

Измерение удельного заряда электрона методом магнетрона

Цель работы:

Определение отношения заряда электрона к его массе методом магнетрона.

Оборудование:

Электронная лампа с цилиндрическим анодом; универсальный стабилизированный источник постоянного и переменного напряжений; соленоид; миллиамперметр; амперметр и вольтметр постоянного тока.

Экспериментальная установка:

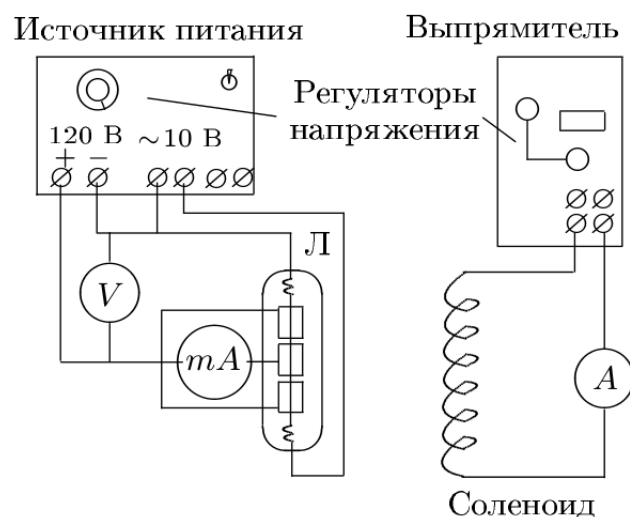


Рис. 1: Схема установки

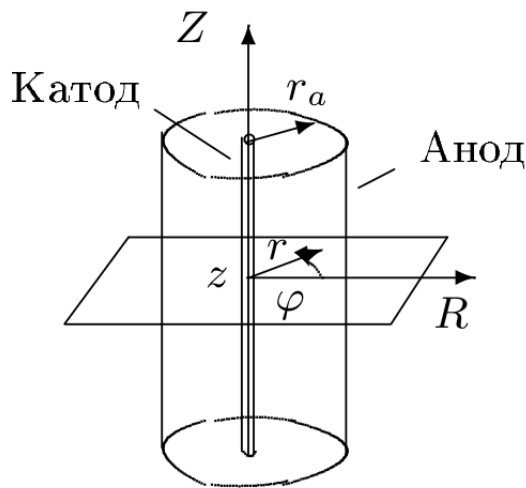


Рис. 2: Схема устройства двухэлектродной лампы

Теоретическая часть:

В так называемом методе магнетрона отношение e/m измеряется на основе исследования движения электрона в скрещенных электрическом и магнитном полях, перпендикулярных друг другу. Название метода связано с тем, что такая конфигурация электрического и магнитного полей реализуется в магнетронах — генераторах электромагнитных колебаний сверхвысоких частот.

Для уяснения идеи метода магнетрона, рассмотрим вначале движение заряда в «плоском магнетроне» который можно представить себе в виде плоского конденсатора, помещённого в магнитное поле так, что $\mathbf{E} \perp \mathbf{B}$. При этом отрицательная пластина конденсатора играет роль катода, положительная соответственно анода. Если бы магнитного поля не было, то все электроны, вылетевшие без начальной из катода такого плоского диода, попадали бы на анод. При наличии магнитного поля траектории электронов искривляются, вследствие чего при достаточно большом магнитном поле ни один электрон не достигнет анода. Для заданного напряжения между катодом и анодом существует некоторое критическое значение магнитной индукции $B_{кр}$, при котором траектории касаются поверхности анода. Если $B < B_{кр}$, то все электроны достигают анода и ток через магнетрон имеет то же значение, что и без магнитного поля. Если же $B > B_{кр}$, то электроны не достигают анода и ток через лампу равен нулю.

Рассчитаем это критическое значение индукции магнитного поля. Уравнения движения электрона в нашем случае имеет вид

$$m \frac{dv_x}{dt} = ev_y B,$$

$$m \frac{dv_y}{dt} = eE - ev_x B$$

при начальных условиях $x(0) = y(0) = 0, v_x(0) = v_y(0) = 0$. Непосредственной подстановкой несложно убедиться в том, что решением системы дифференциальных уравнений с заданными начальными условиями является уравнение циклоиды (в параметрической форме):

$$x = vt - R \sin \omega t, \quad y = R(1 - \cos \omega t),$$

где $v = \frac{E}{B}, R = \frac{v}{\omega} = \frac{Em}{eB^2}$.

