

# Изучение фазовой решётки (эшелет)

## Цель работы

Знакомство с работой гониометра и определение спектральных характеристик фазовой решётки (эшелета).

## Оборудование

Ртутная лампа, гониометр, амплитудная и фазовая дифракционные решётки, плоскопараллельная стеклянная пластинка, призмный угловой отражатель, щель с микрометрическим винтом.

## Экспериментальная установка

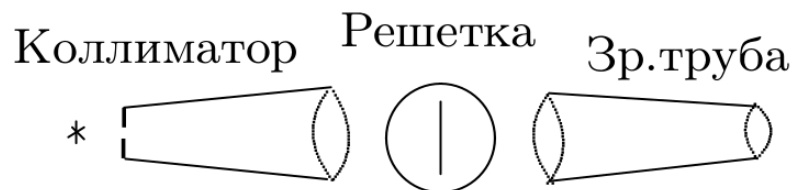
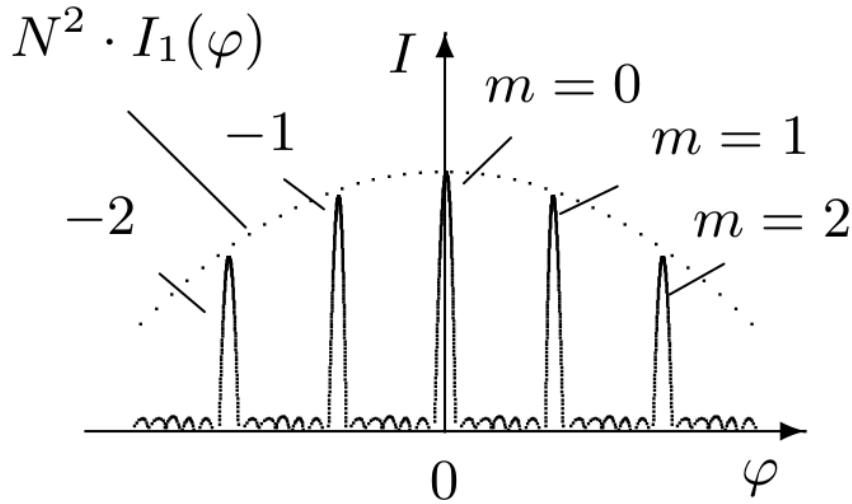


Схема экспериментальной установки (вид сверху)

## Теоретическая часть

Дифракционная решётка представляет собой стеклянную или металлическую пластину, на которую через строго одинаковые интервалы нанесены параллельные штрихи. Основные параметры дифракционной решётки — период  $d$  (постоянная решётки), число штрихов  $N$ . Условие дифракции Фраунгофера — решётка освещается плоской волной, а плоскость наблюдения практически находится в бесконечности.



Распределение интенсивности света при дифракции Фраунгофера на решётке

Согласно принципу Гюйгенса-Френеля распределение интенсивности в дифракционной картине определяется суперпозицией волн; амплитуды всех интерферирующих волн при  $\varphi$  практически одинаковы; фазы составляют арифметическую прогрессию:

$$d \sin \varphi_m = m\lambda,$$

где  $m \in Z$  — порядок спектра.

Интенсивность  $I$  света, распространяющегося под углом  $\varphi$  к нормали:

$$I = I_1(\varphi) \frac{\sin^2(N(dk \sin \varphi)/2)}{\sin^2((dk \sin \varphi)/2)},$$

где  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  — волновое число.

