

**Лабораторная работа №3.4.1**  
**Диа- и парамагнетики**  
**Джокер Бэтмен, Б02-000, 12.09.2021**

## **Введение**

**Цель работы:** измерение магнитной восприимчивости диа- и парамагнитных образцов.

**В работе используются:** электромагнит, аналитические весы, милливеберметр, регулируемый источник постоянного тока, образцы.

## **Теоретическая справка**

Магнитная восприимчивость тел может быть определена по измерению сил, действующих на тела в магнитном поле. Одним из классических методов таких измерений является т.н. *метод Гюи*. В нём используется длинный тонкий стержень, один из концов которого помещают в зазор электромагнита (обычно в область однородного поля), а другой конец – вне зазора, где величиной магнитного поля можно пренебречь. В этом случае закон изменения поля – от максимального до нулевого – будет несущественен.

Найдём выражение для силы, действующей со стороны магнитного поля на помещённый в зазор электромагнита цилиндрический стержень. Пусть площадь его сечения равна  $S$ , его магнитная проницаемость –  $\mu$ , поле в зазоре –  $B_0$ , а глубина, на которую стержень помещён в зазор, –  $x$ . Так как ток  $I$  через электромагнит остаётся постоянным, то сила, действующая на стержень со стороны магнитного поля, равна производной магнитной энергии системы по координате, взятой с противоположным знаком:

$$F_M = \left( \frac{\partial W_M}{\partial x} \right)_I,$$

где  $W_M(x)$  – магнитная энергия системы при  $I = \text{const}$  (то есть при  $B_0 = \text{const}$ ) в зависимости от глубины погружения стержня  $x$ .

Объёмную плотность магнитной энергии можно найти по формуле:

$$W_M = \frac{1}{2\mu_0} \int \frac{B^2}{\mu} dV,$$

где интеграл берётся по всему пространству.

Найдём теперь распределение магнитного поля в цилиндре. Рассмотрим сначала бесконечный стержень с проницаемостью  $\mu$ , помещённый в перпендикулярное ему однородное поле  $B_0 = \mu_0 H_0$ , и найдём поле  $B_{\text{ст}}$  внутри него. В силу малости магнитной восприимчивости исследуемых образцов можно воспользоваться непрерывностью касательной компоненты  $H$  и считать, что внутри стержня  $H_{\text{ст}} = H_0$ , потому  $B_{\text{ст}} = \mu B_0$ . Тогда систему из стержня в зазоре электромагнита можно условно разбить на три части – вне электромагнита (I), в погружённой части стержня (II) и в электромагните вдали от стержня (III). В области I поле мало ( $B_1 \approx 0$ ), поэтому его вкладом в энергию можно пренебречь. В области II поле приближённо равно  $B_2 \approx \mu B_0$ , а в области III –  $B_3 \approx B_0$ .

При смещении цилиндра вглубь электромагнита на  $dx$  область II увеличивается в объёме на  $dV_2 = Sdx$ , а область III уменьшается на  $dV_3 = -Sdx$ . Распределение поля в пограничных участках между областями при этом почти не меняется. Тогда изменение магнитной энергии при таком смещении равно:

$$dW_M(dx) \approx \frac{B_2^2}{2\mu\mu_0} Sdx - \frac{B_2^2}{2\mu_0} Sdx = (\mu - 1) \frac{B_0^2}{2\mu_0} Sdx.$$

Следовательно, искомая сила равна:

$$F_M = \left( \frac{\partial W_M}{\partial x} \right)_{B_0} \approx \chi \frac{B_0^2}{2\mu_0} S.$$

Знак силы зависит от знака восприимчивости  $\chi = \mu - 1$ : парамагнетики ( $\chi > 0$ ) *втягиваются* в зазор электромагнита, а диамагнетики ( $\chi < 0$ ) *выталкиваются* из него. Таким образом, измерив силу, действующую на образец в магнитном поле  $B_0$ , можно рассчитать его магнитную восприимчивость.

## Экспериментальная установка

Схема установки показана на рисунке 1. Магнитное поле с максимальной индукцией  $\approx 1$  Тл создаётся в зазоре электромагнита, питаемого постоянным током. Диаметр его полюсов существенно превосходит ширину зазора, поэтому поле в его средней части достаточно однородно. Величина тока, проходящего через обмотки электромагнита, задаётся регулируемым источником постоянного тока.