Касание анода происходит при $2R = d$ (d — расстояние между анодом и катодом). Этому значению соответствует критическое поле

$$B_{\text{кр}} = \frac{\sqrt{2V}}{d\sqrt{e/m}}.$$

Из последней формулы находим удельный заряд:

$$\frac{e}{m} = \frac{2V}{d^2 B_{\text{кр}}^2}.$$

Эта формула позволяет вычислить e/m , если при заданном значении напряжения на аноде V найти такое значение магнитного поля, при превышении которого ток в магнитроне отсутствует.

В настоящей работе отношение e/m для электрона определяется с помощью метода, получившего название «метод магнетрона». Это название связано с тем, что применяемая в работе конфигурация электрического и магнитного полей напоминает конфигурацию полей в магнетронах — генераторах электромагнитных колебаний сверхвысоких частот.

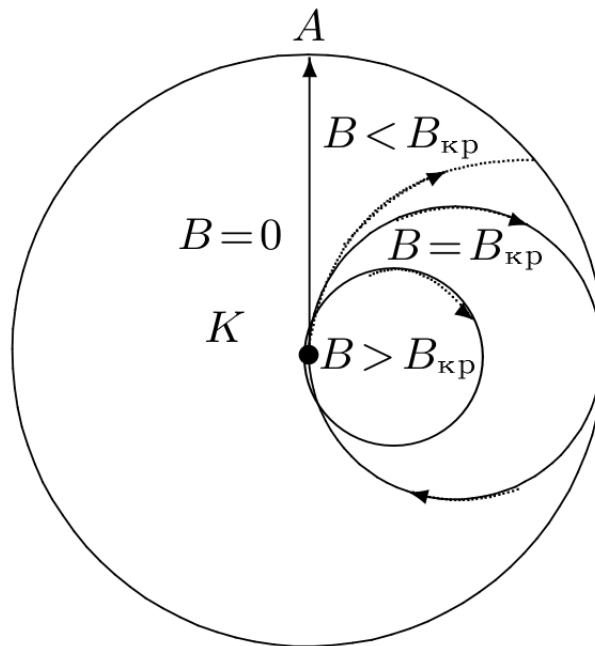


Рис. 3: Траектории электронов, вылетающих из катода, при разных значениях индукции магнитного поля

Движение электронов в этом случае происходит в кольцевом пространстве, заключённом между катодом и анодом двухэлектродной электронной лампы. Нить накала лампы (катод) располагается вдоль оси цилиндрического анода, так что электрическое поле между катодом и анодом имеет радиальное направление. Лампа помещается внутри соленоида, создающего магнитное поле, параллельное оси лампы. Рассмотрим траектории электронов, вылетевших из катода, более подробно. Пусть потенциал анода равен V_a . В отсутствие магнитного поля электрон движется прямолинейно по радиусу. При слабом поле траектории несколько искривляются, но электроны всё же попадают на анод. При некотором критическом значении индукции магнитного поля $B_{кр}$ траектории искривляются настолько, что касаются анода. Наконец, при $B > B_{кр}$ электроны вовсе не попадают на анод и возвращаются к катоду. Величину $B_{кр}$ нетрудно найти по формуле, приведённой выше, заметив, что в этом случае радиальная скорость электрона \dot{r} при $r = r_a$ (при радиусе анода) обращается в нуль:

$$V_a = \frac{eB_{кр}^2 r_a^2}{8m}.$$

Преобразуя это выражение, найдём

$$\frac{e}{m} = \frac{8V_a}{B_{\text{кр}}^2 r_a^2}.$$

Эта формула позволяет вычислять e/m , если при заданном V_a найдено значение магнитного поля (или, наоборот, при заданном B такое значение V_a), при котором электроны перестают попадать на анод.

