

Работа 4.3.1

Изучение дифракции света

Стрижак Даниил

1 Аннотация

В работе предстоит исследовать явления дифракции Френеля и Фраунгофера на щели, изучить влияние дифракции на разрешающую способность оптических приборов.

2 Теоретические сведения

Дифракция Френеля

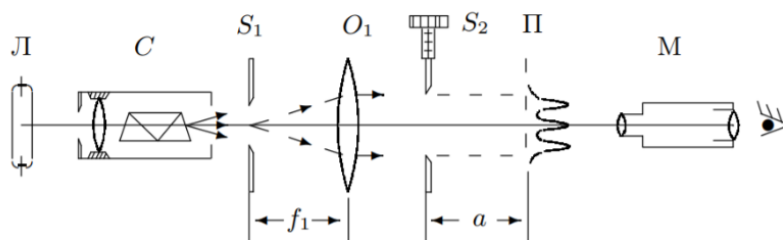


Рис. 1: Схема установки.

Распределение интенсивности света в плоскости П рассчитаем с помощью зон Френеля. При освещении S_2 параллельным пучком лучей (плоская зона) зоны Френеля представляют собой плоскости, параллельные краям щели. Результирующая амплитуда в точке наблюдения определяется суперпозицией колебаний от тех зон Френеля, которые не перекрыты створками щели. Графическое определение результирующей амплитуды производится с помощью векторной диаграммы – спирали Корню. Суммарная ширина m зон Френеля z_m определяется соотношением

$$z_m = \sqrt{am\lambda}, \quad (1)$$

где a – расстояние от щели до плоскости П. Вид наблюдаемой картины определяется числом Френеля Φ :

$$\Phi^2 = \frac{D}{\sqrt{a\lambda}}$$

– число зон Френеля, которые укладываются в ширине щели D . $p = \frac{1}{\Phi^2}$ называется волновым параметром.

Дифракция Фраунгофера на одной щели

Для выкладок ниже нам потребуется знать принцип Гюйгенса-Френеля. Он формулируется следующим образом

Каждый элемент волнового фронта можно рассматривать как центр вторичного возмущения, порождающего вторичные сферические волны, а результирующее световое поле в каждой точке пространства будет определяться интерференцией этих волн.

Теперь рассмотрим первое применение этого принципа, получившее название *метод зон Френеля*

Для этого рассмотрим действие световой волны действующей из точки A в какой-то точке B .

В этом случае можно, взяв точку M_0 в качестве центра (см. рис. 1), построить ряд концентрических сфер, радиусы которых начинаются с b и увеличиваются каждый раз на половину длины волны $\lambda/2$. При пересечении с плоским фронтом волны F эти сферы дадут концентрические окружности. Таким образом, на фронте волны появятся кольцевые зоны (зоны Френеля) с радиусами r_1, r_2 и т. д.

Из геометрических соображений посчитав, можно получить, что

$$r_i = i\sqrt{a\lambda} \quad (2)$$

Введем так же обозначение: *число Френеля*

$$\Phi^2 = \frac{D}{\sqrt{a\lambda}} \quad (3)$$

В этом пункте рассмотрим дифракцию, когда ширина щели становится значительно меньше ширины первой зоны Френеля, т.е. если

$$D \ll \sqrt{a\lambda} \quad (4)$$

Это условие всегда выполняется при достаточно большом a . В этом случае говорят, что *дифракция Фраунгофера*. При выполнении пункта (2) у нас заметно упрощаются фазовые соотношения, что поясняет рис. 2, в итоге с хорошим приближением можно считать, что разность хода между соседними лучами равна

$$\Delta = r_2 - r_1 \approx D \sin \theta \approx D \cdot \theta \quad (5)$$

Здесь предполагается, что θ достаточно мал.

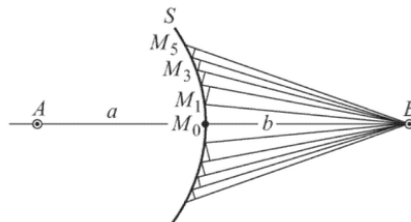


Рис. 2: Построение зон Френеля

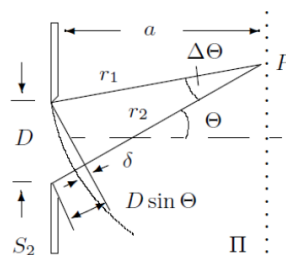


Рис. 3: К фазовым соотношениям при дифракции Фраунгофера

Схема установки

Дифракцию Фраунгофера можно наблюдать на подобной установке

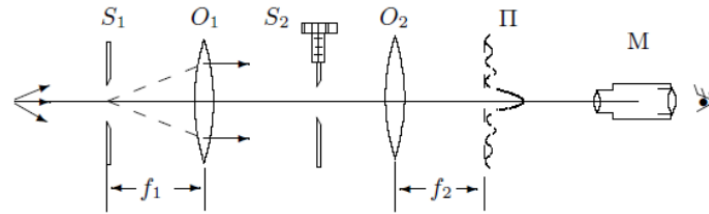


Рис. 4: Схема установки для пункта 2

Объектив здесь нужен для удобства, так как неудобно работать с очень узкими щелями. Дифракционная картина здесь наблюдается в фокальной плоскости объектива O_2 .

