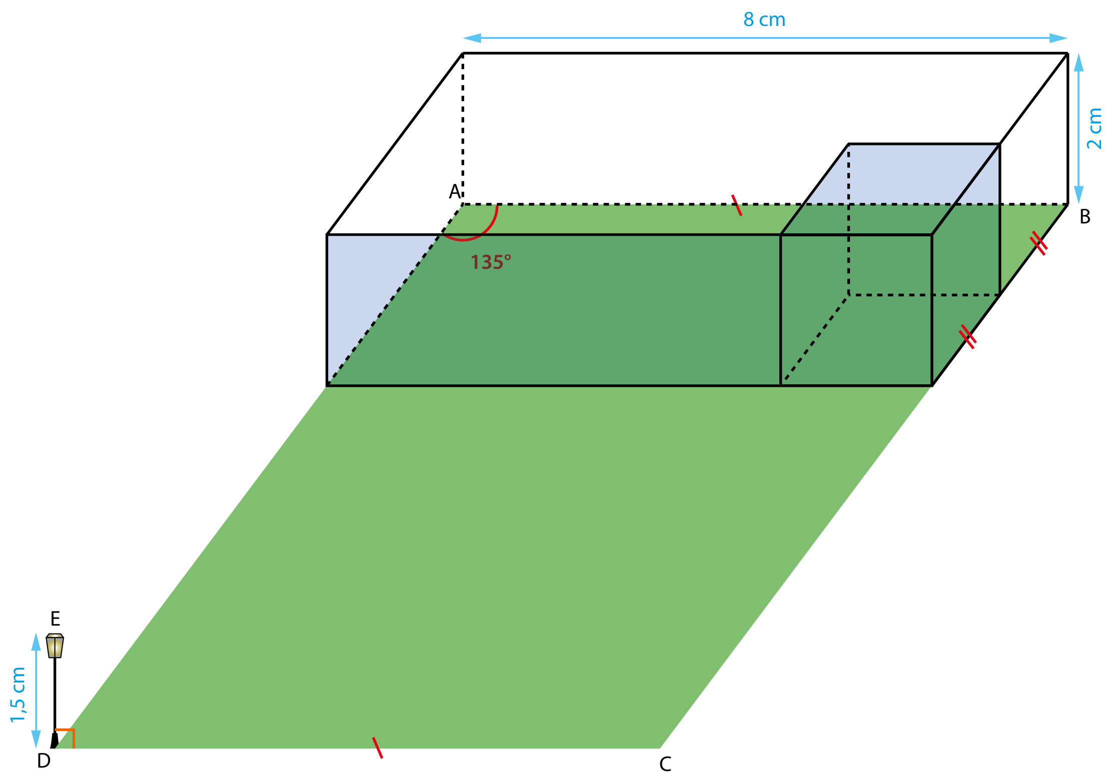


2.



Questions ceinture noire

1.



2. Le volume total de la maquette du bâtiment est égal à :
$8 \times 2 \times 4 = 64$ cm^3
Le volume du cube est égal au huitième du volume total du bâtiment, soit 8 cm^3.
L'arête du cube mesure donc 2 cm.

Il faudra bien expliquer aux élèves la différence entre la largeur exacte du bâtiment (4 cm) et la longueur de la fuyante sur la représentation (3 cm).

Outils numériques et algorithmique

64 Briques de jus de pomme

1. Dans la cellule A3, il faut inscrire la formule =A2-0,5
   Dans la cellule B3, il faut inscrire la formule =B2-0,5
   Dans la cellule C3, il faut inscrire la formule =C2-0,5
2. Dans la cellule D2, il faut inscrire la formule =A2*B2*C2
3. On veut que le volume soit au minimum de 330 cm^3, donc cela correspond à une largeur de 3,5 cm, une longueur de 7 cm et une hauteur de 13,5 cm.