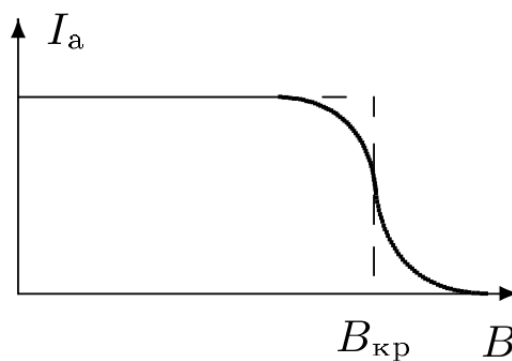


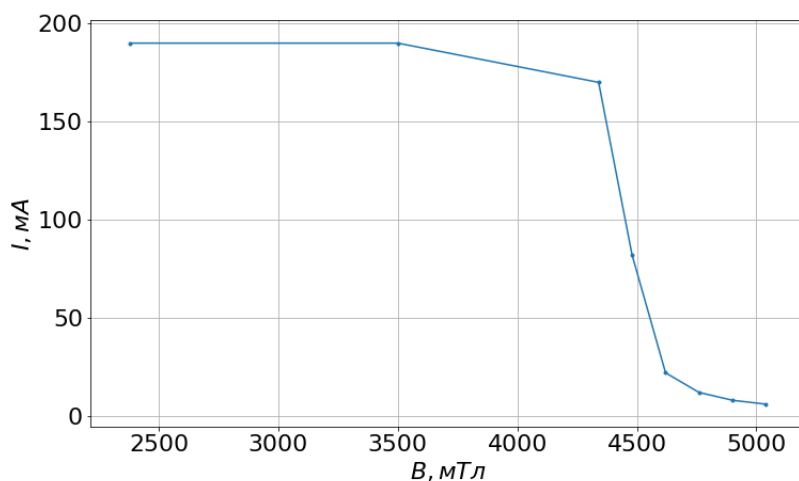
Рис. 4: Зависимость анодного тока от индукции магнитного поля в соленоиде

До сих пор мы рассматривали идеальный случай, когда при $B < B_{\text{кр}}$ все электроны без исключения попадают на анод, а при $B > B_{\text{кр}}$ все они возвращаются на катод, не достигнув анода. Анодный ток I_a с увеличением магнитного поля изменялся бы при этом так, как это изображено на рисунке выше пунктирной линией. В реальных условиях невозможно обеспечить полную коаксиальность анода и катода, вектор индукции магнитного поля всегда несколько наклонён по отношению к катоду, магнитное поле не вполне однородно и так далее. Все эти причины приводят к сглаживанию кривой на рисунке выше и она приобретает вид сплошной линии. В хорошо собранной установке перелом функции $I_a = f(B)$ остаётся, однако, достаточно резким и с успехом может быть использован для измерения e/m .

Обработка результатов измерений

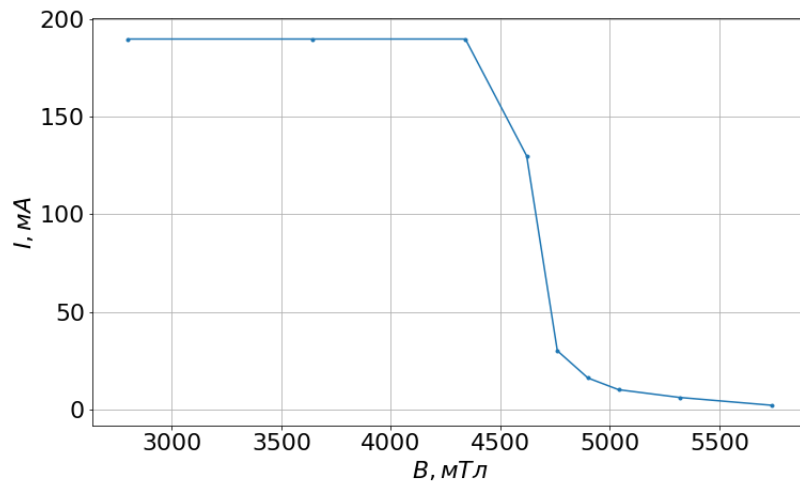
Снимем зависимость анодного тока от тока, протекающего через соленоид, при различных напряжениях на аноде лампы, построим графики для каждого напряжения на аноде и по результатам измерений рассчитаем удельный заряд электрона:

I_m , дел	17	25	31	32	33	34	35	36
I_a , дел	95	95	85	41	11	6	4	3
B , мТл	2380	3500	4340	4480	4620	4760	4900	5040
I_a , мА	190	190	170	82	22	12	8	6

