

Лабораторная работа №2.1.3
Определение C_p/C_v по скорости звука в
газе

Гёлецын А.Г.

22 июля 2022 г.

1 Цель работы

Определение показателя адиабаты с помощью уравнения состояния идеального газа.

2 Теория

Скорость распространения звука в идеальных газах определяется формулой

$$c = \sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu}}$$

где R - газовая постоянная, T - температура газа, μ - его молярная масса.

Преобразуя формулу найдем

$$\gamma = \frac{\mu}{RT} c^2 \quad (1)$$

Как видим, чтобы найти показатель адиабаты надо измерить скорость звука в идеальном при разных температурах. Для измерения скорости звука воспользуемся установкой, изображенной на рис. 1

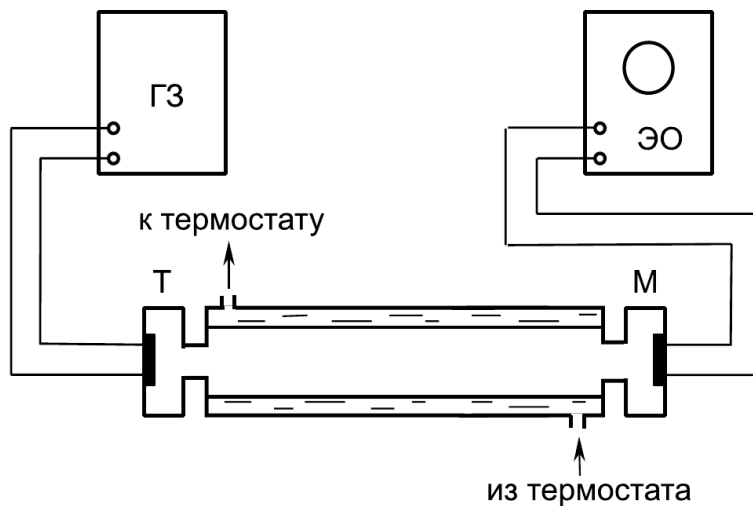


Рис. 1: Схема установки

Термостат обеспечивает постоянную температуру газа внутри трубы во время опыта. Подстраивая частоту генератора звука добьемся максимума амплитуды сигнала на осциллографе. Эти максимумы соответствуют гармоникам трубы, т.е. тем ситуациям, когда на длину трубы приходится целое число полуволин звука. Если обозначить длины трубы и волны L и λ соответственно, то гармоникам соответствуют длины волны

$$\lambda_n = \frac{2L}{n}$$

Используя соотношение $c = \lambda\nu$

$$c = 2L \frac{\nu_n}{n} \quad (2)$$

3 Ход работы

Согласно теории проведем измерения частот первых пяти гармоник в прямом и обратном направлениях. Устанавливаем на термостате нужную температуру (в измерениях при комнатной температуре термостат был выключен) и ждем несколько минут чтобы минимизировать различие между температурами газа в трубе и воды в термостате. Результаты измерения приведены в таблице ниже.

T, K	296K	303.3K	313.2K	323.2K
$\nu_1, Гц$	256	272	275	264
$\nu_2, Гц$	497	503	510	517
$\nu_3, Гц$	742	751	765	771
$\nu_4, Гц$	986	1000	1016	1030
$\nu_5, Гц$	1231	1254	1266	1291
$\nu_4, Гц$	993	1000	1013	1029
$\nu_3, Гц$	746	746	760	772
$\nu_2, Гц$	495	502	510	519
$\nu_1, Гц$	263	276	273	264

Таблица 1: Данные измерений

Для нашей установки $L = (700 \pm 1) \text{ мм}$. Погрешность округления частот равна $\Delta\nu_{\text{ок}} = 1 \text{ Гц}$. Точность нахождения пика резонанса зависит не только от точности измерения самой частоты, а так же от самой ширины пика. При маленькой добротности пик резонансной кривой широкий, и

найти точно середину бывает сложно. При слишком больших добротностях пик слишком узкий, и поймать его с помощью грубой настройки частоты не получается. Собственно поэтому и измерения заканчиваются на пятой гармонике. Исследуя ширины разных пиков можно оценить случайные ошибки резонансных частот для разных гармоник (см. таблицу ниже).

