

Лекция №10

# Введение в машинное обучение

Спасёнов Алексей

# Нейронные сети. Основы. Лекция 10



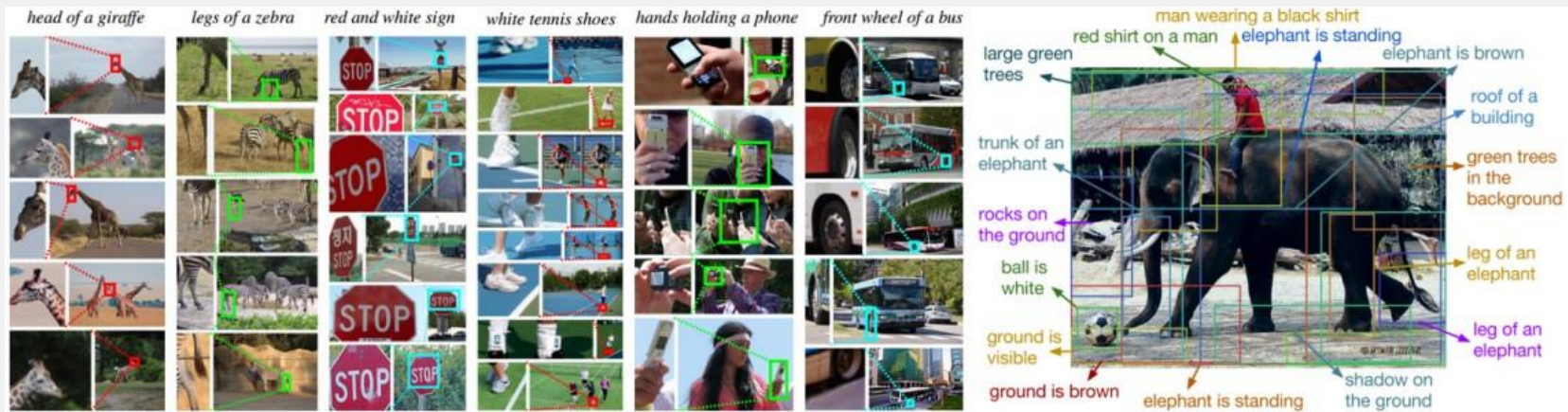
## Содержание лекции

1. История развития нейронных сетей
2. Методы оптимизации
3. Метод обратного распространения ошибки
4. Инструменты для создания нейронных сетей

# Нейронные сети. Примеры.



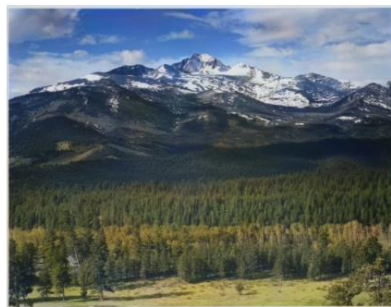
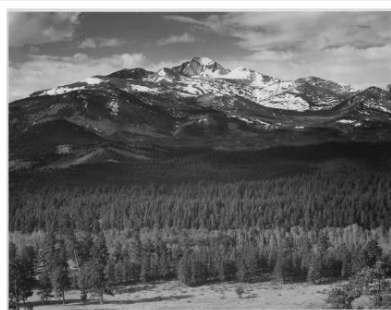
## Describing photos



