

Лабораторная работа 3.2.5. Вынужденные колебания в электрическом контуре.

Иван Сладков

19 февраля 2022 г.

1 Аннотация

В данной работе проводится исследование вынужденных колебаний и процессов их установления под воздействием внешней ЭДС, которая гармонически меняется со временем; а также расчёт добротности контура несколькими способами: через исследование резонансных кривых, процессов установления и затухания колебаний; а также теоретически.

2 Теоретические сведения

Колебания в RLC-контуре представляют собой суперпозицию двух синусоид:

$$I = Be^{-\gamma t} \sin(\omega t - \Theta) + \frac{\mathcal{E}_0 \Omega}{L\rho_0} \sin(\Omega t - \psi), \quad (1)$$

При подключении контура к синусоидальной ЭДС собственные колебания с частотой ω со временем затухают. Однако при совпадении внешней частоты Ω и собственной ω возникает резонанс, при котором амплитуда вынужденных колебаний достигает максимального значения. Зависимость амплитуды установившихся колебаний от внешней частоты называется резонансной кривой.

Для достоверного исследования резонансной кривой необходимо, чтобы импеданс исследуемого участка цепи не зависел от импеданса источника питания даже на резонансе. С этой целью в работе используется параллельный колебательный контур (рис. 1) Зависимость напряжения для конденсатора C $U(\Omega)$ будет практически такой же, как в последовательном контуре при условии, что импедансы возбуждающей и измеряющей цепей существенно больше, чем импеданс исследуемой цепи. Таким образом,

$$\frac{1}{\omega C_1} \gg \frac{L}{RC}, \quad R_O \gg \frac{L}{RC}, \quad (2)$$

где $R_O \simeq 1 \text{ М}\Omega$ – сопротивление на входе осциллографа.

По ширине резонансной кривой определяется добротность контура из формулы:

$$Q = \frac{\omega_0}{2\Delta\Omega} = \frac{\nu_0}{\Delta\nu}, \quad (3)$$

где $\omega_0 = 2\pi\nu_0$ – резонансная циклическая частота.

Добротность контура также можно определить по скорости возрастания амплитуды вынужденных колебаний, а также по скорости затухания свободных при резонансном значении частоты (что немаловажно). Обоиими этими способами можно воспользоваться, если подавать колебания в контур цугами, то есть отрезками синусоиды в несколько периодов.

2.1 Расчётные формулы

Все формулы и расчёты приведены в системе СИ.

Теоретическое определение резонансной частоты проводится по формуле:

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (4)$$

Для определения добротности первым способом будем использовать формулу (3), измеряя $\Delta\Omega$ на уровне 0.7 от резонансной амплитуды.

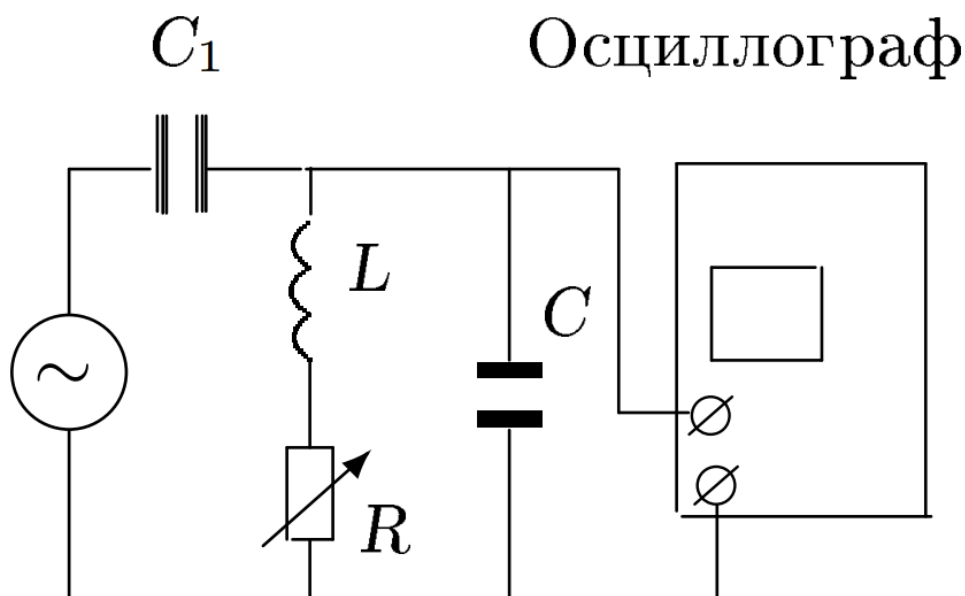


Рис. 1: Схема параллельного колебательного контура

Для определения вторым способом применим формулы:

