МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ
(национальный исследовательский университет)»

ОТЧЕТ ПО КУРСОВОЙ РАБОТЕ

по дисциплине «Программные технологии построения управляющих оболочек СДО»

Выполнил студент группы М80-101М-21

Дюсекеев А.Е.

Руководитель:

Мхитарян Г. А.

Москва 2022

Содержание

Задание

1. Получить набор данных: студент-задание-время.
2. Построить гистограмму по выборке.
3. Сформулировать гипотезу о принадлежности выборки распределению.
4. Проверить гипотезу о соответствии выбранному распределению.
5. Получить параметры подходящего гамма-распределения.

Выполнение

Задание 1

1. Исходные данные

Загрузим набор данных:

```
df = pd.read_csv('first_task.csv', header=None)
display(df.head())
print('Shapes: ',df.shape)
```

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	...
0	362.495451	261.912010	452.409086	346.583589	454.259111	457.851592	358.655184	320.894829	625.262571	248.611441	...
1	631.398467	710.765846	605.316568	1216.133860	1134.422486	564.802756	819.929449	742.284766	509.238808	570.952604	...
2	281.413007	239.861253	574.897845	334.552514	343.164792	535.038139	276.519075	250.362000	274.697806	292.236369	...
3	246.741026	774.327973	533.211943	501.859696	446.271275	552.804659	301.875465	458.305384	479.481328	589.897871	...
4	706.856361	691.299675	609.206074	362.399712	787.262660	636.891045	878.911501	866.620990	567.574418	402.611757	...

5 rows × 1000 columns

```
Shapes:  (10, 1000)
```

Судя по результату метода **head()**, файл с данными имеет следующую структуру:

- Строки - № задания (i = 1, 2, ...)
- Стобцы - № студента (j = 1, 2, ...)
- Ячейки - время выполнения i-го задания j-м студентом

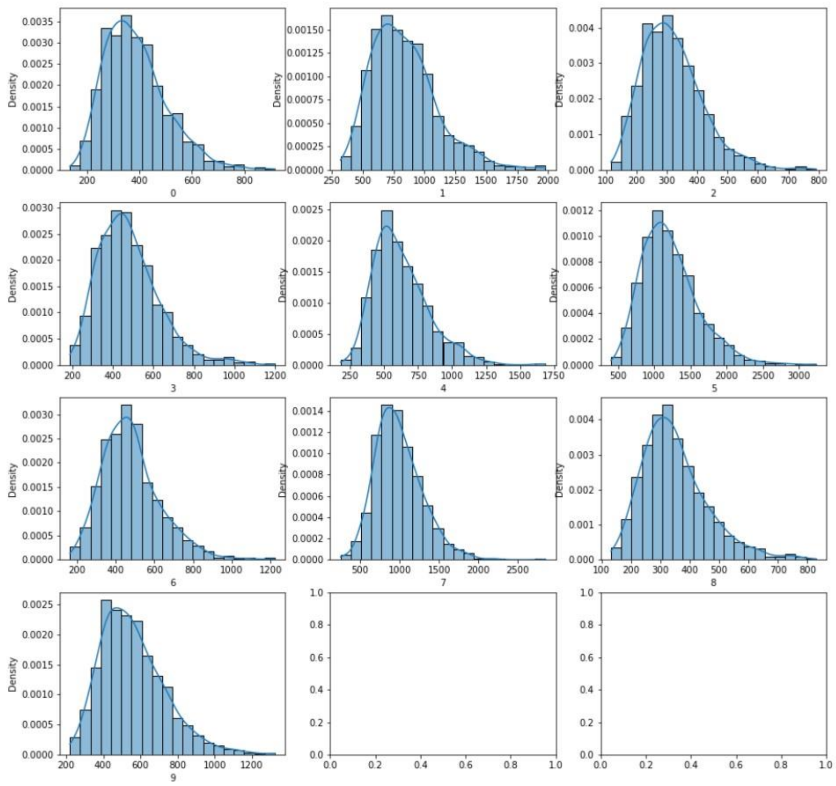
Транспонируем данные для удобства обработки

```
df = df.transpose()
df.head()
```

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	362.495451	631.398467	281.413007	246.741026	706.856361	1400.250476	569.530312	748.308126	566.932393	602.551469
1	261.912010	710.765846	239.861253	774.327973	691.299675	1558.808482	351.989841	1187.227164	280.782629	321.303545
2	452.409086	605.316568	574.897845	533.211943	609.206074	2159.848391	201.780903	554.533211	282.885275	436.671619
3	346.583589	1216.133860	334.552514	501.859696	362.399712	1905.817175	430.995262	313.674779	274.613090	455.943324
4	454.259111	1134.422486	343.164792	446.271275	787.262660	1230.104503	321.084511	1157.835703	260.521006	408.721661

Задание 2

Построим гистграммы распределения времени по каждому из заданий:



Можно заметить, что большинство распределений по форме отчетливо напоминают распределение хи-квадрат Пирсона.

