

Министерство образования и науки Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ
ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ

Кафедра Систем Управления и Информатики Группа Р3340

Лабораторная работа №12
Анализ линейных непрерывных систем с
использованием прикладного пакета matlab
control system toolbox.
Вариант - 3

Выполнил _____ (подпись)
(фамилия, и.о.)

Проверил _____ (подпись)
(фамилия, и.о.)

" ____ " _____ 20 ____ г. Санкт-Петербург, 20 ____ г.

Работа выполнена с оценкой _____

Дата защиты " ____ " _____ 20 ____ г.

1 Задача

Целью работы является исследование динамических и частотных характеристик, анализ структурных свойств и устойчивости линейных непрерывных систем с помощью прикладного пакета matlab.

В качестве объекта исследования выбраны линейные непрерывные динамические стационарные системы. Исходная модель разомкнутой системы представляется в форме вход-выход и описывается передаточной функцией вида:

$$W(s) = \frac{b_1 s + b_0}{s(a_2 s^2 + a_1 s + a_0)} \quad (1)$$

Значения коэффициентов a_0, a_1, a_2, b_0, b_1 представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Коэффициенты передаточной функции

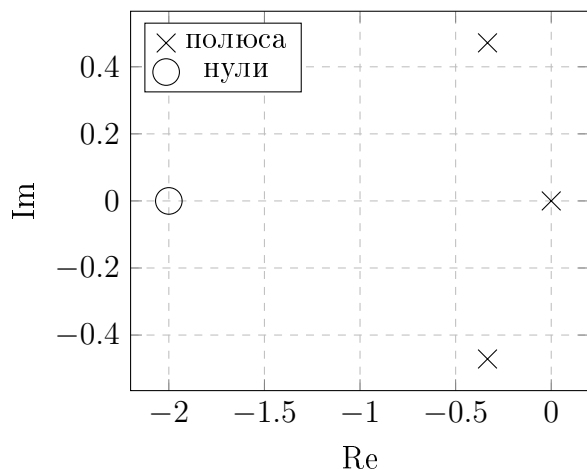
a_0	a_1	a_2	b_0	b_1
1	2	3	2	1

Далее необходимо перейти от исходной разомкнутой системы к замкнутой системе с жесткой отрицательной обратной связью и провести ее анализ в соответствии с порядком выполнения работы.

2 Анализ разомкнутой системы

Передаточная функция разомкнутой системы представлена ниже:

$$W(s) = \frac{s + 2}{3s^3 + 2s^2 + s} \quad (2)$$



Из исходной системы можем найти нули и полюса.

$$p_1 = -2$$

$$z_1 = 0$$

$$z_{2,3} = -\frac{1}{3} \pm i\frac{\sqrt{2}}{3}$$

где p - полюса, z - нули. Графическое изображение найденных решений представлено на рисунке 1.

Рисунок 1 – Нули и полюса

Далее построим логарифмические амплитудночастотные и фазочастотные характеристики. Они представлены на рисунке 2.