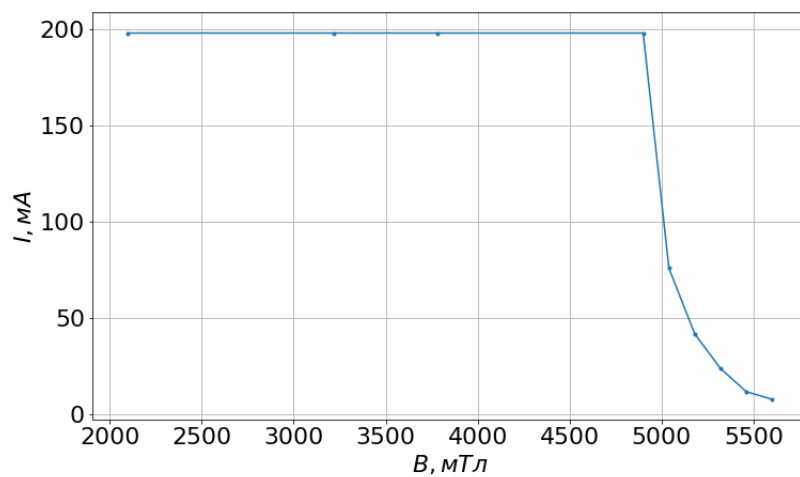
Таблица 1: $V = 70$ ВРис. 5: Зависимость I_a от B при $V = 70$ В

I_m , дел	20	26	31	33	34	35	36	38	41
I_a , дел	95	95	95	65	15	8	5	3	1
B , мТл	2800	3640	4340	4620	4760	4900	5040	5320	5740
I_a , мА	190	190	190	130	30	16	10	6	2

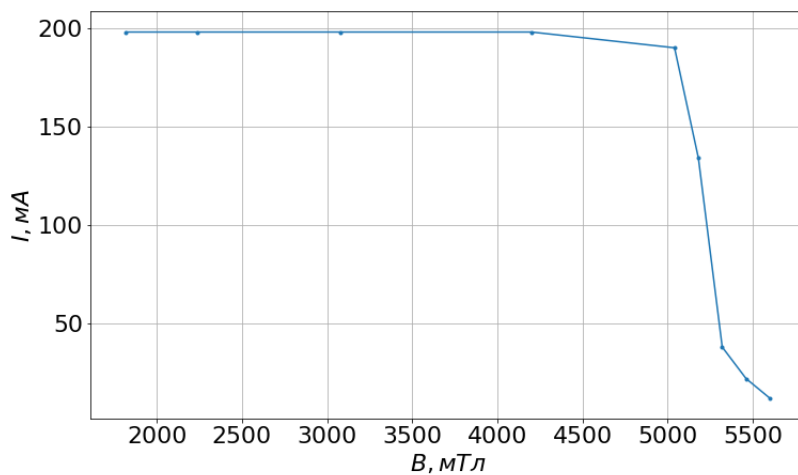
Таблица 2: $V = 80$ В

Рис. 6: Зависимость I_a от B при $V = 80$ В

I_m , дел	15	23	27	35	36	37	38	39	40
I_a , дел	99	99	99	99	38	21	12	6	4
B , мТл	2100	3220	3780	4900	5040	5180	5320	5460	5600
I_a , мА	198	198	198	198	76	42	24	12	8

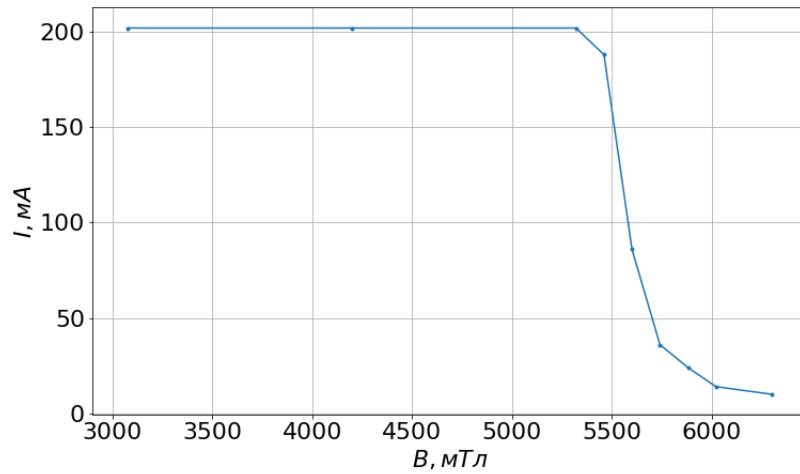
Таблица 3: $V = 90$ ВРис. 7: Зависимость I_a от B при $V = 90$ В

I_m , дел	13	16	22	30	36	37	38	39	40
I_a , дел	99	99	99	99	95	67	19	11	6
B , мТл	1820	2240	3080	4200	5040	5180	5320	5460	5600
I_a , мА	198	198	198	198	190	134	38	22	12

