

~ 4.14.1

Определить температуру фотона и индекс преломления квазиимпульса фотона в брэгговском, если известны, что скорость поперечной волны $V_{\perp} = 8830 \text{ м/с}$, а скорость продольной волны $V_{\parallel} = 12,55 \text{ км/с}$. Число атомов в единице объема кристалла равно $n = 1,23 \cdot 10^{24} \text{ м}^{-3}$.

Дано:

$$V_{\perp} = 8830 \text{ м/с}$$

$$V_{\parallel} = 12,55 \text{ км/с}$$

$$n = 1,23 \cdot 10^{24} \text{ м}^{-3}$$

$$\theta = ? , \rho_{\text{мат}} = ?$$

Решение:

$$\theta = \frac{h^2}{K_B} - \text{температура фотона,}$$

$$\theta = 14,15 \text{ К}$$

$$\rho_{\text{мат}} = \frac{2K\theta}{V} = \frac{2K\theta}{V_{\parallel} + \frac{V_{\perp}}{V_{\parallel}}} = 5,25 \cdot 10^{-17} \text{ кг/м}^3$$

$$\text{Ответ: } \theta = 14,15 \text{ К, } \rho_{\text{мат}} = 5,25 \cdot 10^{-17} \text{ (кг/м}^3\text{) - с}$$

~ 3.90

Даны наименьшая и наибольшая энергии фотона и энергия электрона $E = 2,16 \text{ эВ}$. Рассчитать длину волны электрона и энергию $\Phi_{\text{фотод}} = 1,204 \cdot 10^{-10} \text{ эВ}$.

Дано:

$$E = 2,16 \text{ эВ}$$

$$d = 1,204 \cdot 10^{-10} \text{ м}$$

$$L = ?$$

Решение:

$$L = \sqrt{\frac{m \cdot d^2 \cdot E}{2}} = \sqrt{\frac{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot (1,204 \cdot 10^{-10})^2 \cdot 2,16}{2}} = 3,5 \text{ нм}$$

$$\text{Ответ: } L = 3,5 \text{ нм}$$

~ 4.15g

Найти отношение тепла Q_1 , переданного на нагревание кристалла меди от $T_1 = 0 \text{ K}$ до $T_2 = 5 \text{ K}$ к теплу, которое необходимо подвести к тому же кристаллу, чтобы нагреть его от $T_3 = 10 \text{ K}$ до $T_4 = 15 \text{ K}$. Энергия Ферми меди $E_F = 4.7 \text{ В}$, температура Дебая меди $\Theta = 340 \text{ K}$.

Дано:	Решение:
$T_1 = 0 \text{ K}$	$C_V(T) = 12 \frac{5}{4} N K \left(\frac{T}{\Theta_D} \right)^3$ - закон Дебая.
$T_2 = 5 \text{ K}$	$Q_1 = 5 K T_2^2 \Theta^3$
$T_3 = 10 \text{ K}$	$Q_2 = 12 E_F e^2 (T_4^4 - T_3^4)$
$T_4 = 15 \text{ K}$	$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{5 K T_2^2 \Theta^3}{12 E_F e^2 (T_4^4 - T_3^4)} = \frac{5 K \cdot 5^2 \cdot 340^3}{12 \cdot 4.7 \cdot 5^2 \cdot (15^4 - 10^4)} = 1.26 \cdot 10^{-2}$
$E_F = 4.7 \text{ В}$	Ответ: $\frac{Q_1}{Q_2} = 1.26 \cdot 10^{-2}$
$\Theta = 340 \text{ K}$	

$\frac{Q_1}{Q_2} = ?$

~ 4.46

Определить, в каком направлении вероятнее - или то, что электрон в металле займет энергетическое состояние, находящееся в интервале энергий $\Delta E = 0.05 \text{ В}$ ниже уровня Ферми и выше уровня Ферми, при температурах $T_1 = 290 \text{ K}$, $T_2 = 50 \text{ K}$.

