

Tudor Vladut-Alexandru

An 2, Grupa 3, Informatica

Referat 1 – Ecuatii diferentiale si cu derivate partiale

Referat 1:

Compuneti o aplicatie de tipul exemplelor 1-3 de mai sus si rezolvati cerintele. Trimiteti in format pdf enuntul cu solutia. Pentru grafice puteti folosi captura de ecran. Incarcati referatul in moodle.

Cerinta:

In anul 2023, numarul de cai dintr-o gradina zoologica este de 1.000. Capacitatea gradinei este $K = 3.000$ iar $r = 0,3$ pe an (conform observatiilor). Presupunem ca numarul cailor descrie o ecuatie logistica.

- a) Scrieti ecuatie diferentiala pe care o verifica numarul de cai;
- b) Determinati solutia acestei ecuatie;
- c) Reprezentati grafic aceasta solutie;
- d) Care va fi numarul cailor dupa 10 ani?
- e) Ce se intampla daca numarul de cai este de 5.000?
- f) Rezolvati punctele a)-d) in ipoteza ca numarul cailor descrie o ecuatie exponentiala (nu se va lua in considerare $K!$).

Tudor Vlăduț
Alexandru

Referat 1 - Dinamica populațiilor

$P(t)$ - numărul de cai la momentul $t \geq 0$

$$P_0 = 1000$$

$$r = 0,3$$

$$K = 3000$$

$$a) \quad \frac{dP}{dt} = 0,3P \left(1 - \frac{P}{3000}\right)$$

$$b) \quad P(t) = \frac{K}{1 + A e^{-rt}} ; A = \frac{K - P_0}{P_0}$$

$$\begin{aligned} P(t) &= \frac{3000}{1 + \frac{3000 - 1000}{1000} e^{-0,3t}} \\ &= \frac{3000}{1 + 2e^{-0,3t}} \end{aligned}$$

c)

Codul in python:

```
import numpy as np
```

```
import matplotlib.pyplot as plt
```

```
K = 3000
```

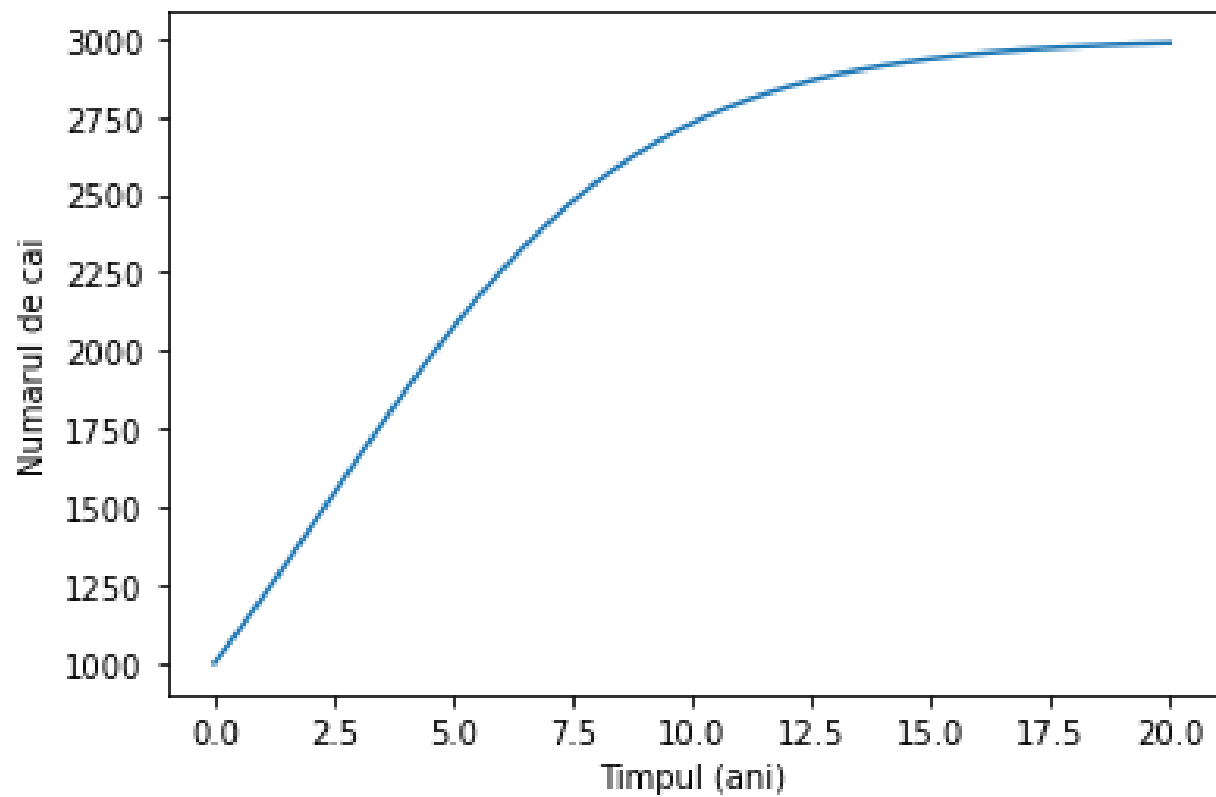
```
r = 0.3
```

```
N0 = 1000
```

```
def N(t):  
    return K / (1 + (K-N0)/N0*np.exp(-r*t))
```

```
t = np.linspace(0, 20,100)  
plt.plot(t, N(t))  
plt.xlabel('Timpul (ani)')  
plt.ylabel('Numarul de cai')  
plt.show()
```