Задание 3

Так как все задания имеют схожие распределения, исследуем гипотезы на задании 0.

По классической схеме, выдвенем нулевую гипотезу H_0 и альтернативную H_1:

- H_0: Время выполнения задания 0 имеет принадлежность к закону распределния Хи - квадрат -Пирсона.
- H_1: Распределение времени отлично от закона распределения Хи - квадрат -Пирсона.

И сразу же установим уровень значимости $\alpha = 0.05$

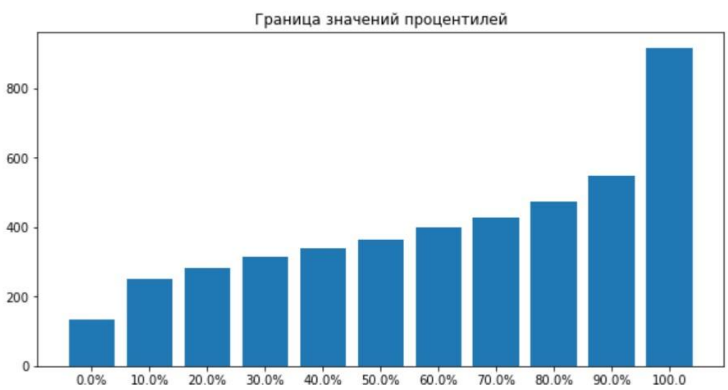
Задание 4

Чтобы проверить данную гипотезу можно воспользоватья критерием согласия хи-квадрат. При этом, так как мы проверяем сложную гипотезу (хотим проверить принадлежность к целому классу распределений), то нам необходимо сначала оценить параметры данного распределения. Сделаем это с помощью метода максимального правдоподобия (теоретически доказано, что это лучший способ оценки параметров для таких задач) по таблице частотности.

Составим таблицу частотности - разобьем выборку по заданию на 10 интервалов (воспользуемся 10-ю последовательными квантилями), а затем посчитаем частоты попадания в каждый интервал:

```
# Разбиваем на интервалы
task_number = 0 # Номер задания, для которого проверяем гипотезу
intervals = [df[task_number].min()]
x_ = [0.]
for q in np.arange(0.1, 1, 0.1):
    intervals.append(round(np.quantile(df[task_number], q), 0))
    x_.append(q)
intervals.append(df[task_number].max())
x_.append(1.)
```

```
fig, ax = plt.subplots(figsize = (10, 5))
labls = ("% ".join(list(map(str,np.round(np.arange(0, 1.1, 0.1) * 100, 2))))).split(' ')
plt.bar(np.arange(0, len(labls)), height = intervals) # Полученные границы интервалов
ax.set_xticks(np.arange(0, len(labls)), labls)
ax.set_title('Граница значений процентилей')
plt.show()
```

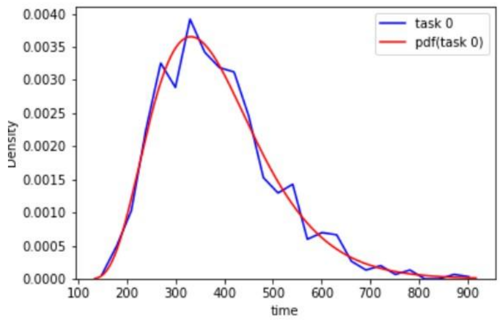


Оценим неизвестные параметры распределения хи-квадрат с помощью ММП (воспользуемся специальной функцией `stats.chi2.fit`):

```
df1, loc1, scale1 = stats.chi2.fit(df[task_number], fdf=10)
print(f'df1 = {df1}, loc1 = {loc1:.4}, scale1 = {scale1:.3}')
```

```
df1 = 10, loc1 = 117.4, scale1 = 26.7
```

Построим на графике эмпиричускую плотность распреления (наблюдаемую нами) и теоретическую (построенную с использованием оцененных параметров):



