

Министерство образования и науки Российской Федерации

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ**

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ
ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ**

Кафедра Систем Управления и Информатики Группа Р3340

Лабораторная работа №10
Исследование математической модели
электромеханического объекта управления
Вариант - 3

Выполнил _____ (подпись)
(фамилия, и.о.)

Проверил _____ (подпись)
(фамилия, и.о.)

" ____ " _____ 20 ____ г. Санкт-Петербург, 20 ____ г.

Работа выполнена с оценкой _____

Дата защиты " ____ " _____ 20 ____ г.

1 Задание

Цель работы - изучение математических моделей и исследование характеристик электро-механического объекта управления, построенного на основе электродвигателя постоянного тока независимого возбуждения.

Необходимо по известной модели электро-механического объекта (ЭМО) построить схему и провести математическое моделирование при различных параметрах системы. Функциональная схема исследуемого объекта представлена на рисунке 1.

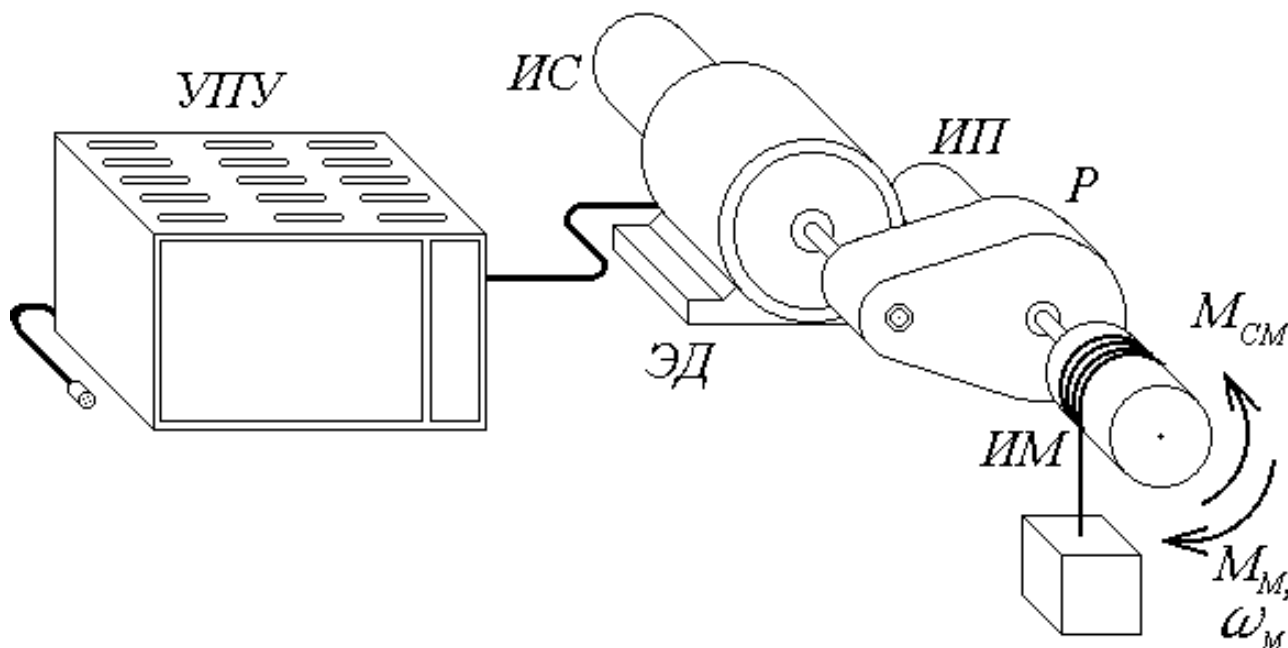


Рисунок 1 – Функциональная схема ЭМО

Усилительно-преобразовательное устройство (УПУ) описывается следующим уравнением:

$$T_y \dot{U}_y + U_y = K_y U \quad (1)$$

УПУ подключается к электродвигателю (ЭД) - двигателю постоянного тока (ДПТ), к которому подключен исполнительный механизм (ИМ) через редуктор (Р) с целью снизить момент на роторе двигателя. Описанную систему можно описать следующими уравнениями.

$$T_y \dot{I} + I = K_d (U_y + K_e \omega_M i_p) \quad K_M - \frac{M_{CM}}{i_p} = J_\Sigma \dot{\omega}_M \quad J_\Sigma = J_d + J_p + \frac{J_M}{i_p^2} \quad (2)$$

Изменяя параметры M_{CM} , i_p , J_M , T_y и T_y необходимо получить графики переходных процессов и сравнить их.

В таблице 1 представлены исходные данные для моделирования ДПТ.

Таблица 1 – Исходные данные.