Посчитав легко определить угловую координату любой темной полосы:

$$\theta_m = \frac{m\lambda}{D} \quad (6)$$

И расстояние от центра соответственно

$$X_m = f_2 m \frac{\lambda}{D} \quad (7)$$

Дифракция Фраунгофера на двух щелях

Заменим S_2 на две щели

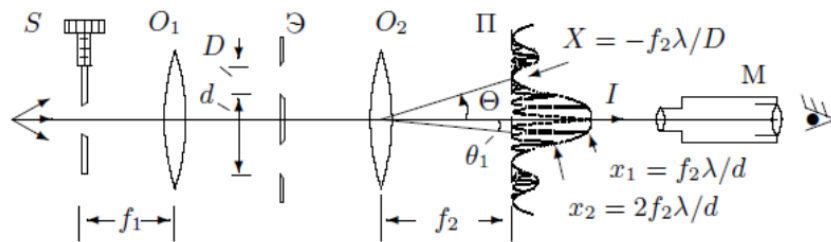


Рис. 5: Установка для третьего пункта

В этом случае легко видеть, что угловая координата максимума будет

$$\theta_m = \frac{m\lambda}{d} \quad (8)$$

И между соседними полосами

$$\delta x = f_2 \frac{\lambda}{d} \quad (9)$$

Так же нетрудно оценить число интерференционных полос укладывающихся в области центрального максимума

$$n = \frac{2d}{\lambda} \quad (10)$$

Влияние дифракции на разрешающую способность оптического инструмента

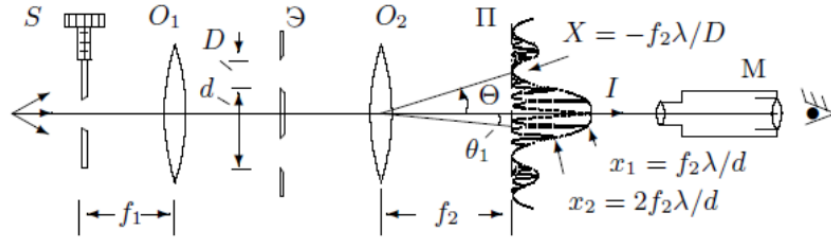


Рис. 6: Схема установки для пункта 4.

Если перед O_2 расположить S_2 , то изображение объекта будет искажено из-за дифракции. Качественной характеристикой этого искажения может служить φ_{min} — минимальное угловое между объектами (источниками).

$$\varphi = \frac{d}{f_1} \quad (11)$$

Из геометрии l между объектами равно

$$l = \phi \cdot d_2 \quad (12)$$

$$\frac{\lambda}{D_0} = \frac{l}{f_2} = \frac{d}{f_1} \quad (13)$$

3 Результаты измерений и обработка данных

Соберем схему и подготовим приборы к работе, следуя техническому описанию, расположенному на установке.

Часть А

3.1 Измерения и обработка результатов

Запишем ширину щели: $b = 0,360 \pm 0,005$ мм.

Приближая микроскоп к щели, снимем зависимость координаты микроскопа от числа n темных полос по формуле $a_n = x_n - x_0$, где $x_0 = 52,9$ мм — положение нуля. Результаты занесем в табл. 1 и построим график зависимости величины $2\xi_n$ от n . Длина волны зеленого света $\lambda = 5461 \cdot 10^{-10}$ м. (Формула 1)

Таблица 1: Зависимость координаты микроскопа от числа n темных полос

x_n , мм	n	a_n , мм	ξ_n , мм
539	5	6	0.404
537	4	8	0.418
535	3	10	0.404
531	2	12	0.362