# Нейронные сети. Примеры.



Restore colors in B&W photos and videos



Colorado National Park, 1941



Textile Mill, June 1937



Berry Field, June 1909

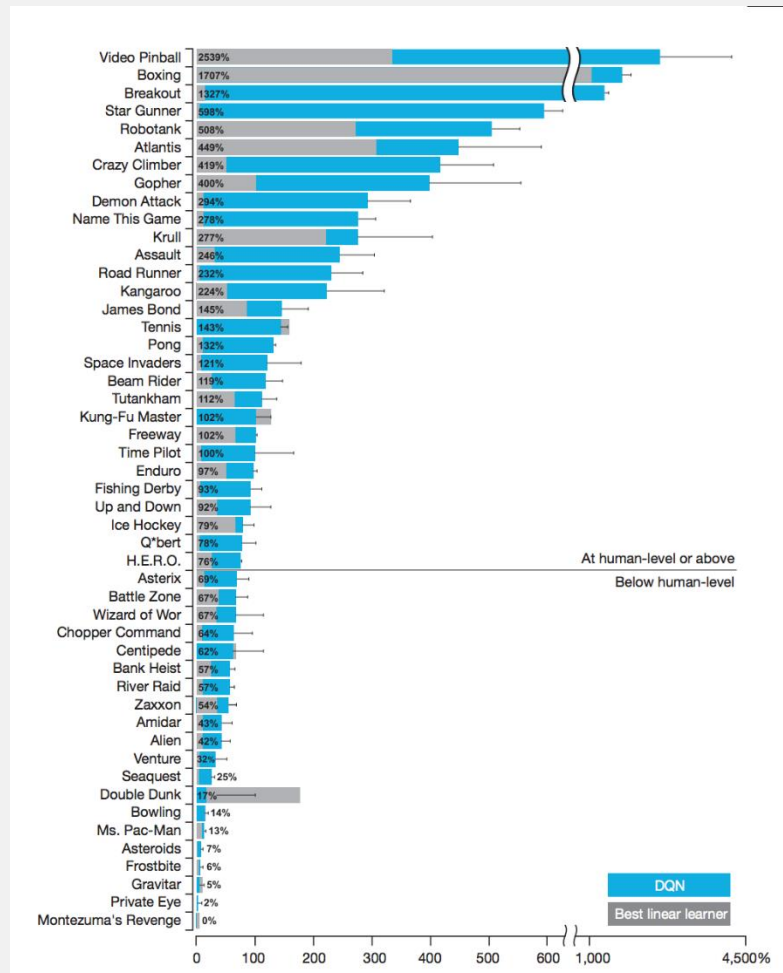


Hamilton, 1936

# Нейронные сети. Примеры.



## Beating people in dozens of computer games

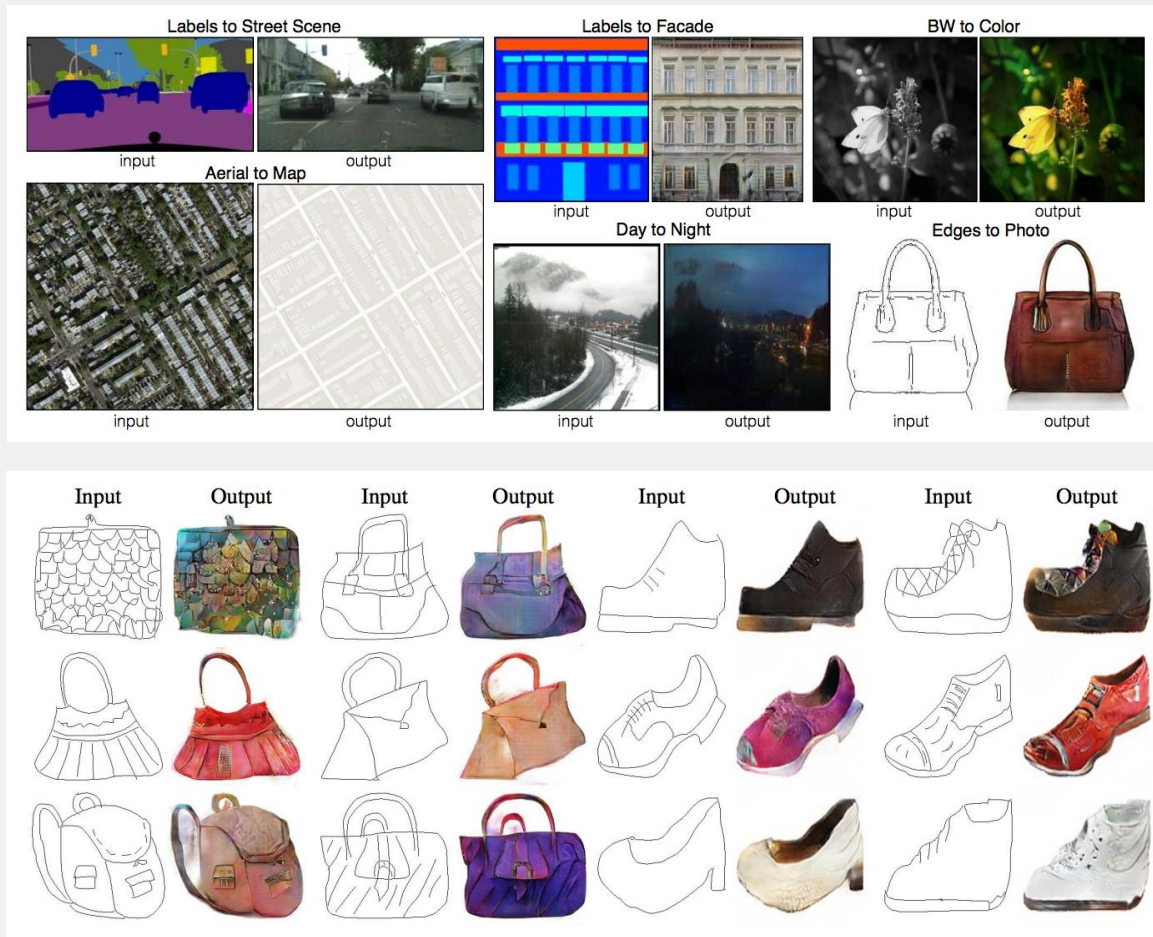




# Нейронные сети. Примеры.



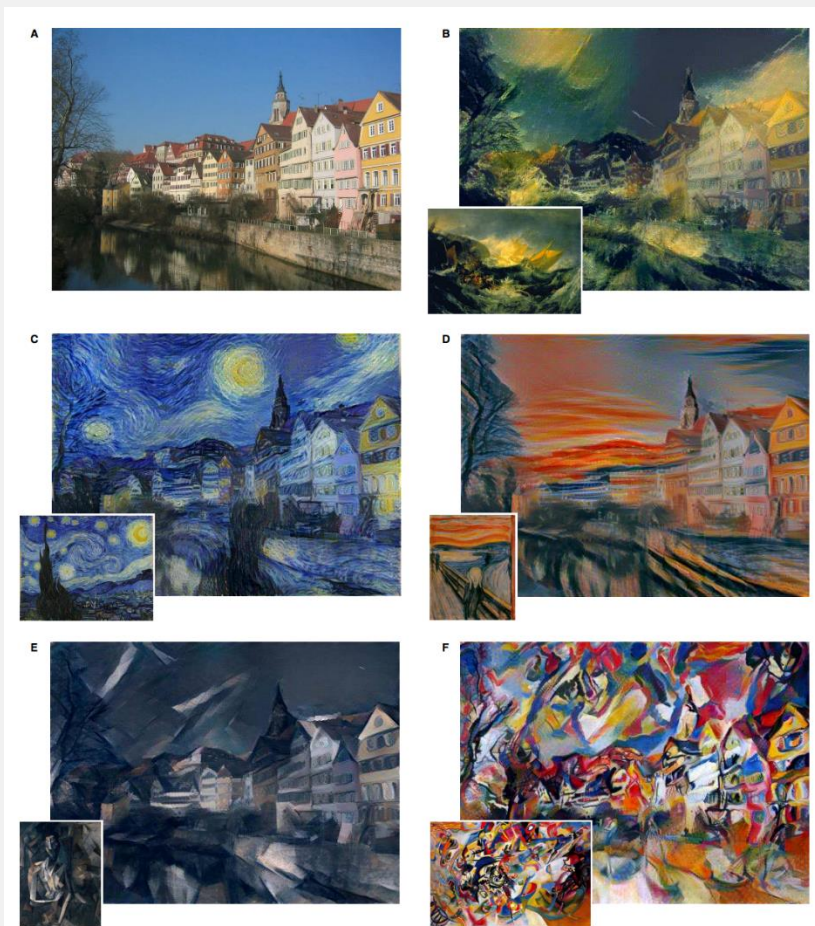
## Create new images



# Нейронные сети. Примеры.



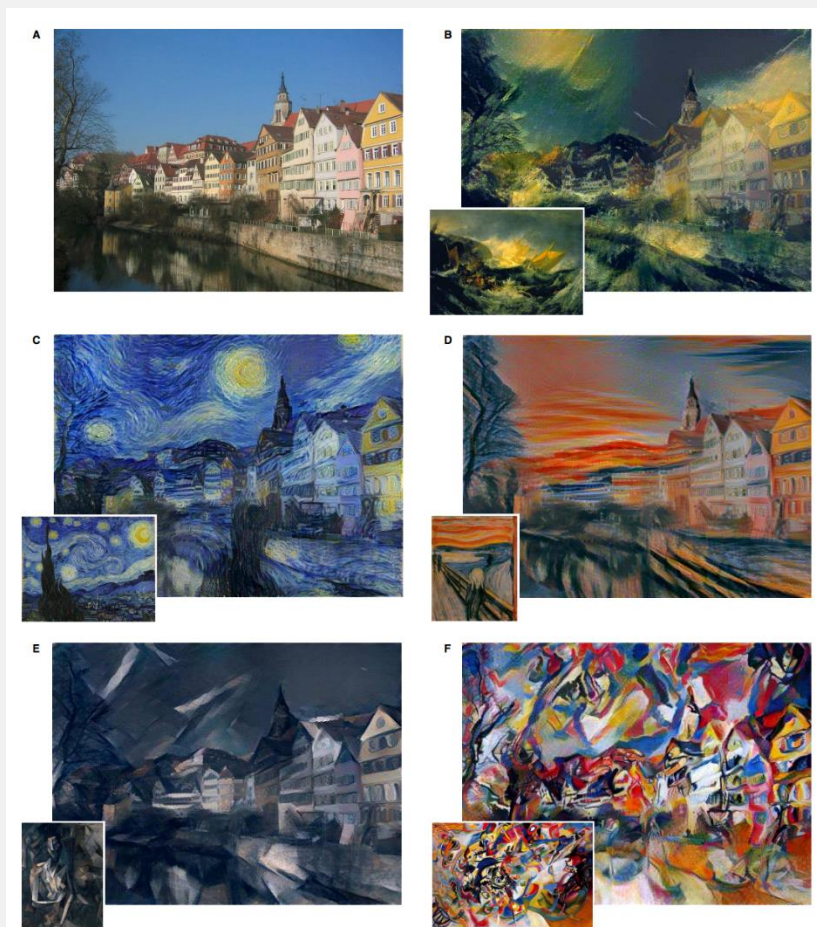
Transferring style from famous paintings



# Нейронные сети. Примеры.



Transferring style from famous paintings





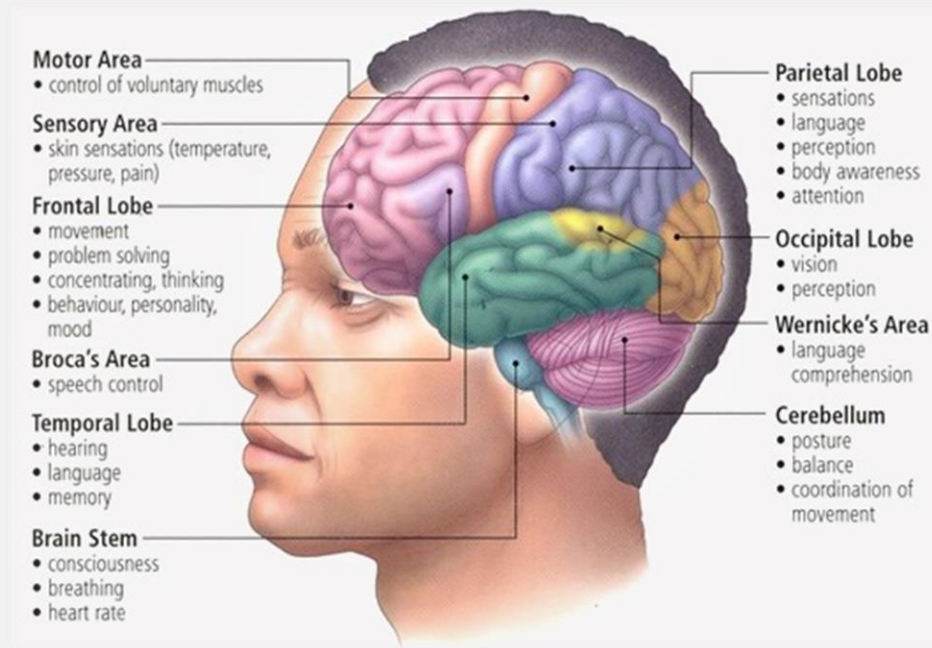
# Нейронные сети



Добро пожаловать в deep learning!



## Структура мозга человека



Количество нейронов:  $86 \cdot 10^9$

Число транзисторов:

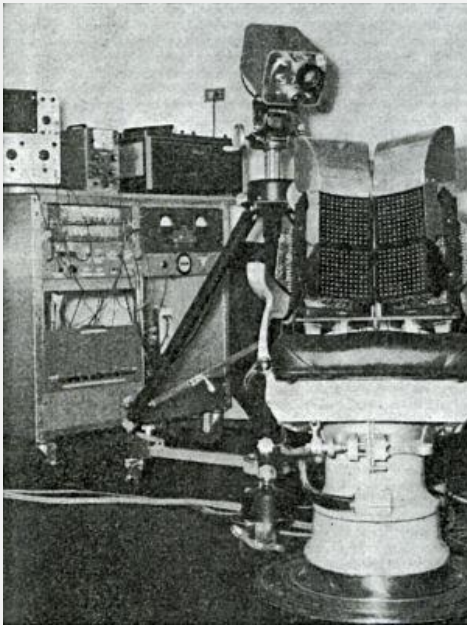
1) GPU Turing:  $18.6 \cdot 10^9$

2) Xeon Skylake-E5:  $13.2 \cdot 10^9$

Нейроны обладают  
нейропластичностью



## Нейропластичность

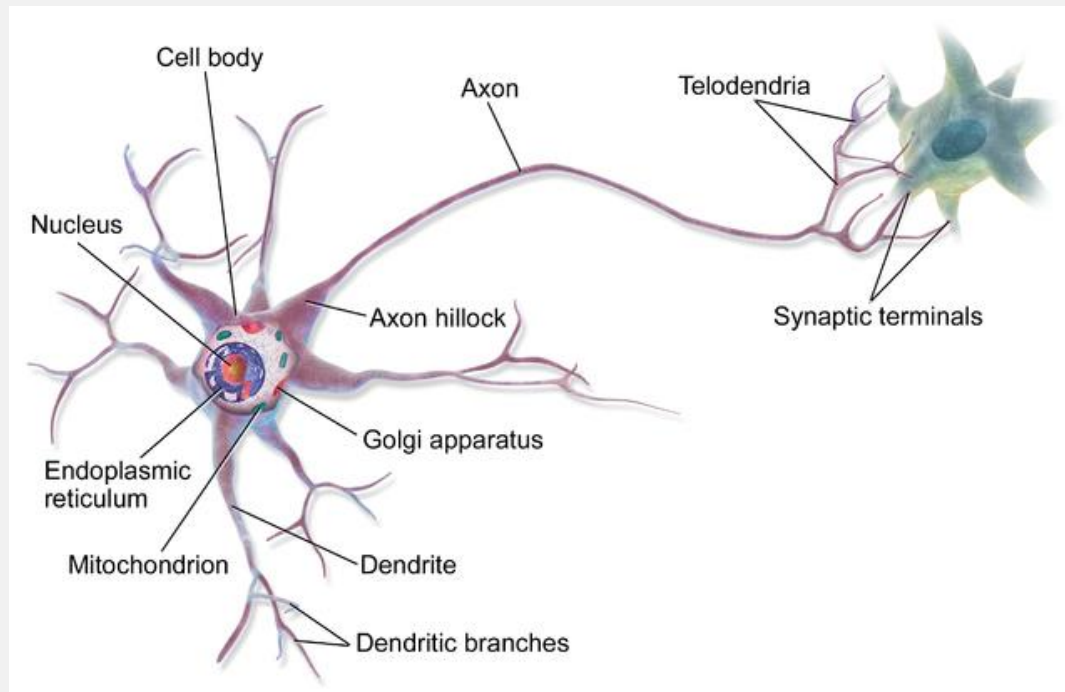


Пол Бак-и-Рита (Paul Bach-y-Rita)

Создан прибор (BrainPort), основой которого является матрица электродов (до 20 на 20 штук), присоединяемых к языку (1969)



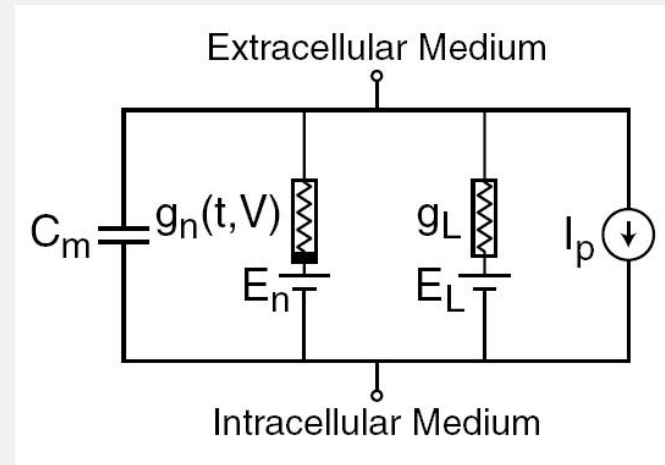
## Биологический нейрон





## Модель Ходжкина — Хаксли

Математическая модель, описывающая генерацию и распространение потенциалов действия в нейронах (1952 год).



$C_m$  - электроёмкость соответствует внутреннему липидному слою клеточной мембраны

$g_n$  - потенциал-зависимые ионные каналы отвечают за нелинейную электрическую проводимость

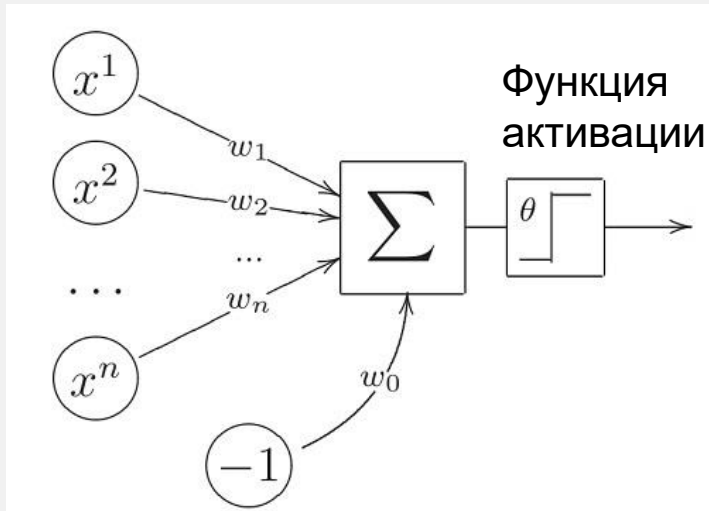
$g_L$  - каналы мембранных пор отвечают за пассивную проводимость

$E_n, E_L$  - источники напряжения побуждают ионы к движению через мембранные каналы





## Нейрон МакКаллока-Питтса (1943 год)



$$y(X) = f\left(\sum_{i=1}^n (w_i x^i) - w_0\right)$$

$f(z)$ - ступенчатая функция Хевисайда.

Модель МакКаллока-Питтса эквивалентна пороговому линейному классификатору



## Правила Хебба (1949 год)

В 1949 физиологом Дональдом Олдингсом Хеббом была написана книга «Организация сознания», в которой автор описал процесс адаптирования нейронов в мозге человека в процессе обучения.

Правила Хебба:

- 1) Если два нейрона по разные стороны от синапсов активируются синхронно, то «вес» синапса слегка возрастает.
- 2) Если два нейрона по разные стороны от синапсов активируются асинхронно, то «вес» синапса слегка ослабевает или синапс удаляется.



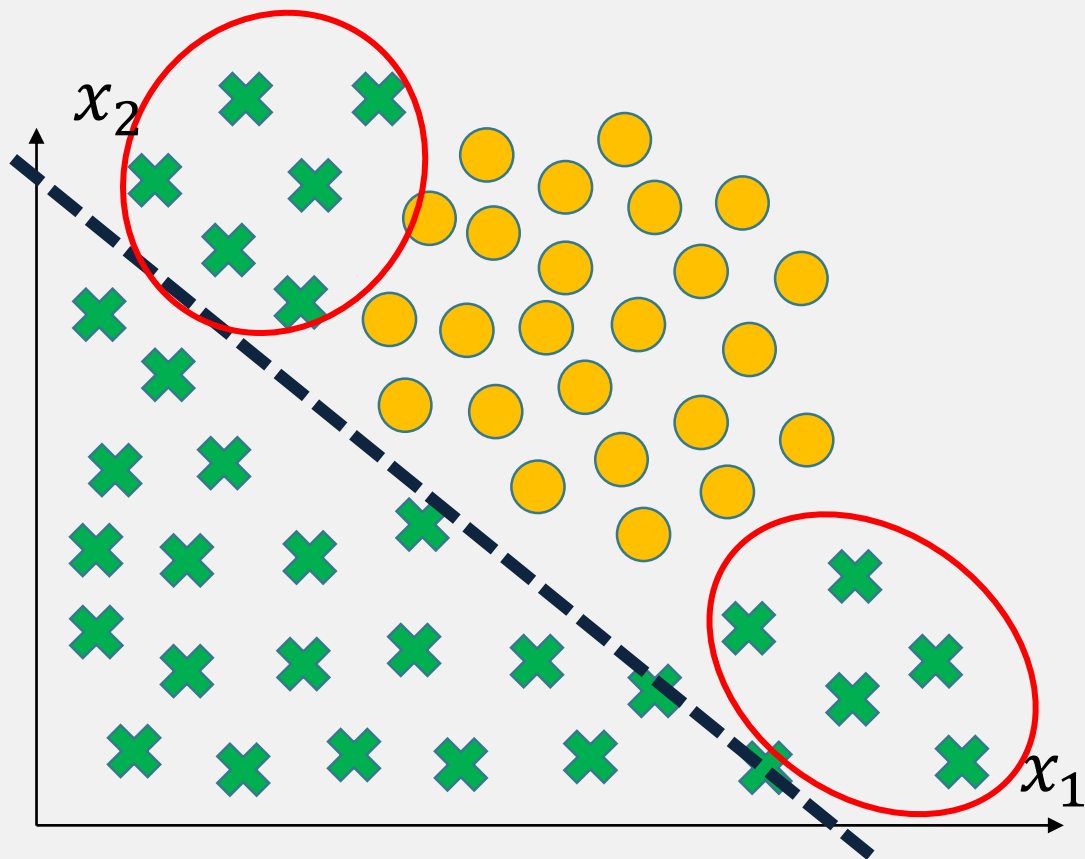
## Персептрон Розенблатта (1958 год)

В 1958 нейрофизиологом Френком Розенблаттом была предложена модель восприятия информации человеком и названа «персептроном». Реализовал первый нейрокомпьютер «MARK-1»





## Персептрон





## Персептрон

Мáрвин Ли Мíнский (Marvin Lee Minsky), американский учёный в области искусственного интеллекта, провёл детальный математический анализ персептрона и опубликовал формальное доказательство ограниченности этой модели (1969 год).

