

Министерство образования и науки Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО  
ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ  
ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ

Кафедра Систем Управления и Информатики Группа Р3340

Лабораторная работа №11  
Исследование математической модели  
пьезоэлектрического исполнительного  
устройства  
Вариант - 3

Выполнил \_\_\_\_\_ (подпись)  
(фамилия, и.о.)

Проверил \_\_\_\_\_ (подпись)  
(фамилия, и.о.)

"\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_г. Санкт-Петербург, 20\_\_г.

Работа выполнена с оценкой \_\_\_\_\_

Дата защиты "\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_г.

# 1 Задание

**Целью работы** является изучение математических моделей и исследование характеристик исполнительного устройства, построенного на основе пьезоэлектрического двигателя (ПД) микроперемещений.

Необходимо построить схему ПД, которая изображена на рисунке 1 и провести математическое моделирование при различных значениях параметров системы.

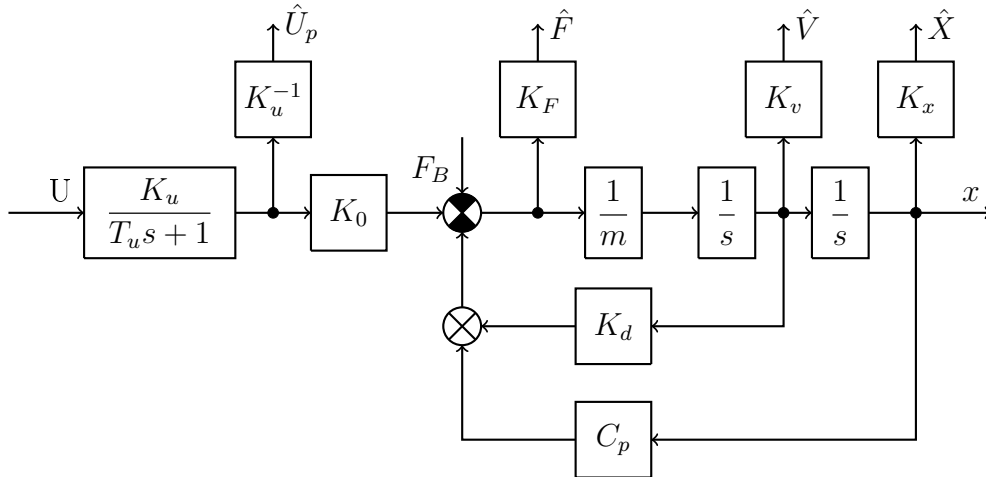


Рисунок 1 – Структурная схема пьезоэлектрического исполнительного устройства

Параметры данной схемы указаны в таблице 1.

Таблица 1 – параметры пьезоэлектрического двигателя

$C_p$	$m$	$K_0$	$K_d$	$T_u$	$F_B$
Н/м	кг	Н/В	Н·с/м	мс	Н
$0.8 \cdot 10^8$	0.5	9.3	$0.8 \cdot 10^3$	0.08	75

## 2 Анализ пьезоэлектрического двигателя

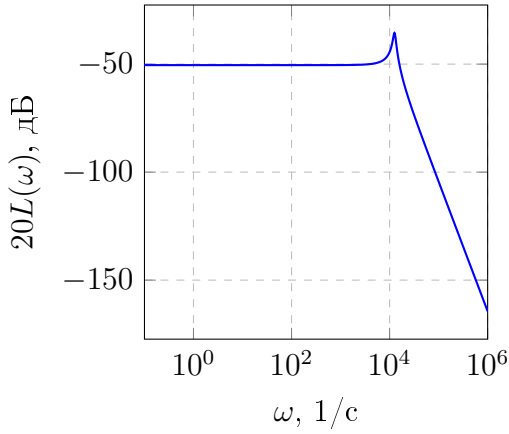


Рисунок 2 – ЛАЧХ исполнительного элемента

Исполнительное устройство можно представить в следующем (операторном) виде.

$$x = \frac{K_u K_0 U - T_u F_B s - F_B}{(T_u s + 1)(ms^2 + K_d s + C_p)} \quad (1)$$

Из выражения (1) можем вывести выражения для ЛАЧХ исследуемого объекта.

$$A(\omega) = \sqrt{\frac{(K_u K_d U - F_B)^2 + (T_u F_B \omega)^2}{(1 + (T_u \omega)^2)((C_p - m\omega^2)^2 + (K_d \omega)^2)}} \quad (2)$$

В итоге, можем по выражению 2 можем построить саму характеристику. Эта характеристика построена на рисунке 2.