Видим, что мы довольно хорошо приближаем наблюдаемые значения распределением χ^2 с оцененными параметрами, поэтому вряд ли есть основания отвергать H_0. Но все равно выполним статистическую проверку гипотезы методом χ^2 - для этого сформируем теоретический вектор частот и воспользуемся функцией (`stats.chisquare`):

```
# Составляем теоретический вектор частот
n = np.sum(observations)
theory = []
for i in range(len(intervals) - 2):
    p = stats.chi2.cdf(x=intervals[i + 1], df=df1, loc=loc1, scale=scale1) - stats.chi2.cdf(x=interval
    theory.append(int(round(p*n, 0)))
p = 1 - stats.chi2.cdf(x=intervals[-2], df=df1, loc=loc1, scale=scale1)
theory.append(n - np.sum(theory))
```

```
# важно, чтобы суммы значений обоих векторов совпадали (иначе функция не заработает)
sum(observations) == sum(theory)
```

```
True
```

```
# Проверяем гипотезу
stats.chisquare(
    f_obs=observations,
    f_exp=theory,
    ddof=2 # не забываем, что мы оценили 2 параметра по выборке
)
```

```
Power_divergenceResult(statistic=7.401716536060914, pvalue=0.38828416182152853)
```

Видим, что pvalue $> \alpha = 0.05$ -> у нас нет оснований отвергать H_0. Можем сделать вывод о том, что время выполнения задания 0 подчиняется распределению χ^2-Пирсона.

Задание 5

Получим параметры подходящих гамма-распределений и проверим гипотезу согласия наблюдаемых выборок полученным гамма-распределениям:

```
alpha = 0.05 # уровень значимости
to_plot = []


intervals = [df[task_number].min()]
for q in np.arange(0.1, 1, 0.1):
    intervals.append(round(np.quantile(df[task_number], q), 0))
intervals.append(df[task_number].max())

# составляем вектор наблюдаемых частот
observations = []
for i in range(len(intervals) - 1):
    observations.append(len(df[task_number][(df[task_number] >= intervals[i]) & (df[task_number] <= ir

# Определяем оценки параметров Гамма-распределения методом ММП
a, loc1, scale1 = stats.gamma.fit(df[task_number])

# Составляем теоретических ветор частот
n = np.sum(observations)
theory = []
for i in range(len(intervals) - 2):
    p = stats.gamma.cdf(x=intervals[i + 1], a=a, loc=loc1, scale=scale1) - stats.gamma.cdf(x=intervals
    theory.append(int(round(p*n, 0)))
p = 1 - stats.gamma.cdf(x=intervals[-2], a=a, loc=loc1, scale=scale1)
theory.append(n - np.sum(theory))
```

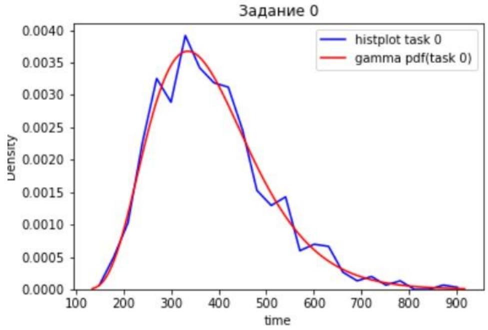
```
# Проверяем гипотезу
stat, p_value = stats.chisquare(
    f_obs=observations,
    f_exp=theory,
    ddof=2
)
if p_value > alpha:
    print(f'Для задания {task_number} H0 не отвергнута (p_value = {p_value:.3f})')
    print(f'С параметрами a = {round(a,2)}; loc = {round(loc1,2)}; scale = {round(scale1,2)}')
    to_plot.append(task_number)
else:
    print(f'Для задания {task_number} H0 отвергнута (p_value = {p_value:.3f})')
```

```
Для задания 0 H0 не отвергнута (p_value = 0.366)
С параметрами a = 5.55; loc = 107.53; scale = 49.99
```

Видим, что для задания 0 мы можем сделать вывод о том, что распределение времени выполнения задания соответствует закону Гамма-распределению с подобранными параметрами.

