

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

Физтех-школа физики и исследований им. Ландау

# Отчёт о выполнении лабораторной работы №3.5.3

Релаксационные колебания

Автор:  
Сенокосов Арсений Олегович  
Б02-012

Долгопрудный  
3 октября 2021 г.

# 1 Введение

**Цель работы:** изучение вольт-амперной характеристики нормального тлеющего разряда; исследование релаксационного генератора на стабилитроне.

**В работе используются:** стабилитрон СГ-2 (газонаполненный диод) на монтажной панели, амперметр, вольтметр, магазин сопротивлений, магазин ёмкостей, источник питания, осциллограф (ЭО), генератор звуковой частоты (ЗГ).

## 2 Теоретические сведения

Колебательные системы, как правило, имеют два накопителя энергии, между которыми происходит её перекачка. В контуре, содержащем конденсатор и катушку индуктивности, электрическая энергия переходит в магнитную и обратно.

Встречаются, однако, колебательные системы, содержащие всего один накопитель энергии. Рассмотрим в качестве примера электрическую цепь, содержащую конденсатор и сопротивление без самоиндукции. Разряд конденсатора через сопротивление представляет собой аperiodический процесс. Разряду, однако, можно придать периодический характер, возобновляя заряд конденсатора через постоянные промежутки времени. Колебания в этом случае являются совокупностью двух аperiodических процессов – процесса зарядки конденсатора и процесса его разрядки. Такие колебания называются релаксационными.

В нашей установке роль «ключа», обеспечивающего попеременную зарядку и разрядку конденсатора, играет газоразрядный диод. Зависимость тока от напряжения для газоразрядной лампы не подчиняется закону Ома и характеризуется рядом особенностей (рис. 1). При малых напряжениях лампа практически не пропускает тока. Ток в лампе возникает только в том случае, если разность потенциалов на её электродах достигает напряжения зажигания  $V_1$ . При этом скачком устанавливается конечная сила тока  $I_1$  – в лампе возникает нормальный тлеющий разряд. При дальнейшем незначительном увеличении напряжения сила тока заметно возрастает по закону, близкому к линейному. Нормальный тлеющий разряд – стабилизатор напряжения, отсюда второе название лампы – стабилитрон.

Если начать уменьшать напряжение на горячей лампе, то при напряжении, равном  $V_1$ , лампа ещё не гаснет, и сила тока продолжает уменьшаться. Лампа перестанет пропускать ток лишь при напряжении гашения  $V_2$ , которое обычно существенно меньше  $V_1$ . Сила тока при этом скачком падает от значения  $I_2$  ( $I_2 < I_1$ ) до нуля.

Характеристика, изображённая на рис. 1, несколько идеализирована. У реальной лампы зависимость  $I(V)$  не вполне линейна.

При  $V > V_1$  графики, соответствующие возрастанию и убыванию напряжения, не всегда совпадают. Эти отличия, впрочем, носят второстепенный характер и для нашей задачи несущественны.

Рассмотрим схему релаксационного генератора, представленную на рис. 2. Пусть напряжение батареи  $U$  больше напряжения зажигания  $V_1$ . В обозначениях, принятых на схеме, справедливо уравнение

$$I_C + I(V) = \frac{U - V}{R}$$

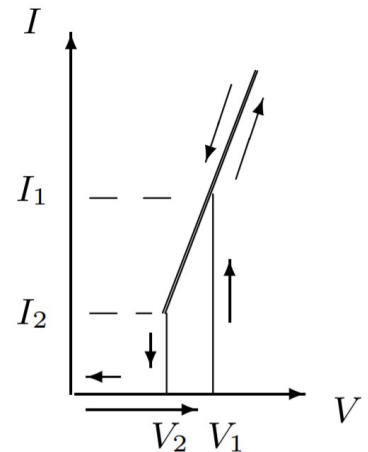


Рис. 1: Вольт-амперная характеристика стабилитрона с последовательно включённым резистором

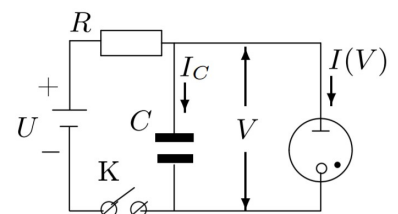


Рис. 2: Принципиальная схема релаксационного генератора

или

$$C \frac{dV}{dt} + I(V) = \frac{U - V}{R}. \quad (1)$$

В стационарном режиме работы, когда напряжение  $V$  на конденсаторе постоянно и  $dV/dt = 0$ , ток через лампу равен

$$I_{ст} = \frac{U - V}{R} \quad (2)$$

Равенство (2) может быть представлено графически (рис. 3).

При разных  $R$  графики имеют вид прямых, пересекающихся в точке  $V = U, I = 0$ . Область, где эти нагрузочные прямые пересекают вольт-амперную характеристику лампы, соответствует стационарному режиму – при малых  $R$  (прямая 1) лампа горит постоянно, колебания отсутствуют. Прямая 2, проходящая через точку  $(I_2, V_2)$ , соответствует критическому сопротивлению

$$R_{кр} = \frac{U - V_2}{I_2} \quad (3)$$

При сопротивлении  $R > R_{кр}$  нагрузочная прямая 3 не пересекает характеристику лампы, поэтому стационарный режим невозможен. В этом случае в системе устанавливаются колебания.

