

Работа 4.7.1

Двойное лучепреломление

Малиновский Владимир

galqiwi@galqiwi.ru

Цель работы: изучение зависимости показателя преломления необыкновенной волны от направления в двоякопреломляющем кристалле; определение главных показателей преломления n_o — обыкновенной и n_e — необыкновенной волны в кристалле; наблюдение эффекта полного внутреннего отражения

В работе используются: лазерная указка, вращающийся сотолик с неподвижным лимбом, призма из исландского шпата, поляроид.

Описание работы

Теория

Плоские волны в кристаллах

$$\text{rot} \vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \text{rot} \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (1)$$

Если среды прозрачны и однородны то в них распространяются волны:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \vec{r})}, \vec{H} = \vec{H}_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \vec{r})} \quad (2)$$

Введем единичный вектор нормали к скорости распространения волны \vec{N} и направим его вдоль скорости, тогда

$$\vec{D} = -\frac{c}{v} [\vec{N}, \vec{H}], \vec{B} = \frac{c}{v} [\vec{N}, \vec{E}] \quad (3)$$

Оптические одноосные кристаллы

Введем *тензор диэлектрической проницаемости* ε ($\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$). Все его значения описываются эллипсоидом инерции.

В кристаллах этот эллипсоид — эллипсоид вращения. В них оптическая ось — ось вращения эллипсоида. В них принято обозначать $\varepsilon_{\parallel} = \varepsilon_z, \varepsilon_{\perp} = \varepsilon_x = \varepsilon_y$

$$\vec{D}_{\parallel} = \varepsilon_{\parallel} \vec{E}_{\parallel}, \vec{D}_{\perp} = \varepsilon_{\perp} \vec{E}_{\perp} \quad (4)$$

Можно показать, что угол θ между волновой нормалью и осью вращения эллипсоида при разделении \vec{D} на \vec{D}_e — лежащая в главном сечении и \vec{D}_o — нормальная составляющая такой, что

$$\sin \theta = \frac{D_{e\parallel}}{D_e}, \cos \theta = \frac{D_{e\perp}}{D_e} \quad (5)$$

$$n = \frac{1}{\sin A} \sqrt{\sin^2 \varphi_1 + \sin^2 \varphi_2 + 2 \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 \cos A} \quad (6)$$

Из этого, если $n_o - n_e \ll n_o$ и n_e , то

$$n(\theta) \approx n_e + (n_o - n_e) \cos^2 \theta \quad (7)$$

Двойное лучепреломление в призме исландского шпата

При таком ходе луча и расположении призмы у нас повторяется ситуация из предыдущего параграфа теории. Тогда, можно посчитать показатель преломления изотропной среды по формуле

$$n = \frac{\sin\left(\frac{\psi_m + A}{2}\right)}{\sin\left(\frac{A}{2}\right)} \quad (8)$$

Здесь ψ_m — минимальный угол, на который призма преломляет луч. Если призма неизотропна, то этой формулой, строго говоря, можно воспользоваться только для обыкновенной волны, которая, как это было показано ранее, распространяется так же, как и в изотропной среде.

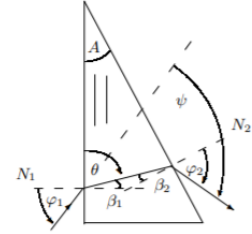


Рис. 1: Ход луча в призме

Экспериментальная установка

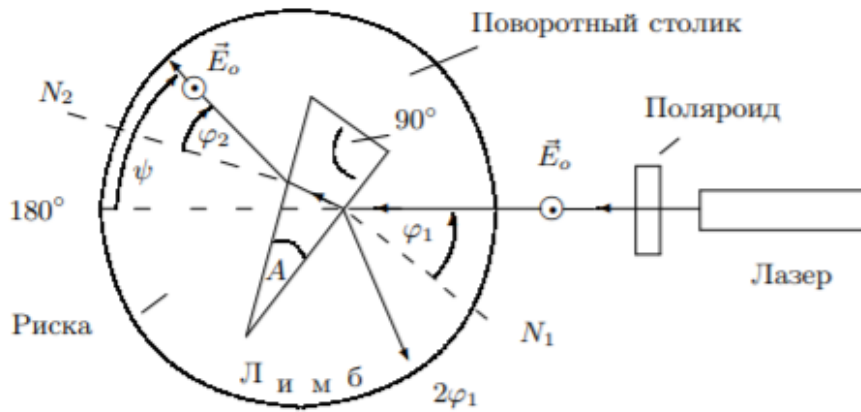


Рис. 2: Экспериментальная установка

$$\varphi_2 = A + \psi - \varphi_1 \quad (9)$$

Результаты и обработка

1

Отъюстируем установку. Для этого отцентрируем экран по лучу лазера, то есть убедимся, что луч проходит под отметками 0 и 180.

