

# Работа 4.3.3

## Исследование разрешающей способности микроскопа методом Аббе

Стрижак Даниил

### 1 Аннотация

В работе предлагается определить периоды сеток сначала по их спектру на удалённом экране, затем по увеличенному с помощью модели микроскопа изображению сеток на экране и, наконец, по результатам измерения разрешающей способности микроскопа, наблюдать явления саморепродукции, пространственной фильтрации и мультиплицирования.

### 2 Теоретические сведения

Для иммерсионного микроскопа разрешающая способность объектива при некогерентном освещении

$$\ell_{\min} \approx \frac{0.61\lambda}{n \sin u}$$

где  $u$  — апертурный угол объектива микроскопа (угол между оптической осью и лучом, направленным из центра объекта в край линзы).

Метод Аббе для оценки разрешающей способности состоит в разделении хода лучей на две части: сначала рассматривается картина в задней фокальной плоскости  $F$  объектива она называется первичным изображением или фурье-образом. Это первичное изображение рассматривается как источник волн (принцип Гюйгенса-Френеля), создающий изображение в плоскости  $P_2$ , сопряжённой плоскости предмета - вторичное изображение. Первичное изображение есть картина дифракции Фраунгофера (на дифракционной решётке), если её период  $d$ , то для направления максимальной интенсивности  $\varphi_m$

$$d \sin \varphi_m = m\lambda$$

При этом проходят пучки только с  $\varphi_m < u$ . Можно условием разрешения считать, что  $u > \varphi_1$ , иначе говоря

$$\sin u \geq \lambda/d$$

Или

$$d \geq \frac{\lambda}{\sin u} \approx \frac{\lambda}{D/2f}$$

где  $D$  — диаметр линзы,  $f$  — фокусное расстояние. Двумерную решётку можно рассматривать как две перпендикулярные друг другу, для максимумов которых выполняется соотношение

$$d \sin \varphi_x = m_x \lambda, \quad d \sin \varphi_y = m_y \lambda$$

## Установка

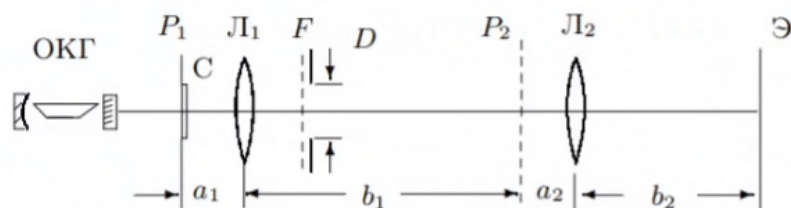


Рис. 1: Схема установки.

Схема установки приведена на Рис. 1. Предметом  $P_1$  служат сетки в кассете  $C$ . Линза  $Л1$  – длиннофокусная, а  $Л2$  – короткофокусная. В  $F$  Устанавливаются диафрагмы  $D$ , с помощью сеток с разными  $d$  и щелевой диафрагмы можно проверить третье соотношение. Период сеток может быть измерен либо по расстоянию между дифракционными максимумами на экране, либо по увеличенному с помощью микроскопа изображению сетки на экране. Пространственную фильтрацию (получение наклонного изображения решётки) можно получить с помощью подбора угла наклона и ширины вспомогательной щели.

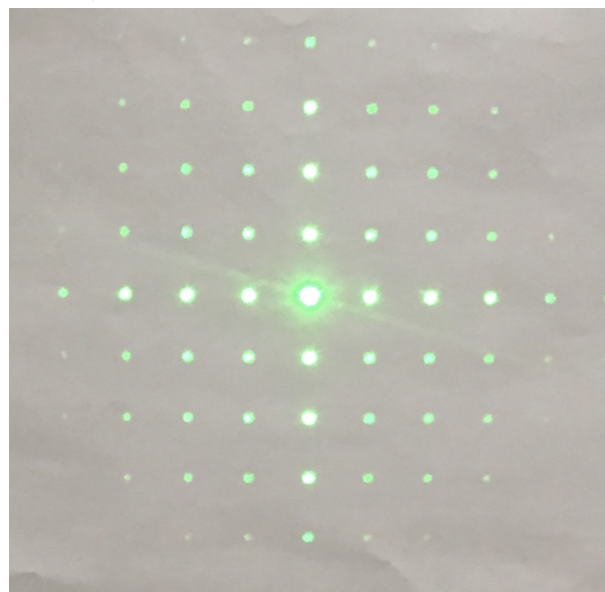
## 3 Результаты измерений и обработка данных