Рассмотрим, как происходит колебательный процесс. Пусть в начале опыта ключ  $K$  разомкнут (рис. 2) и  $V = 0$ . Замкнём ключ. Конденсатор  $C$  начинает заряжаться через сопротивление  $R$ , напряжение на нём увеличивается (рис. 4). Как только оно достигнет напряжения зажигания  $V_1$ , лампа начинает проводить ток, причём прохождение тока сопровождается разрядкой конденсатора. В самом деле, батарея  $U$ , подключённая через большое сопротивление  $R$ , не может поддерживать необходимую для горения лампы величину тока. Во время горения лампы конденсатор разряжается, и когда напряжение на нём достигнет потенциала гашения, лампа перестанет проводить ток, а конденсатор вновь начнёт заряжаться. Возникают релаксационные колебания с амплитудой, равной  $(V_1 - V_2)$ .

Рассчитаем период колебаний. Полное время одного периода колебаний  $T$  состоит из суммы времени зарядки  $\tau_3$  и времени разрядки  $\tau_p$ , но если сопротивление  $R$  существенно превосходит сопротивление зажжённой лампы, то  $\tau_3 \gg \tau_p$  и  $T \approx \tau_3$  (этим случаем мы и ограничимся).

Во время зарядки конденсатора лампа не горит ( $I(V) = 0$ ), и уравнение (1) приобретает вид

$$RC \frac{dV}{dt} = U - V \quad (4)$$

Будем отсчитывать время с момента гашения лампы, так что  $V = V_2$  при  $t = 0$ . (рис. 4). Решив уравнение (4), найдём

$$V = U - (U - V_2)e^{-t/RC}. \quad (5)$$

В момент зажигания  $t = \tau_3$ ,  $V = V_1$ , поэтому

$$V_1 = U - (U - V_2)e^{-\tau_3/RC}. \quad (6)$$

Из уравнений (5) и (6) нетрудно найти период колебаний:

$$T \approx \tau_3 = RC \ln \frac{U - V_2}{U - V_1} \quad (7)$$

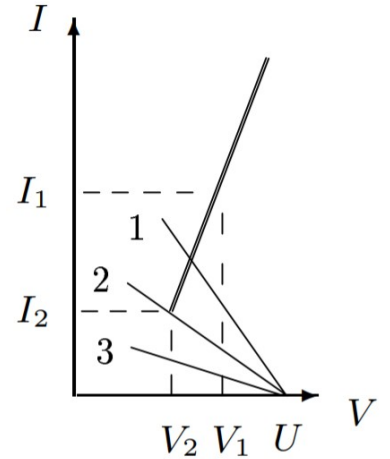


Рис. 3: Режимы работы релаксационного генератора

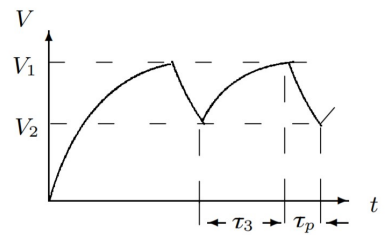


Рис. 4: Осциллограмма релаксационных колебаний

Данная теория справедлива лишь в тех случаях, когда в схеме установлена достаточно большая ёмкость и когда период колебаний существенно больше времени развития разряда и времени деионизации (практически  $\gg 10^{-5}$  с). Кроме того, потенциал гашения  $V_2$ , взятый из статической вольт-амперной характеристики, может отличаться от потенциала гашения лампы, работающей в динамическом режиме релаксационных колебаний.