$$\Theta \searrow = \frac{1}{n} \ln \frac{U_k}{U_{k+n}}, \quad (5)$$

$$\Theta \nearrow = \frac{1}{n} \ln \frac{U_0 - U_k}{U_0 - U_{k+n}}, \quad (6)$$

$$Q = \frac{\pi}{\Theta}. \quad (7)$$

Добротность также можно рассчитать теоретически через параметры контура по формуле:

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (8)$$

3 Оборудование и инструментальные погрешности

Схема установки, применяемой в эксперименте, представлена на рис. 2. Генератор цугов встроен в частотомер. Настройка приборов и сборка схемы проведена в соответствии с дополнительным описанием. Универсальный RLC-измеритель на схеме не показан.

Генератор звуковой частоты

Осциллограф

Вольтметр: $\Delta = \pm 0.1$ V

Частотомер: $\Delta = \pm 1$ Hz

Ёмкость: $C = 0.1$ μ Hz

Индуктивность: $L = 0.1$ H

Магазин сопротивлений

RLC-измеритель

4 Результаты измерений и обработка данных

4.1 Исследование резонансных кривых

По формуле (4) рассчитаем теоретическую частоту резонанса:

$$\nu_0 \approx 1592 \text{ Гц} \quad (9)$$

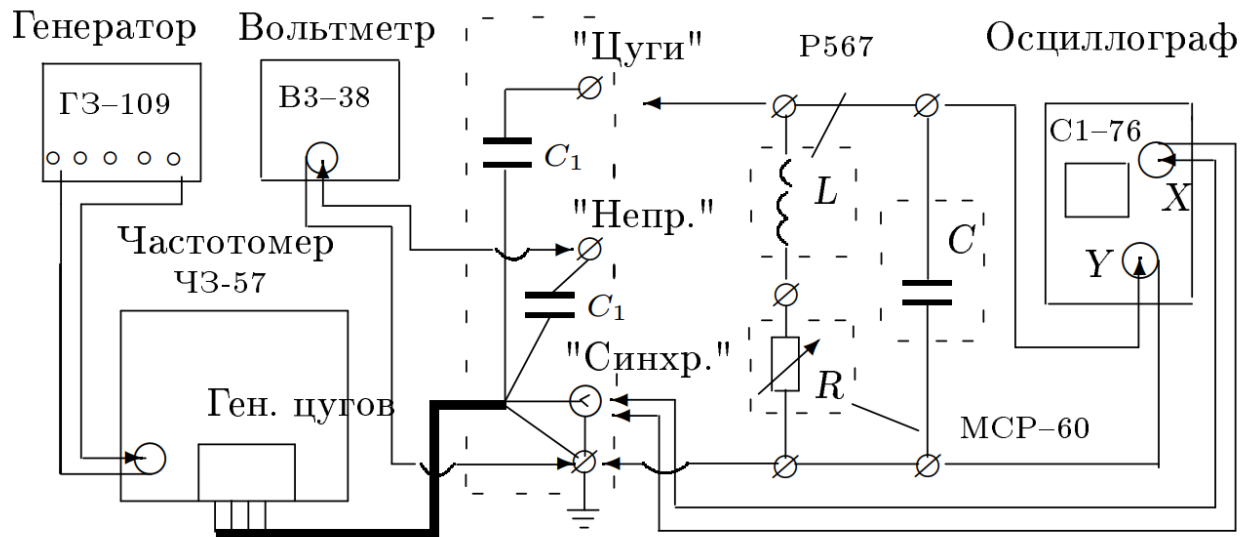


Рис. 2: Схема экспериментальной установки

$R, \text{ Ом}$	$\nu_0, \text{ Гц}$	$U_0, \text{ В}$
0	1574	8.6
100	1574	1.9

Таблица 1: Резонансные значения

$$\nu_0^{\text{экс}} \approx 1574 \text{ Гц.} \quad (10)$$

В таблице 1 указаны резонансные значения напряжений.