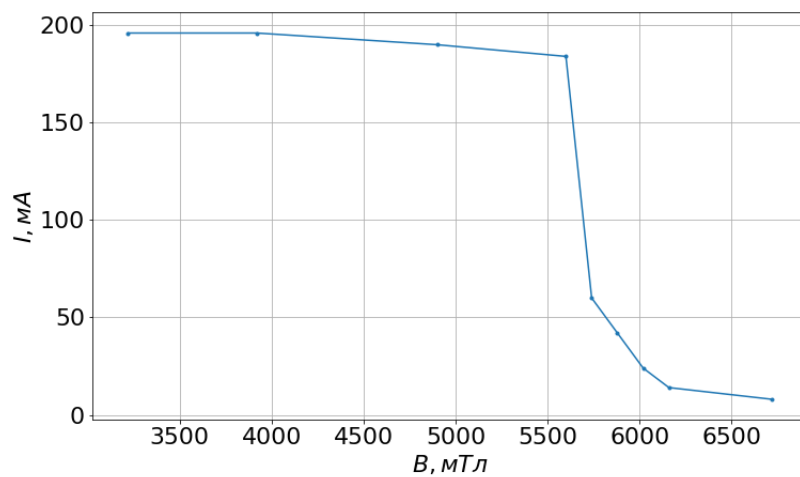
Таблица 4: $V = 100$ ВРис. 8: Зависимость I_a от B при $V = 100$ В

I_m , дел	22	30	38	39	40	41	42	43	45
I_a , дел	101	101	101	94	43	18	12	7	5
B , мТл	3080	4200	5320	5460	5600	5740	5880	6020	6300
I_a , мА	202	202	202	188	86	36	24	14	10

Таблица 5: $V = 110$ В

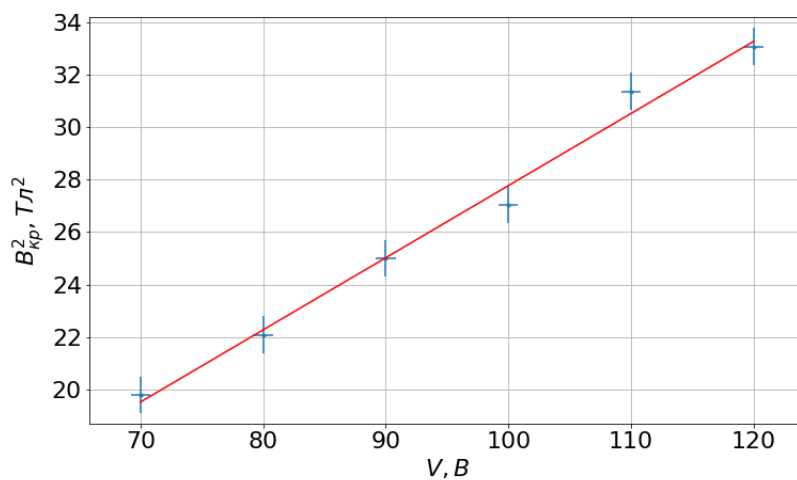
Рис. 9: Зависимость I_a от B при $V = 110 \text{ В}$

I_m , дел	23	28	35	40	41	42	43	44	48
I_a , дел	98	98	95	92	30	21	12	7	4
B , мТл	3220	3920	4900	5600	5740	5880	6020	6160	6720
I_a , мА	196	196	190	184	60	42	24	14	8

Таблица 6: $V = 120 \text{ В}$ Рис. 10: Зависимость I_a от B при $V = 120 \text{ В}$

Построим график зависимости $B_{кр}^2$ от V и по углу коэффициента наклона графика определим удельный заряд электрона:

$V, В$	70	80	90	100	110	120
$B_{кр}, мТл$	4450	4700	5000	5200	5600	5750

Таблица 7: Значения $B_{кр}$ и V Рис. 11: Зависимость $B_{кр}^2$ от V

Угловой коэффициент графика $k = 0.275$. Отсюда находим

$$\frac{e}{m} = (1.8 \pm 0.2) \cdot 10^{11} \frac{\text{Кл}}{\text{кг}}$$

Вывод

Полученный экспериментальным путём относительный заряд электрона $e/m = (1.8 \pm 0.2) \cdot 10^{11} \frac{\text{Кл}}{\text{кг}}$ с хорошей точностью совпадает с табличным $e/m = 1.7 \cdot 10^{11} \frac{\text{Кл}}{\text{кг}}$, что показывает правильность наших теоретических выкладок.