

# Определение систематических и случайных погрешностей при измерении удельного сопротивления нихромовой проволоки (1.1.1)

Павлушкин Вячеслав

Сентябрь 2021

## 1 Введение

**Цель работы:** измерить удельное сопротивление проволоки и вычислить систематические и случайные погрешности при использовании таких измерительных приборов, как линейка, штангенциркуль, микрометр, амперметр, вольтметр и мост постоянного тока.

**Оборудование:** линейка, штангенциркуль, микрометр, отрезок проволоки из нихрома, амперметр, вольтметр, источник ЭДС, мост постоянного тока, реостат, ключ.

## 2 Теоритические сведения

В данной работе измерять сопротивление  $R_{\text{пр}}$  предлагается с помощью одной из схем представленных на рис. 1

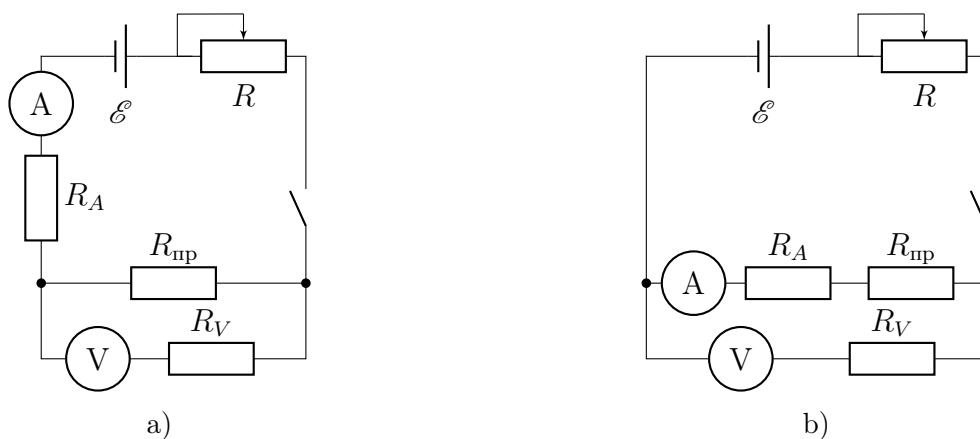


Рис. 1: Схемы для измерения сопротивления

Пусть  $V$  и  $I$  – показания вольтметра и амперметра, при расчете сопротивления только этими данными:  $R_{\text{пр1}} = V_a/I_a$  для схемы (1a) и  $R_{\text{пр2}} = V_b/I_b$  для схемы (1b) найденные сопротивления будут отличаться как друг от друга, так и от искомого  $R_{\text{пр}}$  из-за внутренних сопротивлений приборов.

Учитывая сопротивления приборов получаем:

Для схемы (1a)

$$R_{\text{пр1}} = \frac{V_a}{I_a} = R_{\text{пр}} \frac{R_V}{R_{\text{пр}} + R_V}$$

Для схемы (1b)

$$R_{\text{пр2}} = \frac{V_b}{I_b} = R_{\text{пр}} + R_A$$

Формулы (2) и (2) можно удобно преобразовать:

$$R_{\text{пр}} = \frac{R_{\text{пр1}}}{1 - \left(\frac{R_{\text{пр1}}}{R_V}\right)} \approx R_{\text{пр1}} \left(1 + \frac{R_{\text{пр1}}}{R_V}\right) \quad R_{\text{пр}} = R_{\text{пр2}} \left(1 - \frac{R_A}{R_{\text{пр2}}}\right)$$

В разветленных цепях расчет поправок становится достаточно трудоемким и должен производиться заново при каждом переключении прибора. Таким образом получаем пример систематической ошибки, возникающей из-за упрощения расчетной формулы. Для схемы (1a) сопротивление  $R_{\text{пр}}$  оказывается заниженным, а для схемы (1b) – завышенным относительно рассчитанного.

Более точным методом измерения сопротивлений является метод моста постоянного тока (мост Уитстона).

