UNIVERSITATEA „POLITEHNICA” din BUCUREŞTI
Facultatea de Electronică, Telecomunicaţii şi Tehnologia Informaţiei

Proiect

Semnale si Programare

Analiza sistemelor

Văduva Alexandru-Marian
Grupa 421F

București 2023

CUPRINS

Introducere

Un semnal în electronică este o variație ~~a~~ în timp a unei cantități fizice, cum ar fi tensiunea sau curentul electric, care poate fi utilizată pentru a transmite informație. Acest semnal poate fi de tipuri diferite cum ar fi analogic sau digital, continuu sau discret, și poate fi utilizat pentru a transmite diferite tipuri de informații, cum ar fi sunet, imagini sau date.

MATLAB este un software de calcul numeric, dezvoltat de MathWorks. El oferă un mediu de programare și un limbaj de programare pentru soluționarea de probleme de calcul numeric, vizualizare de date și computație grafică. Acesta poate fi utilizat pentru a realiza operații matematice, cum ar fi algebră matricială, analiză statistică, funcții integrate, ecuații diferențiale și poate fi utilizat în aplicații precum proiectarea de sisteme de control, procesarea de semnale, analiza de date și multe altele.

Date și cerințe:

Se consideră semnalele: $x(t)=a_1t^3-a_2t^2-a_3t-a_4$ cu $t\in[-1,1]$; $t[ms]$.

$a_1=0,5455$, $a_2=0,7323$, $a_3=1,1429$, $a_4=0,5356$

$$i=1,2\begin{cases} x_i(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}\delta(t-kT_i);\ T_1=2 \\ x_{i+2}(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}(-1)^k\delta(t-kT_i);\ T_2=4 \end{cases}$$

Toate cele 5 semnale sunt tensiuni (V).

$$i=1,2\begin{cases} y_i(t)=x(t)*x_i(t) \\ y_{i+2}(t)=x(t)*x_{i+2}(t) \end{cases}$$

Se cere:

a) Să se reprezinte grafic $x(t)$ cu suportul $[-1,1]$, marcându-se pe axe valorile semnificative (mărimile, unitățile de măsură). Se vor scrie sub figură comenzile Matlab utilizate pentru obținerea figurii (de scris sub și numele figurii: Fig. 1. Reprez.....) sau în funcție de capitol: Fig I. 1 etc.

b) Idem a), pt $y_i(t)$ cu $i=\overline{1,4}$. Se vor reprezenta semnalele pe 3 perioade și 15 perioade. Pt. 15 perioade se va utiliza met. de ~~rep~~ reprezentare din pdf Proiect 3.

c) Să se determine analitic componenta continuă a celor 4 semnale $y_i(t)$.

analitic = prin calcul; $cc=\int_{1}^{1}x(t)dt$

d) Idem b), pentru semnalele $y_i(t)$ fără componentă continuă

e) Fie $z_i(t) = |y_i(t)|$ și $w_i(t) = \frac{1}{2}(y_i(t) + |y_i(t)|)$

Idem b) pentru $z_i(t)$ și $w_i(t)$.

f) Idem c) pentru $z_i(t)$ și $w_i(t)$.

g) Idem d) pentru $z_i(t)$ și $w_i(t)$.

h) Utilizând funcțiile simbolice din Matlab (Heaviside, RectangularPulse, TriangularPulse), să se reprezintă grafic semnalele:

$$f_1(t) = 3u(t) - 5u\left(t - \frac{n}{2}\right) + 8u(t-n) - 7u\left(t - \frac{3}{2}n\right) + 4u(t-2n) - 3u\left(t - \frac{5}{2}n\right); \ t \in [-1; 3n]$$

$\boxed{n=20}$

$$f_2(t) = 2(t-n)(u(t-n) - u(t-n-1)) + 3(u(t-n-1) - u(t-n-2)) + 2(n+3-t)(u(t-n-2) - u(t-n-3)); \ t \in \left[n-1; n+\frac{7}{2}\right]$$

i) Să se calculeze P_T analitic pt $y_i(t)$, $i = \overline{1,4}$

j) Să se verifice rezultatul de la punctul i), calculând P_T cu funcția simbolică „int".

k) Să se scrie un program în Matlab care să calculeze P_T cu o precizie de 4 zecimale. Se va determina valoarea integralei prin metoda aproximărilor.

2.1. ANALIZA FOURIER A SEMNALELOR PERIODICE

Fie $x_p(t) = x_p(t + kT_0)$; $k \in \mathbb{Z}$ $(\forall) t \in \mathbb{R}$, unde T_0 - perioada fundamentală

$f_0 = \frac{1}{T_0}$ - frecvența fundamentală [Hz]

$\omega_0 = 2\pi f_0$ - pulsația fundamentală [rad/s]

1. SERIA FOURIER EXPONENȚIALĂ (SFE)

$$x_p(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_{kc} \cdot e^{jk\omega_0 t}, \text{ unde}$$

$$a_{kc} = \frac{1}{T} \int_T x_p(t) e^{-jk\omega_0 t} dt$$

$$a_{0c} = \frac{1}{T} \int_T x_p(t) dt \text{ - componenta continuă a } x_p(t)$$

OBS: Dacă $a_{kc} \in \mathbb{C} \Rightarrow SFE = SFC$

2. SERIA FOURIER ARMONICĂ (SFA)

$$x_p(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos(k\omega_0 t + \varphi_k), \text{ unde}$$

$$A_0 = a_{0c} = \frac{1}{T_0} \int_{T_0} x_p(t) dt \text{ - componenta continuă}$$

$$A_k = 2|A_{kc}|, k > 0$$

3. SERIA FOURIER TRIGONOMETRICĂ (SFT)

$$x_p(t) = C_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \left(C_k \cos(k\omega_0 t) + S_k \sin(k\omega_0 t) \right), \text{ unde}$$

$$C_0 = a_{0c} = A_0 = \frac{1}{T} \int_T x_p(t) dt \text{ - componenta continuă}$$

$$C_k = \frac{2}{T} \int_T x_p(t) \cos(k\omega_0 t) dt \text{ - componenta pară}$$

$$S_k = \frac{2}{T} \int_T x(t) \sin(k\omega_0 t) dt \text{ - componenta impară}$$

RELAȚII DE LEGĂTURĂ ÎNTRE SFE, SFA, SFT

$a_{0c} = A_0 = C_0$

$a_{kc} = \frac{C_k}{2} - j\frac{S_k}{2}$

$|a_{kc}| = \sqrt{\frac{C_k^2 + S_k^2}{2}} = \frac{A_k}{2} \Rightarrow A_k^2 = S_k^2 + C_k^2$

$S_k = -A_k \sin(\varphi_k)$

$C_k = A_k \cos(\varphi_k)$

$\arg\{A_{kc}\} = -\operatorname{arctg}\left(\frac{S_k}{C_k}\right)$

$\arg\{A_{-kc}\} = \operatorname{arctg}\left(\frac{S_k}{C_k}\right)$

RELAȚIA LUI PARSEVAL

$\mathcal{E} = \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t)\,dt$

$R_T = \frac{1}{T}\int_T x_p^2(t)\,dt = \sum_{k=-\infty}^{\infty} |a_{kc}|^2 = A_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{A_k^2}{2} = C_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{C_k^2 + S_k^2}{2}$

R_T - puterea semnalului

PROPRIETĂȚILE SERIILOR FOURIER

1. Limitele de integrare se aleg convenabil pentru calculele făcute pe o perioadă

2. $C_0 = A_0 = a_{0c} = \frac{1}{T}\int_T x_p(t)\,dt = \frac{1}{T}\cdot$ aria semnalului (cu semnul algebric)

3. Proprietatea de paritate a semnalului

$x(t) = x(-t)\ \forall t \in \mathbb{R}$ (simetric față de OY)

$\Rightarrow C_k = \frac{4}{T}\int_{\frac{T}{2}} x(t)\cos(k\omega_0 t)\,dt$

$S_k = 0$

$C_0 = \frac{2}{T}\int_{T/2} x_p(t)\,dt$

$a_{kc} \in \mathbb{R}$

4. Proprietatea de imparitate a semnalului

$x(t) = -x(t)\ \forall t \in \mathbb{R}$ (simetric față de origine)

$\Rightarrow C_0 = 0$

$C_K = 0$

$S_K = \frac{4}{T}\int_{T/2} x(t)\sin(K\omega_0 t)\,dt$

$a_{KC} \in \mathbb{C} = ja$ - pur imaginar

5. Proprietatea simetriei față de rotație

Un semnal are simetrie de rotație dacă $x(t) = -x\left(t \pm \frac{T}{2}\right)$ $(\forall) t \in \mathbb{R}$.

$\Rightarrow$ Un semnal are simetrie de rotație dacă prin deplasarea la stânga sau la dreapta cu jumătate de perioadă $\left(\frac{T}{2}\right)$ și apoi rotirea lui în jurul axei Ox se obține semnalul de la care am plecat.

OBS: Un semnal care are simetrie de rotație are armonicile pare nule și $C_0 = 0 \Rightarrow a_{2KC} = 0$

$C_{2K} = S_{2K} = 0$

$C_0 = A_0 = a_{0C} = 0$

6. Proprietatea de simetrie ascunsă

Fie $x(t)$ care nu are proprietățile 2,4,5, unde $x(t) = C_0 + x_1(t)$, iar $x_1(t)$ este $x(t)$ fără componentă continuă. Se poate ~~înt~~ întâmpla ca $x_1(t)$ să aibă una sau mai multe dintre proprietățile anterioare. Se spune că respectiva proprietate este ascunsă de componenta continuă.

7. Proprietatea de deplasare în timp (întârziere)

$\boxed{SFE}$ $x(t) = \sum_{K=-\infty}^{\infty} a_{KC} \cdot e^{jK\omega_0 t}$

$y(t) = x(t - t_0) = \sum_{K=-\infty}^{\infty} b_{KC}\, e^{jK\omega_0 t}$, unde $b_{KC} = a_{KC} \cdot e^{jK\omega_0 t}$

$\boxed{SFT}$ $x(t)=C_0+\sum_{k=1}^{\infty}(C_k\cos(k\omega_0 t)+S_k\sin(k\omega_0 t))$

$$y(t)=x(t-t_0)=C_0'+\sum_{k=1}^{\infty}(C_k'\cos(k\omega_0 t)+S_k'\sin(k\omega_0 t)),\ \text{unde}$$

$$C_0'=C_0$$

$$C_k'=C_k\cos(k\omega_0 t_0)-S_k\sin(k\omega_0 t_0)$$

$$S_k'=C_k\sin(k\omega_0 t_0)-S_k\cos(k\omega_0 t_0)$$

$\boxed{SFA}$ $x(t)=A_0+\sum_{k=1}^{\infty}[A_k\cos(k\omega_0 t)+\varphi_k]$

$$x(t-t_0)=A_0+\sum_{k=1}^{\infty}A_k\cos(k\omega_0 t+\varphi_k-k\omega_0 t_0)$$

$$y(t)=B_0+\sum_{k=1}^{\infty}B_k\cos(k\omega_0 t+\varphi_k')\ \text{unde}$$

$$A_0=B_0$$

$$A_k=B_k$$

$$\varphi_k'=\varphi_k=k\omega_0 t_0$$

8. Proprietatea de derivare

$\boxed{SFE}$ $x(t)=\sum_{\substack{k=-\infty\\ k\neq 0}}^{\infty}a_{kc}\cdot e^{jk\omega_0 t}+a_{0c}$

$$y(t)=x'(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}a_{kc}(jk\omega_0)e^{jk\omega_0 t}=\sum_{\substack{k=-\infty\\ k\neq 0}}^{\infty}b_{kc}\cdot e^{jk\omega_0 t}$$

$, k\in\mathbb{Z},\ b_{0c}=0.$

$\boxed{SFT}$ $x(t)=C_0+\sum_{k=1}^{\infty}(C_k\cos(k\omega_0 t)+S_k\sin(k\omega_0 t))$

$$y(t)=x'(t)=\sum_{k=1}^{\infty}(-k\omega_0 C_k\sin(k\omega_0 t)+k\omega_0 S_k\cos(k\omega_0 t))$$

$\boxed{SFA}$ $x(t)=A_0+\sum_{k=1}^{\infty}A_k\cos(k\omega_0 t+\varphi_k)$

$$y(t)=x'(t)=\sum_{k=1}^{\infty}(-k\omega_0 A_k\sin(k\omega_0 t+\varphi_k))$$

9. Proprietatea de integrare

$$x(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty} a_{kc} e^{jk\omega_0 t} \quad ; a_{0c}=0$$

$$y(t)=\int_0^t x(\tau)d\tau=\sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{a_{kc}}{jk\omega_0} e^{jk\omega_0 t}+c$$

2.2. ANALIZA FOURIER A SEMNALELOR NEPERIODICE

Transformarea Fourier directă: $X(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt$

$$=\mathcal{F}\{x(t)\}$$

Transformarea Fourier inversă: $x(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) e^{j\omega t} d\omega$

$$=\mathcal{F}^{-1}\{X(\omega)\}$$

Teorema Rayleigh a energiei

$$\xi=\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} |X(\omega)|^2 d\omega$$

! OBS: $X(\omega)=\text{Aria}\cdot \text{sinc}\left(\frac{\omega\cdot \text{lung}}{2}\right)$

PROPRIETĂȚILE TRANSFORMATEI FOURIER

$\boxed{1}$ Proprietatea de liniaritate

$x_1(t) \longleftrightarrow X_1(\omega)$

$x_2(t) \longleftrightarrow X_2(\omega)$

$x(t)=\alpha_1 x_1(t)+\alpha_2 x_2(t) \longleftrightarrow X(\omega)=\alpha_1 X_1(\omega)+\alpha_2 X_2(\omega)$

$; \alpha_1, \alpha_2 \in \mathbb{R}$

$\boxed{2}$ Consecințe ale caracterului real al lui $x(t)$

$|X(\omega)|=|X(-\omega)|$

$\varphi(\omega)=-\varphi(-\omega)$

$\text{Re}\{X(\omega)\}=\text{Re}\{X(-\omega)\}$

$Im\{X(\omega)\} = -Im\{X(-\omega)\}$

$$x_{par}(t) = \frac{x(t) + x(-t)}{2}$$

$$x_{impar}(t) = \frac{x(t) - x(-t)}{2}$$

$x(t) \longleftrightarrow X(\omega)$

$x_{par}(t) \longleftrightarrow Re\{X(\omega)\}$

$x_{impar}(t) \longleftrightarrow j\,Im\{X(\omega)\}$

$\boxed{3}$ Proprietatea de întârziere în timp

$x(t) \longleftrightarrow X(\omega)$

$x(t-t_0) \longleftrightarrow X(\omega)\, e^{-j\omega t_0}$

$x(t+t_0) \longleftrightarrow X(\omega)\, e^{j\omega t_0}$

$\boxed{4}$ Proprietatea de deplasare în frecvență

$x(t) \longleftrightarrow X(\omega)$

$\cancel{x(t) \longleftrightarrow}$

$x(t)\, e^{j\omega_0 t} \longleftrightarrow X(\omega - \omega_0)$

$\boxed{5}$ Proprietatea de dualitate

$x(t) \longleftrightarrow X(\omega)$

$X(t) \longleftrightarrow 2\pi\, x(-\omega)$

$\boxed{6}$ Proprietatea de schimbare de scală

$x(t) \longleftrightarrow X(\omega)$

$x(at) \longleftrightarrow \frac{1}{|a|} X\left(\frac{\omega}{a}\right), \ a \in \mathbb{R}^*$

$\boxed{7}$ Proprietatea de derivare în timp

$x(t) \longleftrightarrow X(\omega)$

$x'(t) \longleftrightarrow j\omega\, X(\omega)$

8 Proprietatea de integrare in timp

$x(t) \longleftrightarrow X(\omega)$

$$\int_{-\infty}^{t} x(\tau)\, d\tau \longleftrightarrow \frac{X(\omega)}{j\omega}$$

9 Proprietatea de derivare in frecvență

$x(t) \longleftrightarrow X(\omega)$

$(-jt)\, x(t) \longleftrightarrow X'(\omega)$

10 Proprietatea de integrare in frecvență

$x(t) \longleftrightarrow X(\omega)$

$$\frac{x(t)}{-jt} \longleftrightarrow \int_{-\infty}^{\omega} X(\lambda)\, d\lambda$$

2.3 CONVOLUȚIA SEMNALELOR

$$x(t) = x_1(t) * x_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(\tau)\, x_2(t-\tau)\, d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(t-\tau)\, x_2(\tau)\, d\tau$$

. TEOREMA INTEGRALEI DE CONVOLUȚIE

$x_1(t) \longleftrightarrow X_1(\omega)$

$x_2(t) \longleftrightarrow X_2(\omega)$

$x_2(t) = x_1(t) * x_2(t) \longleftrightarrow X(\omega) = X_1(\omega) \cdot X_2(\omega)$

CONSECINȚE ALE TIC

1 Comutativitatea

$x_1(t) * x_2(t) = x_2(t) * x_1(t)$

2 Asociativitatea

$x_1 * (x_2(t) * x_3(t)) = (x_1(t) * x_2(t)) * x_3(t)$

3. Distributivitatea

$$x_1(t) * (x_2(t) + x_3(t)) = x_1(t) * x_2(t) + x_1(t) * x_3(t)$$

4. Produsul de convoluție nu se schimbă la derivare/integrare simetrică

$$x(t) = x_1(t) * x_2(t) = x_1'(t) * \int_{-\infty}^{t} x_2(\tau)\, d\tau = \int_{-\infty}^{t} x_1(\tau)\, d\tau * x_2'(t)$$

5. Derivarea produsului de convoluție

$$x(t) = x_1(t) * x_2(t)$$

$$x'(t) = x_1'(t) * x_2(t) = x_1(t) * x_2'(t)$$

$$x''(t) = x_1'(t) * x_2'(t) = x_1''(t) * x_2(t) = x_1(t) * x_2''(t)$$

6. Dacă $x(t) = x_1(t) * x_2(t) \Rightarrow x_1(t-t_1) * x_2(t-t_2) = x(t-t_1-t_2)$

CONVOLUȚIA ÎN FRECVENȚĂ

Dacă $X_1(\omega)$ și $X_2(\omega) \in L_1(\mathbb{R})$

$$X(\omega) = X_1(\omega) * X_2(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} X_1(\lambda) X_2(\omega - \lambda)\, d\lambda$$

- TEOREMA INTEGRĂRII DE CONVOLUȚIE ÎN FRECVENȚĂ

$$x_1(t) \longleftrightarrow X_1(\omega)$$

$$x_2(t) \longleftrightarrow X_2(\omega)$$

$$2\pi x_1(t) x_2(t) \longleftrightarrow X_1(\omega) * X_2(\omega)$$

CORELAȚIA ȘI AUTOCORELAȚIA SEMNALELOR

Fie $x_1(t) \in L_1(\mathbb{R})$, $x_2(t) \in L_1(\mathbb{R})$, atunci:

$$K_{12}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(t) x_2(t+\tau)\, d\tau$$

– corelație

$$K_{21}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x_2(t) x_1(t+\tau)\, d\tau$$

$$K_{22}(\tau)=\int_{-\infty}^{\infty} x_2(t)\,x_2(t+\tau)\,dt$$ – autocorelație

$$K_{11}(\tau)=\int_{-\infty}^{\infty} x_1(t)\,x_1(t+\tau)\,dt$$

Două semnale pentru care $K_{21}(\tau)$ și $K_{12}(\tau)$ sunt nule se numesc necorelate.

Autocorelația reprezintă corelația unui semnal cu el însuși.

$$\mathcal{F}\{K_{12}(\tau)\}=\overline{X_1(\omega)}\cdot X_2(\omega)$$

$$\mathcal{F}\{K_{21}(\tau)\}=X_1(\omega)\cdot \overline{X_2(\omega)}$$

$$\mathcal{F}\{K_{11}(\tau)\}=\overline{X_1(\omega)}\cdot X_1(\omega)=|X_1(\omega)|^2$$

$$\mathcal{F}\{K_{22}(\tau)\}=X_2(\omega)\cdot \overline{X_2(\omega)}=|X_2(\omega)|^2$$

Funcția de autocorelație în originea unui semnal periodic este egală cu puterea pe o perioadă

$$\Rightarrow K_{11}^{T}(0)=\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x_1^2(t)\,dt=P_T$$

2.4. DISTRIBUȚII

= un proces de atribuire printr-o funcțională $f(t)$ a unor valori $v(t)$ pentru o funcție $x(t)$

DISTRIBUȚII REGULATE = de tip funcție

exemple: – distribuția Dirac

– distribuția Heaviside

PROPRIETĂȚILE DISTRIBUȚIEI REGULATE

1. Anularea unei distribuții

Fie $\varphi \in \mathcal{D}$; $\mathrm{supp}\{\varphi\}=I$

Dacă $\langle f,\varphi\rangle=0\ (\forall)\in\mathcal{D} \Rightarrow f=0$

2 Egalitatea a două distribuții

dacă $<f_1, \varphi> = <f_2, \varphi> \forall \varphi \in D \Rightarrow f_1 = f_2$

3 Limită a unui șir de distribuții

dacă $\lim\limits_{n\to\infty} <f_n, \varphi> = <f, \varphi> \forall \varphi \in D \Rightarrow \lim\limits_{n\to\infty} f_n = f$

4 Schimbarea de variabilă

$<f(at+b); \varphi(t)> = \frac{1}{|a|} <f(t) \cdot \varphi\left(\frac{t-b}{a}\right)> (\forall) f \in D, a \in \mathbb{R}^*, b \in \mathbb{R}$

5 Înmulțirea unei distribuții cu o funcție $g \in C^\infty$

$<gf, \varphi> = <f, g\varphi> (\forall) \varphi \in D$

6 Derivarea ~~în~~ unei distribuții

$<f^{(n)}, \varphi> = (-1)^n <f, g^n> (\forall) f \in D$

7 Liniaritatea unei distribuții

$<\alpha_1 f_1 + \alpha_2 f_2, \varphi> = \alpha_1 <f_1, \varphi> \alpha_2 <f_2, \varphi> (\forall) \varphi \in D$

$\alpha_1, \alpha_2 \in \mathbb{C}$

DISTRIBUȚIA DIRAC

PROPRIETĂȚI

1 este distribuție punctuală

dacă $\text{supp}\{\varphi\} = (-\infty, \varepsilon); \varepsilon > 0 \Rightarrow <\delta, \varphi> = \varphi(0) = 0$

dacă $\text{supp}\{\varphi\} = (\varepsilon, \infty), \varepsilon > 0 \Rightarrow <\delta, \varphi> = f(0) = 0$

2 $\delta(at) = \frac{1}{|a|} \delta(t)$

dacă $a = -1 \Rightarrow \delta(-t) = \delta(t) \Rightarrow \delta(t)$ este distribuție pară

