

Лекция 12

ФОРМИРОВАНИЕ ДИАГРАММЫ НАПРАВЛЕННОСТИ АПЕРТУРНОЙ АНТЕННЫ

В предыдущей лекции было показано, что плоская или почти плоская электромагнитная волна в апертуре антенны при переходе в дальнюю зону излучения преобразуется в сферическую волну, характеризующуюся диаграммой направленности. Там же были рассчитаны диаграммы направленности некоторых типов апертурных антенн. В данной лекции попытаемся разобраться, как происходит этот процесс формирования сферической волны из плоской.

12.1. Поле излучения апертурной антенны на конечном расстоянии

Для этого исследуем зависимость поля излучения апертурной антенны от расстояния до плоскости апертуры. Выражение для поля излучения, справедливое на конечном расстоянии от апертуры, превышающем несколько длин волн, аналогично выражению поля излучения, полученному в 9 лекции (9.3), с той лишь разницей, что функция $\frac{e^{-ikR}}{R}$ должна быть внесена под знак интеграла, а расстояние R в ней – должно быть расстоянием от точки наблюдения до точки в апертуре с координатами $\{x, y\}$, меняющимися в процессе интегрирования:

$$E = \frac{i}{\lambda} F_{el}(\vartheta, \varphi) \iint_S E_0(x, y) \frac{e^{-ikR}}{R} dx dy;$$

$$R = \sqrt{R_0^2 - 2R_0 \sin \vartheta_0 (x \cos \varphi_0 + y \sin \varphi_0) + x^2 + y^2}; \quad (12-1)$$

$$R = |\mathbf{R}_0 - \mathbf{r}|; \quad \mathbf{R}_0 = R_0 \{\sin \vartheta_0 \cos \varphi_0, \sin \vartheta_0 \sin \varphi_0, \cos \vartheta_0\}; \quad \mathbf{r} = \{x, y, 0\};$$

В этом выражении на небольшом расстоянии R_0 от апертуры нельзя использовать приближение дальней зоны, когда слагаемое $x^2 + y^2$ считается малым по сравнению с R_0^2 , и показатель экспоненты, при этом, разбивается на два слагаемых, после разложения в ряд по степеням малого параметра и ограничением двумя членами ряда. Рис. 12.1 иллюстрирует обозначения точек и векторов из выражения (12-1).

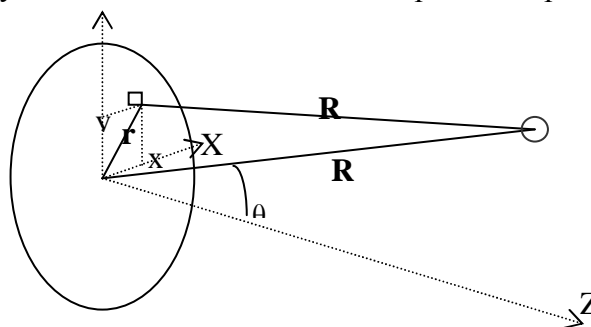


Рис. 12.1. Координаты точек и векторов, входящих в формулу (12-1)

Хотя в (12-1) апертура может иметь любую форму, на этом рисунке апертура изображена в виде круга. Мы рассмотрим два варианта исследования формулы (12-1). В первом варианте накладывается только ограничение, что расстояние точки наблюдения до ближайшей точки в апертуре больше $\max\{x, y\}$ (для сходимости ряда), а во втором точка наблюдения может находиться сколь угодно близко к апертуре, но апертура выбирается круглой, а точка наблюдения находится на оси.