2

Отметим два положения риски, при которых луч, отраженный от входной и рабочей грани, попадает обратно на отметку 0. Получим значения

$$\varphi_0 = (296 \pm 0.5)^\circ, \quad \varphi_1 = (154 \pm 0.5)^\circ.$$

Из геометрии получим формулу для A

$$A = 180^\circ - (\varphi_0 - \varphi_1) = (38 \pm 1)^\circ.$$

3-4

Определим разрешенное положение поляризатора — для этого направим его на стол и добьемся минимальной интенсивности проходящего света.

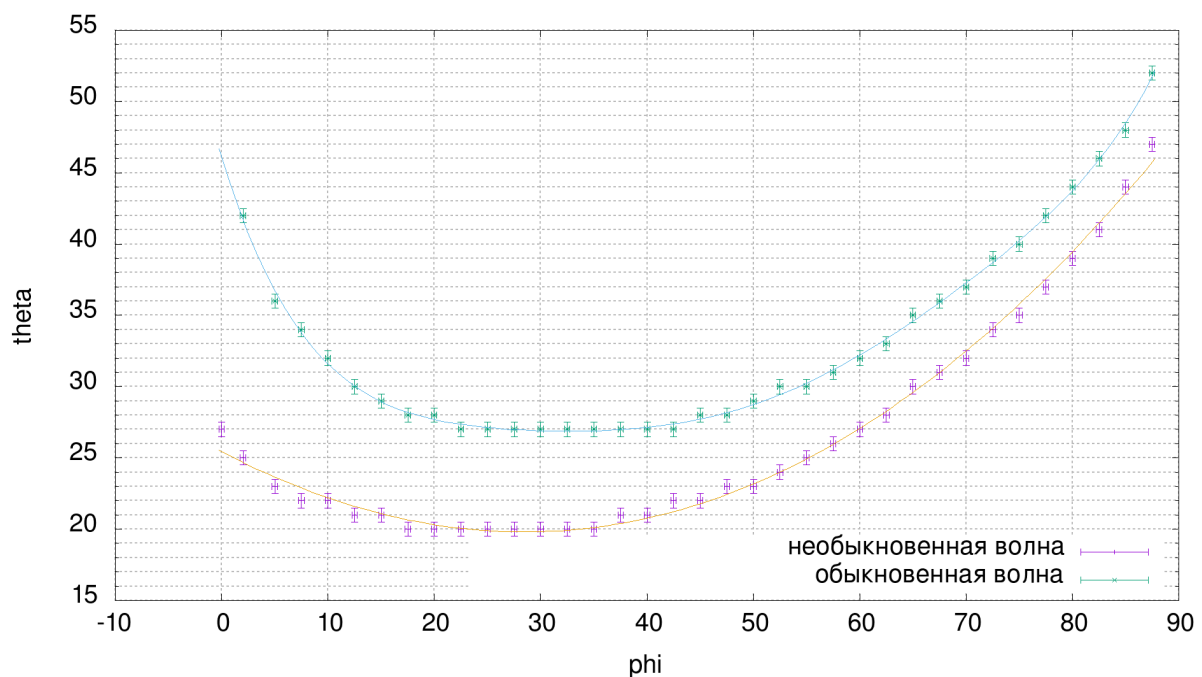
Поставим поляризатор с известным разрешенным направлением перед призмой. Один из лучей, проходящих через линзу, потеряет в интенсивности. Это будет необыкновенный луч.