3 Fie $g(t) \in C^\infty(\mathbb{R}) \Rightarrow g(t)\delta(t) = g(0)\delta(t)$

4 $<\delta(t-t_0), f(t)> = f(t_0)$

5 $g(t)\delta'(t) = g(0)\delta'(t) - g'(0)\delta(t)$

6 $\delta(t) = \frac{du(t)}{dt}$, unde $u(t)$ este distribuția Heaviside

7 Fie $f(t)$ funcția continuă pe $\mathbb{R}$ cu un punct de discontinuitate t_0 de prima speță;

$\Delta t_0 = f(t-t_0) - f(t_0-0) \Rightarrow f'(t) = \Delta t_0 \delta(t-t_0) + f'_-(t)$

generalizând, $f'(t) = \sum_k \Delta t_k \delta(t-t_k) + f'_-(t)$

, unde $f'_-(t)$ - derivația fct. pe ~~de~~ intervale

t_k - punct de discontinuitate de prima speță

$\mathcal{F}\{\delta(t)\} = 1(\omega)$

$\Rightarrow \delta(t) \longleftrightarrow 1(\omega)$

$1(t) \longleftrightarrow 2\pi\delta(-\omega) = 2\pi\delta(\omega)$

$x(t)e^{j\omega_0 t} \longleftrightarrow X(\omega-\omega_0)$

$\cos(\omega_0 t) \longleftrightarrow \pi[\delta(\omega-\omega_0)+\delta(\omega+\omega_0)]$

$\sin(\omega_0 t) \longleftrightarrow \frac{\pi}{j}[\delta(\omega-\omega_0)-\delta(\omega+\omega_0)]$

$1(t) \longleftrightarrow 2\pi\,\delta(\omega)$

$u(t) \longleftrightarrow \frac{1}{j\omega} + \pi\delta(\omega)$

DISTRIBUȚIA DIRAC PERIODICĂ

$$\delta_T(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(t-mT) = \frac{1}{T}\sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{jk\omega_0 t}$$

$e^{j\omega_0 t} \longleftrightarrow 2\pi\,\delta(\omega-\omega_0)$

$\delta_T(t) \longleftrightarrow \omega_0\,\delta_{\omega_0}(\omega)$, unde $\delta_{\omega_0}(\omega) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - m\omega_0)$

2.5. TRANSFORMATA LAPLACE

$\mathcal{L}_B\{x(t)\} = X_B(s) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-st} dt$, $s \in \mathbb{C}$ - transformata Laplace bilaterală

, unde $s = \sigma + j\omega$; σ - factor de convergență

$\mathcal{L}_B^{-1}\{X_B(s)\} = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma - j\infty}^{\sigma + j\infty} X_B(s) e^{st} dt = x(t)$ - TL bilaterală inversă

$e^{at} u(t) \longleftrightarrow \frac{1}{s-a}, \sigma > a$

$-e^{at} u(-t) \longleftrightarrow \frac{1}{s-a}; \sigma < a$

$\Rightarrow \mathcal{L}_B^{-1}\left\{\frac{1}{s-a}\right\} = \begin{cases} e^{at} u(t), \sigma > a \\ -e^{at} u(t), \sigma < a \end{cases}$

TRANSFORMATA LAPLACE UNILATERALĂ

$X(s) = \int_{0^-}^{\infty} x(t) e^{-st} dt$ - transf Laplace directă

$x(t) u(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma - j\infty}^{\sigma + j\infty} X(s) e^{st} ds$ - tr. Laplace inversă

PROPRIETĂȚI

1. Prop. de liniaritate

$x_k(t) u(t) \longleftrightarrow X_k(s), \sigma > \alpha_k$

$x(t) = \sum_k \alpha_k x_k(t) u(t) \longleftrightarrow X(s) = \sum_k \alpha_k X_k(s)$

$\sigma > \max\{\alpha_i\}$

2. Prop. de întârziere în timp

$x(t) u(t) \longleftrightarrow X(s), \sigma > \alpha$

$y(t) = x(t - t_0) u(t - t_0) \longleftrightarrow X(s) e^{-s t_0}, \sigma > \alpha$

3. Prop de deplasare în frecvență

$x(t) u(t) \longleftrightarrow X(s), \sigma > \alpha$

$e^{s_0 t} x(t) u(t) \longleftrightarrow X(s - s_0), \sigma > \alpha + Re\{s_0\}$

$\boxed{4}$ Proprietatea de schimbare de scală

$x(t)u(t) \longleftrightarrow X(s),\ \sigma > \alpha$

$x(at)u(t) \longleftrightarrow \frac{1}{|a|} X\left(\frac{s}{a}\right),\ \sigma > \alpha a,\ a \in \mathbb{R}^*_+$

$\boxed{5}$ Prop de derivare în „frecvență"

$x(t)u(t) \longleftrightarrow X(s),\ \sigma > \alpha$

$-t\,x(t)u(t) \longleftrightarrow X'(s),\ \sigma > \alpha$

$\boxed{6}$ Prop de integrare în „frecvență"

$x(t)u(t) \longleftrightarrow X(s),\ \sigma > \alpha$

$\frac{x(t)}{t} u(t) \longleftrightarrow \int_s^\infty X(\lambda)\,d\lambda,\ \sigma > \alpha$

$\boxed{7}$ Prop integralei de convoluție în timp

$x_1(t)u(t) \longleftrightarrow X_1(s),\ \sigma > \alpha_1$

$x_2(t)u(t) \longleftrightarrow X_2(s),\ \sigma > \alpha_2$

$x(t) = (x_1 * x_2)(t)\,u(t) \longleftrightarrow X(s) = X_1(s)X_2(s),\ \sigma > \max\{\alpha_1, \alpha_2\}$

$\boxed{8}$ Prop de convoluție în frecvență

$x_1(t)u(t) \longleftrightarrow X_1(s),\ \sigma > \alpha$

$x_2(t)u(t) \longleftrightarrow X_2(s),\ \sigma > \alpha_2$

$2\pi j\, x_1(t)x_2(t)u(t) \longleftrightarrow X_1(s) * X_2(s)$

$\boxed{9}$ Prop de derivare în timp

$x(t) \longleftrightarrow X(s),\ \sigma > \alpha$

$x'(t)u(t) \longleftrightarrow sX(s) - x(0^-),\ \sigma > \alpha$

$\boxed{10}$ Prop de ~~derivare~~ integrare în timp

$x(t)u(t) \longleftrightarrow X(s),\ \sigma > \alpha$

$\int_{0^-}^{t} x(\tau)\,d\tau \longleftrightarrow \frac{X(s)}{s},\ \sigma > \max\{\alpha, s\}$

$\boxed{11}$ Prop valorii inițiale

$X(s) = \mathcal{L}\{x(t)u(t)\}, \sigma > \alpha$

$x(0^+) = \lim_{s \to \infty} s X(s)$

$\boxed{12}$ Teorema valorii finale

$X(s) = \mathcal{L}\{x(t)u(t)\}, \sigma > \alpha$

$x(\infty) = \lim_{s \to 0} s X(s)$

~~13 Prop de valorii inițiale~~

$X(s) = \mathcal{L}\{x(t)u(t)\}, \sigma > \alpha$

$x(0^+) = \lim_{s \to \infty} s X(s)$

$\boxed{13}$ Prop de semiperiodizare a unui semnal cauzal

$supp\{x(t)u(t)\} = \tau ; T \geq \tau$

$$x_{sp}(t) = \sum_{k=0}^{\infty} x(t-kT) = x(t)u(t) * \sum_{k=0}^{\infty} \delta(t-kT)$$

semnal semiperiodic = periodic doar pe Ox

TRANSFORMATE LAPLACE ELEMENTARE

$u(t) \longleftrightarrow \frac{1}{s}, \sigma > 0$

$u(t-\alpha) \longleftrightarrow \frac{1}{s} e^{-\alpha s}, \sigma > 0$

$\delta(t) \longleftrightarrow 1, \sigma > 0$

$\delta(t-\alpha) \longleftrightarrow e^{-\alpha s}, \sigma > 0$

$t\, u(t) \longleftrightarrow \frac{1}{s^2}, \sigma > 0$

$t^2 u(t) \longleftrightarrow \frac{2}{s^3}, \sigma > 0$

$$e^{s_0 t}u(t) \longleftrightarrow \frac{1}{s-s_0}, \sigma > Re\{s_0\}$$

$$e^{j\omega_0 t}u(t) \longleftrightarrow \frac{1}{s-j\omega_0}, \sigma > 0$$

$$\cos(\omega_0 t)u(t) \longleftrightarrow \frac{s}{s^2+\omega_0^2}, \sigma > 0$$

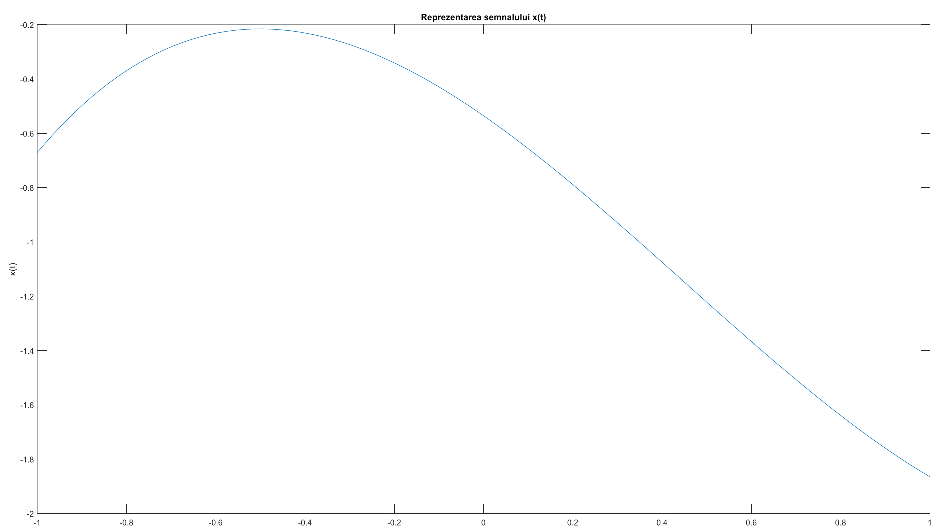
$$\sin(\omega_0 t)u(t) \longleftrightarrow \frac{\omega_0}{s^2+\omega_0^2}, \sigma > 0$$

$$e^{at}\cos(\omega_0 t)u(t) \longleftrightarrow \frac{s-a}{(s-a)^2+\omega_0^2}, \sigma > a, a \in \mathbb{R}_+$$

$$e^{at}\sin(\omega_0 t)u(t) \longleftrightarrow \frac{\omega_0}{(s-a)^2+\omega_0^2}, \sigma > a, a \in \mathbb{R}_+$$

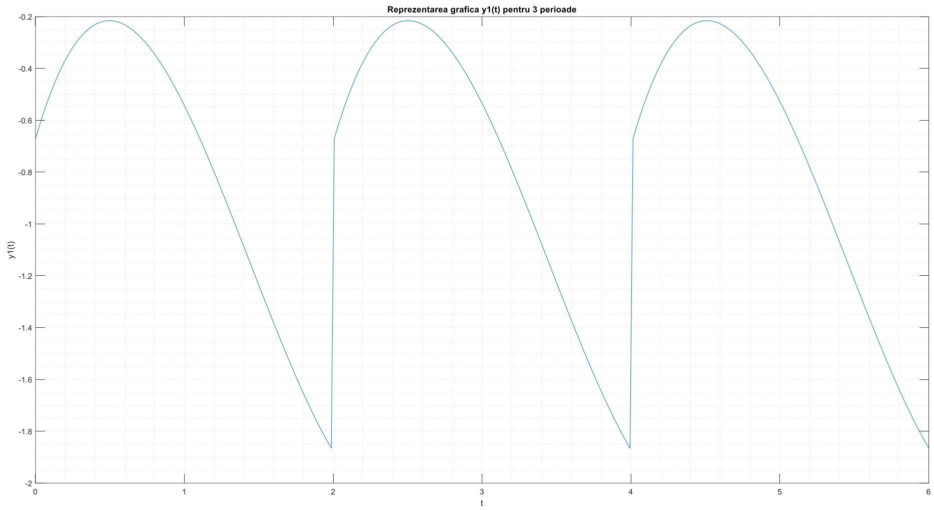
a) Sa se reprezinte grafic x(t) pe suportul [-1,1], marcandu-se pe axe valorile semnificative. Se vor scrie sub figura comenzile Matlab utilizate;

```
>> t=linspace(-1,1);

>> x=0.5455*t.^3-0.7323*t.^2-1.1429*t-0.5356;

>> plot(t,x);

>> xlabel('t');

>> ylabel('x(t)');

>> title('Reprezentarea semnalului x(t)')
```



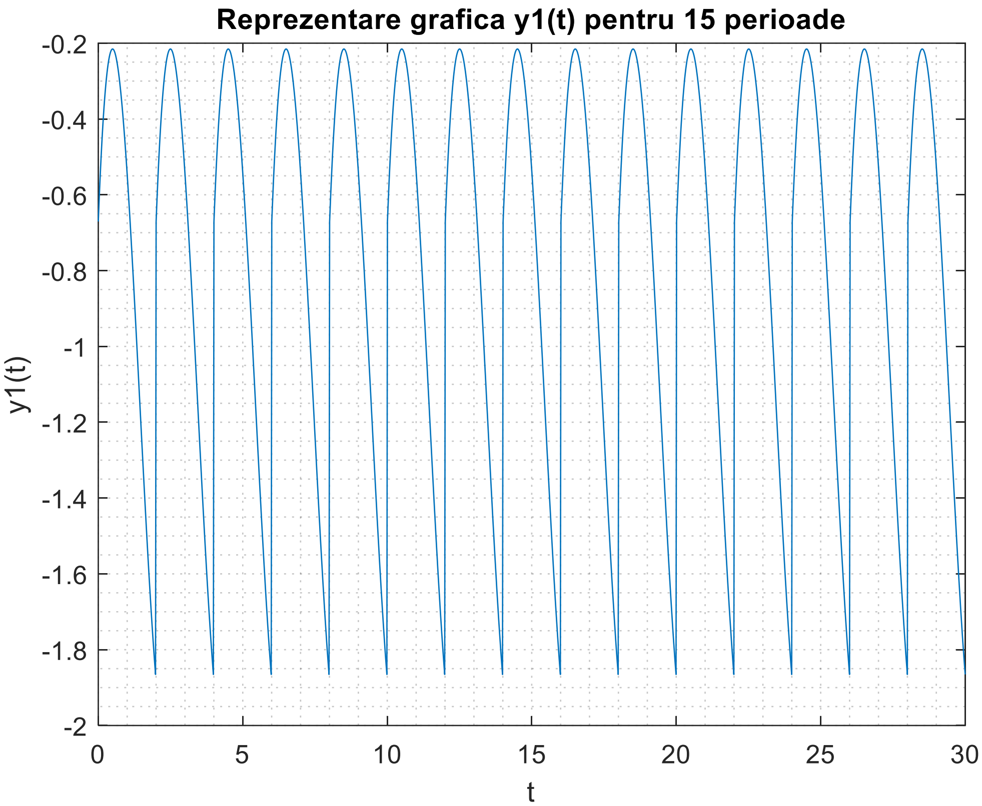
b) Sa se reprezinte grafic y_i(t), i=1,..,4, pe suportul [-1,1], marcandu-se pe axe valorile semnificative. Se vor reprezenta semnalele pt 3 perioade si 15 perioade;

Pentru y1(t) - 3 perioade:



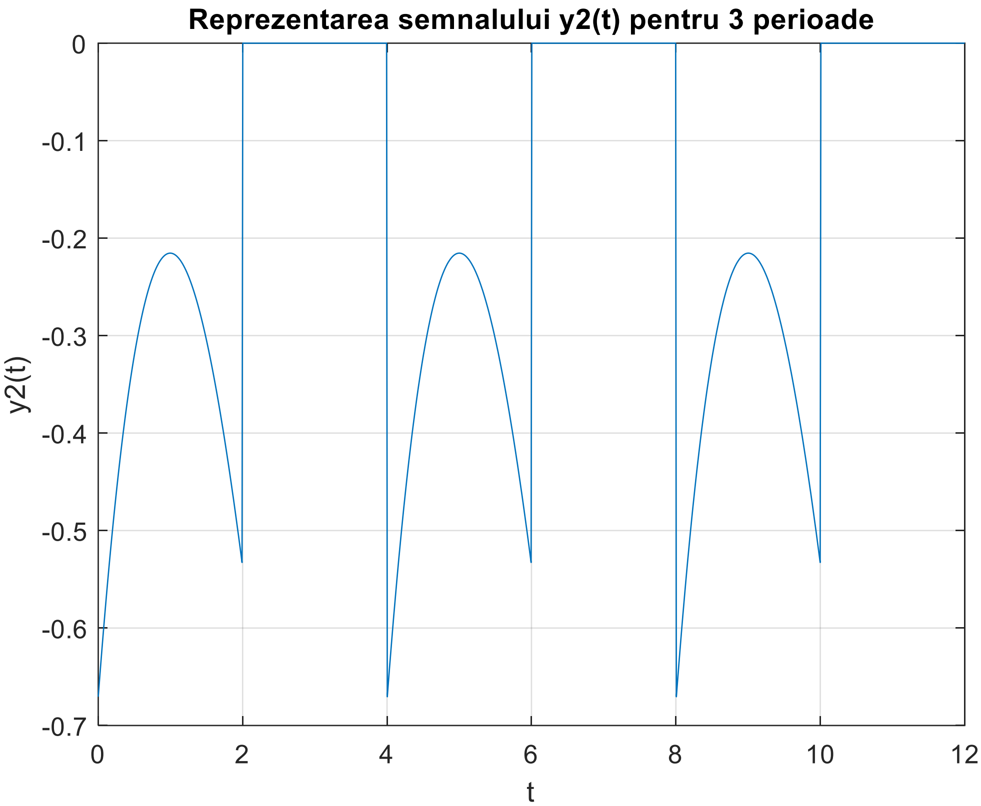

```
>> t=linspace(-1,1);
>> x=0.5455*t.^3-0.7323*t.^2-1.1429*t-0.5356;
>>    y1=x'*ones(1,3);
>> y1=y1(:);
>>    a=linspace(0,6,300);
>> a=a(:);
>> plot(a,y1)
>> xlabel('t');
>> ylabel('y1(t)');
>> title('Reprezentarea grafica y1(t) pentru 3 perioade');
>> grid minor;
```

- Pentru y1(t) – 15 perioade:




```
>> t=linspace(-1,1);
>>    x=0.5455*t.^3-0.7323*t.^2-1.1429*t-0.5355;
>> y1=x'*ones(1,15);
>> y1=y1(:);
>> a=linspace(0,30,1500);
>> a=a(:);
>> plot(a,y1)
>> xlabel('t');
>> ylabel('y1(t)');
>> title('Reprezentare grafica y1(t) pentru 15 perioade');
>> grid minor
```

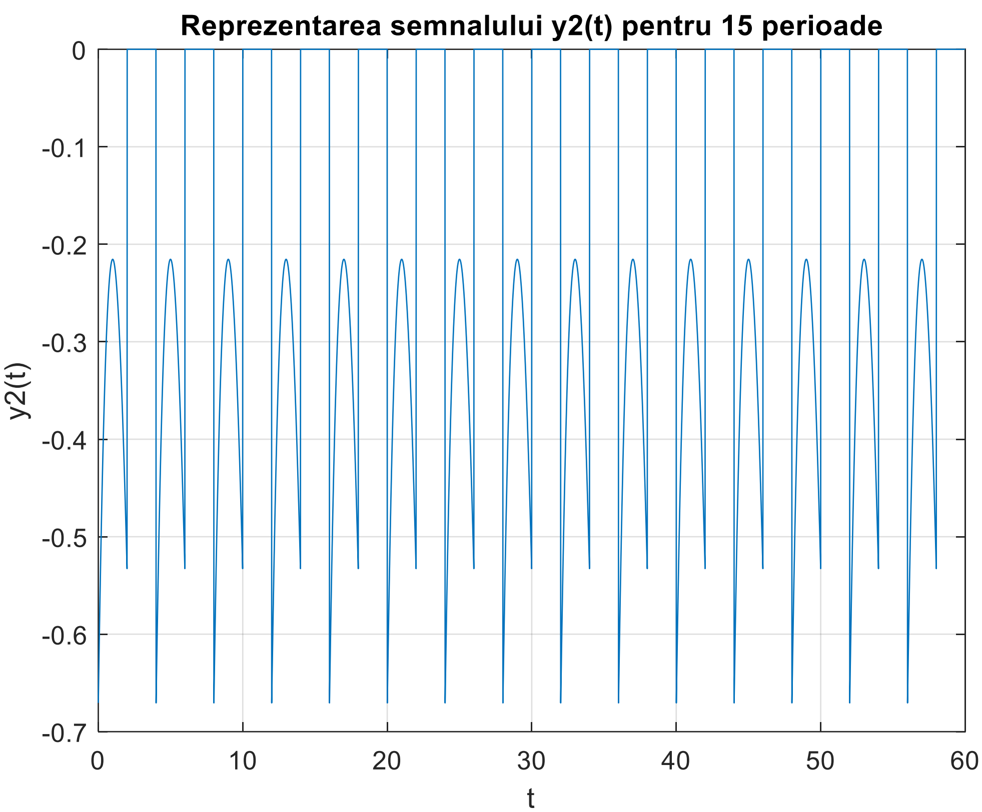
- Pentru y2(t) – 3 perioade:




```
>> clear
% y2 -> T2=4
>> t=linspace(-1,1,400);
>> x=0.5455*t.^3-0.7323*t.^2-1.1429*t-0.5356;
>> a=linspace(0,12,1200);
>> a=a(:);
>> y2=linspace(0,4,400);
>> for(i=1:400)
        if(i<201)
                y2(i)=x(i);
        else
                y2(i)=0;
        end
```

```
end
>> y2=y2'*ones(1,3);
>> y2=y2(:);
>> plot(a,y2);
>> title('Reprezentarea semnalului y2(t) pentru 3 perioade');
>> grid on;
>> xlabel('t');
>> ylabel('y2(t)');
```

