#### Содержание 2 Введение 3 1 $\mathbf{2}$ 4 3 6 3.1 Низкочастотный участок ЛАЧХ . . . . . . . . . . . . . . . . 6 Среднечастотный участок ЛАЧХ........ 3.2 7 Высокочастотный участок 3.3 7 9 5 10 Математическое моделирование 1416 Список использованных источников............ 17 Подп. и дата Инв. № дубл. Взам. инв. № Подп. и дата КСУИ.167.Р3340.001 ПЗ Изм Лист № докум. Подп. Дата Разраб. Овчаров А.О Лит. Лист Листов Инв. № подл. Синтез последовательного Пров. 1 Григорьев В.В. регулятора для замкнутой Университет ИТМО следящей системы методом Н. контр. Петраневский И.В Кафедра СУиИ желаемых ЛАЧХ $y_{TB}$ .

### Введение

В данной работе мы синтезируем регулятор методом коррекции ЛАЧХ. Выполяется построение желаемой ЛАЧХ разомкнутой системы на основе ЛАЧХ неизменяемой части и заданных показателей качества.

Построение желаемой характерисики разбивается на три части: низкочастотную, среднечастотную и высокочастонтую. Высокочастотная часть не оказывает никакого влияния на систему. Среднечастотная и низкочастотная части влияют на время пререхоного процесса, запас устойчивости по фазе и амплитуде и соотвественно на перерегулирование.

После построения желаемой ЛАЧХ системы, мы можем найти передаточную функцию регулятора, выполняющего "коррекцию" неизменяемой части системы в соотвествии с заданными показаетелями качества.

Подп. и дата						
Инв. № дубл.						
$B_3$ am. $_{HB}$ . $_{N^{\underline{b}}}$						
Подп. и дата						
Инв. № подл.	Изм Лист	№ докум.	Подп.	Дата	КСУИ.167.Р3340.001 ПЗ	<i>Лист</i> 2
		. A. M. J. M.		<u> </u>	I Копировал	Формат А4

## 1 Постановка задачи

Задан объект управления, описание которого определяется Wнч(s) – передаточной функцией неизменяемой части системы. Структурная схема следящей системы представлена на рисунке 1.

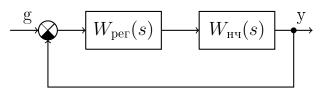


Рисунок 1 – Структурная схема проектируемой следящей системы

Требуется спроектировать регулятор, включенный последовательно с неизменяемой частью (нч) системы в контуре ошибки, с передаточной функцией  $W_{\rm per}(s)$ , который обеспечивает в замкнутой следящей системе с единичной обратной связью заданый набор показателей качества. Показатели качества указаны в таблице 1.

Таблица 1 – Данные

$W_{ ext{ iny HY}}(s)$	K	$T_1$	$T_2$	$t_{\scriptscriptstyle \Pi}$	$\sigma$	$g_{max}$	$g_{0max}$	$e_{max}$
$\frac{K}{(T_1s+1)(T_2s+1)s}$	210	0.04	0.2	0.1	27	5	0.8	0.015

Здесь К - коэффициент передачи неизменяемой части системы;  $T_1$ ,  $T_2$  - постоянные времени (сек.);  $t_{\rm II}$  - время переходного процесса (сек.);  $\sigma$  - перерегулирование (%);  $g_{max}$  - максимально-допустимое значение скорости (м/с);  $g_{0max}$  - максимально-допустимое значение амплитуды гармонического сигнала;  $e_{max}$  - максимально-допустимое значение установившейся ошибки,

Изм Лист № докум. Подп. Дата

Инв. № дубл.

Взам. инв. №

Подп. и дата

Инв. № подл.

КСУИ.167.Р3340.001 ПЗ

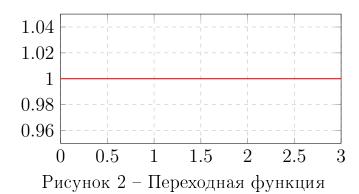
Неизменяемая часть НЧ представлена передаточной функцией:

$$W_{\text{HY}} = \frac{210}{(0.04s+1)(0.2s+1)s} = \frac{210}{0.008s^3 + 0.24s^2 + s} \tag{1}$$

Также найдем полюса передаточной функции (1) для оценки устойчивости системы, они представлены ниже:

$$p_1 = 0$$
  $p_2 = -25$   $p_3 = -5$ 

Соответственно по корневому критерию устойчивости система находится на границе устойчивости. Переходной процесс при нулевом входном воздействии и ненулевых начальных условиях (y(0)=1) представлен на рисунке 2.