Преобразуем выражение для расстояния R в 1-м случае, вынося R_0 из под знака корня и разлагая подкоренное выражение в ряд по обратным степеням R_0 . Будем предполагать, что существенную роль играют только члены ряда со степенями 0, 1 и 2.

$$\begin{aligned}
 R &= R_0 \sqrt{1 - 2 \sin \vartheta_0 \left(\frac{x}{R_0} \cos \varphi_0 + \frac{y}{R_0} \sin \varphi_0 \right) + \frac{x^2 + y^2}{R_0^2}} \approx \\
 &\approx R_0 \left(1 - \sin \vartheta_0 \left(\frac{x}{R_0} \cos \varphi_0 + \frac{y}{R_0} \sin \varphi_0 \right) + \frac{x^2 + y^2 - \sin^2 \vartheta_0 (x \cos \varphi_0 + y \sin \varphi_0)^2}{2R_0^2} + \dots \right) = \\
 &\approx R_0 - \sin \vartheta_0 (x \cos \varphi_0 + y \sin \varphi_0) + \frac{x^2 + y^2 - \sin^2 \vartheta_0 (x \cos \varphi_0 + y \sin \varphi_0)^2}{2R_0} + \dots;
 \end{aligned} \tag{12-2}$$

Приближённое выражение R содержит три слагаемых. При малых углах отклонения ϑ от оси добавку к R_0 от этих слагаемых в знаменателе отношения $\frac{e^{-ikR}}{R}$ можно не учитывать, тогда интеграл преобразуется к виду:

$$\begin{aligned}
 \frac{e^{-ikR}}{R} &\approx \frac{e^{-ikR_0}}{R_0} e^{ik \sin \vartheta_0 (x \cos \varphi_0 + y \sin \varphi_0)} e^{-ik \Delta(x, y, \vartheta_0, \varphi_0)}, \\
 \Delta(x, y, \vartheta_0, \varphi_0) &= \frac{x^2 + y^2 - \sin^2 \vartheta_0 (x \cos \varphi_0 + y \sin \varphi_0)^2}{2R_0}; \\
 E &= \frac{i}{\lambda} F_{el}(\vartheta, \varphi) \iint_S E_0(x, y) \frac{e^{-ikR}}{R} dx dy \approx \\
 &\approx \frac{ie^{-ikR_0}}{\lambda R_0} F_{el}(\vartheta, \varphi) \iint_S E_0(x, y) e^{2\pi i(x\xi + y\eta)} e^{-i\Delta(x, y, \vartheta_0, \varphi_0)} dx dy; \\
 \xi &= \frac{\sin \vartheta_0 \cos \varphi_0}{\lambda}; \eta = \frac{\sin \vartheta_0 \sin \varphi_0}{\lambda};
 \end{aligned} \tag{14-3}$$

Помимо экспоненциального множителя $e^{2\pi i(x\xi + y\eta)}$, такого же, как в формуле (9-3), в (12-3) имеется ещё экспоненциальный (фазовый) множитель, с показателем, квадратично зависящем от $\{x, y\}$. Он оказывает на функцию поля излучения от $\{\vartheta, \varphi\}$ такое же влияние, как квадратичный член в распределении поля по апертуре рупорной антенны. Квадратичный член самой малой величины $k\Delta_0 = \pi/8$ на рис. 10.4 и 10.5 слабо влияет на

форму диаграммы направленности. Принято считать, что при $k\Delta(x, y, \vartheta, \varphi) \approx \frac{kr_0^2}{2R_0} \leq \frac{\pi}{8}$ фазовым множителем $e^{-ik\Delta}$ можно пренебречь. При выполнении этого неравенства

расстояние от точки наблюдения до апертуры удовлетворяет неравенству $R_0 \geq \frac{2(2r_0)^2}{\lambda} = \frac{2D^2}{\lambda}$, а интеграл практически превращается в выражение диаграммы направленности в дальней зоне.

Итак, сферический фронт волны, излучённой апертурой, принято считать сформированным при $R_0 \geq \frac{2D^2}{\lambda}$.

А какие выводы можно сделать о характере излучения апертуры на меньших расстояниях. Для ответа на этот вопрос обратимся к точному вычислению интеграла (12-1) для случая круговой, синфазно и равномерно возбуждённой апертуры с точками наблюдения на оси апертуры.