Градуировка электромагнита (связь между индукцией магнитного поля  $B$  в зазоре и силой тока  $I$  в обмотках) производится при помощи

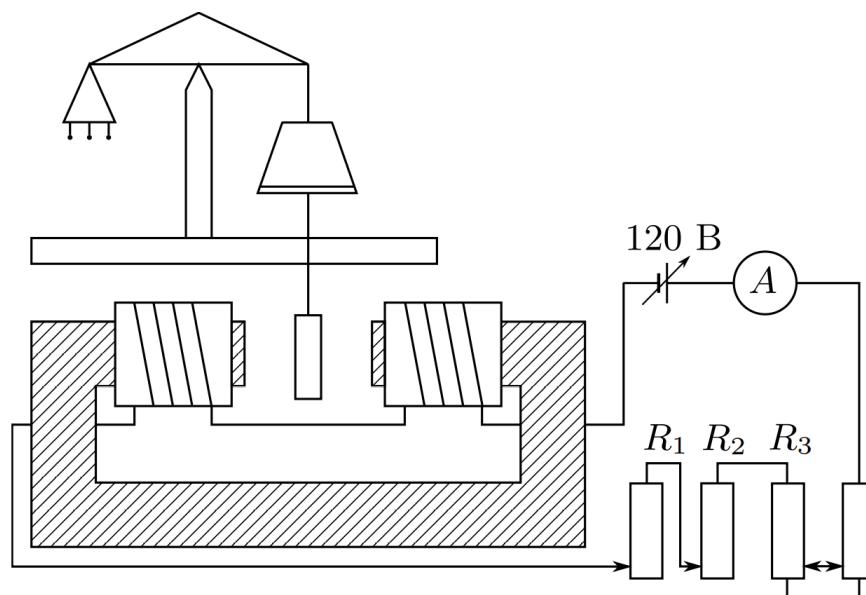


Рис. 1 — Схема экспериментальной установки

милливеберметра. При измерениях образцы поочерёдно подвешиваются к аналитическим весам так, что один конец образца оказывается в зазоре электромагнита, а другой – вне его, где индукцией магнитного поля можно пренебречь. При помощи аналитических весов определяется перегрузка  $\Delta P = F$  – сила, действующая на образец со стороны магнитного поля.

Погрешности приборов: милливеберметра – половина цены деления шкалы, т.е.  $\Delta \Phi = 0.05$  мВб, электрических приборов – амперметра и весов –  $0,5\% + 2$  ед. мл. разряда.

## Ход работы

Убедимся, что цепь питания электромагнита работает исправно. Ток  $I$ , протекающий через него, меняется в диапазоне от нуля до  $I_{max} = 3,08$  А (минимальное используемое в работе значение силы тока  $I_{min} = 0,30$  А).

Приступим к калибровке электромагнита. С помощью милливеберметра снимем зависимость магнитного потока  $\Phi$ , пронизывающего проб-

ную катушку, находящуюся в зазоре, от тока  $I$  ( $\Phi = BSN$ , где значение  $SN = 72 \text{ см}^2 = 7,2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$  – произведение площади сечения пробной катушки на число витков в ней – указано на установке (погрешностью его пренебрежём)). Для измерения магнитного потока необходимо сначала поместить пробную катушку в зазор электромагнита и записать показания милливеберметра  $\Phi_1$  при этом. Затем её нужно очень быстро убрать из зазора и записать показания милливеберметра  $\Phi_2$ . Разность  $\Phi_1 - \Phi_2$  и будет определять величину магнитного потока  $\Phi$  через пробную катушку, откуда с лёгкостью можно найти соответствующую величину магнитного поля  $B$ . Проведём измерения при 8 различных значениях тока  $I$ . Все полученные данные занесём в таблицу 1. В дальнейшем будем учитывать также погрешность милливеберметра. При измерении  $\Phi = \Phi_1 - \Phi_2$  погрешность равна  $\sigma_\Phi = \sqrt{\sigma_{\Phi_1}^2 + \sigma_{\Phi_2}^2} = \sqrt{2}\Delta\Phi$ , откуда погрешность определения индукции магнитного поля равна  $\sigma_B = \frac{\sigma_\Phi}{SN} = \frac{\sqrt{2}\Delta\Phi}{SN} \approx 0,01 \text{ Тл}$ . Погрешность измерения тока будет равна  $\sigma_I = 0,005I + 0,02 \text{ А}$ , также внесём её в таблицу.