Отобразим полученное распределение:

Как видно, подобранное Гамма распределение достаточно хорошо описыват распределение времени выполнения задания 0



Задание 5

Получим параметры подходящих лог - нормальных распределений и проверим гипотезу согласия наблюдаемых выборок полученным лог-нормальным:

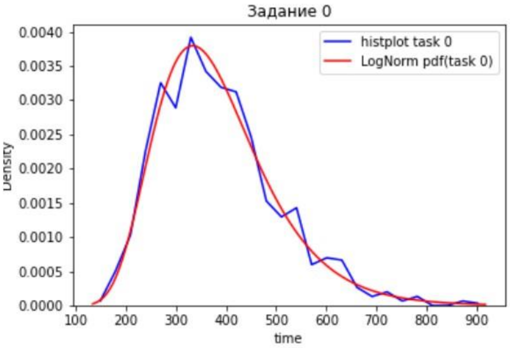
```
alpha = 0.05 # уровень значимости
to_plot = []


intervals = [df[task_number].min()]
for q in np.arange(0.1, 1, 0.1):
    intervals.append(round(np.quantile(df[task_number], q), 0))
intervals.append(df[task_number].max())

# составляем вектор наблюдаемых частот
observations = []
for i in range(len(intervals) - 1):
    observations.append(len(df[task_number][(df[task_number] >= intervals[i]) & (df[task_number] <= interv

# Определяем оценки параметров Гамма-распределения методом ММП
a, loc2, scale2 = stats.lognorm.fit(df[task_number])

# Составляем теоретических ветор частот
n = np.sum(observations)
theory = []
for i in range(len(intervals) - 2):
    p = stats.lognorm.cdf(x=intervals[i + 1], s=a, loc=loc2, scale=scale2) - stats.lognorm.cdf(x=intervals
    theory.append(int(round(p*n, 0)))
p = 1 - stats.lognorm.cdf(x=intervals[-2], s=a, loc=loc2, scale=scale2)
theory.append(n - np.sum(theory))

# Проверяем гипотезу
stat, p_value = stats.chisquare(
    f_obs=observations,
    f_exp=theory,
    ddof=2
)
df_results=df_results.append({'Distribution':'Лог нормальное', 'difference_p_value':p_value}, ignore_index

if p_value > alpha:
    print(f'Для задания {task_number} H0 не отвергнута (p_value = {p_value:.3f})')
    print(f'С параметрами a = {round(a,2)}; loc = {round(loc1,2)}; scale = {round(scale1,2)}')
    to_plot.append(task_number)
else:
    print(f'Для задания {task_number} H0 отвергнута (p_value = {p_value:.3f})')
```

```
Для задания 0 H0 не отвергнута (p_value = 0.355)
С параметрами a = 0.32; loc = 107.53; scale = 49.99
```

Видим, что для задания 0 мы можем сделать вывод о том, что распределение времени выполнения задания соответствует закону Гамма-распределению с подобранными параметрами.

Отобразим полученное распределение:

Как видно, подобранное Гамма распределение достаточно хорошо описыват распределение времени выполнения задания 0



Сравнение приближений

Если нас интересует, какой закон распределения лучше всего описывает распределение времени выполнения задания, то нужно выбрать распределение с наибольшим p_value, которое характеризует статистическую занчимость отличия одной выборки от другой.
То есть если p_value <= α, то выборки не однородны, иначе однородны, что нам и нужно.

```
display(df_results.sort_values('difference_p_value', ascending = False))
```

	Distribution	difference_p_value
0	Хи-квдарат Пирсона	0.388284
1	Гамма распределение	0.365969
2	Лог нормальное	0.355031

Как видно в таблице, Хи - квадрат Пирсона лучше всего описывает распределение времени выполнения задания 0

Вывод

Таким образом, в данной курсовой работе был исследован набор данных из системы дистанционного обучения, имеющий структуру студент-задание-время. Отобразив гистограммы распределений времени выполнения заданий было предположено, что время выполнения задания всех студентов описывает закон распределения Хи – квадрат Пирсона и с помощью функции максимального правдоподобия нашли параметры распределения времени и построили по ним предполагаемое распределение. Моделирование показало, что время решения задания действительно хорошо описывает закон распределения Хи – квадрат Пирсона. Аналогичный алгоритм был проведен для закона Гамма – распределения и Логнормальное - распределения , которые тоже хорошо описывает распределение времени выполнения задания, но лучший результат – наибольшее статистическое различие, имеет приближение закона Хи – квадрат Пирсона. Все результаты сопровождены иллюстрирующими графиками.

