

Министерство образования и науки Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО  
ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ  
ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ

Кафедра Систем Управления и Информатики Группа Р3340

Лабораторная работа №10  
Исследование математической модели  
электромеханического объекта управления  
Вариант - 3

Выполнил \_\_\_\_\_ (подпись)  
(фамилия, и.о.)

Проверил \_\_\_\_\_ (подпись)  
(фамилия, и.о.)

"\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_г. Санкт-Петербург, 20\_\_г.

Работа выполнена с оценкой \_\_\_\_\_

Дата защиты "\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_г.

# 1 Задание

**Цель работы** - изучение математических моделей и исследование характеристик электромеханического объекта управления, построенного на основе электродвигателя постоянного тока независимого возбуждения.

Необходимо по известной модели электромеханического объекта (ЭМО) построить схему и провести математическое моделирование при различных параметрах системы. Функциональная схема исследуемого объекта представлена на рисунке 1.

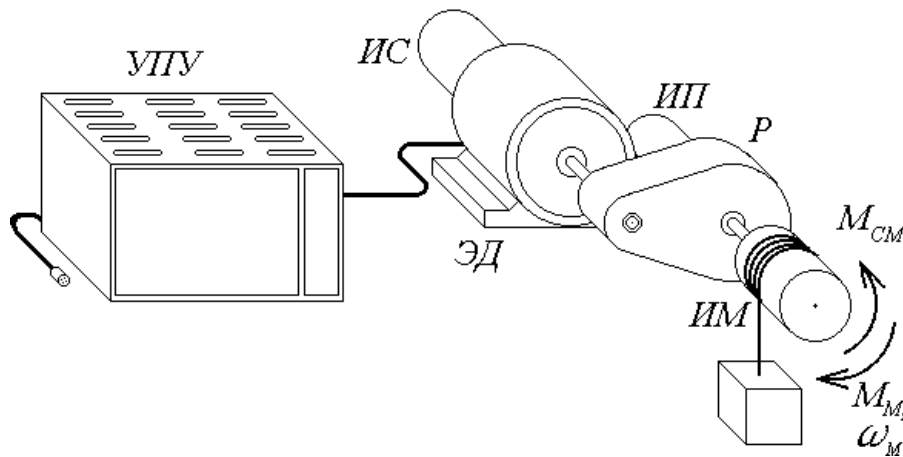


Рисунок 1 – Функциональная схема ЭМО

Усилительно-преобразовательное устройство (УПУ) описывается следующим уравнением:

$$T_y \dot{U}_y + U_y = K_y U \quad (1)$$

УПУ подключается к электродвигателю (ЭД) - двигателю постоянного тока (ДПТ), к которому подключен исполнительный механизм (ИМ) через редуктор (Р) с целью снизить момент на роторе двигателя. Описанную систему можно описать следующими уравнениями.

$$T_y \dot{I} + I = K_d (U_y + K_e \omega_M i_p) \quad K_m - \frac{M_{CM}}{i_p} = J_\Sigma \dot{\omega}_M i \quad J_\Sigma = J_d + J_p + \frac{J_M}{i_p^2} \quad (2)$$

Изменяя параметры  $M_{CM}$ ,  $i_p$ ,  $J_M$ ,  $T_y$  и  $T_y$  необходимо получить графики переходных процессов и сравнить их.

В таблице 1 представлены исходные данные для моделирования ДПТ.

Таблица 1 – Исходные данные.

| $U_H$ | $n_0$  | $I_H$ | $M_H$ | $R$  | $U_Y$ | $J_d$               | $T_y$ | $i_p$ | $J_M$             |
|-------|--------|-------|-------|------|-------|---------------------|-------|-------|-------------------|
| В     | об/мин | А     | Н·м   | Ом   | мс    | кг·м <sup>2</sup>   | мс    |       | кг·м <sup>2</sup> |
| 36    | 4000   | 6.5   | 0.57  | 0.85 | 3     | $2.2 \cdot 10^{-4}$ | 6     | 40    | 0.15              |

## 2 Расчет параметров моделирования

По исходным данным можно рассчитать некоторые параметры моделирования.

$$K_y = \frac{U_H}{U_m} = \frac{36}{10} = 3.6$$

$$w_0 = n_0 \frac{\pi}{30} = 418.9$$

$$K_e = \frac{U_H}{w_0} = 0.086$$

$$K_D = \frac{1}{R} = 1.2$$

$$K_M = \frac{M_H}{I_H} = 0.088$$

$$J_\Sigma = 1.2J_D + \frac{J_M}{i_p^2} = 3.6 \cdot 10^{-4}$$

Коэффициенты передачи измерительных устройств можно найти предварительно промоделировав систему и выбрав максимальное время моделирования. В итоге получим следующие значения коэффициентов:

$$K_U = \frac{\hat{U}_{ymax}}{U_H} = \frac{10}{36} = 0.28$$

$$K_I = \frac{\hat{I}_{max}}{I_{max}} = \frac{10}{31.35} = 0.32$$

$$K_\omega = \frac{\hat{\omega}_{max}}{\omega_0} = \frac{10}{418.9} = 0.024$$

$$K_\alpha = \frac{\hat{\alpha}_{max}}{\alpha_{max}} = \frac{10}{5.54} = 1.8$$

### 3 Вывод моделей ВСВ

#### 3.1 Модель ВСВ полной модели ЭМО

Для начала запишем все уравнения, описывающие работу ЭМО. Их возьмем из теории.

