

Цель работы. Изучение математических моделей и исследование характеристик электро-механического объекта управления, построенного на основе электродвигателя постоянного тока независимого возбуждения.

Исходные данные. В таблице 1 представлены исходные данные для моделирования ДПТ.

Таблица 1 – Исходные данные.

U_H В	n_0 об/мин	I_H А	M_H Н·м	R Ом	U_{Σ} мВ	J_{Σ} кг·м ²	T_y мс	i_p	J_M кг·м ²
36	4000	6.5	0.57	0.85	3	$2.2 \cdot 10^{-4}$	6	40	0.15

Расчет параметров моделирования

По исходным данным можно рассчитать некоторые параметры моделирования.

$$\begin{aligned}
 K_y &= \frac{U_H}{U_m} = \frac{36}{10} = 3.6 & w_0 &= n_0 \frac{\pi}{30} = 418.9 \\
 K_e &= \frac{U_H}{w_0} = 0.086 & K_{\Sigma} &= \frac{1}{R} = 1.2 \\
 K_M &= \frac{M_H}{I_H} = 0.088 & J_{\Sigma} &= 1.2J_{\Sigma} + \frac{J_M}{i_p^2} = 3.6 \cdot 10^{-4}
 \end{aligned}$$

Коэффициенты передачи измерительных устройств можно найти предварительно промоделировав систему и выбрав максимальное время моделирования. В итоге получим следующие значения коэффициентов:

$$\begin{aligned}
 K_U &= \frac{\hat{U}_{y_{max}}}{U_H} = \frac{10}{36} = 0.28 & K_I &= \frac{\hat{I}_{max}}{I_{max}} = \frac{10}{31.35} = 0.32 \\
 K_{\omega} &= \frac{\hat{\omega}_{max}}{\omega_0} = \frac{10}{418.9} = 0.024 & K_{\alpha} &= \frac{\hat{\alpha}_{max}}{\alpha_{max}} = \frac{10}{5.54} = 1.8
 \end{aligned}$$

Модель ВСВ полной модели ЭМО.

Для начала запишем все уравнения, описывающие работу электро-механического объекта (ЭМО) - двигателя постоянного тока (ДПТ). Их возьмем из теории.

$$\begin{cases} k_M I - M_c = J_{\Sigma} \dot{\omega} \\ T_{\Sigma} \dot{I} + I = k_d U_y - k_d k_e \omega \\ T_y \dot{U}_y + U_y = k_y U \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dot{\omega} = \frac{k_M}{J_{\Sigma}} I - \frac{1}{J_{\Sigma}} M_c \\ \dot{I} = -\frac{k_d k_e}{T_{\Sigma}} \omega - \frac{1}{T_{\Sigma}} I + \frac{k_d}{T_{\Sigma}} U_y \\ \dot{U}_y = -\frac{1}{T_y} U_y + \frac{k_y}{T_y} U \end{cases} \quad (1)$$

Теперь, приняв за вектор состояния $X = [\alpha \quad \omega \quad I \quad U_y]^T$ и $\dot{\alpha} = \omega$, получим следующую модель вход состояние выход (ВСВ).

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\omega} \\ \dot{I} \\ \dot{U}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k_M}{J_{\Sigma}} & 0 \\ 0 & -\frac{k_d k_e}{T_{\Sigma}} & -\frac{1}{T_{\Sigma}} & \frac{k_d}{T_{\Sigma}} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \omega \\ I \\ U_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{J_{\Sigma}} \\ 0 & 0 \\ \frac{k_y}{T_y} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U(t) \\ M_c(t) \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\alpha = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} \alpha \\ \omega \\ I \\ U_y \end{bmatrix} \quad (3)$$

Моделирование полной модели ЭМО

На рисунке 1 представлена полная модель ДПТ.

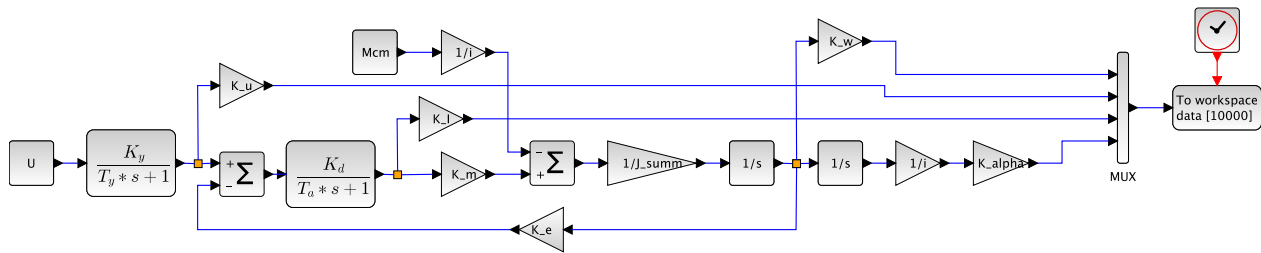


Рис. 1 – Полная модель ЭМО.