Как видно из рисунка 2 и полюсов системы (1) системы находится на границе устойчивости нейтрального типа. Давайте замкнем единичной отрицательной обратной связью систему и проведен ее анализ.

Передаточная функция замкнутой системы выглядит следующим образом:

$$W(s) = \frac{W_{\text{HЧ}}}{W_{\text{HЧ}} + 1} = \frac{210}{(0.04s + 1)(0.2s + 1)s + 210}$$

Раскрыв скобки получм:

Инв. № дубл.

Взам. инв. №

Подп. и дата

$$W(s) = \frac{210}{0.008s^3 + 0.24s^2 + s + 210}$$
 (2)

Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата

КСУИ.167.Р3340.001 ПЗ

Для анализа устойчивости замкнутой системы построим матрицу гурвица на основании характеристического уравнения.

$$H_3 = \begin{bmatrix} 0.24 & 210 & 0 \\ 0.008 & 1 & 0 \\ 0 & 0.24 & 210 \end{bmatrix} \tag{3}$$

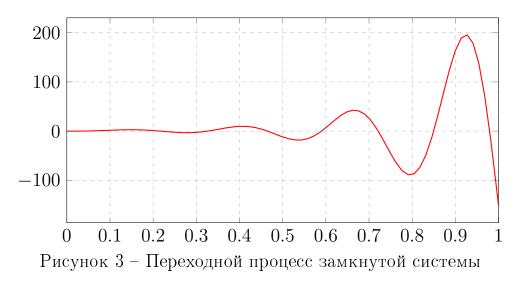
Нейдем главные миноры данной матрицы и воспользуемся критерием Гурвица.

$$\Delta_1 = 0.24 > 0$$

$$\Delta_2 = -1.44 < 0$$

$$\Delta_3 = -302.4 < 0$$

В соответсвии с критерием гурвица, поскольку система имеет отрицательные миноры, она не устойчва. Это также можно увидеть, получив переходную характеристику замкнутой системы, которая изображена ниже.



Подп. и дата

Инв. № дубл.

Взам. инв. №

Подп. и дата

#### 3 Синтез регулятора

Регулятор синтузируется методом коррекции ЛАЧХ, для чего нужно построить желаемую ЛАЧХ  $L_{\rm w}$  и по ней найти желаемую передаточную функцию  $W_{\mathbf{x}}$ . Данная функция  $\Pi\Phi$  ялвяется произведением  $\Pi\Phi$  регулятори и незименяемой части (выражение 2). Из него можем выражить выражение для  $\Pi\Phi$  регулятора (выражение 3).

$$W_{\mathbf{m}} = W_{\mathbf{per}} W_{\mathbf{H}\mathbf{q}} \tag{4}$$

$$W_{\rm per} = \frac{W_{\rm m}}{W_{\rm HY}} \tag{5}$$

#### Низкочастотный участок ЛАЧХ 3.1

Для системы с астатизмом первого порядка первая низкочастотная асимптота проводится так, чтобы она имела наклон -20 дБ/дек и пересекала желаемую добротность по скорости  $K_d$ . При этом вся низкочастотная часть не должна пересекать запрещенную зону, которая формируется из желаемой добротности по скорости  $K_v$  и критичксокй частоты гармонического сигнала  $\omega_k$ .

Давайте найдем все необходимые параметы запретной зоны:

$$K_v = \frac{g_{max}}{e_{max}} \approx 333.33 \tag{6}$$

$$K_v = \frac{g_{max}}{e_{max}} \approx 333.33$$

$$\omega_k = \frac{g_{max}}{g_{0max}} = 6.25$$

$$(6)$$

$$(7)$$

Для упрощения регулятора можно выбрать сопрягающую частоту  $\omega_1 =$  $1/T_2 = 5$ , тогда необходимо увеличить желаемую добротность по скорости. Давайте найдем  $K_d$ , учитывая  $\omega_1$ .

$$K_d = K_v \omega_k T_2 \approx 416.67 \tag{8}$$

Изм	Лист	№ докум.	$\Pi$ од $\pi$ .	Дата

Инв. № дубл.