U_H	n_0	I_H	M_H	R	U_A	J_d	T_y	i_p	J_M
В	об/мин	А	Н·м	Ом	мс	кг·м ²	мс		кг·м ²
36	4000	6.5	0.57	0.85	3	$2.2 \cdot 10^{-4}$	6	40	0.15

2 Расчет параметров моделирования

По исходным данным можно рассчитать некоторые параметры моделирования.

$$K_y = \frac{U_H}{U_m} = \frac{36}{10} = 3.6$$

$$w_0 = n_0 \frac{\pi}{30} = 418.9$$

$$K_e = \frac{U_H}{w_0} = 0.086$$

$$K_{\mathcal{D}} = \frac{1}{R} = 1.2$$

$$K_M = \frac{M_H}{I_H} = 0.088$$

$$J_{\Sigma} = 1.2J_{\mathcal{D}} + \frac{J_M}{i_p^2} = 3.6 \cdot 10^{-4}$$

Коэффициенты передачи измерительных устройств можно найти предварительно промоделировав систему и выбрав максимальное время моделирования. В итоге получим следующие значения коэффициентов:

$$K_U = \frac{\hat{U}_{y_{max}}}{U_H} = \frac{10}{36} = 0.28$$

$$K_I = \frac{\hat{I}_{max}}{I_{max}} = \frac{10}{31.35} = 0.32$$

$$K_{\omega} = \frac{\hat{\omega}_{max}}{\omega_0} = \frac{10}{418.9} = 0.024$$

$$K_{\alpha} = \frac{\hat{\alpha}_{max}}{\alpha_{max}} = \frac{10}{5.54} = 1.8$$

3 Вывод моделей ВСВ

3.1 Модель ВСВ полной модели ЭМО

Для начала запишем все уравнения, описывающие работу ЭМО. Их возьмем из теории.

$$\begin{cases} k_m I - M_c = J_\Sigma \dot{\omega} \\ T_\pi \dot{I} + I = k_d U_y - k_d k_e \omega \\ T_y \dot{U}_y + U_y = k_y U \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dot{\omega} = \frac{k_m}{J_\Sigma} I - \frac{1}{J_\Sigma} M_c \\ \dot{I} = -\frac{k_d k_e}{T_\pi} \omega - \frac{1}{T_\pi} I + \frac{k_d}{T_\pi} U_y \\ \dot{U}_y = -\frac{1}{T_y} U_y + \frac{k_y}{T_y} U \end{cases} \quad (3)$$

Теперь, приняв за вектор состояния $X = [\alpha \quad \omega \quad I \quad U_y]^T$ и $\dot{\alpha} = \omega$, получим следующую модель вход состояние выход (ВСВ).

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\omega} \\ \dot{I} \\ \dot{U}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k_m}{J_\Sigma} & 0 \\ 0 & -\frac{k_d k_e}{T_\pi} & -\frac{1}{T_\pi} & \frac{k_d}{T_\pi} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \omega \\ I \\ U_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{J_\Sigma} \\ 0 & 0 \\ \frac{k_y}{T_y} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U(t) \\ M_c(t) \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\alpha = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \omega \\ I \\ U_y \end{bmatrix} \quad (5)$$

3.2 Модель ВСВ упрощенной модели ЭМО

Приравнивая в выражениях (3) T_π и T_y к 0. Получим следующие выражения:

$$\begin{cases} \dot{\alpha} = \omega \\ \dot{\omega} = -\frac{k_m k_d k_e}{J_\Sigma} \omega + \frac{k_m k_d k_y}{J_\Sigma} U - \frac{1}{J_\Sigma} M_c \end{cases} \quad (6)$$

И соответственно модель ВСВ:

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{k_m k_d k_e}{J_\Sigma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{k_m k_d k_y}{J_\Sigma} & -\frac{1}{J_\Sigma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U(t) \\ M_c(t) \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\alpha = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \omega \end{bmatrix} \quad (8)$$

4 Моделирование полной модели ЭМО

На рисунке 1 представлна полная модель ДПТ.

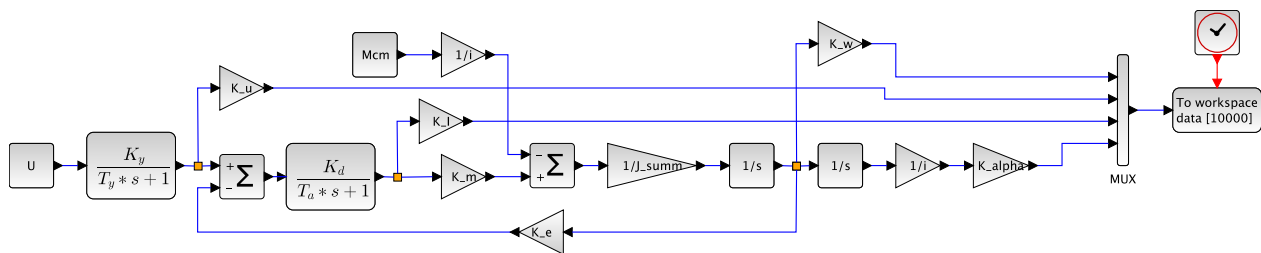


Рисунок 2 – Полная модель ЭМО

После построения модели и определения параметров моделирования можно получить графики и подсчитать соответственно время переходного процесса $t_{\text{п}}$, установившиеся угловую скорость ω_y и ток I_y .

$$t_{\text{II}} = 0.036$$

$$\omega_y = 5$$

$$I_y = 0.0031$$

Ниже представлены графики переходных процессов двигателя при $T_y = 6 \cdot 10^{-3}$ с и $T_{\text{Я}} = 3 \cdot 10^{-3}$ с.