После построения модели и определения параметров моделирования можно получить графики и подсчитать соответственно время переходного процесса $t_{\text{п}}$, установившиеся угловую скорость ω_y и ток I_y .

$$t_{\text{п}} = 0.036$$

$$\omega_y = 5$$

$$I_y = 0.0031$$

Ниже представлены графики переходных процессов двигателя.

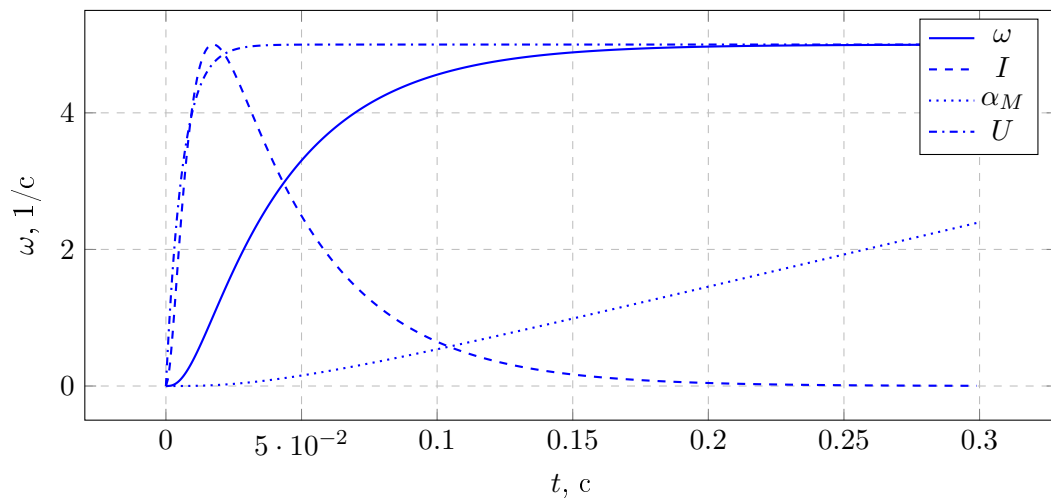


Рис. 2 – Переходные процессы в ДПТ.

Исследование влияния момента сопротивления M_{CM}

На рисунке 3 представлены переходные процессы ДПТ при различных значениях нагрузочного момента M_{CM} .