№ гармоники	1	2	3	4	5
$\Delta\nu_{\text{случ}}, \text{Гц}$	5	3	3	3	3

Таблица 2: Случайные ошибки резонансных частот разных гармоник

Чтобы найти скорость звука при данной температуре построим график зависимости $2L\nu_n(n)$. Тогда, если аппроксимировать наши данные линией, то угловой коэффициент будет скорости звука. Для каждой температуры построим соответствующий график и сделаем аппроксимацию. Метрикой для минимизации был выбран χ^2 , которая для точек с координатами (x_i, y_i) и ошибками $\Delta x_i \approx 0, \Delta y_i$ равна

$$\chi^2(\theta) = \sum_i \left(\frac{y_i - f(x_i|\theta)}{\Delta y_i} \right)^2 \quad (3)$$

Где f это функция аппроксимации зависающая от параметров θ . Предпочтение было отдано данному в попытке учесть различие ошибок резонансных частот.

В нашем случае $x = n, y = 2L\nu_n$ а ошибки y вычисляются по формуле

$$\Delta y_i = y_i \sqrt{\left(\frac{\Delta\nu_{\text{случ}}^2 + \Delta\nu_{\text{ок}}^2}{\nu_n^2} \right) + \left(\frac{\Delta L}{L} \right)^2} \quad (4)$$

Сделав соответствующие расчеты получаем

T, K	296K	303.3K	313.2K	323.2K
$c, \text{мс}^{-1}$	342.4	346.0	350.1	359.1
$\Delta c, \text{мс}^{-1}$	0.9	0.9	0.9	0.9

Таблица 3: Скорости звука при различных температурах

T, K	296K	303.3K	313.2K	323.2K
γ	1.38	1.38	1.36	1.39

Таблица 4: Показатели адиабаты при разных температурах

Теперь имея все эти данные посчитаем показатели адиабаты для разных температур по формуле (1), используя значение $\mu/R = 0.0034843 \text{K м}^{-2} \text{с}^2$

Посчитав среднее и среднеквадратичное отклонение получим

$$\gamma = 1.38 \pm 0.01 \quad (5)$$

4 Заключение

Полученная нами величина довольно близка к ожидаемому значению 1.4, хоть и немного заниженная. Различие могло возникнуть из-за наличия в воздухе одноатомных и многоатомных газов.

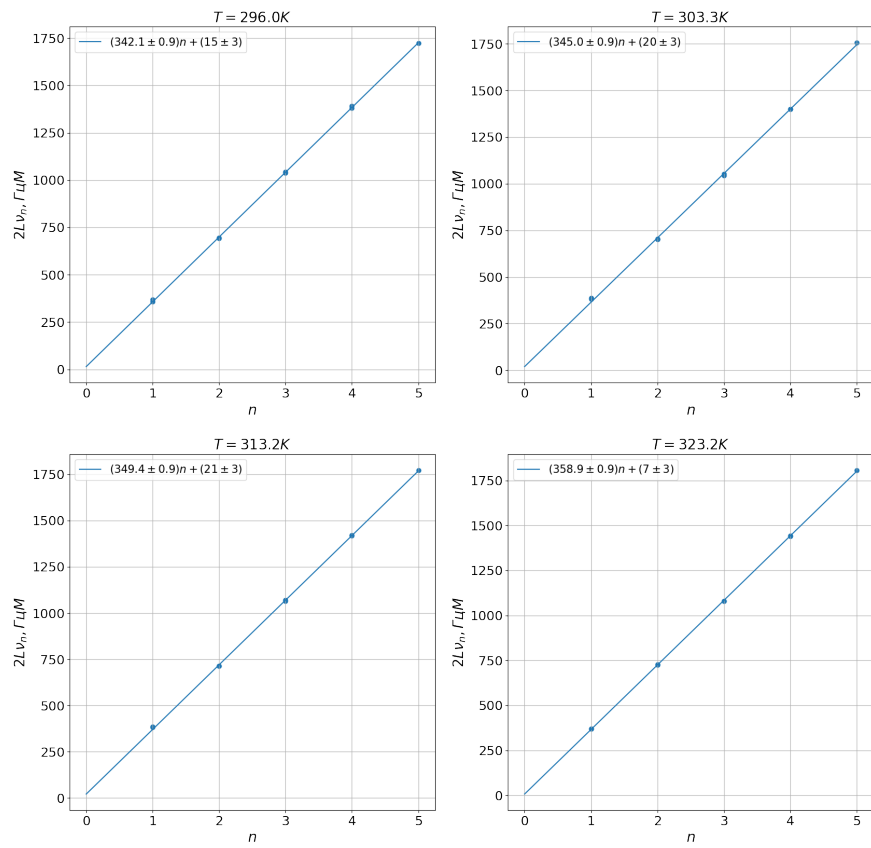


Рис. 2: Графики зависимостей $2L\nu_n(n)$ при разных T