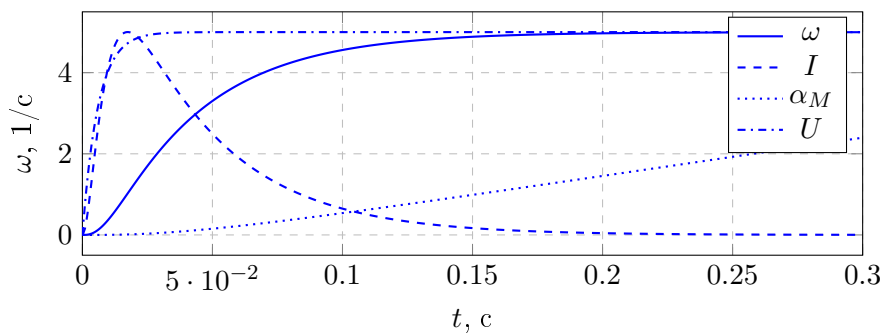


Рисунок 3 – Переходные процессы в ДПТ

Ниже представлены графики переходных процессов двигателя при $T_y = 6 \cdot 10^{-4}$ с и $T_{\text{Я}} = 3 \cdot 10^{-4}$ с.

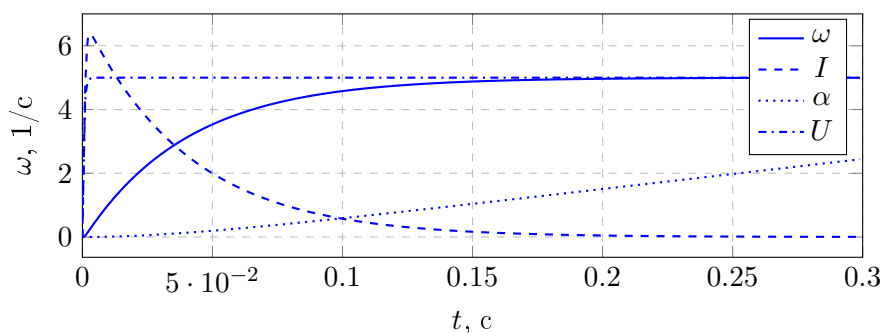


Рисунок 4 – Переходные процессы в ДПТ при меньших значениях постоянных времени

Также по графику переходного процесса можно определить время переходного процесса и установившиеся значения тока и угловой скорости.

$$t_{\Pi} = 0.029$$

$$\omega_y = 5$$

$$I_y = 0.004$$

5 Исследование влияния момента сопротивления M_{CM}

На рисунке 4 представлены переходные процессы ДПТ при различных значениях нагрузочного момента M_{CM} .