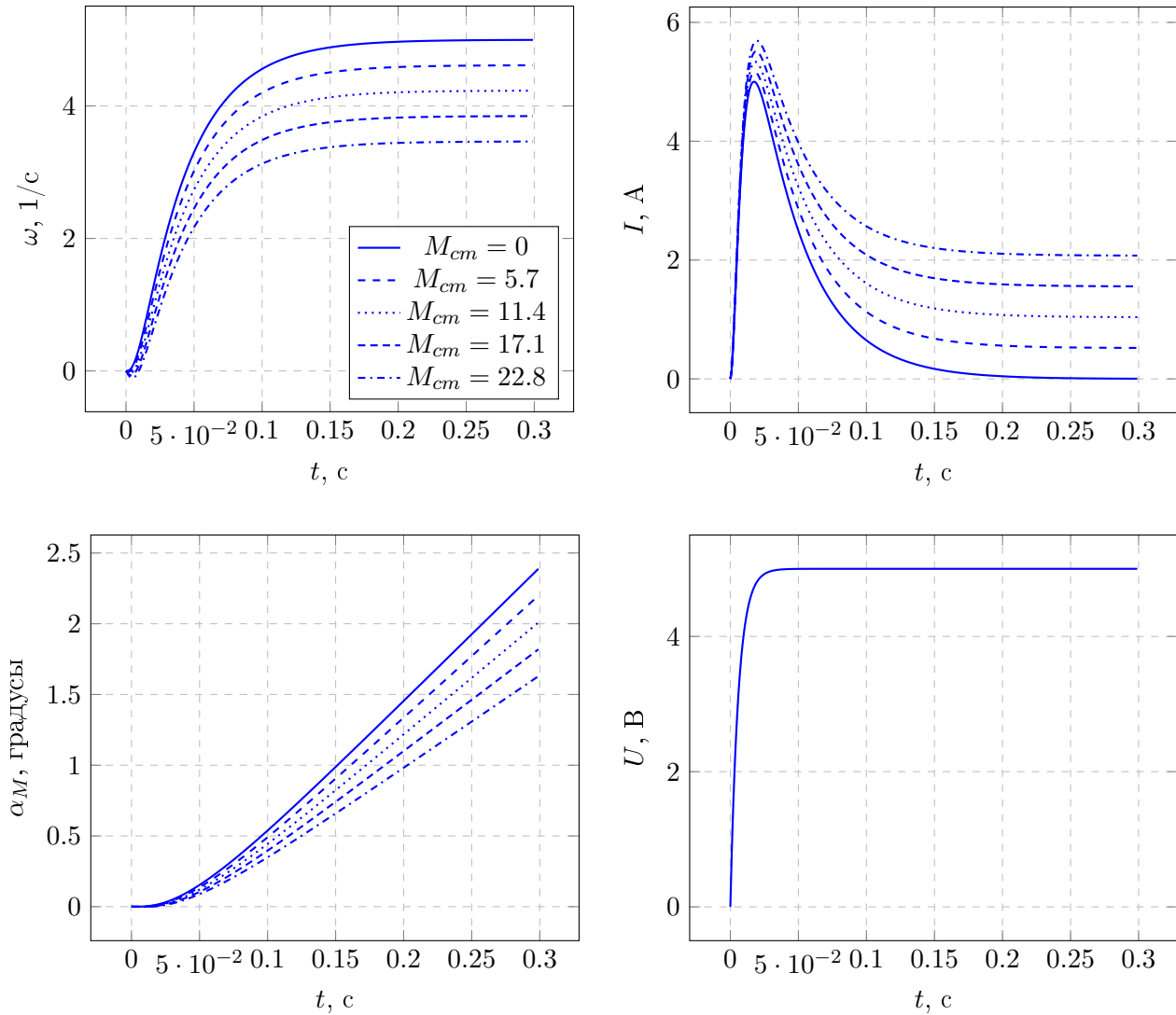


Рис. 3 – Графики прехеходных процессов при различных M_{CM} .

В ходе эксперимента, изменяя нагрузочный момент, мы получили различные значения времени переходного процесса и установившиеся значения тока и угловой скорости, которые представлены в таблице ниже.

Таблица 2 – Данные о перехоных процессах при изменении момента нагрузки.

M_{CM}	t_n	ω_y	I_y
0	$3.6 \cdot 10^{-2}$	5	$3.12 \cdot 10^{-3}$
5.7	$3.7 \cdot 10^{-2}$	4.61	0.52
11.4	$3.8 \cdot 10^{-2}$	4.23	1.04
17.1	$3.9 \cdot 10^{-2}$	3.85	1.56
22.8	$4 \cdot 10^{-2}$	3.46	2.08

Исследование влечения момента инерции нагрузки J_M

На рисунке 4 представлены графики переходных процессов при различных значениях момента инерции нагрузки J_M .