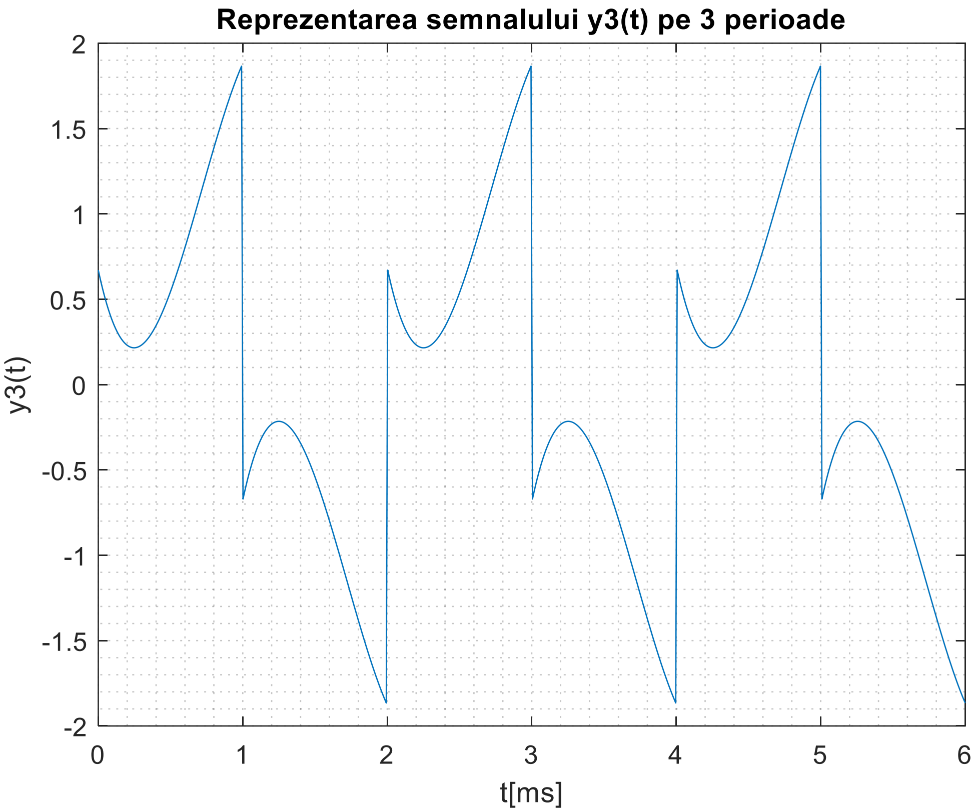
- Pentru y2(t) – 15 perioade:




```
>> clear
% y2 -> T2=4
>> t=linspace(-1,1,400);
```

```
>> x=0.5455*t.^3-0.7323*t.^2-1.1429*t-0.5356;
>> a=linspace(0,60,6000);
>> a=a(:);
>> y2=linspace(0,4,400);
>> for(i=1:400)
        if(i<201)
            y2(i)=x(i);
        else
            y2(i)=0;
        end;
end
>> y2=y2'*ones(1,15);
>> y2=y2(:);
>> plot(a,y2);
>> title('Reprezentarea semnalului y2(t) pentru 15 perioade');
>> grid on;
>> xlabel('t');
>> ylabel('y2(t)');
```

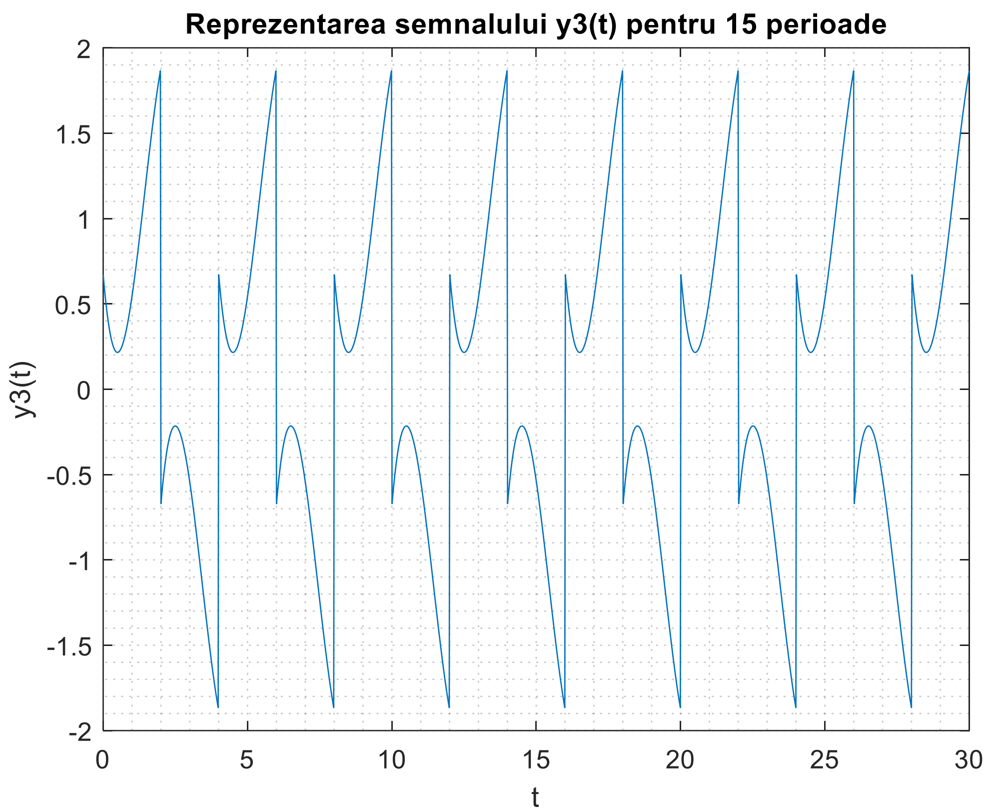
Pentru y3(t) – 3 perioade:




```
>> clear
>> t = linspace(-1,1);
>>    x=0.5455*t.^3-0.7323*t.^2-1.1429*t-0.5356;
>> a = linspace(0,6,600);
>> y3= x'*ones(1,6);
>> for i= 1:6
for j = 1:100
y3(j,i)=((-1)^(i))*y3(j,i);
end
end
>> y3 = y3(:);
>> plot(a,y3);
>> xlabel('t[ms]');
>> ylabel('y3(t)');
```

```
>> title('Reprezentarea semnalului y3(t) pe 3 perioade');
>> grid minor;
```

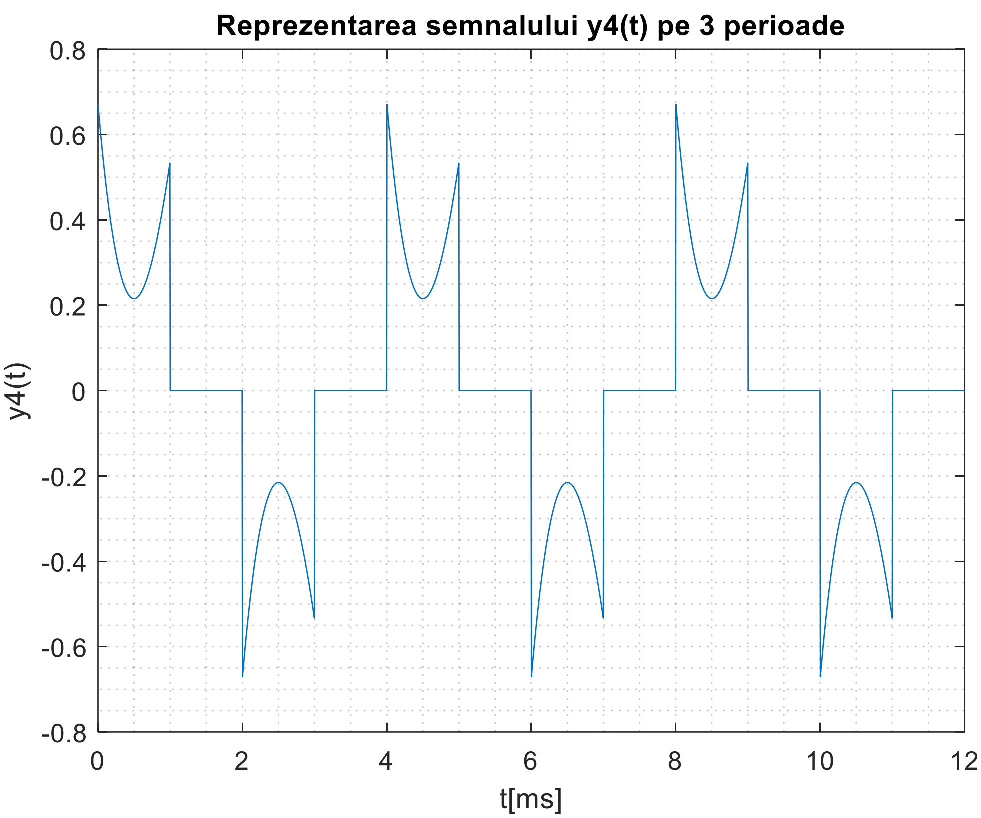
- Pentru y3(t) – 15 perioade:




```
>> clear
>> %pentru y3 avem T1=2
>> t=linspace(-1,1);
>>    x=0.5455*t.^3-0.7323*t.^2-1.1429*t-0.5356;
>> a=linspace(0,30,1500);
>> y3=x'*ones(1,30);
>> for i=1:30
        for j=1:100
            y3(j,i)=((-1)^(i))*y3(j,i);
        end
```

```
    end
>> y3=y3(:);
>> plot(a,y3);
>> xlabel('t');
>> ylabel('y3(t)');
>> title('Reprezentarea semnalului y3(t) pentru 15 perioade');
>> grid minor;
```

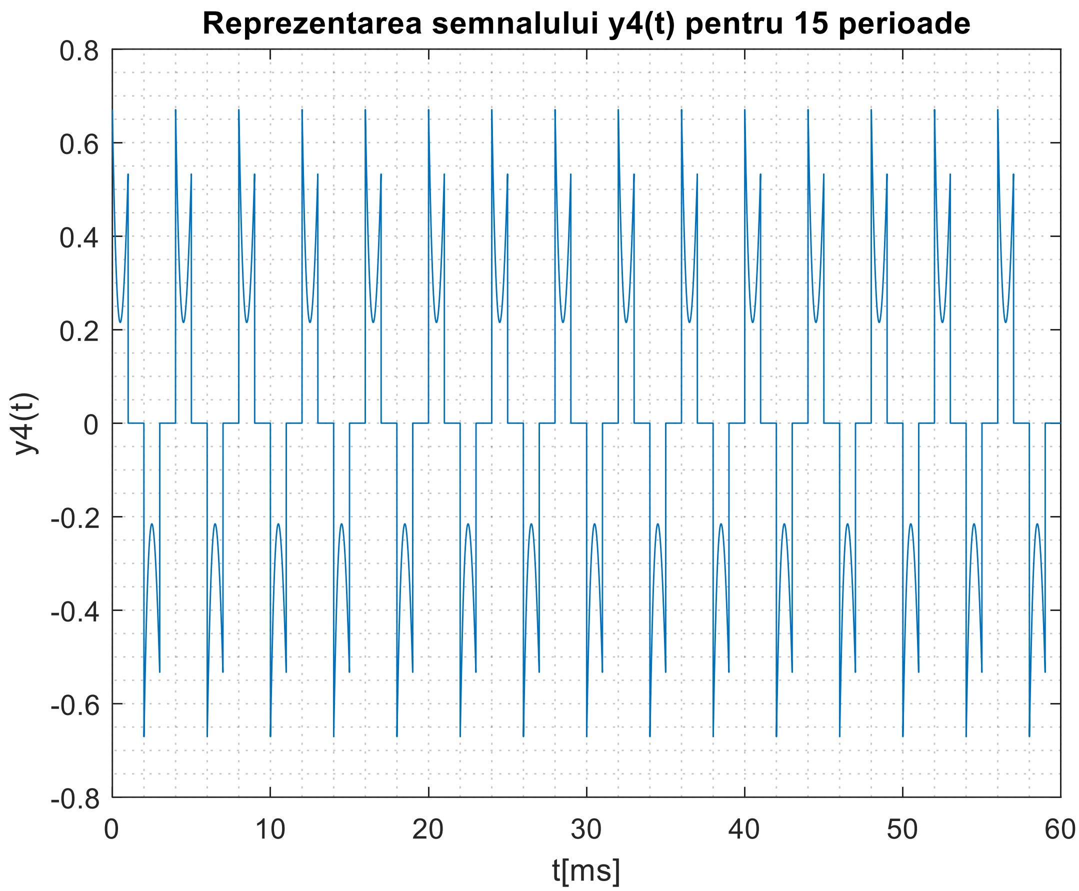
- Pentru y4(t) – 3 perioade:




```
>> clear
>>    t = linspace(-1,1,400);
>> x = 0.5455*t.^3 - 0.7323*t.^2-1.1429*t-0.5356;
>>    a = linspace(0,12,2400);
```

```
>> a=a(:);
>> y4= linspace(0,4,400);
>> y4 = x'*ones(1,6);
>> for i = 1:6
        for j = 1:400
            if j < 201
            y4(j,i) = ((-1)^(i)) * y4(j,i);
            else
      y4(j,i) = 0;
end
end
end
>> y4 = y4(:);
>> plot(a,y4);
>> grid minor;
>> xlabel('t[ms]');
>> ylabel('y4(t)');
>> title('Reprezentarea semnalului y4(t) pe 3 perioade');
```

- Pentru y4(t) - 15 perioade:



-

```
>> clear
>> t=linspace(-1,1,400);
>> x=0.5455*t.^3-0.7323*t.^2-1.1429*t-0.5356;
>> a=linspace(0,60,12000);
>> a=a(:);
>> y4=linspace(0,4,400);
>> y4=x'*ones(1,30);
>> for i=1:30
        for j=1:400
            if j<201
y4(j,i)=((-1)^(i))*y4(j,i);
else
y4(j,i)=0;
end
```

```
end

end

>> y4=y4(:);

>> plot(a,y4);

>> grid minor;

>> xlabel('t[ms]');

>> ylabel('y4(t)');

>> title('Reprezentarea semnalului y4(t) pentru 15 perioade');
```

c)Calculul analitic al componentei continue C0 pentru $y_i(t)$, i=1,..,4.

c) $x(t)=0,5455t^3-0,7323t^2-1,1429t-0,5356$

$$C_0=\frac{1}{T}\int_T x_n(t)\,dt$$

$T_1=2ms$

$T_2=4ms$

· $y_1(t)=x(t)*x_i(t)$

$$x_i(t)=\sum_{K=-\infty}^{\infty}\delta(t-KT_i)$$

$$C_{01}=\frac{1}{2}\left(\int_0^2(0,5455t^3-0,7323t^2-1,1429t-0,5356)\,dt\right)$$

$$=\frac{1}{2}\left(0,5455\frac{t^4}{4}\Big|_0^2-0,7323\frac{t^3}{3}\Big|_0^2-1,1429\frac{t^2}{2}\Big|_0^2-0,5356t\Big|_0^2\right)=$$

$$=-1,53$$

· $y_2(t)=x(t)*x_i(t)$

$$x_i(t)=\sum_{K=-\infty}^{\infty}\delta(t-KT_i)$$

$$C_{02}=\frac{1}{4}\left(\int_0^2(0,5455t^3-0,7323t^2-1,1429t-0,5356)\,dt+\int_2^4 0\right)$$

$$=-0,76$$

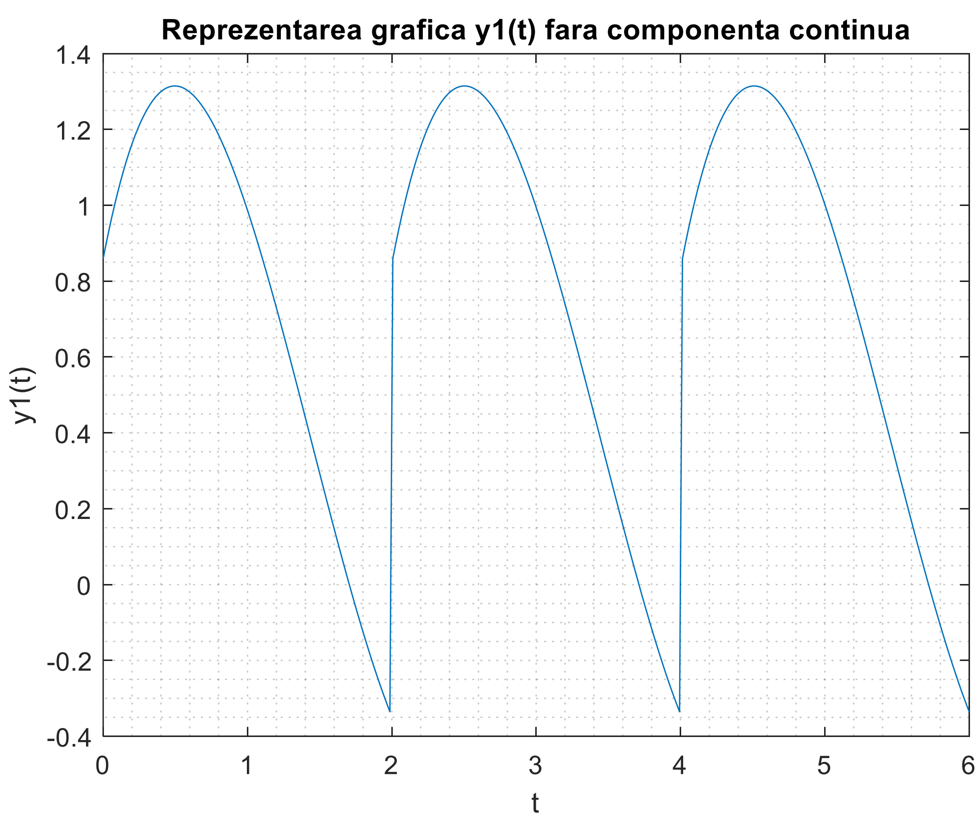
~~Semnal~~ $y_3(t)$ și $y_4(t)$ sunt semnale impare, deci au componenta continuă 0.

d) Sa se reprezinte grafic semnalele yi(t), i=1,..,4, fara componenta continua, pentru 3 si 15

perioade;

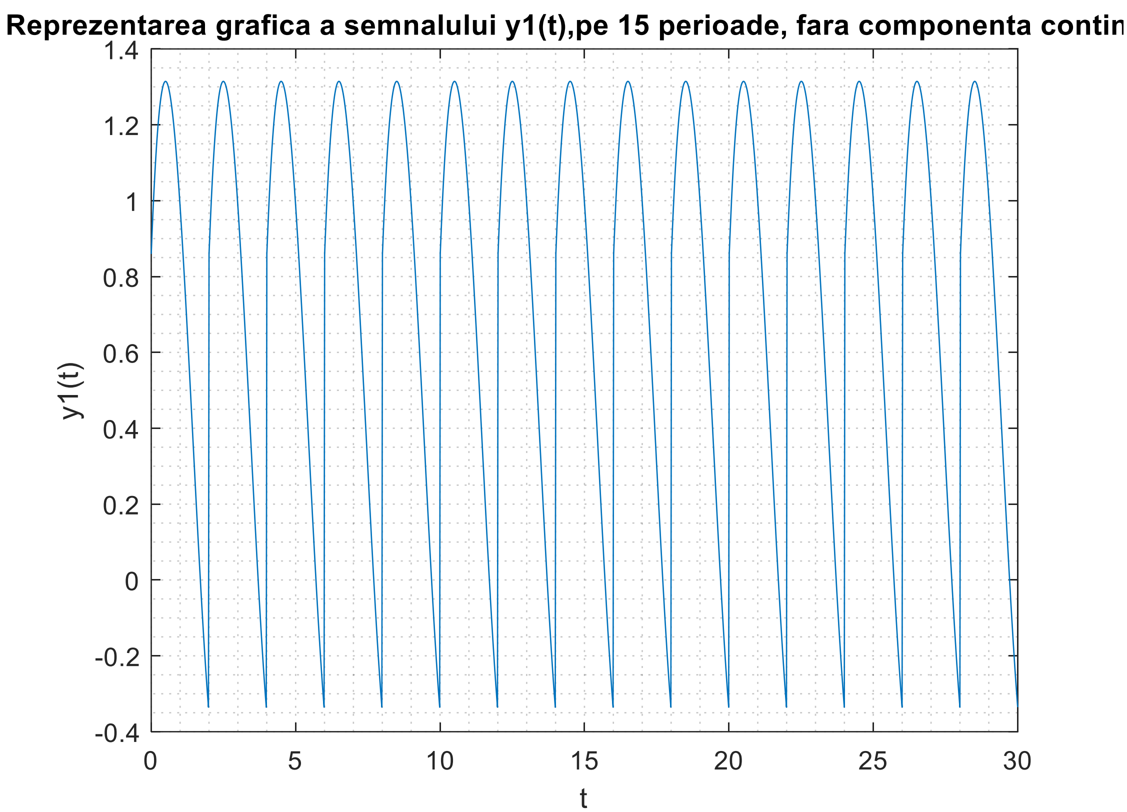
- **Pentru y1(t)** - *3 perioade:*

```
>> t=linspace(-1,1);
>> x=0.5455*t.^3-0.7323*t.^2-1.1429*t-0.5356;
>>    y1=x'*ones(1,3);
>> y1=y1(:);
>>    a=linspace(0,6,300);
>> a=a(:);
>> plot(a,y1+1.53)
>> xlabel('t');
>> ylabel('y1(t)');
>> title('Reprezentarea grafica y1(t) fara componenta continua');
>> grid minor;
```



Pentru y1(t) - *15 perioade:*

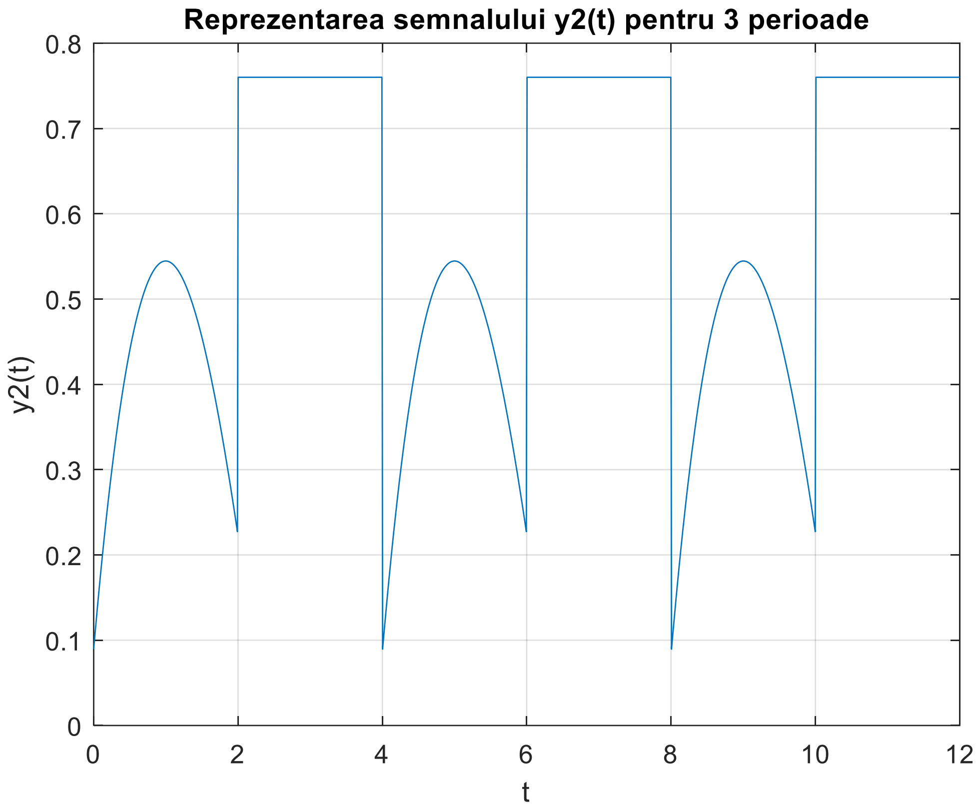
```
>> clear
>> t=linspace(-1,1);
>>    x=0.5455*t.^3-0.7323*t.^2-1.1429*t-0.5356;
>> y1=x'*ones(1,15);
>> y1=y1(:);
>> a=linspace(0,30,1500);
>> a=a(:);
>> plot(a,y1+1.53);
>> grid minor;
>> xlabel('t');
>> ylabel('y1(t)');
>> title('Reprezentarea grafica a semnalului y1(t),pe 15 perioade, fara componenta continua');
```