## 3 Задание

### 3.1 Знакомство со штангенциркулем и микрометром

**Штангенциркуль:**  $\sigma_{\text{ш}} = 0,05$  мм

**Микрометр:**  $\sigma_{\text{м}} = 0,01$  мм

### 3.2 Измерение диаметра проволоки

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	ср.
$d_{\text{ш}}, \text{ мм}$	0,35	0,35	0,35	0,35	0,35	0,35	0,35	0,35	0,35	0,35	0,35
$d_{\text{м}}, \text{ мм}$	0,34	0,36	0,36	0,35	0,36	0,36	0,36	0,36	0,36	0,36	0,357

Таблица 1: Результаты измерения диаметра проволоки

При измерении штангенциркулем случайная погрешность отсутствует, а значит можно учитывать только системную погрешность:  $d_{\text{ш}} = (0,35 \pm 0,05)$  мм.

При измерении же микрометром нужно учитывать и системную и случайную погрешность:

$$\sigma_{\text{сист}} = 0,01 \text{ мм} \quad \sigma_{\text{сл}} = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^2} = \frac{1}{10} \sqrt{4,1 \cdot 10^{-4}} \approx 2 \cdot 10^{-3} \text{ мм}$$

$$\sigma_{d_{\text{м}}} = \sqrt{\sigma_{\text{сист}}^2 + \sigma_{\text{сл}}^2} \approx 0,01 \text{ мм}$$

тогда  $d_{\text{м}} = (0,357 \pm 0,01)$  мм.

Площадь поперечного сечения проволоки можно вычислить зная диаметр, используя диаметр найденный с помощью микрометра мы уменьшим погрешность площади. Вычислим площадь и ее погрешность:

$$S_{\text{пр}} = \frac{\pi d_{\text{м}}^2}{4} = \frac{3,1415 \cdot (0,357)^2}{4} \approx 0,1 \text{ мм}^2$$

$$\sigma_S = 2 \frac{\sigma_{d_{\text{м}}}}{d_{\text{м}}} \cdot S = 2 \frac{0,01}{0,357} \cdot 0,1 \approx 5,6 \cdot 10^{-3} \text{ мм}^2$$

С учетом погрешности получаем, что  $S_{\text{пр}} = (0,1 \pm 5,6 \cdot 10^{-3}) \text{ мм}^2$  т.е. площадь поперечного сечения определена с точностью 5,6%

### 3.3 Характеристики измерительных приборов

	Вольтметр	Миллиамперметр
Система	Магнитоэлектрическая	Цифровая
Класс точности	0,2	—
Предел измерений $x_{\Pi}$	0,6 В	2 А – 0,5 А
Число делений шкалы $n$	150	—
Цена делений $x_{\Pi}/n$	4 мВ/дел	—
Чувствительность $n/x_{\Pi}$	250 дел/В	—
Абсолютная погрешность $\Delta x_{\text{М}}$	2 мВ	0,06 мА – 0,6 мА
Внутреннее сопротивление прибора	4000 Ом	1,2 Ом

### 3.4 Измерение поправок при измерении сопротивления

Поправки при измерении  $R_{\text{пр}}$  это дополнительные коэффициенты на которые мы умножаем полученное сопротивление, для учета сопротивления измерительных приборов. Для схемы (1a) Эта поправка будет равняться  $\frac{R_{\text{пр1}}}{R_V} \cdot 100\% = 0,125\%$ , а для схемы (1b)  $\frac{R_A}{R_{\text{пр2}}} \cdot 100\% = 3\%$ .

Чем меньше поправка тем лучше, следовательно для измерения сопротивления будем использовать схему (1a).

### 3.5 Снятие показаний вольтметра и амперметра, обработка полученных данных

Собираем схему и снимаем данные для разных длин проволоки:  $l_1 = (20,0 \pm 0,1)$  см;  $l_2 = (30,0 \pm 0,1)$ , см;  $l_3 = (50,0 \pm 0,1)$  см. Получаем:

$l = 20$ см			$l = 30$ см			$l = 50$ см		
V, дел	V, мВ	I, мА	V, дел	V, мВ	I, мА	V, дел	V, мВ	I, мА
150	600	230,94	150	600	167,77	149	596	101,20
138	552	211,53	134	536	150,26	141	564	95,58
120	480	184,08	125	500	140,49	128	512	86,85
104	416	158,45	109	436	122,52	121	484	81,9
90	360	136,74	95	380	106,49	117	468	78,83
81	324	123,42	85	340	95,18	107	428	72,29
67	268	102,13	75	300	83,69	101	404	68,54
62	248	91,73	66	264	73,94	94	376	63,48
55	220	84,52	58	232	65,29	88	352	59,71
44	176	66,9	51	204	57,32	82	328	55,51

Таблица 3: Снятая зависимость  $V(I)$  для различных длин проволоки

Построим графики по данным из таблицы: рис. 2.

