МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ
(национальный исследовательский университет)»

ОТЧЕТ ПО КУРСОВОЙ РАБОТЕ

по дисциплине

«Стохастические модели процессов в телекоммуникационных сетях»

Студент: Каширин М.Н.

Группа: М8О-201М-21

Руководитель: Борисов А. В.

Оценка: ___________________

Дата: _____________________

Москва 2023

Содержание

Постановка задачи

Цель оценки состояния состоит в том, чтобы восстановить состояние системы на основе измерений процесса, заданных моделью. Оценка состояния имеет важное применение в прогнозирующем управлении нелинейными моделями, а также в мониторинге, прогнозировании и обнаружении неисправностей химических процессов. Существует несколько подходов к оценке состояния в системах, моделируемых обыкновенными дифференциальными уравнениями. Они включают строгий вероятностный метод решения прямого уравнения Колмогорова (Фоккера-Планка), а также аппроксимативные методы, такие как кубатурная фильтрация Калмана (CKF) и подходы, основанные на оптимизации, обычно называемые оценкой движущегося горизонта (MHE). Несомненно, фильтр Калмана является наиболее широко применяемой технологией оценки состояния для нелинейных систем и остается стандартной технологией оценки состояния в приложениях прогнозирующего управления нелинейными моделями. Кроме того, существуют систематические методы идентификации нелинейных моделей, используемых в непрерывно-дискретных фильтрах Калмана с расширенным временем.

Рассмотрим непрерывно-дискретную стохастическую нелинейную систему:

$$dx(t) = f\big(t, x(t)\big)dt \; + \; \sigma(t)d\omega(t)$$

$$y_k = h\big(tk, x(t_k)\big) + vk$$

Где $\{\omega(t), t \geq 0\}$ является стандартным Винеровским процессом.

В этом разделе мы тестируем разработанный расширенный алгоритм фильтра Калмана на реакции Ван дер Вюссе. Цель состоит в том, чтобы дать критическую оценку применению расширенного фильтра Калмана на основе ESDIRK. Мы демонстрируем ограничения, которые конфигурация датчика накладывает на качество оценки состояния и скорость его приближения к истинному значению.

1) Детально описать постановку задачи.
2) Детально описать систему наблюдения.
3) выписать вариант выбора сигма-точек и весов.
4) Алгоритм CKF реализовывать в «корневом» варианте.
5) Представить графики с результатами.
6) По результатам сравнительных численных экспериментов сделать выводы.

Теоретическая часть

реакция Ван дер Вюссе состоит из четырех видов, обозначаемых A, B, C и D. Желаемым продуктом является B, в то время как C и D являются нежелательными побочными продуктами. Эта реакция проводится в резервуарном реакторе с непрерывным перемешиванием (CSTR) со специальным охлаждением и моделируется следующими дифференциальными уравнениями:

$$c_A'(t) = \frac{F}{V_R}\left[c_{A0} - c_A(t)\right] - k_{10}\exp\left\{-\frac{E_1}{RT}\right\}c_A(t) - k_{30}\exp\left\{-\frac{E_3}{RT}\right\}c_A^2(t),$$

$$c_B'(t) = -\frac{F}{V_R}c_B(t) + k_{10}\exp\left\{-\frac{E_1}{RT}\right\}c_A(t) - k_{20}\exp\left\{-\frac{E_2}{RT}\right\}c_B(t),$$

$$T'(t) = -\frac{F}{V_R}\left[T_0 - T'(t)\right] + \frac{k_\omega A_R}{\rho C_p V_R}\left[T_J(t) - T(t)\right] - \left[k_{10}\Delta H_{r1}\exp\left\{-\frac{E_1}{RT}\right\}c_A(t)\right.$$
$$\left. + k_{20}\Delta H_{r2}\exp\left\{-\frac{E_2}{RT}\right\}c_B(t) + k_{30}\,\Delta H_{r3}\exp\left\{-\frac{E_3}{RT}\right\}c_A^2(t)\right]/\left[\rho C_p\right],$$

$$T_J'(t) = \frac{1}{m_J C_{PJ}}\left(\dot{Q}_J + k_\omega A_R\left[T(t) - T_J(t)\right]\right).$$

Начальные значения дифференциальных уравнени задаются следующим образом:

c_A = 2.1404 mol/L, c_B = 1.0903 mol/L, T = 387.34 K, T_J = 386.06 K.

Детерминированная модель дополняется стохастическим членом Gw(t), в котором:

$$G = 0.03\begin{pmatrix} 2.1404 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0903 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 387.34 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 386.06 \end{pmatrix}$$

а w (t) обозначает гауссовский процесс белого шума с нулевым средним значением с единичной ковариационной матрицей надлежащего размера, т.е. с Q ≡ I4. Предположим, что постоянный параметр c_{A0} увеличивается на 20% в момент времени t = 4 часа. Детерминированные и стохастические решения для этого примера Ван дер Вюссе вычисляются в интервале времени [0,10 часа].

