

1 Задание

Задан объект управления, описание которого определяется $W_{нч}(s)$ – передаточной функцией неизменяемой части системы. Структурная схема следящей системы представлена на рисунке 1.

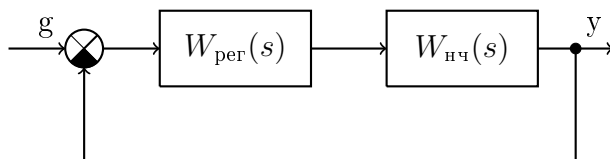


Рисунок 1 – Структурная схема проектируемой следящей системы

Требуется спроектировать регулятор, включенный последовательно с неизменяемой частью (нч) системы в контуре ошибки с передаточной функцией $W_{рег}(s)$, который обеспечивает в замкнутой следящей системе с единичной обратной связью заданный набор показателей качества. Показатели качества указаны в таблице 1.

Таблица 1 – Данные

$W_{нч}(s)$	K	T_1	T_2	$t_{п}$	σ	g_{max}	g_{0max}	e_{max}
$\frac{K}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)s}$	210	0.04	0.2	0.1	27	5	0.8	0.015

Здесь:

K - коэффициент передачи неизменяемой части системы,

T_1, T_2 - постоянные времени (сек.),

$t_{п}$ - время переходного процесса (сек.),

σ - перерегулирование (%),

g_{max} - максимально-допустимое значение скорости (м/с),

g_{0max} - максимально-допустимое значение амплитуды гармонического сигнала,

e_{max} - максимально-допустимое значение установившейся ошибки,

2 Анализ устойчивости неизменяемой части

Неизменяемая часть НЧ представлена передаточной функцией:

$$W_{\text{нч}} = \frac{210}{(0.04s + 1)(0.2s + 1)s} = \frac{210}{0.008s^3 + 0.24s^2 + s} \quad (1)$$

Также найдем полюса передаточной функции (1) для оценки устойчивости системы, они представлены ниже:

$$p_1 = 0$$

$$p_2 = -25$$

$$p_3 = -5$$

Соответственно по корневому критерию устойчивости система находится на границе устойчивости. Переходной процесс при нулевом входном воздействии и ненулевых начальных условиях ($y(0) = 1$) представлен на рисунке 2.

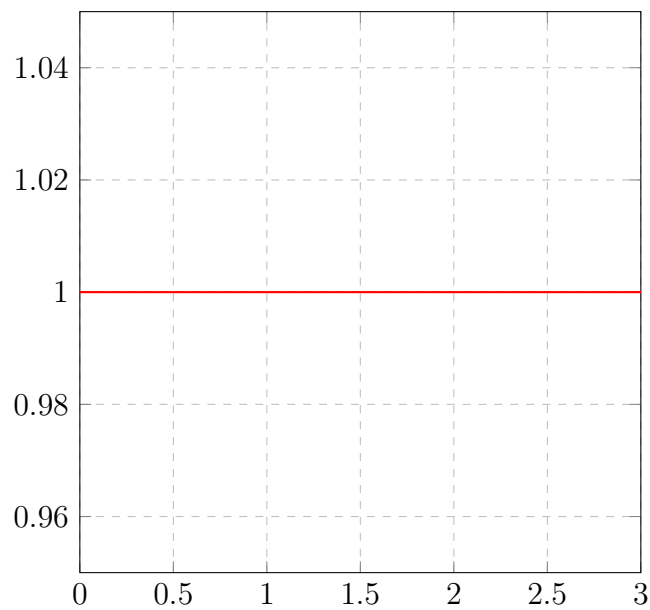


Рисунок 2 – Переходной процесс

3 Синтез регулятора

Регулятор синтезируется методом коррекции ЛАЧХ, для чего нужно построить желаемую ЛАЧХ $L_{\text{ж}}$ и по ней найти желаемую передаточную функцию $W_{\text{ж}}$. Данная функция ПФ является произведением ПФ регулятора и неизменяемой части (выражение 2). Из него можем выразить выражение для ПФ регулятора (выражение 3).