Результаты исследования резонансных кривых отображены в таблице 2, по которым был построен график на рис. 3 в безразмерных координатах. По нему на уровне $U/U_0 = 0.7$ определим ширину резонансной кривой и по формуле (3) рассчитаем:

$$\Delta\left(\frac{\nu}{\nu_0}\right)_{R=0} = 0.03 \pm 0.007,$$

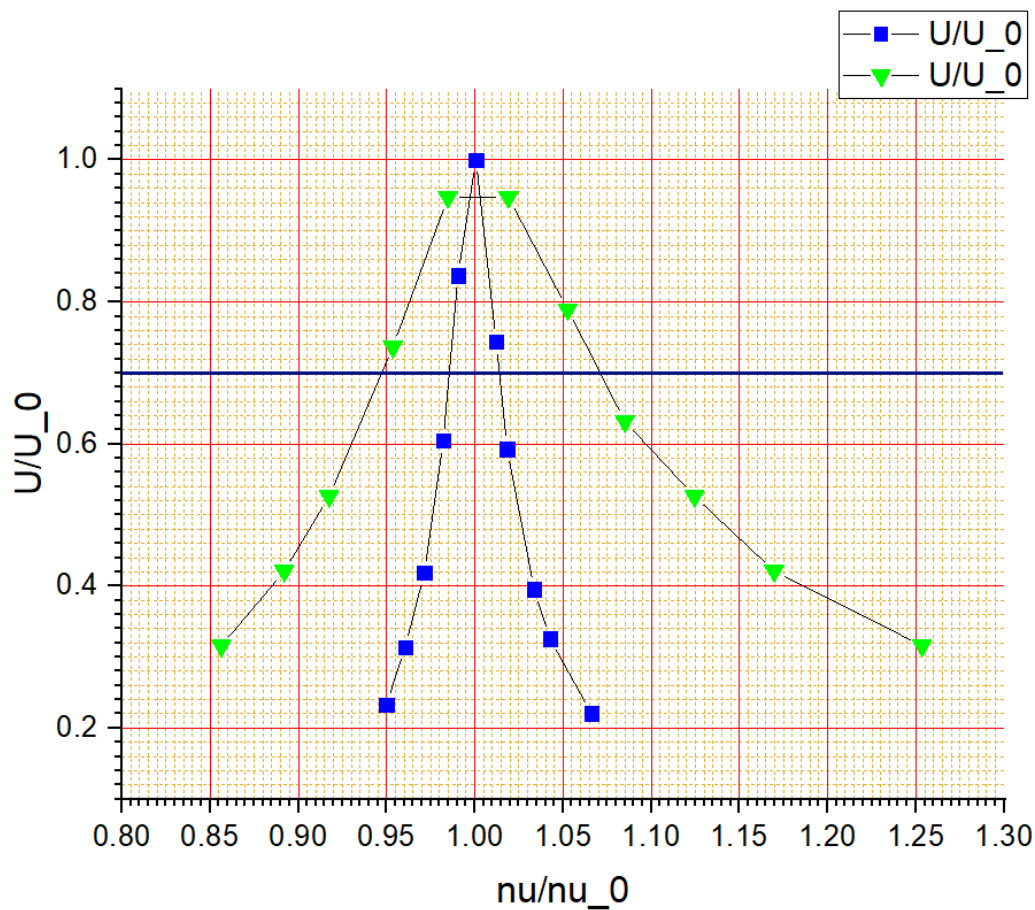
$$\Delta\left(\frac{\nu}{\nu_0}\right)_{R=100} = 0.12 \pm 0.03,$$