Отсутствие преимуществ и ограниченность модели убавили интерес научного сообщества к нейронным сетям.





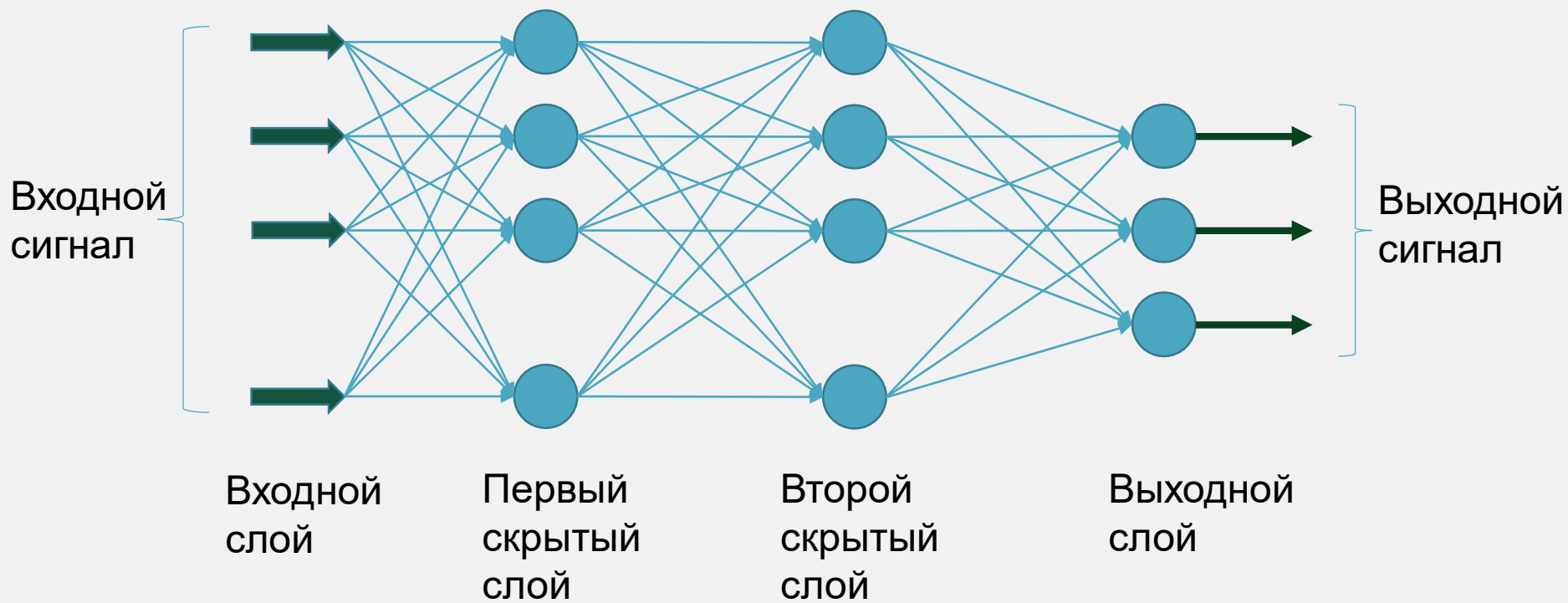
## **Дальнейшее развитие:**

- 1) 1972 год – Т. Кохонен разрабатывает новый тип нейросетей для задачи manifold embedding и topology preserving mapping
- 2) 1975-1980 – К. Фукусима разрабатывает когнитрон и неокогнитрон, совершенно новый тип многослойной свёрточной сети, созданной по аналогии со строением зрительной системы
- 3) 1982 год – Дж. Хопфилд разрабатывает новый тип нейросетей с обратными связями, выполняющей функции ассоциативной памяти
- 4) 1986 год – Д. Румельхарт, Дж. Хинтон и Р. Вильямс разрабатывают вычислительно эффективный метод обучения многослойных нейронных сетей – метод обратного распространения ошибки

# Нейронные сети



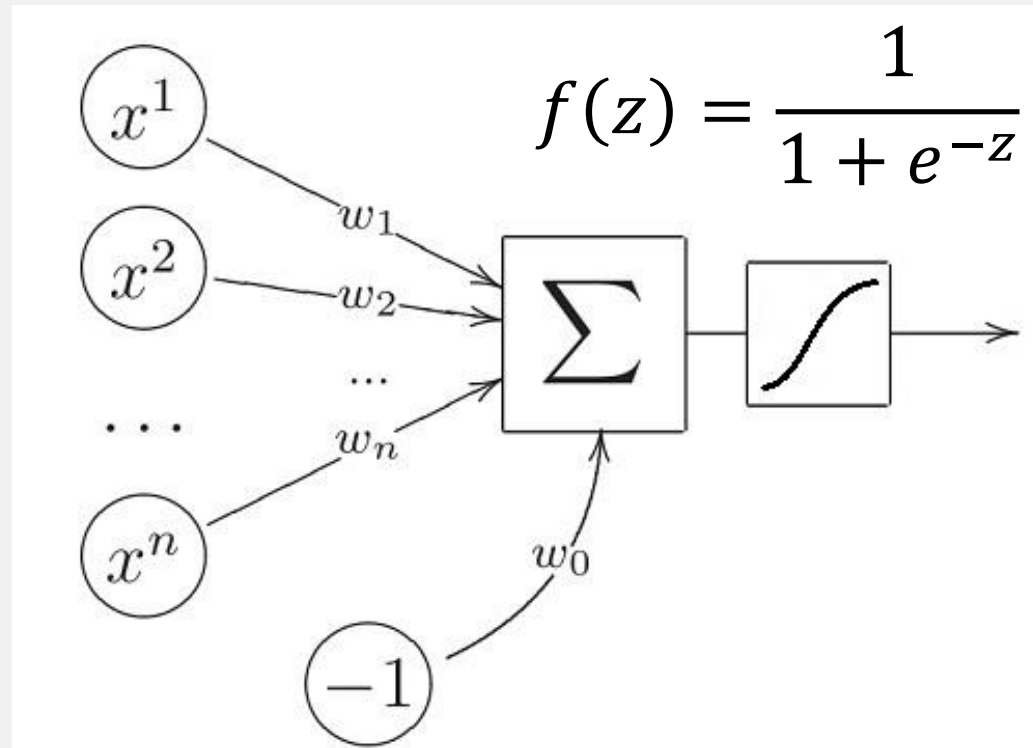
## Многослойный персептрон





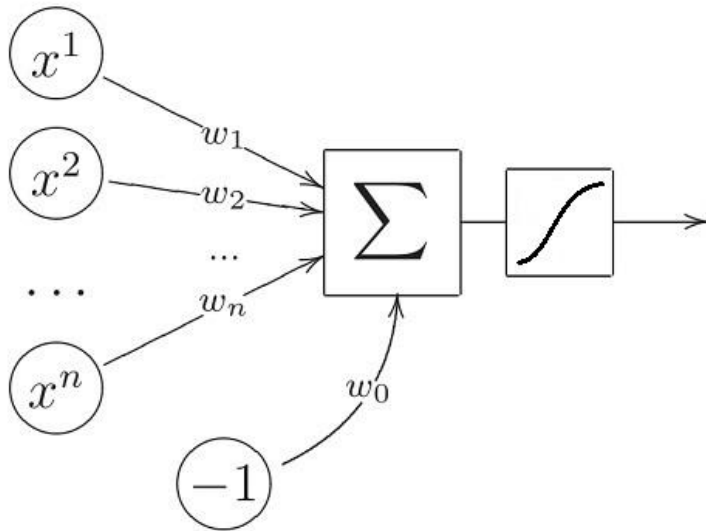
## Логистическая регрессия

В качестве функции  $f(z)$  возьмём функцию:

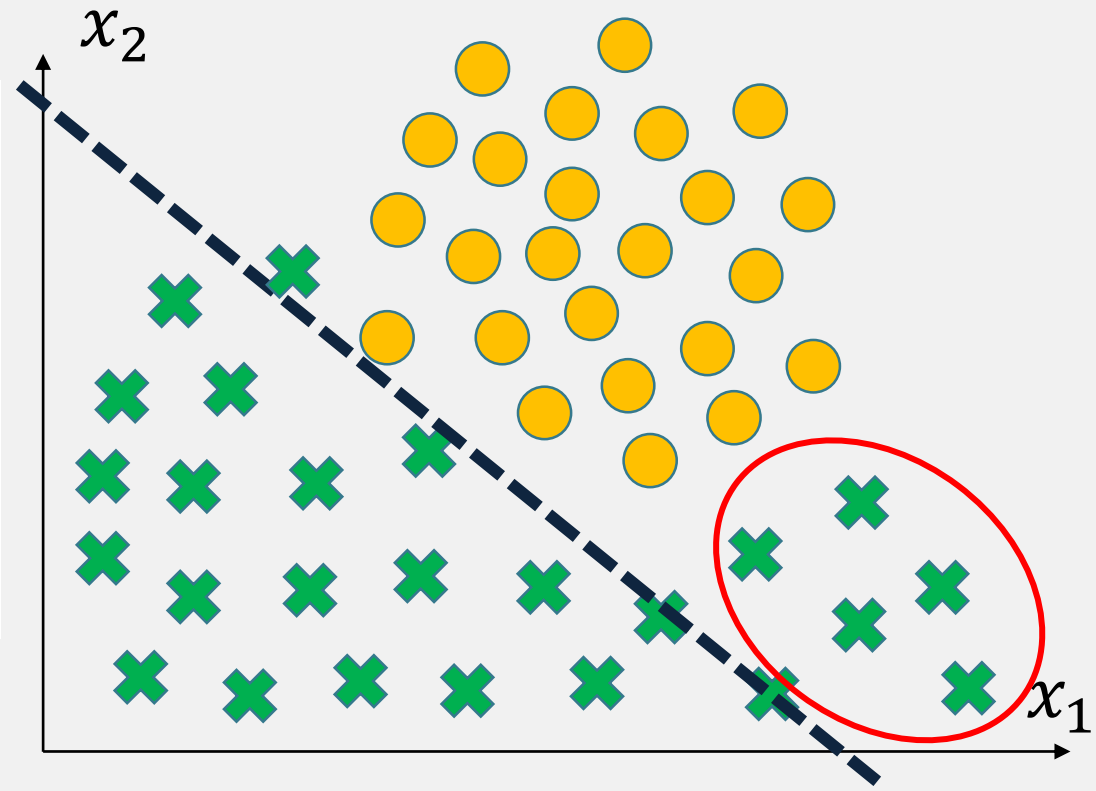




## Логистическая регрессия



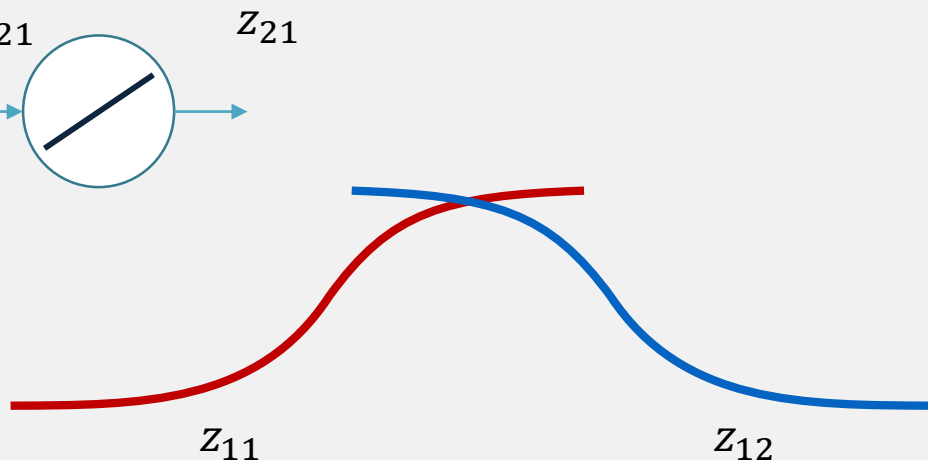
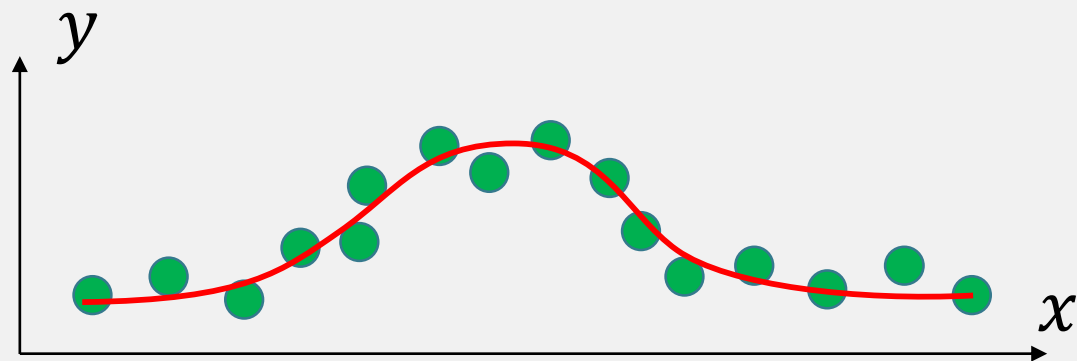
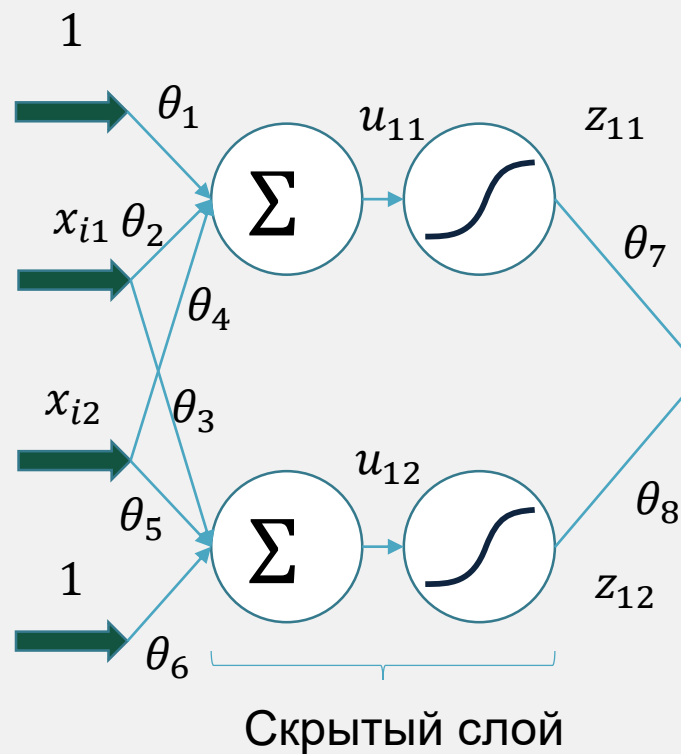
$$f(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}}$$



# Нейронные сети



## Многослойный персептрон (MLP) Решаем задачу регрессии



Как находить параметры модели?





## Оптимизация

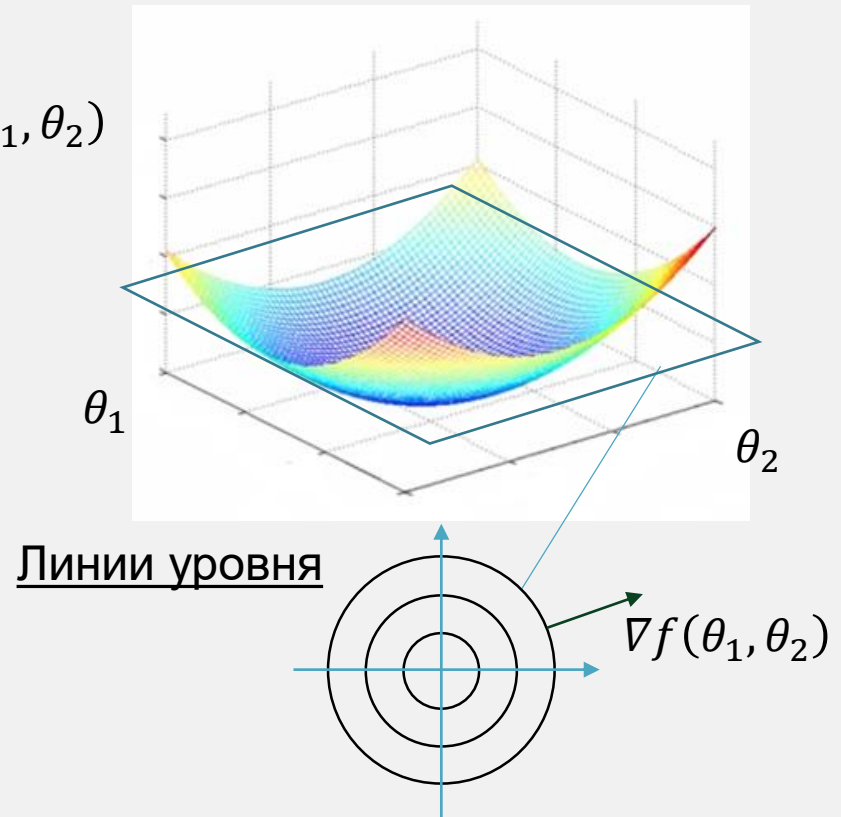
Функция:

$$f(\theta_1, \theta_2) = \theta_1^2 + \theta_2^2 \quad f(\theta_1, \theta_2)$$

Частные производные:

$$\frac{\delta f(\theta_1, \theta_2)}{\delta \theta_1} = 2\theta_1, \quad \frac{\delta f(\theta_1, \theta_2)}{\delta \theta_2} = 2\theta_2$$

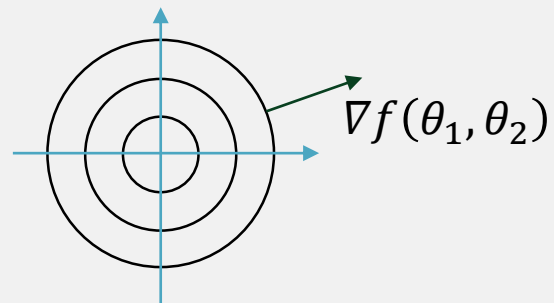
$$\nabla f(\theta_1, \theta_2) = \begin{bmatrix} 2\theta_1 \\ 2\theta_2 \end{bmatrix}$$