### I. Определение периода решёток по их пространственному спектру

Соберём установку согласно описанию. Длина волны излучения лазера  $\lambda = 532$  нм. Расстояние от сетки до экрана  $H = 100 \pm 2$  см, погрешность объясняется неопределённостью положения сетки внутри кассеты, погрешностью меток на столе, использованных при измерении, и погрешностью прямого измерения. Измерим линейкой на экране расстояние  $\Delta x$  между  $n + 1$  максимумами и рассчитаем по второй формуле с учётом  $\varphi = \frac{\Delta x}{H}$  период решетки  $d = \frac{n\lambda}{\Delta x} H$ . Результаты приведены в Таблице 1.

Номер решётки	$\Delta x$ , см	$n$	$d$ , мкм
1	22.7	6	20
2	22.6	9	30
3	25.1	20	60
4	22.5	35	117
5	22.7	48	159

Таблица 1.



Дифракция Фраунгофера на двумерной решетке.

## II. Определение периода решёток по изображению, увеличенному с помощью модели микроскопа

Соберём модель микроскопа, добавив линзы согласно Рис. 1. Фокусные расстояния линз  $F_1 = \text{мм}$ ,  $F_2 = \text{мм}$ . Измеряем необходимые расстояния:

$$\begin{aligned}a_1 &= 120 \pm 10, \\a_2 + b_1 &= 455 \pm 10, \\b_2 &= 815 \pm 10,\end{aligned}$$

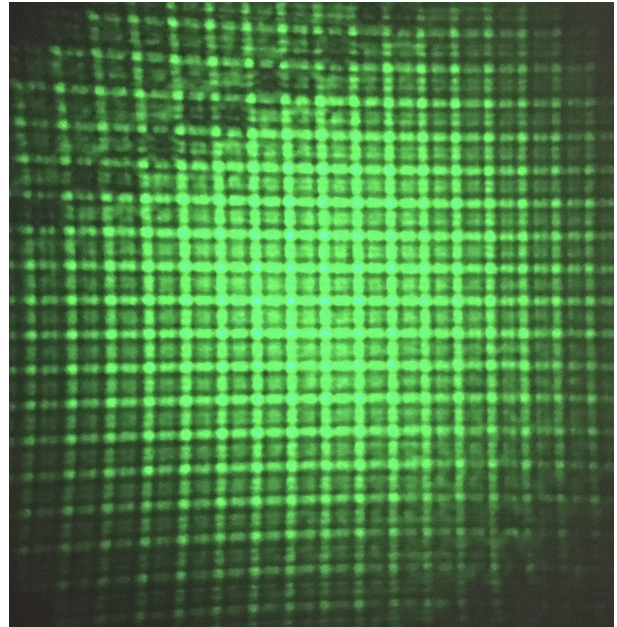
Погрешности здесь обусловлены неточностями в положениях сеток и линз. Из формулы тонкой линзы  $a_2 = \frac{b_2 F_2}{b_2 - F_2} = 25.79 \text{ мм}$ , откуда  $a_2 \approx F_2$ , поэтому в дальнейшем будем использовать это значение, следовательно  $b_1 = 420 \pm 10 \text{ мм}$ . Увеличение микроскопа  $\Gamma = \frac{b_1 b_2}{a_1 a_2} = 114 \pm 10$ .

Повторим измерения периодов изображений в новой конфигурации, погрешности считаются аналогично. Измерение представлены в Таблице 2.