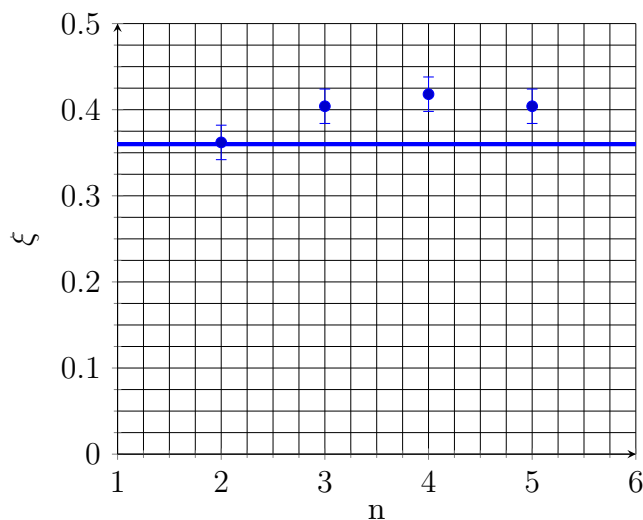


График зависимости суммарной ширины зон Френеля от их числа

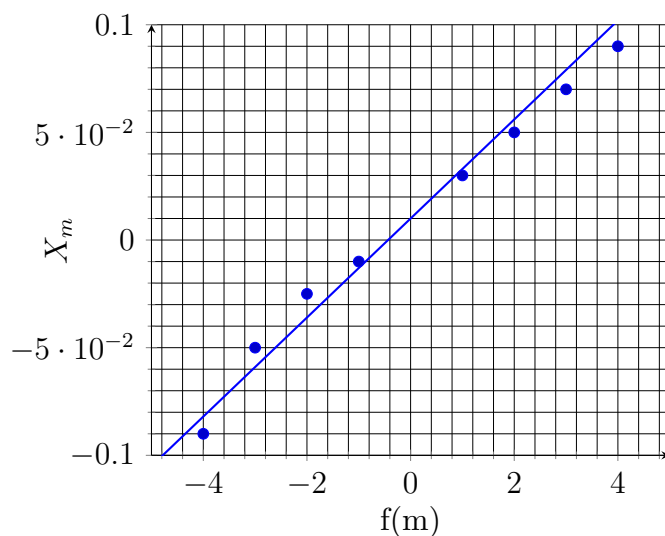
Таким образом, ширина примерно совпадает с шириной щели и является постоянной величиной. «Сдвиг» объясним неточностью в измерении нуля.

Часть Б

Величина щели по винту равна $b = 0,5 \pm 0,03$ мм. Фокусное расстояние линзы $f_2 = 10.0$ см.

Измерим с помощью винта поперечного перемещения микроскопа координаты X_m нескольких дифракционных минимумов. Здесь x_m — измерения, которые затем умножаем на $\alpha = 0,02$ мм — цену деления винта, т.е. $X_m = \alpha x_m$. Результаты занесем в табл. 2 и построим график зависимости минимумов от их номеров.

x_m	X_m , мм	m
-9.0	-0.090	-4
-5.0	-0.050	-3
-2.5	-0.025	-2
-1.0	-0.010	-1
3.0	0.030	1
5.0	0.050	2
7.0	0.070	3
9.0	0.090	4

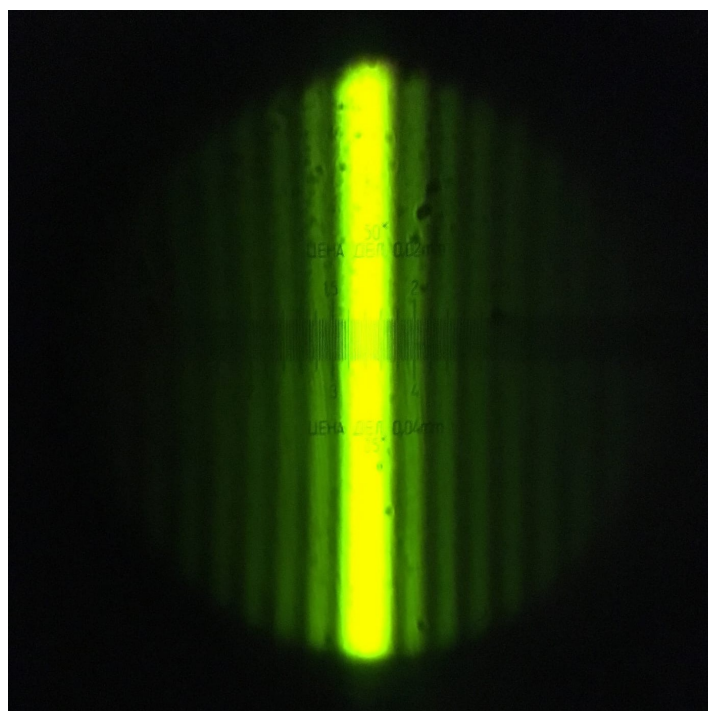


Зависимость минимумов от их номера m

Из графика получаем, что угол наклона $a = (23,0 \pm 1,2)10^{-4}$ мм. Это и есть расстояние ΔX между соседними максимумами. Из формулы 4 мы получаем, что

$$b_3 = \frac{X_m}{m} = \frac{\lambda}{b_3} f_2 b_3 = 2 \frac{\lambda}{a} f_2 = 0,502 \pm 0,007 \text{ мм.} \quad (14)$$

Таким образом, наши значения для b и b_3 близки.