На рисунке 3 представлены переходные процессы в ПД при возмущающем воздействии  $F_B = 0$ . Как видно процесс имеет колебательный характер, затухающий по экспоненте.

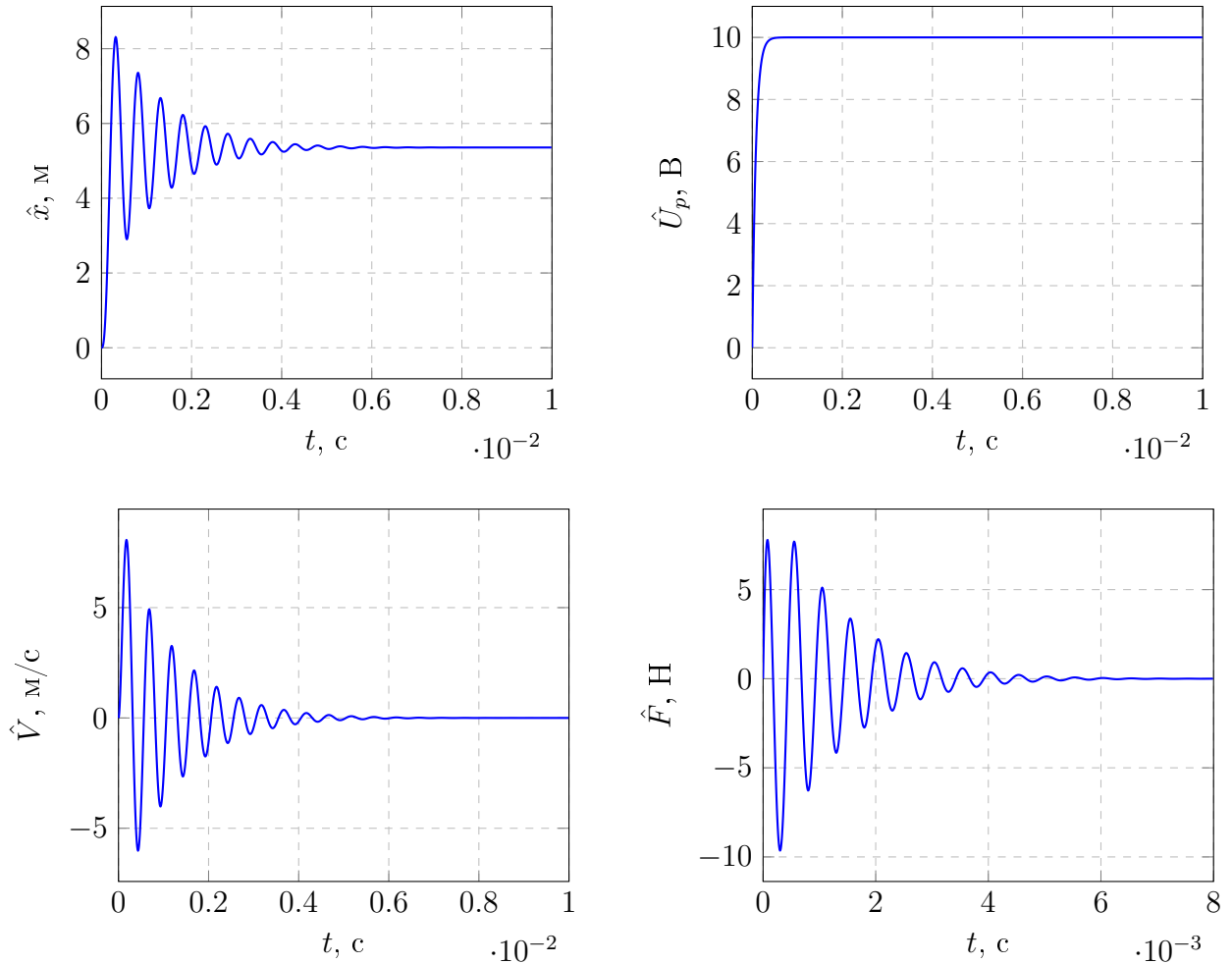


Рисунок 3 – Переходные процессы в ПД

### 3 Исследование влечения массы $m$ нагрузки

Изменяя массу нагрузки в пределах  $[0.5m, 1.5m]$  получим различные виды переходных процессов с различными значениями пререгулирования  $\sigma$ , времени переходных процессов  $t_{\text{п}}$ , и установившегося значения выходного сигнала  $x_{\text{уст}}$ . Полученные значения представлены в таблице 2.