	A	B	C	D
1	Largeur (en cm)	Longueur (en cm)	Hauteur (en cm)	Volume (en cm³)
2	11	14,5	21	3349,5
3	10,5	14	20,5	3013,5
4	10	13,5	20	2700
5	9,5	13	19,5	2408,25
6	9	12,5	19	2137,5
7	8,5	12	18,5	1887
8	8	11,5	18	1656
9	7,5	11	17,5	1443,75
10	7	10,5	17	1249,5
11	6,5	10	16,5	1072,5
12	6	9,5	16	912
13	5,5	9	15,5	767,25
14	5	8,5	15	637,5
15	4,5	8	14,5	522
16	4	7,5	14	420
17	3,5	7	13,5	330,75
18	3	6,5	13	253,5

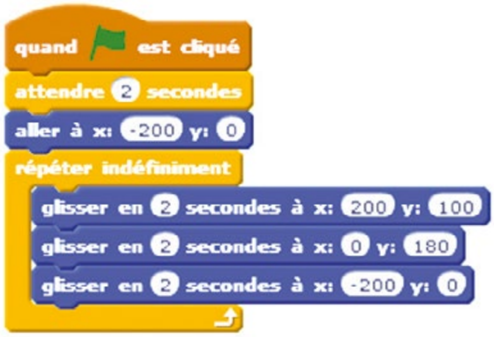
65 La sorcière et le fantôme

1. c.

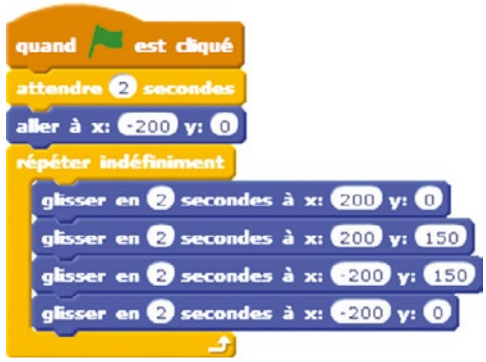
2.

On laissera les élèves créer leurs propres déplacements.

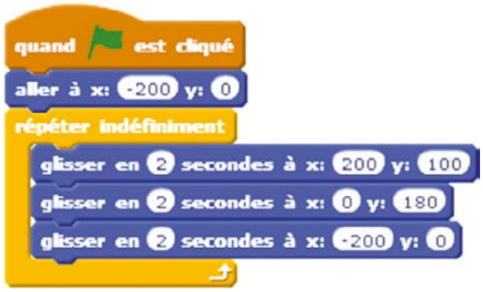
Un exemple simple :



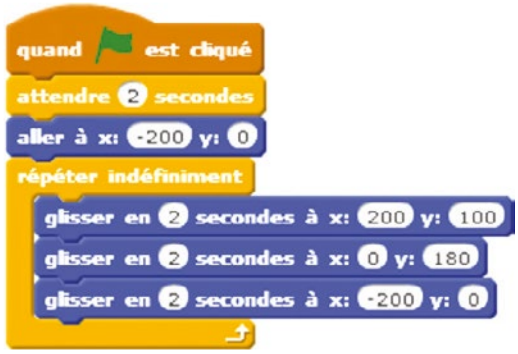
3.



4. Pour la sorcière :



Pour le fantôme :



On pourra proposer aux élèves d'autres contraintes et/ou améliorations (faire tourner les lutins, les faire rebondir si le bord est atteint, les orienter, dire un message…)

Problèmes transversaux

1 Jeu de fléchettes

Intentions des auteurs

Notions abordées :
- nombres entiers, multiples ;
- dénombrement ;
- représentation de données.

L'organisation du travail est très importante ici, notamment la répartition des tâches et la présentation des résultats.

1. Luc : 75 + 80 + 25 = 180
Marissa : 5 + 50 + 100 + 50 = 205
Marissa a gagné.

2.

Coups de pouce possibles :
Est-il possible qu'il n'y ait aucune flèche dans les zones orange et jaune ? Pourquoi ?
Il y a beaucoup d'essais à faire et il est difficile d'être certain d'avoir tout essayé. On peut suggérer la répartition du travail suivante :
Groupe A : avec au moins deux fois 5 points et pas d'autre paire.
Groupe B : avec au moins deux fois 25 points et pas d'autre paire.
Groupe C : avec au moins deux fois 50 points et pas d'autre paire.
Groupe D : avec au moins deux fois 80 points et pas d'autre paire.
Groupe E : avec au moins deux fois 100 points et pas d'autre paire.
Groupe F : deux paires.