необыкновенный луч снизу

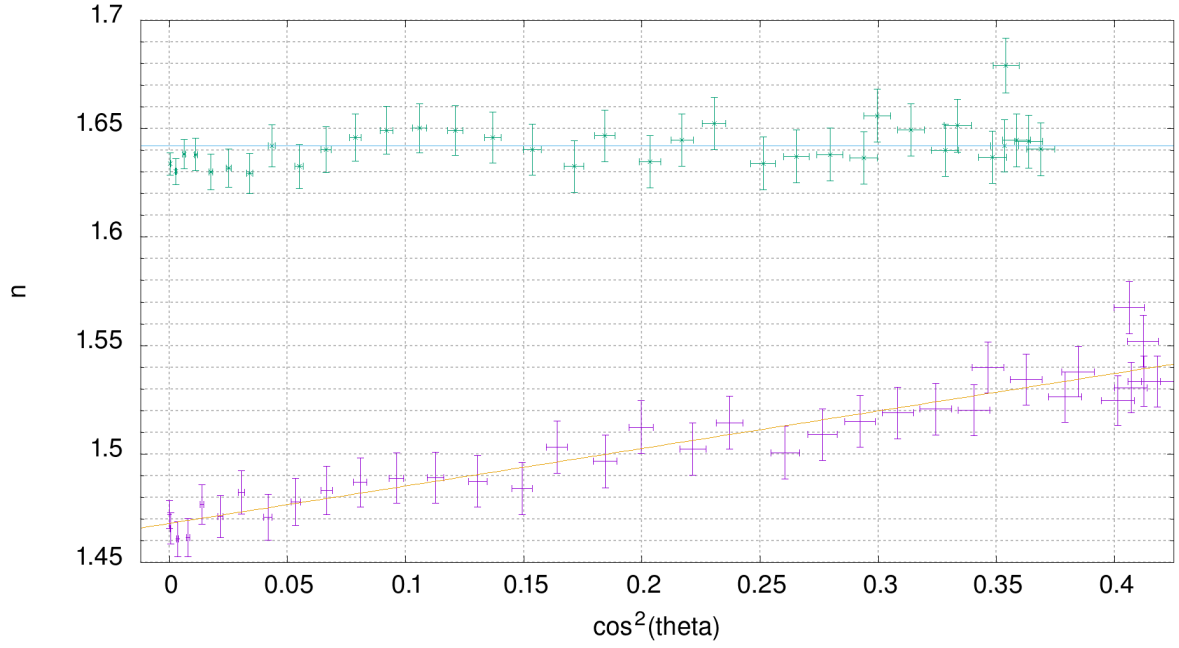
5-7

Начнем вращать столик, измерим пары значений $2\varphi_1$ и $180^\circ + \psi$. Из формулы (6) получим значение n_o коэффициент преломления обычной волны и n_e необыкновенной.



$2\phi_1$	$180 + \psi_e$	$180 + \psi_o$	n_e	Δn_e	n_o	Δn_o
0.0	207.0	—	1.472	0.007	—	—
4.0	205.0	222.0	1.466	0.007	1.634	0.005
10.0	203.0	216.0	1.461	0.008	1.630	0.006
15.0	202.0	214.0	1.462	0.009	1.638	0.007
20.0	202.0	212.0	1.477	0.009	1.638	0.007
25.0	201.0	210.0	1.47	0.01	1.630	0.008
30.0	201.0	209.0	1.48	0.01	1.632	0.009
35.0	200.0	208.0	1.471	0.011	1.629	0.009
40.0	200.0	208.0	1.478	0.011	1.64	0.01
45.0	200.0	207.0	1.483	0.011	1.63	0.01
50.0	200.0	207.0	1.487	0.011	1.640	0.011
55.0	200.0	207.0	1.489	0.012	1.646	0.011
60.0	200.0	207.0	1.489	0.012	1.649	0.011
65.0	200.0	207.0	1.487	0.012	1.650	0.011
70.0	200.0	207.0	1.484	0.012	1.649	0.012
75.0	201.0	207.0	1.503	0.012	1.646	0.012
80.0	201.0	207.0	1.497	0.012	1.640	0.012
85.0	202.0	207.0	1.512	0.012	1.633	0.012
90.0	202.0	208.0	1.502	0.012	1.647	0.012
95.0	203.0	208.0	1.514	0.012	1.635	0.012
100.0	203.0	209.0	1.501	0.012	1.645	0.012
105.0	204.0	210.0	1.509	0.012	1.652	0.012
110.0	205.0	210.0	1.515	0.012	1.634	0.012
115.0	206.0	211.0	1.519	0.012	1.637	0.012
120.0	207.0	212.0	1.521	0.012	1.638	0.012
125.0	208.0	213.0	1.520	0.012	1.637	0.012
130.0	210.0	215.0	1.540	0.012	1.656	0.012
135.0	211.0	216.0	1.534	0.012	1.649	0.012
140.0	212.0	217.0	1.526	0.012	1.640	0.012
145.0	214.0	219.0	1.538	0.012	1.651	0.012
150.0	215.0	220.0	1.525	0.012	1.637	0.012
155.0	217.0	222.0	1.531	0.012	1.642	0.012
160.0	219.0	224.0	1.533	0.012	1.645	0.012
165.0	221.0	226.0	1.533	0.012	1.644	0.012
170.0	224.0	228.0	1.552	0.012	1.641	0.012
175.0	227.0	232.0	1.568	0.012	1.679	0.013