## 3 Ход работы

### 3.1 Исследование вольт-амперной характеристики стабилитрона

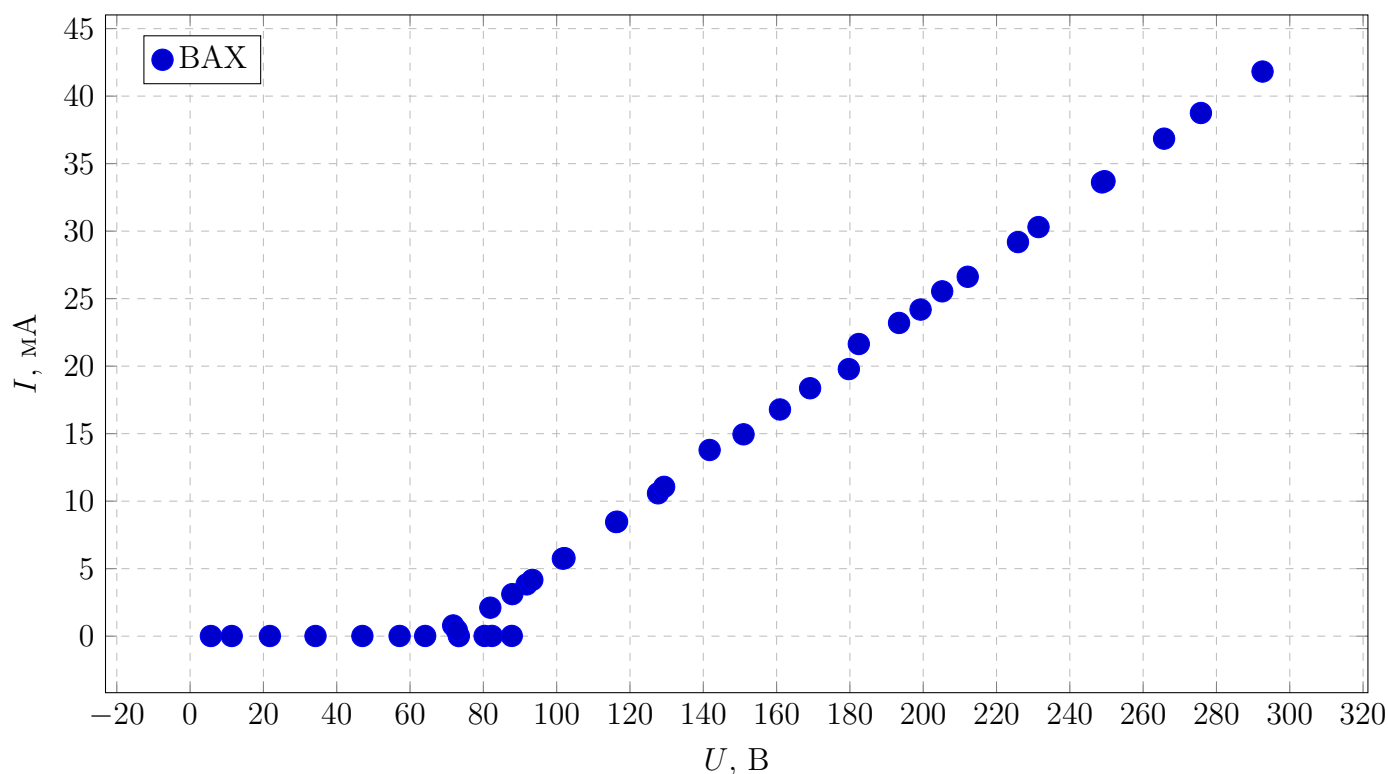
Для того, чтобы предотвратить перегорание стабилитрона, последовательно лампочке припаяв резистор номиналом  $r = 5,1$  кОм. Измерим ВАХ данного элемента при помощи вольтметра, амперметра и источника питания. полученные результаты занесём в таблицу 1.

$U$ , В	$I$ , мА	$U$ , В	$I$ , мА	$U$ , В	$I$ , мА	$U$ , В	$I$ , мА
5,67	0,01	91,80	3,84	248,78	33,61	150,98	14,95
11,35	0,01	102,13	5,78	275,76	38,75	129,32	11,06
21,76	0,01	116,48	8,48	292,57	41,82	116,23	8,45
34,21	0,01	127,65	10,58	265,71	36,85	101,69	5,74
47,00	0,01	141,73	13,79	249,46	33,70	93,36	4,17
57,15	0,02	160,92	16,79	225,85	29,19	81,90	2,11
64,13	0,02	179,71	19,78	205,18	25,54	71,77	0,79
80,34	0,02	199,28	24,19	193,41	23,20	73,31	0,01
82,34	0,02	212,14	26,62	182,43	21,64	87,90	3,11
87,75	0,02	231,45	30,30	169,14	18,36	72,76	0,44