Приложение

```
# %%
import numpy as np
import pandas as pd
from scipy import stats
import seaborn as sns
import matplotlib.pyplot as plt

# %% [markdown]
# <h3><font face = 'Times New Roman'>1. Исходные данные</font></h3>
#

# %% [markdown]
# Загрузим набор данных:

# %%
df = pd.read_csv('first_task.csv', header=None)
display(df.head())
print('Shapes: ',df.shape)

# %% [markdown]
# <font size="4" face = 'Times New Roman'>
# Судя по результату метода <strong>head()</strong>, файл с данными имеет
следующую структуру: <br>
#     <ul>
#     <li>Строки - № задания (i = 1, 2, ...)</li>
#     <li>Стобцы - № студента (j = 1, 2, ...)</li>
#     <li>Ячейки - время выполнения i-го задания j-м студентом</li>
#     </ul>
# </font>

# %% [markdown]
# <font size="4" face = 'Times New Roman'>Транспонируем данные для удобства
обработки</font>

# %%
df = df.transpose()
df.head()

# %% [markdown]
# <h3><font face = 'Times New Roman'>2. Распределение времени решения
заданий</font></h3>

# %%
#df.hist(figsize=(20, 20), bins = 25);
fig, ax = plt.subplots(4, 3, figsize = (15, 15))
n = len(df.columns.tolist())
cols = 0
for i in range(0, 4):
```

```
    for j in range(0, 3):
        if (cols < n):
            sns.histplot(df.iloc[:, cols], stat='density', common_bins= False,
common_norm= False, kde = True, ax = ax[i][j], bins = 20)
        cols += 1
plt.savefig('distrib.png')

# %% [markdown]
# <div><font size="4" face = 'Times New Roman'>Построим гистграммы распределения
времени по каждому из заданий:</font>
# <img src='https://github.com/JacKira/SDO/blob/main/distrib.png?raw=1' style =
"width:70%; height:70%; padding:0; border:0" hspace = "0" vspace="0"></div>

# %% [markdown]
# <font size="3" face = 'Times New Roman'>Можно заметить, что большинство
распределений по форме напоминают распределение хи-квадрат Пирсона.</font>

# %% [markdown]
# <h3><font  face = 'Times New Roman'>3. Проверяемая гипотеза</font></h3>
# <font size="4" face = 'Times New Roman'>Так как все задания имеют схожие
распределения, исследуем гипотезы на задании 0.<br>
# По классической схеме, выдвенем нулевую гипотезу <font size = "5">H</font>0 и
альтернативную <font size = "5">H</font>1: <br>
#     <ul>
#     <li><font size = "5">H</font>0: Время выполнения задания 0 имеет
принадлежность к закону распределния Хи - квадрат -Пирсона.</li>
#     <li><font size = "5">H</font>1: Распределение времени отлично от закона
распределения  Хи - квадрат -Пирсона.</li>
#     </ul>
#
# И сразу же установим уровень значимости $\alpha=0.05$
# <font>

# %% [markdown]
# <h3><font  face = 'Times New Roman'>4. Проверка гипотезы</font></h3>

# %% [markdown]
# <p style = "text-align:justify; margin-left:5%; margin-right:5%"><font size="4"
face = 'Times New Roman'>Чтобы проверить данную гипотезу можно воспользоватья
критерием согласия хи-квадрат. При этом, так как мы проверяем сложную гипотезу
(хотим проверить принадлежность к целому классу распределений), то нам необходимо
сначала оценить параметры данного распределения. Сделаем это с помощью метода
максимального правдоподобия (теоретически доказано, что это лучший способ оценки
параметров для таких задач) по таблице частотности.  <br>
# Составим таблицу частотности - разобьем выборку по заданию на 10 интервалов
(воспользуемся 10-ю последовательными квантилями), а затем посчитаем частоты
попадания в каждый интервал:
# </font>
# </p>
```

```
# %%
df_results = pd.DataFrame({'Distribution':[], 'difference_p_value':[]})
df_results.Distribution = df_results.Distribution.astype(object)
df_results.difference_p_value = df_results.difference_p_value.astype(float)

# %%
# Разбиваем на интервалы
task_number = 0 # Номер задания, для которого проверяем гипотезу
intervals = [df[task_number].min()]
x_ = [0.]
for q in np.arange(0.1, 1, 0.1):
    intervals.append(round(np.quantile(df[task_number], q), 0))
    x_.append(q)
intervals.append(df[task_number].max())
x_.append(1.)

# %%
fig, ax = plt.subplots(figsize = (10, 5))