Взам. инв. №

Подп. и дата

 $KCУИ.167.P3340.001\ \Pi 3$ 

### 3.2 Среднечастотный участок ЛАЧХ

Среднечастотный участок желаемой ЛАЧХ образуется асимптотой с наклоном -20 дБ/дек, проводимой так, чтобы она пересекала ось частот при  $\omega_c$ . Этот участок проводится влево и вправо до достижения модулей, равных  $L_1$  и  $L_2$ . Затем производится сопряжение средпечастотного участка с низкочастотными асимптотами и высокочастотной частью. Для нахождения частоты среза  $\omega_c$  необходимо найти частоту положительности  $\omega_n$ , которую можно найти соотвественно из диаграмм в учебнике Бесекерского (выражение 5, 6).

$$\omega_{\Pi}|_{\sigma=27\%} = \frac{4\pi}{t_{\Pi}} \approx 125.66 \frac{1}{c}$$
 (9)

$$\omega_c = 0.9\omega_{\pi} \approx 113.1 \frac{1}{c} \tag{10}$$

Амплитуды  $L_1$  и  $L_2$  также находятся по диаграммам в учебнике Бесекерского исходя из заданных показателей качества. В нашем случае они имеют следующие значения:

$$L_1 = 18$$
 дБ  $L_2 = -18$  дБ

Для качественнго выполнения заданных показателей качества среднечастотаня асимтота может превышать данные значения по модулю, но не наоборот.

Для сопряжения среднечастотного участка и низкочастотного строится прямая, имеющая накол 40 - 60 дБ/дек. Эта прямая определяется сопрягающими частотами  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ . Из пересечения среднечастотной асимптоты и сопрягающей можем найти  $\omega_2$ .

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{K_d w_1^2}{w_c}} \approx 9.6 \tag{11}$$

#### 3.3 Высокочастотный участок

Данный участок не вносит большого вклада в показатели качества, поэтому его выбирают максимально удобным для составления регулятора. Теперь

Изм Лист М докум. Подп. Дата

Подп. и дата

Инв. № дубл.

Взам. инв. №

Подп. и дата

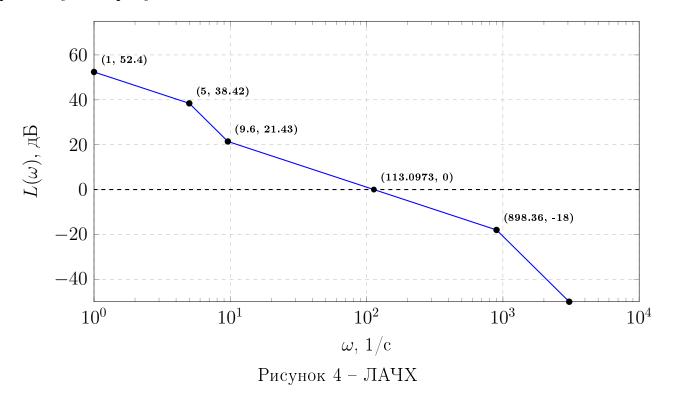
Инв. № подл.

 $KCУИ.167.P3340.001\ \Pi 3$ 

только осталось найти сопрягающую частоту  $\omega_3$ :

$$\omega_3 = \frac{\omega_c}{10^{L_2/20}} \approx 898.36 \, \frac{1}{c} \tag{12}$$

По найденым ниже параметрам можем построить желаемую ЛАЧХ, изображенную на рисунке ниже.



Теперь можем построить передаточную функцию желаемой системы:

$$W_{\mathcal{K}} = \frac{K_d \left(\frac{1}{\omega_2} s + 1\right)^2}{s(T_2 s + 1)^2 \left(\frac{1}{\omega_3} s + 1\right)^2}$$
(13)

И соответсвенно передаточную функцию регулятора:

$$W_{\text{per}} = \frac{K_d/K \left(\frac{1}{\omega_2}s + 1\right)^2 (T_1 s + 1)}{\left(\frac{1}{\omega_3}s + 1\right)^2 (T_2 s + 1)}$$
(14)

Подп. и дата

Инв. № дубл.