- **Pentru y2(t)** - *3 perioade:*

```
>> clear
```

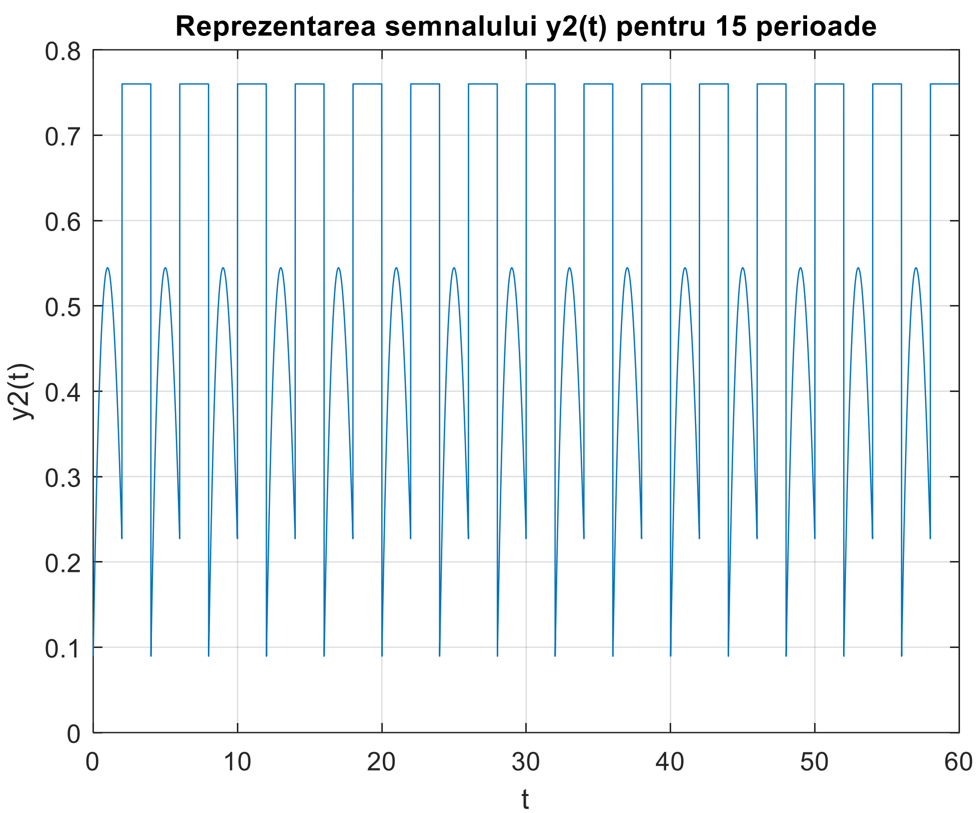
```
% y2 -> T2=4
>> t=linspace(-1,1,400);
>> x=0.5455*t.^3-0.7323*t.^2-1.1429*t-0.5356;
>> a=linspace(0,12,1200);
>> a=a(:);
>> y2=linspace(0,4,400);
>> for(i=1:400)
        if(i<201)
                y2(i)=x(i);
        else
                y2(i)=0;
        end
end
>> y2=y2'*ones(1,3);
>> y2=y2(:);
>> plot(a,y2+0.76);
>> title('Reprezentarea semnalului y2(t) pentru 3 perioade');
>> grid on;
>> xlabel('t');
>> ylabel('y2(t)');
```



- **Pentru y2(t)** - *15 perioade:*

```
>> clear

% y2 -> T2=4

>> t=linspace(-1,1,400);

>> x=0.5455*t.^3-0.7323*t.^2-1.1429*t-0.5356;

>> a=linspace(0,60,6000);

>> a=a(:);

>> y2=linspace(0,4,400);

>> for(i=1:400)

        if(i<201)

            y2(i)=x(i);

        else

            y2(i)=0;

        end;
```

```
end
>> y2=y2'*ones(1,15);
>> y2=y2(:);
>> plot(a,y2+0.76);
>> title('Reprezentarea semnalului y2(t) pentru 15 perioade');
>> grid on;
>> xlabel('t');
>> ylabel('y2(t)');
```



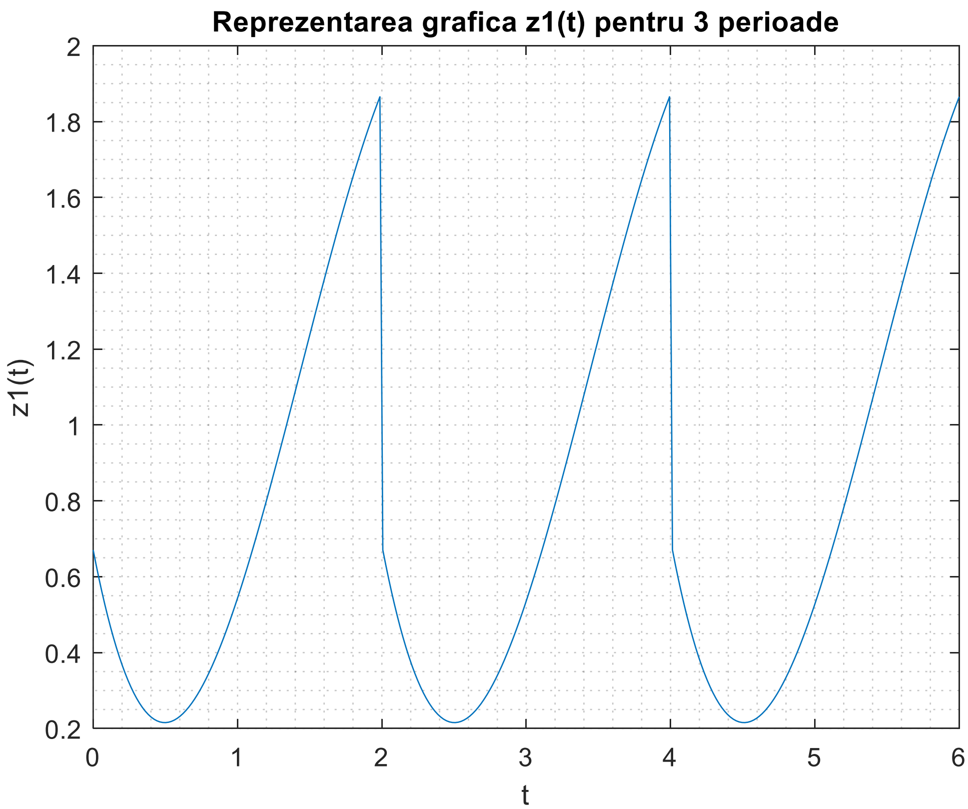
Graficele semnalelor y3 si y4 fara componenta continua, pentru 3 si 15 perioade, vor fi aceleasi cu cele ale semnalelor y3 si y4 cu componenta continua, deoarece au componenta continua 0 .

e) Fie zi(t)=|yi(t)| si wi(t)=1/2(yi(t)+|yi(t)|) , i=1,…,4

Sa se reprezinte grafic zi(t) si wi(t), i=1,…4, marcandu-se pe axe valorile semnificative. Se

vor reprezenta semnalele pentru 3 si 15 perioade.

- **Pentru z1(t)** – *3 perioade:*

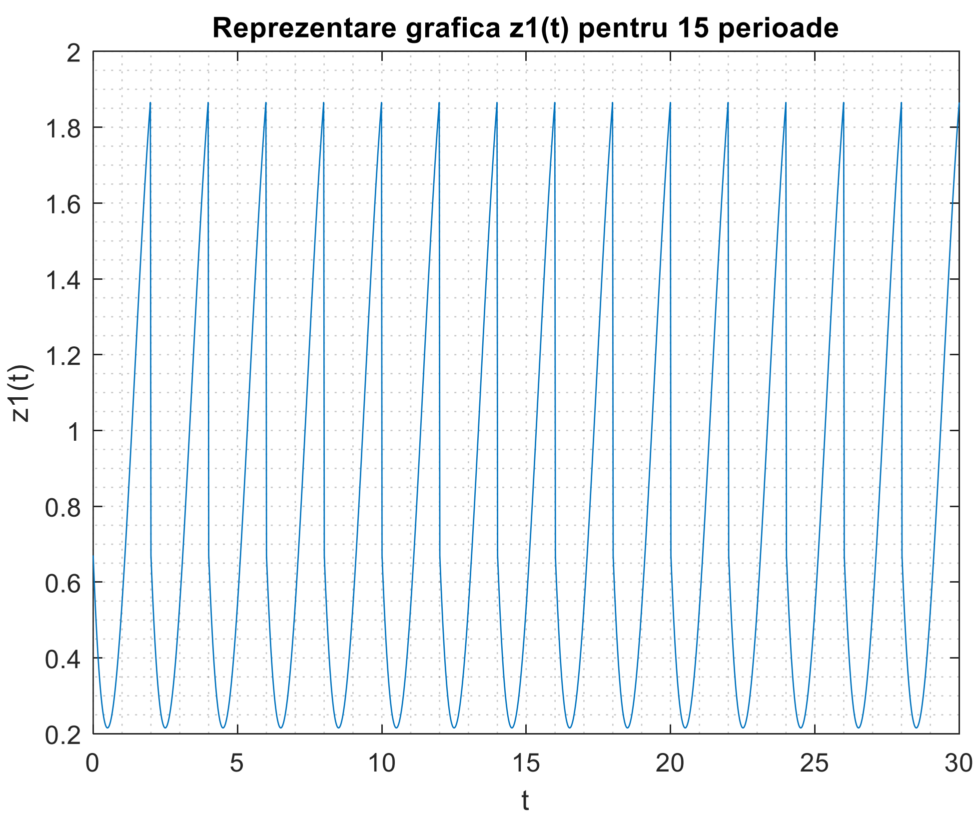



```
>> t=linspace(-1,1);
>> x=0.5455*t.^3-0.7323*t.^2-1.1429*t-0.5356;
>>    y1=x'*ones(1,3);
>> y1=y1(:);
>>    a=linspace(0,6,300);
>> a=a(:);
z1=abs(y1);
>> plot(a,z1)
>> xlabel('t');
>> ylabel('z1(t)');
>> title('Reprezentarea grafica z1(t) pentru 3 perioade');
```

```
>> grid minor;
```

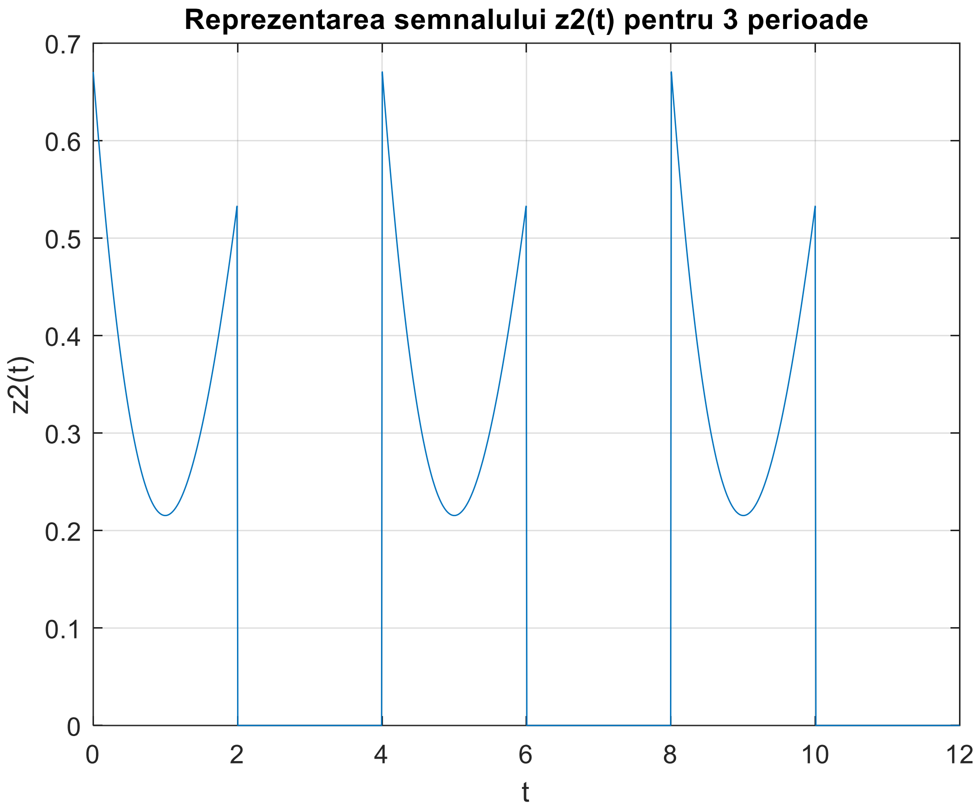
- **Pentru z1(t)** – *15 perioade:*

```
>> t=linspace(-1,1);
>>    x=0.5455*t.^3-0.7323*t.^2-1.1429*t-0.5355;
>> y1=x'*ones(1,15);
>> y1=y1(:);
>> a=linspace(0,30,1500);
z1=abs(y1);
>> plot(a,z1)
>> xlabel('t');
>> ylabel('z1(t)');
>> title('Reprezentare grafica z1(t) pentru 15 perioade');
>> grid minor
```



- **Pentru z2(t)** – *3 perioade:*

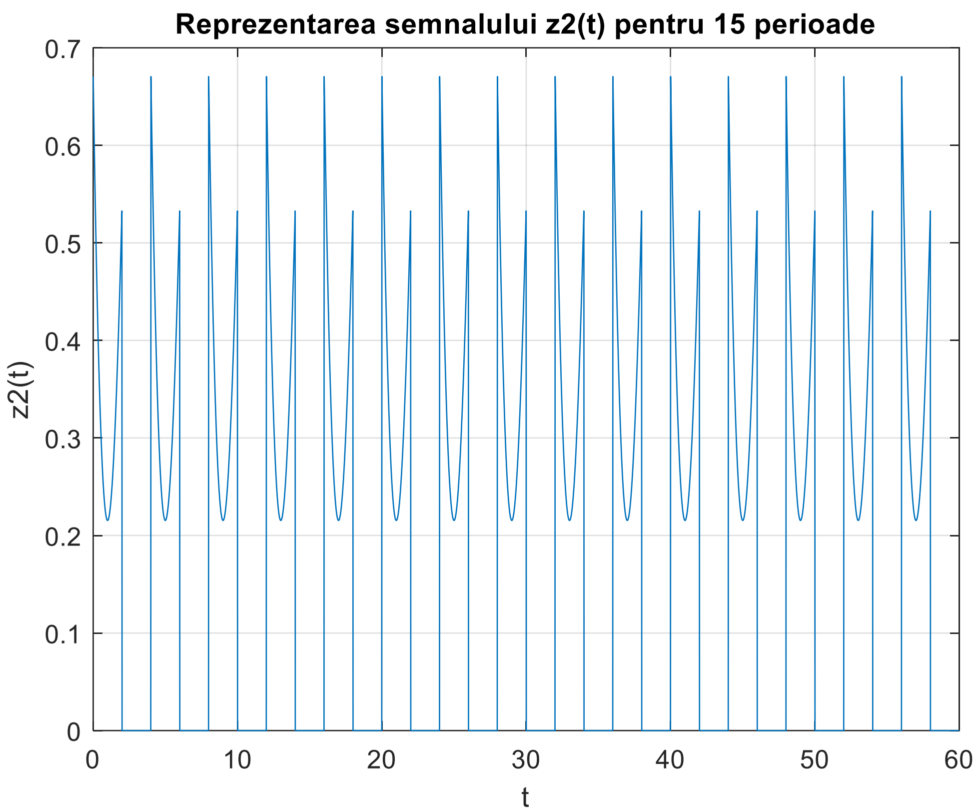
```
>> clear
% y2 -> T2=4
>> t=linspace(-1,1,400);
>> x=0.5455*t.^3-0.7323*t.^2-1.1429*t-0.5356;
>> a=linspace(0,12,1200);
>> a=a(:);
>> y2=linspace(0,4,400);
>> for(i=1:400)
        if(i<201)
                y2(i)=x(i);
        else
                y2(i)=0;
        end
end
>> y2=y2'*ones(1,3);
>> y2=y2(:);
z2=abs(y2);
>> plot(a,z2);
>> title('Reprezentarea semnalului z2(t) pentru 3 perioade');
>> grid on;
>> xlabel('t');
>> ylabel('z2(t)');
```



- **Pentru z2(t)** – *15 perioade:*

```
>> clear
% y2 -> T2=4
>> t=linspace(-1,1,400);
>> x=0.5455*t.^3-0.7323*t.^2-1.1429*t-0.5356;
>> a=linspace(0,60,6000);
>> a=a(:);
>> y2=linspace(0,4,400);
>> for(i=1:400)
        if(i<201)
            y2(i)=x(i);
        else
            y2(i)=0;
        end;
end
```

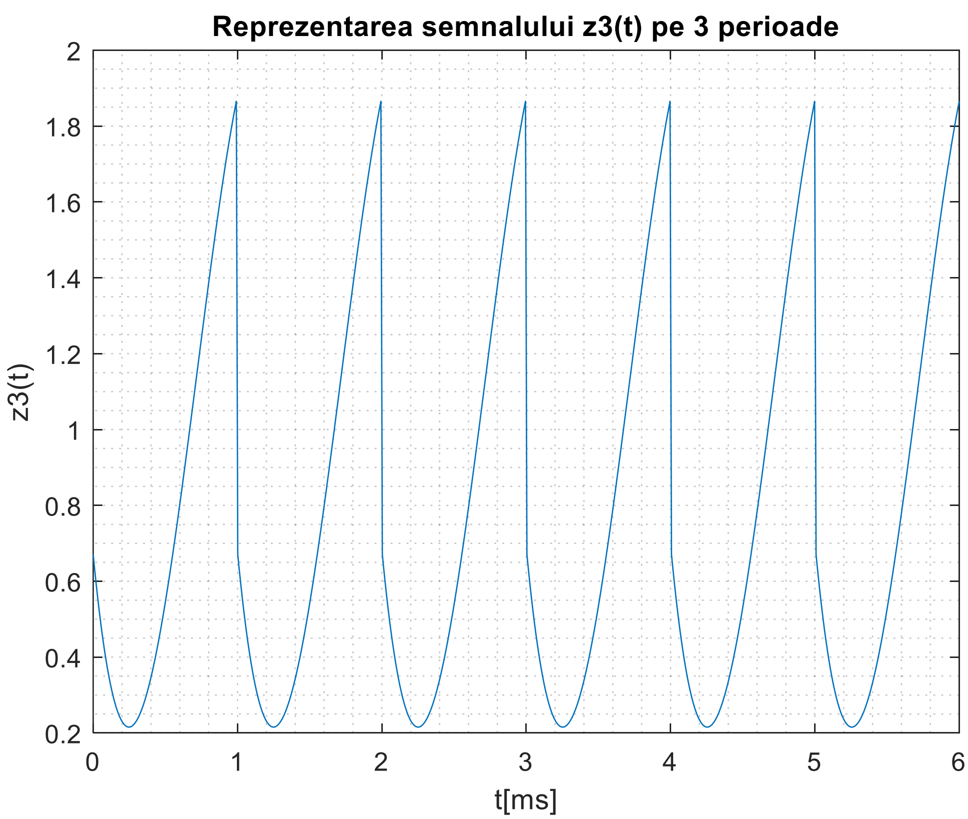
```
>> y2=y2'*ones(1,15);
>> y2=y2(:);
z2=abs(y2);
>> plot(a,z2);
>> title('Reprezentarea semnalului z2(t) pentru 15 perioade');
>> grid on;
>> xlabel('t');
>> ylabel('z2(t)');
```



- **Pentru z3(t)** – *3 perioade:*

```
>> clear
>> t = linspace(-1,1);
>>    x=0.5455*t.^3-0.7323*t.^2-1.1429*t-0.5356;
>> a = linspace(0,6,600);
>> y3= x'*ones(1,6);
>> for i= 1:6
```

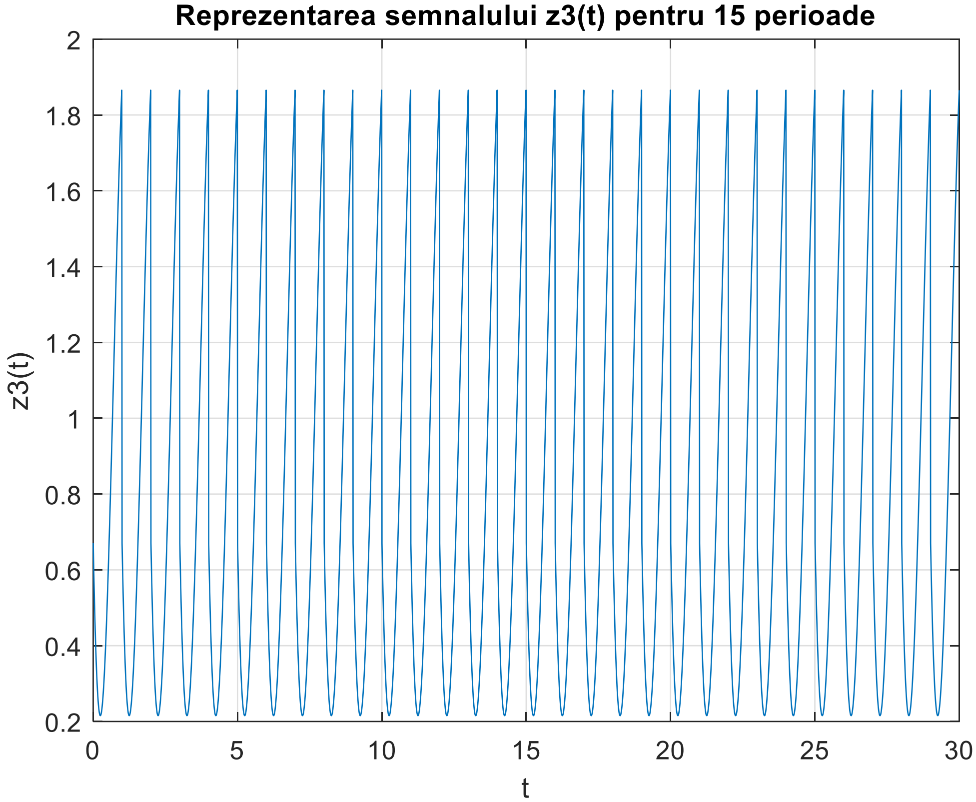
```
for j = 1:100
y3(j,i)=((-1)^(i))*y3(j,i);
end
end
>> y3 = y3(:);
z3=abs(y3);
>> plot(a,z3);
>> xlabel('t[ms]');
>> ylabel('z3(t)');
>> title('Reprezentarea semnalului z3(t) pe 3 perioade');
>> grid minor;
```



