Определение C_p/C_v по скорости звука в газе

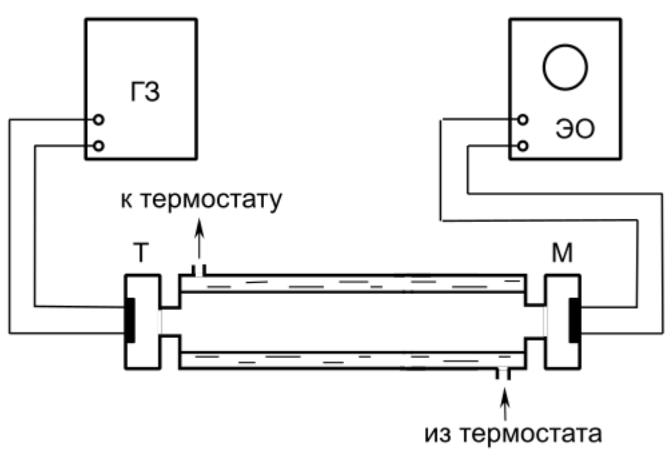
1 Цель работы:

1) измерение частоты колебаний и длины волны при резонансе звуковых колебаний в газе, заполняющем трубу; 2) определение показателя адиабаты с помощью уравнения состояния идеального газа.

2 В работе используются:

звуковой генератор, электронный осциллограф, теплоизолированная труба, обогреваемая водой из термостата, термостат, телефон, соединённый с генератором звука, микрофон, соединённый с осциллографом.

3 Экспериментальная установка:



4 Теоретическая часть:

Скорость распространения звуковой волны в газах зависит от показателя адиабаты γ. На измерении скорости звука основан один из наиболее точных методов определения показателя адиабаты.

Скорость звука в газах определяется формулой:

$$c = \sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu}},$$

где R — газовая постоянная, T — температура газа, а μ — его молярная масса. Преобразуя эту формулу, найдем

$$\gamma = \frac{\mu}{RT} c^2. \tag{1}$$

Таким образом, для определения показателя адиабаты достаточно измерить температуру газа и скорость распространения звука (молярная масса газа предполагается известной).

Звуковая волна, распространяющаяся вдоль трубы, испытывает многократные отражения от торцов. Звуковые колебания в трубе являются наложением всех отраженных волн и, вообще говоря, очень сложны. Картина упрощается, если длина трубы L равна целому числу полуволн, то есть когда

$$L = n\lambda/2, \tag{2}$$

где λ — длина волны звука в трубе, а n — любое целое число. Если условие (2) выполнено, то волна, отраженная от торца трубы, вернувшаяся к ее началу и вновь отраженная, совпадает по фазе с падающей. Совпадающие по фазе волны усиливают друг друга. Амплитуда звуковых колебаний при этом резко возрастает — наступает резонанс. При звуковых колебаниях слои газа, прилегающие к торцам трубы, не испытывают смещения (*узел смещения*). Узлы смещения повторяются по всей длине трубы через $\lambda/2$. Между узлами находятся максимумы смещения (*пучности*).

Скорость звука с связана с его частотой f и длиной волны λ соотношением

$$c = \lambda f. \tag{3}$$

Для получения резонанса при постоянной длине трубы можно изменять частоту звуковых колебаний. В этом случае следует плавно изменять частоту f звукового генератора, а следовательно, и длину звуковой волны λ. Для последовательных резонансов получим

$$L_n = \frac{\lambda_1}{2}n = \frac{\lambda_2}{2}(n+1) = \ldots = \frac{\lambda_{k+1}}{2}(n+k) \tag{4}$$

Из (3) и (4) имеем

$$f_1 = \frac{c}{\lambda_1} = \frac{c}{2L}n, \quad f_2 = \frac{c}{\lambda_2} = \frac{c}{2L}(n+1) = f_1 + \frac{c}{2L}, \quad \ldots,$$

$$f_{k+1} = \frac{c}{\lambda_{k+1}} = \frac{c}{2L}(n+k) = f_1 + \frac{c}{2L}k. \tag{5}$$

Скорость звука, деленная на $2L$, определяется, таким образом, по угловому коэффициенту графика зависимости частоты от номера резонанса.

