



Lugar Geométrico de las raíces

Nadia Rosero

21/02/19



Importancia

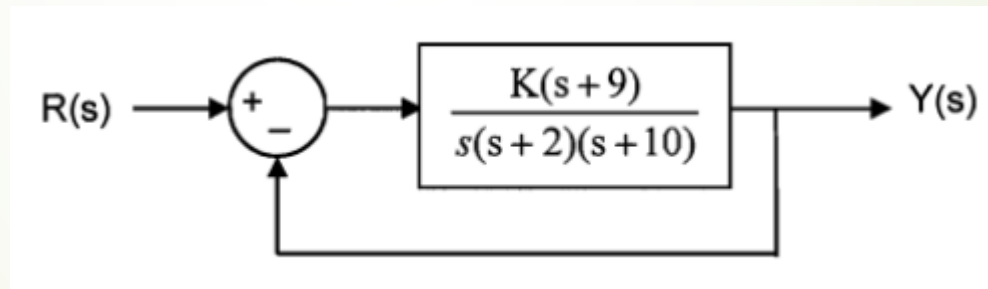
La posición de los polos en el plano complejo determina:

- ▀ La estabilidad del sistema
- ▀ La respuesta en el dominio del tiempo

¿Cómo escoger los polos de lazo abierto para lograr establecer los polos de lazo cerrado deseados?

Diseño de controladores

- El controlador más sencillo es un amplificador de ganancia K conectado en serie con la planta
- La variación de la constante K entre $-\infty$ y $+\infty$ mueve los polos de lazo cerrado



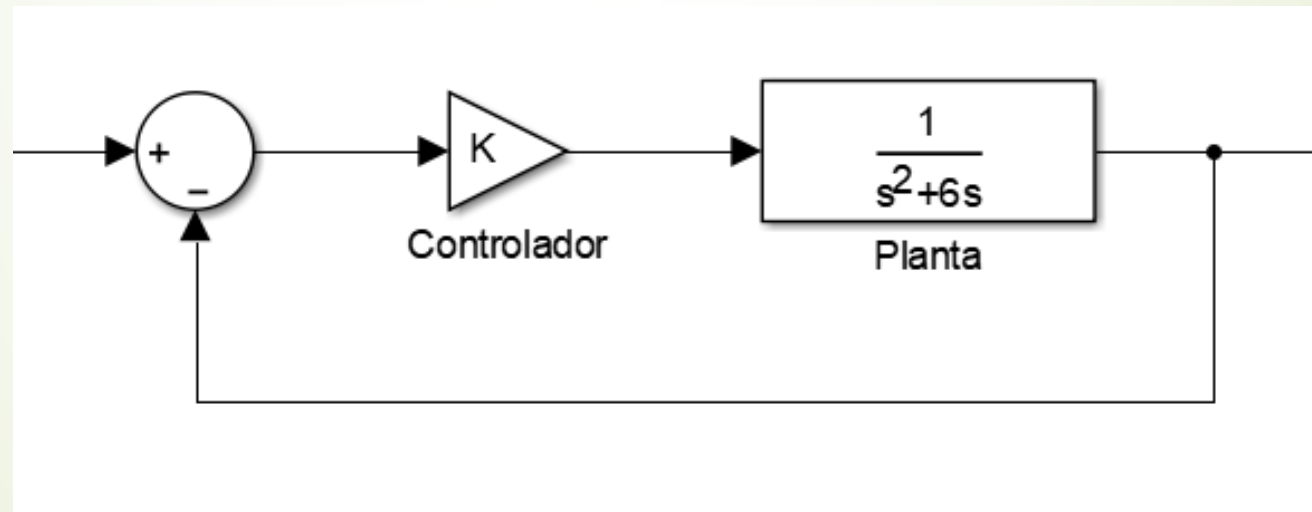


La técnica del Lugar Geométrico de las Raíces provee una representación gráfica de la posición de los polos de lazo cerrado en el plano s para todos los valores de K

Ejemplo

Hallar el Lugar Geométrico de las raíces para el siguiente sistema:

- Ver archivo de Matlab clase_rlocus_2019a



- La función de transferencia de lazo cerrado es:

$$\frac{G(s)}{1 + G(s)F(s)} = \frac{K}{s^2 + 6s + K}$$

- El polinomio característico es:

$$p_c(s) = s^2 + 6s + K$$

- Los polos del sistema son:

$$s_1 = -3 + \sqrt{9 - K}$$

$$s_2 = -3 - \sqrt{9 - K}$$



Evaluando los valores de las raíces para K entre $-\infty$ y $+\infty$

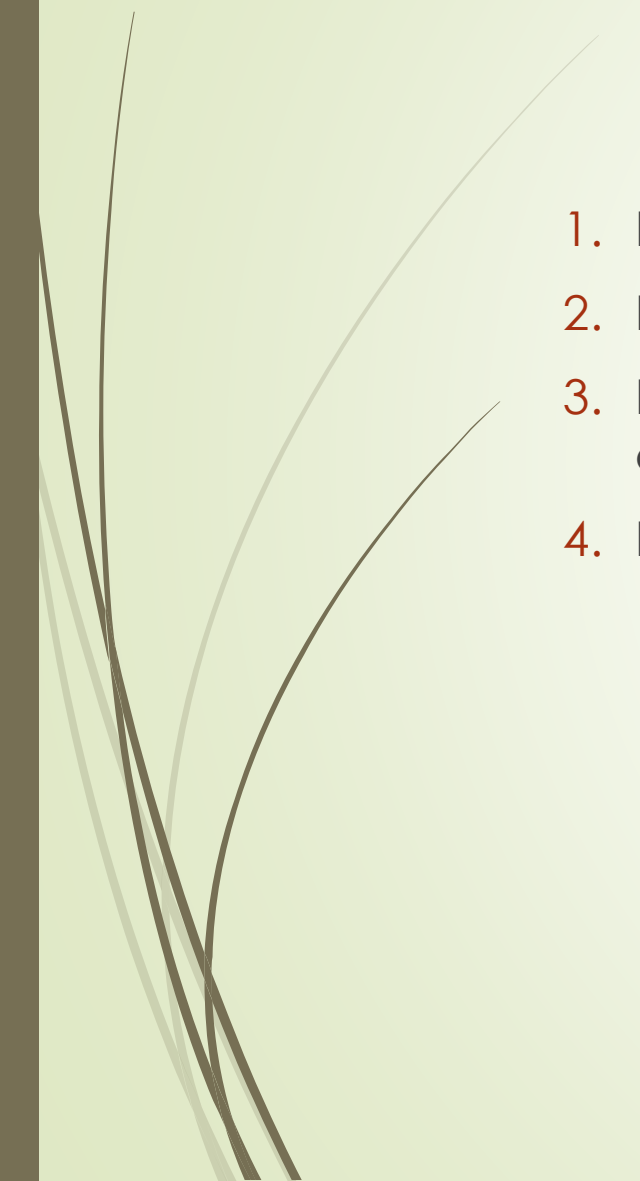
1. Para $K=0$ $s_1=0$ y $s_2=0$
2. Para $0 < K < 9$ $s_1 < 0$ y $s_2 < 0$
3. Para $K=9$ $s_1 = s_2 = -3$
4. Para $9 < K < \infty$ Raíces complejas conjugadas con parte real 3
5. Para $-\infty < K < 0$ ambas raíces son reales con $s_1 > 0$ y $s_2 < 0$

Este último se denomina LGR complementario





Condiciones del LGR

- 
1. Los puntos para los cuales $K=0$ (polos) son los puntos de partida del LGR
 2. Los puntos para los cuales $K= \infty$ (ceros) son los puntos de llegada del LGR
 3. El número de ramas del LGR es $\max(m,n)$ donde m y n son el número de ceros y polos respectivamente.
 4. El LGR es simétrico alrededor del eje real