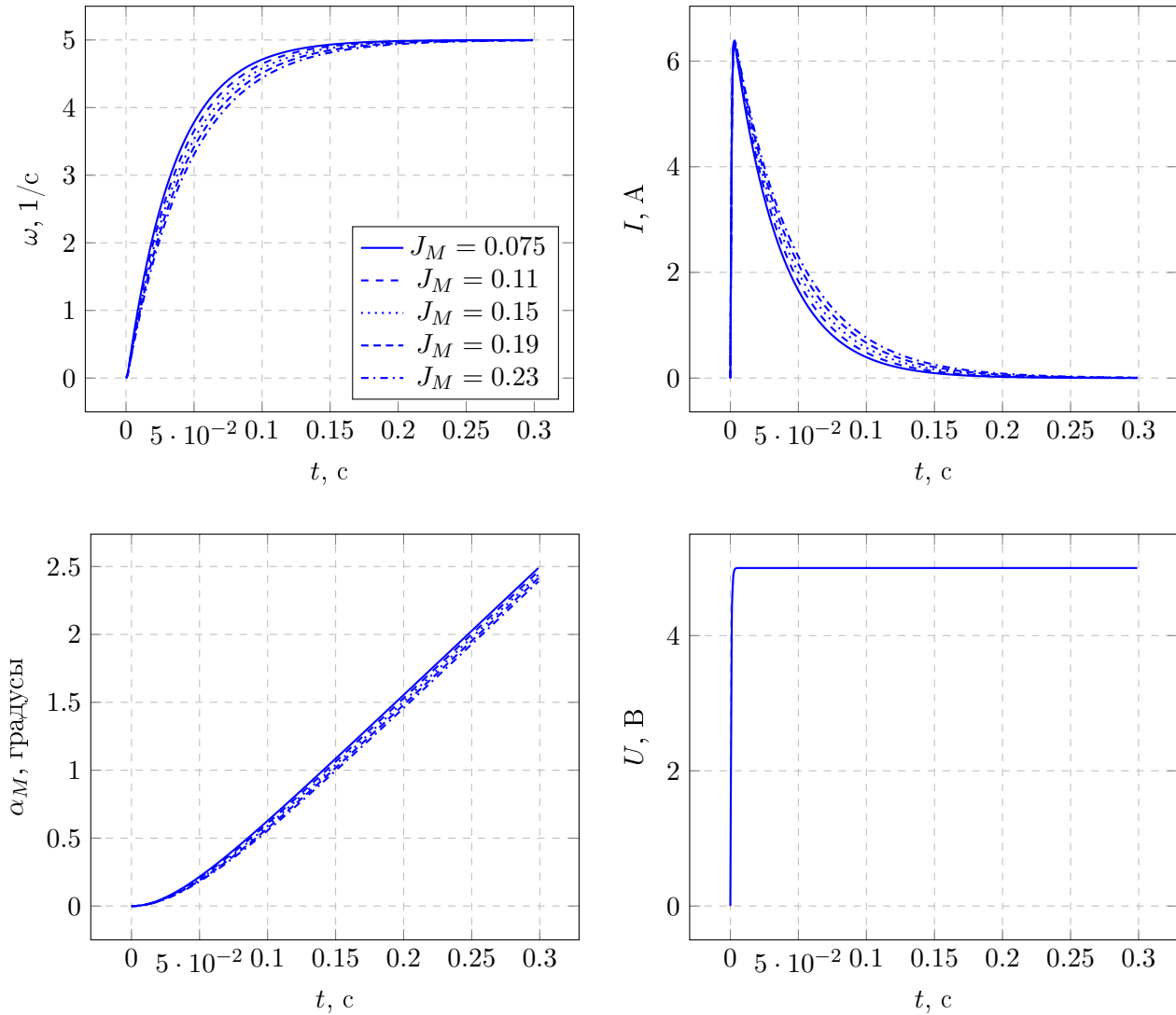


Рис. 4 – Графики прехеходных процессов при различных J_M .

В ходе эксперимента, изменяя момент инерции нагрузки, мы получили различные значения времени переходного процесса и установившиеся значения тока и угловой скорости, которые представлены в таблице ниже.

Таблица 3 – Данные о перехоных процессах при изменении момента инерции нагрузки.

J_M	t_n	ω_y	I_y
$7.5 \cdot 10^{-2}$	$2.6 \cdot 10^{-2}$	5	$3.19 \cdot 10^{-12}$
0.11	$2.7 \cdot 10^{-2}$	5	$2.31 \cdot 10^{-11}$
0.15	$2.9 \cdot 10^{-2}$	5	$1.3 \cdot 10^{-10}$
0.19	$3.1 \cdot 10^{-2}$	5	$5.88 \cdot 10^{-10}$
0.22	$3.3 \cdot 10^{-2}$	5	$2.24 \cdot 10^{-9}$

Исследование влияния передаточного отношения i_p редуктора

На рисунке 5 представлены графики переходных процессов при различных значениях передаточного отношения и нулевом моменте нагрузки $M_{CM} = 0$.