labls = ("% ".join(list(map(str,np.round(np.arange(0, 1.1, 0.1) * 100,
2))))).split(' ')
plt.bar(np.arange(0, len(labls)), height = intervals) # Полученные границы
интервалов
ax.set_xticks(np.arange(0, len(labls)), labls)
ax.set_title('Граница значений процентилей')
plt.show()

# %%
# Сотавляем вектор наблюдений (таблица частотности)
observations = []
for i in range(len(intervals) - 1):
    observations.append(len(df[task_number][(df[task_number] >=
intervals[i])&(df[task_number] <=intervals[i + 1])]))
observations

# %%
fig, ax = plt.subplots(figsize = (10, 5))
plt.bar(np.arange(0, len(observations)), height = observations)

ax.set_title('Размер выборки в зависимости от интервала')
plt.show()

# %% [markdown]
# <h3><font  face = 'Times New Roman'> 5. Получение оценок параметров</font><h3>

# %% [markdown]
# <p style = 'text-align:justify'><font size = "4"  face = 'Times New Roman'>
# Оценим неизвестные параметры распределения хи-квадрат с помощью ММП
(воспользуемся специальной функцией `stats.chi2.fit`):</font>
# </p>
```

```
# %%
df1, loc1, scale1 = stats.chi2.fit(df[task_number], fdf=10)
print(f'df1 = {df1}, loc1 = {loc1:.4}, scale1 = {scale1:.3}')

# %%
fig, ax = plt.subplots()

sns.histplot(data=df[task_number], color='b', element='poly', fill=False,
stat='density', label='task 0', ax=ax)

chi2_rv1 = stats.chi2(df1, loc1, scale1)
x = np.linspace(min(intervals), max(intervals), 1000)
sns.lineplot(x=x, y=chi2_rv1.pdf(x), color='r', label='pdf(task 0)', ax=ax)
ax.set_xlabel('time');
plt.savefig('est_plot.png')

# %% [markdown]
# <p style = 'text-align:justify'><font size = "3" face = 'Times New
Roman'>Построим на графике эмпиричускую плотность распреления (наблюдаемую нами)
и теоретическую (построенную с использованием оцененных параметров):</font></p>
# <div>
# <img src='https://github.com/JacKira/SDO/blob/main/est_plot.png?raw=1' style =
"width:40%; height:40%; padding:0; border:0" hspace = "0" vspace="0"></div>

# %% [markdown]
# <p style = 'text-align:justify'><font size = "3" face = 'Times New
Roman'>Видим, что мы довольно хорошо приближаем наблюдаемые значения
распределением $\chi^2$ с оцененными параметрами, поэтому вряд ли есть основания
отвергать $H_0$.
# Но все равно выполним статистическую проверку гипотезы методом $\chi^2$ - для
этого сформируем теоретический вектор частот и воспользуемся функцией
(`stats.chisquare`):
# </font>
# </p>

# %%
# Составляем теоретический вектор частот
n = np.sum(observations)
theory = []
for i in range(len(intervals) - 2):
    p = stats.chi2.cdf(x=intervals[i + 1], df=df1, loc=loc1, scale=scale1) -
stats.chi2.cdf(x=intervals[i], df=df1, loc=loc1, scale=scale1)
    theory.append(int(round(p*n, 0)))
p = 1 - stats.chi2.cdf(x=intervals[-2], df=df1, loc=loc1, scale=scale1)
theory.append(n - np.sum(theory))

# %%
# важно, чтобы суммы значений обоих векторов совпадали (иначе функция не
заработает)
sum(observations) == sum(theory)
```

```
# %%
# Проверяем гипотезу
res = stats.chisquare(
    f_obs=observations,
    f_exp=theory,
    ddof=2 # не забываем, что мы оценили 2 параметра по выборке
)
df_results=df_results.append({'Distribution':'Хи-квдарат Пирсона',
'difference_p_value':res[1]}, ignore_index = True)
res

# %%
df_results

# %% [markdown]
# <p style = 'text-align:justify'><font size = "3"  face = 'Times New
Roman'>Видим, что pvalue $ > \alpha=0.05$ -> у нас нет оснований отвергать $H_0$.
Можем сделать вывод о том, что время выполнения задания 0 подчиняется
распределению $\chi^2$-Пирсона.</font></p>

# %% [markdown]
# ### Гамма распределение

# %% [markdown]
# <p style = 'text-align:justify'><font size = "3" face = 'Times New
Roman'>Получим параметры подходящих гамма-распределений и проверим гипотезу
согласия наблюдаемых выборок полученным гамма-распределениям:</font></p>

# %%
alpha = 0.05 # уровень значимости
to_plot = []


intervals = [df[task_number].min()]
for q in np.arange(0.1, 1, 0.1):