$$Q_{R=0} = \frac{1}{0.03} = 33 \pm 8, \quad (11)$$

$$Q_{R=100} = \frac{1}{0.12} = 8 \pm 2, \quad (12)$$

R=0 Ом		R=100 Ом	
Частота, Гц	Напряжение, В	Частота, Гц	Напряжение, В
1495	2	1348	0.6
1512	2.7	1404	0.8
1529	3.6	1444	1
1546	5.2	1501	1.4
1559	7.2	1550	1.8
1575	8.6	1604	1.8
1593	6.4	1657	1.5
1603	5.1	1708	1.2
1627	3.4	1770	1
1641	2.8	1841	0.8
1678	1.9	1973	0.6

Таблица 2: Исходные данные для резонансных кривых

Рис. 3: График резонансных кривых в безразмерных координатах $\frac{U}{U_0}(\frac{\nu}{\nu_0})$

4.2 Исследование установления и затухания колебаний

Для каждого расчета построим таблицу.

U_k	U_{k+n}	n	Θ	Q
0.2	0.3	3	0.0959	32.8
0.2	0.4	7	0.0990	31.7
0.4	0.5	7	0.0990	31.7
0.3	0.5	11	0.0999	31.5

Таблица 3: Расчёт добротности на установлении при $R = 0$

U_m	U_{m+n}	n	Θ	Q
0.5	0.2	10	0.0916	34.3
0.2	0.1	10	0.0693	45.3
0.3	0.2	4	0.101	31.0
0.6	0.4	5	0.0811	38.7

Таблица 4: Расчёт добротности на затухании при $R = 0$

Усредним эти значения:

$$Q_{R=0} = 34 \pm 2 \quad (13)$$

$$Q_{R=100} = 8.6 \pm 0.2 \quad (14)$$

U_k	$U_k + n$	n	Θ	Q
0.04	0.15	12	0.392	8.00
0.075	0.125	3	0.358	8.79
0.1	0.15	10	0.393	7.99

Таблица 5: Расчёт добротности на установлении при $R = 100 \text{ Ом}$

U_m	$U_m + n$	n	Θ	Q
0.15	0.025	5	0.358	8.77
0.075	0.025	3	0.366	8.58
0.19	0.1	2	0.321	9.79

Таблица 6: Расчёт добротности на затухании при $R = 100 \text{ Ом}$

4.3 Оценка погрешностей

Погрешности в первом опыте оценивались в предположении, что ошибка U/U_0 существенно больше, чем ν/ν_0 . В свою очередь, погрешность U/U_0 оценивалась по формуле:

$$\sigma_{\frac{U}{U_0}} = \frac{U}{U_0} \sqrt{((\sigma_U/U)^2 + (\sigma_U/U_0)^2)}. \quad (15)$$

Погрешности второго опыта рассчитаны в программе *Origin* по формуле стандартной ошибки среднего.

4.4 Теоретический расчёт

Определив параметры контура, занесём их в таблицу 7.

ν , Гц	L , мГн	R , Ом
50	99.975	22.910
500	99.953	23.975
1500	99.961	25.554

Таблица 7: Параметры RLC-контура

На их основе рассчитаем Q :

$$Q_{R=0} = 39.125 \pm 0.9 \quad (16)$$

$$Q_{R=100} = 8.15 \pm 0.19 \quad (17)$$

5 Вывод

Обобщим все полученные результаты в табл. 8. Различные методы измерения с неплохой точностью согласуются между собой. Большая погрешность измерения Q_1 обусловлена недостаточной точностью вольтметра. Видно, что при возрастании активного сопротивления добротность контура ухудшается, так как увеличивается количество рассеиваемой энергии.

R	R контура	Q_1	Q_2	$f(LRC)$
0	25.554	33 ± 8	34 ± 2	39.125 ± 0.9
100 Ом	126.97	8 ± 2	8.6 ± 0.2	8.15 ± 0.19

Таблица 8: Результаты измерения добротности

Список литературы

- [1] Сивухин Д. В. *Общий курс физики. Том 3 Электричество и магнетизм*, 2004
- [2] Гладун А. Д. *Лабораторный практикум по общей физике. Том 1 Механика*, 2004