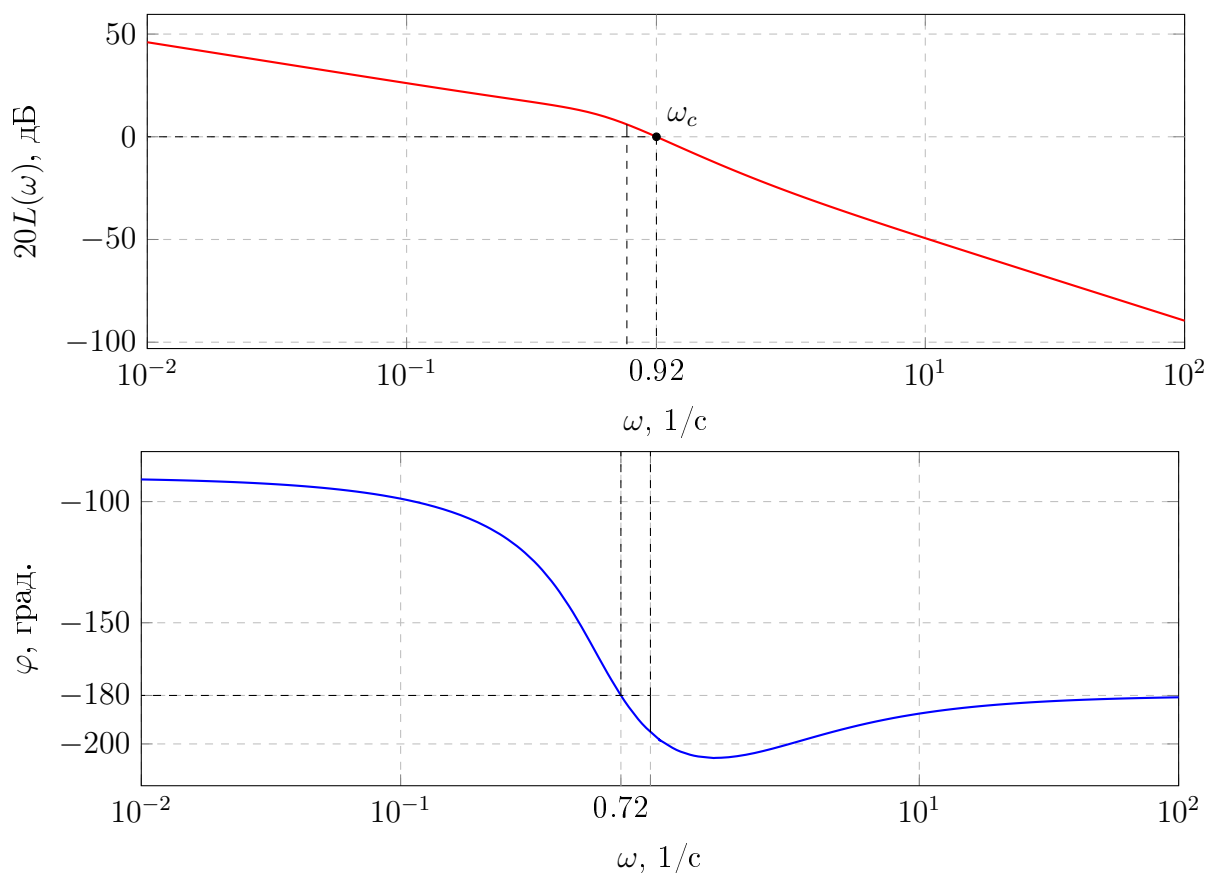


Рисунок 2 – ЛАЧХ и ЛФЧХ

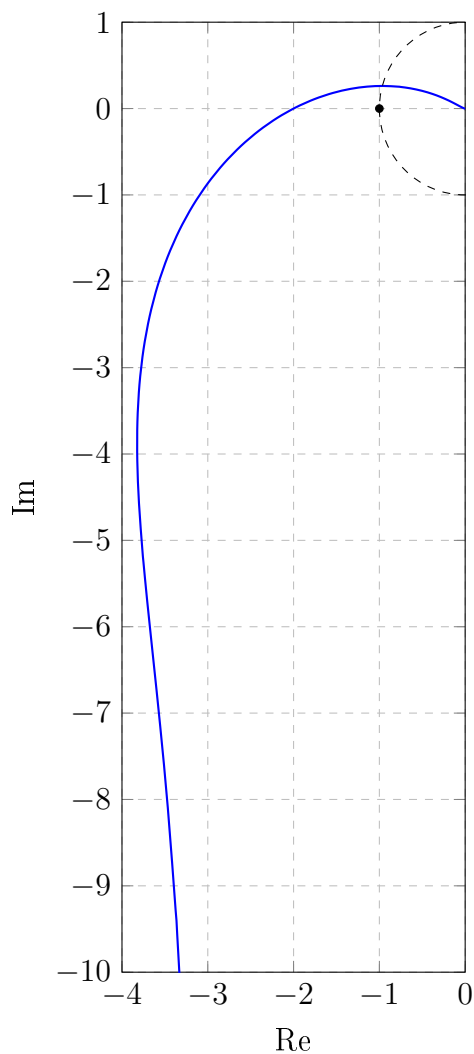


Рисунок 3 – АФЧХ

По ЛАЧХ и ЛФЧХ можно найти частоту среза ω_c , запас устойчивости по амплитуде A_z и по фазе φ_z .