Взам. инв. №

Подп. и дата

## 4 Проверочный расчет

Выполним проверочный расчет на заданные показатели качества. А именно посчитаем предельное значение ошибки при линейно возрастающем воздействии со скоростью  $g_{max}$ .

$$\varepsilon_{1} = \frac{1}{1 + W_{\mathbb{K}}(s)} G(s) \Big|_{s \to 0} =$$

$$= \frac{s(T_{2}s + 1)^{2} \left(\frac{1}{\omega_{3}}s + 1\right)^{2}}{s(T_{2}s + 1)^{2} \left(\frac{1}{\omega_{3}}s + 1\right)^{2} + K_{d} \left(\frac{1}{\omega_{2}}s + 1\right)^{2}} \frac{g_{max}}{s} \Big|_{s \to 0} = \frac{g_{max}}{K_{d}} = 0.012 < e_{max}$$

Теперь нужно убедиться, что разомкнутая система обладает достаточным запасом устойчивости по фазе и амплитуде.

$$\mu = 180 - 90 - 2 \arctan \frac{\omega_c}{\omega_3} - 2 \arctan \omega_c T_2 + 2 \arctan \frac{\omega_c}{\omega_2} \approx 90^{\circ}$$
 (15)

$$L = 23.8 \text{ дБ}$$
 (16)

где  $\mu$  - запас по фазе, L - запас по амплитуде при частоте  $\omega=889~1/{\rm c}.$ 

Осталось проверить качество выполнения перерегулирования и

≀и лигоП	
Инв. № дубл.	
$B$ 3 $a$ M. $n$ HB. $N$ $^{\underline{o}}$	
Подп. и дата	
в. № подл.	

				·
Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата

#### Реализация регулятора 5

На рисунке ниже представлена электрическая схема передаточной функции регулятора.

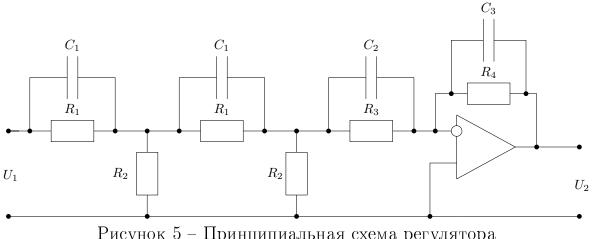


Рисунок 5 – Принципиальная схема регулятора

Давайте покажем, что указанная схема действительно представляет регулятор. Условно схему можно резделить на 3 части. Первые две идентичны. Давайте составим передаточную функцию первой части  $(U_1$  -  $R_1||C_1$  -  $R_2$  -  $U_1)$ , тогда не сложно будет представить и функцию всей системы. Выпишем первое и второе правила Кирхгофа:

$$\begin{cases} I_{R_2} = I_{R_1} + C_1 \frac{dU_{C_1}}{dt} \\ I_{R_1}R_1 = U_{C_1} \\ U_1 = U_{C_1} + U_{R_2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} I_{R_2} = \frac{U_{C_1}}{R_1} + C_1 \frac{dU_{C_1}}{dt} \\ I_{R_1} = \frac{U_{C_1}}{R_1} \\ U_1 = U_{C_1} + I_{R_2}R_2 \\ U_{R_2} = I_{R_2}R_2 \end{cases}$$

из полученной системы можем выразить отдельно  $U_1$  и  $U_{R_2}$ :

$$\begin{cases} U_1 = U_{C_1} + \frac{R_2}{R_1} U_{C_1} + R_2 C_1 \frac{dU_{C_1}}{dt} \\ U_{R_2} = \frac{R_2}{R_1} U_{C_1} + R_2 C_1 \frac{dU_{C_1}}{dt} \end{cases}$$

Полученное выражение теперь представим в операторном виде:

$$\begin{cases} U_1 = \left(1 + \frac{R_2}{R_1} + R_2 C_1 p\right) U_{C_1} \\ U_{R_2} = \left(\frac{R_2}{R_1} + R_2 C_1 p\right) U_{C_1} \end{cases}$$

Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата

Подп. и дата

Инв. № дубл.

Взам. инв. №

Подп. и дата

КСУИ.167.Р3340.001 ПЗ

Остается только найти саму передаточную функцию:

$$W_1(p) = \frac{U_{R_2}}{U_1} = \frac{\frac{R_2}{R_1} + R_2 C_1 p}{1 + \frac{R_2}{R_1} + R_2 C_1 p} = \frac{\frac{R_2}{R_1 + R_2} (R_1 C_1 p + 1)}{\left(\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C_1 p + 1\right)}$$
(17)

Передаточная функция  $W_2(p)$  аналогична первой. Теперь рассмотрим часть содержащую операционный усилитель. Запишем выражения для входного  $U_{R_2}$  и выходного  $U_2$  напряжения.

$$U_{R_2} = \frac{R_3}{R_3 C_2 p + 1}$$

$$U_2 = -\frac{R_4}{R_4 C_3 p + 1}$$

В итоге получи передаточную функцию:

$$W_3(p) = -\frac{R_4/R_3(R_3C_2p+1)}{R_4C_3p+1} \tag{18}$$

Как видно, из выражения (18), последняя часть регулятора инвертирует входной сигнал. Далее вход объекта управления будет подключаться инверсно к выходу регулятора.