Таблица 1: Результаты измерения ВАХ

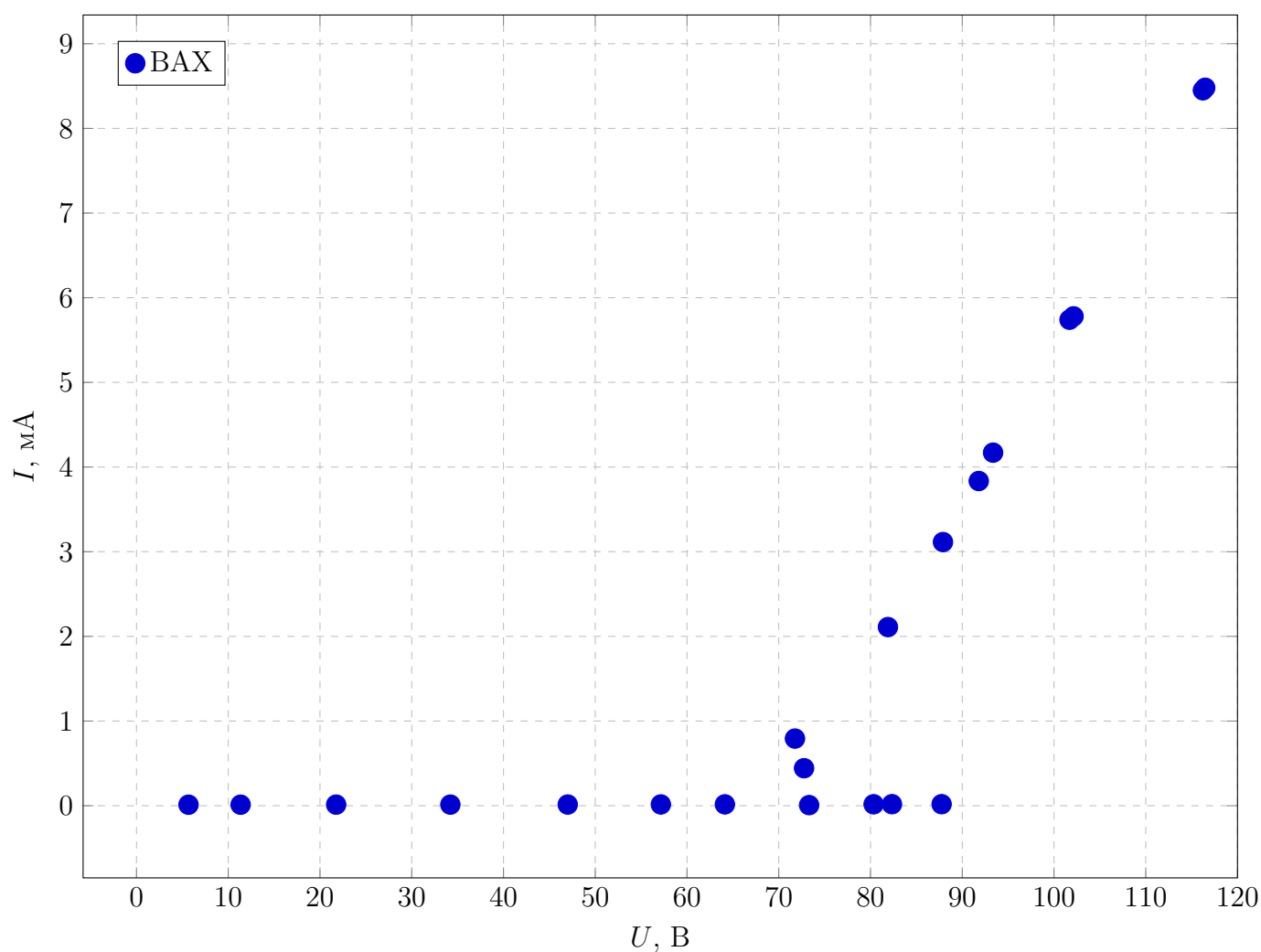
Нанесём полученные данные ВАХ для сборки «стабилитрон-резистор» на график.

Вольт-амперная характеристика сборки «стабилитрон-резистор»



Также ниже представлена часть графика вблизи напряжения зажигания.

Вольт-амперная характеристика сборки «стабилитрон-резистор»



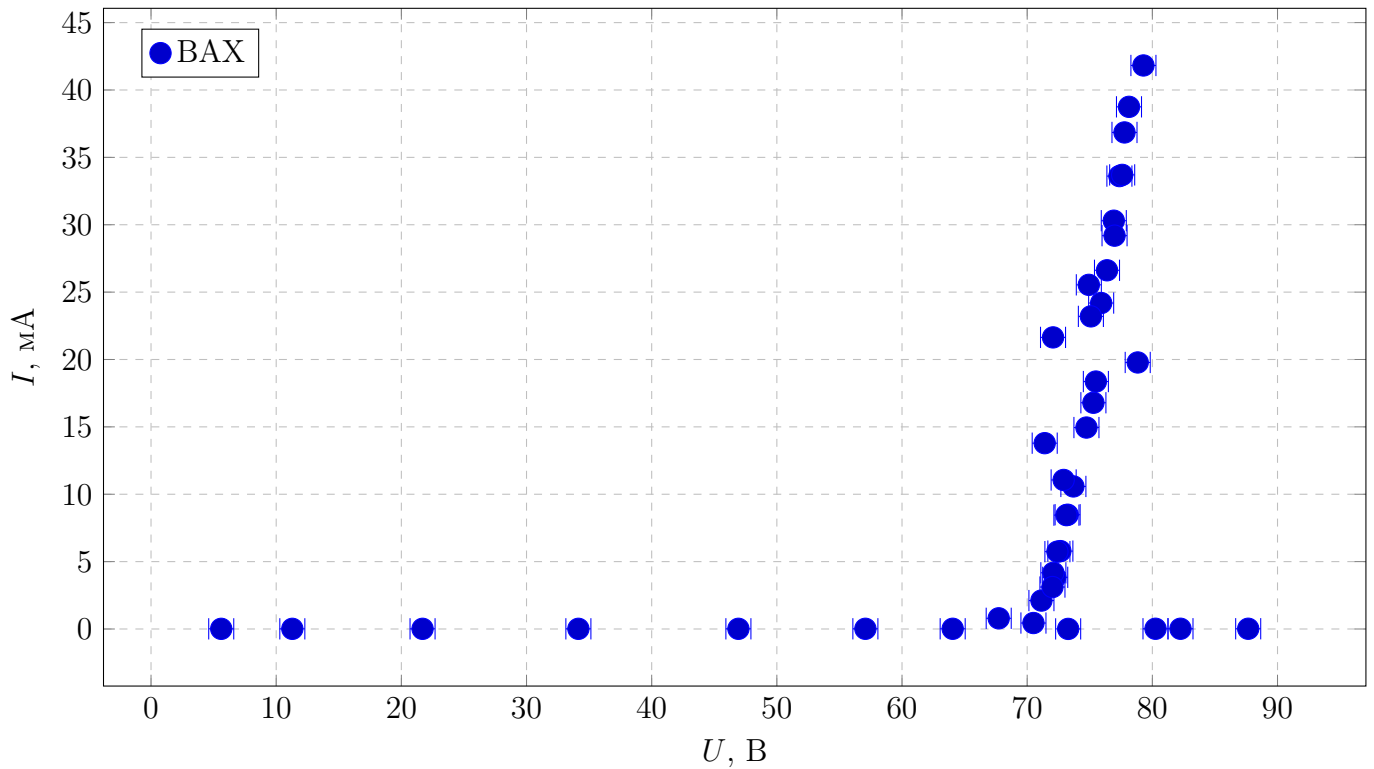
Теперь получим ВАХ стабилитрона, вычитая для этого из показаний вольтметра падение напряжения на резисторе. Полученные результаты вычислений занесём в таблицу 2.