Здесь  $d$  определялось по формуле  $d = \frac{\Delta x}{\Gamma_n}$ . Обратим внимание, что значения периодов решётки совпадают в пределах погрешности.

Номер решётки	$\Delta x$ , см	n	$d$ , мкм
1	3.7	16	20
2	15.7	49	28
3	25.3	38	58
4	24.1	18	117
5	23.6	13	159

Таблица 2.



Увеличенное изображение сетки.

### III. Определение периода решёток по оценке разрешающей способности микроскопа

Поместим в фокальной плоскости линзы  $\mathcal{L}_1$  щелевую диафрагму с микрометрическим винтом и определим минимальную толщину  $D$  при которой на экране видна двумерная решётка. В этом случае период будет вычисляться по формуле (3) в предельном случае

$$d = \frac{2\lambda F_1}{D}$$

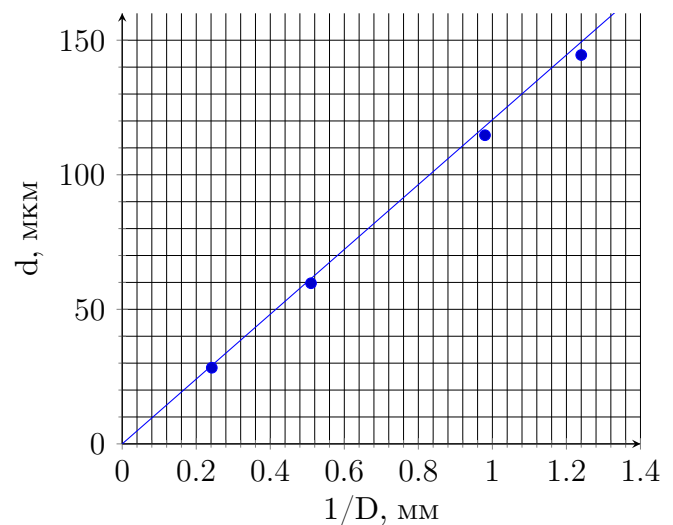
погрешность вычисляется по формуле

$$\sigma_d = d \frac{\sigma_D}{D}.$$

Результаты приведены в Таблице 3.

Номер решётки	$D$ , мм	$1/D$ , мм	$d$ , мкм
1	—	—	—
2	4.14	0.242	28.3
3	1.96	0.510	59.7
4	1.02	0.980	114.7
5	0.81	1.240	144.5

Таблица 3.



Зависимость  $d = f(1/D)$ .

Через щель проходили только нулевой (по центру) и два первых максимума, за исключением второй щели, где нулевой максимум был помещён к краю щели. Для первой решётки период таким методом измерить не получилось, так как ширины щели не хватает.

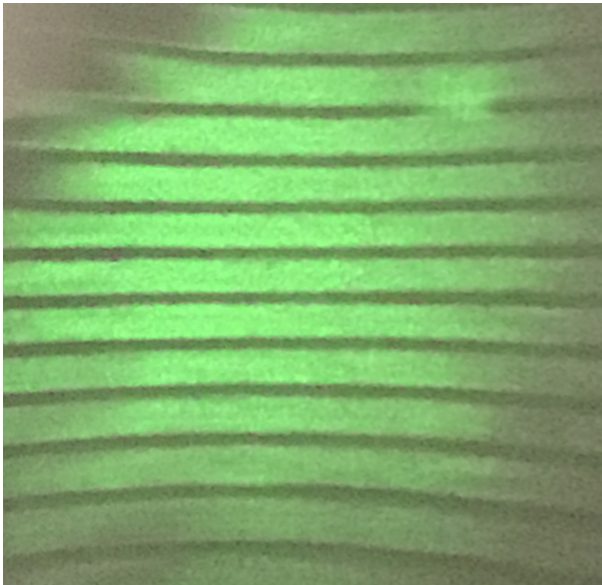
Для проверки теории Аббе построим график  $d = f\left(\frac{1}{D}\right)$  со значениями  $d$  из части 1, погрешность  $\frac{1}{D}$  рассчитывается по формуле