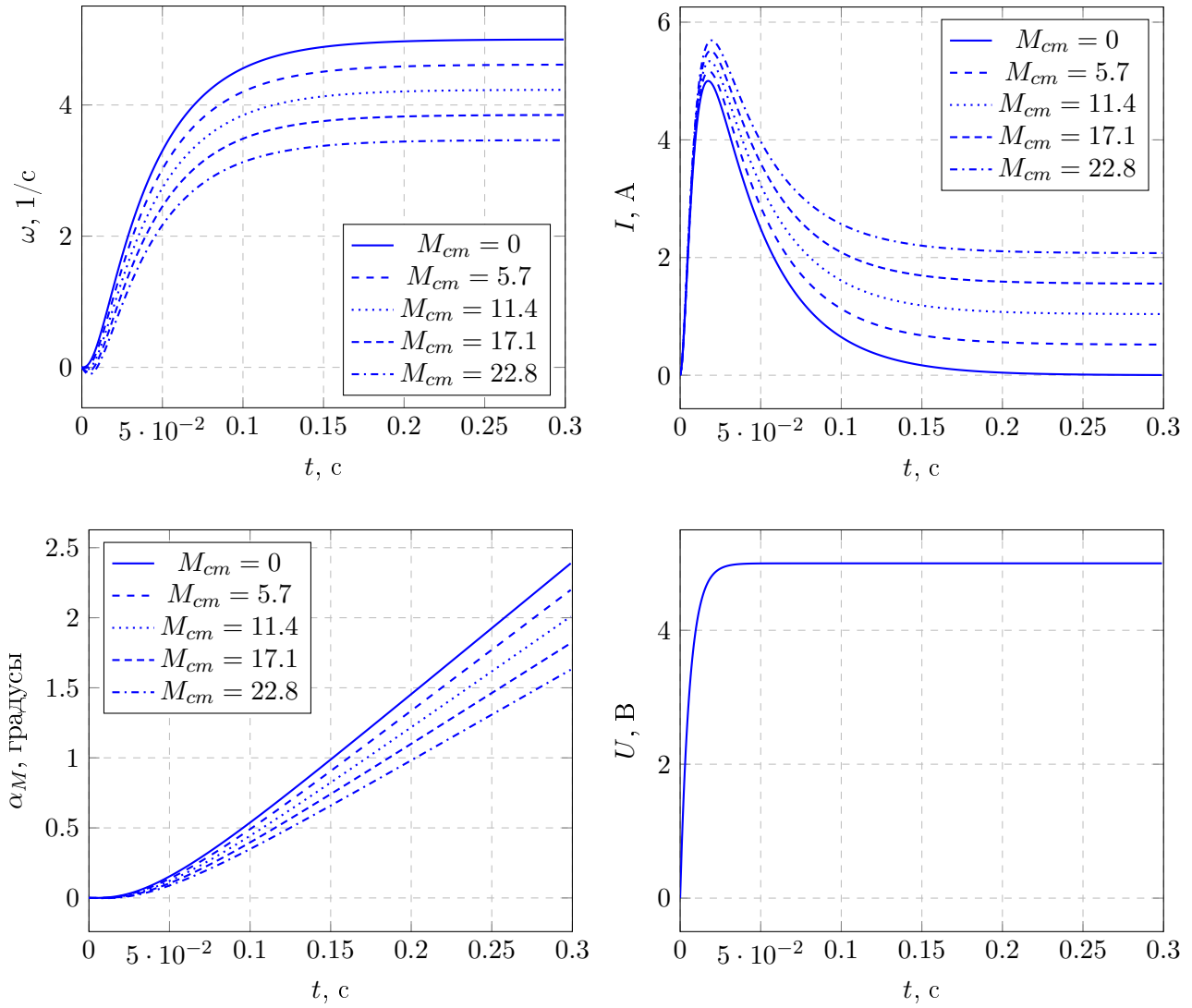


Рисунок 5 – Графики прехеходных процессов при различных M_{CM}

В ходе эксперимента, изменяя нагрузочный момент, мы получили различные значения времени переходного процесса и установившиеся значения тока и угловой скорости, которые представлены в таблице ниже.

Таблица 2 – Данные о перехоных процессах при изменении момента нагрузки.

M_{CM}	t_n	ω_y	I_y
0	$3.6 \cdot 10^{-2}$	5	$3.12 \cdot 10^{-3}$
5.7	$3.7 \cdot 10^{-2}$	4.61	0.52
11.4	$3.8 \cdot 10^{-2}$	4.23	1.04
17.1	$3.9 \cdot 10^{-2}$	3.85	1.56
22.8	$4 \cdot 10^{-2}$	3.46	2.08

6 Исследование влияния момента инерции нагрузки J_M

На рисунке 5 представлены графики переходных процессов при различных значениях момента инерции нагрузки J_M .