$$W_{\text{ж}} = W_{\text{рег}} W_{\text{нч}} \quad (2)$$

$$W_{\text{рег}} = \frac{W_{\text{ж}}}{W_{\text{нч}}} \quad (3)$$

3.1 Низкочастотный участок ЛАЧХ

Для системы с астатизмом первого порядка первая низкочастотная асимптота проводится так, чтобы она имела наклон -20 дБ/дек и пересекала желаемую добротность по скорости K_d . При этом вся низкочастотная часть не должна пересекать запрещенную зону, которая формируется из желаемой добротности по скорости K_v и критической частоты гармонического сигнала ω_k .

Давайте найдем все необходимые параметры запретной зоны:

$$K_v = \frac{g_{\text{max}}}{e_{\text{max}}} \approx 333.33 \quad (4)$$

$$\omega_k = \frac{g_{\text{max}}}{g_{0\text{max}}} = 6.25 \quad (5)$$

Для упрощения регулятора можно выбрать сопрягающую частоту $\omega_1 = 1/T_2 = 5$, тогда необходимо увеличить желаемую добротность по скорости. Давайте найдем K_d , учитывая ω_1 .

$$K_d = K_v \omega_k T_2 \approx 416.67 \quad (6)$$

3.2 Среднечастотный участок ЛАЧХ

Среднечастотный участок желаемой ЛАЧХ образуется асимптотой с наклоном -20 дБ/дек, проводимой так, чтобы она пересекала ось частот при ω_c . Этот участок проводится влево и вправо до достижения модулей, равных L_1 и L_2 . Затем производится сопряжение среднечастотного участка с низкочастотными асимптотами и высокочастотной частью. Для нахождения частоты среза ω_c необходимо найти частоту положительности $\omega_{\text{п}}$, которую можно найти соответственно из диаграмм в учебнике Бесекерского (выражение 5, 6).

$$\omega_{\text{п}}|_{\sigma=27\%} = \frac{4\pi}{t_{\text{п}}} \approx 125.66 \frac{1}{c} \quad (7)$$

$$\omega_c = 0.9\omega_{\text{п}} \approx 113.1 \frac{1}{c} \quad (8)$$

Амплитуды L_1 и L_2 также находятся по диаграммам в учебнике Бесекерского исходя из заданных показателей качества. В нашем случае они имеют следующие значения:

$$L_1 = 18 \text{ дБ}$$

$$L_2 = -18 \text{ дБ}$$

Для качественного выполнения заданных показателей качества среднечастотная асимптота может превышать данные значения по модулю, но не наоборот.

Для сопряжения среднечастотного участка и низкочастотного строится прямая, имеющая наклон 40 - 60 дБ/дек. Эта прямая определяется сопрягающими частотами ω_1 , ω_2 . Из пересечения среднечастотной асимптоты и сопрягающей можем найти ω_2 .

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{K_d w_1^2}{w_c}} \approx 9.6 \quad (9)$$

3.3 Высокочастотный участок

Данный участок не вносит большого вклада в показатели качества, поэтому его выбирают максимально удобным для составления регулятора. Теперь только осталось найти сопрягающую частоту ω_3 :

$$\omega_3 = \frac{\omega_c}{10^{L_2/20}} \approx 898.36 \frac{1}{c} \quad (10)$$

По найденным ниже параметрам можем построить желаемую ЛАЧХ, изображенную на рисунке ниже.