$U$ , В	$I$ , мА	$U$ , В	$I$ , мА	$U$ , В	$I$ , мА	$U$ , В	$I$ , мА
5,61	0,01	72,24	3,84	77,37	33,61	74,74	14,95
11,29	0,01	72,65	5,78	78,14	38,75	72,91	11,06
21,69	0,01	73,23	8,48	79,29	41,82	73,14	8,45
34,14	0,01	73,69	10,58	77,78	36,85	72,42	5,74
46,93	0,01	71,40	13,79	77,59	33,70	72,09	4,17
57,07	0,02	75,29	16,79	76,98	29,19	71,14	2,11
64,05	0,02	78,83	19,78	74,93	25,54	67,73	0,79
80,25	0,02	75,91	24,19	75,09	23,20	73,27	0,01
82,25	0,02	76,38	26,62	72,07	21,64	72,02	3,11
87,66	0,02	76,92	30,30	75,49	18,36	70,50	0,44

Таблица 2: Результаты измерения ВАХ стабилитрона

Нанесём полученные данные на график.

### Вольт-амперная характеристика стабилитрона



При помощи полученной характеристики можем определить потенциалы зажигания и гашения и соответствующие им токи. Таким образом, получаем

$$V_1 = (79,29 \pm 0,05) \text{ В}, \quad I_1 = (41,82 \pm 0,01) \text{ mA},$$
$$V_2 = (72,76 \pm 0,05) \text{ В}, \quad I_2 = (0,44 \pm 0,01) \text{ mA}.$$

Полученные данные понадобятся нам в следующей части работы.

### 3.2 Осциллограммы релаксационных колебаний

Собрав схему, согласно рис. 2, оценим отношение между временем зарядки  $\tau_z$  и временем разрядки  $\tau_p$  при помощи осциллографа. Получим на экране осциллографа картину колебаний.

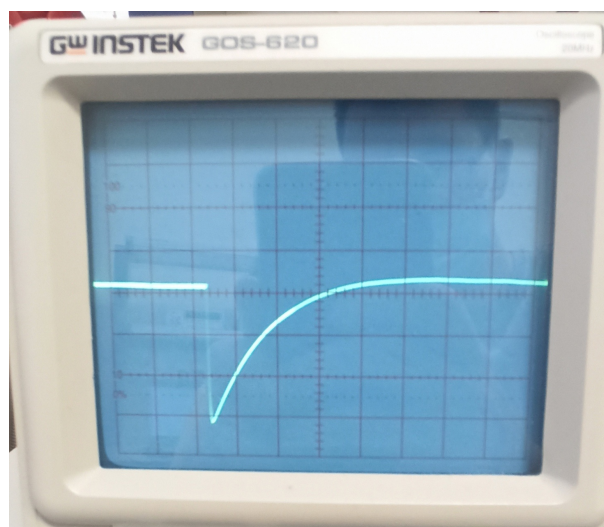


Рис. 5: Картина колебаний

При помощи осциллографа определяем  $\tau_p \approx 1$  мс и  $\tau_p \approx 60$  мс. Таким образом, в контексте нашей работы можно считать, что  $\tau_p \ll \tau_p$  и  $T \approx \tau_z$ , что делает возможным использование приведённой выше теории и, в частности, формулы (7).