$$\omega_c = 0.919 \quad A_z = -2 \quad \varphi_z = -15.2^\circ$$

Все эти точки отмечены соответственно на рисунке 2. Далее на основании полученных характеристик можем построить амплитудночастотную характеристику. Она изображена на рисунке 3.

Для определения устойчивости воспользуемся критерием Найквиста. Специально для удобства определения была начерчена единичная окружность. Как видно из рисунка 3 системе не устойчива по данному критерию, поскольку график огибает точку $(-1, 0)$.

3 Анализ замкнутой системы

Передаточная функция с коэффициентом обратной связи K записана ниже.

$$W_{\text{замк.}}(s) = \frac{s + 2}{3s^3 + 2s^2 + (1 + K)s + 2K} \quad (3)$$

Далее на рисунке 4 представлен графики корней при разных коэффициентах обратной связи $K \in [0, 108]$.

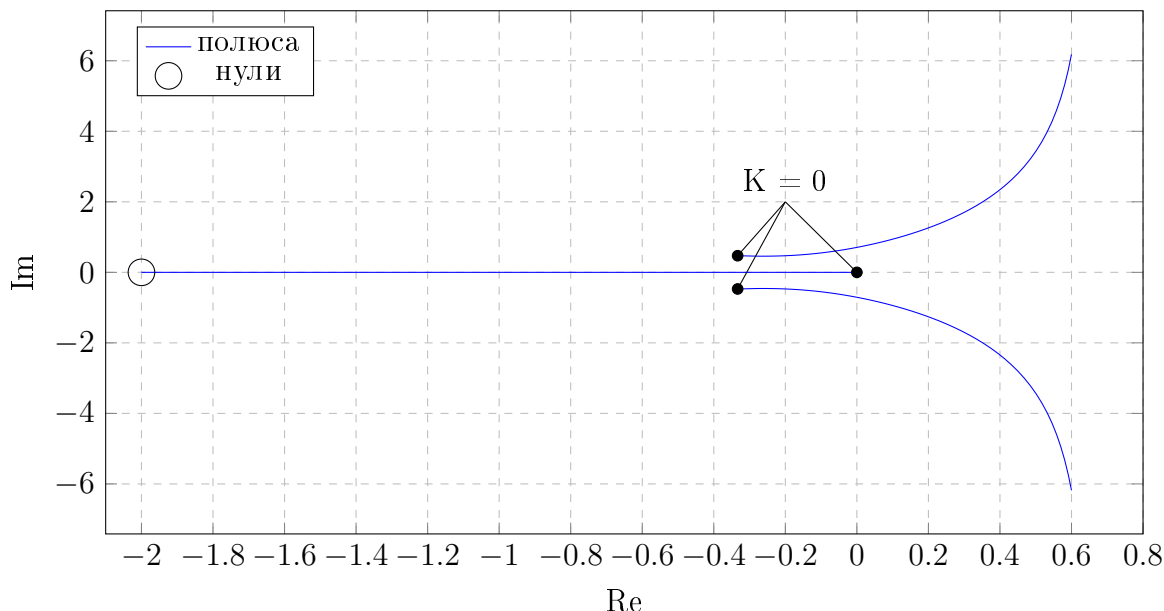


Рисунок 4 – Нули и полюса

Как видно, при $K = 0$ система имеет 1 нулевой корень и находится на границе устойчивости нейтрального типа, при увеличении K , система становится устойчивой, при этом вещественная часть комплексно сопряженных корней стемится в правую полуплоскость, что ведет к неустойчивости системы.