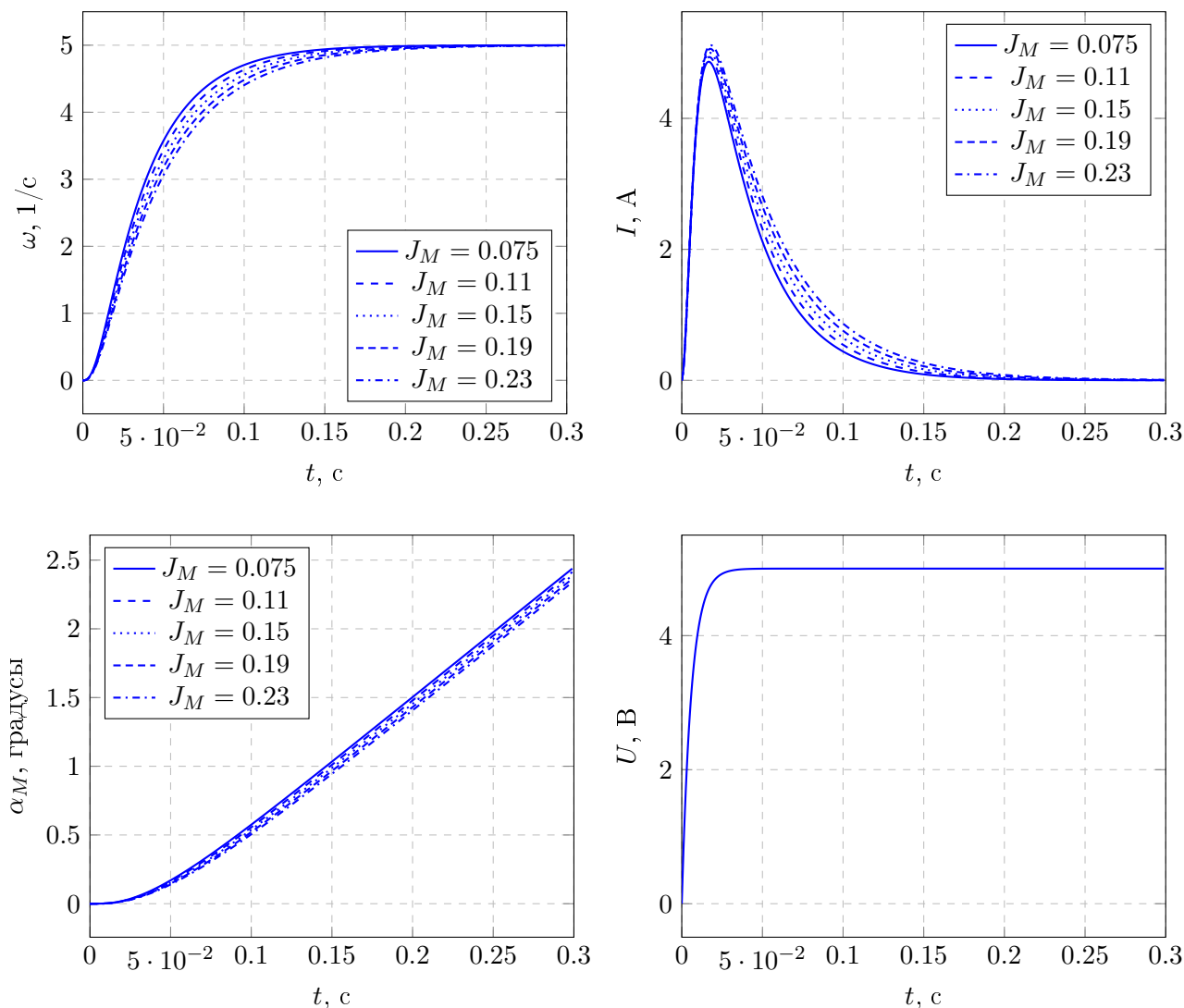


Рисунок 6 – Графики прехеходных процессов при различных J_M

В ходе эксперимента, изменяя момент инерции нагрузки, мы получили различные значения времени переходного процесса и установившиеся значения тока и угловой скорости, которые представлены в таблице ниже.

Таблица 3 – Данные о перехоных процессах при изменении момента инерции нагрузки.

J_M	t_{π}	ω_y	I_y
$7.5 \cdot 10^{-2}$	$3.2 \cdot 10^{-2}$	5	$1.33 \cdot 10^{-14}$
0.11	$3.4 \cdot 10^{-2}$	5	$1.47 \cdot 10^{-14}$
0.15	$3.6 \cdot 10^{-2}$	5	$1.47 \cdot 10^{-14}$
0.19	$3.8 \cdot 10^{-2}$	5	$1.73 \cdot 10^{-14}$
0.22	$4 \cdot 10^{-2}$	5	$1.73 \cdot 10^{-14}$

7 Исследование влияния передаточного отношения i_p редуктора

На рисунке 6 представлены графики переходных процессов при различных значениях передаточного отношения и нулевом моменте нагрузки $M_{CM} = 0$.