Дано:	Решение:
$T_1 = 290 \text{ K}$	при $\Delta E_1 = -0.05 \text{ В}$ (ниже уровня) $\frac{f_1(E, T_1)}{f_2(E, T_2)} = 9.887$
$T_2 = 50 \text{ K}$	при $\Delta E_2 = +0.05 \text{ В}$ (выше уровня) $\frac{f_2(E, T_1)}{f_4(E, T_2)} = 3.29 \cdot 10^4$
$\Delta E = 0.05 \text{ В}$	Ответ: 0.887 (ниже уровня) $3.29 \cdot 10^4$ (выше уровня)

$\frac{f_1(E, T_1)}{f_2(E, T_2)} = ?$

$\frac{f_2(E, T_1)}{f_4(E, T_2)} = ?$

~ 5.36

Определить массу M_α нейтрального атома, если ядро этого атома состоит из ядер протонов и двух нейтронов и энергия связи $E_{св} = 26,3 \text{ МэВ}$

Дано:

$$E_{св} = 26,3 \text{ МэВ}$$

$$Z = 3$$

$$N_n = 2$$

$$M_\alpha = ?$$

Решение:

Масса протона и нейтрона

$$m_p = 1,67262 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$$

$$m_n = 1,67493 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$$

Составим уравнение для энергии

$$\text{связи ядра: } (m_p \cdot Z + m_n \cdot N_n) \cdot c^2 = m_\alpha \cdot c^2 + E_{св}$$

$$M_\alpha = (m_p \cdot Z + m_n \cdot N_n) - \frac{E_{св}}{c^2} = 3,32084 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$$

$$M_\alpha = 5,0113 \text{ а.е.м.}$$

$$\text{Ответ: } M_\alpha = 5,0113 \text{ а.е.м.}$$

~ 5.62

За один год начальное количество радиоактивного изотопа не уменьшилось в три раза. Во сколько раз оно уменьшится за два года?

Дано:

$$\frac{N_0}{N_1} = 3$$

$$t_1 = 1 \text{ год} = 315 \cdot 10^6 \text{ с}$$

$$t_2 = 2 \text{ года} = 6,3 \cdot 10^8 \text{ с}$$

$$\frac{N_0}{N_2} = ?$$

Решение:

$$N = N_0 e^{-\lambda t} - \text{закон радиоактивного распада}$$

$$\text{из 1-го уравнения } \frac{N_0}{N_1} = e^{\lambda t_1}, \lambda = \frac{1}{t_1} \ln \frac{N_0}{N_1}$$

Подставим во 2-е уравнение:

$$N_2 = N_0 e^{-\frac{1}{t_1} \ln \frac{N_0}{N_1} \cdot t_2} = N_0 \cdot \left(\frac{N_0}{N_1} \right)^{-\frac{t_2}{t_1}}$$

$$\frac{N_0}{N_2} = 3^2 = 9$$

$$\text{Ответ: в 9 раз.}$$

~ 4.137

Свинцовая пуля, летящая со скоростью $v = 400 \text{ м/с}$, ударяется о стену и вонзается в неё. На сколько градусов повысится температура пули, если 10% её кинетической энергии превратилось во внутреннюю энергию? Удельную теплоёмкость свинца найдем по закону Дюлонга и Пили. Молярная масса свинца $M_{\text{Pb}} = 204 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$.

Дано:

$$v = 400 \text{ м/с}$$

$$Q = 0,1 W_k$$

$$M_{\text{Pb}} = 204 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$\Delta T = ?$$

Решение:

По закону Дюлонга и Пили

$$C_M = 3R \Rightarrow C_M = \mu C$$

$$C = \frac{Q}{m \Delta T} - \text{удельная теплоёмкость}$$

$$W_k = \frac{mv^2}{2} - \text{кинетическая энергия}$$

$$\text{Пуля нагревается на } \Delta T = \frac{Q_M}{m C_M} = \frac{0,1 \cdot \frac{mv^2}{2}}{\frac{2 \cdot 3R}{2 \cdot 3R}} = \frac{0,1 \cdot 400^2 \cdot 204 \cdot 10^{-3}}{0 \cdot 8,31} =$$

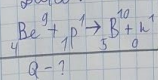
$$= 66,43 \text{ K}$$

$$\text{Ответ: } \Delta T = 66,43 \text{ K}$$

~ 5.74

Дано: Является ли происходящая энергия при ядерной реакции ${}_4\text{Be}^9 + {}_1\text{p}^1 \rightarrow {}_5\text{B}^{10} + {}_0\text{n}^1$?