Таблица 1 – Зависимость индукции магнитного поля  $B$  в зазоре электромагнита от тока  $I$  через обмотки

$I, \text{ А}$	0,30	0,70	1,10	1,50	1,90	2,30	2,70	3,08
$\sigma_I, \text{ А}$	0,02	0,02	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,04
$\Phi_1, \text{ мВб}$	5,5	6,2	7,0	7,8	8,4	9,1	9,6	8,3
$\Phi_2, \text{ мВб}$	4,8	4,5	4,3	4,2	3,9	3,7	3,5	1,6
$\Phi, \text{ мВб}$	0,7	1,7	2,7	3,6	4,5	5,4	6,1	6,7
$B, \text{ Тл}$	0,10	0,24	0,38	0,50	0,63	0,75	0,85	0,93

В работе используются три образца, выполненных из меди (Cu), алюминия (Al) и графита (C). При расчёте магнитной восприимчивости материалов  $\chi$  потребуется диаметр образцов, который указан ниже в таблице 2 (погрешностями этих значений пренебрежём).

Таблица 2 – Диаметр  $d$  образцов, используемых в эксперименте

	Cu	Al	C
$d, \text{ см}$	1,00	1,00	0,67

Приступим теперь к измерению сил, действующих на образцы в магнитном поле. Не включая электромагнит, подвесим к весам один из образцов и обнулим показания весов, нажав на кнопку "TARE". Установим минимальное значение тока через электромагнит и проведём измерение

равновесного значения массы  $\Delta m$ . Повторим эти измерения для ещё 7 значений тока, совпадающих с использованными при калибровке электромагнита, сначала увеличивая значение тока, а затем уменьшая его. Найдём среднее двух измерений и пересчитаем его значения в модуль перегрузки  $|\Delta P|$ . То же сделаем с двумя другими образцами. Занесём результаты в таблицу 3, также занесём в таблицу квадраты соответствующих величин магнитного поля  $B$  и средние значения перегрузок при измерениях на увеличение и уменьшение тока. Используемое при пересчёте перегрузок значение ускорения свободного падения  $g = 9,81 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ . Погрешность определения перегрузки получается непосредственно из погрешности весов с учётом умножения на  $g$  –  $\sigma_{\Delta P} = 0,005 |\Delta P| + 2 \cdot 9,81 \text{ мкН} \approx 0,005 |\Delta P| + 20 \text{ мкН}$  (здесь погрешностью, вызванной усреднением значений, полученных при снятии зависимости на увеличение и уменьшение тока, пренебрежём, считая её малой). Погрешность индукции магнитного поля определяется как  $\sigma_{B^2} = 2B\sigma_B$ . Внесём эти погрешности в таблицу.

Таблица 3 – Зависимость перегрузки  $\Delta P$  от тока  $I$  через обмотки для образцов из меди, алюминия и графита соответственно

$I, \text{ А}$	0,30	0,70	1,10	1,50	1,90	2,30	2,70	3,08
$B^2, \text{ Тл}^2$	0,01	0,06	0,14	0,25	0,39	0,56	0,72	0,87
$\sigma_{B^2}, \text{ Тл}^2$	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,02	0,02
$\Delta m_{Cu}^{\nearrow}, \text{ мг}$	0	-1	-3	-6	-10	-14	-19	-23
$\Delta m_{Cu}^{\searrow}, \text{ мг}$	0	-1	-3	-5	-9	-14	-20	-23
$\Delta \bar{m}_{Cu}, \text{ мг}$	0	-1	-3	-5	-9	-14	-19	-23
$ \Delta P_{Cu} , \text{ мкН}$	0	-10	-29	-54	-93	-137	-191	-225
$\sigma_{\Delta P_{Cu}}, \text{ мкН}$	20	20	20	20	20	20	21	21
$\Delta m_{Al}^{\nearrow}, \text{ мг}$	2	4	10	15	25	34	43	51
$\Delta m_{Al}^{\searrow}, \text{ мг}$	1	4	10	17	26	35	45	51
$\Delta \bar{m}_{Al}, \text{ мг}$	2	4	10	16	26	35	44	51
$ \Delta P_{Al} , \text{ мкН}$	15	39	98	157	250	338	431	500
$\sigma_{\Delta P_{Al}}, \text{ мкН}$	20	20	20	20	21	21	22	22
$\Delta m_C^{\nearrow}, \text{ мг}$	-8	-27	-47	-85	-128	-187	-239	-285
$\Delta m_C^{\searrow}, \text{ мг}$	-12	-28	-53	-89	-133	-185	-231	-285
$\Delta \bar{m}_C, \text{ мг}$	-10	-27	-50	-85	-131	-186	-235	-285
$ \Delta P_C , \text{ мкН}$	98	270	490	853	1279	1823	2303	2793
$\sigma_{\Delta P_C}, \text{ мкН}$	20	21	22	24	26	29	31	34

Пользуясь значениями из таблицы 1, построим теперь градуировочную кривую для электромагнита  $B(I)$ . Результат приведён ниже на гра-

фиге 2.