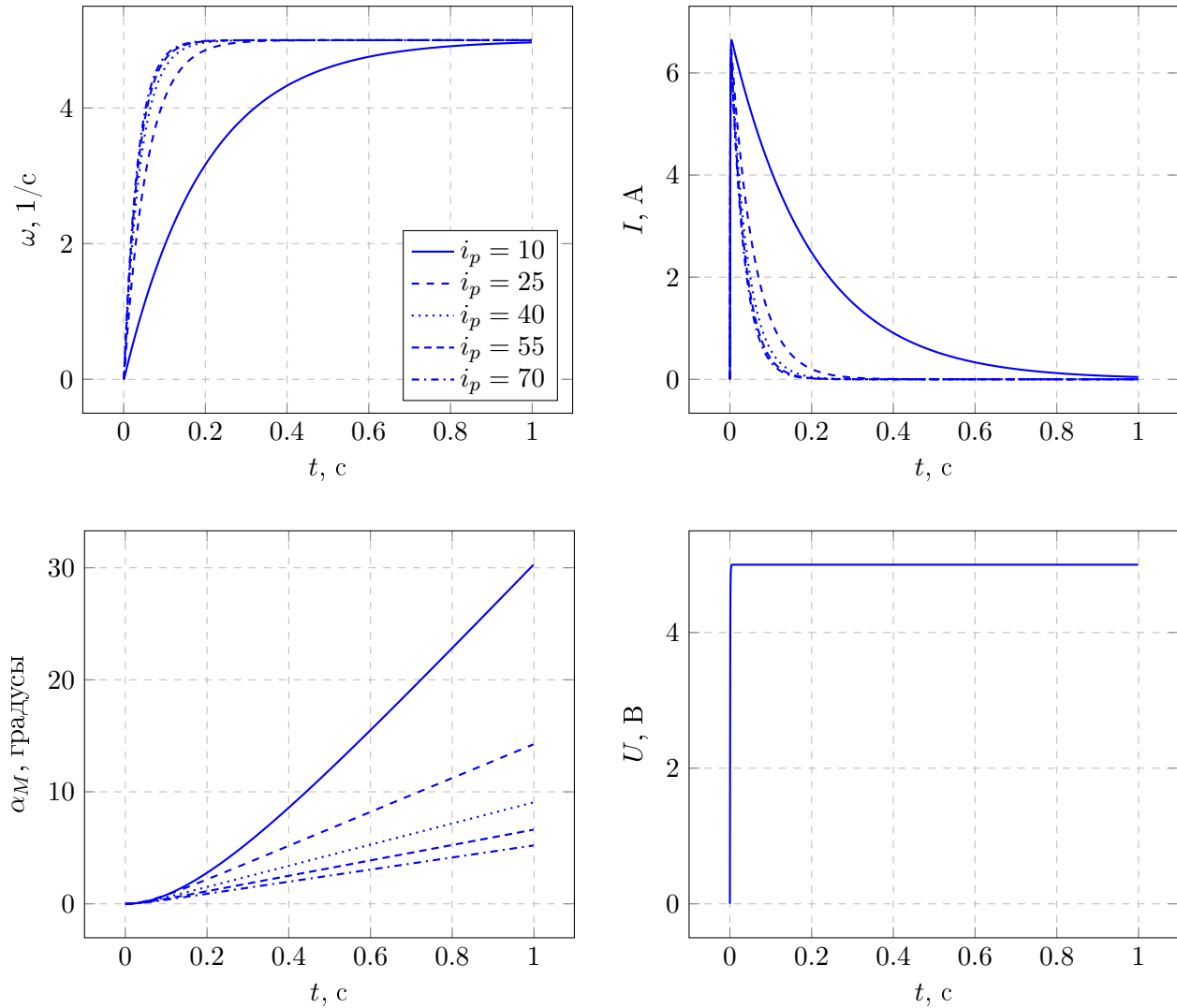


Рис. 5 – Графики прехеходных процессов при различных i_p и $M_{CM} = 0$.

В ходе эксперимента, изменяя момент передаточное отношение редукторы, мы получили различные значения времени переходного процесса и установившиеся значения тока и угловой скорости, которые представлены в таблице ниже.

Таблица 4 – Данные о перехоных процессах при изменении передаточного числа редуктора.

i_p	t_{π}	ω_y	I_y
10	0.14	5	$2.95 \cdot 10^{-4}$
25	$4.1 \cdot 10^{-2}$	5	$2.53 \cdot 10^{-14}$
40	$2.9 \cdot 10^{-2}$	5	$1.73 \cdot 10^{-14}$
55	$2.6 \cdot 10^{-2}$	5	$1.6 \cdot 10^{-14}$
70	$2.4 \cdot 10^{-2}$	5	$1.47 \cdot 10^{-14}$

На рисунке 6 представлены графики переходных процессов при различных значениях передаточного отношения и не нулевом моменте нагрузки $M_{CM} = M_H i_p / 2$, при $i_p = 40$.