Интегральное выражение (12-1) для поля в этом случае при $R = \sqrt{R_0^2 + x^2 + y^2}$; принимает вид:

$$E = \frac{iE_0}{\lambda} F_{el}(\vartheta, \varphi) \iint_S \frac{e^{-ikR}}{R} dx dy = \frac{iE_0}{\lambda} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{r_0} \frac{e^{-ik\sqrt{R_0^2 + r^2}}}{\sqrt{R_0^2 + r^2}} r dr;$$

Для вычисления интеграла делается замена: $R_0^2 + r^2 = u^2$; $r dr = u du$;

$$\begin{aligned} ikE_0 \int_0^{r_0} \frac{e^{-ik\sqrt{R_0^2 + r^2}}}{\sqrt{R_0^2 + r^2}} r dr &= ikE_0 \int_{R_0}^{\sqrt{R_0^2 + r_0^2}} \frac{e^{-iku}}{u} u du = \\ &= -E_0 \left(e^{-ik\sqrt{R_0^2 + r_0^2}} - e^{-ikR_0} \right) = \\ &= 2iE_0 \exp\left(\frac{-ik}{2} \left(\sqrt{R_0^2 + r_0^2} + R_0 \right)\right) \sin\left(\frac{k}{2} \left(\sqrt{R_0^2 + r_0^2} - R_0 \right)\right) \end{aligned} \quad (12-4)$$

На рис.12.2 построен график выражения (12-4) как функция нормированного расстояния от апертуры: $\rho = \frac{\lambda R_0}{r_0^2}$. Граничное расстояние дальней зоны соответствует значению $\rho = 8$.

Дальняя зона (при $\rho > 8$) называется зоной Фраунгофера. При уменьшении ρ от 8 до 1 амплитуда поля излучения монотонно возрастает (точнее, от границы дальней зоны до

$$R_0 = \frac{r_0^2}{\lambda} - \frac{\lambda}{4}, \text{ на этом расстоянии аргумент синуса в (12-4) равен } \frac{\pi}{2}, \text{ а } \rho = 1 - \left(\frac{\lambda}{2r_0} \right)^2.$$

Зона $1 \leq \rho \leq 8$ — это первая зона Френеля. В этой зоне уменьшение амплитуды происходит из-за распывания луча. При ещё меньших расстояниях $\rho < 1$ поле излучения на оси осциллирует и модулировано по амплитуде функцией синуса. В этой зоне в апертуре уместается несколько зон Френеля, это **ближняя зона излучения апертуры**. В этой зоне максимальная величина амплитуды поля постоянна и равна удвоенному значению амплитуды в самой апертуре, в ней происходит интерференция, но луч ещё не распывается. По этой причине можно сказать, что в ближней зоне излучение апертуры распространяется **прожекторным** лучом.

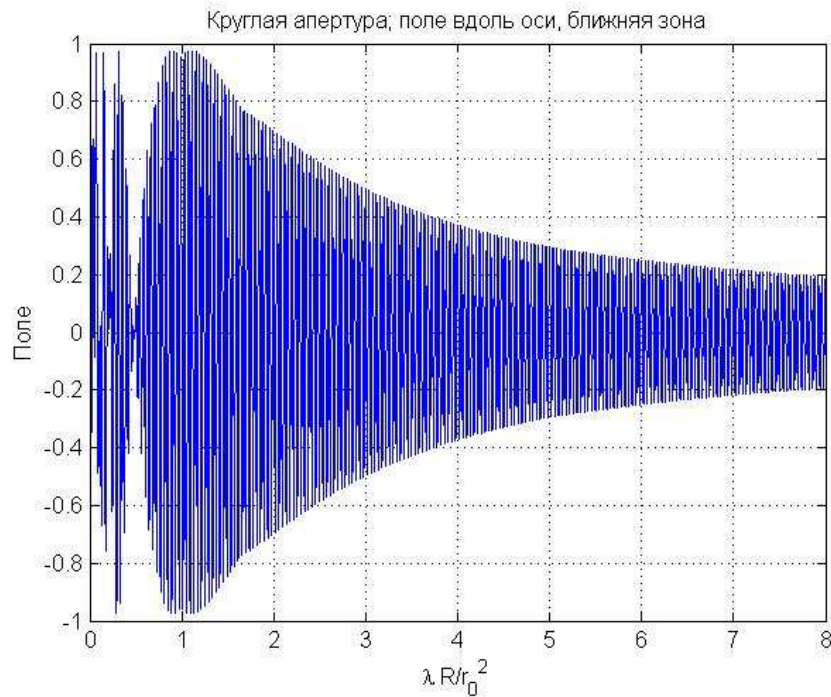


Рис.12.2. Строение поля излучения на оси апертуры в ближней зоне и зоне Френеля

Переход поля излучения от «прожекторного луча» до границы дальней зоны показан на рис.12.3