Voici un exemple de réponse :
Groupe F : On remarque qu'avec deux paires, tous les résultats se terminent par 0. Il faudrait un nombre impair de flèches dans les zones orange et jaune pour avoir 5 en chiffre des unités.
Groupe A : 5 + 5 + 80 + 100 = 190
Avec deux fois 5 points et sans autre paire, on peut obtenir au maximum 190, c'est insuffisant.
Groupe B : 25 + 25 + 80 + 100 = 230
Avec deux fois 25 points et sans autre paire, on peut obtenir au maximum 230, c'est insuffisant.
Groupe C : 50 + 50 + 80 + 100 = 280
Avec deux fois 50 points et sans autre paire, on peut obtenir au maximum 280, c'est insuffisant.
Les *groupes D et E* ne feront pas tous les calculs suivants, mais il faudra alors qu'ils argumentent.
Groupe D :

Essai	5 points	25 points	50 points	80 points	100 points	Total
1	x	x		xx		110
2	x		x	xx		135
3	x			xx	x	155
4		x	x	xx		180
5		x		xx	x	225
6			x	xx	x	230
7	x			xxx		245
8		x		xxx		265
9			x	xxx		290
10				xxx	x	340
11				xxxx		320

Groupe E :

Essai	5 points	25 points	50 points	80 points	100 points	Total
1	x	x			xx	230
2	x		x		xx	255
3	x			x	xx	285
4		x	x		xx	275
5		x		x	xx	305
6			x	x	xx	330
7	x				xxx	305
8		x			xxx	325
9			x		xxx	350
10				x	xxx	380
11					xxxx	400

Luc a raison.

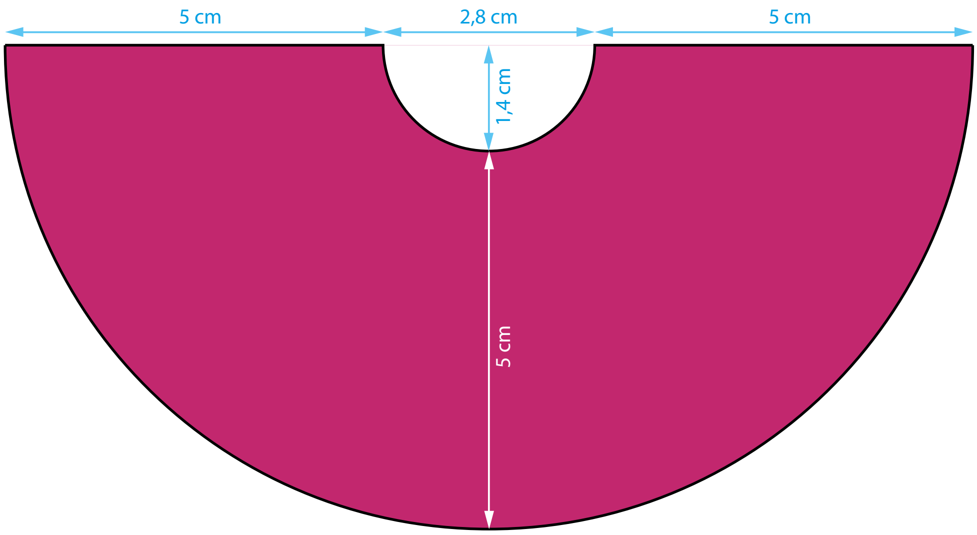
2 Patron

Intentions des auteurs

Notions abordées :
- longueur d'un cercle ;
- réduction et proportionnalité ;
- construction.

1. 28 cm × π ≈ 28 cm × 3,14 ≈ 87,92 cm. Pour la taille, il lui faudra environ 88 cm de tissu.

2.



3 Le trésor du donjon

Intentions des auteurs

Notions abordées :
- nombres entiers, critères de divisibilité ;
- distance et échelle.