Дисперсия  $D$  характеризует угловое расстояние между близкими спектральными линиями:

$$D = \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{m}{d \cos \varphi} = \frac{m}{\sqrt{d^2 - m^2 \lambda^2}}$$

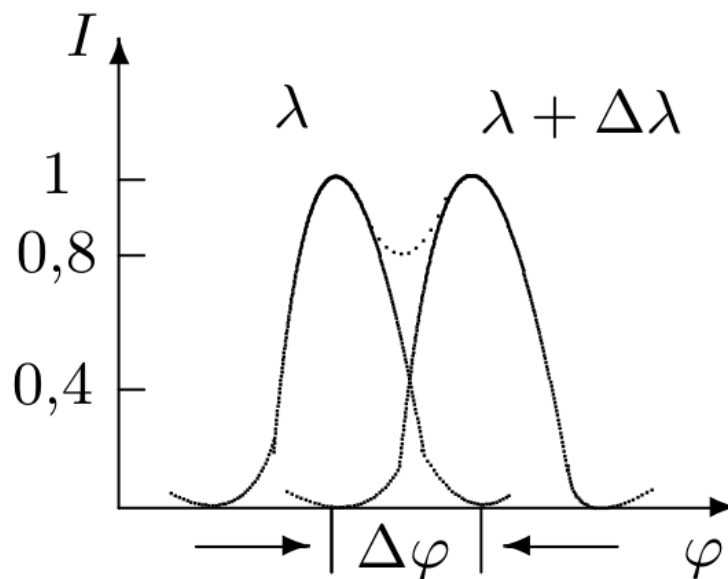
Согласно критерию разрешения Релея, линии становятся неразличимыми, когда расстояние между ними меньше, чем расстояние от максимума одной линии до её первого минимума:

$$\frac{Nkd}{2}(\sin(\varphi + \Delta\varphi) - \sin \varphi) = \pi,$$

где  $\Delta\varphi$  — угловая полуширина главного максимума,  $\Delta\varphi = \frac{\lambda}{Nd \cos \varphi}$

Разрешающая способность спектрального прибора  $R$  вычисляется по формуле:

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = m \cdot N$$



К определению разрешающей способности дифракционной решётки

Дисперсионная область  $G$  — предельная ширина спектрального интервала  $d\lambda$ , при которой спектры соседних порядков перекрываются только своими границами:

$$G = d\lambda = \frac{\lambda}{m}.$$

### Обработка результатов экспериментов

При работе с дифракционной решёткой основной задачей является точное измерение углов, при которых наблюдается главный максимум для различных длин волн. Эшелет — отражательная решётка с треугольным профилем штриха, в которой угол  $\Omega$  между рабочей гранью и плоскостью решётки не превышает  $20^\circ$ . Рабочий порядок  $m \leq 10$ , число штрихов  $n = 1200$  штр/мм.

Угол, под которым наблюдается максимум интенсивности функции  $I_1(\varphi)$ , соответствует зеркальному отражению падающего луча от грани и называется углом блеска  $\varphi_6$ .

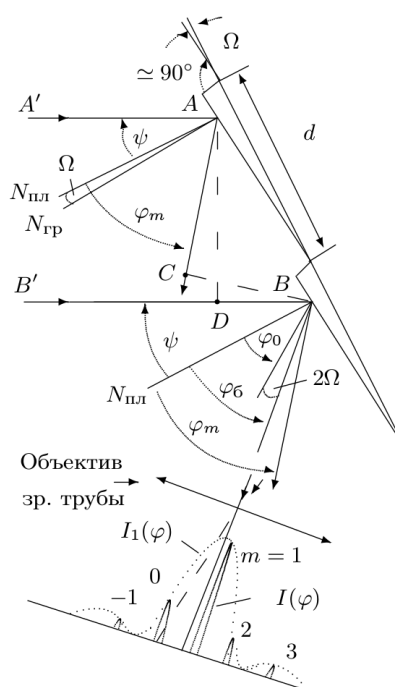
$$\varphi_6 = \psi + 2\Omega,$$

где  $\psi$  — угол, под которым падает плоская монохроматическая волна  $\lambda$ .

Разность хода  $\Delta$  кратна  $\lambda$ :

$$\Delta = d(\sin \varphi_m - \sin \varphi) = m\lambda.$$

Изменяя угол падения, можно добиться того, чтобы угол блеска совпал с углом дифракции спектра одного из порядков; в этом порядке спектр будет наиболее ярким. Этот порядок принять называть рабочим.