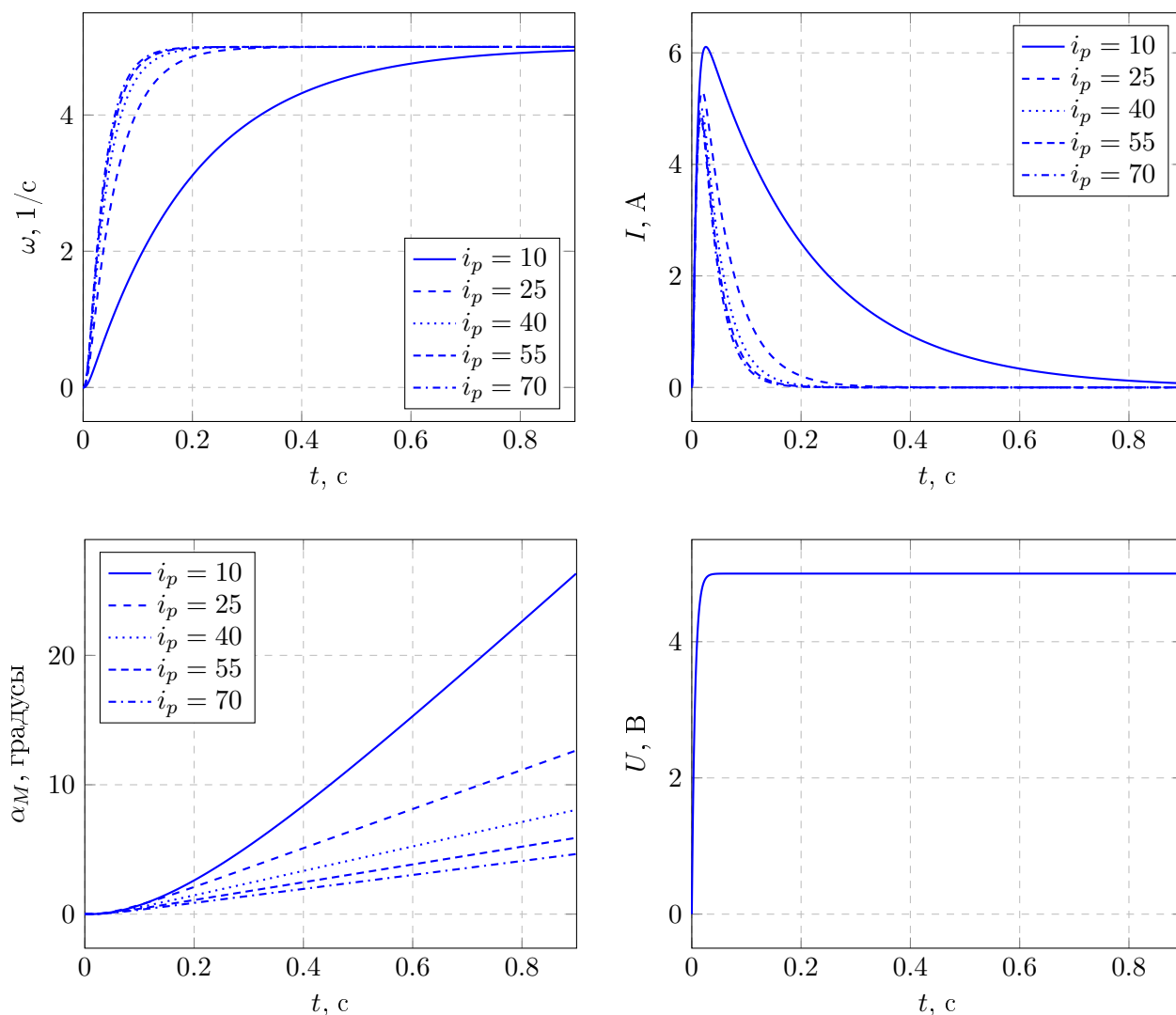


Рисунок 7 – Графики прехеходных процессов при различных i_p и $M_{CM} = 0$

В ходе эксперимента, изменяя момент передаточное отношение редукторы, мы получили различные значения времени переходного процесса и установившиеся значения тока и угловой скорости, которые представлены в таблице ниже.

Таблица 4 – Данные о перехоных процессах при изменении передаточного числа редуктора.

i	t_n	ω_y	I_y
10	0.14	5	$1.67 \cdot 10^{-6}$
25	$4.7 \cdot 10^{-2}$	5	$2.27 \cdot 10^{-14}$
40	$3.6 \cdot 10^{-2}$	5	$1.47 \cdot 10^{-14}$
55	$3.3 \cdot 10^{-2}$	5	$1.33 \cdot 10^{-14}$
70	$3.1 \cdot 10^{-2}$	5	$1.2 \cdot 10^{-14}$

На рисунке 7 представлены графики переходных процессов при различных значениях передаточного отношения и не нулевом моменте нагрузки $M_{CM} = M_H i_p / 2$, при $i_p = 40$.