Таблица 2 – Данные о переходных процессах при изменении момента нагрузки

m	$x_{\text{уст}}$	$t_{\text{п}}$	$\sigma$
0.25	5.36	$1.2 \cdot 10^{-4}$	37.01
0.38	5.36	$1.3 \cdot 10^{-4}$	48.07
0.5	5.36	$3.5 \cdot 10^{-4}$	54.98
0.63	5.36	$6.4 \cdot 10^{-4}$	60.22
0.75	5.36	$7.2 \cdot 10^{-4}$	63.94

При изменении массы не изменяется  $x_{\text{уст}}$ . С увеличением массы увеличиваются значения пререгулирования и времени переходных процессов. Этот факт объясняется увеличением динамического усилия  $F_{\text{д}}$ , представленным выражением ниже.

$$F_{\text{д}} = -m \frac{d^2x}{dt^2}$$

Как видно масса является коэффициентом пропорциональности, соответственно при его увеличении амплитуда колебаний увеличивается. При установлении переходного процесса ускорение стремится к нулю, как следствие влечение массы на переходной процесс также стремится к нулю.

Все это подтверждают графики, полученные в результате математического моделирования системы. Они представлены на рисунке 4.

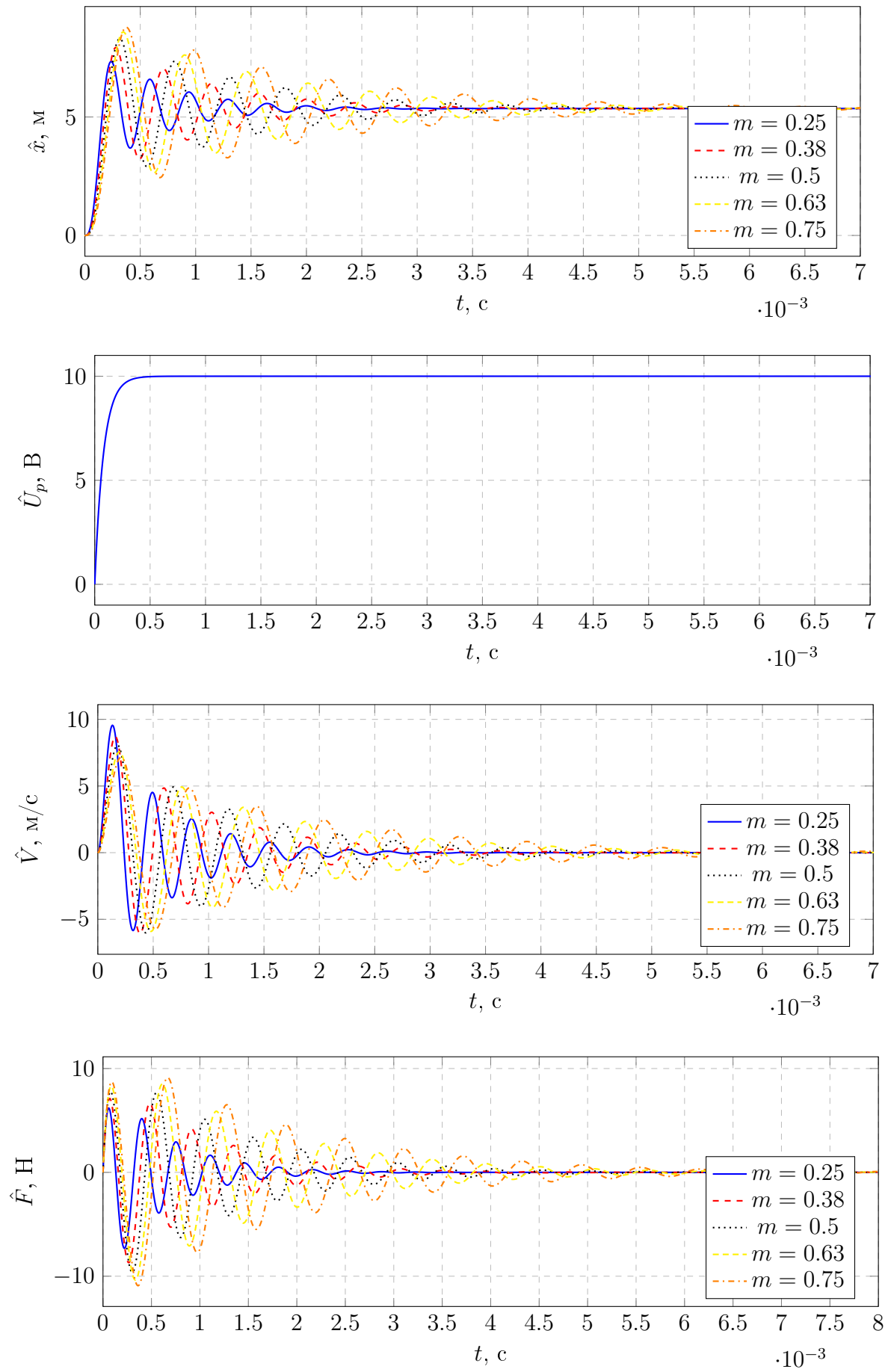


Рисунок 4 – Влияние массы  $m$  на качество переходных процессов