$3 + 8 + 7 = 18$ $\qquad$ $8 + 4 + 6 = 18$
387 et 846 sont des multiples de 9, il faut éliminer les portes C et E.
624 est divisible par 4 puisqu'il se termine par 24 qui est un multiple de 4, il faut éliminer la porte D.
À l'aide d'un compas et de l'échelle située en dessous du dessin, on constate que la porte A (et la porte C) est située à moins de 11 m du feu, il faut l'éliminer.
Le trésor se trouve derrière la porte B.
Vérification :
519 n'est pas divisible par 4 puisqu'il est pair.
$5 + 1 + 9 = 15$ donc 519 est un multiple de 3 mais n'est pas un multiple de 9.
Au compas, on constate que la porte B est à plus de 11 m du feu.

4 Biberons

Intentions des auteurs

Notion abordée : nombres et opérations.

Coups de pouce possibles :
De combien de lait ce bébé a-t-il besoin par jour ? Qu'appelle-t-on la ration journalière ? Quelle est-elle pour ce bébé ?
Que signifie le doc. 3 ? Pourquoi les bébés ne prennent-ils pas le même nombre de biberons selon leur masse ?
Quel est le lien entre la ration journalière et le nombre de biberons par jour ?

2,9 kg = 2 900 g
Ration journalière (en mL) $= 2\,900 \div 10 + 250 = 290 + 250 = 540$
Il faudra 540 mL de lait par jour pour ce bébé.
Comme ce bébé pèse moins de 5 kg, il lui faut six biberons par jour.
$540 \div 6 = 90$ $\qquad$ Il faudra 90 mL de lait par biberon.
Une mesurette de lait pour 30 mL d'eau :
$90 \text{ mL} = 3 \times 30 \text{ mL}$
Il faudra trois mesurettes de lait par biberon.

5 Paris-Bordeaux

Intentions des auteurs

Notions abordées :
- proportionnalité ;
- calculs de durée.

Voyage en voiture :
Distance : 589,7 km
Consommation de la voiture : 4,7 L pour 100 km
C'est une situation de proportionnalité.

	$\div 100$	$\times 589{,}7$	
Quantité d'essence (en L)	4,7	0,047	27,715 9
Prix (en €)	100	1	589,7

$0{,}047 \times 589{,}7 = 27{,}715\,9$
La voiture consommera environ 27,7 litres d'essence.
Prix de l'essence SP95/E10 : 1,296 € au litre
$1{,}296 \times 27{,}7 = 35{,}899\,2$
Ngoura paiera environ 35,90 € d'essence.
Péage : 54,80 €
Total = 54,80 € + 35,90 € = 90,70 €
Le voyage en voiture couterait 90,70 € pour une durée de 5 h 31 min.

Voyage en train :
Le trajet le moins cher est celui du train de 08h19.
11 h 43 min – 8 h 19 min = 3 h 24 min
Le voyage en train couterait 85 € pour une durée de 3 h 24 min.
Différence de temps :
5 h 31 min – 3 h 24 min = 2 h 07 min
Différence de prix : 90,70 € – 85 € = 5,70 €
En prenant le train de 8h15, Ngoura gagnera 2 h 07 min de trajet et économisera 5,70 €.

6 Nouveau téléphone

Intentions des auteurs

Notions abordées :
- nombres et opérations ;
- pourcentages.

Le travail en groupe peut permettre aux élèves de se répartir les tâches.

1.

Coup de pouce possible : Conseiller aux élèves de se répartir le travail, par exemple en trinômes dont chaque membre calcule le cout d'une des trois offres.
Différenciation : Réserver l'offre 2 aux élèves ayant une bonne maitrise dans la compréhension d'un texte et des opérations.

Offre 1 : 24 × (19 € + 32,99 €) = 1 247,76 €
Offre 2 : 196,99 € + 24 × (8 € + 35,99 €) = 1 252,75 €
Offre 3 : 340 € + 24 × 35,99 € = 1 203,76 €
On conseille à Baptiste l'offre 3.

2. Comme l'offre 3 est résiliée au bout de 12 mois, il reste 12 mois. Baptiste devra payer 25 % des mensualités dues.
12 × 35,99 € = 431,88 €
Prendre 25 % d'une somme revient à en prendre le quart.
$431{,}88 \div 4 = 107{,}97$
Les frais de résiliation s'élèveront à 107,97 €.