Дано:



$$Q = ?$$

Решение:

$$\text{Энергия ядерной реакции } Q = c^2 [(m_{\text{Be}} + m_{\text{p}}) - (m_{\text{B}} + m_{\text{n}})]$$

$$m_{\text{Be}} = 9,01219; m_{\text{p}} = 1,007276; m_{\text{B}} = 10,012936; m_{\text{n}} = 1,008665$$

$$Q = 931,4 \frac{\text{МэВ}}{\text{а.е.м}} [9,01219 + 1,007276 - 10,012936 - 1,008665] \text{ а.е.м} =$$

$$= -933,49 \text{ МэВ} < 0 \text{ (Поглощается)}$$

$$\text{Ответ: Поглощается. } Q = -933,49 \text{ МэВ}$$

~ 4.104

При измерении потенциала Ланса пластины из металла высотой $d = 10 \text{ мм}$ и длиной $l = 50 \text{ мм}$. помещенной в магнитное поле с индукцией $B = 0,5 \text{ Тл}$. К контактам пластины приложено постоянное напряжение $U = 10 \text{ В}$. При этом контактная разность потенциалов $\Delta \varphi_x = 50 \text{ мВ}$ и удельное сопротивление $\rho = 2,5 \text{ Ом} \cdot \text{см}$. Найти концентрацию электронов и их подвижность.

Дано:	Решение:
$d = 10 \text{ мм}$	Потенциальная Ланса для металла:
$l = 50 \text{ мм}$	$R_x = \frac{1}{e \cdot n} \Rightarrow \text{концентрация носителей заряда } n = \frac{1}{e \cdot R_x}$
$B = 0,5 \text{ Тл}$	Контактная ЭДС: $U_x = R_x \cdot j \cdot B \cdot d$, где
$U = 10 \text{ В}$	j — плотность тока: $j = \sigma \cdot E$, E — напряженность электр. поля
$\Delta \varphi_x = 50 \text{ мВ}$	$E = \frac{U}{l} \Rightarrow U_x = \frac{R_x \cdot U \cdot B \cdot d}{\rho \cdot l}$
$\rho = 2,5 \text{ Ом} \cdot \text{см}$	$R_x = \frac{U_x \cdot \rho \cdot l}{U \cdot B \cdot d}$ — потенциальная Ланса.
$n = ?$ $\mu_e = ?$	

$$n = \frac{U \cdot B \cdot d}{e \cdot U_x \cdot \rho \cdot l} - \text{концентрация электронов.}$$

$$\sigma = l \cdot n \cdot \mu_e - \text{удельное сопротивление металла}$$

$$\mu_e = \frac{1}{\rho \cdot l \cdot n} = 0,05 \text{ м}^2 / (\text{В} \cdot \text{с})$$

$$n_e = 3 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$$

$$\text{ответ: } n_e = 3 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$$

$$\mu_e = 0,05 \text{ м}^2 / (\text{В} \cdot \text{с})$$

~ 4.65

Эксперты в течение некоторого времени $T = 0 \text{ K}$.
Найти относительное число свободных электронов $\Delta N/N$, численная температура которых изменилась от температуры Ферми не более чем на 4%.