## 4 Исследование влияния $T_u$

Изменяя время  $T_u$  получим различные виды переходных процессов с различными значениями пререгулирования  $\sigma$ , времени переходных процессов  $t_{\text{п}}$ , и установившегося значения выходного сигнала  $x_{\text{уст}}$ . Полученные значения представлены в таблице 3.

Таблица 3 – Данные о переходных процессах при изменении времени  $T_u$

$T_u$	$x_{\text{уст}}$	$t_{\text{п}}$	$\sigma$
$8 \cdot 10^{-5}$	6.47	$3.5 \cdot 10^{-4}$	54.98
$1.6 \cdot 10^{-4}$	6.47	$1.8 \cdot 10^{-4}$	24.49
$3.2 \cdot 10^{-4}$	6.47	$2.3 \cdot 10^{-4}$	6.24
$4.8 \cdot 10^{-4}$	6.47	$2.9 \cdot 10^{-4}$	1.16

При увеличении значения  $T_u$ , уменьшаются значения времени переходного процесса и пререгулирования. Так происходит, поскольку явление обратного пьезоэффекта, который характеризуется уравнением, представленным ниже, протекает более плавно, за счет того разница между силами уменьшается и процесс протекает с меньшей амплитудой колебаний, за счет чего уменьшается время переходного процесса.

$$F_0 = K_0 U_p$$

На рисунке 5 представлены переходные процессы протекающие в пьезоэлектрическом двигателе при изменении значения постоянной времени  $T_u$ .