$$\Delta 2\phi_1 = 0.5, \Delta 180 + \psi_e = 0.5, \Delta 180 + \psi_o = 0.5$$

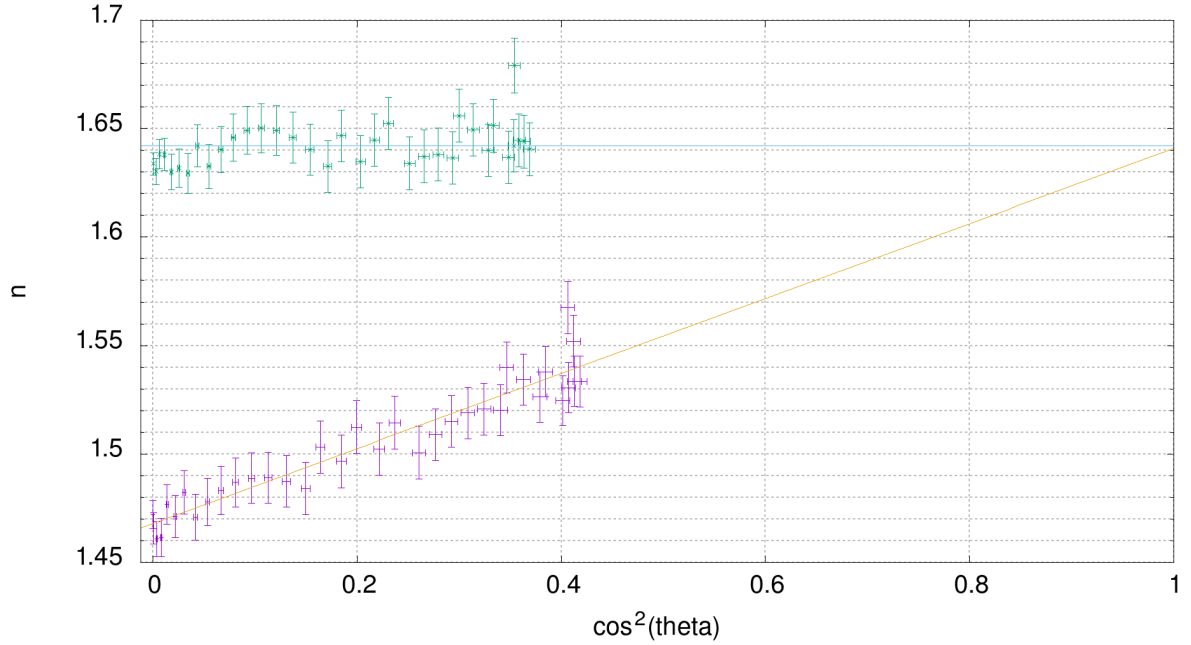


Из графика n_e получается

$$n_e = (1.47 \pm 0.01), n_o = (1.64 \pm 0.01).$$

Из графика n_o получается

$$n_o = (1.64 \pm 0.01).$$



Демонстрация того, что значение n_o получается одинаковым независимо от метода получения.

8

Найдем минимальные значения ψ . Для этого заметим, что при минимальном значении производная $\frac{\delta\psi}{\delta\varphi_1}$ становится равна 0. Этот факт позволяет точно получить значение ψ_m .

Вокруг минимального значения начнем периодически менять φ_1 . Область, в которой заметно движение лазерного пятна – это область, в которой достигается минимальное значение ψ .

$$\psi_{om} = (27.0 \pm 0.5)^\circ, \psi_{em} = (27.0 \pm 0.5)^\circ.$$

Из этого получается значение n

$$n_o = (1.49 \pm 0.02), n_e = (1.65 \pm 0.02).$$

9

Найдем углы падения, соответствующие полному внутреннему отражению. Для этого найдем критические значения φ_{1e} и φ_{1o} , при которых необыкновенный и обыкновенный луч соответственно проходят через полное отражение от второй грани призмы

$$\varphi_{1o} = (0.0 \pm 0.3)^\circ, \varphi_{1e} = (-5.0 \pm 0.3)^\circ.$$

Принимая $\varphi_2 = 90^\circ$, найдем значение n_o и n_e из (6)

$$n = \frac{1}{\sin A} \sqrt{\sin^2 \varphi_1 + 1 + 2 \sin \varphi_1 \cos A}.$$

Из формулы выше получаем

$$n_e = (1.41 \pm 0.04), n_o = (1.62 \pm 0.03).$$

Табличные значения из лабника

$$n_e = 1.485, n_o = 1.655.$$

Вывод

С помощью трех методов мы измерили коэффициент преломления необыкновенной и обыкновенной волны у исландского шпата. Данные совпали с табличными с точностью до 2 цифры после запятой.