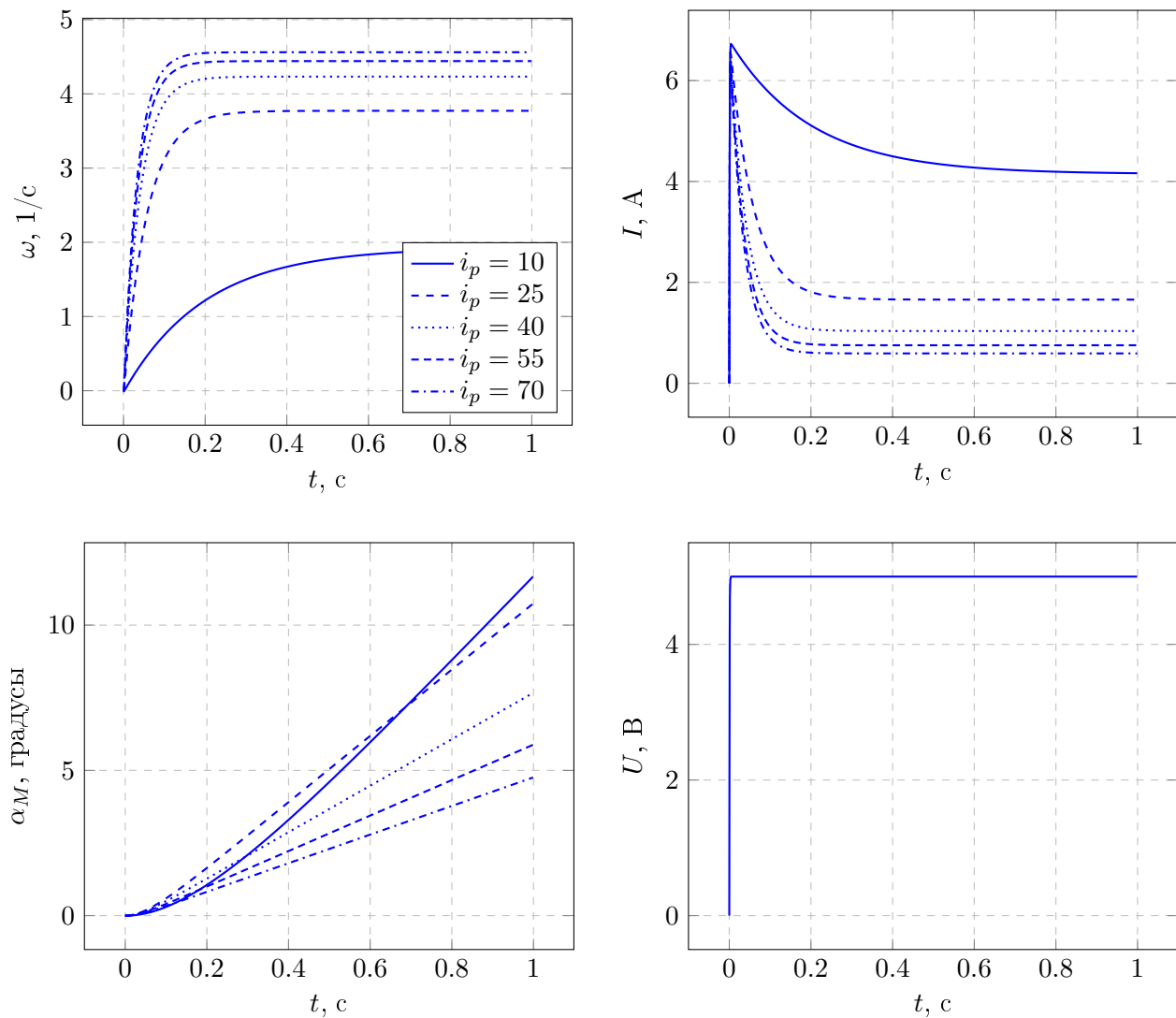


Рис. 6 – Графики прехеходных процессов при различных i_p и $M_{CM} = M_H i_p / 2$.

В ходе эксперимента, изменяя момент передаточное отношение редукторы, мы получили различные значения времени переходного процесса и установившиеся значения тока и угловой скорости, которые представлены в таблице ниже.

Таблица 5 – Данные о перехоных процессах при изменении передаточного числа редуктора.

i_p	t_{π}	ω_y	I_y
10	0.14	1.93	4.15
25	$4.1 \cdot 10^{-2}$	3.77	1.66
40	$2.9 \cdot 10^{-2}$	4.23	1.04
55	$2.6 \cdot 10^{-2}$	4.44	0.75
70	$2.4 \cdot 10^{-2}$	4.56	0.59

Переходной процесс при меньших значениях постоянных времени

Ниже представлены графики переходных процессов двигателя при $T_y = 6 \cdot 10^{-4}$ с и $T_{\Sigma} = 3 \cdot 10^{-4}$ с.