Теперь можем записать итоговое выражения для передаточной функции регулятора:

$$W(p) = \frac{U_2}{U_1} = \frac{K(T_1p+1)^2(T_3p+1)}{(T_2p+1)^2(T_4p+1)}$$
(19)

$$K = \frac{R_2^2 R_4}{(R_1 + R_2)^2 R_3} \tag{20}$$

$$T_1 = R_1 C_1 \tag{21}$$

$$T_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C_1 \tag{22}$$

$$T_3 = R_3 C_2 \tag{23}$$

$$T_4 = R_4 C_3 \tag{24}$$

Инв. № дубл.

Взам. инв. №

Поскольку в данном уравнении 7 неизвестных и 5 уравнений, зададим  $C_1=10^{-6}~\Phi.$  Тогда можем найти  $R_1$  и  $R_2.$ 

$$R_1 = \frac{T_1}{C_1} \approx 104166 \text{ OM}$$
  $R_2 = \frac{T_1 T_2}{(T_1 - T_2)C_1} = 1125 \text{ OM}$ 

Теперь выразим  $R_3$  и  $R_4$ , подставив  $C_3 = 10^{-9} \Phi$ .

$$R_3 = rac{T_3}{C_2}$$
  $R_4 = rac{T_4}{C_3} = 2 \cdot 10^8 \; ext{Ом}$ 

Подставим все в выражение (19), получим:

$$K = 570967.85C_2 \Rightarrow C_2 = 3.48 \cdot 10^{-6} \Phi$$
  
 $R_3 \approx 11510 \text{ Om}$ 

В итоге получим схему в Multisim, представленную ниже на рисунке.

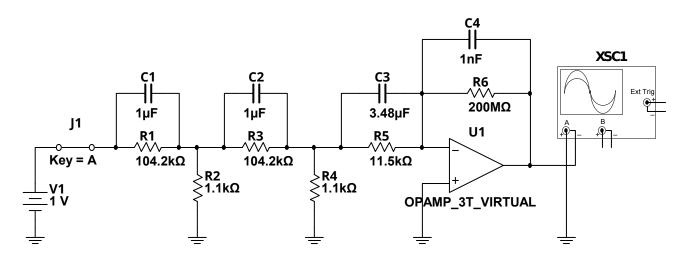


Рисунок 6 – Принципиальная хема регулятора

Подп. и дата

Инв. № дубл.

Взам. инв. №

Подп. и дата

Тажке построим передаточную функцию данного регулятора в Matlab.



Рисунок 7 – Схема регулятора в Matlab

Теперь для выполнения качественного сравенения представлим переходные характеристики системы, построенной в Matlab и системы в Multisim.

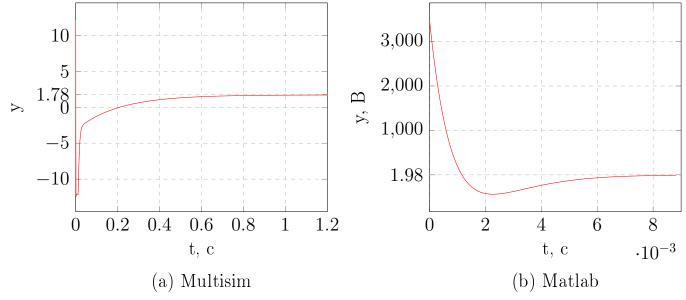


Рисунок 8 – Переходная функция регулятора

Как видно из рисунка 8, переходной процесс в Matlab проходит много быстрее, чем при симуляции электрической схемы. Также сигнал на рисунке 8 (а) ограничен в пределах  $\pm 12$  вольт из-за операционного усилителя.

Изм Лист № докум. Подп. Дата

Подп. и дата

Инв. № дубл.

Взам. инв. №

Подп. и дата

Инв. № подл.