    intervals.append(round(np.quantile(df[task_number], q), 0))
intervals.append(df[task_number].max())

# составляем вектор наблюдаемых частот
observations = []
for i in range(len(intervals) - 1):
    observations.append(len(df[task_number][(df[task_number] >= intervals[i]) &
(df[task_number] <= intervals[i + 1])]))

# Определяем оценки параметров Гамма-распределения методом ММП
a, loc1, scale1 = stats.gamma.fit(df[task_number])

# Составляем теоретических ветор частот
n = np.sum(observations)
```

```
theory = []
for i in range(len(intervals) - 2):
    p = stats.gamma.cdf(x=intervals[i + 1], a=a, loc=loc1, scale=scale1) -
stats.gamma.cdf(x=intervals[i], a=a, loc=loc1, scale=scale1)
    theory.append(int(round(p*n, 0)))
p = 1 - stats.gamma.cdf(x=intervals[-2], a=a, loc=loc1, scale=scale1)
theory.append(n - np.sum(theory))

# Проверяем гипотезу
stat, p_value = stats.chisquare(
    f_obs=observations,
    f_exp=theory,
    ddof=2
)
df_results=df_results.append({'Distribution':'Гамма распределение',
'difference_p_value':p_value}, ignore_index = True)

if p_value > alpha:
    print(f'Для задания {task_number} H0 не отвергнута (p_value =
{p_value:.3f})')
    print(f'С параметрами a = {round(a,2)}; loc = {round(loc1,2)}; scale =
{round(scale1,2)}')
    to_plot.append(task_number)
else:
    print(f'Для задания {task_number} H0 отвергнута (p_value = {p_value:.3f})')


# %% [markdown]
# <p style = 'text-align:justify'><font size = "3" face = 'Times New
Roman'>Видим, что для задания 0 мы можем сделать вывод о том, что распределение
времени выполнения задания соответствует закону Гамма-распределению с
подобранными параметрами.  <br><br>
# Отобразим полученное распределение:
# </font>
# </p>

# %%

intervals = [df[task_number].min()]
for q in np.arange(0.1, 1, 0.1):
    intervals.append(round(np.quantile(df[task_number], q), 0))
intervals.append(df[task_number].max())
observations = []
for i in range(len(intervals) - 1):
    observations.append(len(df[task_number][(df[task_number] >= intervals[i]) &
(df[task_number] <= intervals[i + 1])]))


a, loc1, scale1 = stats.gamma.fit(df[task_number])
n = np.sum(observations)
```

```
theory = []
for i in range(len(intervals) - 2):
    p = stats.gamma.cdf(x=intervals[i + 1], a=a, loc=loc1, scale=scale1) -
stats.gamma.cdf(x=intervals[i], a=a, loc=loc1, scale=scale1)
    theory.append(int(round(p*n, 0)))
p = 1 - stats.gamma.cdf(x=intervals[-2], a=a, loc=loc1, scale=scale1)
theory.append(n - np.sum(theory))

fig, ax = plt.subplots()
ax.set_title(f'Задание {task_number}')
sns.histplot(data=df[task_number], color='b', element='poly', fill=False,
stat='density', label=f'histplot task {task_number}', ax=ax)

gam = stats.gamma(a, loc1, scale1)
x = np.linspace(min(intervals), max(intervals), 1000)
sns.lineplot(x=x, y=gam.pdf(x), color='r', label=f'gamma pdf(task
{task_number})', ax=ax)
ax.set_xlabel('time');
plt.savefig('gamma_est_plot.png')

# %% [markdown]
# <p style = 'text-align:justify'><font size = "3" face = 'Times New
Roman'>Отобразим полученное распределение:<br>Как видно, подобранное Гамма
распределение достаточно хорошо описыват распределение времени выполнения задания
0</font>
# <div>
# <img src='https://github.com/JacKira/SDO/blob/main/gamma_est_plot.png?raw=1'
style = "width:40%; height:40%; padding:0; border:0" hspace = "0"
vspace="0"></div></p>

# %% [markdown]
# ### Лог нормальное

# %% [markdown]
# <p style = 'text-align:justify'><font size = "3" face = 'Times New
Roman'>Получим параметры подходящих лог - нормальных распределений и проверим
гипотезу согласия наблюдаемых выборок полученным лог-нормальным:</font></p>

# %%
alpha = 0.05 # уровень значимости
to_plot = []


intervals = [df[task_number].min()]
for q in np.arange(0.1, 1, 0.1):
    intervals.append(round(np.quantile(df[task_number], q), 0))
intervals.append(df[task_number].max())

# составляем вектор наблюдаемых частот
observations = []
```

```
for i in range(len(intervals) - 1):