Прежде всего, мы определяем эталонное решение (т.е. истинные состояния) для дифференциального уравнения, дополненное стохастическим членом Gw(t), где матрица G, определенная с помощью метода Эйлера-Маруямы с фиксированным размером шага, равным 0,0001 часа. Затем мы применяем уравнение измерения:

$$y_k = \begin{pmatrix} T(t_k) \\ T_J(t_k) \end{pmatrix} + \vartheta_k.$$

где время выборки указывает tk = 0,01k ч, k = 1, 2, . . ., т.е. δ = 0,01 ч в этом численном эксперименте, а шум измерения равен vk ∼ N (0,Rk) с диагональной ковариационной матрицей Rk = 0,003diag{387,34,386,06}, для генерации истории измерений для стохастической реакции Ван дер Вюссе в моменты выборки.

Оценка оптимальной фильтрации вычисляется с помощью следующего двухшагового алгоритма типа «прогноз-коррекция»:

1. Начальное условия:

$$\widehat{\pi_0}(x) = \pi_0(x),$$
$$\widehat{X_0} = E[X_0|Y_0] = E[X_0] = \int_{R^N} x\,\pi_0(x)dx.$$

2. Прогноз:

$$\widetilde{\pi_t}(x) = \int_{R^N} |det^{-1}(b_t)| p_V\left(b_t^{-1}\big(x - a_t(u)\big)\right) \widehat{\pi_{t-1}}(u)du,$$

$$\widetilde{X_t} = \int_{R^N} x\widetilde{\pi_t}(x)\,dx.$$

3. Коррекция:

$$\overline{\rho_t}(x, y) = \int_{R^N} |det^{-1}(B_t(x))| p_W\left(B_t^{-1}\big(y - A_t(x)\big)\right) \widetilde{\pi_t}(x),$$
$$\widehat{\pi_t}(x) = \frac{\overline{\rho_t}(x, Y_t)}{\int_{R^N} \overline{\rho_t}\,(u, Y_t)du},$$
$$\widehat{X_t} = \frac{1}{\int_{R^N} \overline{\rho_t}\,(\vartheta, Y_t)d\vartheta} \int_{R^N} u\,\overline{\rho_t}(u, Y_t)du.$$

Недостатки предлагаемого алгоритма:

1) Оцениваемый объект – бесконечномерный (условная плотность распределения), что влечет недопустимые вычислительные затраты.
2) Для вычисления оценки состояния необходимо выполнить дополнительную операцию интегрирования (9.8).
В то же время, алгоритм фильтрации Калмана тоже имеет двухшаговую структуру «прогноз-коррекция», но

3)
оценка описывается замкнутой конечномерной рекуррентной схемой,
на шагах прогноза и коррекции вычисляются не вспомогательные объекты (плотности), а требуемые оценки,
алгоритм одновременно вычисляет показатель точности полученной оценки.

Кубатурный фильтр Калмана (CKF)

Фильтр отличается другим способом приближенного вычисления интегралов типа– квадратур Гаусса-Эрмита.

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\,e^{-\frac{x^2}{2}}dx \approx \frac{1}{\sqrt{\pi}}\sum_{i=1}^{n} w_i\, f(\sqrt{2}x_i)$$

