Список экзаменационных задач по спецкурсу
“Системы массового обслуживания”

1. СМО состоит из 2х последовательных элементов обслуживания с интенсивностями обслуживания μ_1 и μ_2 соответственно. Поток заявок однороден и имеет интенсивность λ. В стационарном режиме найти вероятность полного обслуживания заявки.

2. СМО состоит из 2х последовательных элементов обслуживания с интенсивностями обслуживания μ_1 и μ_2 соответственно. Поток заявок однороден и имеет интенсивность λ. В стационарном режиме найти распределение времени пребывания заявки в системе.

3. СМО состоит из 2х последовательных элементов обслуживания с интенсивностями обслуживания μ_1 и μ_2 соответственно. Поток заявок однороден и имеет интенсивность λ. В стационарном режиме найти среднее время пребывания заявки в системе.

4. СМО состоит из одного элемента обслуживания. Существуют два независимых потока заявок: обычные с интенсивностью λ_1 и приоритетные с интенсивностью λ_2. Интенсивность обработки простой заявки μ_1, приоритетной - μ_2. Если в момент обработки обычной заявки появляется приоритетная заявка, обычная заявка покидает систему необслуженной. В стационарном режиме найти вероятность полного обслуживания обычной заявки.

5. СМО состоит из одного элемента обслуживания. Существуют два независимых потока заявок: обычные с интенсивностью λ_1 и приоритетные с интенсивностью λ_2. Интенсивность обработки простой заявки μ_1, приоритетной - μ_2. Если в момент обработки обычной заявки появляется приоритетная заявка, обычная заявка покидает систему необслуженной. В стационарном режиме найти вероятность полного обслуживания приоритетной заявки.

6. СМО состоит из одного элемента обслуживания. Существуют два независимых потока заявок: обычные с интенсивностью λ_1 и приоритетные с интенсивностью λ_2. Интенсивность обработки простой заявки μ_1, приоритетной - μ_2. Если в момент обработки обычной заявки появляется приоритетная заявка, обычная заявка покидает систему необслуженной. В стационарном режиме найти распределение времени пребывания обычной заявки в системе.

7. СМО состоит из одного элемента обслуживания. Существуют два независимых потока заявок: обычные с интенсивностью λ_1 и приоритетные с интенсивностью λ_2. Интенсивность обработки простой заявки μ_1, приоритетной - μ_2. Если в момент обработки обычной заявки появляется приоритетная заявка, обычная заявка покидает систему необслуженной. В стационарном режиме найти распределение времени пребывания приоритетной заявки в системе.

8. СМО состоит из одного элемента обслуживания. Существуют два независимых потока заявок: обычные с интенсивностью λ_1 и приоритетные с интенсивностью λ_2. Интенсивность обработки простой заявки

μ_1, приоритетной - μ_2. Если в момент обработки обычной заявки появляется приоритетная заявка, обычная заявка покидает систему необслуженной. В стационарном режиме найти среднее время пребывания обычной заявки в системе.

9. СМО состоит из одного элемента обслуживания. Существуют два независимых потока заявок: обычные с интенсивностью λ_1 и приоритетные с интенсивностью λ_2. Интенсивность обработки простой заявки μ_1, приоритетной - μ_2. Если в момент обработки обычной заявки появляется приоритетная заявка, обычная заявка покидает систему необслуженной. В стационарном режиме найти среднее время пребывания приоритетной заявки в системе.

10. СМО состоит из одного элемента обслуживания и очереди на 1 место. Существуют два независимых потока заявок: обычные с интенсивностью λ_1 и приоритетные с интенсивностью λ_2. Интенсивность обработки заявок μ. Если в момент обработки обычной заявки появляется приоритетная заявка, обычная заявка покидает систему необслуженной. В стационарном режиме найти распределение времени пребывания обычной заявки в системе.

11. СМО состоит из одного элемента обслуживания и очереди на 1 место. Существуют два независимых потока заявок: обычные с интенсивностью λ_1 и приоритетные с интенсивностью λ_2. Интенсивность обработки заявок μ. Если в момент обработки обычной заявки появляется приоритетная заявка, обычная заявка покидает систему необслуженной. В стационарном режиме найти распределение времени пребывания приоритетной заявки в системе.

12. СМО состоит из одного элемента обслуживания и очереди на 1 место. Существуют два независимых потока заявок: обычные с интенсивностью λ_1 и приоритетные с интенсивностью λ_2. Интенсивность обработки заявок μ. Если в момент обработки обычной заявки появляется приоритетная заявка, обычная заявка покидает систему необслуженной. В стационарном режиме найти вероятности полного обслуживания простой и приоритетной заявок.