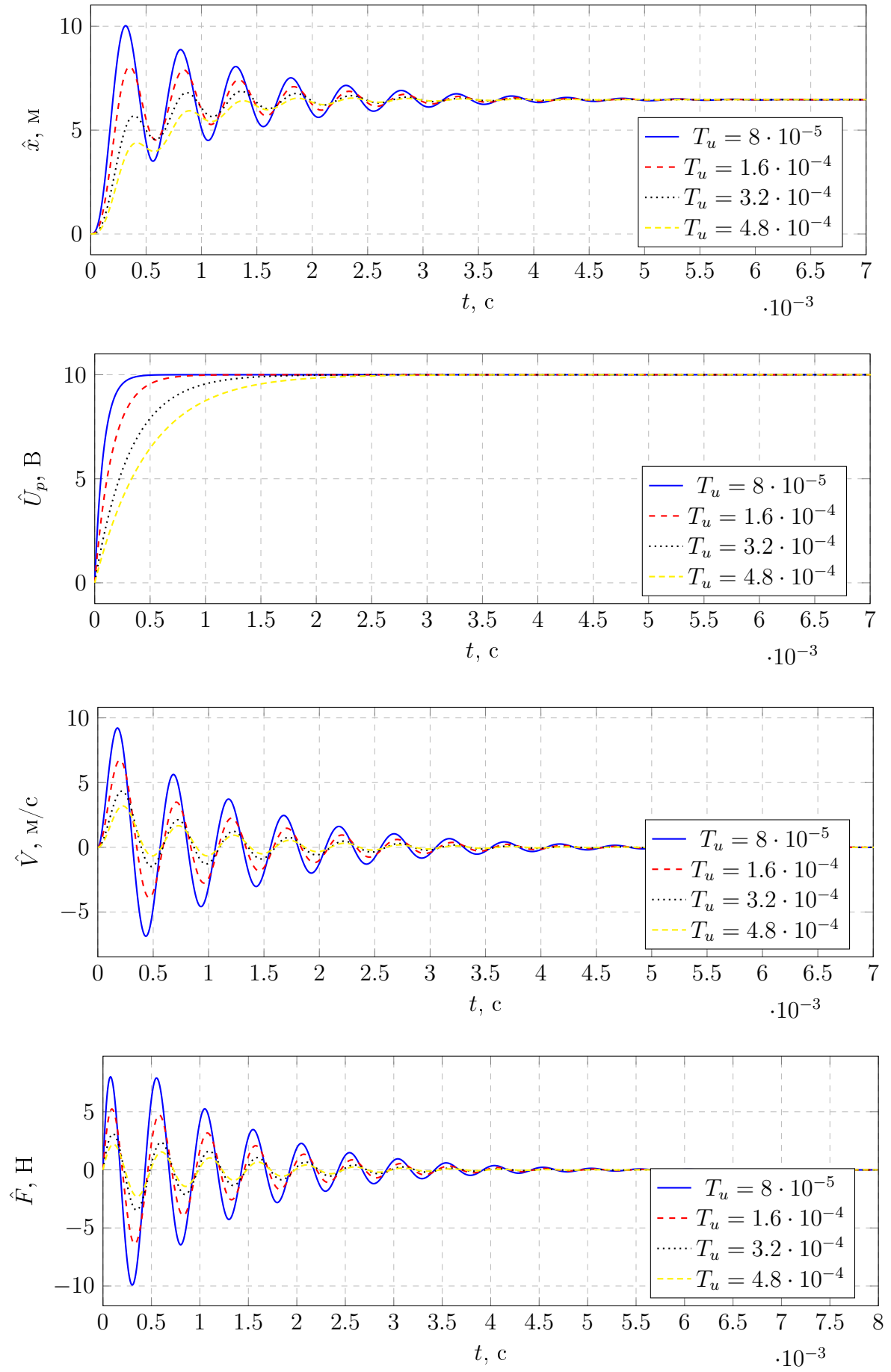


Рисунок 5 – Влияние времени  $T_u$  на качество переходных процессов

## 5 Исследование влияния коэффициента упругости $C_p$

Исследуем поведение системы, варьируя  $C_p$ , при выключенном питании  $U = 0$  и приложенном воздействии  $F_B = 75$ . На рисунке 6 представлены полученные в результате математического моделирования переходные процессы при различных  $C_p$ .