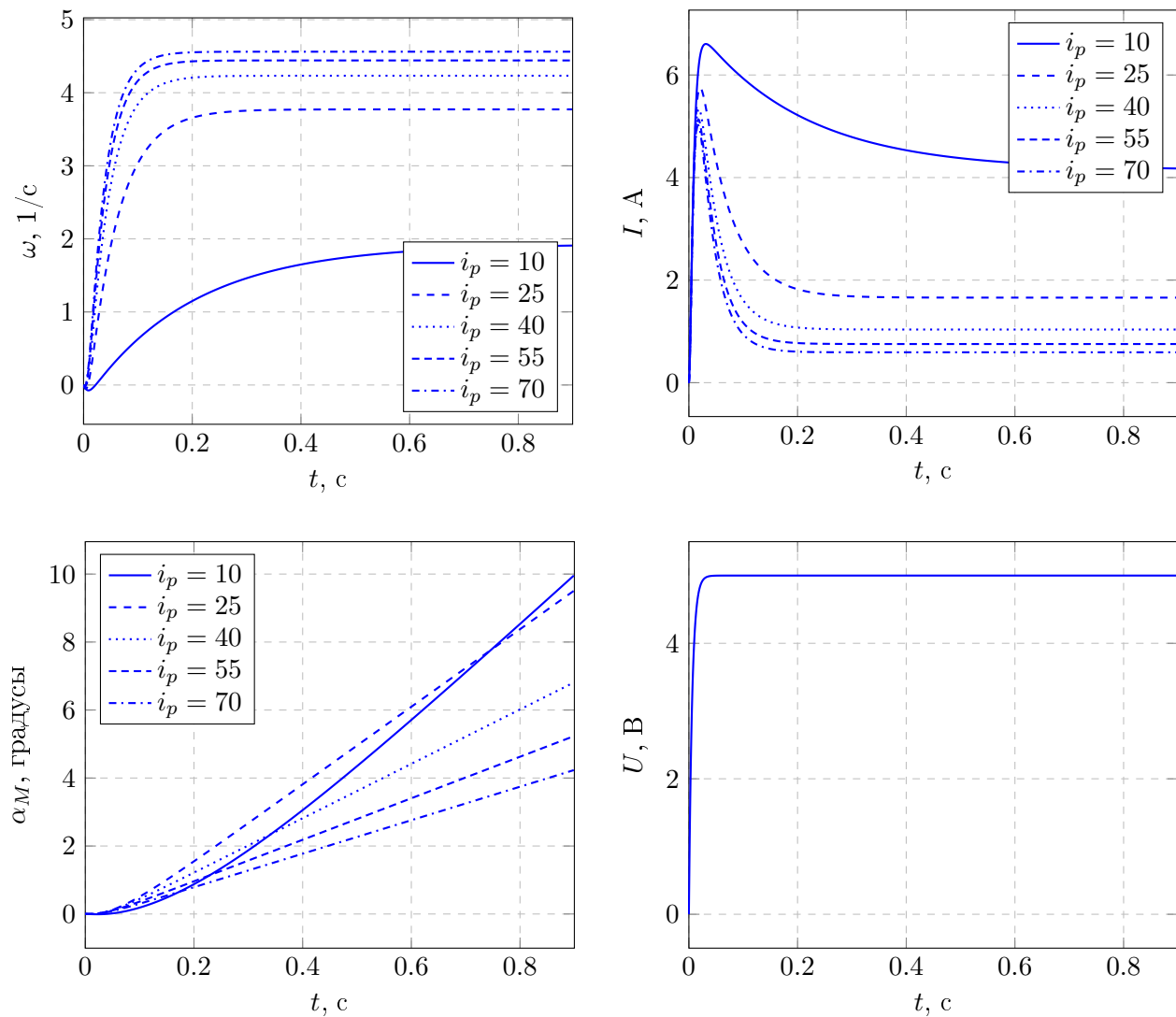


Рисунок 8 – Графики преходных процессов при различных i_p и $M_{CM} = M_H i_p / 2$

В ходе эксперимента, изменяя момент передаточное отношение редукторы, мы получили различные значения времени переходного процесса и установившиеся значения тока и угловой скорости, которые представлены в таблице ниже.

Таблица 5 – Данные о перехоных процессах при изменении передаточного числа редуктора.

i	t_n	ω_y	I_y
10	0.16	1.93	4.15
25	$5 \cdot 10^{-2}$	3.77	1.66
40	$3.8 \cdot 10^{-2}$	4.23	1.04
55	$3.4 \cdot 10^{-2}$	4.44	0.75
70	$3.2 \cdot 10^{-2}$	4.56	0.59

8 Сравнение полной и упрощенной модели ЭМО

Моделируемая система изображена на рисунке ниже.

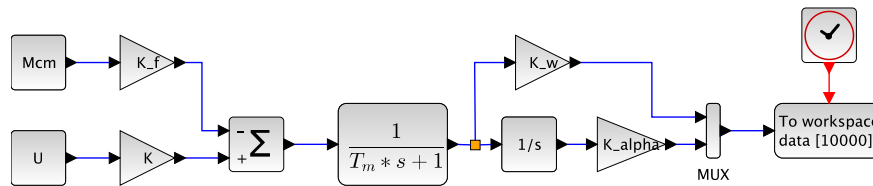


Рисунок 9 – Упрощенная модель ЭМО

8.1 Сравнение моделей при $T_{\alpha} = 3 \cdot 10^{-3}$ и $T_{\gamma} = 3 \cdot 10^{-3}$

Ниже указаны характеристики переходного процесса упрощенной модели ЭМО. А также представлен график, в котором сравниваются полная и упрощенная модель.