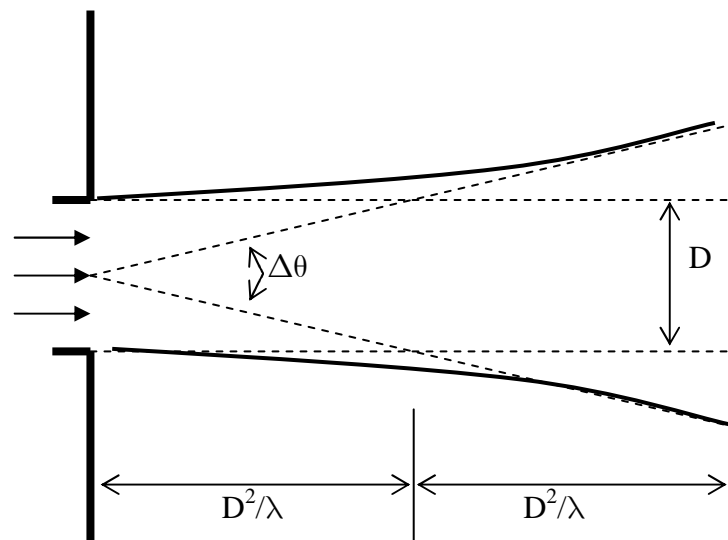


Рис.12.3. Формирование диаграммы направленности

Показанный на этом рисунке угол конуса излучения (в радианах) определяется выражением: $\Delta\vartheta_{0.7} \approx \frac{\lambda}{D}$ и соответствует ширине главного лепестка по половинной

мощности. На расстоянии $R_0 = \frac{2D^2}{\lambda}$ главный лепесток в два раза шире диаметра апертуры.

Долю мощности, содержащуюся в ограниченном телесном секторе $2\theta_0$ излучения (в дальней зоне) круглой апертуры с **равномерным** распределением поля по раскрыву можно определить по формуле:

$$\frac{P(\vartheta_0)}{P_\Sigma} \approx 1 - J_0^2(ka \sin \vartheta_0) - J_1^2(ka \sin \vartheta_0);$$

В частности, в главном лепестке диаграммы направленности содержится 83.7% мощности, в первых боковых лепестках 7.7%, во вторых лепестках 2.9%.

12.2 Зоны Френеля

Мы привыкли к тому, что сигнал вдоль оси апертурной антенны, при расположении облучателя в фокусе, всегда больше, чем при наблюдении сбоку Рис.12.4.

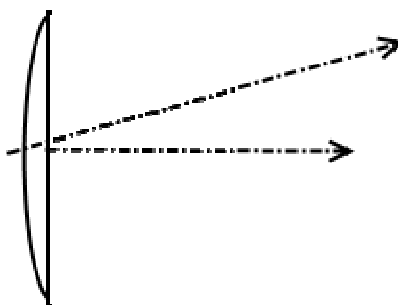


Рис.12.4

На самом деле это зависит от взаимного положения антенны и точки наблюдения, когда условия дальней зоны не выполняются. В апертуре антенны возникают "зоны Френеля", и при расположении точки наблюдения в некоторых местах на оси антенны могут появляться нули принимаемого сигнала.