Дано:	Решение:
$T = 0 \text{ K}$	$\Delta N = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} e^{\frac{\mu}{kT}} \Delta E$
$\Delta E = 4\% = 0,04$	$N = \int \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} e^{\frac{\mu}{kT}} dE = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} \frac{1}{3} e^{\frac{\mu}{kT}}$
$\frac{\Delta N}{N} = ?$	

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{e^{\frac{\mu}{kT}} \Delta E}{\frac{1}{3} e^{\frac{\mu}{kT}}} = \frac{3}{2} \frac{\Delta E}{E} = \frac{3}{2} \cdot 0,04 = 0,06$$

Ответ: $\frac{\Delta N}{N} = 0,06$

~ 4.173

Найти минимальную энергию отражения ионов электронов - дупла в числах концентрации, удвоения - массы которого возрастает в $\eta = 5$ раз при увеличении температуры кристалла от $T_1 = 300 \text{ K}$ до $T_2 = 400 \text{ K}$.

Дано:	Решение:
$\eta = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = 5$	$\sigma(T) = \sigma_0 \cdot e^{\frac{-\Delta E}{2kT}}$
$T_1 = 300 \text{ K}$	$\eta = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{\sigma(T_2)}{\sigma(T_1)} = \frac{\sigma_0 \cdot e^{\frac{-\Delta E}{2kT_2}}}{\sigma_0 \cdot e^{\frac{-\Delta E}{2kT_1}}} = \exp \left[-\frac{1}{2} \frac{\Delta E}{k} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) \right]$
$T_2 = 400 \text{ K}$	
$\Delta E = ?$	$\exp \left[-\frac{1}{2} \frac{\Delta E}{k} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) \right] = \eta \Rightarrow \frac{1}{2} \frac{\Delta E}{k} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) = \ln \eta$

$$\Delta E = 2 \ln \eta \cdot k \cdot \frac{T_1 T_2}{(T_2 - T_1)} = 2 \ln 5 \cdot k \cdot \frac{300 \cdot 400}{(400 - 300)} = 9,33 \text{ эВ}$$

Ответ: $\Delta E = 9,33 \text{ эВ}$

~ 2.40 (д)

Вановая функция электрона в основном состоянии атома водорода имеет вид:

$\Psi(r) = A \cdot \exp\left(-\frac{r}{r_1}\right)$, где A — нормировочная постоянная, $r_1 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{me^2}$ — первый боровский радиус.

Найти: среднее расстояние между электроном и ядром $\langle r \rangle$

Дано: $\Psi(r) = A \exp\left(-\frac{r}{r_1}\right)$

$$r_1 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{me^2}$$

$\langle r \rangle = ?$

Решение:

$$F(r) = \frac{1}{4\pi r^2} \cdot \frac{Z \cdot e^2}{r^2} = K \cdot \frac{e^2}{r^2}$$

$$V(r) = -K \frac{e^2}{r}$$

$$\int_0^\infty \Psi^2 dV = 1 \Rightarrow \int_0^\infty A^2 \exp\left(-\frac{2r}{r_1}\right) 4\pi r^2 dr = 1$$

$$\frac{2r}{r_1} = 3 \Rightarrow \langle r \rangle = \frac{3}{2} r_1$$

Ответ: $\langle r \rangle = \frac{3}{2} r_1$
~ 4.48

Вычислить среднюю кинетическую энергию $\langle E \rangle$ электрона в основном состоянии атома водорода, $T = 0K$, если энергия Ферми $E_F = 8.8B$

Дано: $T = 0K$

$f(E) = 1$ при $E \leq E_F$, $f(E) = 0$ при $E > E_F$

$E_F = 8.8B$, $E = \int E \cdot f(E) g(E) dE$, $N = \int f(E) \cdot g(E) dE$

$\langle E \rangle = ?$, $\langle E \rangle = E/N$

$$\langle E \rangle = \frac{\int E^{\frac{3}{2}} dE}{\int E^{\frac{1}{2}} dE} = \frac{2}{5} \cdot E_F = 0.8 \cdot 8.8 = 7.04B$$

Ответ: $\langle E \rangle = 7.04B$

2.45

Определить минимальную кинетическую энергию электрона, локализованного в атомном радиусе $L = 0,1 \text{ нм}$. Выбрать $\Delta x = L/2$.