- **Pentru z3(t)** – *15 perioade:*

```
>> clear
>> t=linspace(-1,1);
```

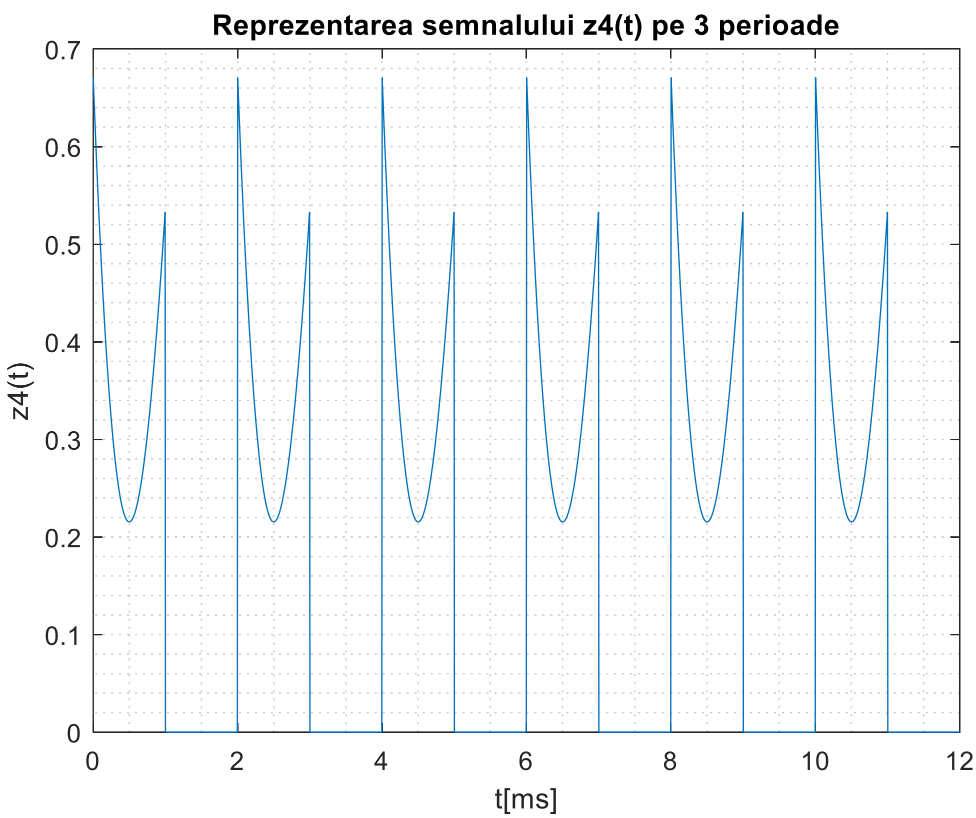
```
>> x=0.5455*t.^3-0.7323*t.^2-1.1429*t-0.5356;
>> a=linspace(0,30,3000);
>> y3=x'*ones(1,30);
>> for(i=1:30)

        for(j=1:100)
            y3(j,i)=((-1)^(i))*y3(j,i);
        end
end
>> y3=y3(:);
z3=abs(y3);
>> plot(a,z3);
>> xlabel('t');
>> ylabel('z3(t)');
>> title('Reprezentarea semnalului z3(t) pentru 15 perioade');
>> grid on;
```



Pentru z4(t) – *3 perioade:*

```
>> clear
>>     t = linspace(-1,1,400);
>> x = 0.5455*t.^3 - 0.7323*t.^2-1.1429*t-0.5356;
>>     a = linspace(0,12,2400);
>> a=a(:);
>> y4= linspace(0,4,400);
>> y4 = x'*ones(1,6);
>> for i = 1:6
        for j = 1:400
            if j < 201
            y4(j,i) = ((-1)^(i)) * y4(j,i);
            else
      y4(j,i) = 0;
end
```

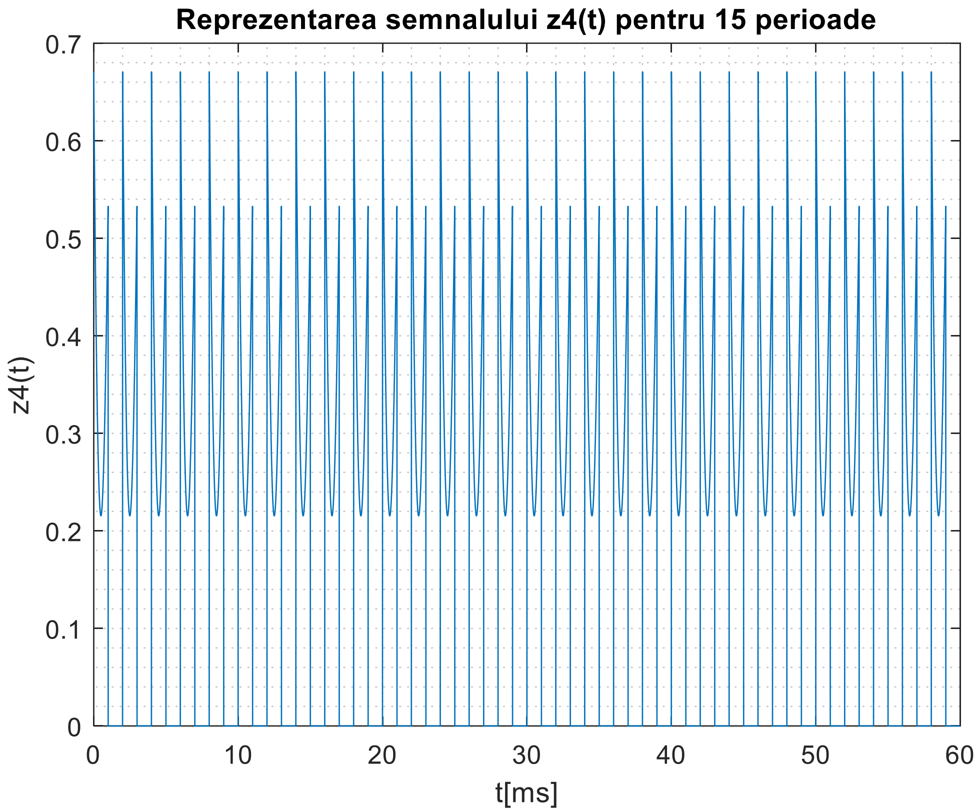
```
end

end

>> y4 = y4(:);

z4=abs(y4);

>> plot(a,z4);

>> grid minor;

>> xlabel('t[ms]');

>> ylabel('z4(t)');

>> title('Reprezentarea semnalului z4(t) pe 3 perioade');
```



- **Pentru z4(t)** – *15 perioade:*

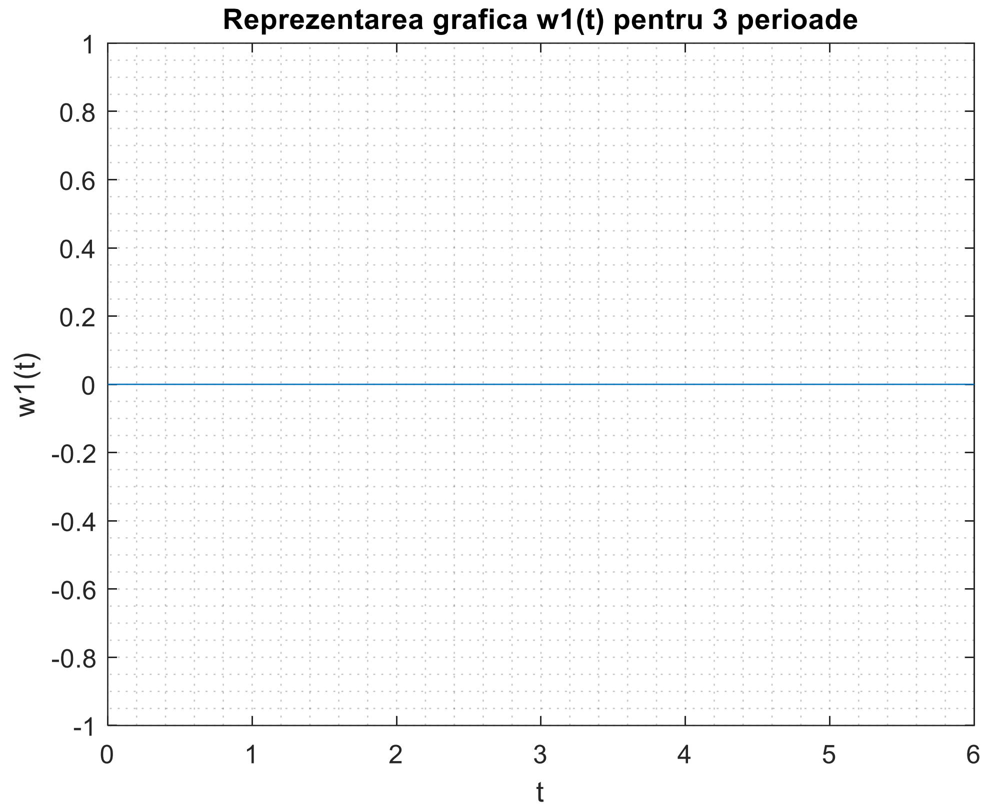
```
>> clear

>> t=linspace(-1,1,400);

>> x=0.5455*t.^3-0.7323*t.^2-1.1429*t-0.5356;

>> a=linspace(0,60,12000);

>> a=a(:);
```

```
>> y4=linspace(0,4,400);
>> y4=x'*ones(1,30);
>> for i=1:30
        for j=1:400
            if j<201
y4(j,i)=((-1)^(i))*y4(j,i);
else
y4(j,i)=0;
end
end
end
>> y4=y4(:);
z4=abs(y4);
>> plot(a,z4);
>> grid minor;
>> xlabel('t[ms]');
>> ylabel('z4(t)');
>> title('Reprezentarea semnalului z4(t) pentru 15 perioade');
```



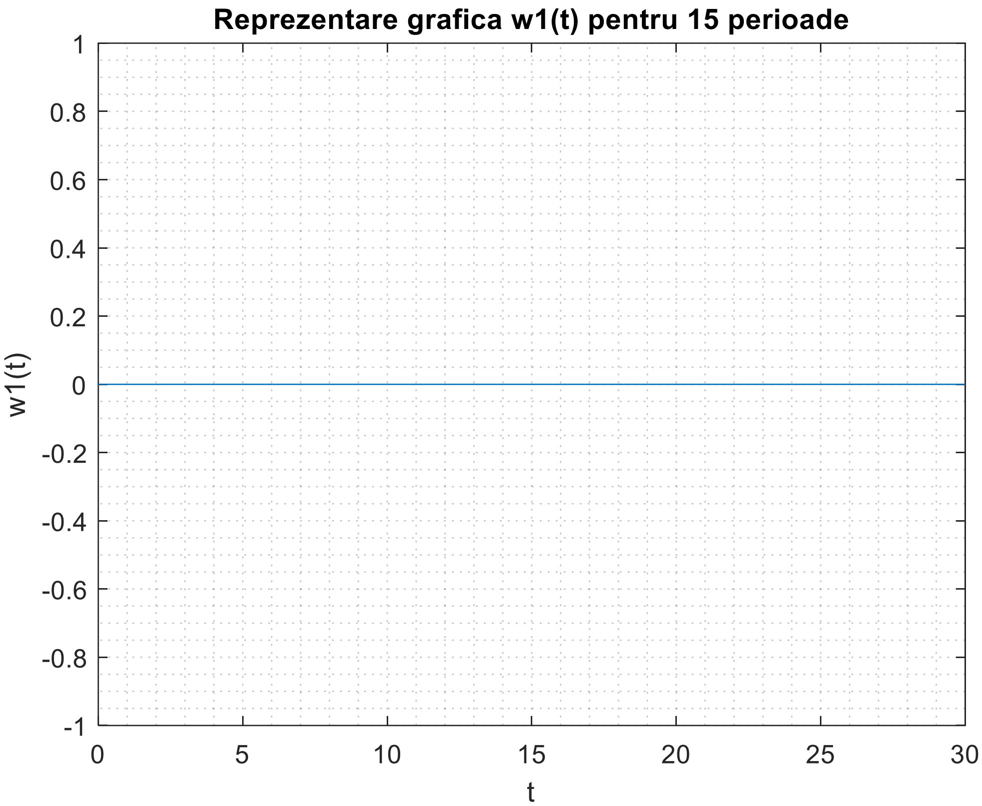
- **Pentru w1(t)** - *3 perioade:*

```
>> t=linspace(-1,1);

>> x=0.5455*t.^3-0.7323*t.^2-1.1429*t-0.5356;

>> w1=x'*ones(1,3);

>> w1=w1(:);

>> a=linspace(0,6,300);

>> a=a(:);

>> plot(a,0.5*(w1+abs(w1)));

>> xlabel('t');

>> ylabel('w1(t)');

>> title('Reprezentarea grafica w1(t) pentru 3 perioade');

>> grid minor
```



- **Pentru w2(t) – 15 perioade:**

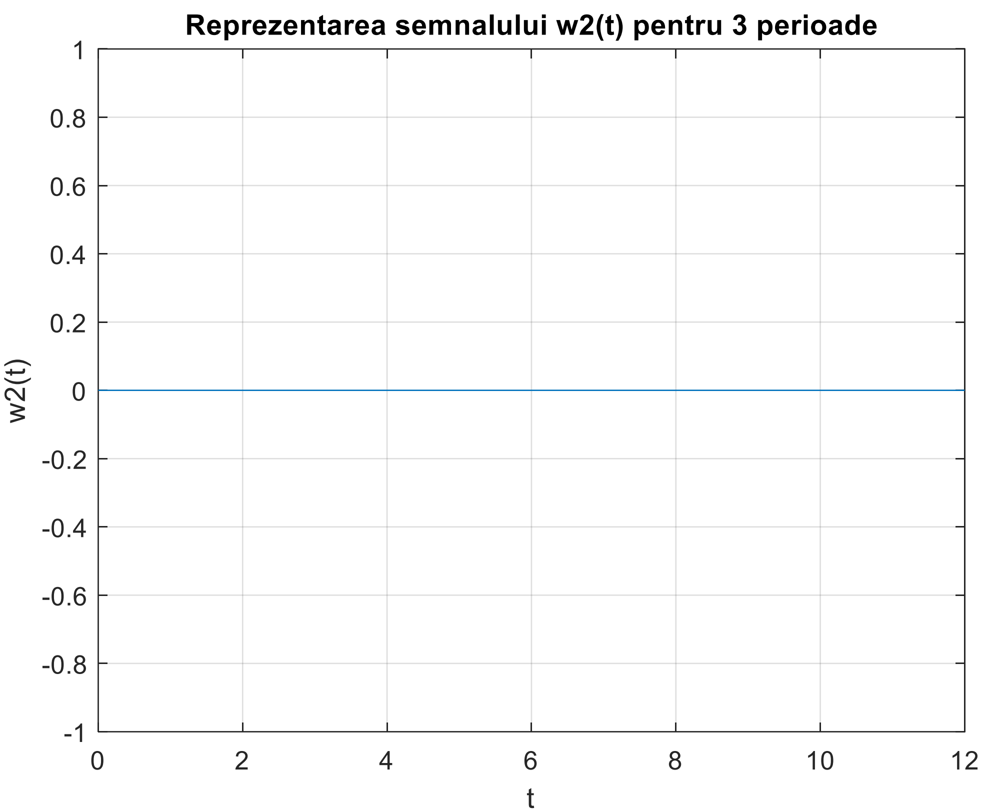
```
>> clear
>> t=linspace(-1,1);
>> x=0.5455*t.^3-0.7323*t.^2-1.1429*t-0.5356;
>> a=linspace(0,30,1500);
>> w1=x'*ones(1,15);
>> w1=w1(:);
>> a=a(:);
>> plot(a,0.5*(w1+abs(w1)));
>> xlabel('t');
>> ylabel('w1(t)');
>> title('Reprezentare grafica w1(t) pentru 15 perioade');
>> grid minor
```



- **Pentru w2(t) – 3 perioade:**

```
>> clear
>> t=linspace(-1,1,400);
>> x=0.5455*t.^3-0.7323*t.^2-1.1429*t-0.5356;
>> a=linspace(0,12,1200);
>> a=a(:);
>> w2=linspace(0,4,400);
>> for(i=1:400)
        if(i<201)
                w2(i)=x(i);
        else
                w2(i)=0;
        end
end
```

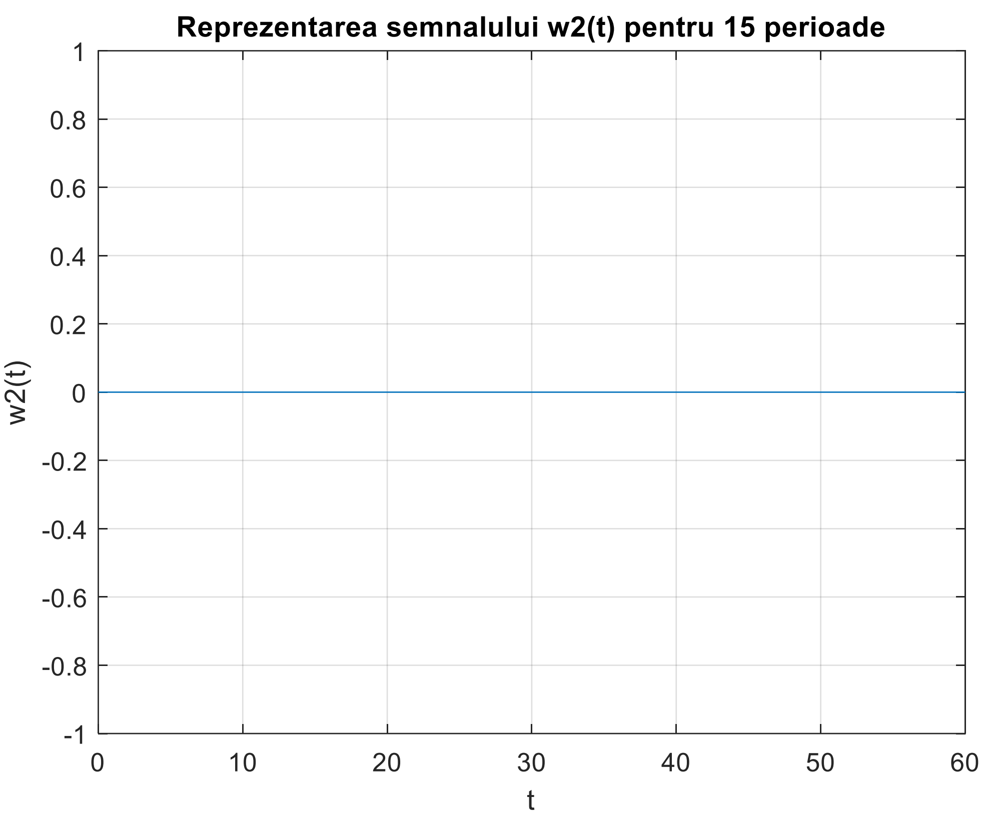
```
>> w2=w2'*ones(1,3);
>> w2=w2(:);
>> plot(a,0.5*(w2+abs(w2)));
>> title('Reprezentarea semnalului w2(t) pentru 3 perioade');
>> grid on;
>> xlabel('t');
>> ylabel('w2(t)');
```



- **Pentru w2(t) – 15 perioade:**

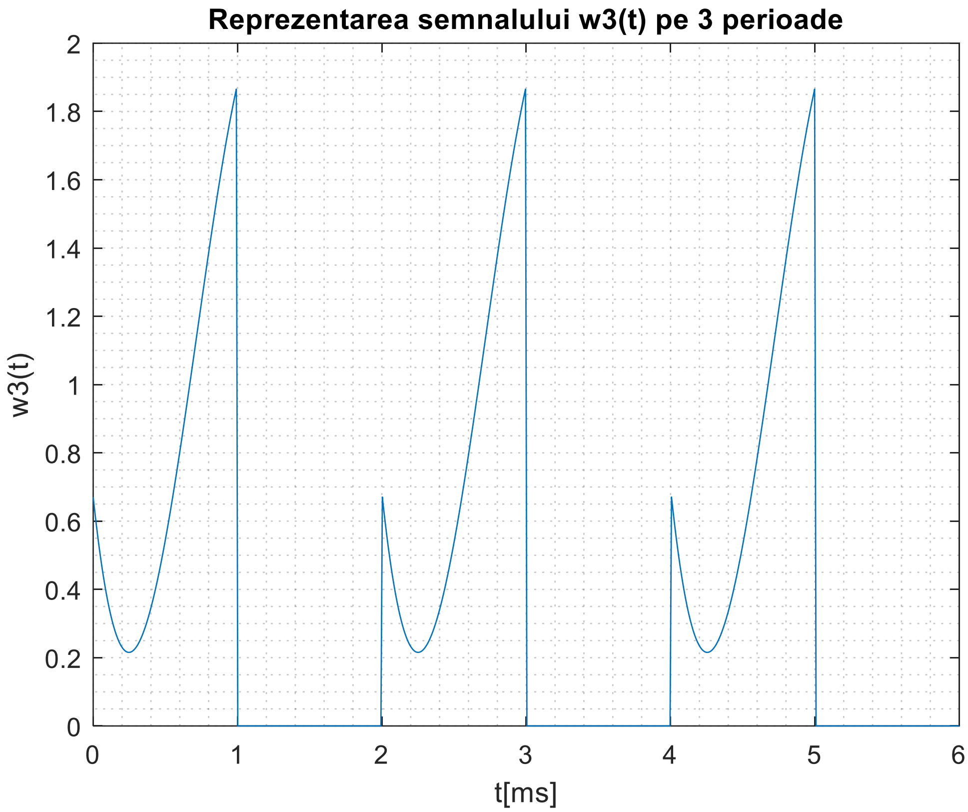
```
>> clear
>> t=linspace(-1,1,400);
>> x=0.5455*t.^3-0.7323*t.^2-1.1429*t-0.5356;
>> a=linspace(0,60,6000);
>> a=a(:);
>> w2=linspace(0,4,400);
>> for(i=1:400)
```

```
        if(i<201)
            w2(i)=x(i);
        else
            w2(i)=0;
        end;
end
>> w2=w2'*ones(1,15);
>> w2=w2(:);
>> plot(a,0.5*(w2+abs(w2)));
>> title('Reprezentarea semnalului w2(t) pentru 15 perioade');
>> grid on;
>> xlabel('t');
>> ylabel('w2(t)');
```



- **Pentru w3(t) – 3 perioade:**

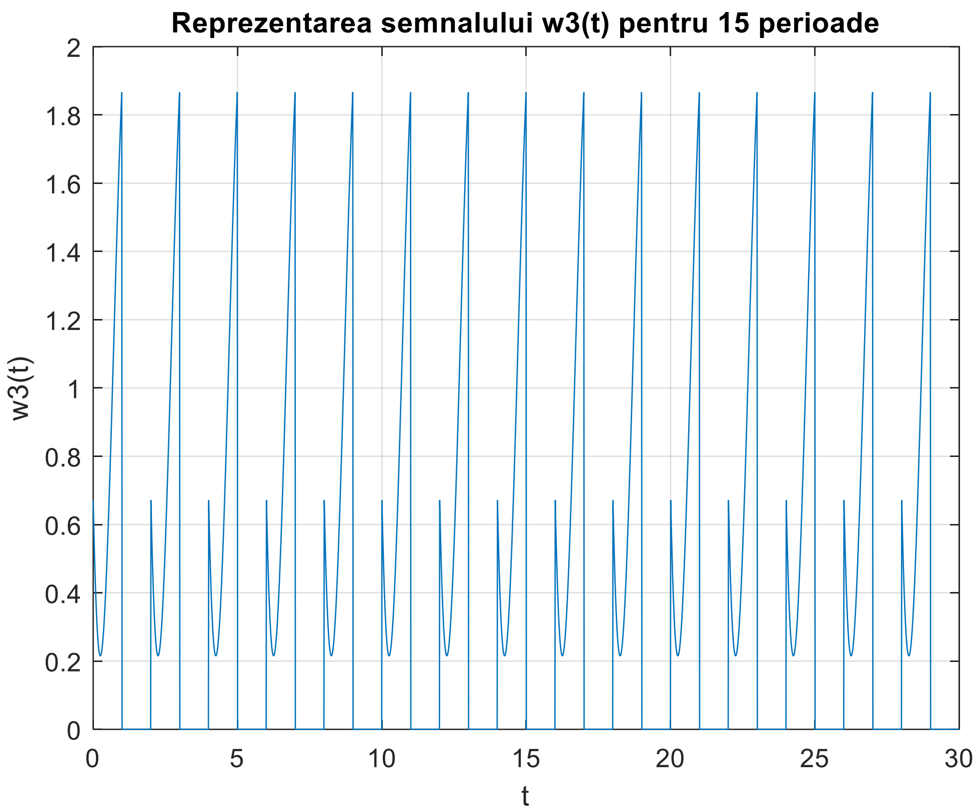
```
>> clear
>> t = linspace(-1,1);
>>    x=0.5455*t.^3-0.7323*t.^2-1.1429*t-0.5356;
>> a = linspace(0,6,600);
>> w3= x'*ones(1,6);
>> for i= 1:6
for j = 1:100
w3(j,i)=((-1)^(i))*w3(j,i);
end
end
>> w3 = w3(:);
>> plot(a,0.5*(w3+abs(w3)));
>> xlabel('t[ms]');
>> ylabel('w3(t)');
>> title('Reprezentarea semnalului w3(t) pe 3 perioade');
>> grid minor;
```