7 Housse pour tablette

Intentions des auteurs

Notions abordées :
- conversion de longueurs ;
- construction et mesure de longueur ;
- proportionnalité.

169,50 mm – 10 mm = 159,5 mm
240 mm – 40 mm = 200 mm
L'écran est un rectangle de 159,5 mm sur 200 mm.
On construit ce rectangle en vraie grandeur et on mesure sa diagonale à la règle graduée.
diagonale ≈ 255 mm
1 pouce = 2,54 cm = 25,4 mm

$\div 25{,}4$				$\times 25{,}4$
	Dimensions (en pouces)	1	?	
	Dimensions (en mm)	25,4	255	

$255 \div 25{,}4 \approx 10{,}039$
La diagonale de cet écran mesure environ 10 pouces.
Maxence devra choisir la housse de tablette pour écran 10 pouces.

8 Déménagement

Intentions des auteurs

Notions abordées :
- calcul de volumes ;
- utilisation des outils numériques.

Coup de pouce possible : Faire travailler les élèves sur tableur. Ouvrir le fichier « Prob transv - Exercice 8 - Excel - élève.xlsx » (la colonne C est vide) puis le fichier « Prob transv - Exercice 8 - Excel - prof.xlsx » pour la correction.

On croise les informations des doc. 1 et 2 pour connaitre le volume des biens d'Estelle et Medhi :

B20 fx =0,5*0,4*0,35

	A	B	C
1	MEUBLES	volume (en m3)	Volume des meubles d'Estelle et Medhi (en m3)
2	Four	0,2	0,2
3	Lave-linge, sèche-linge, lave-vaisselle, gazinière	0,3	0,6
4	Réfrigérateur courant	0,5	
5	Réfrigérateur américain	1,15	1,15
6	Table	0,7	0,7
7	Chaise	0,8	4,8
8	Fauteuil	0,8	1,6
9	Canapé 2 places	1,3	
10	Canapé d'angle	2,5	
11	Table basse	0,3	0,3
12	Meuble TV	0,9	
13	Bureau	0,2	
14	Armoire	1,5	1,5
15	Table de chevet	0,1	
16	Lit 1 place	0,7	
17	Lit 2 places	1,2	1,2
18			
19	CARTONS	Volume (en m3)	Volume des cartons d'estelle et Medhi (en m3)
20	Cartons standards : 50 cm x 40 cm x 35 cm	0,07	0,7
21	Cartons pour livres : 35 cm x 28 cm x 30 cm	0,0294	0,0882
22			
23	Volume total des affaires d'Estelle et Medhi (en m3)		12,8382
24			
25	VEHICULE	Dimensions utiles en mètres	VOLUME (en m3)
26	Vito	2,40x1,65x1,38	5,4648
27	Master	3,15x1,76x1,90	10,5336
28	Sprinter	4,20x1,73x1,84	13,36944
29	Daily	4,20x2,10x2,30	20,286

Dans la cellule B20, les élèves peuvent saisir : =0,5*0,4*0,35
Dans la cellule C20, les élèves peuvent saisir : =B20*10
Estelle et Medhi peuvent louer un Sprinter ou un Daily.

9 Agrandissement

Intentions des auteurs

Notions abordées :
- aire d'un rectangle, d'un triangle rectangle ;
- application d'un coefficient de proportionnalité.

Coups de pouce possibles : Qu'a-t-on besoin de connaitre pour pouvoir répondre à ces questions ? Quels calculs doit-on faire ? Comment pourrait-on se répartir les tâches (si les élèves sont en groupe ou en binôme) ?

Extension : $8{,}50 \text{ m} \times 5{,}20 \text{ m} = 44{,}200 \text{ m}^2$
Surface actuelle de la maison : $8 \text{ m} \times 7 \text{ m} = 56 \text{ m}^2$
$(2 \text{ m} \times 8 \text{ m}) \div 2 = 8 \text{ m}^2$
$(3 \text{ m} \times 8 \text{ m}) \div 2 = 12 \text{ m}^2$
$8 \text{ m} \times 5 \text{ m} = 40 \text{ m}^2$

Total = 116 m^2
$116 \text{ m}^2 + 44{,}2 \text{ m}^2 = 160{,}2 \text{ m}^2$
La superficie de sa maison après l'extension serait de $160{,}2 \text{ m}^2$.
Le COS qui s'applique au terrain de M. Clemens est de 0,4 et son terrain, qui correspond au lot n°4, a une superficie de 500 m^2.
$0{,}4 \times 500 \text{ m}^2 = 200 \text{ m}^2$
M. Clemens a le droit de réaliser son extension.
$160{,}2 \text{ m}^2 > 150 \text{ m}^2$
M. Clemens devra faire appel à un architecte.