Дано:	Решение:
$L = 0,1 \text{ нм}$	$T \gg \Delta E = \frac{\Delta p^2}{2m}; \Delta x \ll 1; \Delta p = \frac{h}{\lambda}; \Delta E \gg \frac{h^2}{2mL^2}$
$\Delta x = \frac{L}{2}$	$\Delta E \approx \frac{h^2}{2mL^2} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34}}{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (0,1 \cdot 10^{-9})^2} = 7,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$
$\Delta E = ?$	
$T = ?$	$\approx 150 \text{ эВ}$

Ответ: $\Delta E = 150 \text{ эВ}, T \approx 150 \text{ эВ}$

2.56

Электрон находится в атомной орбитальной волновой функции или с бесконечно высоким значением. Найти минимальную разность энергий между уровнями с $n_1 = 2$ и $n_2 = 3$ соизмеримая $\Delta E = 0,3 \text{ эВ}$.

Дано:	Решение:
$n_1 = 2$	$E_n = \frac{h^2 k^2}{2mL^2}; \Delta E = E_{n+1} - E_n = \frac{h^2 k^2}{2mL^2} (n+1)$
$n_2 = 3$	$E_3 - E_2 = \frac{5h^2 k^2}{2mL^2} \quad \Delta E = \frac{h^2 k^2}{2mL^2} (n+1)$
$\Delta E = 0,3 \text{ эВ}$	
$L = ?$	$0,3 = \frac{h^2 k^2}{2mL^2} (n+1)$

$$L = \sqrt{\frac{h^2 k^2}{2m \cdot 0,3}} (n+1) = \sqrt{\frac{h^2 k^2}{2m \cdot 0,3}} (n+1) = 2,5 \text{ нм}$$

Ответ: $L = 2,5 \text{ нм}$

~ 1.84

Определить угол θ рассеяния фотона, испытывающего соударение со свободным электроном, если изменение длины волны фотона при рассеянии равно $\Delta\lambda = 3,62 \text{ нм}$.

Дано:

$$\Delta\lambda = 3,62 \text{ нм} = 3,62 \cdot 10^{-12} \text{ м}$$

Решение:

Изменение длины волны фотона при рассеянии

$\theta = ?$

$$\text{определяется формулой } \Delta\lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos\theta), \text{ где } h - \text{постоянная Планка}$$

$$\cos\theta = 1 - \frac{\Delta\lambda m_e c}{h} = 1 - \frac{3,62 \cdot 10^{-12} \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 3 \cdot 10^8}{6,625 \cdot 10^{-34}} = -0,5$$

$$\theta = 120^\circ$$

$$\text{Ответ: } \theta = 120^\circ$$

~ 2.20

Определить кинематическое энергия протона, длина волны де Бройля которого такая же, как и у L -частицы, движущейся в магнитном поле с индукцией $B = 0,5 \text{ Тл}$ по окружности радиуса $R = 5 \text{ см}$.

Дано:

$$B = 0,5 \text{ Тл}$$

$$R = 5 \text{ см}$$

Решение:

$$\text{Скорость протона } v = \frac{R \cdot B}{m_p} = \frac{0,05 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,5}{1,672 \cdot 10^{-27}} =$$

$$= 2,392 \cdot 10^5 \text{ м/с}$$

$W = ?$

$$\text{Кинематическая энергия } W = \frac{mv^2}{2} =$$

$$= \frac{1,672 \cdot 10^{-27} \cdot (2,392 \cdot 10^5)^2}{2} = 4,783 \cdot 10^{-16} \text{ Дж}$$

$$\text{Ответ: } 4,783 \cdot 10^{-16} \text{ Дж}$$

~2.30

Пучок электронов с кинетической энергией $K = 180 \text{ эВ}$ падает нормально на поверхность монокристаллической решетки. В направлении, составляющем угол $\theta = 55^\circ$ с нормалью к поверхности, наблюдается максимум второго порядка. Найти расстояние, соответствующее этому направлению.