$$t_{\pi} = 0.028$$

$$\omega_y = 5$$

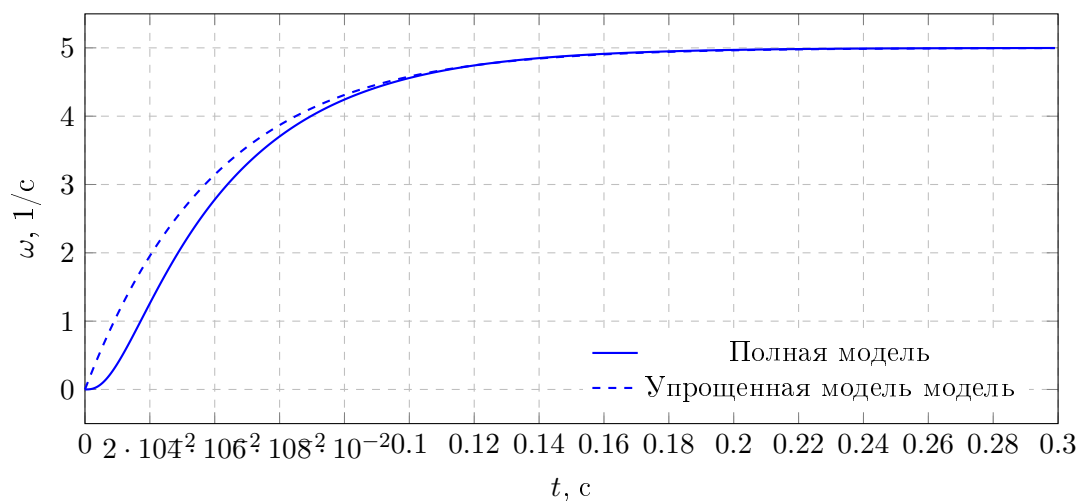


Рисунок 10 – Сравнение переходных процессов угловой скорости ω упрощенной и полной модели ЭМО.

Отклонение упрощенной модели от полной составляет:

$$\Delta_{\omega 1} = 0.0077 \quad (9)$$

8.2 Сравнение моделей при $T_{\text{я}} = 3 \cdot 10^{-4}$ и $T_{\text{y}} = 3 \cdot 10^{-4}$

Ниже представлен график, в котором сравниваются полная и упрощенная модель.

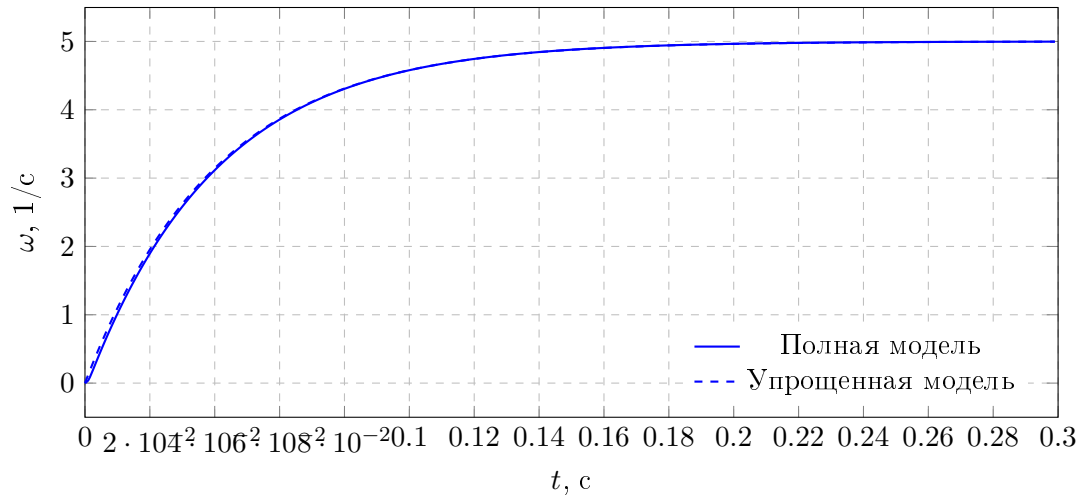


Рисунок 11 – Сравнение переходных процессов угловой скорости ω упрощенной и полной модели ЭМО.

Отклонение упрощенной модели от полной составляет:

$$\Delta_{\omega 1} = 0.0011 \quad (10)$$

Выводы

В данной работе мы исследовали модель ДПТ. При увеличении момента нагрузки $M_{\text{СМ}}$: уменьшается установившаяся угловая скорость двигателя и время переходного процесса, при этом увеличивается установившийся ток. При увеличении момента инерции нагрузки: увеличивается время переходного процесса и максимальный ток.

Как видно из рисунка 7, при увеличении передаточного числа редуктора, уменьшается влияние момента инерции нагрузки и соответственно уменьшается время переходного процесса. Также уменьшается угловая скорость на выходе редуктора (исходя из графика $\alpha_M(t)$ рисунок 7).

При наличии же нагрузки, при увеличении передаточного числа редуктора увеличивается установившаяся угловая скорость (уменьшается ошибка) двигателя и уменьшается на выходе редуктора. Также уменьшается установившийся ток.

При сравнении графиков полной и упрощенной модели ЭМО, как видно из рисунков 10 и 11, при уменьшении $T_{\text{я}}$ и $T_{\text{у}}$ уменьшается ошибка и график переходная характеристика полной модели стремится к упрощенной.

Также мы получили модели ВСВ полной и упрощенной модели ЭМО.