$$\begin{cases} k_M I - M_c = J_\Sigma \dot{\omega} \\ T_\pi \dot{I} + I = k_d U_y - k_d k_e \omega \\ T_y \dot{U}_y + U_y = k_y U \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dot{\omega} = \frac{k_M}{J_\Sigma} I - \frac{1}{J_\Sigma} M_c \\ \dot{I} = -\frac{k_d k_e}{T_\pi} \omega - \frac{1}{T_\pi} I + \frac{k_d}{T_\pi} U_y \\ \dot{U}_y = -\frac{1}{T_y} U_y + \frac{k_y}{T_y} U \end{cases} \quad (3)$$

Теперь, приняв за вектор состояния  $X = [\alpha \quad \omega \quad I \quad U_y]^T$  и  $\dot{\alpha} = \omega$ , получим следующую модель вход состояние выход (ВСВ).

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\omega} \\ \dot{I} \\ \dot{U}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k_M}{J_\Sigma} & 0 \\ 0 & -\frac{k_d k_e}{T_\pi} & -\frac{1}{T_\pi} & \frac{k_d}{T_\pi} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \omega \\ I \\ U_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{J_\Sigma} \\ 0 & 0 \\ \frac{k_y}{T_y} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U(t) \\ M_c(t) \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\alpha = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \omega \\ I \\ U_y \end{bmatrix} \quad (5)$$

#### 3.2 Модель ВСВ упрощенной модели ЭМО

Приравнивая в выражениях (3)  $T_\pi$  и  $T_y$  к 0. Получим следующие выражения:

$$\begin{cases} \dot{\alpha} = \omega \\ \dot{\omega} = -\frac{k_M k_d k_e}{J_\Sigma} \omega + \frac{k_M k_d k_y}{J_\Sigma} U - \frac{1}{J_\Sigma} M_c \end{cases} \quad (6)$$

И соответственно модель ВСВ:

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{k_M k_d k_e}{J_\Sigma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{k_M k_d k_y}{J_\Sigma} & -\frac{1}{J_\Sigma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U(t) \\ M_c(t) \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\alpha = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \omega \end{bmatrix} \quad (8)$$

## 4 Моделирование полной модели ЭМО

На рисунке 1 представлена полная модель ДПТ.

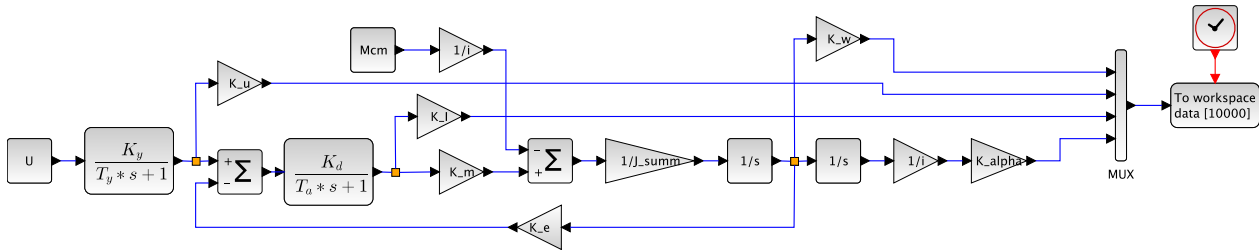


Рисунок 2 – Полная модель ЭМО

После построения модели и определения параметров моделирования можно получить графики и подсчитать соответственно время переходного процесса  $t_{\pi}$ , установившиеся угловую скорость  $\omega_y$  и ток  $I_y$ .

$$t_{\pi} = 0.036$$

$$\omega_y = 5$$

$$I_y = 0.0031$$

Ниже представлены графики переходных процессов двигателя при  $T_y = 6 \cdot 10^{-3}$  с и  $T_d = 3 \cdot 10^{-3}$  с.

