

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 4.3.4

## Метод преобразования Фурье в оптике

выполнил студент 924 группы ФОПФ

Панферов Андрей

Долгопрудный, 2021 г.

**Цель работы:** Исследовать явления дифракции Френеля и Фраунгофера на щели, изучить влияние дифракции на разрешающую способность оптических приборов.

**В работе используются:** Гелий-неоновый лазер, кассета с набором сеток разного периода, щель с микрометрическим винтом, линзы, экран, линейка.

Анализ сложного волнового поля во многих случаях целесообразно проводить, разлагая его на простейшие составляющие, например, представляя его в виде разложения по плоским волнам. При этом оказывается, что если мы рассматриваем поле, полученное после прохождения плоской монохроматической волны через предмет или транспарант (изображение предмета на фотоплёнке или стеклянной пластинке) с функцией пропускания  $t(x)$ , то разложение по плоским волнам соответствует преобразованию Фурье от этой функции. Если за предметом поставить линзу, то каждая плоская волна сфокусируется в свою точку в задней фокальной плоскости линзы. Таким образом, картина, наблюдаемая в фокальной плоскости линзы, даёт нам представление о спектре плоских волн падающего на линзу волнового поля. Поэтому можно утверждать, что с помощью линзы в оптике осуществляется пространственное преобразование Фурье.

## Определение ширины щели

### Экспериментальная установка

Схема установки представлена на рис. 1. Щель переменной ширины  $D$ , снабжённая микрометрическим винтом  $B$ , освещается параллельным пучком света, излучаемым лазером (радиус кривизны фронта волны велик по сравнению с фокусными расстояниями используемых в схеме линз).

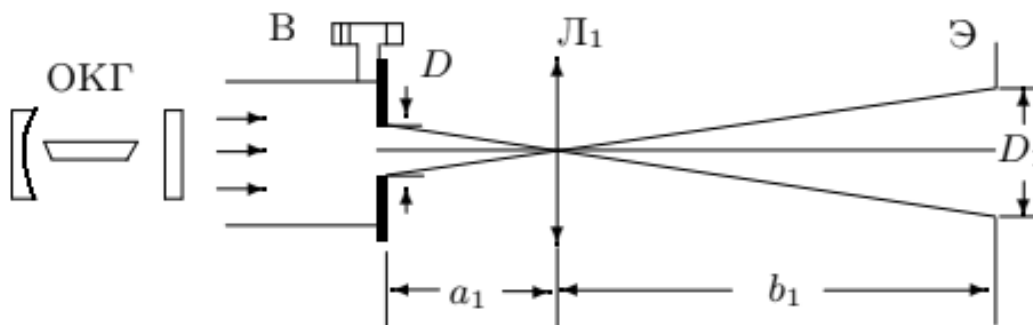


Рис. 1: Схема лабораторной установки для определения ширины щели

Увеличенное изображение щели с помощью линзы  $L_1$  проецируется на экран  $\mathcal{E}$ . Величина изображения  $D_1$  зависит от расстояний от линзы до предмета —  $a_1$  и до изображения —  $b_1$ , т. е. от увеличения  $\Gamma$  системы:

$$\Gamma = \frac{D_1}{D} = \frac{b_1}{a_1}$$

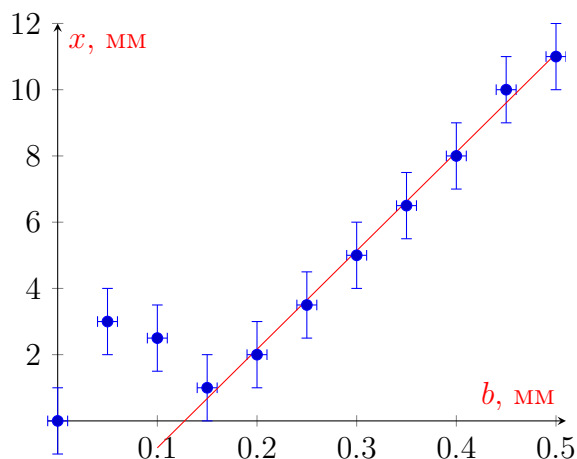
## Измерения

1. Соберем схему с Рис. 1, используя короткофокусную линзу  $F_3 = 3.8$  см.
2. Определим начало открытия щели:  $pos_0 = 0.50$  мм
3. Меняя ширину щели от 50 до 500 мкм (5–50 делений от нового нуля), снимем зависимость размера изображения  $D1$  от ширины щели  $b$  и занесем результаты в Таблицу 2. Построим график этой зависимости и по нему найдем увеличение  $\Gamma_{graph} = 30 \pm 6$  и точный момент открытия щели  $b_I = 0.62$  мм