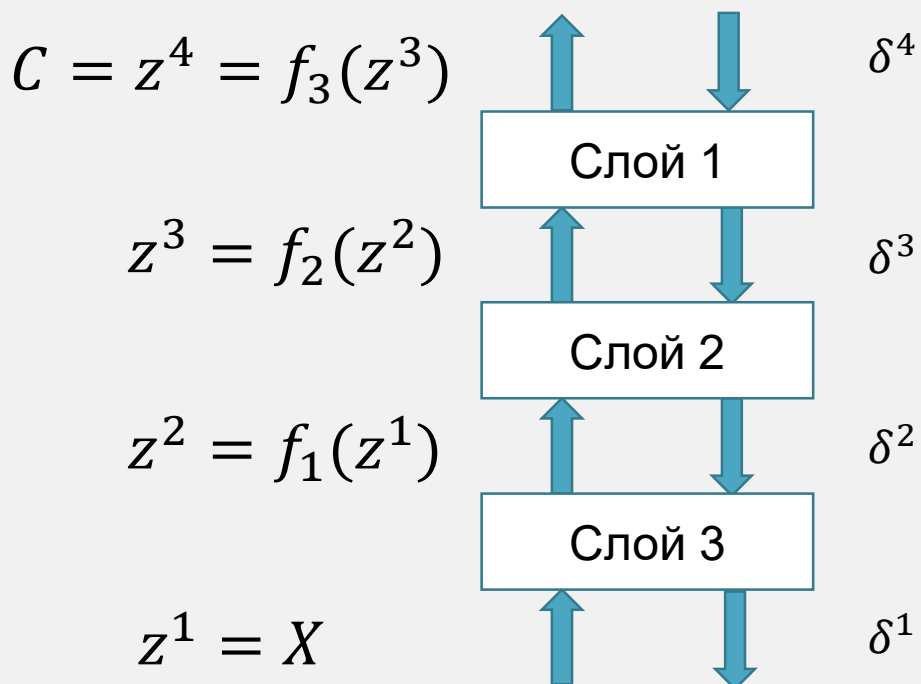
## Метод градиентного спуска

$$\Theta_{k+1} = \Theta_k - \eta_k \mathbf{g}_k = \Theta_k - \eta_k \nabla f(\theta_k)$$





## Метод обратного распространения ошибки



$$\begin{aligned}\delta_i^L &= \frac{\partial C}{\partial z_i^L} = \sum_j \frac{\partial C}{\partial z_j^{L+1}} \frac{\partial z_j^{L+1}}{\partial z_i^L} = \\ &= \sum_j \delta_i^{L+1} \frac{\partial z_j^{L+1}}{\partial z_i^L}\end{aligned}$$

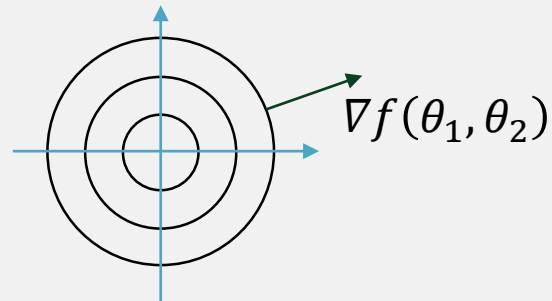
$C$  – некоторая целевая функция  
То, что мы хотим оптимизировать



## Метод градиентного спуска

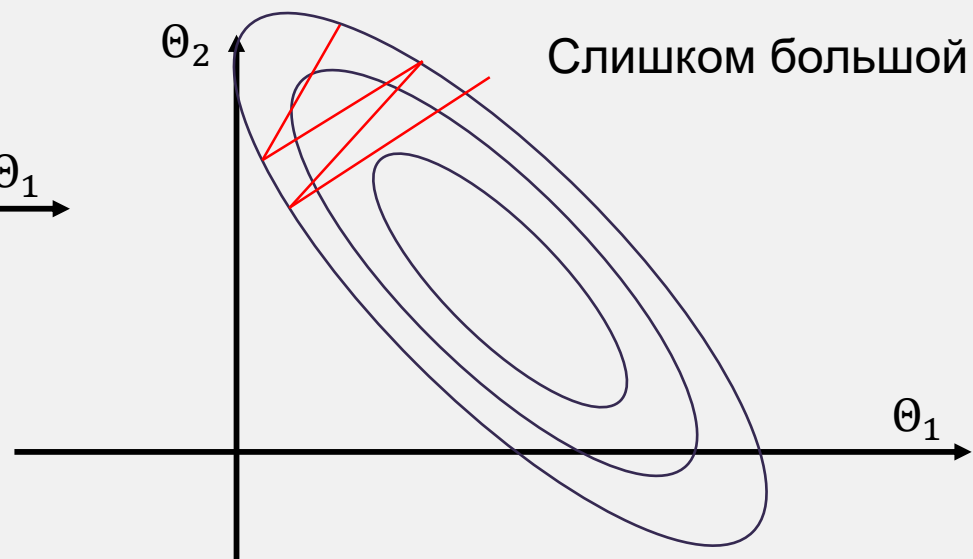
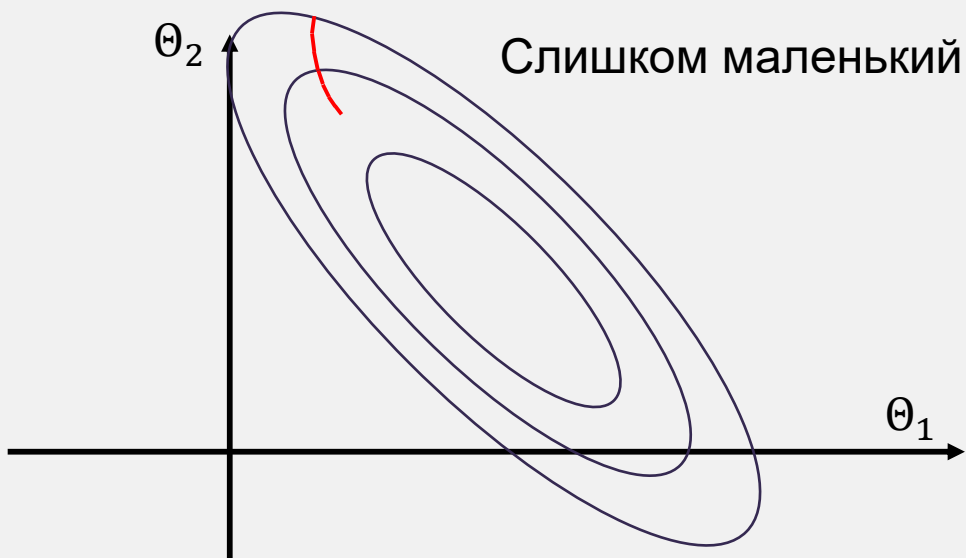
$$\Theta_{k+1} = \Theta_k - \eta_k \mathbf{g}_k = \Theta_k - \eta_k \nabla f(\theta_k)$$

Коэффициент обучения  
(learning rate)





## Метод градиентного спуска







## Метод Ньютона

Используем матрицу Гессе

$$\Theta_{k+1} = \Theta_k - H_k^{-1} g_k$$

$$f_{quad}(\Theta) = f(\Theta_k) + g_k^T (\Theta - \Theta_k) + \frac{1}{2} (\Theta - \Theta_k)^T H_k (\Theta - \Theta_k)$$
$$\frac{\partial}{\partial \Theta} f_{quad}(\Theta) = 0 + g_k^T + H_k (\Theta - \Theta_k) = 0$$



## Типы обучения

### 1) Offline обучения

$\Theta_{k+1} = \Theta_k - \eta_k \sum_{i=1}^n X_i^T (y_i - X_i \Theta_k)$ , где  $n$  – размер выборки