10 Équilibre alimentaire

Intentions des auteurs

Notions abordées :
- proportionnalité ;
- calcul de pourcentage (niveau expert) ;
- représentation de données en tableaux.

C'est un problème très ouvert et très long qui demande beaucoup d'organisation et une très bonne maitrise des outils et des notions en jeu. On peut le donner à travailler aux groupes d'élèves les plus solides lors d'une séance de différenciation sur le traitement de données et/ou la proportionnalité.
Il est judicieux de leur conseiller de prendre le temps d'analyser les tâches à accomplir et de décider de la répartition de ces tâches entre eux avant de démarrer.

Calcul de la valeur calorique des repas de Bastien :

	Énergie	Glucides	Lipides	Protides
Petit déjeuner				
Lait (250 mL)	85 kcal	12,5 g	12,5 g	8,75 g
Céréales (100 g)	204,5 kcal	40 g	6 g	4,5 g
TOTAL Petit déj.	289,5 kcal	52,5 g	18,5 g	13,25 g
Déjeuner				
Poulet (50 g)	102,5 kcal	0 g	5 g	14,5 g
Spaghetti (300 g)	1 065 kcal	225 g	3 g	36 g
TOTAL Déjeuner	1 167,5 kcal	225 g	8 g	50,5 g
Gouter				
2 crèmes au chocolat	274 kcal	40 g	10 g	10 g
Diner				
2 hamburgers	1 020 kcal	120 g	52 g	20 g
1 éclair au chocolat	205 kcal	35 g	10 g	5 g
Total diner	1 225 kcal	155 g	62 g	25 g
TOTAL	**2 956 kcal**	**472,5 g**	**98,5 g**	**98,75 g**

Analyse des résultats :
- L'apport énergétique pour la journée de Bastien est de 2 956 kcal, ce qui est proche des 3 000 kcal conseillées pour un garçon de 15 ans et demi.
- Répartition des apports énergétiques conseillée sur les 2 956 kcal consommés par Bastien :
  25 % de 2 956 kcal : $2\,956 \div 4 = 739$
  35 % de 2 956 kcal : $0{,}35 \times 2\,956 = 1\,034{,}6$
  10 % de 2 956 kcal : $2\,956 \div 10 = 295{,}6$
  30 % de 2 956 kcal : $0{,}3 \times 2\,956 = 886{,}8$

	Énergie pour Bastien (en kcal)	Énergie conseillée (en kcal) pour un total de 2 956 kcal
Petit déjeuner	289,5	739
Déjeuner	1 167,5	1 034,6
Gouter	274	295,6
Diner	1 225	886,8

  Bastien devrait manger davantage au petit déjeuner, un peu moins au déjeuner et encore moins au diner.
- Répartition conseillée entre glucides, lipides et protides sur la masse totale consommée par Bastien :
  Total : 472,5 g + 98,5 g + 98,75 g = 669,75 g
  55 % de 669,75 : $0{,}55 \times 669{,}75 \approx 368{,}36$
  30 % de 669,75 : $0{,}3 \times 669{,}75 \approx 200{,}9$
  15 % de 669,75 : $200{,}9 \div 2 = 100{,}45$

	Masse consommée par Bastien	Masse conseillée pour un total de 669,75 g
Glucides	472,5 g	368,36 g
Lipides	98,5 g	200,9 g
Protides	98,75 g	100,45 g

  Les repas de Bastien devraient être moins riches en glucides et deux fois plus riches en lipides.