5 Обработка результатов измерений:

Исследуемый газ — воздух.

$$P = 974.2 \cdot 10^2 \text{ Па} \qquad L = 70 \text{ см}$$

T_1, K	T_2, K	T_3, K	T_4, K	T_5, K
297	303	313	323	333

T_1	f_1, Гц	f_2, Гц	f_3, Гц	f_4, Гц	f_5, Гц	f_6, Гц
	247	498	720	980	1220	1458

T_2	f_1, Гц	f_2, Гц	f_3, Гц	f_4, Гц	f_5, Гц	f_6, Гц
	257	502	749	992	1221	1476

T_3	f_1, Гц	f_2, Гц	f_3, Гц	f_4, Гц	f_5, Гц	f_6, Гц
	260	511	760	1014	1265	1512

T_4	f_1, Гц	f_2, Гц	f_3, Гц	f_4, Гц	f_5, Гц	f_6, Гц
	264	519	771	1035	1272	1536

T_5	f_1, Гц	f_2, Гц	f_3, Гц	f_4, Гц	f_5, Гц	f_6, Гц
	270	524	780	1045	1311	1565

Построим графики, откладывая по оси абсцисс номер резонанса k, а по оси ординат — разность между частотой последующих резонансов и частотой первого резонанса: $f_{k+1} - f_1$. Угловой коэффициент прямой определяет величину $c/2L$.