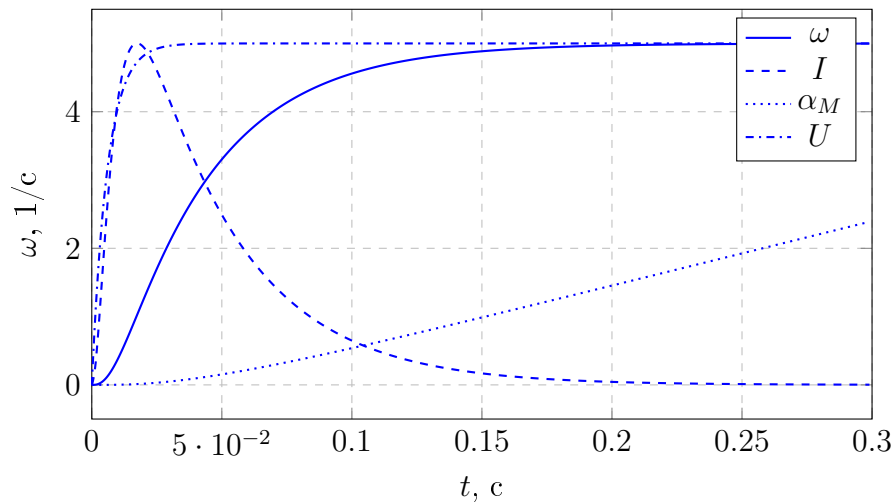


Рисунок 3 – Переходные процессы в ДПТ

Ниже представлены графики переходных процессов двигателя при  $T_y = 6 \cdot 10^{-4}$  с и  $T_{\text{я}} = 3 \cdot 10^{-4}$  с.

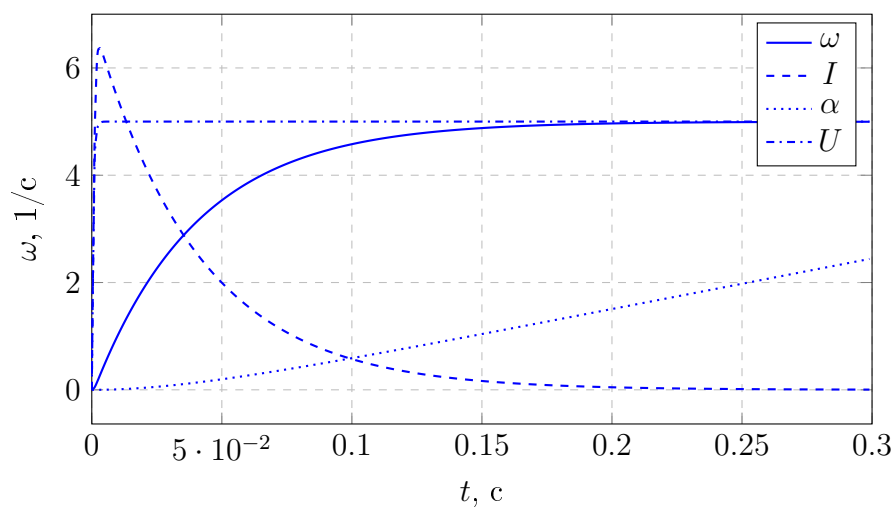


Рисунок 4 – Переходные процессы в ДПТ при меньших значениях постоянных времени

Также по графику переходного процесса можно определить время переходного процесса и установившиеся значения тока и угловой скорости.

$$t_{\text{п}} = 0.029$$

$$\omega_y = 5$$

$$I_y = 0.004$$

## 5 Исследование влияния момента сопротивления $M_{CM}$

На рисунке 5 представлены переходные процессы ДПТ при различных значениях нагрузочного момента  $M_{CM}$ .