Выполнение работы

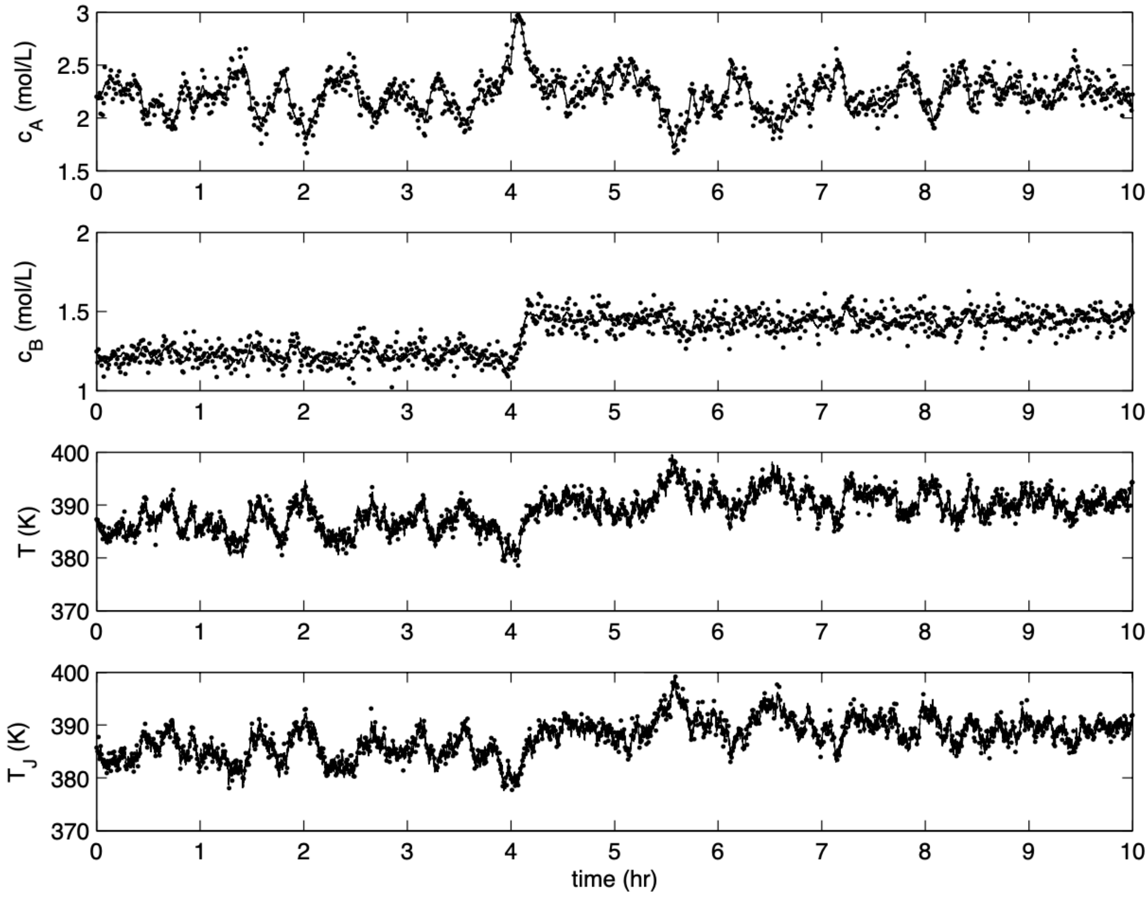

Рисунок 1. Измерения, искаженные шумом

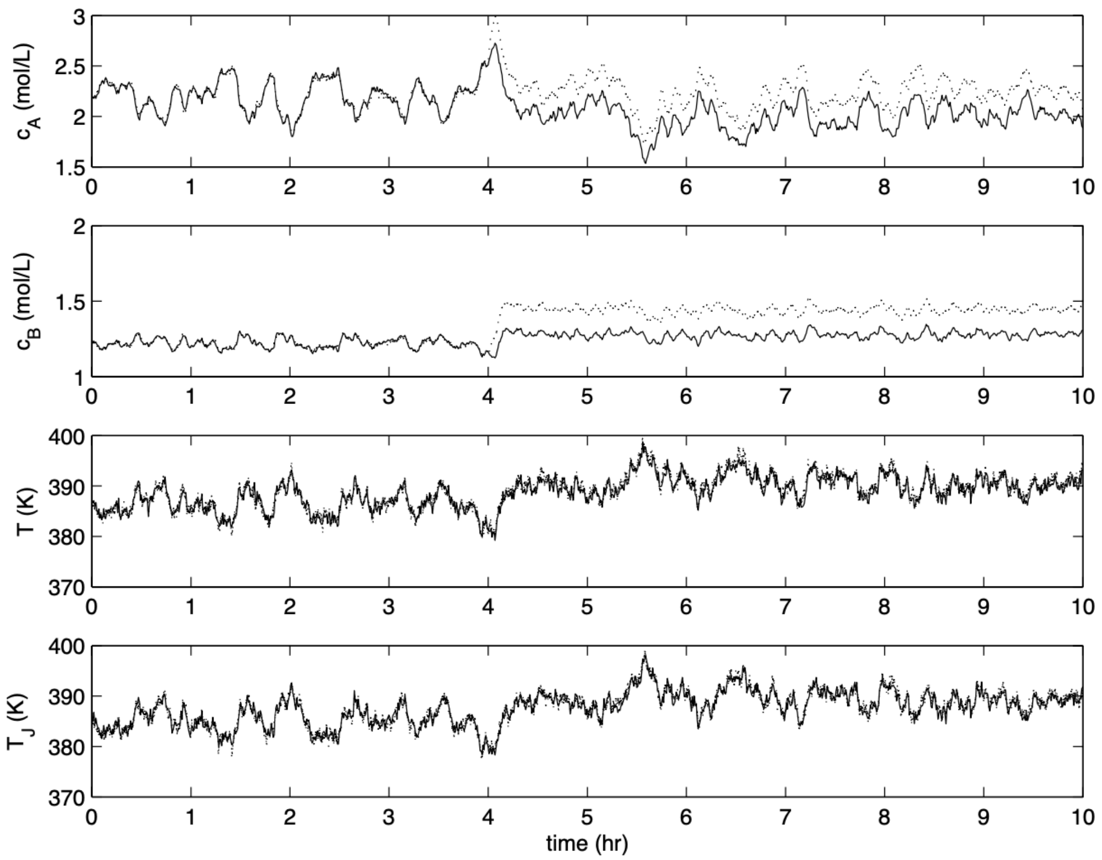

Рисунок 2. Оценки фильтра и истинные состояния (пунктирная линия) для случая с полной обратной связью по состоянию.

Выводы

В ходе выполнения курсовой работе были изучены алгоритмы фильтрации Калмана и их применение на прикладной задаче.

С помощью кубатурного фильтра Калмана была решена задача оптимальной фильтрации химического состояния концетрации вещества и темпертуры вещества.