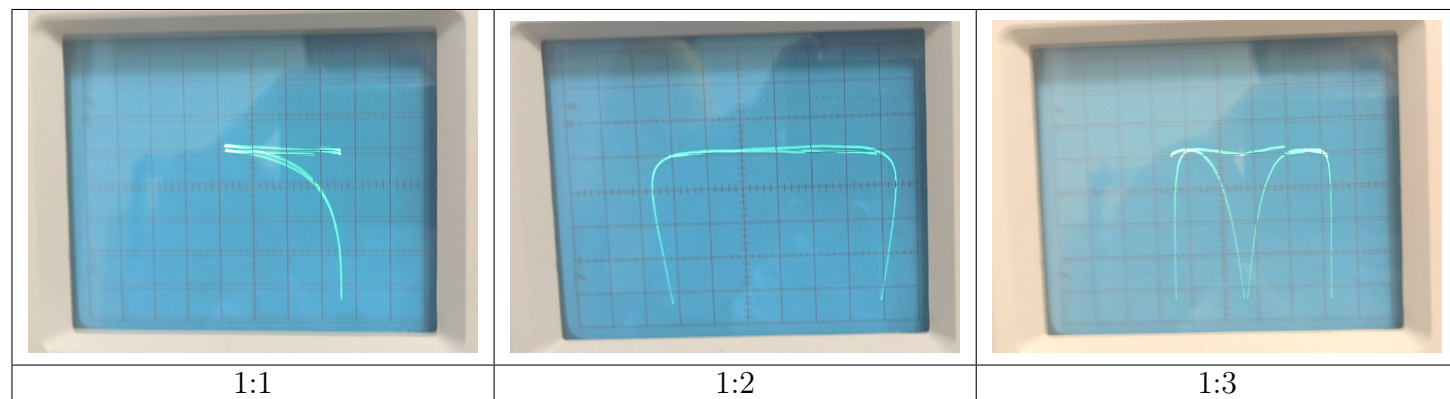
Уменьшая сопротивление, определим  $R_{кр}$ , при котором пропадают колебания. Колебания затухают при  $R_{кр}^{эксп} \approx 100$  кОм. При этом теоретическое значение критического напряжения, рассчитанное по (3) для текущего напряжения  $U = 105,78$  В равно  $R_{кр}^{теор} = 74,5 \pm 0,5$  кОм. Расходимость результатов может быть объяснена наличием дополнительного резистора, подключенного последовательно с стабилитроном, что и делает данные теоретические вычисления неточными. Однако, полученный ответ совпадает по порядку величины с практическими данными.

Также колебания пропадают и при увеличении  $U$  при постоянном  $R$ . Так, колебания затухают при  $U = 113,3$  В и  $R = 120$  кОм.

### 3.3 Определение частоты колебаний при помощи фигур Лиссажу

#### 3.3.1 Получение фигур Лиссажу

Сначала проверим возможность получения фигур Лиссажу на экране осциллографа. Установим  $C = 5 \cdot 10^{-2}$  мкФ и  $R = 900$  кОм. Изменяя частоту звукового генератора, получим на экране изображения фигур Лиссажу. Они представлены ниже.



#### 3.3.2 Изучение зависимости периода колебаний от ёмкости

В данном разделе все измерения будем проводить при напряжении источника  $U = 105,48$  В.

Для дальнейших расчётов вычислим постоянный коэффициент  $a = \ln((U - V_2)/(U - V_1))$ . Для этого воспользуемся  $V_1$  и  $V_2$ , вычисленные в разделе 3.1.

Погрешность вычисления данного коэффициента рассчитаем по следующей формуле:

$$\sigma_a = \sqrt{\left(\frac{\partial a}{\partial U} \sigma_U\right)^2 + \left(\frac{\partial a}{\partial V_1} \sigma_{V_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial a}{\partial V_2} \sigma_{V_2}\right)^2}$$

В итоге получаем:

$$a = 0,22 \pm 0,04$$

Теперь при помощи фигур Лиссажу снимем зависимость частоты колебаний от ёмкости конденсатора. Полученные результаты занесём в таблицу 3.