    observations.append(len(df[task_number][(df[task_number] >= intervals[i]) &
(df[task_number] <= intervals[i + 1])]))

# Определяем оценки параметров Гамма-распределения методом ММП
a, loc2, scale2 = stats.lognorm.fit(df[task_number])

# Составляем теоретических ветор частот
n = np.sum(observations)
theory = []
for i in range(len(intervals) - 2):
    p = stats.lognorm.cdf(x=intervals[i + 1], s=a, loc=loc2, scale=scale2) -
stats.lognorm.cdf(x=intervals[i], s=a, loc=loc2, scale=scale2)
    theory.append(int(round(p*n, 0)))
p = 1 - stats.lognorm.cdf(x=intervals[-2], s=a, loc=loc2, scale=scale2)
theory.append(n - np.sum(theory))

# Проверяем гипотезу
stat, p_value = stats.chisquare(
    f_obs=observations,
    f_exp=theory,
    ddof=2
)
df_results=df_results.append({'Distribution':'Лог нормальное',
'difference_p_value':p_value}, ignore_index = True)

if p_value > alpha:
    print(f'Для задания {task_number} H0 не отвергнута (p_value =
{p_value:.3f})')
    print(f'С параметрами a = {round(a,2)}; loc = {round(loc1,2)}; scale =
{round(scale1,2)}')
    to_plot.append(task_number)
else:
    print(f'Для задания {task_number} H0 отвергнута (p_value = {p_value:.3f})')


# %% [markdown]
# <p style = 'text-align:justify'><font size = "3" face = 'Times New
Roman'>Видим, что для задания 0 мы можем сделать вывод о том, что распределение
времени выполнения задания соответствует закону Гамма-распределению с
подобранными параметрами.  <br><br>
# Отобразим полученное распределение:
# </font>
# </p>

# %%

intervals = [df[task_number].min()]
for q in np.arange(0.1, 1, 0.1):
    intervals.append(round(np.quantile(df[task_number], q), 0))
```

```
intervals.append(df[task_number].max())
observations = []
for i in range(len(intervals) - 1):
    observations.append(len(df[task_number][(df[task_number] >= intervals[i]) &
(df[task_number] <= intervals[i + 1])]))


# Составляем теоретических ветор частот
n = np.sum(observations)
theory = []
for i in range(len(intervals) - 2):
    p = stats.lognorm.cdf(x=intervals[i + 1], s=a, loc=loc2, scale=scale2) -
stats.lognorm.cdf(x=intervals[i], s=a, loc=loc2, scale=scale2)
    theory.append(int(round(p*n, 0)))
p = 1 - stats.lognorm.cdf(x=intervals[-2], s=a, loc=loc2, scale=scale2)
theory.append(n - np.sum(theory))


fig, ax = plt.subplots()
ax.set_title(f'Задание {task_number}')
sns.histplot(data=df[task_number], color='b', element='poly', fill=False,
stat='density', label=f'histplot task {task_number}', ax=ax)

lnorm = stats.lognorm(s=a, loc=loc2, scale=scale2)
x = np.linspace(min(intervals), max(intervals), 1000)
sns.lineplot(x=x, y=lnorm.pdf(x), color='r', label=f'LogNorm pdf(task
{task_number})', ax=ax)
ax.set_xlabel('time');
plt.savefig('lognorm_est_plot.png')

# %% [markdown]
# <p style = 'text-align:justify'><font size = "3" face = 'Times New
Roman'>Отобразим полученное распределение:<br>Как видно, подобранное Гамма
распределение достаточно хорошо описыват распределение времени выполнения задания
0</font>
# <div>
# <img src='lognorm_est_plot.png' style = "width:40%; height:40%; padding:0;
border:0" hspace = "0" vspace="0"></div></p>

# %% [markdown]
# <h3><font  face = 'Times New Roman'> Сравнение приближений</font></h3>

# %% [markdown]
# <p style = 'text-align:justify'><font size = "3"  face = 'Times New Roman'>Если
нас интересует, какой закон распределения лучше всего описывает распределение
времени выполнения задания, то нужно выбрать распределение с наибольшим p_value,
которое характеризует статистическую занчимость отличия одной выборки от другой.
<br>То есть если  p_value <= α, то выборки не однородны, иначе однородны, что нам
и нужно.</font></p>
```

```
# %%
display(df_results.sort_values('difference_p_value', ascending = False))

# %% [markdown]
# <p style = 'text-align:justify'><font size = "3" face = 'Times New Roman'>Как
видно в таблице, Хи - квадрат Пирсона лучше всего описывает распределение времени
выполнения задания 0</font></p>

# %%
```