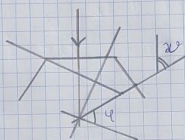
Дано:

$$K = 180 \text{ эВ}$$

$$\theta = 55^\circ$$

$$d - ?$$

Решение



$$2d \sin \varphi = n \lambda; \quad \varphi = \frac{\theta}{2} - \frac{\theta}{2}$$

$$2d \sin \left(\frac{\theta}{2} - \frac{\theta}{2} \right) = n \lambda$$

$$d = \frac{n \lambda}{2 \cos \frac{\theta}{2}}, \quad \lambda - \text{длина волны электронов}$$

$$\lambda = \frac{2\pi \hbar}{p} = \frac{2\pi \hbar}{\sqrt{2mK}}$$

$$d = \frac{\hbar \sqrt{2mK}}{2 \cos \frac{\theta}{2} \sqrt{2mK}} = \frac{\hbar \sqrt{2mK}}{\sqrt{2mK} \cos \frac{\theta}{2}}$$

$$[d] = \frac{\text{Дж} \cdot \text{с}}{\sqrt{\text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2}}} = \text{м}$$

$$d = \frac{1,0546 \cdot 10^{-34} \cdot 3,14 \cdot 4}{\cos 45^\circ \sqrt{2 \cdot 0,911 \cdot 10^{-31} \cdot 180 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}} = 0,206 \text{ нм}$$

Ответ: 0,206 нм.

~ 1.24

Вычислить энергию W , излученную за время $t = 1$ мин из электроважного источника площадью $S = 8 \text{ см}^2$ абсолютно черного тела, если его температура $T = 1,2 \text{ К}$.

Дано: $t = 1 \text{ мин} = 60 \text{ с}$, $S = 8 \text{ см}^2 = 8 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$, $T = 1,2 \text{ К} = 1,2 \cdot 10^3 \text{ К}$.

Решение: (1) $W = R_e S t$ - энергия, излученная абсолютно черным телом за время t .
(2) $R_e = \sigma T^4$ - закон Стефана-Больцмана.

$W = ?$

Подставляем формулу (2) в (1):
 $W = \sigma T^4 S t$

$$[W] = [\sigma] \cdot [T]^4 \cdot [S] \cdot [t] = 1 \text{ Вт} \cdot 1 \text{ с} = 1 \text{ Дж}.$$

$$W = 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot (1,2 \cdot 10^3)^4 \cdot 8 \cdot 10^{-4} \cdot 60 = 5,64 \text{ Дж}.$$

Ответ: $W = 5,64 \text{ Дж}$.

~ 1.43

При увеличении термодинамической температуры T абсолютно черного тела в два раза длина волны λ_m , на которую приходится максимум спектральной плотности излучения абсолютного черного тела (M_λ, T) макс, уменьшилась на $\Delta \lambda = 400 \text{ нм}$. Вычислить начальную T_1 и конечную T_2 температуры тела.

Дано:

$$T_2 = 2T_1$$

$$\Delta \lambda = 400 \text{ нм}$$

$$T_1 = ?$$

Решение: $\begin{cases} \lambda_1 T_1 = b \\ \lambda_2 T_2 = b \end{cases}$ закон смещения Вина $\Rightarrow \frac{\lambda_1 T_1}{\lambda_2 T_2} = 1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{\lambda_1 T_1}{\lambda_2 T_2} = 1 \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = 2 \Rightarrow \lambda_1 = 2\lambda_2 \Rightarrow$$

$$\Delta \lambda = \lambda_1 - \lambda_2 = \lambda_2 \Rightarrow \Delta \lambda T_2 = b \Rightarrow T_2 = \frac{b}{\Delta \lambda} = \frac{2,9 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 10^{-7}} = 7250 \text{ К}$$

$$T_1 = \frac{T_2}{2} = \frac{7250}{2} = 3625 \text{ К}$$

Ответ: $T_1 = 3625 \text{ К}$, $T_2 = 7250 \text{ К}$