$C$ , нФ	50	40	35	30	20	10
$f$ , Гц	567	779	829	1087	1810	4670

Таблица 3: Результаты измерений

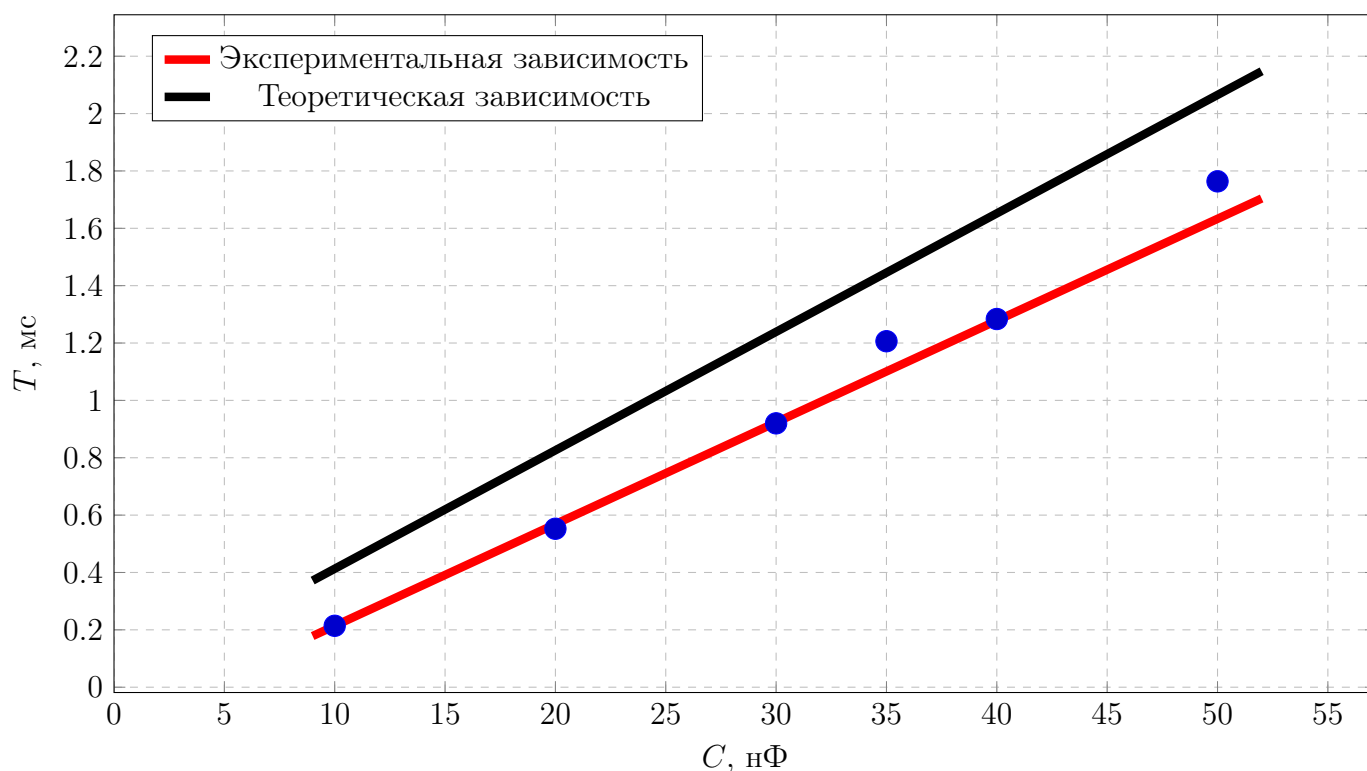
По полученным данным построим график зависимости периода колебаний  $T$  от ёмкости  $C$ . Для удобства немного преобразуем числа, занесём их в таблицу 4.

$C$ , нФ	50	40	35	30	20	10
$T$ , мс	1,76	1,28	1,21	0,92	0,55	0,21
$\sigma_T$ , мс	0,08	0,04	0,04	0,02	0,01	0,01

Таблица 4: Данные для построения графика

По полученным данным построим график зависимости периода колебаний и аппроксимируем его уравнением вида  $y = kx + b$ .

Зависимость периода колебаний  $T$  от ёмкости  $C$



В результате аппроксимации получаем

$$k_{\text{эксп}} = (35 \pm 1) \text{ кОм}$$

Исходя из теоретических данных по формуле (7) получаем

$$k_{\text{теор}} = (41 \pm 10) \text{ кОм}$$

### 3.3.3 Изучение зависимости периода колебаний от сопротивления

Аналогичные вычисления проведём при постоянной ёмкости и изменяющем сопротивлении. В ходе эксперимента оставим постоянной ёмкость  $C = 50$  нФ. При помощи фигур Лиссажу снимем зависимость частоты колебаний от сопротивления. Полученные данные занесём в таблицу 5.