13. В исходный момент времени имеется N элементарных частиц. Время жизни каждой частицы — экспоненциально распределенная случайная величина со средним временем T. Найти зависимость от времени распределения числа распавшихся частиц.

14. В исходный момент времени имеется N элементарных частиц. Время жизни каждой частицы — экспоненциально распределенная случайная величина со средним временем T. Найти зависимость от времени распределения числа оставшихся частиц.

15. В исходный момент времени имеется N элементарных частиц. Время жизни каждой частицы — экспоненциально распределенная случайная величина со средним временем T. При распаде образуются две новые устойчивые частицы. Найти зависимость от времени распределения общего числа частиц.

16. Доказать, что гауссовский процесс авторегрессии 1го порядка является марковским.

17. Доказать, что гауссовский процесс авторегрессии 2го порядка не является марковским.

18. Является ли гауссовский процесс скользящего среднего 2го порядка марковским?

19. Дан процесс

$$X_0 = 1, \tag{1}$$
$$X_t = aX_{t-1} + b + (cX_{t-1} + f)V_t, \quad t \in \mathbb{N}, \tag{2}$$

где $a, b, c, d \neq 0$ — известные детерминированные параметры, а $\{V_t\}_{t\in\mathbb{N}}$ — стандартный гауссовский ДБШ, $\mathcal{F}_t = \sigma\{V_s, \quad s \leq t\}$. Является ли $\{X_t\}_{t\in\mathbb{N}}$ марковским процессом относительно $\mathcal{F}_t$?

20. Пусть $\{\xi_i\}$ - цепь Маркова. Будет ли цепью Маркова последовательность $\{\xi_i + \xi_{i+1}\}$?

21. Пусть $\{\xi_i\}$ - цепь Маркова. Будет ли цепью Маркова последовательность $\{\xi_i - \xi_{i+1}\}$?

22. Доказать, что если матрица перехода для цепи Маркова имеет два собственных числа, по модулю равные 1, то цепь неэргодическая.

23. Рассмотрим случайное блуждание по целым значениям числовой оси с одинаковыми вероятностями перехода в соседние состояния. Найти производящую функцию времени первого возвращения в 0.

24. Пусть пуассоновский процесс с интенсивностью λ просеивается следующим образом: в новый поток входит только каждая $k+1$-я заявка. Найти функцию распределения времени между заявками нового потока.

25. Пусть $\{\xi_i\}$ - независимые одинаково распределенные случайные величины. Будет ли последовательность $\{\eta_n\}$ $(\eta_n = max(\xi_0, \ldots, \xi_n))$ марковской?

26. Пусть $\{\xi_i\}$ - независимые одинаково распределенные случайные величины. Будет ли последовательность $\{\eta_n\}$ $(\eta_n = min(\xi_0, \ldots, \xi_n))$ марковской?

27. Является ли сумма двух цепей Маркова марковской цепью?

28. Могут ли все состояния Марковской цепи со счетным числом состояний быть невозвратными?

29. Доказать, что для того, чтобы последовательность случайных величин, образующих однородную цепь Маркова, были независимы в совокупности, необходимо и достаточно, чтобы все строки матрицы вероятностей перехода на один шаг были одинаковы.

30. Могут ли все состояния Марковской цепи со счетным числом состояний быть несущественными?

31. Дан процесс рождения-гибели с ограниченной популяцией, равными интенсивностями рождения и гибели и отсутствием возможности регенерации популяции. Доказать, что с вероятностью 1 популяция вымрет.

32. Дан процесс рождения-гибели с неограниченной популяцией, равными интенсивностями рождения и гибели и отсутствием возможности регенерации популяции. Доказать, что с вероятностью 1 популяция вымрет.

33. Дан процесс рождения-гибели с неограниченной популяцией и интенсивностью рождения большей, чем интенсивность гибели. Доказать, что у данного процесса отсутствует финальное распределение.

34. Пусть $P = \|P_{ij}\|_{i,j=1}^{n}$ — матрица переходной вероятности однородной марковской цепи, причем $P_{ii} > 0$ для некоторого i. Пусть $T_i(t) = \mathbf{P}\{X_t = i, X_s \neq i \ \forall\ 0 < s < t \mid X_0 = i\}$. Сравнить $(P^t)_{ii}$ и $T_i(t)$. Ответ обосновать.