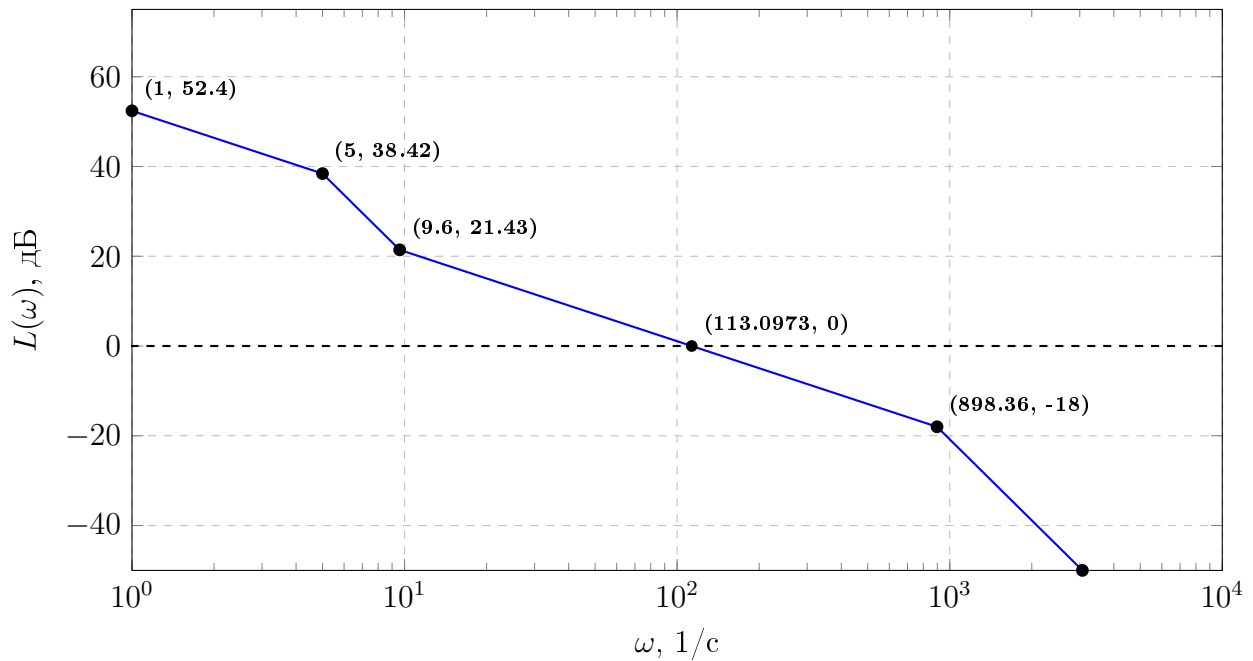


Рисунок 3 – ЛАЧХ

Теперь можем построить передаточную функцию желаемой системы:

$$W_{\text{ж}} = \frac{K_d \left(\frac{1}{\omega_2} s + 1 \right)^2}{s(T_2 s + 1)^2 \left(\frac{1}{\omega_3} s + 1 \right)^2} \quad (11)$$

И соответственно передаточную функцию регулятора:

$$W_{\text{рег}} = \frac{K_d/K \left(\frac{1}{\omega_2} s + 1 \right)^2 (T_1 s + 1)}{\left(\frac{1}{\omega_3} s + 1 \right)^2 (T_2 s + 1)} \quad (12)$$

4 Проверочный расчет

Выполним проверочный расчет на заданные показатели качества. А именно посчитаем предельное значение ошибки при линейно возрастающем воздействии со скоростью g_{max} .

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= \frac{1}{1 + W_{ж}(s)} G(s) \Big|_{s \rightarrow 0} = \\ &= \frac{s(T_2 s + 1)^2 \left(\frac{1}{\omega_3} s + 1\right)^2}{s(T_2 s + 1)^2 \left(\frac{1}{\omega_3} s + 1\right)^2 + K_d \left(\frac{1}{\omega_2} s + 1\right)^2} \frac{g_{max}}{s} \Big|_{s \rightarrow 0} = \frac{g_{max}}{K_d} = 0.012 < e_{max}\end{aligned}$$

Теперь нужно убедиться, что разомкнутая система обладает достаточным запасом устойчивости по фазе и амплитуде.

$$\mu = 180 - 90 - 2 \arctg \frac{\omega_c}{\omega_3} - 2 \arctg \omega_c T_2 + 2 \arctg \frac{\omega_c}{\omega_2} \approx 90^\circ \quad (13)$$

$$L = 23.8 \text{ дБ} \quad (14)$$

где μ - запас по фазе, L - запас по амплитуде при частоте $\omega = 889 \text{ 1/с}$.