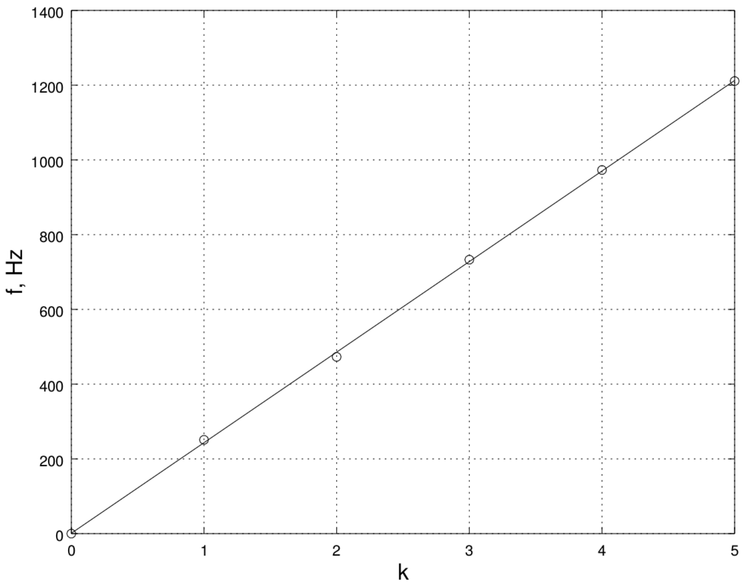


Рис. 1: График зависимости разности частот от номера резонанса при T_1

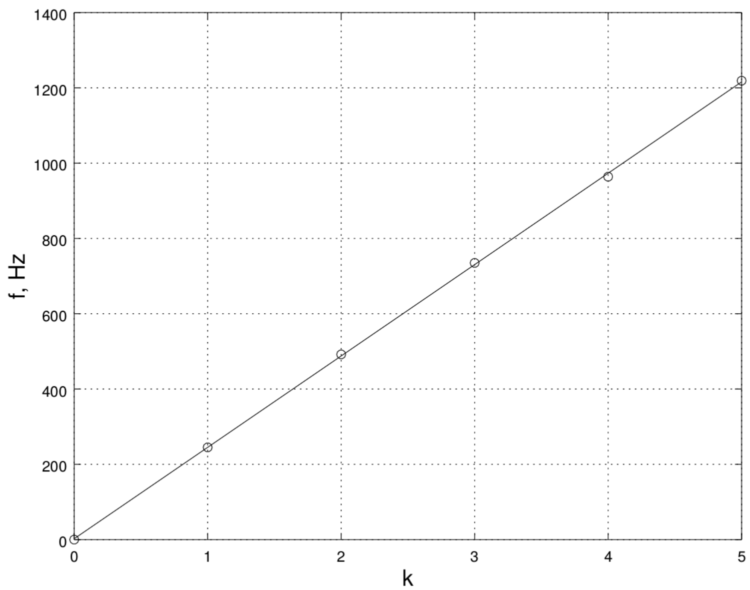


Рис. 2: График зависимости разности частот от номера резонанса при T_2

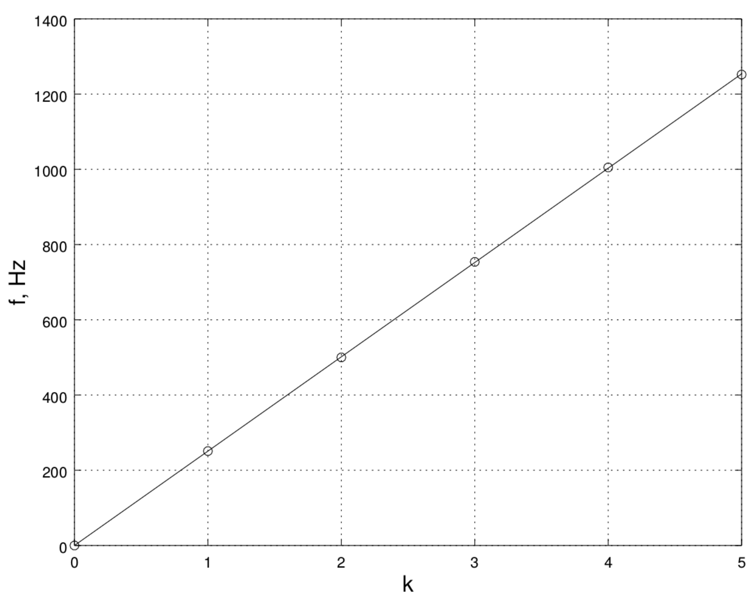


Рис. 3: График зависимости разности частот от номера резонанса при T_3

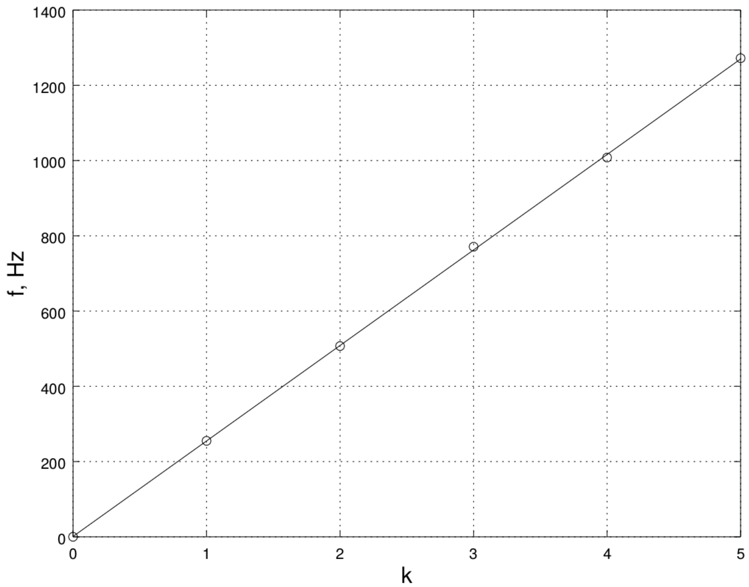


Рис. 4: График зависимости разности частот от номера резонанса при T_4

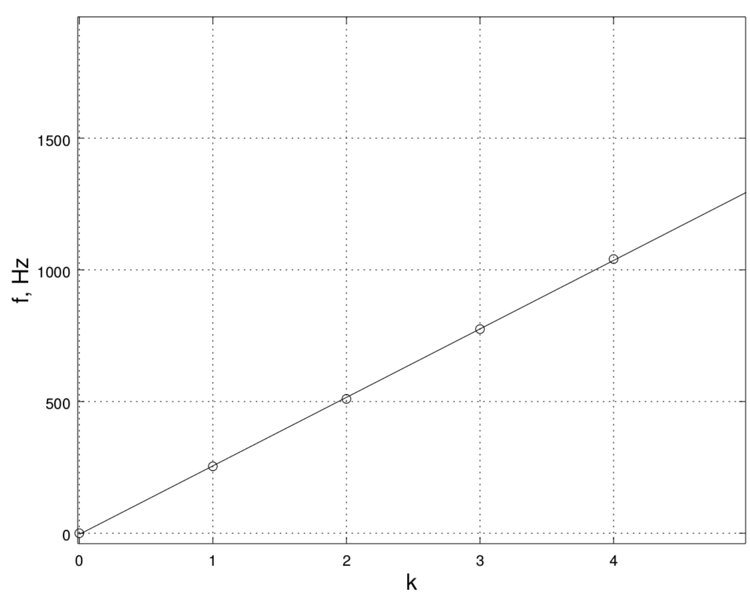


Рис. 5: График зависимости разности частот от номера резонанса при T_5

Угловые коэффициенты прямых соответственно равны:

$$a_1 = 246.59\ c^{-1}, \quad a_2 = 249.81\ c^{-1}, \quad a_3 = 252.99\ c^{-1},$$

$$a_4 = 256.91\ c^{-1}, \quad a_5 = 260.85\ c^{-1}.$$

Рассчитаем скорость звука и показатель адиабаты при каждой температуре по формулам (1) и (5):

$T,\ K$	c, м/с	γ
297	345.22	1.400
303	349.74	1.402
313	354.18	1.399
323	359.67	1.398
333	365.19	1.398

Оценим погрешности:

$$\varepsilon_T = 0.003 = 0.3\%$$

$$\varepsilon_f = 0.009 = 0.9\%$$

$$\varepsilon_c = \sqrt{\varepsilon_T^2 + \varepsilon_f^2} = 0.0124 = 1.24\%$$

$$\varepsilon_\gamma = 2\varepsilon_c + \varepsilon_T = 0.0318 = 3.18\%$$

Конечный ответ:

$$\gamma = 1.399 \pm 0.05$$

Табличное значение:

$$\gamma_{\text{табл}} = 1.403$$