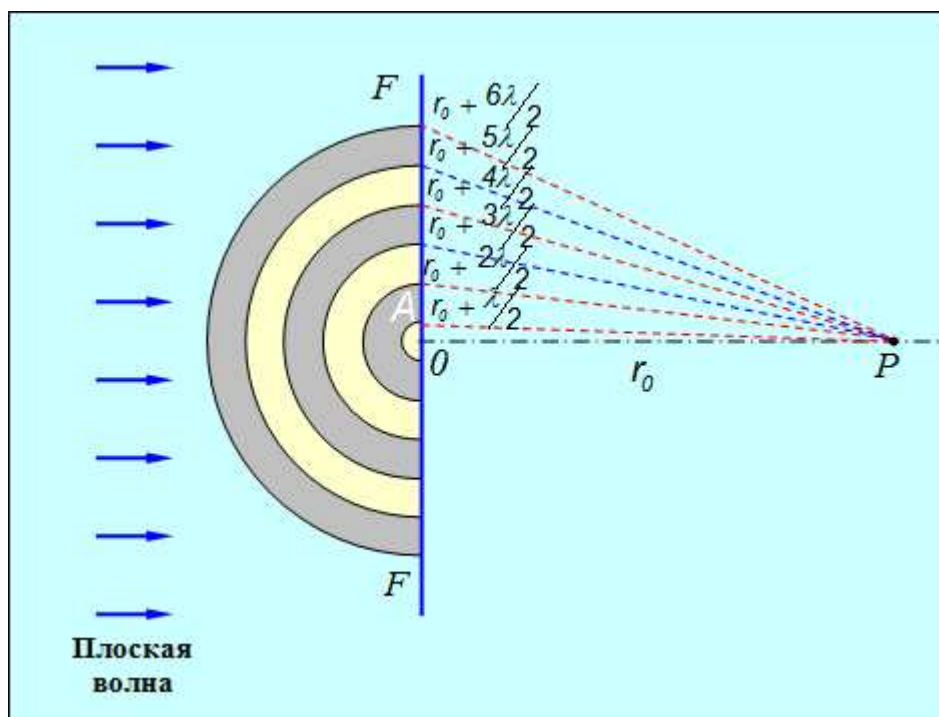


Рис. 12.5 Зоны Френеля в апертуре параболической антенны.

На рис.12.5 точка наблюдения P находится на таком расстоянии от раскрыва антенны, что из разных точек апертуры в неё приходят сигналы с разными фазами. От границ каждой

Оценим "расстояние дальней зоны" на примерах. Пусть антенна диаметром 1 м работает в диапазоне длин волн 1 см. Уже в этом случае расстояние дальней зоны достигает 200 м, то есть, не найдётся такого помещения, в котором можно измерить диаграмму направленности. Для антенн больших размеров, например, диаметром 10 м, это расстояние превышает 20 км. Диаграмму такой антенны можно померить, разве что, по излучению передатчика с искусственного спутника Земли. Такой метод используется при тестировании наземных антенн спутниковой связи. Очень часто при тестировании больших наземных антенн используется естественное радиоизлучение космических источников.

Самым ярким радиоисточником на небе является Солнце. Однако по Солнцу можно измерить диаграмму направленности, только если её ширина существенно превышает угловые размеры Солнца - порядка половины градуса. Измерение коэффициента усиления антенны по Солнцу также ограничено из-за переменной интенсивности излучения. Обычно интенсивность излучения Солнца в момент измерения можно узнать только через сутки по каталогу, выкладываемому в интернет специальной сетью радиоастрономических обсерваторий.

Самым ярким компактным источником радиоизлучения (ширина порядка 4 угловых минут) является небольшая туманность Cas A, образовавшаяся на месте вспышки примерно в 1667 году Сверхновой звезды в созвездии Кассиопеи. Хотя это созвездие не заходит за горизонт в Северной Европе, вспышка не была замечена, что может объясняться сильным поглощением света в направлении на источник. (Кассиопея отклонена от Полярной звезды на 30 градусов.) Вспышки Сверхновых звёзд являются крайне редким событием, и излучение их остатков ослабевает со временем.. В 1054 наблюдали яркую вспышку Сверхновой звезды в созвездии Тельца, В настоящее время интенсивность этого радиоисточника примерно в 3 раза меньше, чем излучение Cas A. Оба эти радиосточника используют при тестировании больших наземных радиотелескопов. Кроме того, при тестировании используют излучение далёких радиогалактик (нпр. туманности в созвездии Лебедя) и квазаров.

В земных условиях при измерении диаграммы направленности на расстояниях

$\frac{D^2}{4\lambda} > R < \frac{2D^2}{\lambda}$ используют метод смещения облучателя из фокуса.