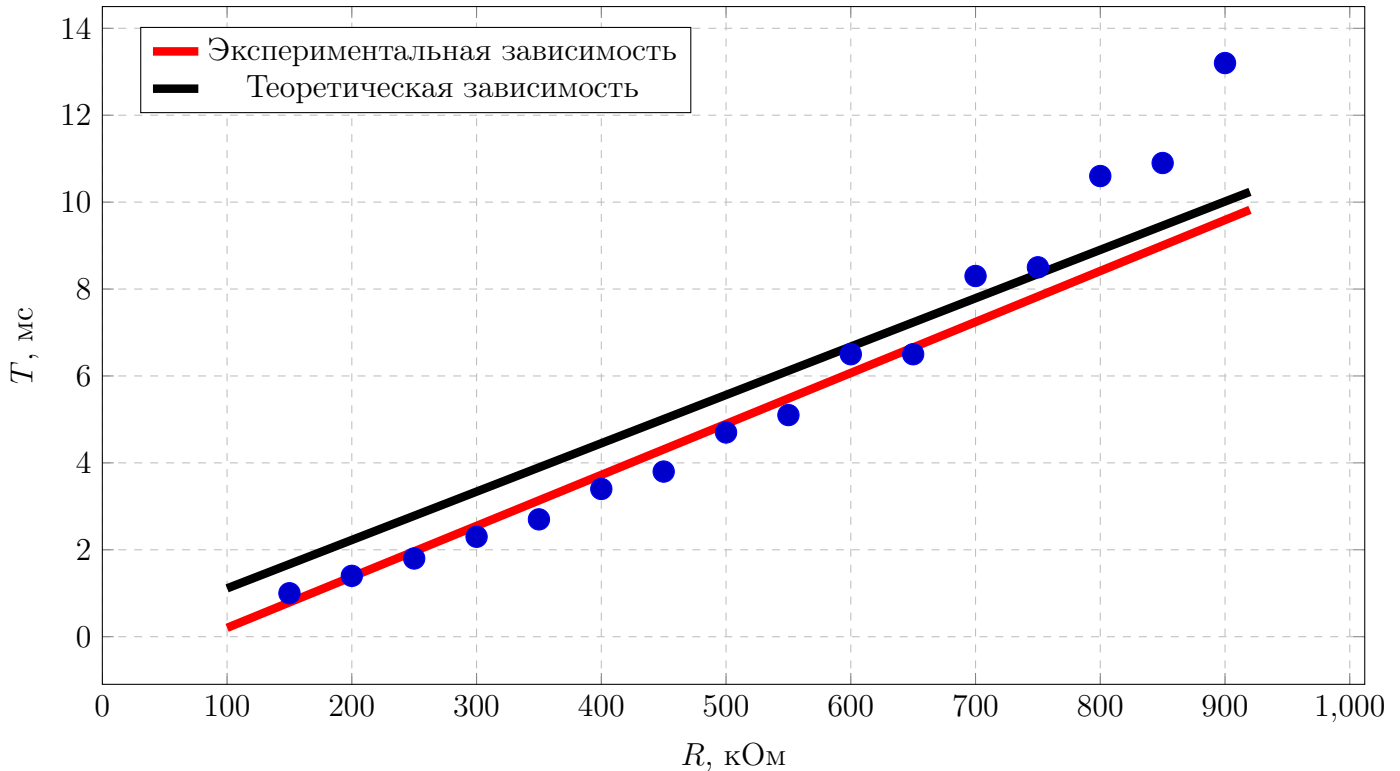
$R$ , кОм	900	800	700	600	500	400	300	200	250	350	450	550	650	750	850	150
$T$ , мс	13,2	10,6	8,3	6,5	4,7	3,4	2,3	1,4	1,8	2,7	3,8	5,1	6,5	8,5	10,9	1,0
$\sigma_T$ , мс	1,3	1,1	0,8	0,6	0,5	0,3	0,2	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,8	1,1	0,1

Таблица 5: Результаты измерений



По полученным данным построим график зависимости периода колебаний  $T$  от сопротивления  $R$ . Аппроксимируем зависимость уравнением вида  $y = kx + b$ .

Зависимость периода колебаний  $T$  от сопротивления  $R$



После аппроксимации получаем

$$k_{\text{эксп}} = (11,7 \pm 0,7) \text{ нФ}$$

Исходя из теоретических данных по формуле (7) получаем

$$k_{\text{теор}} = (11,2 \pm 2,9) \text{ нФ}$$

## 4 Обсуждение результатов и выводы

В ходе выполнения работы были получены следующие результаты:

- Была измерена вольт-амперная характеристика сборки стабилитрона и резистора. Затем была получена ВАХ для чистого стабилитрона. По полученным данным были рассчитаны напряжения загорания и тушения. Также полученные ВАХи были нанесены на графики. Полученные картины совпадают с теоретическими и дают адекватное представление о характере поведения элемента в цепи.
- При помощи осциллографа были изучены релаксационные колебания. По полученные картинах сигнала было произведено сравнение времени зарядки и разрядки  $\tau_3, \tau_p$ . Было установлено, что  $\tau_3 \gg \tau_p$ , что сделало возможным использование полученных в 2 теоретических выкладок.
- Также было выяснено экспериментально значение  $R_{\text{кр}}$ , при котором прекращаются колебания. Полученное практически значение не совпало с теоретическим, что могло произойти из-за наличия предохранительного резистора, который не учитывался при наших

теоретических расчётах. Кроме того, в согласие с теорией, колебания затухали и при увеличении  $U$  при постоянном  $R$ .

- При помощи осциллографа были получены фигуры Лиссажу колебаний, что сделало возможным определение их частоты. При помощи этого метода была исследована зависимость периода релаксационных колебаний от сопротивления  $R$  и ёмкости  $C$ . Угловые коэффициенты наклона аппроксимированных зависимостей в пределах погрешностей совпадают с данными, полученными в ходе теоретических расчётов. При этом вертикальный сдвиг экспериментальной зависимости относительно теоретической может говорить о влиянии предохранительного резистора.
- Кроме того, при исследовании зависимости периода колебаний от сопротивления  $R$  на участке  $R > 700$  кОм была обнаружено отклонение от теоретической линейной зависимости неизвестного генеза. Это может говорить о выходе за рамки приближений, которые были допущены при выведении теоретических зависимостей. Для получения полных результатов эта область нуждается в более тщательном исследовании.

Основной вклад в ошибку в этой работе внесла невозможность точной подстройки частоты звукового генератора для получения на экране осциллографа неподвижной и чёткой картины фигуры Лиссажу. Возможно, целесообразно заменить имеющийся аналоговый генератор на современный цифровой прибор с тем, чтобы значительно повысить точность эксперимента.