Для каждой длины проволоки  $l$  найдем сопротивление и погрешности методом наименьших квадратов по формулам:

$$R_{\text{ср}} = \frac{\langle VI \rangle}{\langle I^2 \rangle}$$

$$\sigma_{R_{\text{ср}}}^{\text{случ}} = \frac{1}{\sqrt{10}} \sqrt{\frac{\langle V^2 \rangle}{\langle I^2 \rangle} - R_{\text{ср}}^2}$$

$$\sigma_{R_{\text{ср}}}^{\text{сист}} = R_{\text{ср}} \sqrt{\left(\frac{\sigma_V}{V}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_I}{I}\right)^2}$$

$$\sigma_{R_{\text{ср}}} = \sqrt{\sigma_{\text{сист}}^2 + \sigma_{\text{случ}}^2}$$

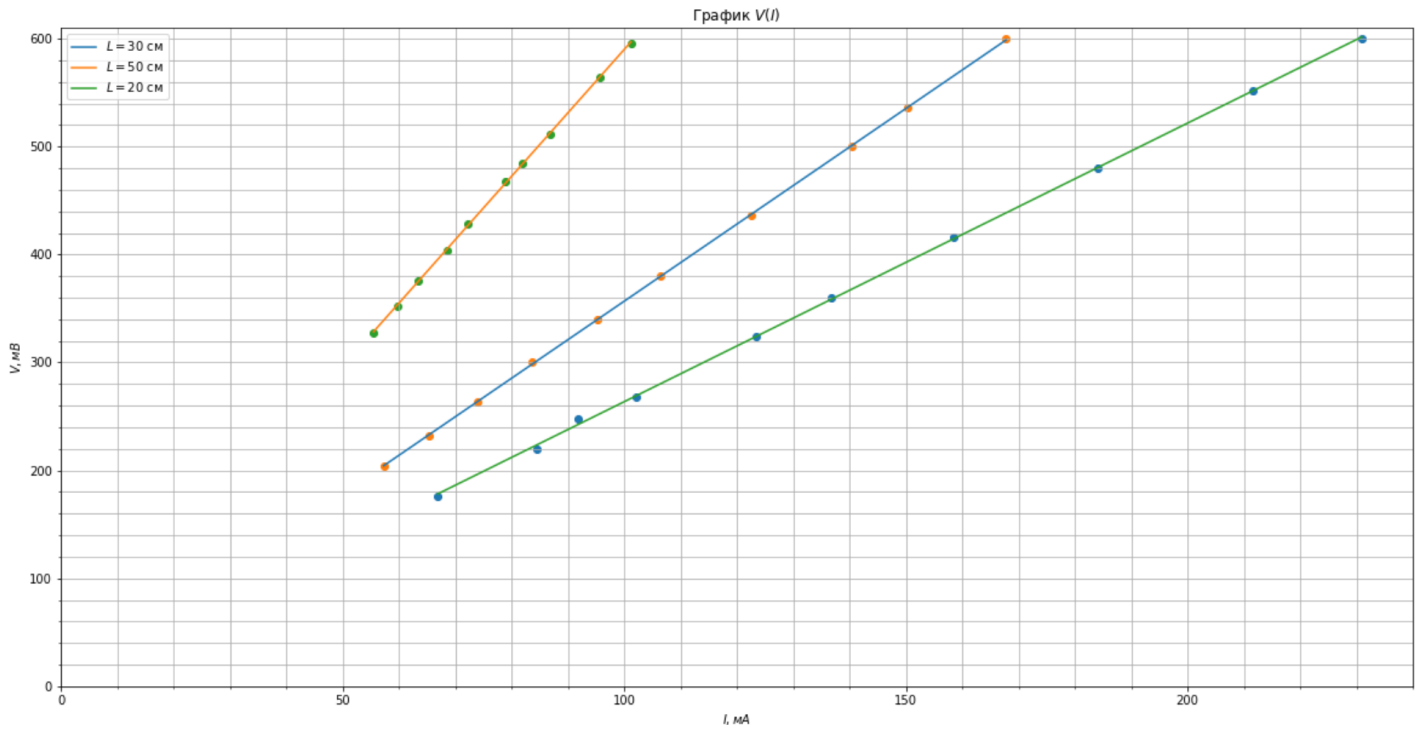


Рис. 2: Графики зависимости  $V(I)$

где  $V$  и  $I$  – максимальные значения тока и напряжений,  $\sigma_V = 2$  мВ, а  $\sigma_I = 0,6$  мА. Рассчитываем сопротивление с учетом поправки для схемы (1а) и погрешности:

$l = 20$ см	$l = 30$ см	$l = 50$ см
$R_{\text{ср}} = 2,578$ Ом	$R_{\text{ср}} = 3,566$ Ом	$R_{\text{ср}} = 5,869$ Ом
$R_{\text{пр}} = 2,581$ Ом	$R_{\text{пр}} = 3,570$ Ом	$R_{\text{пр}} = 5,876$ Ом
$\sigma_R^{\text{случ}} = 0,051$ Ом	$\sigma_R^{\text{случ}} = 0,017$ Ом	$\sigma_R^{\text{случ}} = 0,036$ Ом
$\sigma_R^{\text{сист}} = 0,037$ Ом	$\sigma_R^{\text{сист}} = 0,051$ Ом	$\sigma_R^{\text{сист}} = 0,072$ Ом
$\sigma_{R_{\text{ср}}} = 0,063$ Ом	$\sigma_{R_{\text{ср}}} = 0,054$ Ом	$\sigma_{R_{\text{ср}}} = 0,081$ Ом

Таблица 4: Экспериментально полученные сопротивления и погрешности

### 3.6 Нахождение сопротивления с помощью моста

$l$ , см	20	30	50
$R_{\text{пр}}$ , Ом	2,585	3,411	5,788

Таблица 5: Сопротивления, полученные с помощью моста

Сравниваем полученные экспериментальным путем результаты с полученными на мосте. Результаты измерений всех трех длин попадают в предел  $\pm 2\sigma_R$  из таб.4.

### 3.7 Вычисление удельного сопротивления проволоки

Удельное сопротивление проволоки изготовленной из однородного материала и погрешность могут быть определены по формулам:

$$\rho = R_{\text{пр}} \cdot \frac{S_{\text{пр}}}{l} = \frac{R_{\text{пр}}}{l} \cdot \frac{\pi d^2}{4} \quad \sigma_\rho = \rho \sqrt{\left(\frac{\sigma_R}{R}\right)^2 + \left(2\frac{\sigma_d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_l}{l}\right)^2}$$

где  $R_{\text{пр}}$  – сопротивление измеряемого отрезка проволоки,  $S_{\text{пр}}$  – площадь поперечного сечения проволоки,  $l$  – его длина, а  $d$  – диаметр проволоки.

Занесем полученные результаты в таблицу

$l, \text{ см}$	$\rho, 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{мм}^2/\text{м}$	$\sigma_\rho, 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{мм}^2/\text{м}$
20	1,29	0,08
30	1,19	0,08
50	1,17	0,07

Таблица 6: Удельные сопротивления участков проволоки различной длины

Конечным значением удельного сопротивления лучше считать удельное сопротивление участка проволоки длиной 50 см, так как его сопротивление наибольшее, что означает наименьшую погрешность и наибольшую точность измерения. В таком случае:  $\rho = (1,17 \pm 0,07) \cdot 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{мм}^2/\text{м}$ .

### 3.8 Вывод

Основной вклад в ошибку вносит погрешность при определении площади поперечного сечения, составляющая 5,6 %, поэтому при измерении сопротивления достаточно точность 3 – 4 %. В нашем эксперименте она составила не более 2,5 % и обуславливается главным образом погрешностью аналогового вольтметра.

При измерении диаметра проволоки точность микрометра оказалась слишком низкой для исследования проволоки на однородность по длине.

Так же часть погрешности составляют соединительные провода, которые являются дополнительным сопротивлением.

Допустимые значения удельного сопротивления нихрома:  $\rho_{\text{таб}} = (0,97 - 1,14) \cdot 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{мм}^2/\text{м}$

В случае с длиной проволоки 30 см и 50 см полученные значения попадают в табличные с учетом  $\sigma_\rho$ , однако при длине 20 см удельное сопротивление отличается на  $2\sigma_\rho$ .