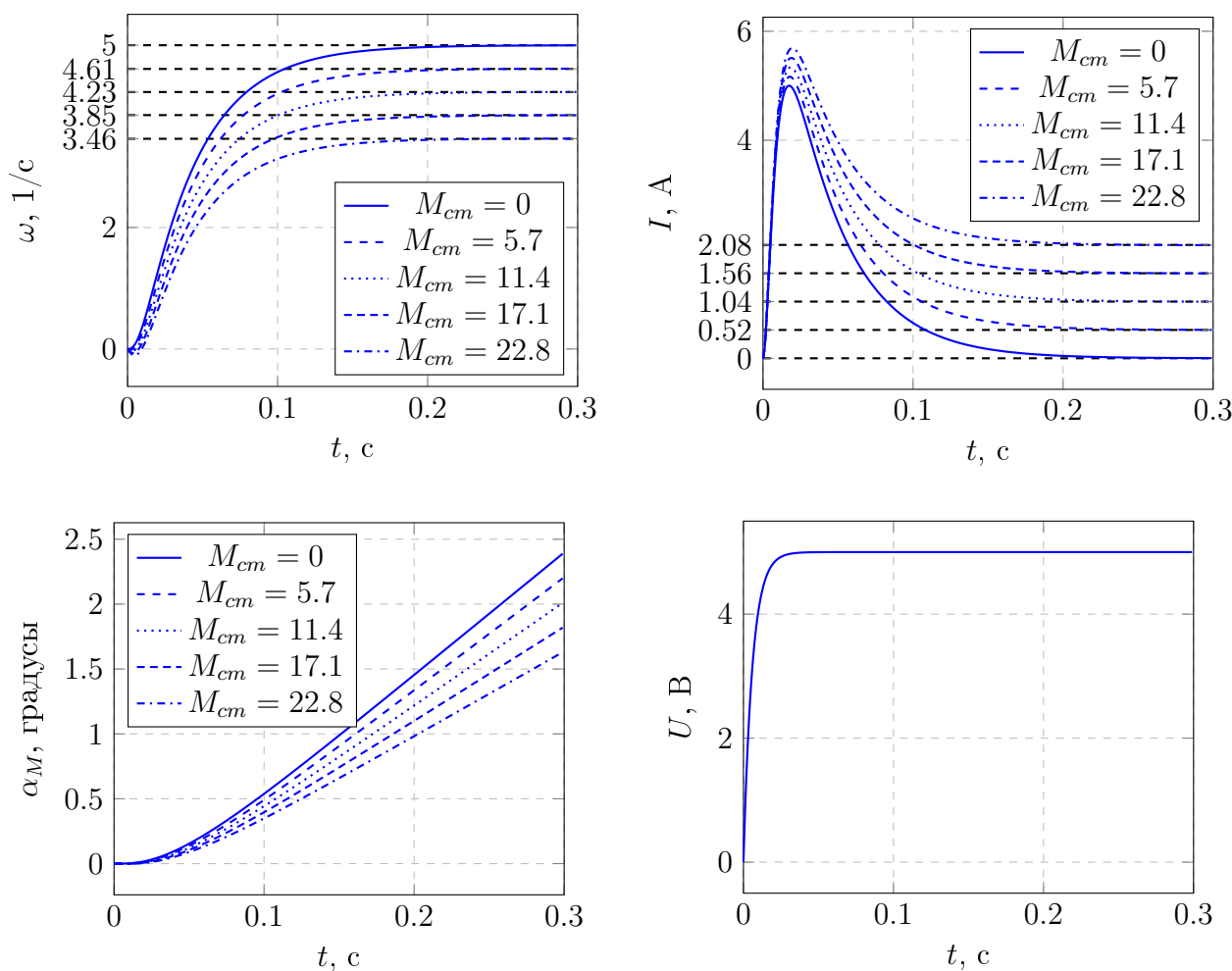


Рисунок 5 – Графики преходных процессов при различных  $M_{CM}$

В ходе эксперимента, изменяя нагрузочный момент, мы получили различные значения времени переходного процесса и установившиеся значения тока и угловой скорости, которые представлены в таблице ниже.

Таблица 2 – Данные о переходных процессах при изменении момента нагрузки

| $M_{CM}$ | $t_{п}$             | $\omega_y$ | $I_y$                |
|----------|---------------------|------------|----------------------|
| 0        | $3.6 \cdot 10^{-2}$ | 5          | $3.12 \cdot 10^{-3}$ |
| 5.7      | $3.7 \cdot 10^{-2}$ | 4.61       | 0.52                 |
| 11.4     | $3.8 \cdot 10^{-2}$ | 4.23       | 1.04                 |
| 17.1     | $3.9 \cdot 10^{-2}$ | 3.85       | 1.56                 |
| 22.8     | $4 \cdot 10^{-2}$   | 3.46       | 2.08                 |

## 6 Исследование влияния момента инерции нагрузки $J_M$

На рисунке 6 представлены графики переходных процессов при различных значениях момента инерции нагрузки  $J_M$ .