Пользуясь критерием Гурвица можно вывести, что система будет устойчива при следующих K :

$$0 > K > 0.5 \quad (4)$$

Это также соответствует рисунку 4. Выберем $K = 0.15$ и будем дальше с ним работать.

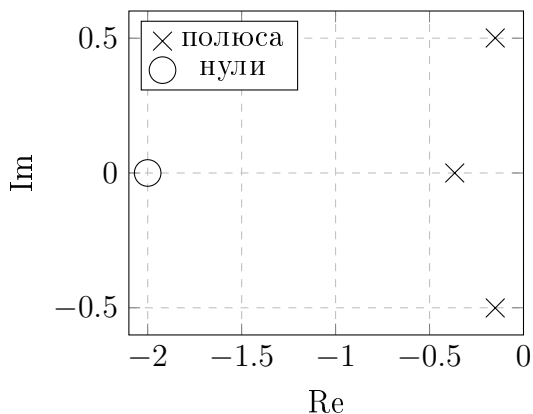


Рисунок 5 – Нули и полюса

В таком случае набор корней будет следующим (также корни изображены на рисунке 5):

$$\begin{aligned} p_1 &= -2 & z_1 &= -0.3659 \\ z_{2,3} &= -0.1504 \pm 0.5007i \end{aligned}$$

Как видно из рисунка 5 система устойчива. Степень устойчивости системы равна $Re(z_2) = Re(z_3) = -0.1504$.

На рисунке 6 и 7 представлены графики переходной и весовой функций замкнутой системы.