Осталось проверить качество выполнения перерегулирования и

5 Реализация регулятора

На рисунке ниже представлена электрическая схема передаточной функции регулятора.

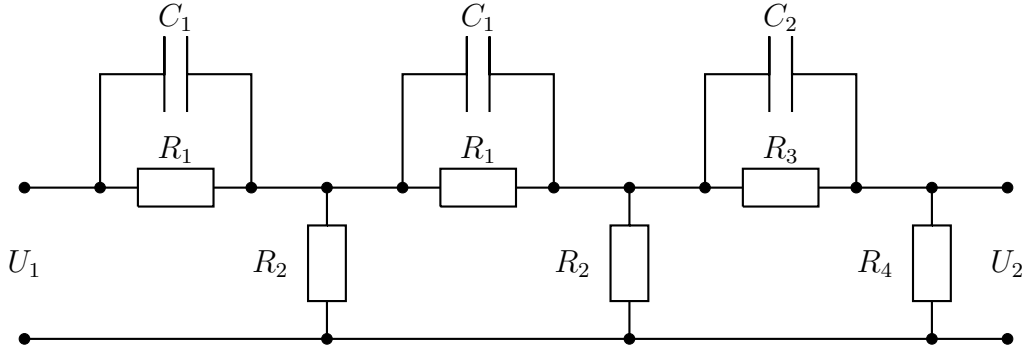


Рисунок 4 – Принципиальная схема регулятора

Давайте покажем, что указанная схема действительно представляет регулятор. Условно схему можно разделить на 3 похожие части. Давайте составим передаточную функцию одной такой части ($U_1 - R_1 || C_1 - R_2 - U_1$), тогда не сложно будет представить и функцию всей системы. Выпишем первое и второе правила Кирхгофа:

$$\begin{cases} I_{R_2} = I_{R_1} + C_1 \frac{dU_{C_1}}{dt} \\ I_{R_1} R_1 = U_{C_1} \\ U_1 = U_{C_1} + U_{R_2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} I_{R_2} = \frac{U_{C_1}}{R_1} + C_1 \frac{dU_{C_1}}{dt} \\ I_{R_1} = \frac{U_{C_1}}{R_1} \\ U_1 = U_{C_1} + I_{R_2} R_2 \\ U_{R_2} = I_{R_2} R_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} U_1 = U_{C_1} + \frac{R_2}{R_1} U_{C_1} + R_2 C_1 \frac{dU_{C_1}}{dt} \\ U_{R_2} = \frac{R_2}{R_1} U_{C_1} + R_2 C_1 \frac{dU_{C_1}}{dt} \end{cases}$$

Полученное выражение теперь представим в операторном виде:

$$\begin{cases} U_1 = \left(1 + \frac{R_2}{R_1} + R_2 C_1 p\right) U_{C_1} \\ U_{R_2} = \left(\frac{R_2}{R_1} + R_2 C_1 p\right) U_{C_1} \end{cases}$$

Остается только найти саму передаточную функцию:

$$W_1(p) = \frac{U_{R_2}}{U_1} = \frac{\frac{R_2}{R_1} + R_2 C_1 p}{1 + \frac{R_2}{R_1} + R_2 C_1 p} = \frac{\frac{R_2}{R_1 + R_2} (R_1 C_1 p + 1)}{\left(\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C_1 p + 1\right)} \quad (15)$$

Далее по аналогии строятся передаточные функции U_{R_2}/U_{R_2} , U_{R_2}/U_2 . В итоге получим следующую передаточную функцию:

$$W(p) = \frac{U_2}{U_1} = \frac{K (T_1 p + 1)^2 (T_3 p + 1)}{(T_2 p + 1)^2 (T_4 p + 1)} \quad (16)$$

$$K = \frac{R_2^2 R_4}{(R_1 + R_2)^2 (R_3 + R_4)} \quad (17)$$

$$T_1 = R_1 C_1 \quad (18)$$

$$T_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C_1 \quad (19)$$

$$T_3 = R_3 C_2 \quad (20)$$

$$T_4 = \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} C_2 \quad (21)$$

6 Математическое моделирование

В ходе работы была построена схема моделирования полученной желаемой передаточной функции, она указана на рисунке ниже:

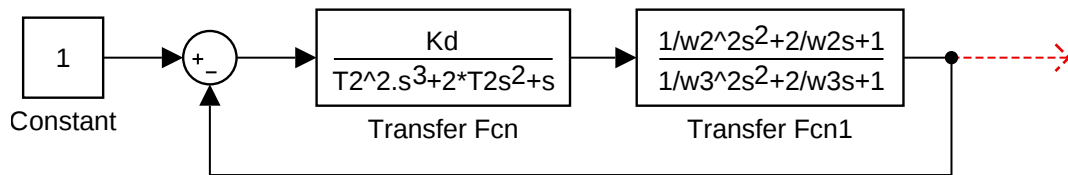


Рисунок 5 – Схема моделирования

В результате мы получили различные графики при линейно нарастающем входном воздействии и синусоидальном а также переходная функция.

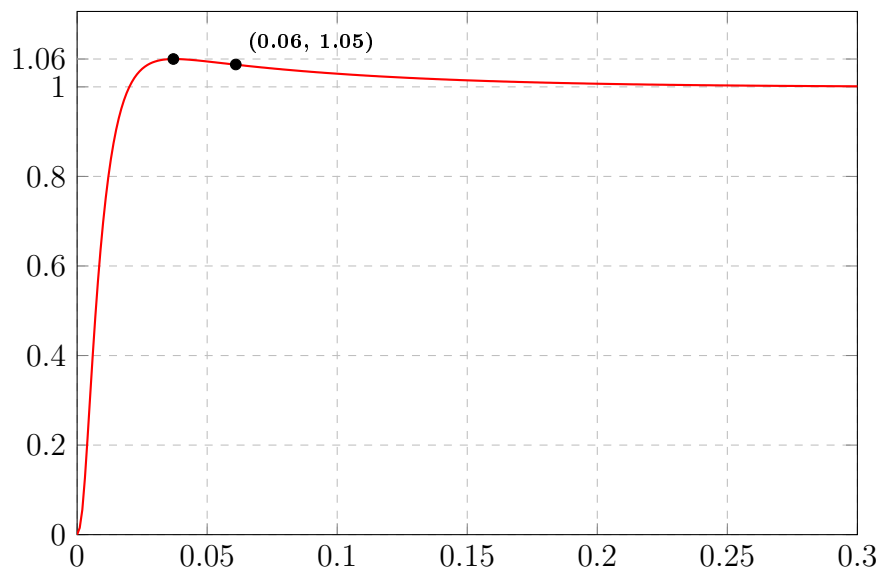


Рисунок 6 – Переходная функция

Как видно из рисунка 6 были получены следующие показатели:

$$t_{\pi} = 0.06 \text{ с}$$

$$\sigma = 6 \%$$

Далее на рисунке 7 представлен график при линейно нарастающем входном воздействии, здесь $\epsilon = 0.012$, как и получилось при проверочном расчете.