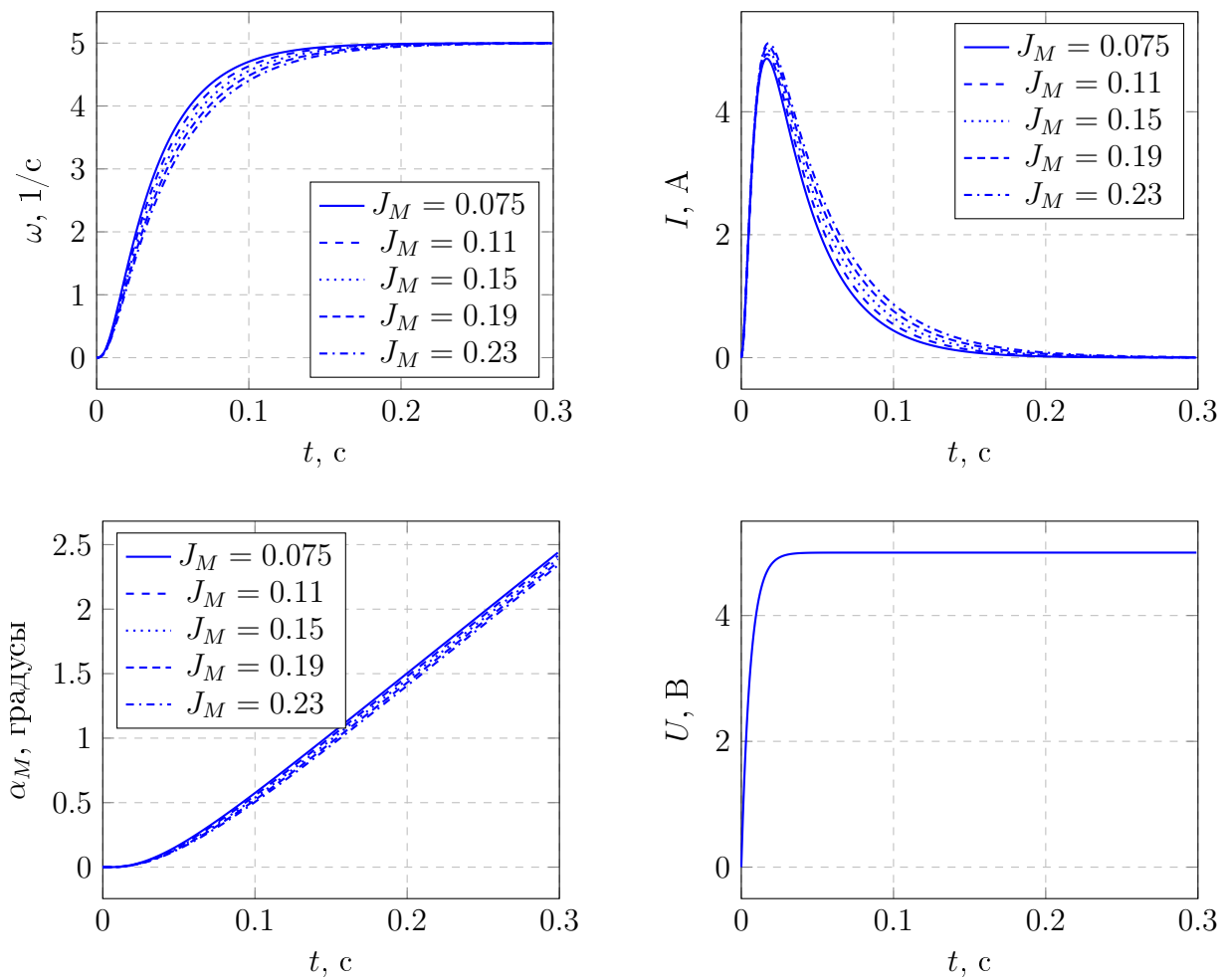


Рисунок 6 – Графики прехеходных процессов при различных  $J_M$

В ходе эксперимента, изменяя момент инерции нагрузки, мы получили различные значения времени переходного процесса и установившиеся значения тока и угловой скорости, которые представлены в таблице ниже.

Таблица 3 – Данные о перехоных процессах при изменении момента инерции нагрузки.

| $J_M$               | $t_{\pi}$           | $\omega_y$ | $I_y$                 |
|---------------------|---------------------|------------|-----------------------|
| $7.5 \cdot 10^{-2}$ | $3.2 \cdot 10^{-2}$ | 5          | $1.33 \cdot 10^{-14}$ |
| 0.11                | $3.4 \cdot 10^{-2}$ | 5          | $1.47 \cdot 10^{-14}$ |
| 0.15                | $3.6 \cdot 10^{-2}$ | 5          | $1.47 \cdot 10^{-14}$ |
| 0.19                | $3.8 \cdot 10^{-2}$ | 5          | $1.73 \cdot 10^{-14}$ |
| 0.22                | $4 \cdot 10^{-2}$   | 5          | $1.73 \cdot 10^{-14}$ |



## 7 Исследование влияния передаточного отношения $i_p$ редуктора

На рисунке 7 представлены графики переходных процессов при различных значениях передаточного отношения и нулевом моменте нагрузки  $M_{CM} = 0$ .