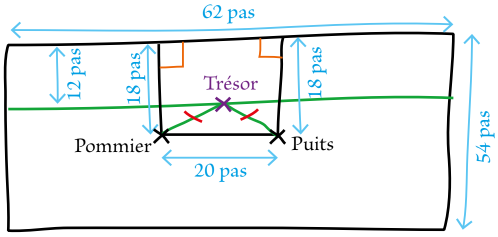
11 Sac de billes

Intentions des auteurs

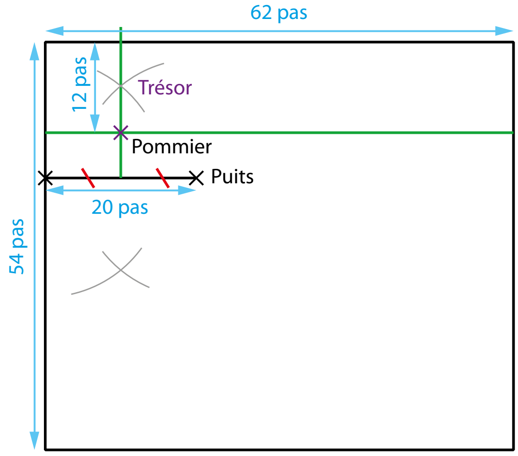
Notions abordées :
- plan et échelle ;
- perpendiculaires, distance entre un point et une droite, distance entre deux droites, rectangle ;
- équidistance et médiatrice.

Coups de pouce possibles :
- Commencer par faire un dessin à main levée du jardin, puis choisir une échelle appropriée pour le dessiner avec les instruments de géométrie.
- Dessiner le jardin en prenant 1 cm pour 10 pas.
- Que signifie « la distance entre le pommier et la clôture est de 18 pas » ? Où ce pommier pourrait-il se situer ?

Dessin à main levée de la situation :



On choisit de faire un plan en prenant 1 cm pour 10 pas.



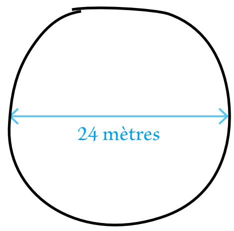
12 La grande roue

Intentions des auteurs

Notions abordées :
- cercle, triangles, parallélogrammes, angles ;
- partage du disque et espacement régulier sur un cercle ;
- échelle et proportionnalité ;
- symétrie axiale.