Дифракционная картина на одной щели

Часть В

Получим на экране дифракционную картину и проведем измерения. Получим для 1 и 2 максимума слева и справа соответственно координаты на винте x_m , а затем получим $X_m = \alpha x_m$ аналогично предыдущему пункту.

m	-2	-1	1	2
x_m	-1,55	-1,6	0.7	0.8
X_m , мм	-0.031	-0.032	0.015	0.018

Измерения максимумов на двух щелях

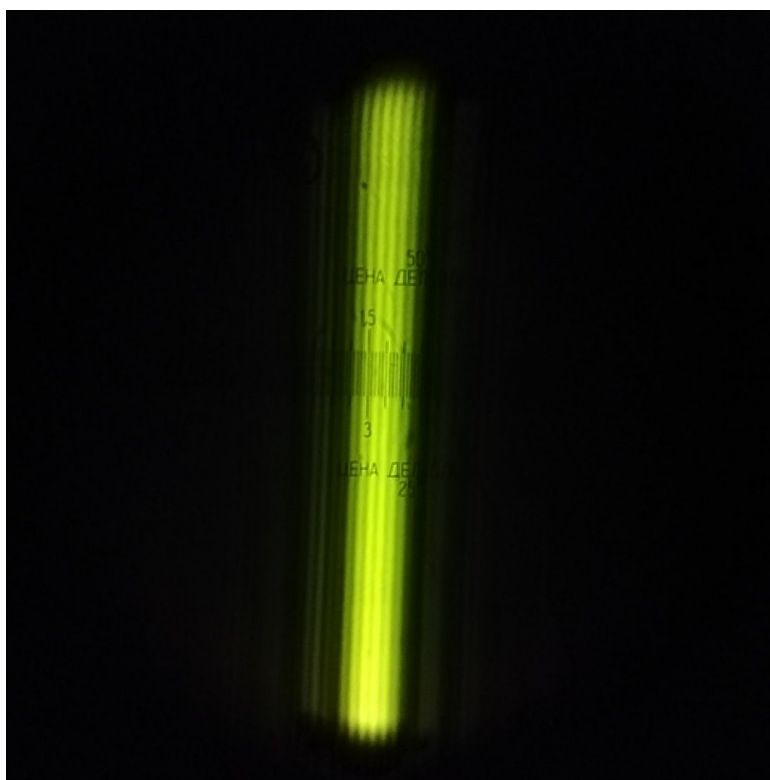
Ширина главных максимумов $\delta x = 3(x_1 - x_{-1}) = 0,042$ мм, где 3 — число наблюдаемых светлых полос. Из формулы получаем расстояние между щелями

$$d = f_2 \frac{\lambda}{\delta x} = 0,144 \pm 0,006 \text{ мм} \quad (15)$$

Это примерно сходится с измеренной непосредственно $b_0 \approx 0,07$. Так как эта же ширина равна $\frac{2f_2\lambda}{b}$

$$b = \frac{2f_2\lambda}{d} = 0,082 \pm 0,004 \text{ мм} \quad (16)$$

Из формулы 6 мы получаем $n = \frac{20,134}{0,089} \approx 3,01 \pm 0,08$, что сходится с наблюдениями.



Дифракционная картина на двух щелях

Часть Г

1. Собрали схему, изменив в схеме из предыдущего пункта только S .
2. Поставили между линзами щель S_2 и уменьшая ее ширину наблюдать ухудшение изображения. Подобрать ширину S_2 так, чтобы изображения почти сливались.

$$D_0 = (0,060 \pm 0,005)\text{мм}$$

Погрешность берем как половину цены деления. В итоге получаем, что выполнено соотношение (13).

3. Поставить двойную щель и измерить расстояние между щелями и толщину самих щелей.

$$d = (1,00 \pm 0,01)\text{мм}$$

$$D = (0,20 \pm 0,01)\text{мм}$$

Погрешность берем как половину цены деления.

4 Выводы

Мы изучили два основных типа дифракции: Френеля и Фраунгофера при разных размерах щели и провели качественные наблюдения этих явлений, а также экспериментально проверили справедливость теоретических формул.