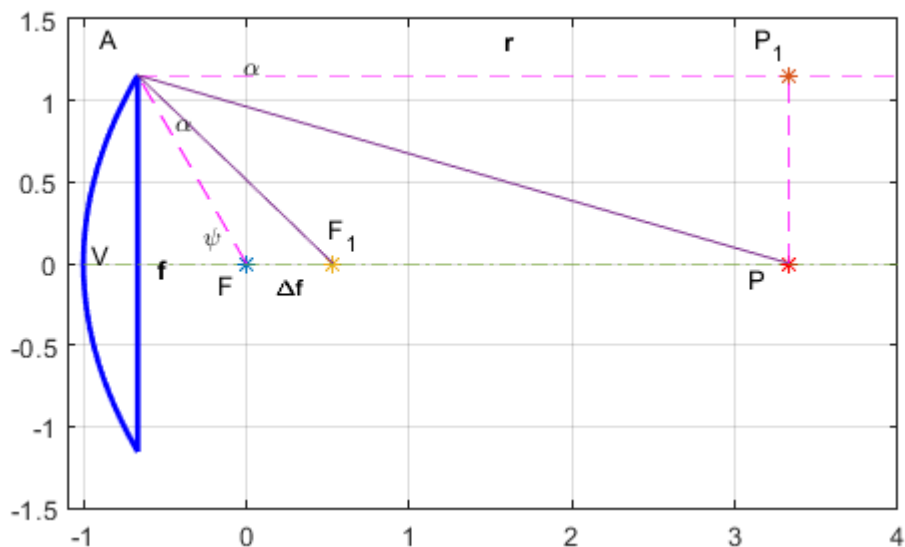


Рис. 12.6

На рис.12.6 точка наблюдения Р находится на расстоянии r вдоль фокальной оси от раскрыва параболической антенны диаметра D , с фокусным расстоянием $VF=f$. Угол отклонения луча, попадающего из фокуса F в точку A , от фокальной оси, обозначим ψ . Мы хотим найти величину смещения облучателя из фокуса Δf , такую, чтобы можно было измерить диаграмму направленности антенны в точке Р. Обозначим α - угол отклонения луча, попадающего в точку Р, от направления фокальной оси. Тогда, чтобы луч, исходящий из точки F_1 , смещённой из фокуса, после отражения от края параболы попадал в точку Р, он должен быть отклонён от луча FA также на угол α . Величина отклонения находится из этого условия: $\angle FAF_1 = \angle PAP_1 = \alpha$. Тангенс этого угла вычисляется по формуле: $\operatorname{tg} \alpha = \frac{D}{2r}$; Величину Δf можно вычислить, применяя теорему синусов к треугольнику FAF_1 :

$$\frac{\Delta f}{\sin \alpha} = \frac{FA}{\sin(\psi - \alpha)} \quad (12-5)$$

Здесь принято во внимание, что сумма $\angle FFA_1$ и α равна внешнему углу ψ . Расстояние FA для параболической антенны выражается через фокальное отношение:

$$FA = f \sec^2 \frac{\psi}{2} = f \left(1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\psi}{2} \right) = f \left(1 + \left(\frac{D}{4f} \right)^2 \right) \quad (12-6).$$

Из формулы (12-5) получаем:

$$\begin{aligned} \Delta f &= FA \frac{\sin \alpha}{\sin(\psi - \alpha)} = FA \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sin \psi - \operatorname{tg} \alpha \cos \psi} = \frac{f \operatorname{tg} \alpha \left(1 + \left(\frac{D}{4f} \right)^2 \right)^2}{\frac{D}{2f} - \operatorname{tg} \alpha \left(1 - \left(\frac{D}{4f} \right)^2 \right)} = \\ &= \frac{(16f^2 + D^2)^2}{16f(16fr + D^2 - 16f^2)} = \frac{f}{\left(\frac{r}{f} \cos^2 \frac{\psi}{2} - \cos \psi \right) \cos^2 \frac{\psi}{2}}; \end{aligned}$$

.На самом деле - это приближённая формула, потому что мы приняли во внимание только отражение от края раскрыва, дающего наибольший вклад в поле излучения. Точной фокусировки в точку Р не произойдёт. При измерении диаграммы направленности будет сказываться влияние остаточной квадратичной фазовой ошибки.