- **Pentru w3(t) – 15 perioade:**

```
>> clear
>> t=linspace(-1,1);
>> x=0.5455*t.^3-0.7323*t.^2-1.1429*t-0.5356;
>> a=linspace(0,30,3000);
>> w3=x'*ones(1,30);
>> for(i=1:30)

        for(j=1:100)
            w3(j,i)=((-1)^(i))*w3(j,i);
        end
end
>> w3=w3(:);
>> plot(a,0.5*(w3+abs(w3)));
>> xlabel('t');
```

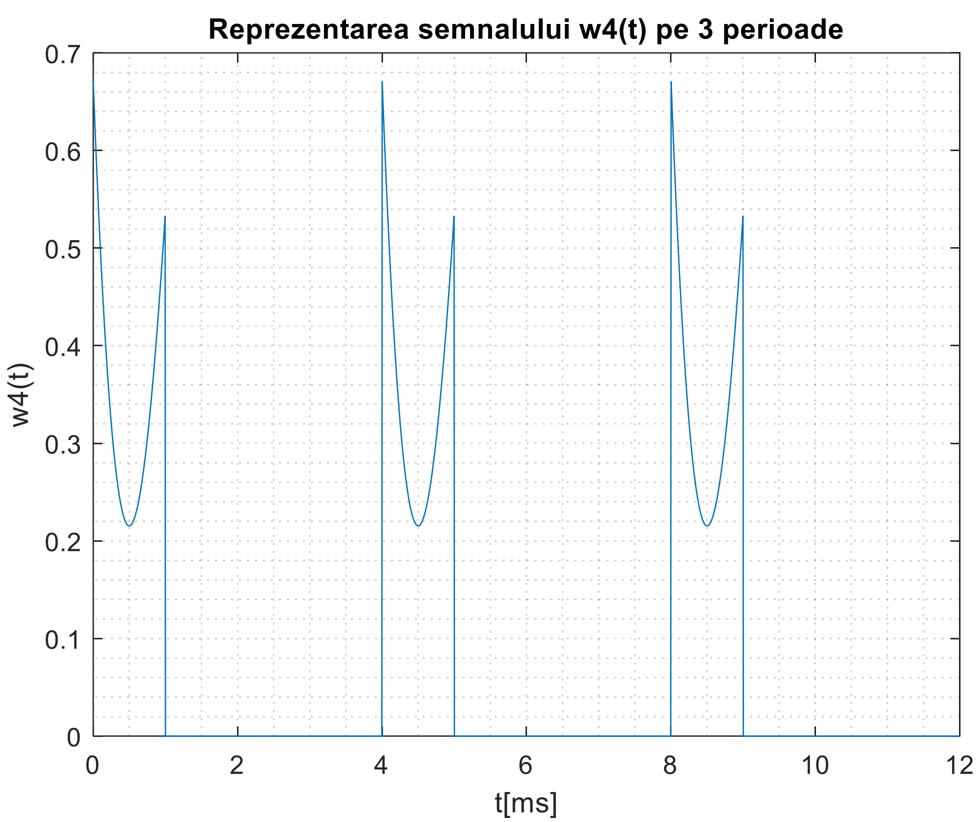
```
>> ylabel('w3(t)');
>> title('Reprezentarea semnalului w3(t) pentru 15 perioade');
>> grid on;
```



Pentru w4(t) – 3 perioade:

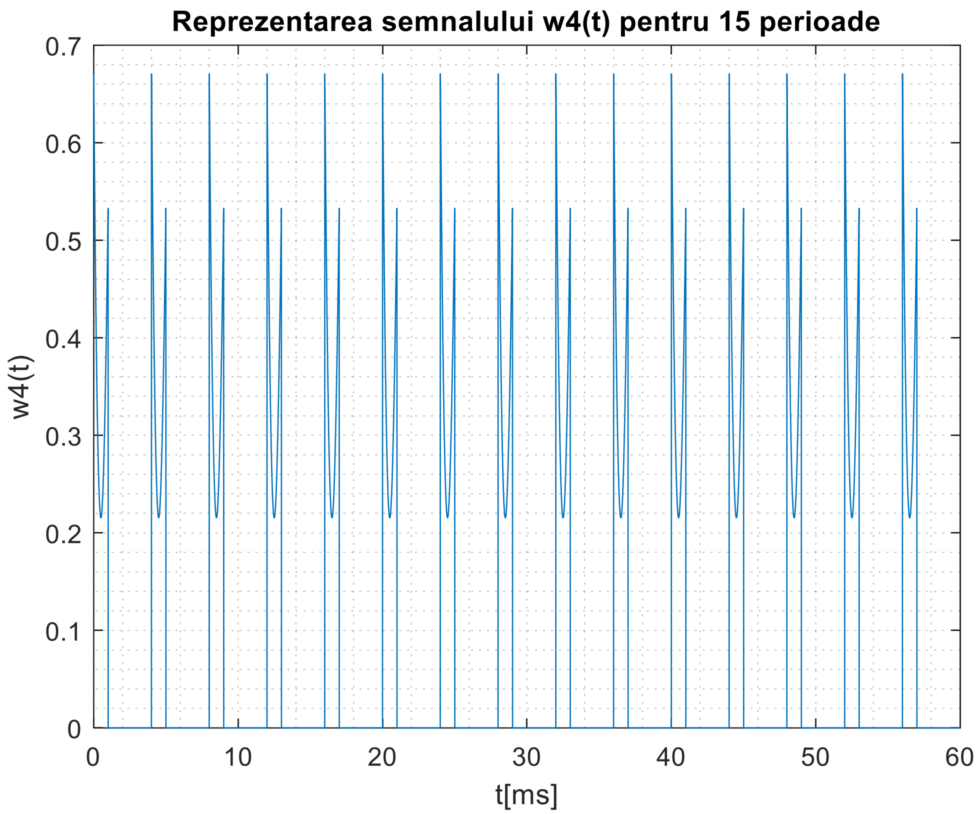
```
>> clear
>>    t = linspace(-1,1,400);
>> x = 0.5455*t.^3 - 0.7323*t.^2-1.1429*t-0.5356;
>>    a = linspace(0,12,2400);
>> a=a(:);
>> w4= linspace(0,4,400);
>> w4 = x'*ones(1,6);
>> for i = 1:6
          for j = 1:400
               if j < 201
```

```
w4(j,i) = ((-1)^(i)) * w4(j,i);
else
w4(j,i) = 0;
end
end
end
>> w4 = w4(:);
>> plot(a,0.5*(w4+abs(w4)));
>> grid minor;
>> xlabel('t[ms]');
>> ylabel('w4(t)');
>> title('Reprezentarea semnalului w4(t) pe 3 perioade');
```

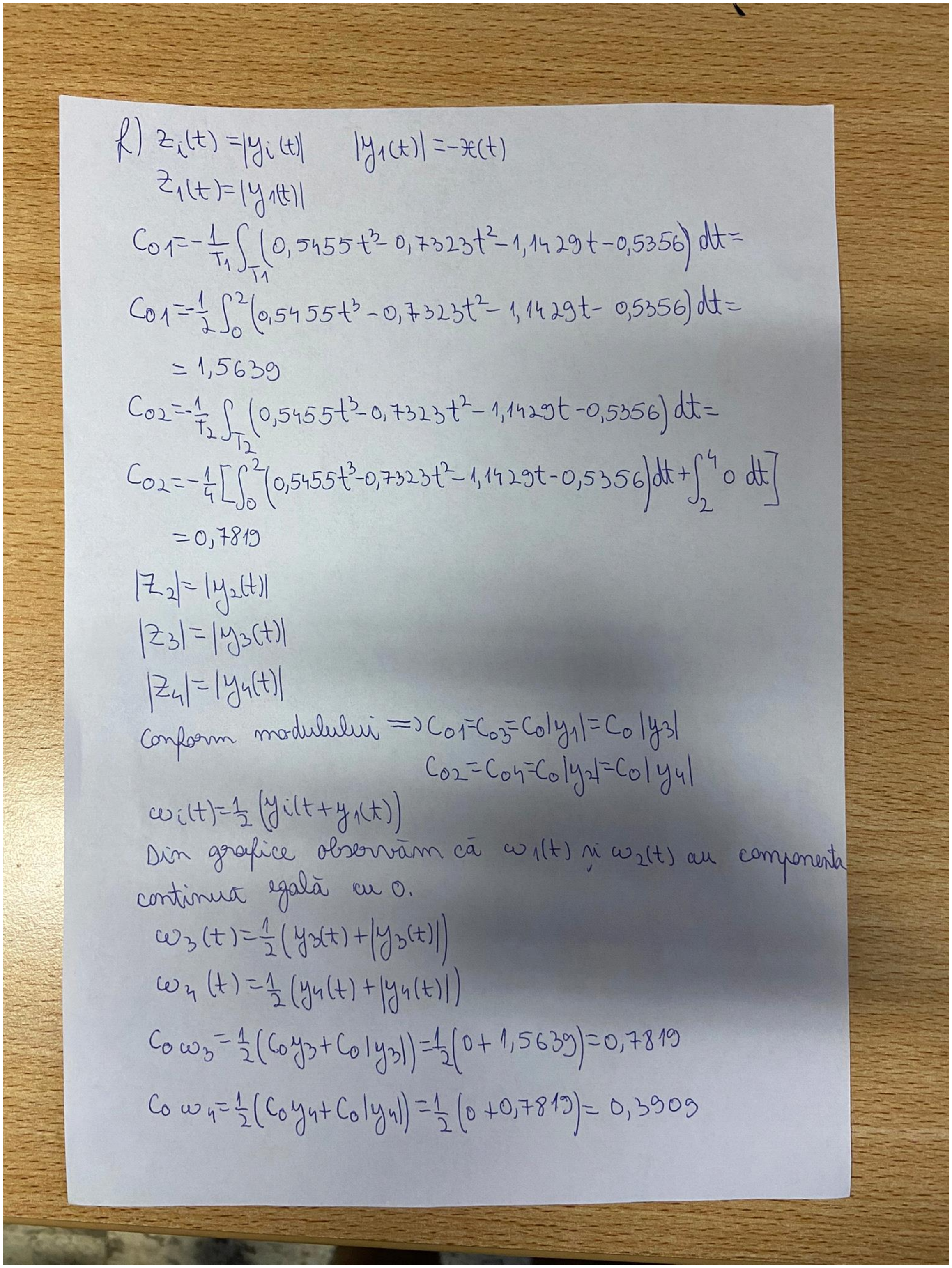


Pentru w4(t) – 15 perioade:

```
>> clear
>> t=linspace(-1,1,400);
>> x=0.5455*t.^3-0.7323*t.^2-1.1429*t-0.5356;
>> a=linspace(0,60,12000);
>> a=a(:);
>> w4=linspace(0,4,400);
>> w4=x'*ones(1,30);
>> for i=1:30
        for j=1:400
            if j<201
w4(j,i)=((-1)^(i))*w4(j,i);
else
w4(j,i)=0;
end
end
end
>> w4=w4(:);
>> plot(a,0.5*(w4+abs(w4)));
>> grid minor;
>> xlabel('t[ms]');
>> ylabel('w4(t)');
>> title('Reprezentarea semnalului w4(t) pentru 15 perioade');
```



f)Calculul analitic al componentei continue C0 pentru zi(t) si wi(t) cu i=1,..,4.



f) $z_i(t)=|y_i(t)|$ $\quad |y_1(t)|=-x(t)$

$z_1(t)=|y_1(t)|$

$C_{01}=-\frac{1}{T_1}\int_{T_1}\left(0,5455t^3-0,7323t^2-1,1429t-0,5356\right)dt=$

$C_{01}=-\frac{1}{2}\int_0^2\left(0,5455t^3-0,7323t^2-1,1429t-0,5356\right)dt=$

$=1,5639$

$C_{02}=-\frac{1}{T_2}\int_{T_2}\left(0,5455t^3-0,7323t^2-1,1429t-0,5356\right)dt=$

$C_{02}=-\frac{1}{4}\left[\int_0^2\left(0,5455t^3-0,7323t^2-1,1429t-0,5356\right)dt+\int_2^4 0\,dt\right]$

$=0,7819$

$|Z_2|=|y_2(t)|$

$|Z_3|=|y_3(t)|$

$|Z_4|=|y_4(t)|$

Conform modulului $\Rightarrow C_{01}=C_{03}=C_0|y_1|=C_0|y_3|$

$C_{02}=C_{04}=C_0|y_2|=C_0|y_4|$

$w_i(t)=\frac{1}{2}\left(y_i(t+y_1(t)\right)$

Din grafice observăm că $w_1(t)$ și $w_2(t)$ au componenta continua egală cu 0.

$w_3(t)=\frac{1}{2}\left(y_3(t)+|y_3(t)|\right)$

$w_4(t)=\frac{1}{2}\left(y_4(t)+|y_4(t)|\right)$

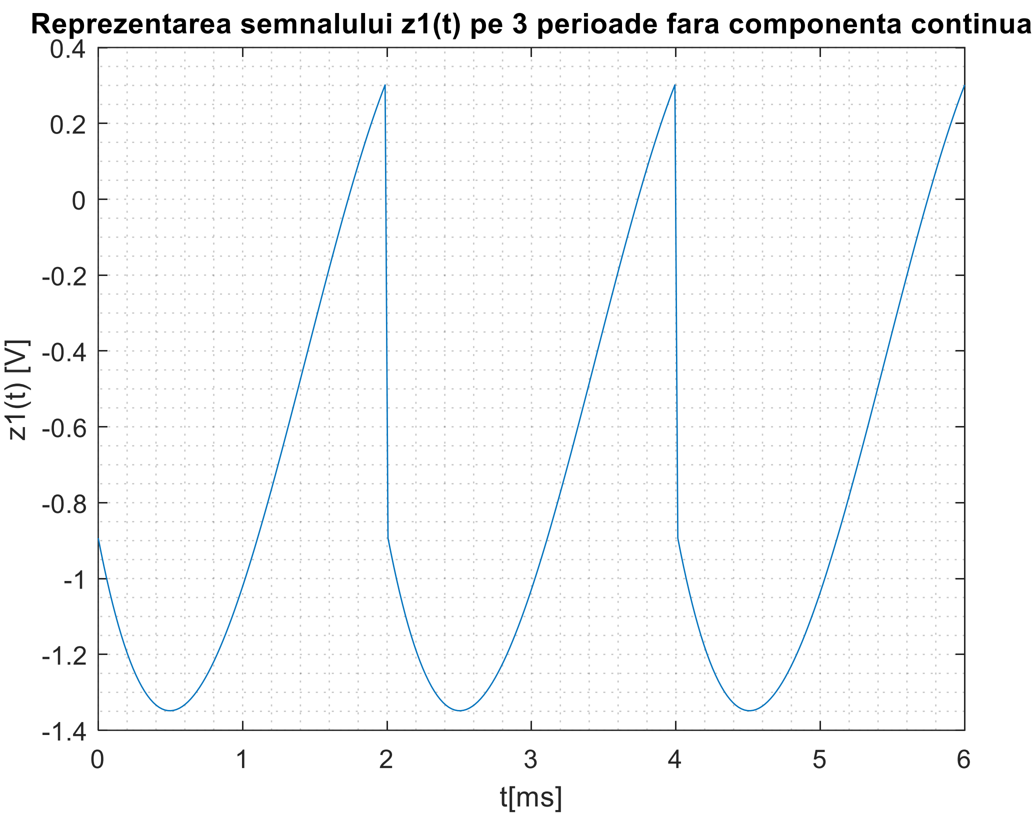
$C_0w_3=\frac{1}{2}\left(C_0y_3+C_0|y_3|\right)=\frac{1}{2}\left(0+1,5639\right)=0,7819$

$C_0w_4=\frac{1}{2}\left(C_0y_4+C_0|y_4|\right)=\frac{1}{2}\left(0+0,7819\right)=0,3909$

g)Sa se reprezinte grafic semnalele zi(t) si wi(t), fara componenta continua , pentru 3 si 15 perioade ;

z1(t) – 3 perioade fara component continua

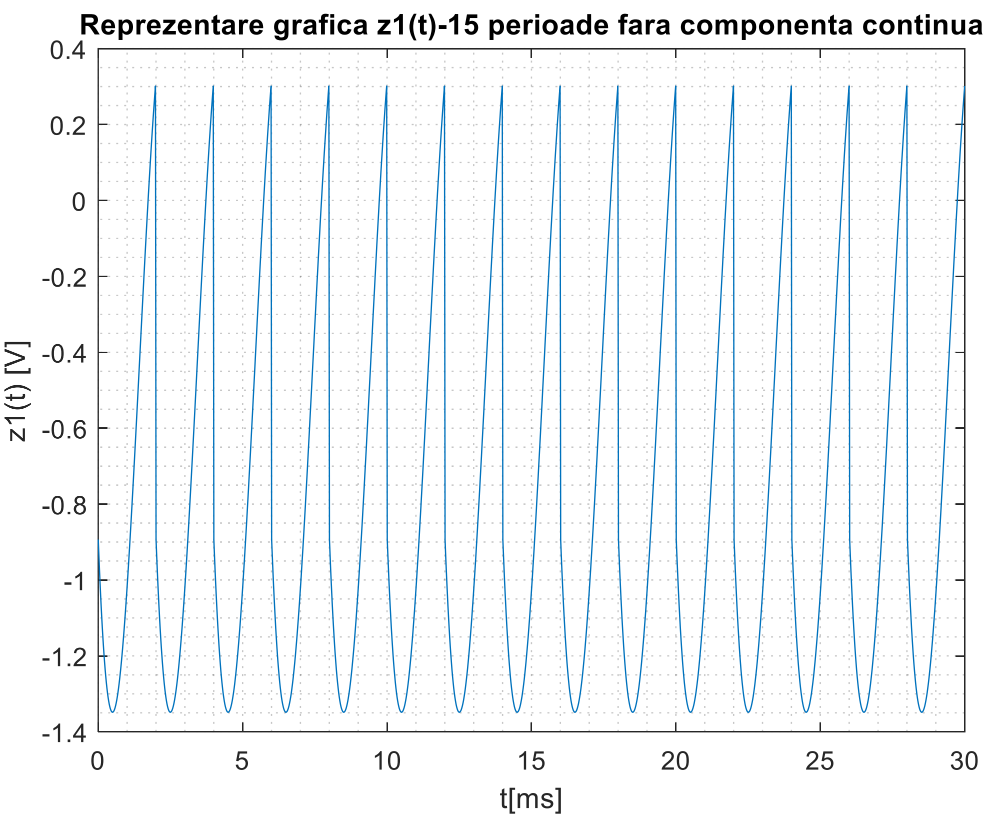
```
>> clear
>> t=linspace(-1,1);
>> x=0.5455*t.^3-0.7323*t.^2-1.1429*t-0.5356;
>> z1 = x'*ones(1,3);
>> z1 = z1(:);
>> p = linspace(0,6,300);
>> p = p(:);
>> plot(p,abs(z1)-1.5639);
>> xlabel('t[ms]');
>> ylabel('z1(t) [V]');
>>    title('Reprezentarea semnalului z1(t) pe 3 perioade fara componenta continua');
>> grid minor
```



