Случайные процессы

Билет 4

Дюсенеев
Амир
М80-304Б-17

6 июня

1) $m(t)$ непр. в точке $t = t_0$ $\left.\begin{matrix} \\ K_x(t_1, t_2) \text{ непр. в т. } t_1 = t_2 = t_0 \end{matrix}\right\} \Leftrightarrow$

$K_x(\tau)$ $\tau = t_2 - t_1$

для стац.

для стационарного процесса процесса в широком смысле процесса.

$\Leftrightarrow$ $K_x(\tau)$ непрерыв. в точке $\tau = 0$.

Критерий непрерывности процесса в среднеквадратичном в точке

Случайный процесс $\xi(\omega, t)$ непрерывен в среднеквадратичном в точке $t_0 \Leftrightarrow$:

1) $\lim\limits_{t \to t_0} M\xi(\omega, t) = M\xi(\omega, t_0)$

2) $\lim\limits_{t_1 \to t_0,\, t_2 \to t_0} K_\xi(t_1, t_2) = D\xi(\omega, t_0)$

Критерий дифференцируемости в среднеквадратичном

СП $\xi(\omega, t)$ дифференц. в среднеква. $\Leftrightarrow$ $M\xi(\omega, t)$ дифференц. по t и $\exists \dfrac{\partial^2 K_\xi(t_1, t_2)}{\partial t_1 \partial t_2}$, причем справедливы равенства.

1) $M\xi'(\omega, t) = (M\xi(\omega, t))'$

2) $K_{\xi'}(t_1, t_2) = \dfrac{\partial^2 K_\xi(t_1, t_2)}{\partial t_1 \partial t_2}$

№2

Дано:

$X(t) = Vt^2 + t$

$t > 0$

Решение:

функция двумерного распределения.

$$F(x_1, t_1; x_2, t_2) = P\left\{ \begin{matrix} X(t_1) < X_1, \\ X(t_2) < X_2 \end{matrix} \right\} =$$

$$= P\{ Vt_1^2 + t_1 < X_1, Vt_2^2 + t_2 < X_2 \} =$$

$$= P\left\{ V < \frac{x_1 - t_1}{t_1^2}, V < \frac{x_2 - t_2}{t_2^2} \right\}$$

$$F_R(a) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x < b \\ 0, & x < a \\ 1, & x \geq b \end{cases} \Rightarrow F(x_1, t_1; x_2, t_2) =$$

$$= P\left\{ V < \min_{i=1,2} \left(\frac{x_i - t_i}{t_i^2} \right) \right\} = F_R\left(\min_{i=1,2} \left(\frac{x_i - t_i}{t_i^2} \right) \right) =$$

$$= \begin{cases} 0, & \min\limits_{i=1,2} \left(\frac{x_i - t_i}{t_i^2} \right) < 0 \\ 1, & \min\limits_{i=1,2} \left(\frac{x_i - t_i}{t_i^2} \right) \geq 3 \\ \dfrac{\min\limits_{i=1,2} \left(\frac{x_i - t_i}{t_i^2} \right)}{3}, & 0 \leq \min\limits_{i=1,2} \left(\frac{x_i - t_i}{t_1^2} \right) < 3 \end{cases}$$

б) для одномерной плотности. расп.

$$F(x, t) = P\{ X(t) < x \} = P\{ Vt^2 + t < x \} =$$

$$= P\left\{ V < \frac{x - t}{t^2} \right\} = F_R\left(\frac{x - t}{t^2} \right) = \begin{cases} 0, & \frac{x-t}{t^2} < 0 \\ \dfrac{\frac{x-t}{t^2} - 0}{3 - 0}, & 0 \leq \frac{x-t}{t^2} < 3 \\ 1, & \frac{x-t}{t^2} \geq 3 \end{cases} =$$

$$= \begin{cases} 0, & \frac{x-t}{t^2} < 0 \\ \frac{x-t}{3t^2}, & 0 \leq \frac{x-t}{t^2} < 3 \\ 1, & \frac{x-t}{t^2} \geq 3 \end{cases}$$

одномерная функция распределения

плотность

$$f(x,t) = \frac{\partial F(x,t)}{\partial x} \Rightarrow f(x,t) =$$

$$= \begin{cases} 0, & \frac{x-t}{t^2} < 0, \ \frac{x-t}{t^2} > 3 \\ \frac{1}{3t^2}, & 0 \leqslant \frac{x-t}{t^2} \leqslant 3 \end{cases}$$

$$K_X(t_1, t_2) = M\{\overset{\circ}{X}(t_1), \overset{\circ}{X}(t_2)\} =$$

$$= M\{(X(t_1) - M\{X(t_1)\})(X(t_2) - M\{X(t_2)\})\}$$

$$= M\{t_1^2 t_2^2 (V - M\{V\})^2\} = \cancel{t_1^2 t_2^2 \cdot}$$

$$\cancel{\cdot (M\{V^2\} - 2M\{V\}} = t_1^2 t_2^2 (3 - 2{,}25 \cdot \overset{2{,}25}{\cancel{1{,}5}} + 2{,}25) =$$

$$= 0{,}75\, t_1^2\, t_2^2,$$ т.к.

$$M\{V\} = \frac{3}{2} = 1{,}5$$

$$D\{V\} = \frac{3}{4}$$ и $$M\{V^2\} = 3$$