$b$ , мм	$x$ , мм
0	0
0.05	3
0.1	2.5
0.15	1
0.2	2
0.25	3.5
0.3	5
0.35	6.5
0.4	8
0.45	10
0.5	11

Таблица 1: Ширина щели и размер изображения

Зависимость размера изображения от ширины щели



4. Измерим расстояния  $a_1 = 56 \pm 3$  мм и  $b_1 = 119 \pm 1$  см. По ним вычислим  $\Gamma_{lens} = 21.3 \pm 1.2$

## Определение ширины щели по её спектру

### Экспериментальная установка

Убрав линзу, можно наблюдать на экране спектр щели (рис. 2)

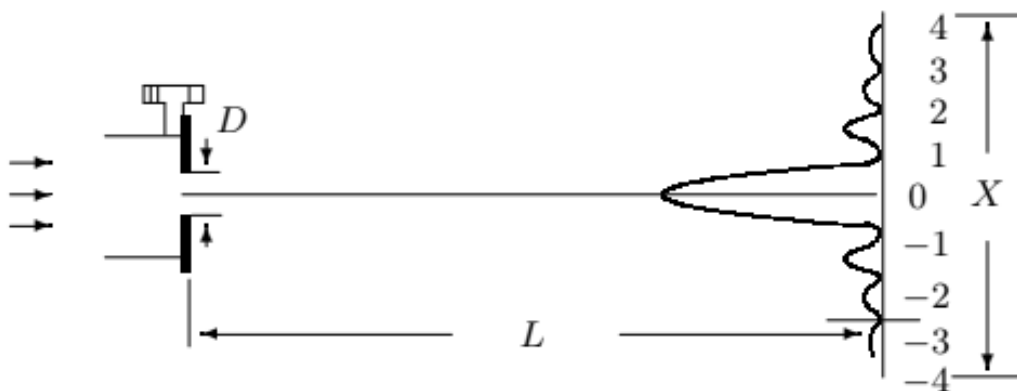


Рис. 2: Спектр щели

## Измерения

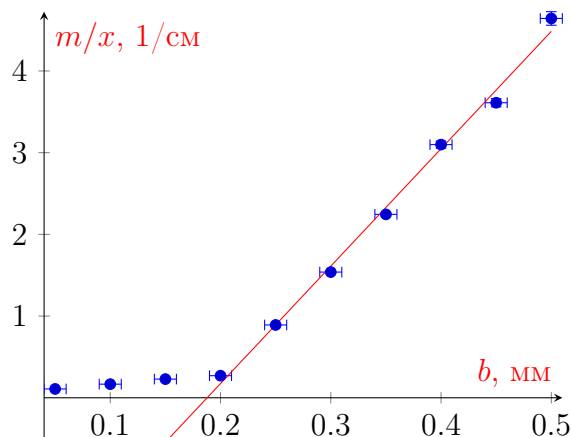
1. Получим на удалённом экране спектр щели (рис. 2). Меняя ширину щели проследим за изменением спектра на экране и оценим интервал, для которого можно наблюдать и измерять спектр.
2. Проведем измерения ширины  $m$  минимумов (центральный считается за 2) для диапазона такого диапазона ширины, как в пункте I. Занесем результаты в Таблицу 2. ( $b$  в этой части отмеряется от  $b_0 = 0.42$  мм)

$b$ , мм	$x$ , см	$m$	$m/x$ , 1/см	$\sigma \frac{m}{x}$
0.05	18.5	2	0.108	0.006
0.1	12	2	0.167	0.008
0.15	17.5	4	0.23	0.006
0.2	14.8	4	0.27	0.007
0.25	10.1	9	0.89	0.01
0.3	7.8	12	1.53	0.013
0.35	9.8	22	2.2	0.010
0.4	7.1	22	3.1	0.014
0.45	7.2	26	3.6	0.014
0.5	5.6	26	4.6	0.018

Таблица 2: Ширина щели и размер дифракционной картины

Опять наблюдаем неточность в определении момента открытия щели. По графику найдем точный момент открытия щели  $b_{II} = 0.61$  и угловой коэффициент  $k = 1.4$   $1/\text{мм}^2 \approx \frac{1}{\lambda L} = 1.26$   $1/\text{мм}^2$ , измерив  $L = 125$  см.