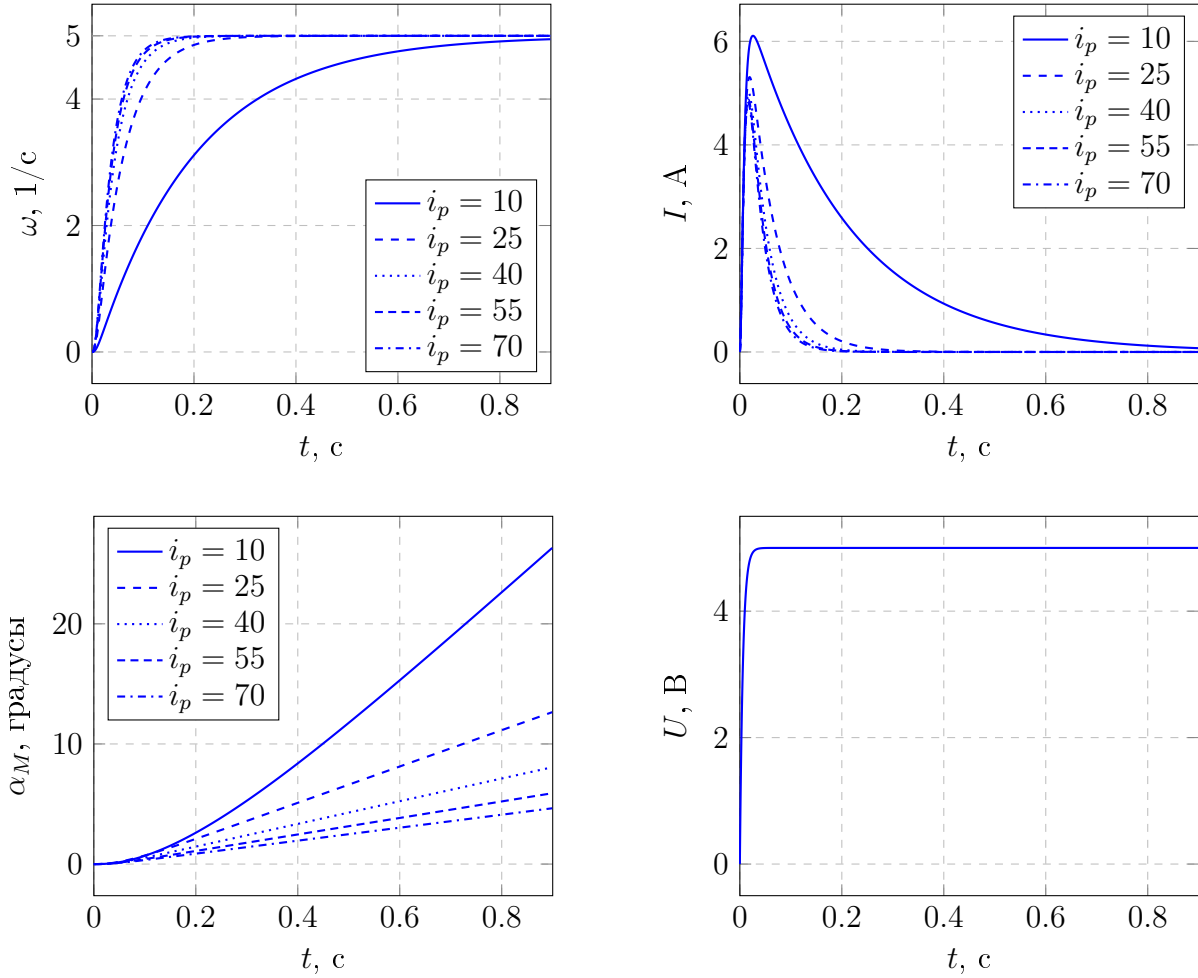


Рисунок 7 – Графики прехеходных процессов при различных  $i_p$  и  $M_{CM} = 0$

В ходе эксперимента, изменяя момент передаточное отношение редукторы, мы получили различные значения времени переходного процесса и установившиеся значения тока и угловой скорости, которые представлены в таблице ниже.

Таблица 4 – Данные о перехоных процессах при изменении передаточного числа редуктора.

| i  | $t_{\pi}$           | $\omega_y$ | $I_y$                 |
|----|---------------------|------------|-----------------------|
| 10 | 0.14                | 5          | $1.67 \cdot 10^{-6}$  |
| 25 | $4.7 \cdot 10^{-2}$ | 5          | $2.27 \cdot 10^{-14}$ |
| 40 | $3.6 \cdot 10^{-2}$ | 5          | $1.47 \cdot 10^{-14}$ |
| 55 | $3.3 \cdot 10^{-2}$ | 5          | $1.33 \cdot 10^{-14}$ |
| 70 | $3.1 \cdot 10^{-2}$ | 5          | $1.2 \cdot 10^{-14}$  |

На рисунке 8 представлены графики переходных процессов при различных значениях передаточного отношения и не нулевом моменте нагрузки  $M_{\text{СМ}} = M_{\text{Н}}i_p/2$ , при  $i_p = 40$ .