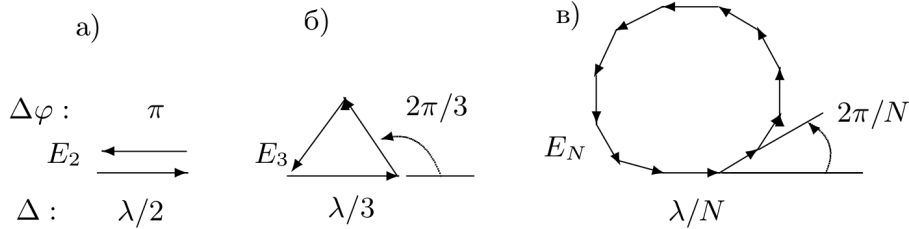


Распределение интенсивности в спектре эшелета

Чтобы устранить произвол в выборе угла падения, принято считать, что решётка должна работать в автоколлиматорном режиме. В этом случае условие  $d(\sin \varphi_m + \sin \varphi) = m\lambda$  принимает вид:

$$2d \sin \Omega = m_p \lambda_p.$$

Для оценки  $\Delta\varphi_m$  воспользуемся методом векторных диаграмм:



Векторные диаграммы

Направление на минимум, ближайший к максимуму любого порядка:

$$d(\sin(\varphi_m + \Delta\varphi) + \sin\psi) = m\lambda + \frac{\lambda}{N}$$

Для малой полуширины максимума получим:

$$\Delta\varphi = \frac{\lambda}{Nd \cos\phi_m}$$

Зависимость дисперсии  $D$  от параметров эшелета:

$$D = \frac{m}{d \cos\phi_m} = \frac{m}{\sqrt{d^2 - (m\lambda - d \sin\psi)^2}}$$

Произведём юстировку гониометра и установим начало отсчёта, руководствуясь техническим описанием.

Держа эшлет в вытянутой руке, найдём отражение лампы накаливанияж вращая эшелет вокруг оси, рассмотрим спектры положительных и отрицательных порядков; определим рабочий порядок; оценим дисперсионную область и сравним её с шириной спектра лампы:

Средние значения:

$$\lambda = 600 \text{ нм}; \quad \Delta\phi = 200 \text{ нм};$$

$$G = \frac{\lambda}{m} = 200 \text{ нм}; \quad \text{Рабочий порядок } m_p = -1.$$

Проделаем дополнительную настройку столика с эшелетом; установим  $\psi = 30^\circ$ ; подберём ширину входной щели так, чтобы хорошо разрешались линии жёлтого дублета (ширина изображения щели чуть больше промежутка между линиями двойного штриха); установим высоту щели, удобную для измерений.

Для угла  $\psi = 45^\circ$  измерим угловые координаты спектральных линий ртути в рабочем порядке. Отметим главную координату каждой из описанных линий:

Ахроматический	$93^\circ 10' 30''$	
Фиолетовый	$75^\circ 36' 45''$	$4047 \text{ \AA}$
Синий	$74^\circ 23' 45''$	$4358 \text{ \AA}$
Голубой	$72^\circ 15' 35''$	$4916 \text{ \AA}$
Зелёный	$70^\circ 12' 35''$	$5461 \text{ \AA}$
Желтый 2	$69^\circ 3' 25''$	$5770 \text{ \AA}$
Жёлтый 1	$68^\circ 58' 35''$	$5791 \text{ \AA}$

Для оценки разрешающей способности измерим ширину одной из линий жёлтого дублета и рассчитаем аппаратную полупширину линии  $\Delta\lambda$ :

$$\text{Ширина линии: } 68^\circ 2' 10'' - 68^\circ 2' 0'' = 10''$$

$$\Delta\lambda = \frac{1}{3} \text{ \AA}; \quad R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{5770}{20} \cdot 60 = 17810$$

Для угла  $\psi = 30^\circ$  измерим координаты каждой из жёлтых линий во всех наблюдаемых порядках:

$I_{\text{пол}}$	Ж <sub>1</sub>	$89^\circ 3' 55''$
	Ж <sub>2</sub>	$88^\circ 55' 45''$
$I_{\text{отр}}$	Ж <sub>1</sub>	$39^\circ 50' 55''$
	Ж <sub>2</sub>	$39^\circ 55' 25''$

Повторим измерения для  $\psi = 45^\circ, 60^\circ$ :

$I_{\text{отр}}$	Ж <sub>1</sub>	$68^\circ 58' 35''$
	Ж <sub>2</sub>	$69^\circ 3' 35''$
$II_{\text{отр}}$	Ж <sub>1</sub>	$48^\circ 32' 15''$
	Ж <sub>2</sub>	$48^\circ 40' 50''$

Таблица 1:  $\psi = 45^\circ$

$I_{\text{отр}}$	Ж <sub>1</sub>	$92^\circ 15' 5''$
	Ж <sub>2</sub>	$92^\circ 20' 15''$
$II_{\text{отр}}$	Ж <sub>1</sub>	$70^\circ 51' 45''$
	Ж <sub>2</sub>	$71^\circ 0' 35''$
$III_{\text{отр}}$	Ж <sub>1</sub>	$50^\circ 51' 5''$
	Ж <sub>2</sub>	$51^\circ 4' 45''$

Таблица 2:  $\psi = 60^\circ$

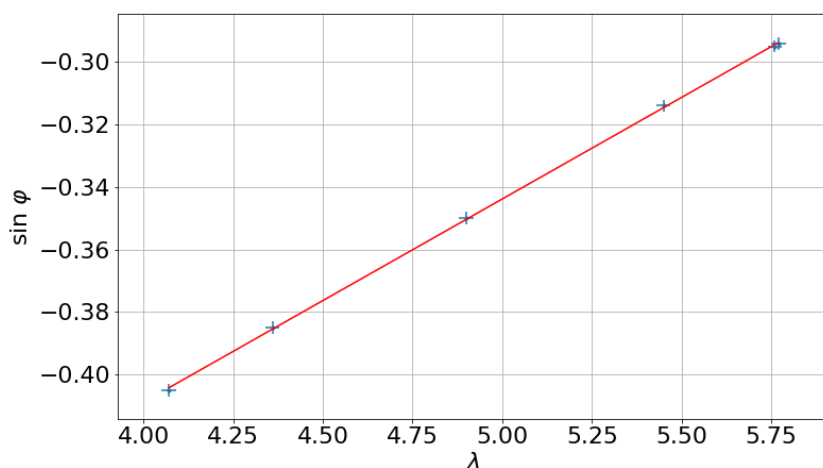
**Зависимость разрешающей силы от ширины пучка:**

Натроим зрительную трубу на желтый дублет в рабочем порядке; определим начало отсчёта — момент открытия щели. Крест появляется при  $59^{\circ}57'20''$ ; ширина щели — 3 деления.

Откроем щель пошире; уменьшая ширину щели, добьемся предельного разрешения желтого дублета, оценим число штрихов:

$$n \approx 1600 \text{ штр/мм}; \quad \Delta\lambda = 2\text{Å}.$$

Построим график зависимости  $\sin \varphi_m = f(\lambda)$  и по углу наклона определим период эшелета:

Зависимость  $\sin \varphi_m$  от  $\lambda$ 

Угол наклона графика  $k = (6.5 \pm 0.1) \cdot 10^6$

Число штрихов  $n \approx 650 \pm 10$  штр/мм

Период эшелета:  $d = \frac{1}{0.65} = 1.53 \pm 0.04$  мм.

Угловая дисперсия в рабочем порядке для жёлтого дублета в угловых секундах на Å:

$$D = 14.3 \frac{\text{угл} \cdot \text{сек}}{\text{Å}}$$

Экспериментальная разрешающая способность:

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = 2890$$

## Вывод

В данной лабораторной работе мы исследовали спектральные характеристики дифракционной решётки, научились работать с гониометром, экспериментально определили период решётки и разрешающую способность.