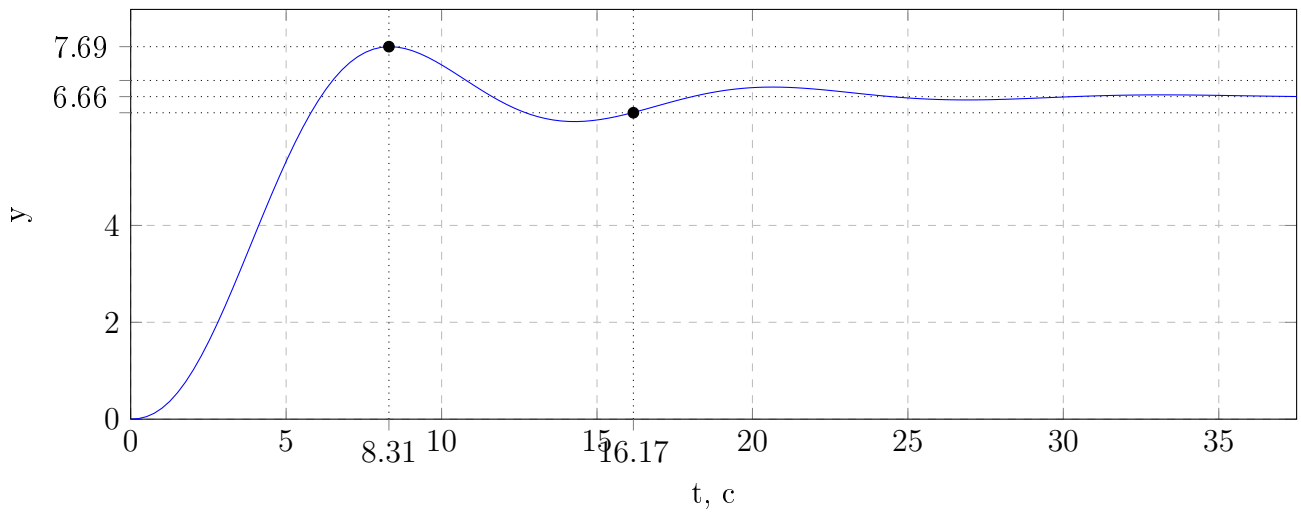


Рисунок 6 – Переходная функция

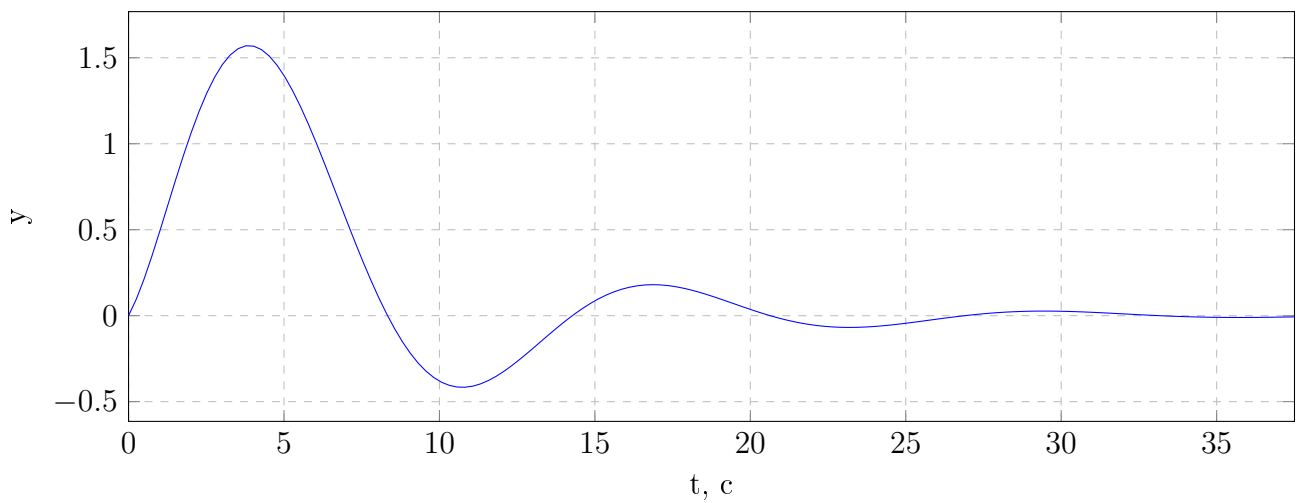


Рисунок 7 – Весовая функция

Время переходного процесса t_n и перерегулирование σ указаны ниже:

$$t_n = 16.17c$$

$$\sigma = 15.4\%$$

Далее приведем модель 3 к модели ВСВ. Она выглядит следующим образом:

$$\begin{cases} \dot{X} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} U \\ y = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 \end{bmatrix} X \end{cases} \quad (5)$$

где $x = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{bmatrix}^T$.

Теперь можно составить матрицы управляемости W_y и наблюдаемости W_n для определения управляемости и наблюдаемости модели.

$$W_y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -\frac{2}{3} \\ 0 & -\frac{2}{3} & \frac{2}{9} \end{bmatrix} \qquad W_n = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & 0 & 1 \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{1}{9} \\ 0 & \frac{1}{3} & -\frac{4}{9} \end{bmatrix}$$

Поскольку $\text{rang}\{W_y\} = 2$ система является не управляемой. При этом система является полностью наблюдаемой, поскольку $\text{rang}\{W_n\} = 3$.

Выводы

В данной работы мы исследовали разомкнутую систему. Получили ее корни и сравнили коренной критерий и Найквиста. Неустойчивая система по Найквисту является системой на нейтральной границе устойчивости по корневому критерию. Также мы построили различные частотные характеристики, и по ним определили запас устойчивости по амплитуде и фазе.

Также осуществили анализ замкнутой системы по разомкнутой (рисунок 4). При $K = 0$ система становится разомкнутой. При увеличении K до $1/2$ система будет устойчивой.

Далее мы построили переходную и весовую функцию, по которым определили время переходного процесса и перерегулирование, после чего преобразовали модель вход-выход замкнутой системы в каноническую управляемой форму модели ВСВ.

По полученной модели ВСВ мы проверили ее на управляемость и наблюдаемость. Система оказалась не полностью управляемой, поскольку элемент a_{31} матрицы состояний равен нулю.