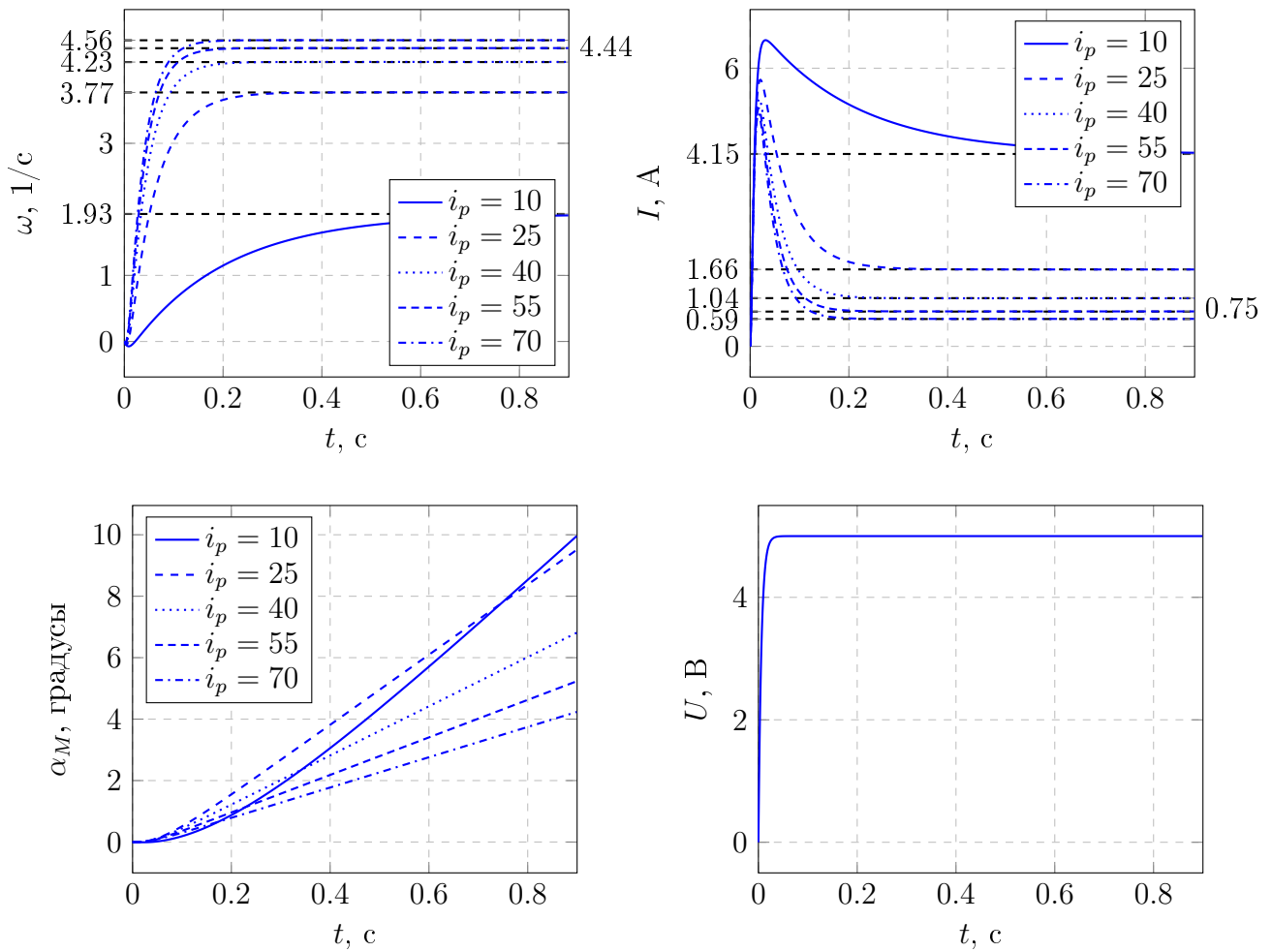


Рисунок 8 – Графики прехеходных процессов при различных  $i_p$  и  $M_{\text{СМ}} = M_{\text{Н}}i_p/2$

В ходе эксперимента, изменяя момент передаточное отношение редукторы, мы получили различные значения времени переходного процесса и установившиеся значения тока и угловой скорости, которые представлены в таблице ниже.

Таблица 5 – Данные о перехоных процессах при изменении передаточного числа редуктора.

| i  | $t_{\text{п}}$      | $\omega_y$ | $I_y$ |
|----|---------------------|------------|-------|
| 10 | 0.16                | 1.93       | 4.15  |
| 25 | $5 \cdot 10^{-2}$   | 3.77       | 1.66  |
| 40 | $3.8 \cdot 10^{-2}$ | 4.23       | 1.04  |
| 55 | $3.4 \cdot 10^{-2}$ | 4.44       | 0.75  |
| 70 | $3.2 \cdot 10^{-2}$ | 4.56       | 0.59  |

## 8 Сравнение полной и упрощенной модели ЭМО

Моделируемая система изображена на рисунке ниже.

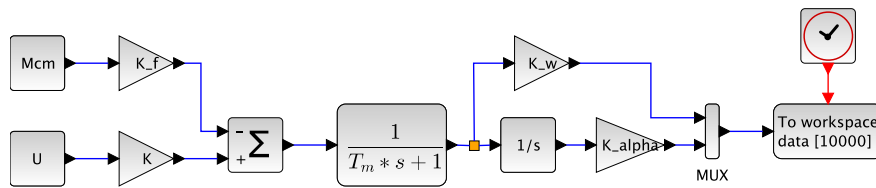


Рисунок 9 – Упрощенная модель ЭМО

### 8.1 Сравнение моделей при $T_{\alpha} = 3 \cdot 10^{-3}$ и $T_{\gamma} = 3 \cdot 10^{-3}$

Ниже указаны характеристики переходного процесса упрощенной модели ЭМО. А также представлен график, в котором сравниваются полная и упрощенная модель.

