№4

Дано:

Z - число людей

Y - число пройденных машин.

Найти:

$M\{Z\}$

$D\{Z\}$

Решение:

$$MV = M[\sum_{i=1}^{Y} X_i] =$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} M[\sum_{i=1}^{Y} X_i \mid Y = k]$$

~~$P(Y=k)$~~ $\ominus$

$X/Y=k$	1	3	5
p	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

$$M[X_1 \mid Y=k] = \frac{1}{3} + \frac{3}{3} + \frac{5}{3} = 3$$

$X_Y \mid Y=k$	2	4	6
p	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

$$M[X_Y \mid Y=k] = \frac{12}{3} = 4$$

$$P(Y=k) = 4 \cdot P(Y=1) + (3+4)P(y=2) +$$

$$+ (3+3+4)P(Y=3)) + \dots = \sum_{k=1}^{\infty} (3k+1) P(Y=k) =$$

$$= \sum_{k=1}^{\infty} 3k\, P(Y=k) + \sum_{k=1}^{\infty} P(Y=k) = 3 \cdot 2 + 1 = 7$$

№2

Дано:

$X(t)$ - стац. в широком смысле процесс.

$K_x(\tau) = De^{-\tau^2}$

$Z(t) = \int_0^t X(v)dv$

Найти:

~~$\mathcal{D}$~~ $\mathcal{D}$.

Решение:

$$K_Z(t_1, t_2) = \int_{t_0}^{t_1}\int_{t_0}^{t_2} K_x(\tau_1, \tau_2) d\tau_1 d\tau_2$$

$$\mathcal{D}_Z(t) = \int_0^t\int_0^t K_x(t_1, t_2) dt_1 dt_2 =$$

$$= \int_0^t (\int_0^t K_x(t_2 - t_1) dt_1) dt_2 =$$

$$= \iint_{\mathcal{D}} K_x(\tau_2) d\tau_2 d\tau_1 =$$

$$= \int_0^t K_x(\tau_2) \int_0^{t-\tau_2} d\tau_1 d\tau_2 + \int_{-t}^{0} K_x(\tau_2) \int_{-\tau_2}^{t} d\tau_1 d\tau_2 =$$

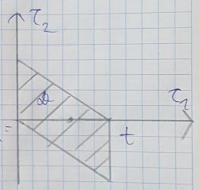
$$= \int_0^t K_x(\tau_2)(t - \tau_2) d\tau_2 + \int_{-t}^{0} K_x(\tau_2)(t + \tau_2) d\tau_2 =$$

$$= \int_0^t K_x(\tau_2)(t - \tau_2) d\tau_2 +$$

$$+ \int_{-t}^{0} K_x(\tau_2)(t + \tau_2) d\tau_2 =$$

$$= \int_0^t K_x(\tau_2)(t - \tau_2) d\tau_2 + \int_0^t K_x(-\tau_2)(t - \tau_2) d\tau_2 =$$

$$= 2\int_0^t K_x(\tau)(t - \tau) d\tau$$



$\tau_1 = t_1$

$\tau_2 = t_2 - t_1$

$J = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

$\det J = 1$

в) $K_X(t_1, t_2) = M\{\mathring{X}(t_1), \mathring{X}(t_2)\} =$
$M\{(X(t_1) - M\{X(t_1)\})(X(t_2) - M\{X(t_2)\})\} =$
$= M\{t_1^2 t_2^2 (V - M\{V\})^2\} = t_1^2 t_2^2 (M\{V^2\} - 2M\{V\}$
$M\{V\} + M^2\{V\}) = t_1^2 t_2^2 (3 - 2{,}25 + 2{,}25) =$
$0{,}75\, t_1^2 t_2^2$, т.к.
$M\{V\} = \frac{3}{2} = 1{,}5$
$D\{V\} = \frac{3}{4}$ и $M\{V^2\} = 3$

Досяжев Дмитрий
ИВО - 304Б - 17

Контрольная работа

Дано:
$X(t) = Vt^2 + t$
$t > 0$

Решение:

функция двумерного распред.

$F(x_1, t_1, x_2, t_2) = P\{X(t_1) < x_1, X(t_2) < x_2\} =$
$= P\{Vt_1^2 + t_1 < x_1, Vt_2^2 + t_2 < x_2\} =$
$= P\{V < \frac{x_1 - t_1}{t_1^2}, V < \frac{x_2 - t_2}{t_2^2}\}$

$F_R(x) = \begin{cases} 0, & x < a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \le x < b \\ 1, & x \ge b \end{cases} \Rightarrow F(x_1, t_1, x_2, t_2) =$
$= P\{V < \min_{i=1,2}\left(\frac{x_i - t_i}{t_i^2}\right)\} = F_R\left(\min_{i=1,2}\left(\frac{x_i - t_i}{t_i^2}\right)\right) =$
$= \begin{cases} 0, & \min\left(\frac{x_i - t_i}{t_i^2}\right) < 0 \\ 1, & \min\left(\frac{x_i - t_i}{t_i^2}\right) \ge 3 \\ \frac{\min\left(\frac{x_i - t_i}{t_i^2}\right)}{3}, & 0 \le \min\left(\frac{x_i - t_i}{t_i^2}\right) < 3 \end{cases}$

б) для одномерной плотн. распр.
$F(x, t) = P\{X(t) < x\} = P\{Vt^2 + t < x\} =$
$= P\{V < \frac{x-t}{t^2}\} = F_R\left(\frac{x-t}{t^2}\right) = \begin{cases} 0, & \frac{x-t}{t^2} < 0 \\ \frac{x-t}{t^2} - 0, & 0 \le \frac{x-t}{t^2} < 3 \\ 1, & \frac{x-t}{t^2} \ge 3 \end{cases} =$
$= \begin{cases} 0, & \frac{x-t}{t} < 0 \\ \frac{x-t}{3t^2}, & 0 \le \frac{x-t}{t^2} < 3 \\ 1, & \frac{x-t}{t^2} \ge 3 \end{cases}$ одномерная функция распределения

$f(x, t) = \frac{\partial F(x,t)}{\partial x} \Rightarrow$ плотность $f(x, t) = \begin{cases} 0, & \frac{x-t}{t^2} < 0, \frac{x-t}{t^2} > 3 \\ \frac{1}{3t^2}, & 0 \le \frac{x-t}{t^2} < 3 \end{cases}$