Condiciones del LGR

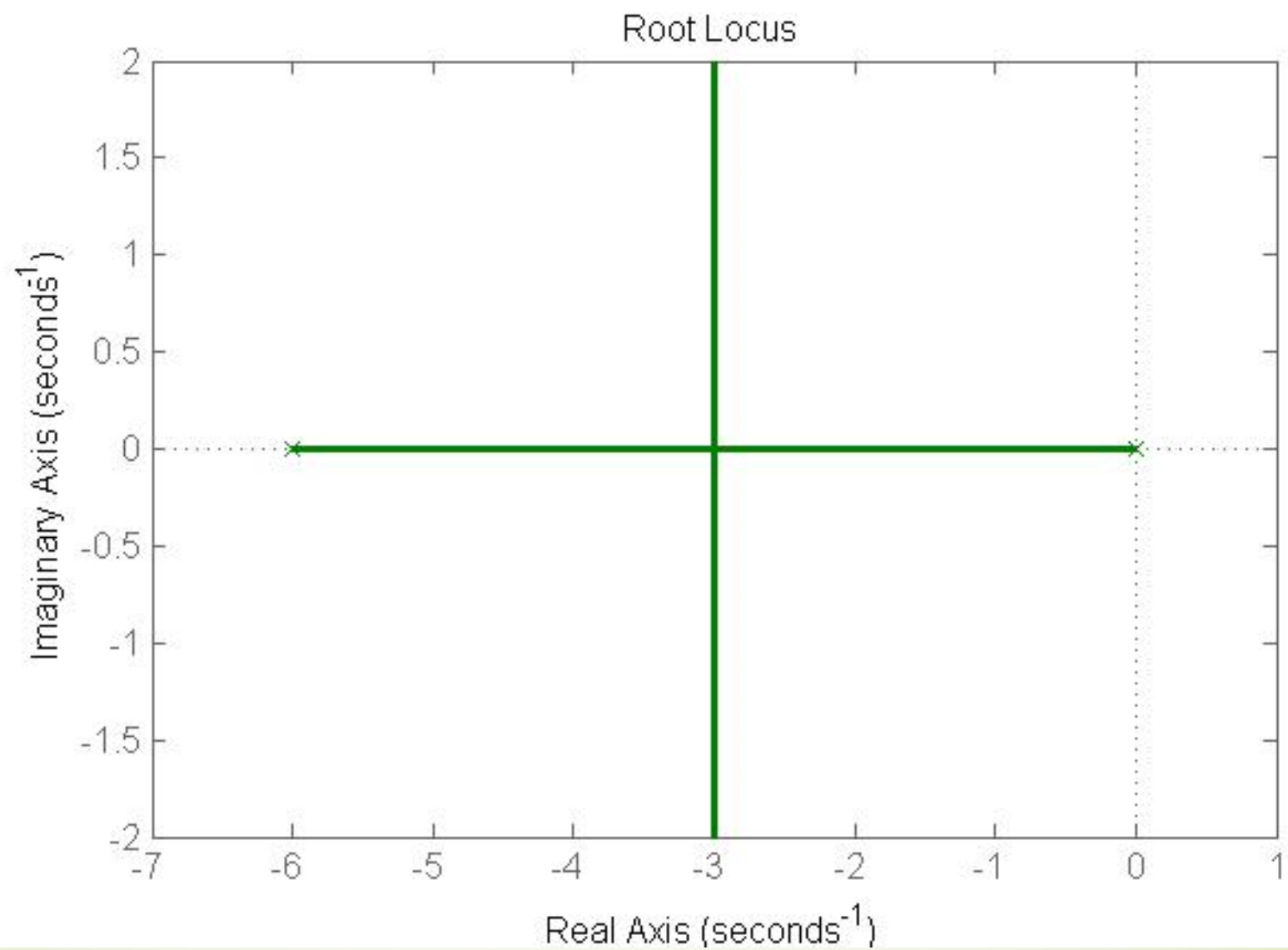
5. Para valores grandes de s , el LGR se aproxima asintóticamente a las líneas rectas que tienen los siguientes ángulos

$$\theta_\rho = \frac{(2\rho + 1)\pi}{n - m}, \quad \rho = 0, 1, \dots, |n - m| - 1$$

6. Las asíntotas intersectan el eje real en el punto:

$$\sigma_1 = -\frac{b_1 - d_1}{n - m} = -\frac{\sum_{i=1}^n p_i - \sum_{i=1}^m z_i}{n - m}$$

7. Un segmento del eje real puede pertenecer al LGR si el número de polos y ceros que están a la derecha del segmento es impar



- 
- 
- Hallar el LGR para la planta dada por:

$$G(s)F(s) = \frac{K(s + 4)}{s(s + 6)(s + 8)(s^2 + 2s + 2)}$$