$$t_{\pi} = 0.028$$

$$\omega_y = 5$$

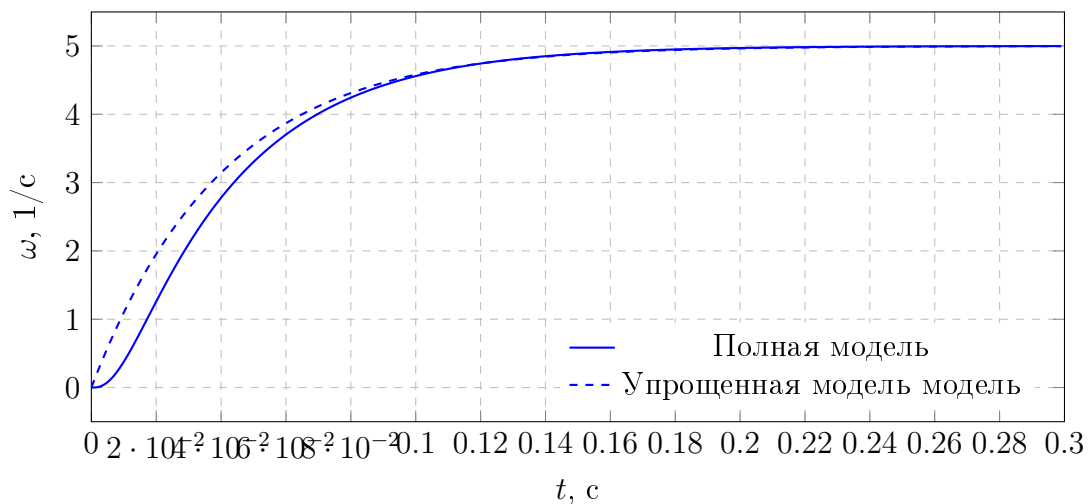


Рисунок 10 – Сравнение переходных процессов угловой скорости  $\omega$  упрощенной и полной модели ЭМО.

Отклонение упрощенной модели от полной составляет:

$$\Delta_{\omega 1} = 0.0077 \quad (9)$$

## 8.2 Сравнение моделей при $T_{\text{я}} = 3 \cdot 10^{-4}$ и $T_y = 3 \cdot 10^{-4}$

Ниже представлен график, в котором сравниваются полная и упрощенная модель.

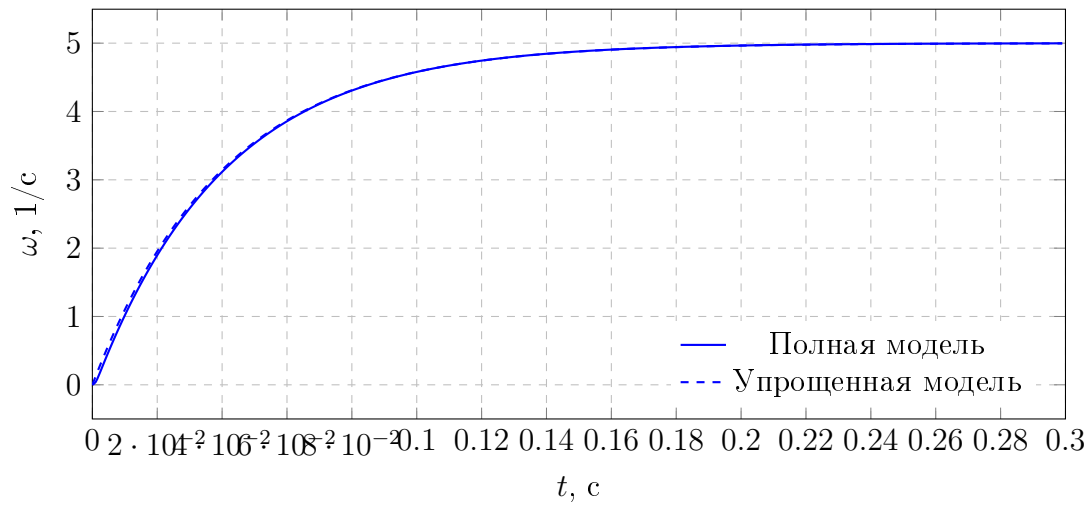


Рисунок 11 – Сравнение переходных процессов угловой скорости  $\omega$  упрощенной и полной модели ЭМО.

Отклонение упрощенной модели от полной составляет:

$$\Delta_{\omega 1} = 0.0011 \quad (10)$$

## Выводы

В данной работе мы исследовали модель ДПТ. При увеличении момента нагрузки  $M_{CM}$ : уменьшается установившаяся угловая скорость двигателя и время переходного процесса, при этом увеличивается установившийся ток. При увеличении момента инерции нагрузки: увеличивается время переходного процесса и максимальный ток.

Как видно из рисунка 7, при увеличении передаточного числа редуктора, уменьшается влияние момента инерции нагрузки и соответственно уменьшается время переходного процесса. Также уменьшается угловая скорость на выходе редуктора (исходя из графика  $\alpha_M(t)$  рисунок 7).

При наличии же нагрузки, при увеличении передаточного числа редуктора увеличивается установившаяся угловая скорость (уменьшается ошибка) двигателя и уменьшается на выходе редуктора. Также уменьшается установившийся ток.

При сравнении графиков полной и упрощенной модели ЭМО, как видно из рисунков 10 и 11, при уменьшении  $T_\alpha$  и  $T_\omega$  уменьшается ошибка и график переходная характеристика полной модели стремится к упрощенной.

Также мы получили модели ВСВ полной и упрощенной модели ЭМО.