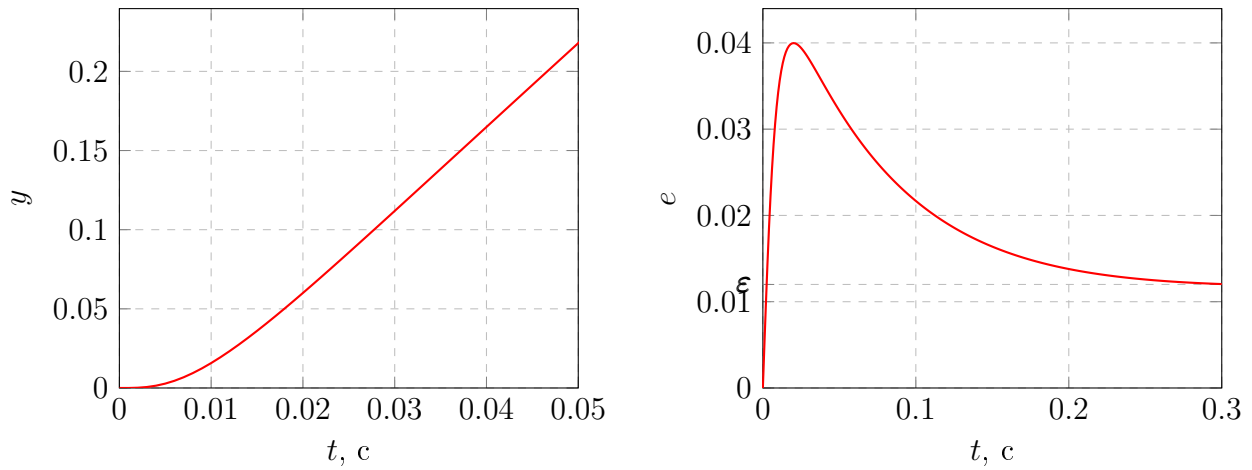


Рисунок 7 – Графики переходных процессов при $g = 5t$

Осталось рассмотреть реакцию системы на синусоидально воздействие $g = 0.8 \sin 3t$. Как видно из рисунка 8, при синусоидально воздействии и $\omega = 3$ ошибка меньше 0.015.

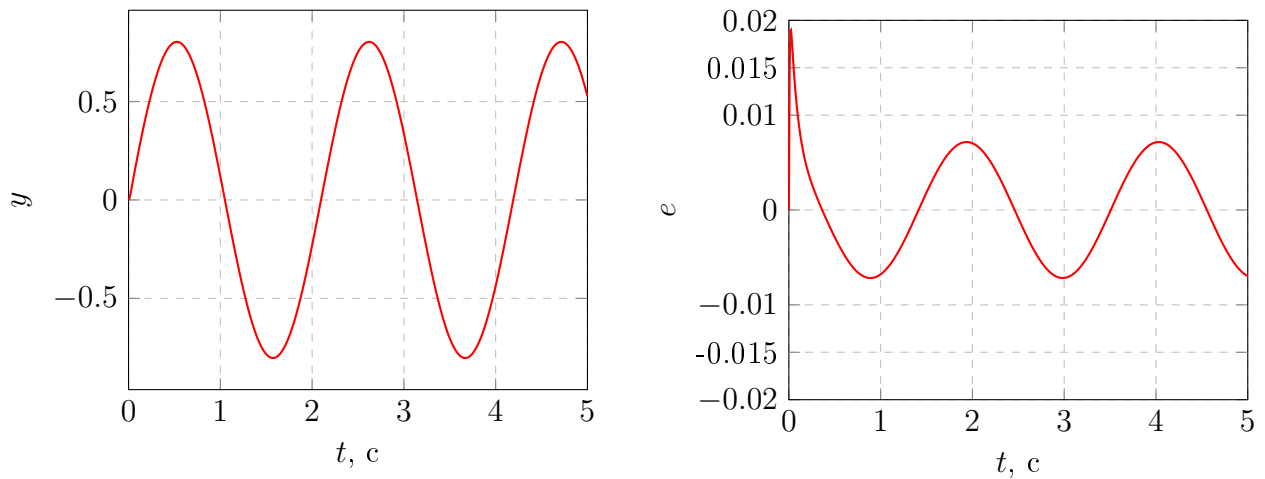


Рисунок 8 – Графики переходных процессов при $g = 0.8 \sin 3t$

Вывод

В данной работе мы синетзировали регулятор, выполняющий заданные показатели качества. Для синтеза использовался метод коррекции ЛАЧХ, придуманные Солодовниковым В. В. В данном методе ЛАЧХ неизменяемой части корректируется таким образом, чтобы при реакции на ступенчатый сигнал, показатели качества не превышали заданных значений.

Как видно в проевочных расчетах и на рисунках 6, 7 и 8 данный регулятор успешно справляется со своими задачами.

При подаче на вход гармонического сигнала, его частота, помноженная на амплитуду не должны превышать значение g_{max} .

Также мы получили электрическую схему, характеризующую передаточную функцию.