$$\sigma_{1/D} = \frac{\sigma_D}{D^2}$$

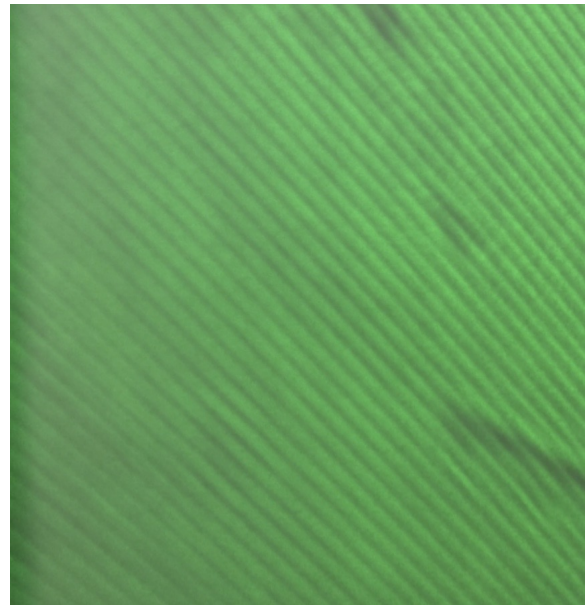
Угловой коэффициент прямой из МНК  $k = (124 \pm 8) \cdot 10^{-9} \text{ м}^2$ , в пределах погрешности он совпадает с теоретическим  $2\lambda F_1 = 117 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2$ . Таким образом, теория Аббе подтвердилась.

## IV. Пространственная фильтрация и мультиплицирование

Для наблюдения фильтрации на сетке 2 откроем щель так, чтобы она пропускала только максимум нулевого порядка и, поворачивая щель, наблюдаем за изменением картины. Картины представлены на рисунках ниже.



Горизонтальная щель ( $0, m_y$ ).



Щель, повернутая на  $45^\circ$  ( $m_x = m_y$ ).

Для наблюдения мультиплицирования поменяем местами сетку и щель, пронаблюдаем мультипликацию, картина представлена на Рис. 4.

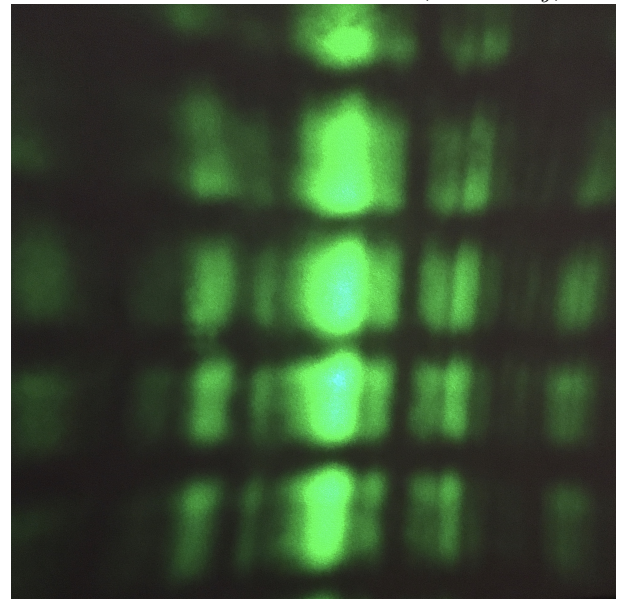


Схема для наблюдения интерференционной картины.

## 4 Вывод

По измерениям спектров получилось определить дифракционные углы и по теоретическим формулам рассчитали периоды решеток. Полученные данные сошлись с результатами, полученными по измерениям увеличенных с помощью микроскопа изображений сеток. Построив график зависимости  $d = f(1/D)$ , взяв периоды сеток, определённые по спектру мы убедились в справедливости теории Аббе.