### 2) Online обучения

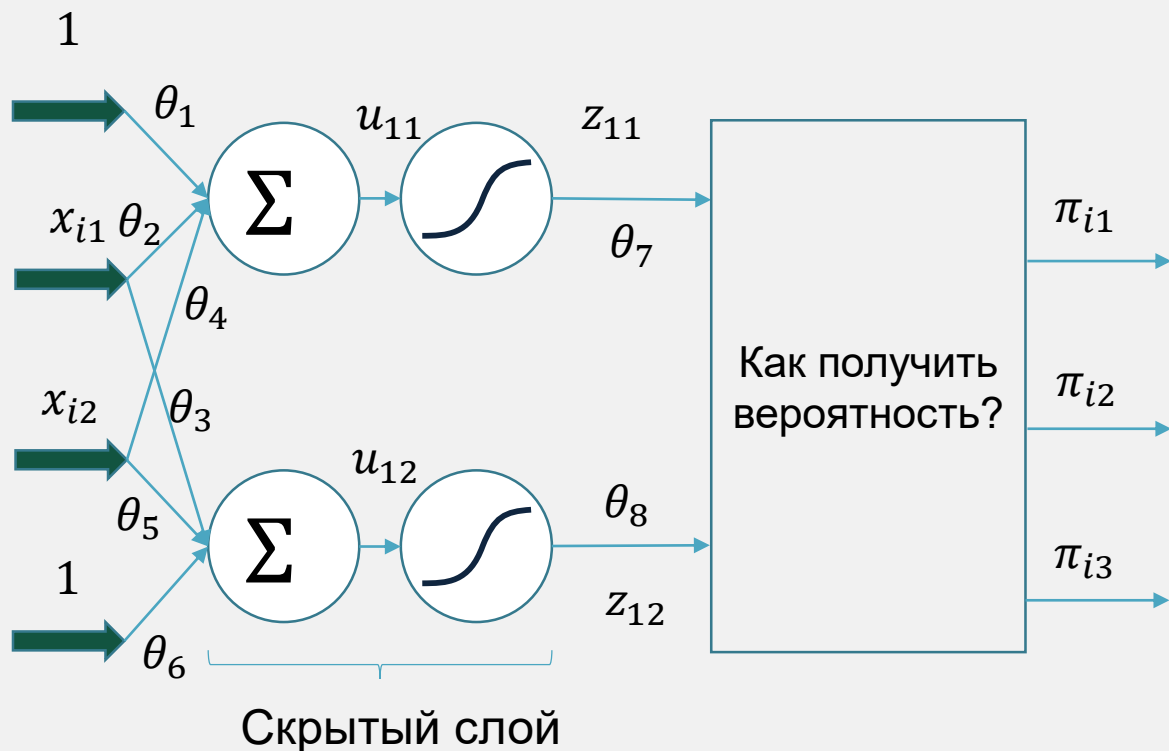
$$\Theta_{k+1} = \Theta_k - \eta_k X_k^T (y_k - X_k \Theta_k)$$

### 3) Обучение минибатчами

$\Theta_{k+1} = \Theta_k - \eta_k \sum_{j=1}^{20} X_j^T (y_j - X_j \Theta_k)$ , где 20 – размер минибатча



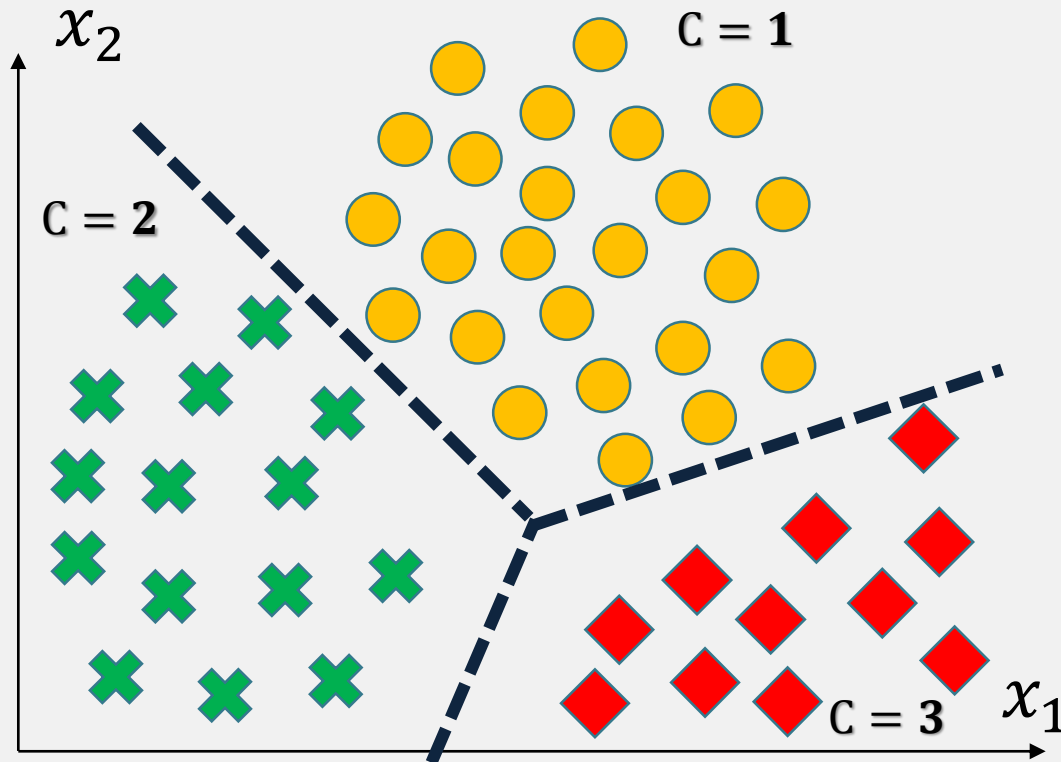
## Многослойный персептрон (MLP), классификация