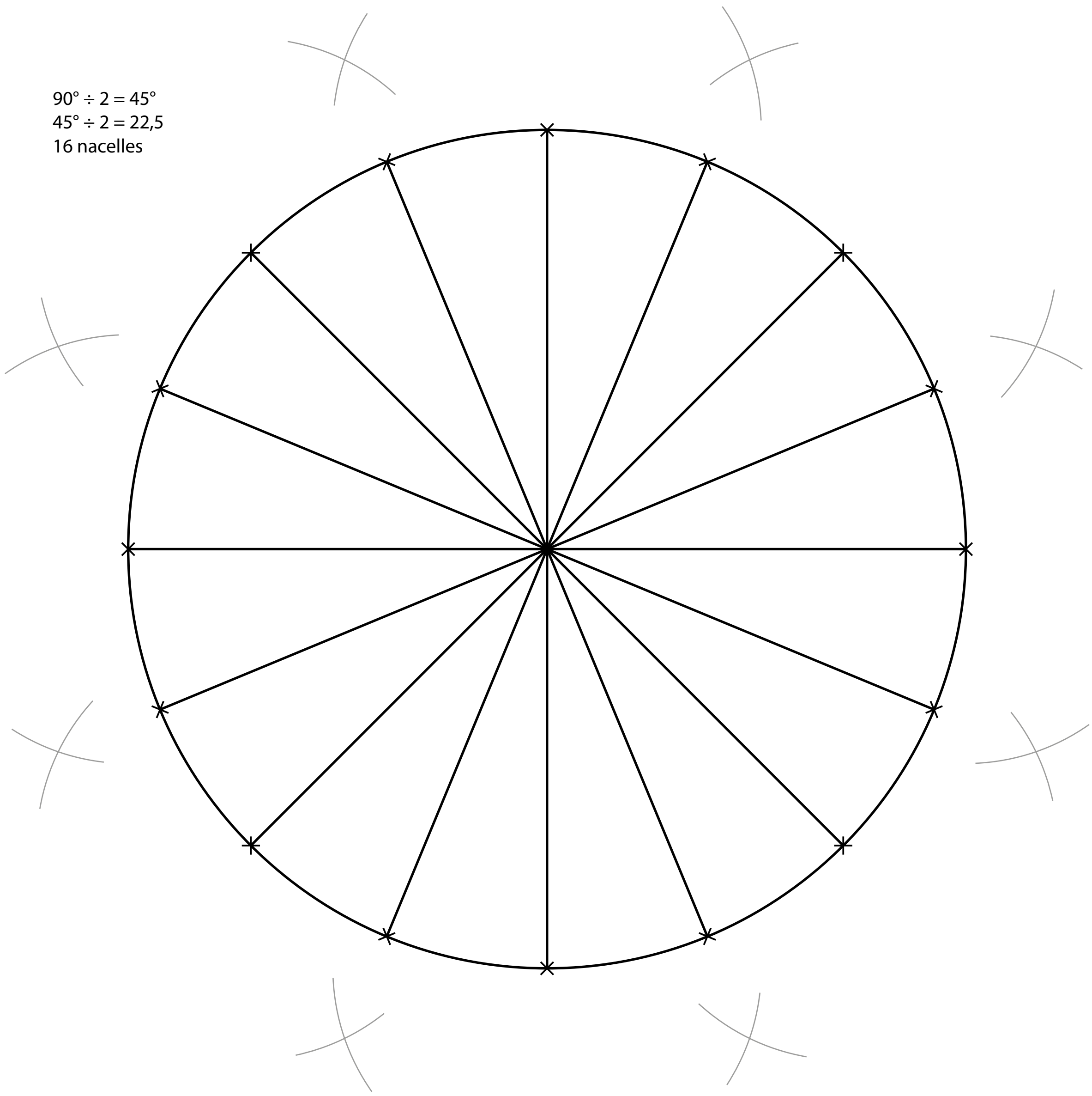
Les élèves doivent être capables de faire des constructions avec les instruments de géométrie.

1. a. et **b.** On s'aide de schémas :



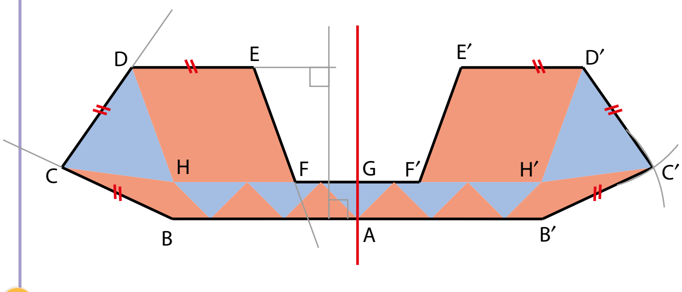
16 nacelles de 4 personnes

Les seize nacelles sont régulièrement réparties sur le cercle. Pour partager le cercle en seize arcs de cercles de même longueur, on le divise en quatre, puis encore chaque arc de cercle en deux. Pour cela, on utilise les angles au centre du cercle ou on trace des axes de symétrie grâce au compas.
Représentation de la roue vue de côté en prenant 1 cm pour 2 m dans la réalité :



c. 16 nacelles de 4 personnes : $16 \times 4 = 64$
64 personnes pourront monter simultanément dans cette grande roue.

2. a. b. et **c.**



13 Jouets en bois

Intentions des auteurs

Notions abordées :
- dénombrement ;
- division euclidienne.

On peut imaginer que les élèves calculent l'aire de la planche (456 cm^2) et celle d'une planchette (21 cm^2), puis effectuent une division euclidienne. Cependant, cela ne permet pas de résoudre le problème.

Coup de pouce possible : Utiliser des gabarits pour la planche et les planchettes et faire des essais. On peut utiliser le document texte « Prob transv - Exercice 13 - Word - élève.docx » ou « Prob transv - Exercice 13 - Writer - élève.odt » dans lequel la planche et une planchette ont été crées :

Les élèves peuvent copier/coller la planchette et placer des planchettes sur la planche au fur et à mesure.

Essais :

Meilleur essai : On peut découper 21 planchettes au maximum dans cette planche.