КСУИ.167.Р3340.001 ПЗ

## 6 Математическое моделирование

В ходе работы была построяна схема моделирования полученноой желаемой передаточной функции, она указана на рисунке ниже:

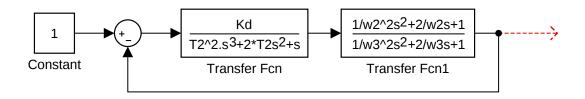
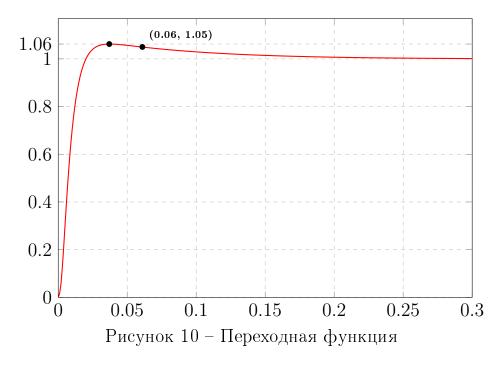


Рисунок 9 - Схема моделирования

В результате мы получили различные графики при линейно нарастающем входном воздействии и синусоидальном а также переходная функция.



Как видно из рисунка 6 были получены следующие показатели:

$$t_{\text{\tiny II}} = 0.06 \text{ c}$$
  $\sigma = 6 \%$ 

Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата

Подп. и дата

Инв. № дубл.

Взам. инв. №

Подп. и дата

 $KСУИ.167.Р3340.001\ \Pi 3$ 

Далее не рисунке 7 представлен график при линейно нарастающем входном воздействии, здесь  $\varepsilon = 0.012$ , как и получилось при проверочном расчете.

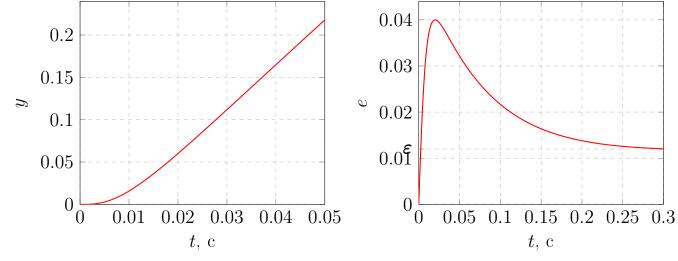


Рисунок 11 – Графики переходных процессов при q=5t

Осталось рассмотреть реакцию системы на синусоидально воздействие q= $0.8 \sin 3t$ . Как видно из рисунка 8, при синусоидально воздействии и  $\omega = 3$  ошибка меньше 0.015.

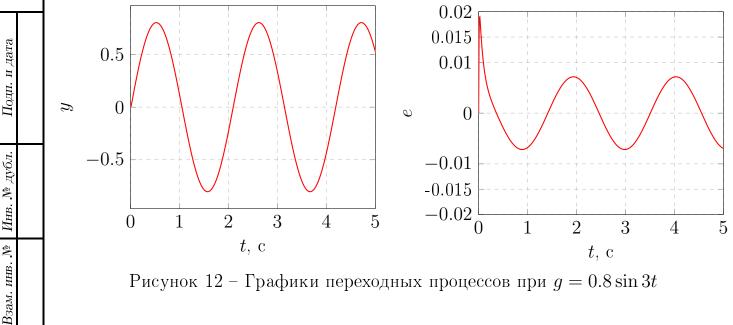


Рисунок 12 – Графики переходных процессов при  $q=0.8\sin 3t$ 

I	Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата

Подп. и дата

### Вывод

В данной работе мы синетзировали регулятор, выполняющий заданные показатели качества. Для синтеза использовался метод коррекции ЛАЧХ, придуманные Солодовниковым В. В. В данном методе ЛАЧХ неизменяемой части корректируется таким образом, чтобы при реакции на ступенчатый сигнал, показатели качества не превышали заданных значений.

Как видно в проевочных расчетах и на рисунках 6, 7 и 8 данный регулятор успешно справляется со своими задачами.

При подаче на вход гармонического сигнала, его частота, помножанная на амплитуду не должны превышать значение  $g_{max}$ .

Также мы получили электрическую схему, характерезующую передаточную функцию.

Подп. и дата		
Инв. № дубл.		
Взам. инв. №		
Подп. и дата		
Инв. № подл.		Лист 16 Формат А4

# Список использованных источников

- 1. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического управления СПб.: Профессия, 2003.-752 с.
- 2. Блинников А.А, Бойков В.И., Быстров С.В., Николаев Н.А., Нуйя О. С. Правила оформления пояснительной записки и конструкторской документации.—СПб: Университет ИТМО, 2014.-55 с.

Подп. и дата				
Инв. № дубл.				
Взам. инв. №				
Подп. и дата				
Инв. № подл.	Изм Лист № докум.	Подп. Дата	КСУИ.167.Р3340.001 ПЗ	Лист 17