

Курсовая работа по курсу «Системы массового обслуживания»

Пусть $X = \{X_t, t = 0, 1, 2, \dots\}$ – однородная марковская цепь со множеством состояний $\{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ ($e_k - k - \text{й}$ единичный вектор – столбец) и матрицей переходных вероятностей

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \sin^2(\frac{\pi n}{5}) & 0 & 0 & 0 & \cos^2(\frac{\pi n}{5}) & 0 & 0 & 0 & \cos^2(\frac{\pi n}{10}) & 0 & 0 & 1 & \sin^2(\frac{\pi n}{10}) & 0 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Начальное распределение $\pi_0 = (\frac{1}{2}\sin^2(\frac{\pi n}{6}), \frac{1}{2}\cos^2(\frac{\pi n}{6}), \frac{1}{2}\sin^2(\frac{\pi n}{12}), \frac{1}{2}\cos^2(\frac{\pi n}{12}))^T$ (n – номер студента в группе).

Цепь доступна косвенному наблюдению

$$Y_t = CX_t + \sigma X_t V_t, \quad t = 1, 2, 3, \dots, \quad (2)$$

где $\{V_t\}$ – последовательность независимых стандартных гауссовских случайных величин,

$$C = (1, 2, 3, 4), \quad \sigma = (5, 6, 7, 8).$$

1. С помощью метода производящих функций найти эволюцию распределения $\pi(t)$ в зависимости от момента времени t .
2. Выяснить, является ли марковская цепь X эргодической. Найти все стационарные распределения.
3. По наблюдениям (2) построить

3.1. тривиальную оценку $\tilde{X}_t = M[X_t]$, ее ошибку $\tilde{\Delta}_t = \tilde{X}_t - X_t$ и безусловную ковариационную матрицу ошибки оценки $\tilde{k}_t = \text{cov}(\tilde{\Delta}_t, \tilde{\Delta}_t)$,

3.2. наилучшую линейную оценку фильтрации \bar{X}_t , ее ошибку $\bar{\Delta}_t = \bar{X}_t - X_t$ и безусловную ковариационную матрицу ошибки оценки $\bar{k}_t = \text{cov}(\bar{\Delta}_t, \bar{\Delta}_t)$,

3.3. наилучшую нелинейную оценку фильтрации $\hat{X}_t = M[X_t | Y_1, \dots, Y_t]$ ее ошибку $\hat{\Delta}_t = \hat{X}_t - X_t$ и условную ковариационную матрицу ошибки оценки $\hat{k}_t = \text{cov}(\hat{\Delta}_t, \hat{\Delta}_t | Y_1, \dots, Y_t)$.

4. Путем осреднения по пучку траекторий (1 000 000 реализаций) построить безусловную ковариационную матрицу ошибки оценки $\hat{k}_t = \text{cov}(\hat{\Delta}_t, \hat{\Delta}_t)$.
5. Результаты оценивания состояний марковской цепи X_t и соответствующие ковариационные матрицы привести в виде таблиц и графиков.
6. Выполнить пункты 3-5 для $\sigma = (50, 60, 70, 80)$ и $\sigma = (100, 100, 100, 100)$.
7. Проанализировать полученные результаты и сделать выводы.