- z1(t) – 15 perioade fara component continua

```
t=linspace(-1,1);
```

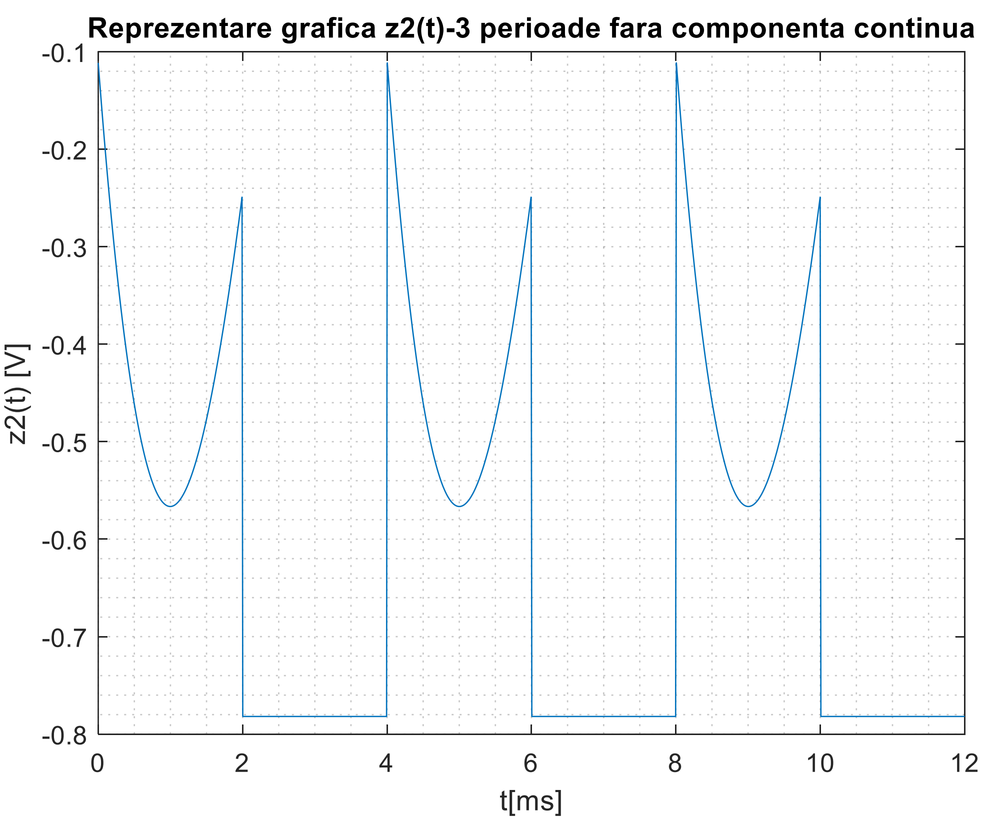
```
x=0.5455*t.^3-0.7323*t.^2-1.1429*t-0.5356;
  k=linspace(0,30,1500);
  y1=x'*ones(1,15);
  y1=y1(:);
  k=k(:);
  plot(k,abs(y1)-1.5639);
  title('Reprezentare grafica z1(t)-15 perioade fara componenta continua');
  ylabel('z1(t) [V]');
xlabel('t[ms]');
  grid minor;
```



z2(t) – 3 perioade fara component continua

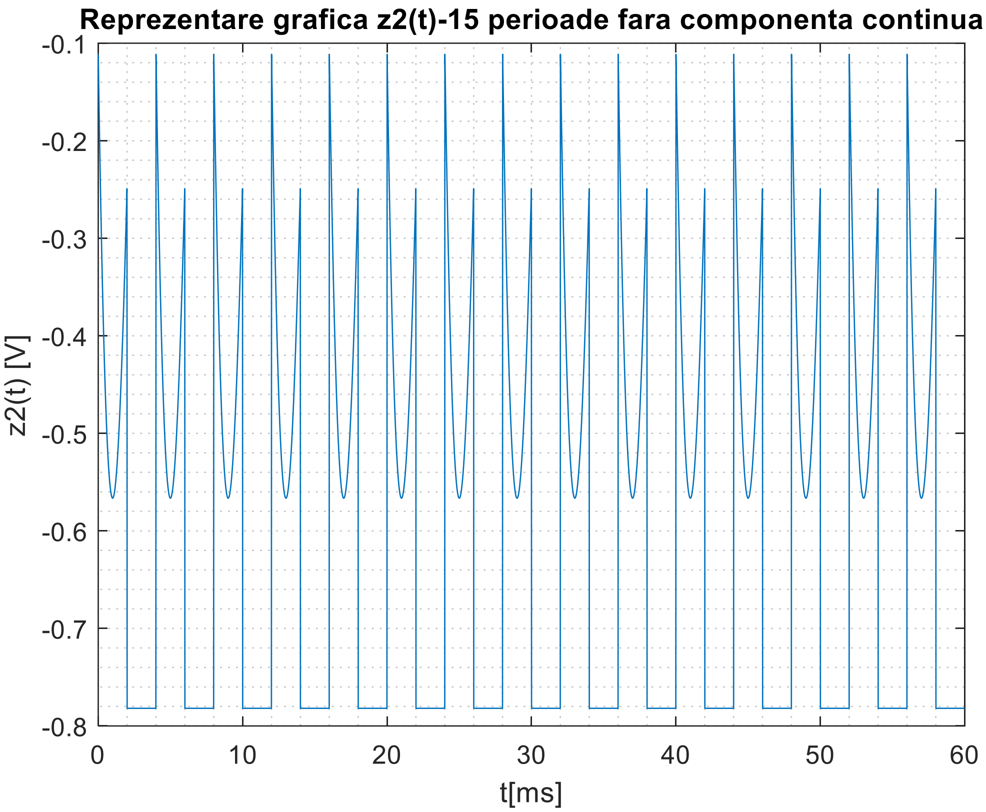
```
clear
  t=linspace(-1,1,400);
  x=0.5455*t.^3-0.7323*t.^2-1.1429*t-0.5356;
  k=linspace(0,12,1200);
```

```
y2=linspace(0,4,400);
for(i=1:400)
          if(i<201)
             y2(i)=x(i);
       else
           y2(i)=0;
      end
end
 y2=y2'*ones(1,3);
 y2=y2(:);
 plot(k,abs(y2)-0.7819);
title('Reprezentare grafica z2(t)-3 perioade fara componenta continua');
ylabel('z2(t) [V]');
 xlabel('t[ms]');
grid minor;
```



- z2(t) – 15 perioade fara componenta continua

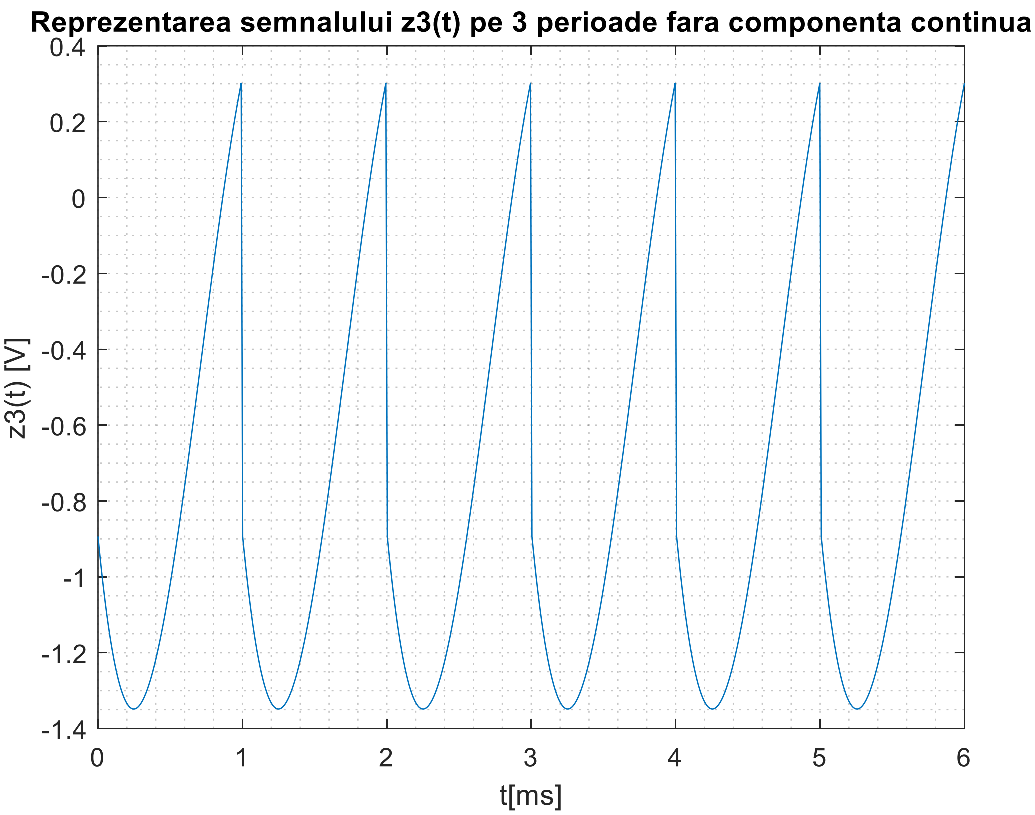
```
>> clear
t=linspace(-1,1,400);
    x=0.5455*t.^3-0.7323*t.^2-1.1429*t-0.5356;
  y2=linspace(0,4,400);
    k=linspace(0,60,6000);
  for(i=1:400)
  if(i<201)
                        y2(i)=x(i);
              else
                      y2(i)=0;
            end
end
  y2=y2'*ones(1,15);
  y2=y2(:);
  plot(k,abs(y2)-0.7819);
  title('Reprezentare grafica z2(t)-15 perioade fara componenta continua');
  ylabel('z2(t) [V]');
  xlabel('t[ms]');
grid minor;
```



z3(t) – 3 perioade fara componenta continua

```
>> clear

t = linspace(-1,1);

x=0.5455*t.^3-0.7323*t.^2-1.1429*t-0.5356;

  p = linspace(0,6,600);

z3= x'*ones(1,6);

for i= 1:6

for j = 1:100

                  z3(j,i)=((-1)^(i))*z3(j,i);

      end

end

z3 = z3(:);

plot(p,abs(z3)-1.5639);
```

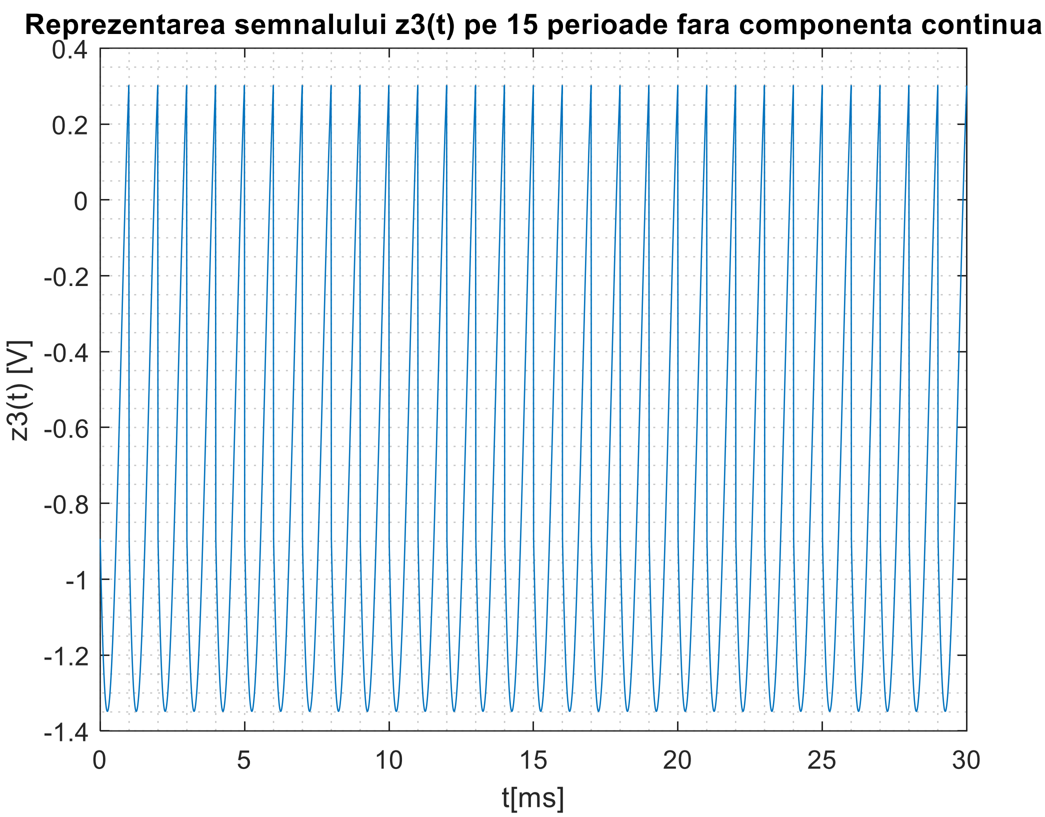
```
xlabel('t[ms]');

ylabel('z3(t) [V]');

title('Reprezentarea semnalului z3(t) pe 3 perioade fara componenta continua');

grid minor;
```



- z3(t) – 15 perioade fara componenta continua

```
>> clear

>> t = linspace(-1,1);

  x=0.5455*t.^3-0.7323*t.^2-1.1429*t-0.5356;

p = linspace(0,30,3000);

z3= x'*ones(1,30);

for i= 1:30

for j = 1:100

              z3(j,i)=((-1)^(i))*z3(j,i);

    end
```

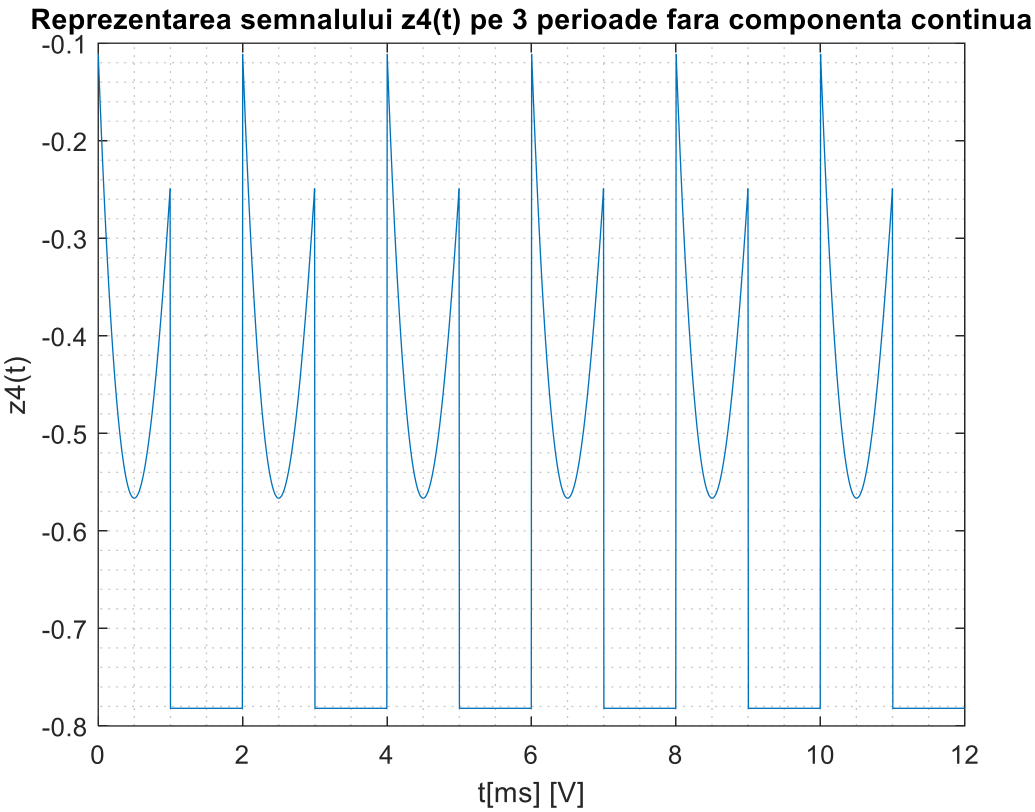
```
end
z3 = z3(:);
plot(p,abs(z3)-1.5639);
xlabel('t[ms]');
ylabel('z3(t) [V]');
title('Reprezentarea semnalului z3(t) pe 15 perioade fara componenta continua');
grid minor;
```



- z4(t) – 3 perioade fara componenta continua

```
>> clear
>> t = linspace(-1,1,400);
>> x=0.5455*t.^3-0.7323*t.^2-1.1429*t-0.5356;
>>    p = linspace(0,12,2400);
>> p=p(:);
>> z4= linspace(0,4,400);
```

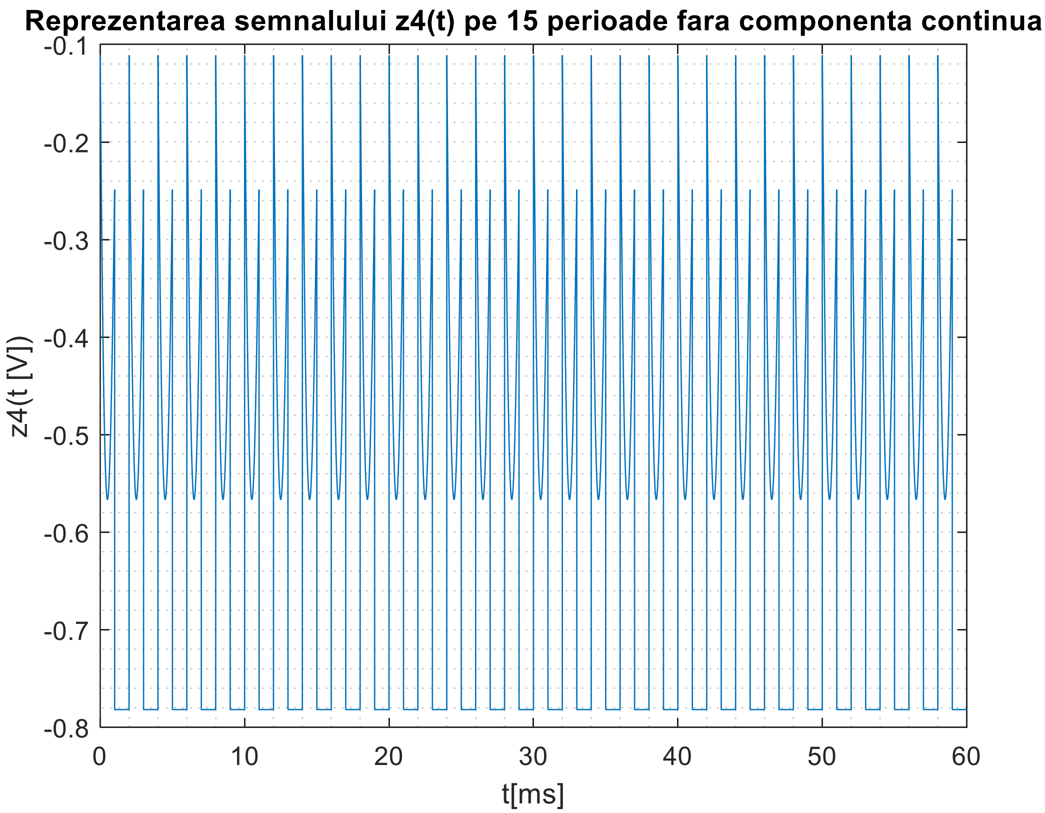
```
>> z4 = x'*ones(1,6);
>> for i = 1:6
        for j = 1:400
            if j < 201
            z4(j,i) = ((-1)^(i)) * z4(j,i);
            else
      z4(j,i) = 0;
end
end
end
>> z4 = z4(:);
>> plot(p,abs(z4) -0.7819);
>> grid minor;
>> xlabel('t[ms] [V]');
>> ylabel('z4(t)');
>> title('Reprezentarea semnalului z4(t) pe 3 perioade fara componenta continua');
```



z4(t) – 15 perioade fara componenta continua

```
>> clear
>> t = linspace(-1,1,400);
>> x=0.5455*t.^3-0.7323*t.^2-1.1429*t-0.5356;
>> p = linspace(0,60,12000);
>> p = p(:);
>> z4 = linspace(0,4,400);
>> z4 = x'*ones(1,30);
>> for i = 1:30
        for j = 1:400
            if j < 201
  z4(j,i) = ((-1)^(i)) * z4(j,i);
else
  z4(j,i) = 0;
```

```
end

end

end

>> z4 = z4(:);

>>    plot(p,abs(z4) - 0.7819);

>> grid minor

>> xlabel('t[ms]');

>> ylabel('z4(t [V])');

>> title('Reprezentarea semnalului z4(t) pe 15 perioade fara componenta continua');
```

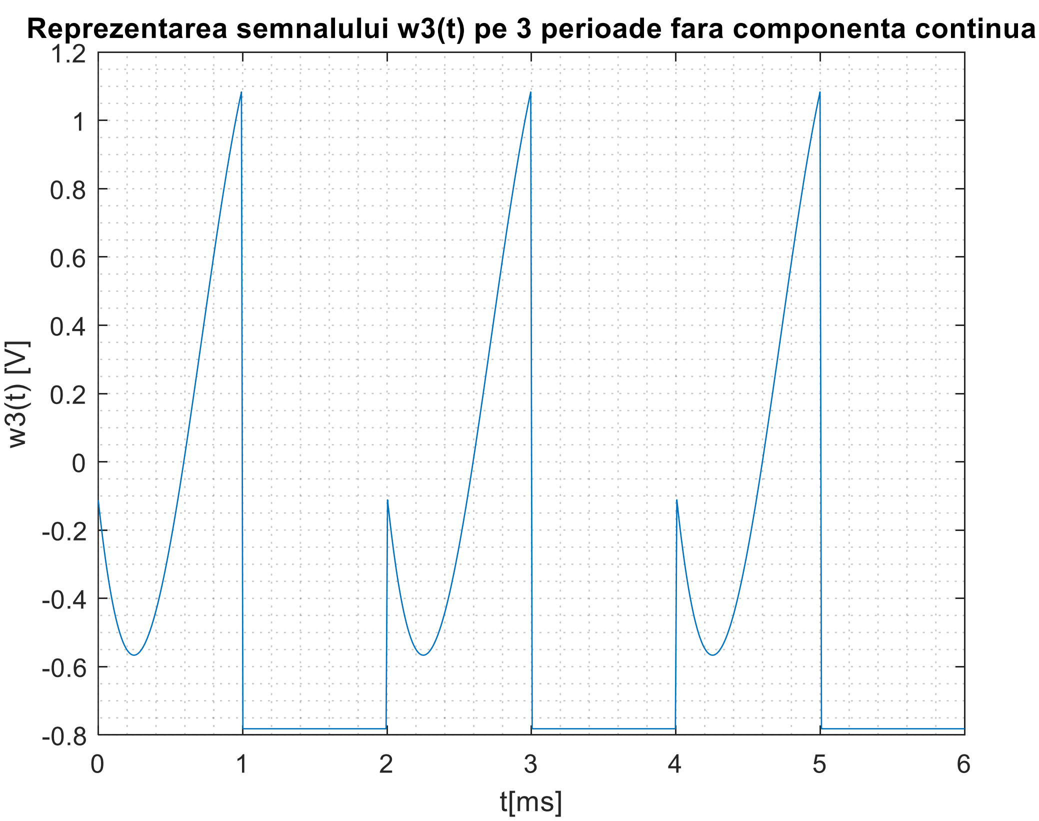


- Reprezentarea pentru semnalele w1(t) si w2(t) atat pentru 3 si 15 perioade este aceeasi ca la subpunctul e), deoarece componenta continua este 0;

Reprezentarea semnalului w3(t) pe 3 perioade fara componenta continua

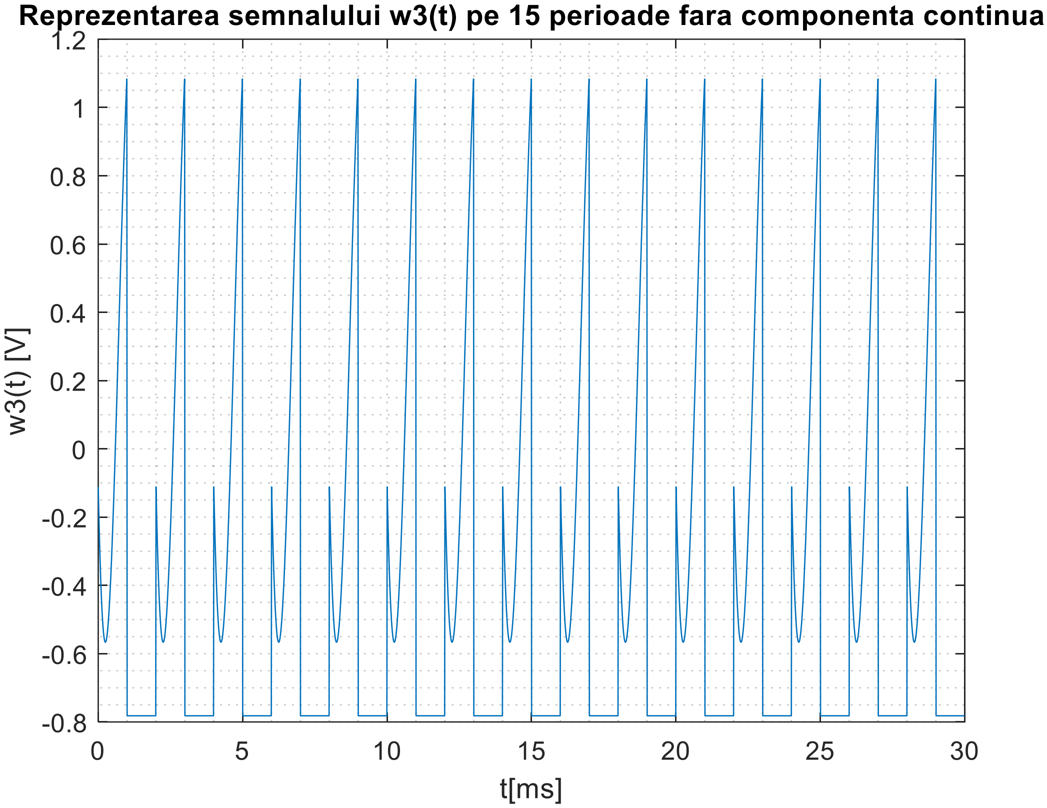
```
>> clear

>> t = linspace(-1,1);
```

```
>> x= 0.5455*t.^3-0.7323*t.^2-1.1429*t-0.5356;
>>    p = linspace(0,6,600);
>> w3= x'*ones(1,6);
>> for i= 1:6
for j = 1:100
                w3(j,i)=((-1)^(i))*w3(j,i);
    end
end
>> w3 = w3(:);
>> plot(p,0.5*(w3+abs(w3))-0.7819);
>> xlabel('t[ms]');
>> ylabel('w3(t) [V]');
>> title('Reprezentarea semnalului w3(t) pe 3 perioade fara componenta continua');
>> grid minor;
```