Reprezentare grafica:



$$d) P(10) = \frac{3000}{1 + 2e^{-0,3 \cdot 10}} = \frac{3000}{1 + 2e^{-3}} \approx 2728.328$$

$$e) P(t) = \frac{3000}{1 + \frac{3000 - 5000}{5000} e^{-0,3t}}$$

$$[P_0 = 5000]$$

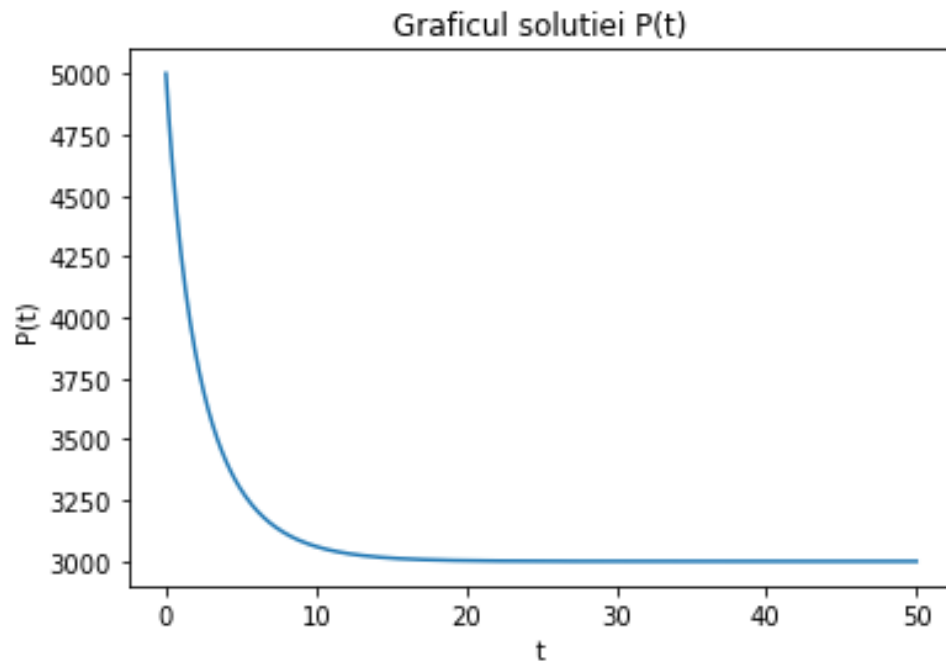
$$= \frac{3000}{1 - 0,4 e^{-0,3t}}$$

e)

Codul in python:

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
def P(t):
    return (3000 / (1 - 0.4 * np.exp(-0.3 * t)))
t_values = np.linspace(0, 50, 500)
plt.plot(t_values, P(t_values))
plt.xlabel('t')
plt.ylabel('P(t)')
plt.title('Graficul solutiei P(t)')
plt.show()
```

Reprezentarea grafica:



$$f) \quad P_0 = 1000$$
$$k = 3000$$
$$r = 0,3$$

$$a) \quad \frac{dP}{dt} = rP \Rightarrow \frac{dP}{dt} = 0,3P$$

$$b) \quad P(t) = P_0 e^{rt}$$
$$\Rightarrow P(t) = 1000 e^{0,3t}$$

$$d) \quad P(10) = 1000 e^{0,3 \cdot 10}$$
$$= 1000 e^3$$
$$\approx 20085,5369$$