Зависимость дифракции от ширины щели



## Определение периода решёток

1. Поставим кассету с двумерными решётками (сетками) вплотную к выходному окну лазера. Для каждой сетки измерим расстояние  $X$  между  $m$ -ми пиками и отметим  $m$  — количество пиков. Рассчитаем расстояния  $\Delta X$  между соседними максимумами и определим период каждой решётки  $d_{=f(\Delta X)}$ , используя соотношения:

$$\Delta X = \frac{X}{m} = \frac{\lambda}{d_c} L$$

Результаты занесем в Таблицу 3.

2. Далее линзу  $L_2$  с максимальным фокусом ( $F_2 = 11$  см) поставим на расстоянии  $\simeq F_2$  от кассеты. В плоскости  $\Phi$  линза  $L_2$  даёт Фурье-образ - сетки её спектр, а короткофокусная линза  $L_3$  ( $F_3 = 2,5$  см) создаёт на экране увеличенное изображение этого спектра (Рис 3). Измерим  $X$  и  $m$  для всех сеток, где это возможно. Так как экран достаточно удалён ( $b_3 \gg a_3$ ), то практически  $a_3 = F_3$ , и расстояние между линзами  $\simeq F_2 + F_3$ .
3. Зная увеличение линзы 3 ( $\Gamma_3 = b_3/a_3$ ), можно рассчитать расстояние между максимумами  $\Delta x$  в плоскости  $\Phi$ , а затем период сетки  $d$  :

$$\Delta x = \frac{\Delta X}{\Gamma_3} = \frac{\lambda}{d_i} F_2$$

Занесем данные в таблицу 4:

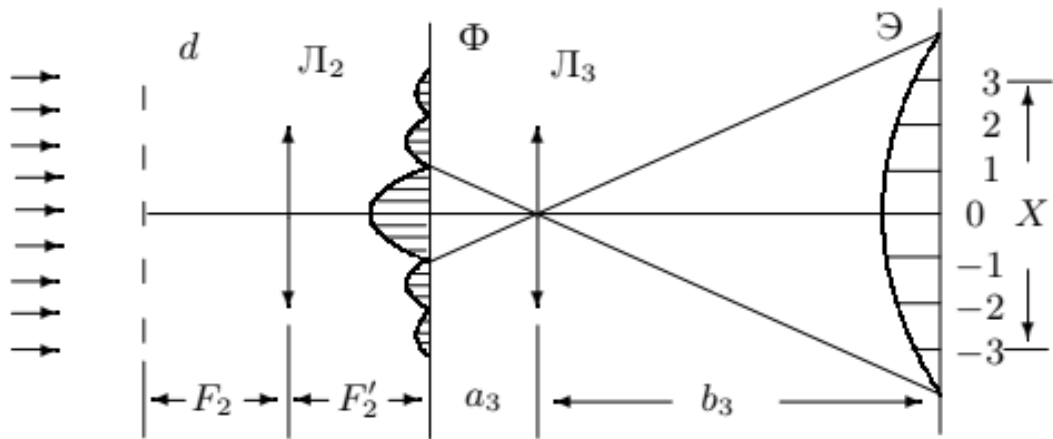


Рис. 3: Схема лабораторной установки для наблюдения увеличенной дифракции на решетках

n	X, см	m	$\Delta X$ , мм	$d_c$ , мкм
1	14.5	4	36.3	21.8
2	14.7	6	24.5	32.3
3	14.5	12	12.1	65.5
4	12.0	20	6.00	132
5	12.5	24	4.79	165

Таблица 3: Дифракция без линз

n	X, см	m	$\Delta X$ , см	$d_l$ , мкм
1	28.7	2	14.4	21.2
2	19.3	2	9.65	31.6
3	19.3	4	4.83	62.9
4	19.3	8	2.41	126
5	18.3	10	1.83	166

Таблица 4: Дифракция с линзами

Погрешность получившихся значений можно оценить как

$$\sigma d_l \approx \sqrt{\left(\frac{\Delta F_2}{F_2}\right)^2 + \left(\frac{\Delta X}{X}\right)^2 + \left(\frac{\Delta L}{L}\right)^2} \approx 1\%$$

## Пространственное преобразование спектров

1. Снова поставим тубус со щелью к окну лазера (рис. 4) и найдем на Экране резкое изображение щели с помощью линзы  $L_2$  ( $F_2 = 11$  см). В фокальной плоскости  $\Phi$  линзы  $L_2$  поставим кассету с сетками, которые будут «рассекать» Фурье-образ щели - осуществлять пространственную фильтрацию. Подберем такую ширину входной щели  $D$ , чтобы на экране можно было наблюдать мультиплицированное изображение для всех сеток. Чем уже щель, тем шире её Фурье-образ и тем легче рассеять его сетками.