Reprezentarea semnalului w3(t) pe 15 perioade fara componenta continua:

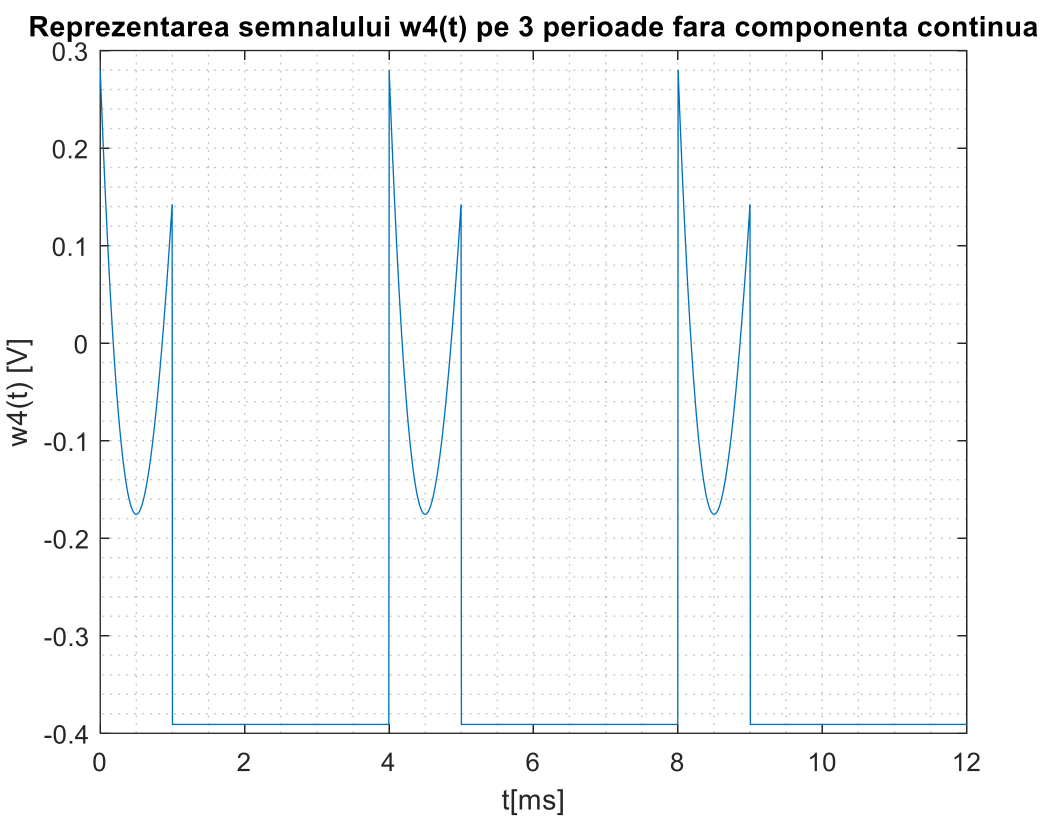
```
>> clear
>> t = linspace(-1,1);
>>    x = 0.5455*t.^3-0.7323*t.^2-1.1429*t-0.5356;
>> p = linspace(0,30,3000);
>> w3= x'*ones(1,30);
>> for i= 1:30
for j = 1:100
            w3(j,i)=((-1)^(i))*w3(j,i);
    end
end
>> w3 = w3(:);
>> plot(p,0.5*(w3+ abs(w3)) - 0.7819);
>> xlabel('t[ms]');
>> ylabel('w3(t) [V]');
>> title('Reprezentarea semnalului w3(t) pe 15 perioade fara componenta continua');
>> grid minor;
```



- **Reprezentarea semnalului w4(t) pe 3 perioade fara componenta continua**

```
>> clear
>> t = linspace(-1,1,400);
>> x = 0.5455*t.^3-0.7323*t.^2-1.1429*t-0.5356;
>>     p = linspace(0,12,2400);
>> p=p(:);
>> w4= linspace(0,4,400);
>> w4 = x'*ones(1,6);
>> for i = 1:6
        for j = 1:400
            if j < 201
            w4(j,i) = ((-1)^(i)) * w4(j,i);
            else
        w4(j,i) = 0;
end
```

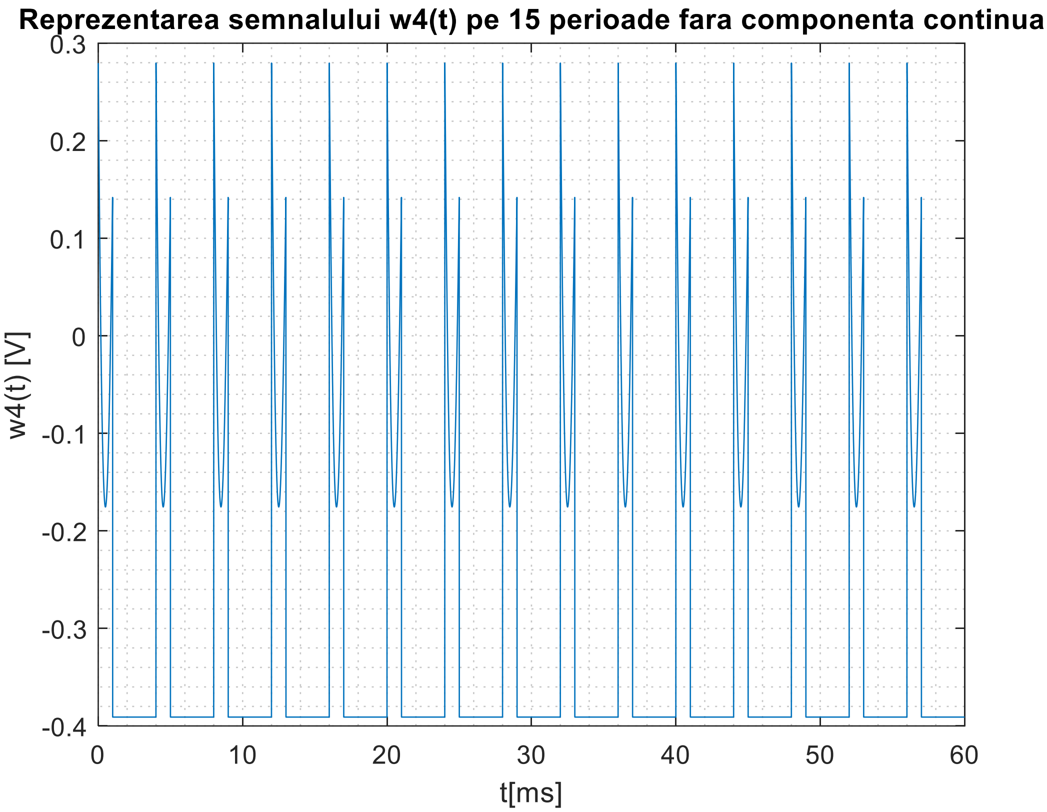
```
end
end
>> w4 = w4(:);
>> plot(p,0.5*(w4+abs(w4))-0.3909);
>> grid minor;
>> xlabel('t[ms]');
>> ylabel('w4(t) [V]');
>> title('Reprezentarea semnalului w4(t) pe 3 perioade fara componenta continua');
```



- **Reprezentarea semnalului w4(t) pe 15 perioade fara componenta continua**

```
>> clear
>> t = linspace(-1,1,400);
>> x = 0.5455*t.^3-0.7323*t.^2-1.1429*t-0.5356;
>> p = linspace(0,60,12000);
>> p = p(:);
>> w4 = linspace(0,4,400);
```

```
>> w4 = x'*ones(1,30);
>> for i = 1:30
           for j = 1:400
                   if j < 201
  w4(j,i) = ((-1)^(i)) * w4(j,i);
else
  w4(j,i) = 0;
end
end
end
>> w4 = w4(:);
>>    plot(p,0.5*(w4+abs(w4)) - 0.3909);
>> grid minor
>> xlabel('t[ms]');
>> ylabel('w4(t) [V]');
>> title('Reprezentarea semnalului w4(t) pe 15 perioade fara componenta continua');
```



h) Utilizand functiile simbolice din Matlab sa se reprezinte grafic semnalele:

->f1(t) = 3u(t) – 5u(t-n/2) + 8u(t-n) – 7u(t-3n/2) + 4u(t-2n) – 3u(t-5n/2); t c[-1;3n];

->f2(t) = 2(t-n)[u(t-n) – u(t-n-1)] + 3[u(t-n-1) – u(t-n-2)] + 2(n+3-t)[u(t-n-2) – u(t-n-3)]; t c[n-1;n+7/2]

- Reprezentare pentru semnalul f1(t);

>> clear

>> syms t

>> grafic = @(t) 3* heaviside(t)-5*heaviside(t-(20/2)) + 8*heaviside(t-20) - 7 * heaviside(t-(60/2)) + 4*heaviside(t-40) - 3*heaviside(t-(120/2));

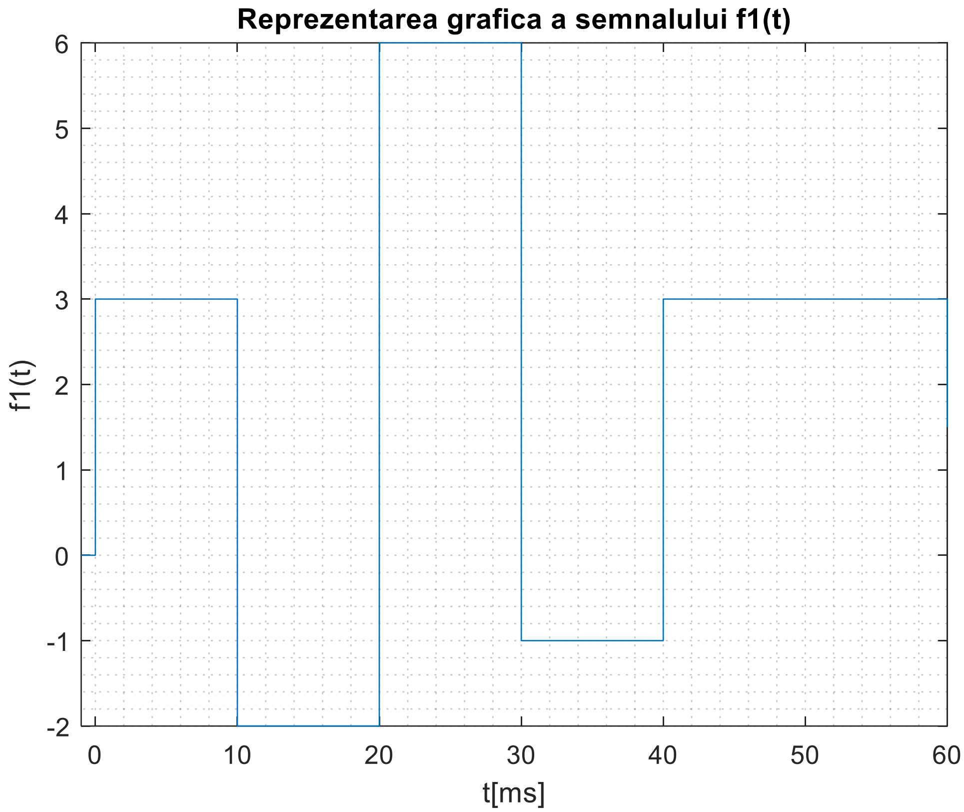
>> fplot(@(t) grafic(t),[-1,60]);

>> xlabel('t[ms]');

>> ylabel('f1(t)');

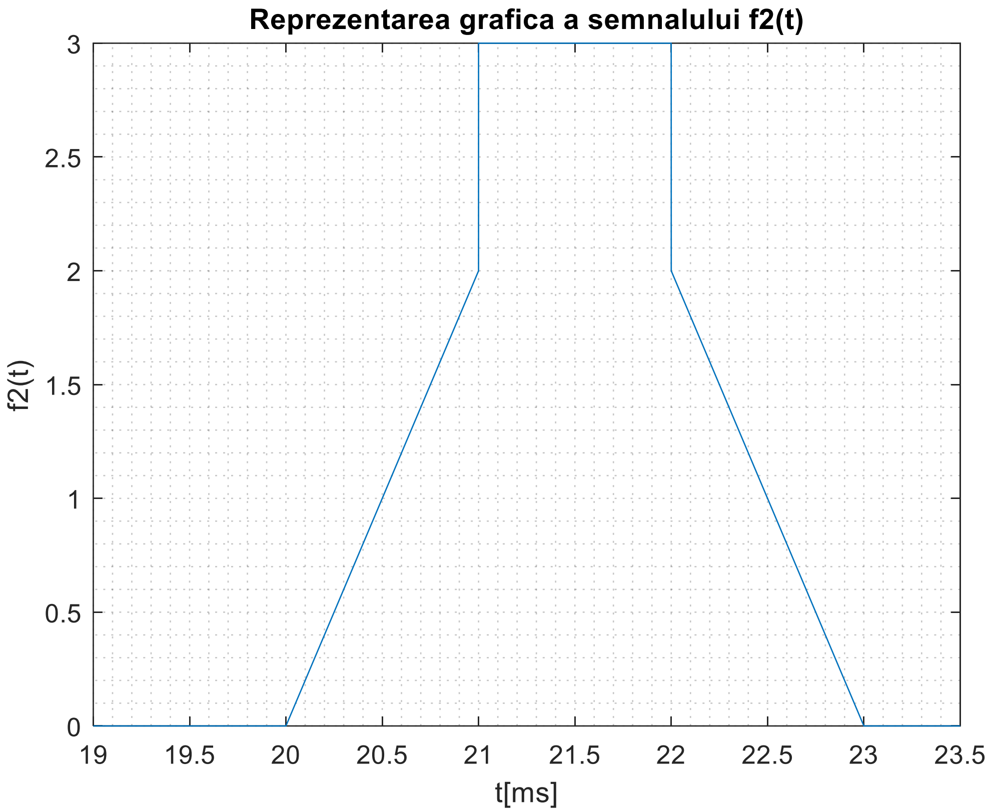
>> title('Reprezentarea grafica a semnalului f1(t)');

```
>> grid minor
```

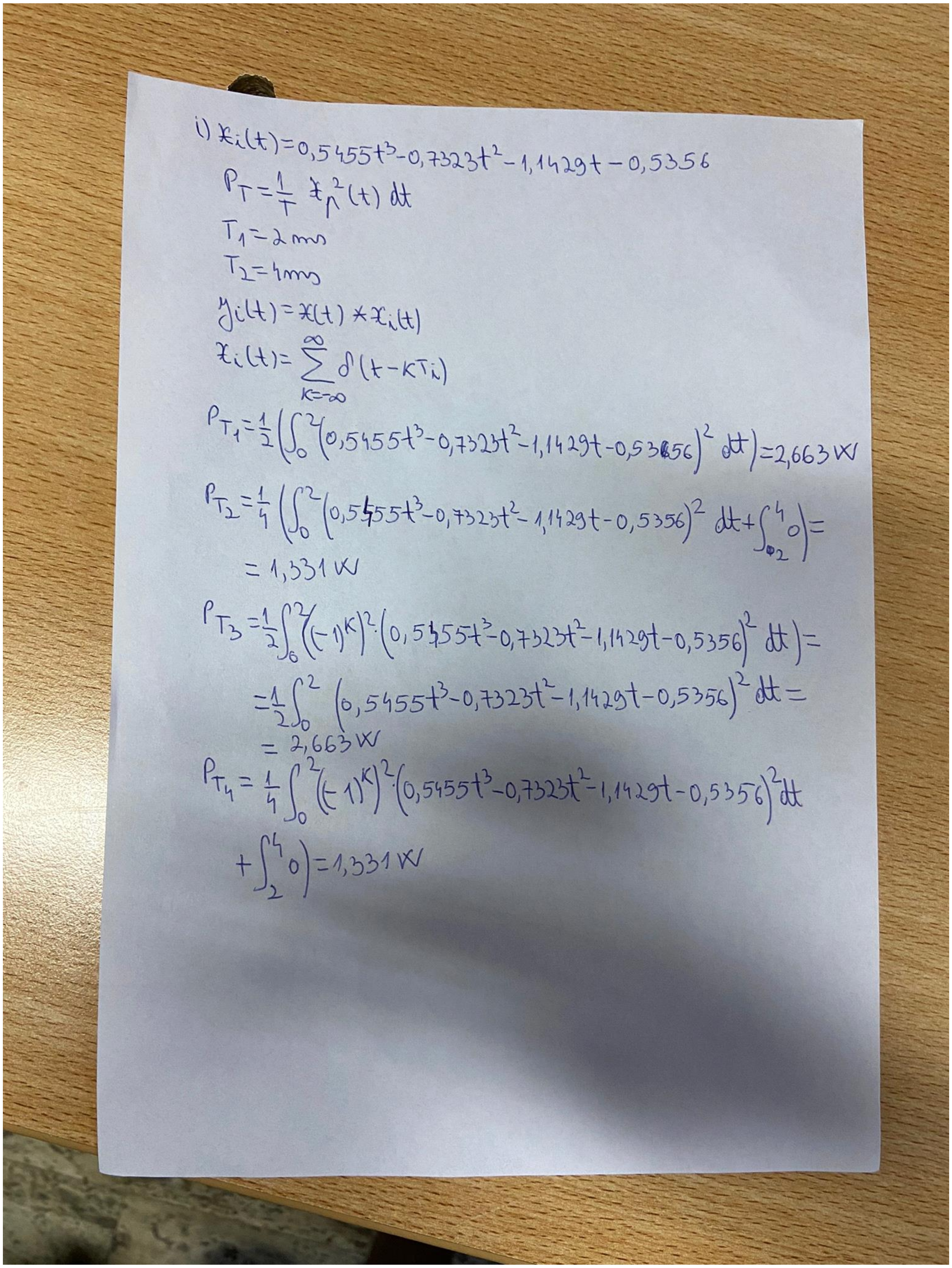


- Reprezentare pentru semnalul f2(t);

```
>> clear
>> syms t
>> grafic = @(t)2*(t-20).*(heaviside(t-20)-heaviside(t-21))+3*(heaviside(t-21) - heaviside(t-22)) + 2*(23-t).*(heaviside(t-22) - heaviside(t-23));
>> fplot(@(t) grafic(t),[19,23.5]);
>> xlabel('t[ms]');
>> ylabel('f2(t)');
>> grid minor;
>> title('Reprezentarea grafica a semnalului f2(t)');
```



i)Sa se calculeze Pt analitic pentru $y_i(t)$, i=1,..,4.



i) $x_i(t)=0,5455t^3-0,7323t^2-1,1429t-0,5356$

$P_T=\frac{1}{T}\, x_n^2(t)\,dt$

$T_1=2ms$

$T_2=4ms$

$y_i(t)=x(t)*x_i(t)$

$x_i(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}\delta(t-kT_i)$

$P_{T_1}=\frac{1}{2}\left(\int_0^2\left(0,5455t^3-0,7323t^2-1,1429t-0,5356\right)^2dt\right)=2,663W$

$P_{T_2}=\frac{1}{4}\left(\int_0^2\left(0,5455t^3-0,7323t^2-1,1429t-0,5356\right)^2dt+\int_2^4 0\right)=$

$=1,331W$

$P_{T_3}=\frac{1}{2}\int_0^2\left((-1)^k\right)^2\cdot\left(0,5455t^3-0,7323t^2-1,1429t-0,5356\right)^2dt\,)=$

$=\frac{1}{2}\int_0^2\left(0,5455t^3-0,7323t^2-1,1429t-0,5356\right)^2dt=$

$=2,663W$

$P_{T_4}=\frac{1}{4}\int_0^2\left((-1)^k\right)^2\left(0,5455t^3-0,7323t^2-1,1429t-0,5356\right)^2dt$

$+\int_2^4 0\,)=1,331W$

j) Sa se verifice rezultatul de la punctul i, calculand Pt cu functia simbolica int din Matlab;

- Pentru y1(t) :

```
>> clear
>> syms t
x=0.5455*t.^3-0.7323*t.^2-1.1429*t-0.5356;
Puterea=0.5*(int(x*x,0,2))

Puterea =

1747839809/656250000
```

=2.663W

- Pentru y2(t):

```
>> clear
>> syms t
x=0.5455*t.^3-0.7323*t.^2-1.1429*t-0.5356;
Puterea=0.25*(int(x*x,0,2))

Puterea =

1747839809/1312500000
```

=1.331W

Pentru y3(t):

```
>> clear
>> syms t
x=0.5455*t.^3-0.7323*t.^2-1.1429*t-0.5356;

Puterea=0.5*(int(x*x,0,2))
```

Puterea =

1747839809/656250000

=2.663W

- Pentru y4(t):

```
>> clear
>> syms t
x=0.5455*t.^3-0.7323*t.^2-1.1429*t-0.5356;
Puterea=0.25*(int(x*x,0,2))

Puterea =

1747839809/1312500000
```

=1.331W

k)**Sa se scrie un program in Matlab care sa calculeze Pt cu o precizie de 4 zecimale.Se va determina valoarea integralei prin metoda aproximarilor**

```
>> t = linspace(-1,1);
a = 0.5455 * t.^3 - 0.7323* t.^2 - 1.1429* t - 0.5356;
P = trapz(t,a.^2)/2;
P = round(P, 4);
disp(P)
      0.8842
```

Concluzii

MATLAB este un instrument puternic pentru proiectarea și analiza sistemelor de telecomunicații, deoarece permite utilizatorilor să efectueze operații matematice complexe, să vizualizeze și să analizeze datele într-un mod ușor de înțeles. Aceasta face ca MATLAB să fie un instrument valoros pentru inginerii care proiectează sisteme de telecomunicații, care pot folosi acest software pentru a simula și a evalua performanța sistemelor înainte de a le construi fizic.

În domeniul de electronică și telecomunicații, analiza semnalelor reprezintă o ramură foarte importantă. Mulțumită tehnologiei care se dezvoltă rapid, oricine poate analiza și construi semnale fără a fi nevoie de aparate și dispozitive.

Bibliografie

• Notițe de curs „Semnale și sisteme” 2022-2023 - prof. Mircea Răducanu

• Platforme de laborator „Semnale și programare” 2022-2023 - prof. Mircea Răducanu

• mathworks.com