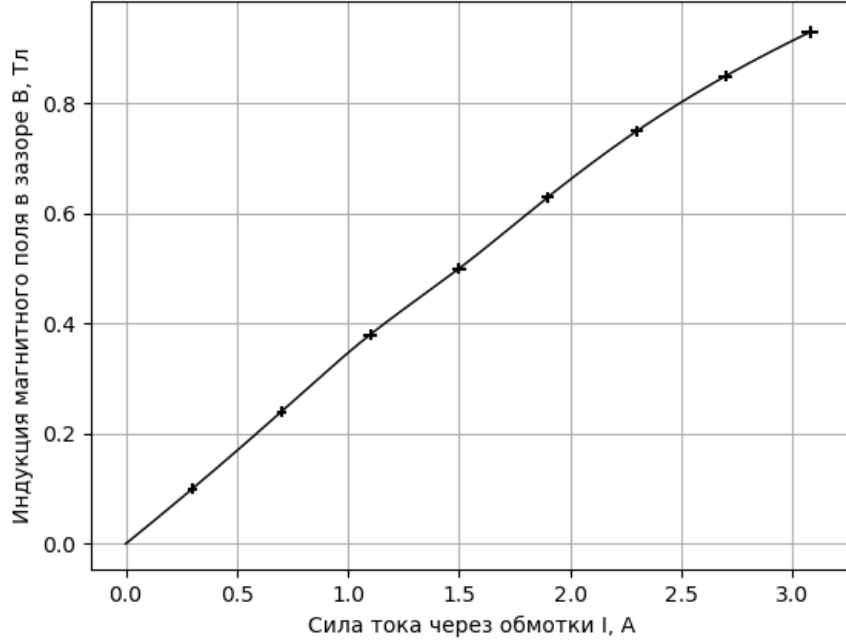


Рис. 2 — Градуировочная кривая  $B(I)$  для электромагнита

Построим на одном графике зависимости  $|\Delta P| (B^2)$  для меди и алюминия, и на отдельном графике – такую же зависимость для графита (делаем так из соображений удобства, потому что в случае графита характерные величины перегрузок оказываются на порядок больше). Построенные графики 3 и 4 приведены ниже.

Найдём наклон прямых  $|\Delta P| (B^2)$  и рассчитаем магнитную восприимчивость соответствующих материалов. Погрешности определения этих величин будем находить как  $\sigma_k = k \sqrt{\left(\frac{\sigma_{B^2}}{\Delta B^2}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\Delta P}}{\Delta(\Delta P)}\right)^2}$ , где  $\Delta B^2$  и  $\Delta(\Delta P)$  – изменения соответствующих величин в процессе измерений (от минимального до максимального). Так можно сделать, потому что характерные погрешности индукции магнитного поля и перегрузок остаются постоянными. Для меди наклон графика равен  $k_{Cu} = (2,67 \pm 0,24) \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{Тл}^2}$ , отсюда магнитную восприимчивость найдём как  $\chi_{Cu} = -\frac{8\mu_0 k_{Cu}}{\pi D_{Cu}^2} = -(6,5 \pm 0,8) \cdot 10^{-6}$  (знак минус совпадает с изначальным знаком перегрузки и соответствует выталкиванию образца из зазора электромагнита). Для алюминия наклон графика равен  $k_{Al} = (5,73 \pm 0,26) \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{Тл}^2}$ , а магнитная восприимчивость –  $\chi_{Al} = (2,14 \pm 0,08) \cdot 10^{-5}$ . Для графита