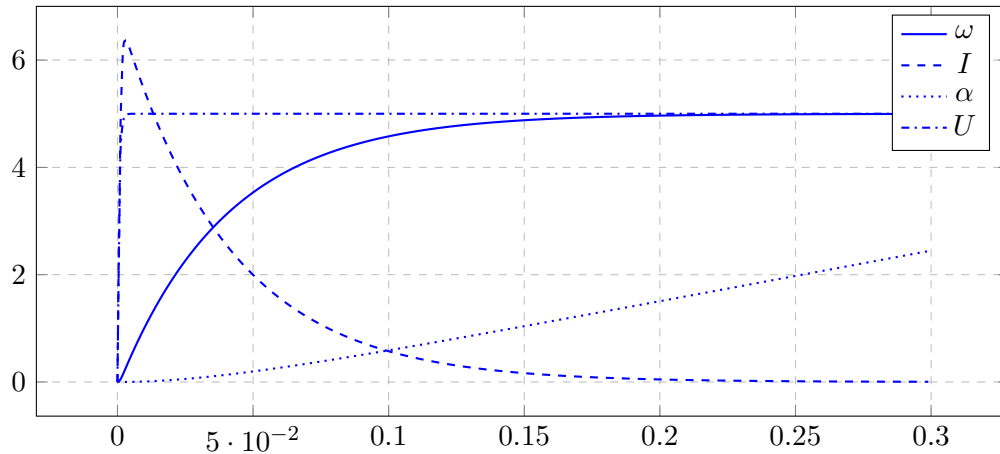


Рис. 7 – Переходные процессы в ДПТ при меньших значениях постоянных времени.

Также по графику переходного процесса можно определить время переходного процесса и установившиеся значения тока и угловой скорости.

$$t_{\pi} = 0.029$$

$$\omega_y = 5$$

$$I_y = 0.004$$

Модель ВСВ упрощенной модели ЭМО

Приравнявая в выражениях (1) T_{Σ} и T_y к 0. Получим следующие выражения:

$$\begin{cases} \dot{\alpha} = \omega \\ \dot{\omega} = -\frac{k_M k_d k_e}{J_{\Sigma}} \omega + \frac{k_M k_d k_y}{J_{\Sigma}} U - \frac{1}{J_{\Sigma}} M_c \end{cases} \quad (4)$$

И соответственно модель ВСВ:

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{k_M k_d k_e}{J_{\Sigma}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{k_M k_d k_y}{J_{\Sigma}} & -\frac{1}{J_{\Sigma}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U(t) \\ M_c(t) \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\alpha = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \omega \end{bmatrix} \quad (6)$$

Сравнение полной и упрощенной модели ЭМО

Моделируемая система изображена на рисунке ниже.

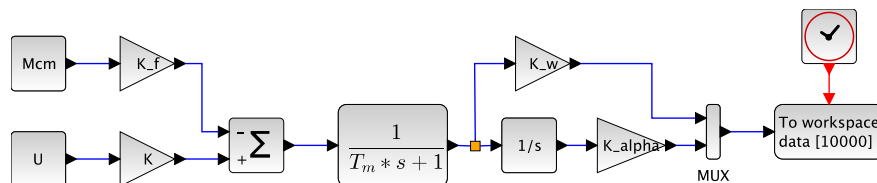


Рис. 8 – Упрощенная модель ЭМО.

Сравнение моделей при $T_{\text{я}} = 3 \cdot 10^{-3}$ и $T_{\text{y}} = 3 \cdot 10^{-3}$.Ниже указаны характеристики переходного процесса упрощенной модели ЭМО. А также представлен график, в котором сравниваются полная и упрощенная модель.