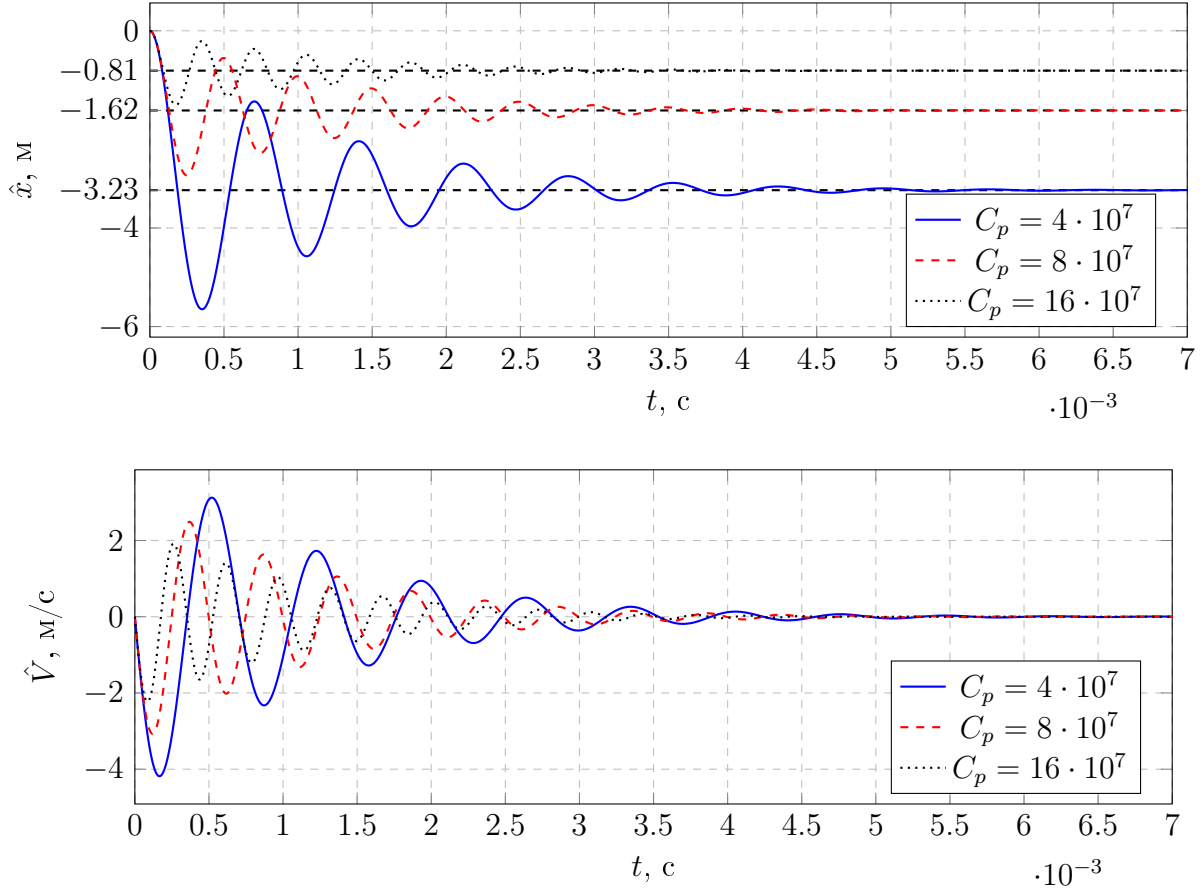


Рисунок 6 – Переходные процессы в ПД при различных  $C_p$  и  $U = 0$

Как видно из рисунка, при увеличении коэффициента упругости, сопротивление системы увеличивается и как следствие влияние сил снижается на значение  $C_p$ , в результате чего снижается амплитуда колебаний и уровень "сжатия" двигателя. Это подтверждает следующее выражение:

$$F_y = C_p x = F_0 + F_{\text{д}} + F_d + F_B \Rightarrow x = \frac{F_0 + F_{\text{д}} + F_d + F_B}{C_p}$$

где  $F_y$  - сила упругости,  $F_0$  - обратный пьезоэффект,  $F_d$  - демпфирующее усилие,  $F_{\text{д}}$  - динамическое усилие.



## Вывод

В данной работе мы ознакомились с принципом работы составного пьезоэлектрического двигателя, а также исследовали его математическую модель.

Система имеет комплексно-сопряженные корни с отрицательной вещественной частью. Это видно по переходным процессам, представленным на рисунке 3.

При увеличении массы нагрузки  $m$ , вследствие увеличения динамического воздействия  $F_d$ , увеличивается перерегулирование  $\sigma$  и время переходных процессов  $t_n$ .

При увеличении постоянной времени  $T_u$  уменьшается скорость изменения напряжения  $U_p$ , соответственно уменьшается разность между силами действующими на ПД и процесс протекает более плавно. Как следствие уменьшается значение перерегулирования, и времени переходного процесса, что прослеживается на рисунке 5.

При увеличении коэффициента упругости  $C_p$  уменьшается влияние сил системы и как следствие снижается амплитуда колебаний и установившееся значение  $x_{уст}$ . Это хорошо прослеживается из выражения:  $F = -F_B - K_d\dot{x} - C_px$ . Значение  $x$  будет уменьшаться до тех пор, пока  $x > \frac{-F_B - K_d\dot{x}}{C_p}$ , когда  $x$  опустится ниже этого значения, скорость начнет менять свой знак, и чем выше  $C_p$ , тем раньше это произойдет. Что видно на рисунке 6.