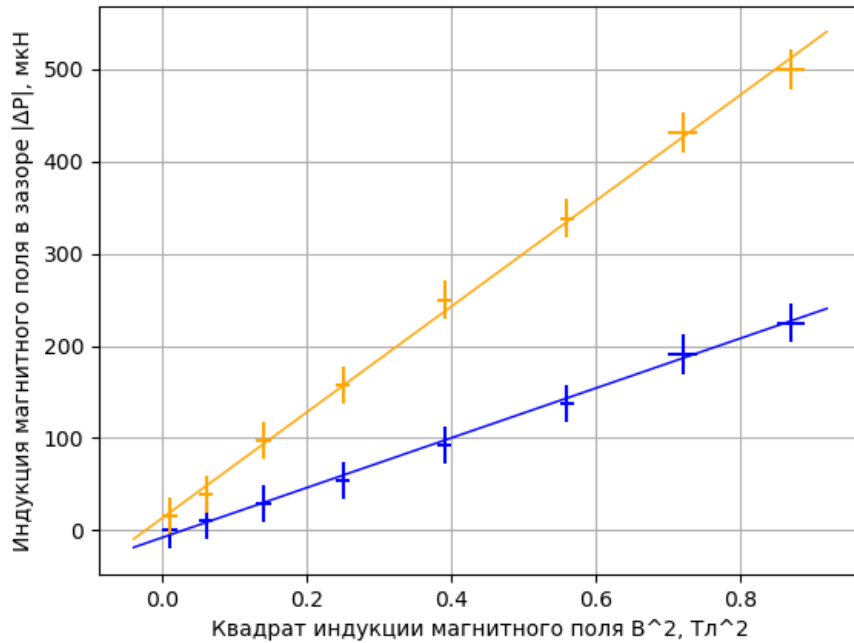


Рис. 3 — График зависимости  $|\Delta P| (B^2)$  для образцов из меди и алюминия (верхняя и нижняя прямые соответственно)

эти же величины равны соответственно  $k_C = (3,12 \pm 0,05) \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{Тл}^2}$  и  $\chi_C = -(2,62 \pm 0,04) \cdot 10^{-4}$ .

Табличные значения магнитной восприимчивости: для меди  $\chi_{Cu0} = -6,4 \cdot 10^{-6}$ , для алюминия  $\chi_{Al0} = 2,2 \cdot 10^{-5}$ , для графита  $\chi_{C0} = -2,6 \cdot 10^{-4}$ . Заметим, что все три полученные в эксперименте значения лежат в пределах  $1 \cdot \sigma$  от табличных, что говорит о корректности и точности измерений.

## Вывод

В работе были проведены измерения магнитной восприимчивости материалов трёх образцов, сделанных из меди, алюминия и графита. Измерения были проведены по методу Гюи, также была проведена калибровка электромагнита при помощи милливеберметра (получена линейная зависимость в широких пределах). Для магнитной восприимчивости получены значения  $\chi_{Cu} = -(6,5 \pm 0,8) \cdot 10^{-6}$ ,  $\chi_{Al} = (2,14 \pm 0,08) \cdot 10^{-5}$  и  $\chi_C = -(2,62 \pm 0,04) \cdot 10^{-4}$ , из чего можно сделать вывод, что медь и гра-

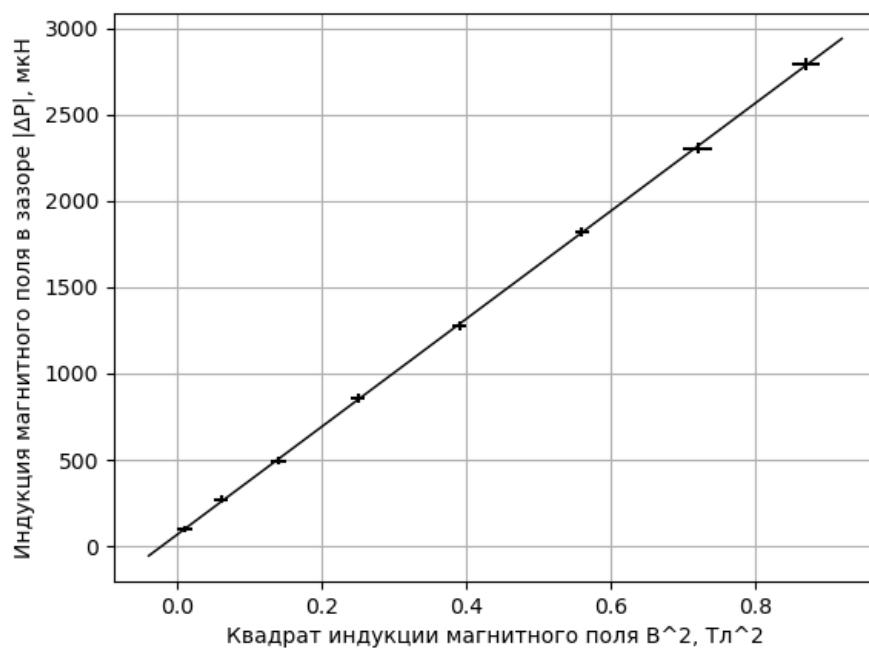


Рис. 4 — График зависимости  $|\Delta P| (B^2)$  для образца из графита

фит являются диа-, а медь – парамагнетиками. Полученные значения лежат в пределах одного стандартного отклонения от табличных, что говорит о хорошем качестве используемых приборов и проведённых измерений. Стоит отметить, что основным источником погрешности являются инструментальная погрешность электронных весов, однако уменьшить её вряд ли получится, потому что измеряемые величины чрезвычайно малы (порядка  $\sim 10^{(-5)}$  кг), к тому же, имеющейся точности вполне достаточно для получения достоверных данных.