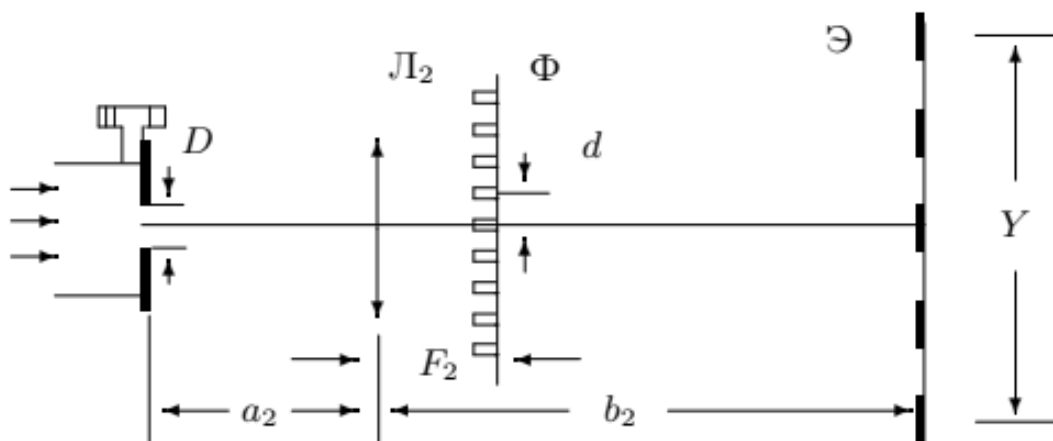


Рис. 4: Схема лабораторной установки рассеяния Фурье-образа

- Снимем зависимость  $Y$  (расстояние между удалёнными изображениями щели и  $k$  (число промежутков между изображениями) от  $n$  (номер сетки) для фиксированной ширины входной щели. Данные занесем в Таблицу 5.

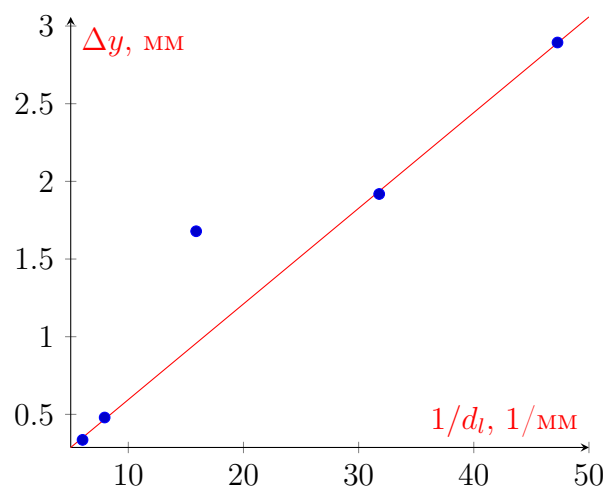
Запишем величину  $D = ???$ . Измерим расстояния  $a_2 = 11.8$  см и  $b_2 = 123$  см для расчёта увеличения  $\Gamma_2$ . Рассчитаем периоды  $\Delta y$  «фиктивных» решёток, которые дали бы такую же периодичность на экране:  $\Delta y = \Delta Y / \Gamma_2$ , где  $\Delta Y = Y / K$ .

Построим график  $\Delta y = f(1/d_c)$ , где  $d_c$  – периоды решёток, определённые по спектру:

Зависимость  $\Delta y(1/d_l)$

n	k	Y, см	$\Delta y$ , мм	$1/d_l$ , 1/мм
1	6	18.1	2.89	47.2
2	8	16.0	1.92	31.6
3	8	14.0	1.68	15.9
4	20	10.0	0.48	7.93
5	20	7.0	0.34	6.02

Таблица 5: Рассечение Фурье образа



Зависимость должна быть линейной, поскольку

$$\frac{\lambda}{\Delta y} F_2 = d_c$$

## 1 Вывод

Мы пронаблюдали эффекты Фурье оптики такие как дифракция, рассеяние изображения и фильтрация Фурье-компонент изображения. Полученные нами результаты согласуются друг с другом:

- Двумя способами точно измерен момент открывания щели: 0.62 мм для метода геометрической оптики и 0.61 мм для дифракционного метода.

2. Двумя способами измерены периоды решеток:

$n$	1	2	3	4	5
$d_c$ , мкм	21.8	32.3	65.5	132	165
$d_l$ , мкм	21.2	31.6	62.9	126	166

3. Для фильтрации Фурье-образов отношения ширины щели при прямой фильтрации и под углом 45 deg получено отношение  $\frac{0.26\text{мм}}{0.18\text{мм}} = 1.44 \approx \sqrt{2}$ , как и предсказывает теория