$$t_{\text{п}} = 0.028$$

$$\omega_y = 5$$

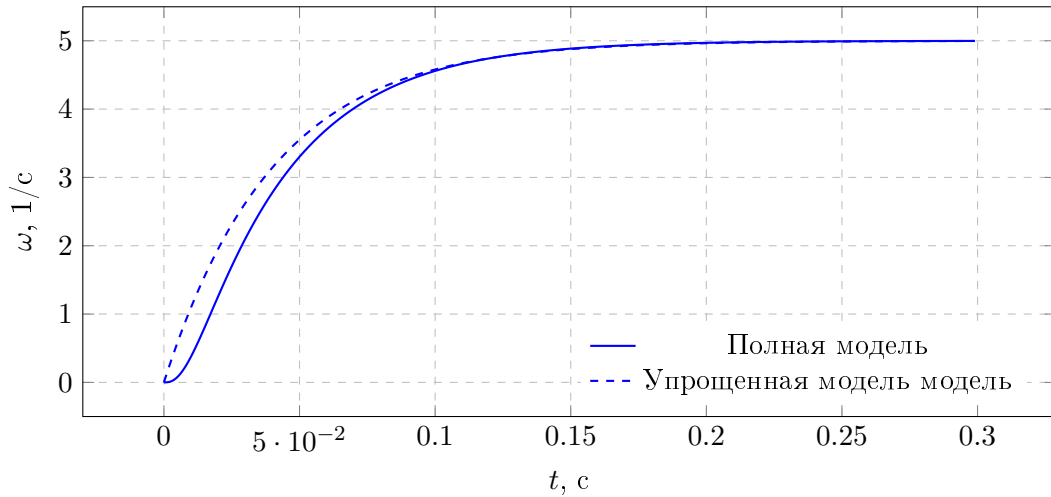


Рис. 9 – Сравнение переходных процессов угловой скорости ω упрощенной и полной модели ЭМО.

Отклонение упрощенной модели от полной составляет:

$$\Delta_{\omega 1} = 0.0077 \quad (7)$$

Сравнение моделей при $T_{\text{я}} = 3 \cdot 10^{-4}$ и $T_{\text{y}} = 3 \cdot 10^{-4}$. Ниже представлен график, в котором сравниваются полная и упрощенная модель.

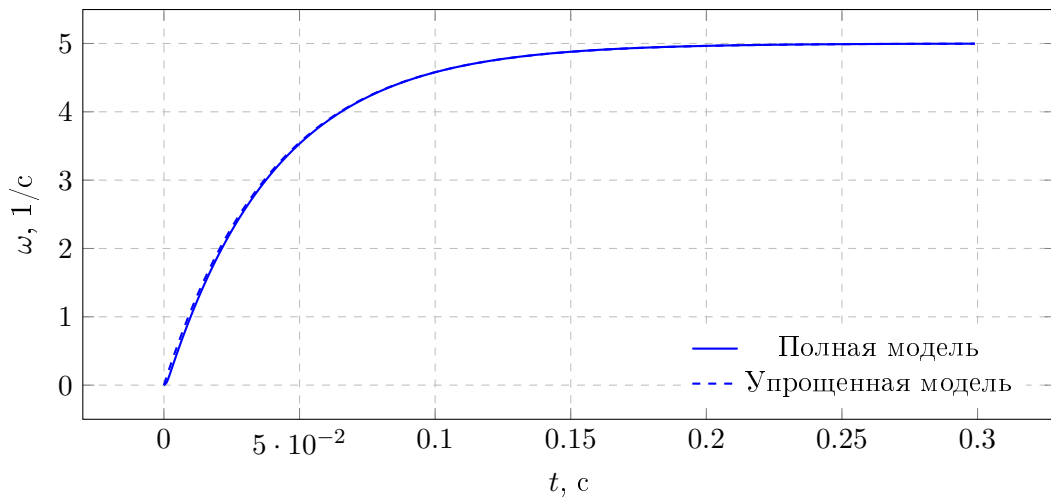


Рис. 10 – Сравнение переходных процессов угловой скорости ω упрощенной и полной модели ЭМО.

Отклонение упрощенной модели от полной составляет:

$$\Delta_{\omega 1} = 0.0011 \quad (8)$$

Выводы

В данной работе мы исследовали модель ДПТ. При увеличении момента нагрузки $M_{\text{СМ}}$: уменьшается установившаяся угловая скорость двигателя и время переходного процесса, при этом увеличивается установившийся ток. При увеличении момента инерции нагрузки: увеличивается время переходного процесса и максимальный ток.

Как видно из рисунка 5, при увеличении передаточного числа редуктора, уменьшается влияние момента инерции нагрузки и соответственно уменьшается время переходного процесса. Также увеличивается угловая скорость на выходе редуктора (исходя из графика $\alpha_M(t)$ рисунок 5).

При наличии же нагрузки, при увеличении передаточного числа редуктора увеличивается установившаяся угловая скорость двигателя и уменьшается на выходе редуктора. Также уменьшается установившийся ток.

При сравнении графиков полной и упрощенной модели ЭМО, как видно из рисунков 9 и 10, при уменьшении T_α и T_γ уменьшается ошибка и график переходная характеристика полной модели стремится к упрощенной.

Также мы получили модели ВСВ полной и упрощенной модели ЭМО.