Сложение выходов сигмоид не гарантирует  $\sum f = 1$

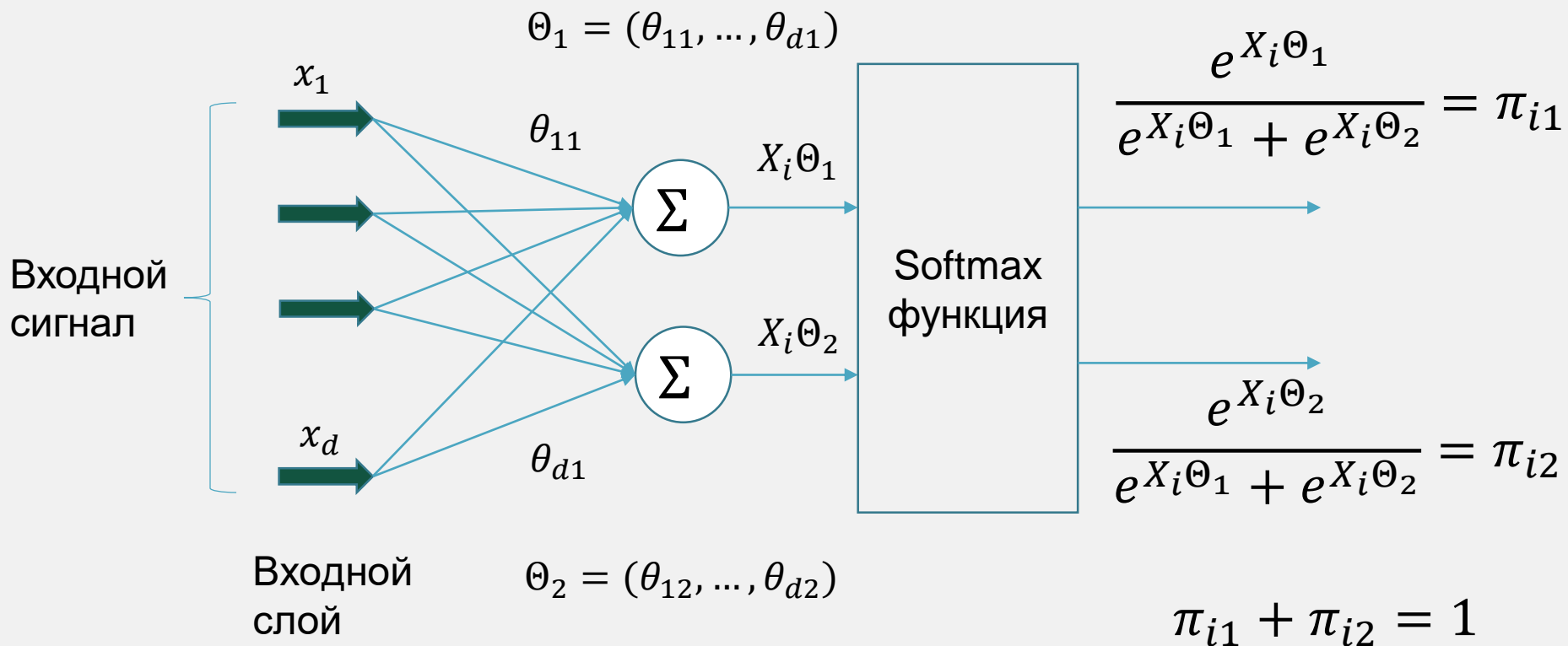


## Многослойный персептрон (MLP), классификация





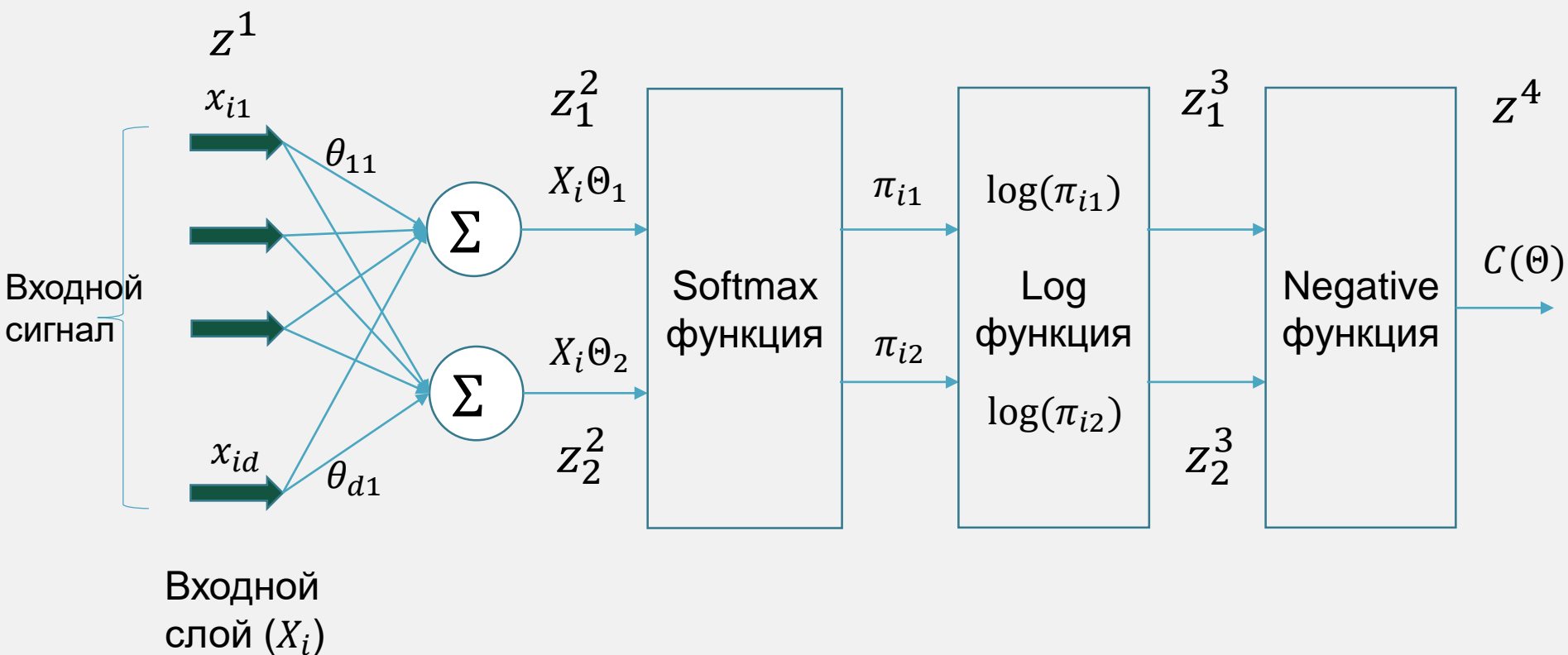
## Softmax функция



# Нейронные сети



## Softmax функция





## Softmax функция

$$C(\Theta) = z^4 \{z_1^3 [z_1^2(X_i\Theta), z_2^2(X_i\Theta)], z_2^3 [z_1^2(X_i\Theta), z_2^2(X_i\Theta)]\}$$

$$\frac{\partial C(\Theta)}{\partial \theta_{11}} = \frac{\partial z^4}{\partial z_1^3} \frac{\partial z_1^3}{\partial z_1^2} \frac{\partial z_1^2}{\partial \theta_{11}} + \frac{\partial z^4}{\partial z_1^3} \frac{\partial z_1^3}{\partial z_2^2} \frac{\partial z_2^2}{\partial \theta_{11}} + \frac{\partial z^4}{\partial z_2^3} \frac{\partial z_2^3}{\partial z_1^2} \frac{\partial z_1^2}{\partial \theta_{11}} + \frac{\partial z^4}{\partial z_2^3} \frac{\partial z_2^3}{\partial z_2^2} \frac{\partial z_2^2}{\partial \theta_{11}}$$

$$z = f(x(u, v), y(u, v))$$

$$\frac{\partial z}{\partial u} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial u} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial u}$$





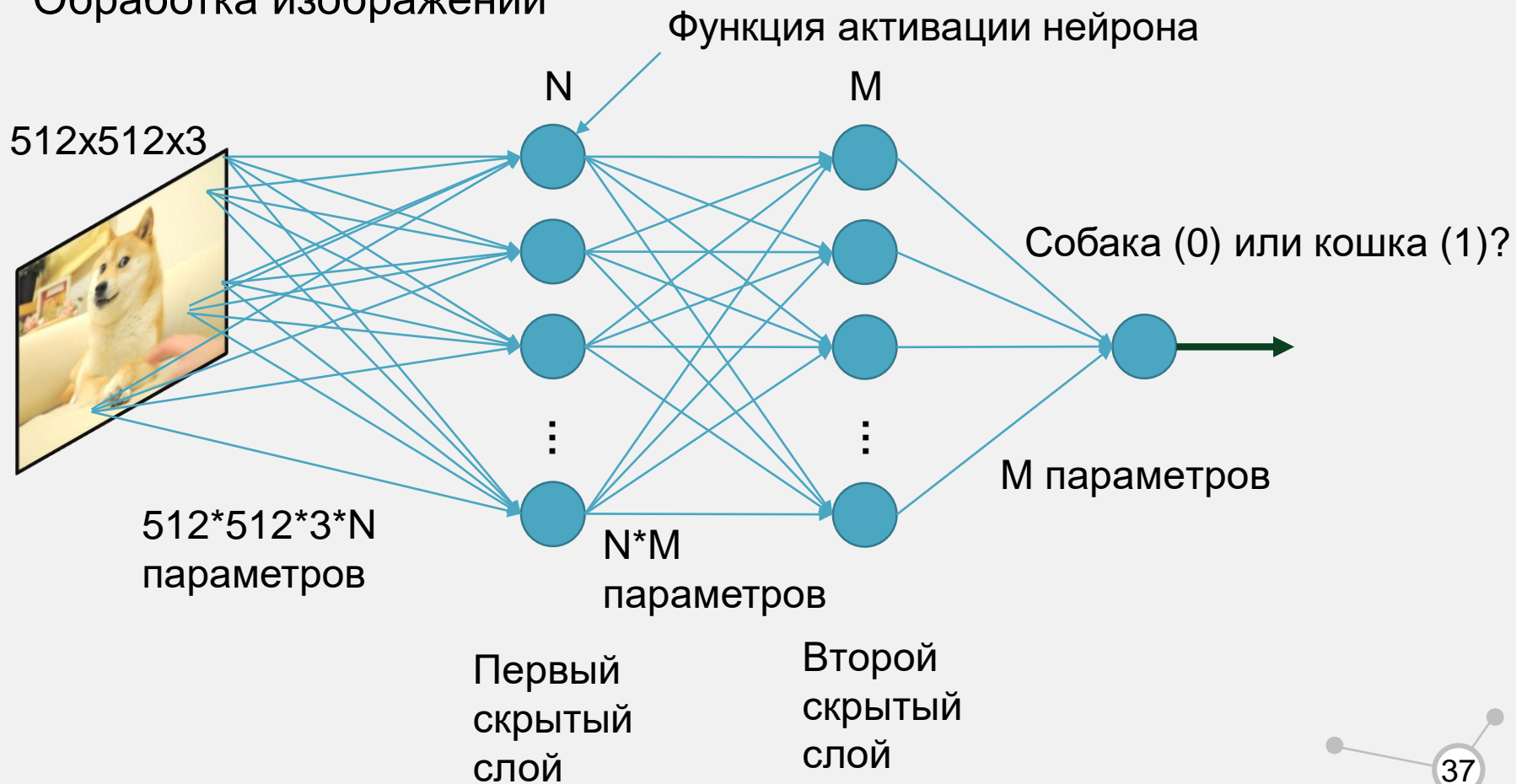
## Функции активации

Name	Plot	Equation	Derivative
Identity		$f(x) = x$	$f'(x) = 1$
Binary step		$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{for } x < 0 \\ 1 & \text{for } x \geq 0 \end{cases}$	$f'(x) = \begin{cases} 0 & \text{for } x \neq 0 \\ ? & \text{for } x = 0 \end{cases}$
Logistic (a.k.a Soft step)		$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$	$f'(x) = f(x)(1 - f(x))$
TanH		$f(x) = \tanh(x) = \frac{2}{1 + e^{-2x}} - 1$	$f'(x) = 1 - f(x)^2$
ArcTan		$f(x) = \tan^{-1}(x)$	$f'(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$
Rectified Linear Unit (ReLU)		$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{for } x < 0 \\ x & \text{for } x \geq 0 \end{cases}$	$f'(x) = \begin{cases} 0 & \text{for } x < 0 \\ 1 & \text{for } x \geq 0 \end{cases}$
Parameteric Rectified Linear Unit (PReLU) <sup>[2]</sup>		$f(x) = \begin{cases} \alpha x & \text{for } x < 0 \\ x & \text{for } x \geq 0 \end{cases}$	$f'(x) = \begin{cases} \alpha & \text{for } x < 0 \\ 1 & \text{for } x \geq 0 \end{cases}$
Exponential Linear Unit (ELU) <sup>[3]</sup>		$f(x) = \begin{cases} \alpha(e^x - 1) & \text{for } x < 0 \\ x & \text{for } x \geq 0 \end{cases}$	$f'(x) = \begin{cases} f(x) + \alpha & \text{for } x < 0 \\ 1 & \text{for } x \geq 0 \end{cases}$
SoftPlus		$f(x) = \log_e(1 + e^x)$	$f'(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$



## Многослойный персептрон (MLP)

Обработка изображений





## Инструменты для создания нейронных сетей

PYTORCH

mxnet

theano



K Keras

Caffe2



# Спасибо за внимание!

**Спасёнов Алексей**

[a.spasenov@corp.mail.ru](mailto:a.spasenov@corp.mail.ru)