

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
**Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

**ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ**

дисциплины вариативной части профессионального цикла Б.3

**«Статистическая радиотехника»**

Направление подготовки 210400 Радиотехника

Профили: Радиотехнические средства передачи, приема и обработки сигналов

Аудиовизуальная техника

Бытовая радиоэлектронная аппаратура

Радиоэлектронные системы

Радиофизика

Кафедра Основ радиотехники

**Авторский коллектив:**

Профессор кафедры ОРТ \_\_\_\_\_ В.Г.Карташев

Доцент кафедры ОРТ \_\_\_\_\_ Б.П.Поллак

Старший преподаватель ОРТ \_\_\_\_\_ Л.И.Пейч

«15» июня 2013 г.

## Оглавление

|  |    |
|--|----|
| ВВЕДЕНИЕ.....  | 3  |
| Компьютерная генераторно-измерительная система (краткое руководство для пользователя).....         | 3  |
| Правила выполнения лабораторных работ в лаборатории.....   | 6  |
| Лабораторная работа № 1. ЗАКОНЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ .....                            | 8  |
| Лабораторная работа № 2. КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ ФУНКЦИИ И ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ СПЕКТРЫ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ ..... | 11 |
| Лабораторная работа № 3. ПРОХОЖДЕНИЕ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ ЧЕРЕЗ ЛИНЕЙНЫЕ ЦЕПИ .....                 | 14 |
| Лабораторная работа № 4. УЗКОПОЛОСНЫЕ СЛУЧАЙНЫЕ ПРОЦЕССЫ ...                                       | 18 |
| БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК .....   | 21 |

## **ВВЕДЕНИЕ**

Сборник содержит описания четырех лабораторных работ по курсу «Статистическая радиотехника». Предлагаемые работы посвящены изучению теории случайных процессов. Изучаются статистические характеристики типовых случайных процессов, преобразование этих процессов линейными инерционными и нелинейными безынерционными радиотехническими цепями, а также статистические характеристики узкополосных случайных процессов и их огибающих при наличии и отсутствии гармонического сигнала.

Особенность предлагаемого лабораторного практикума – все работы выполняются на одной и той же многофункциональной лабораторной установке для изучения радиотехнических цепей и сигналов. Она отличается от обычно используемых лабораторных установок аналогичного назначения – в ней нет обычных генераторов и измерительных приборов, а их функции выполняет компьютерная генераторно-измерительная система.

Во всех четырех работах лабораторное исследование проводится в режиме математического моделирования. Реализации случайных процессов формируются компьютером (в виде последовательностей случайных чисел). Для преобразования случайных процессов используются «цифровые фильтры», представляющие собой математические модели цепей, рассматриваемых в данных работах. Статистические характеристики сформированных и преобразованных процессов «измеряются» компьютером по известным из курса методикам.

Ниже приведено краткое описание генераторно-измерительной системы.

### **Компьютерная генераторно-измерительная система (краткое руководство для пользователя)**

Компьютерная генераторно-измерительная система предназначена для изучения радиотехнических цепей и сигналов методами автоматизированного физического эксперимента и математического моделирования.

Данный лабораторный практикум построен на основе только математического моделирования. Все работы выполняются без физического эксперимента, т.е. без лабораторного стенда. Поэтому остановимся только на описании работы с программой.

#### ***Вход в систему***

- На рабочем столе найдите ярлык «Генераторно-измерительная система» и вызовите эту систему. На экране появится «заставка» системы.
- Из меню «заставки» вызовите подсистему «Случайные процессы». На экране появится «передняя панель» выбранной подсистемы (название подсистемы указано на клавише сверху слева).

#### ***Выбор режима работы***

- Для выбора нужного режима работы в первую очередь пользуйтесь желтыми клавишами со значком «▼». Каждая из них раскрывает свое меню:
  - ▼ клавиша сверху слева – для смены подсистемы, т.е. для смены изучаемых объектов (частотные характеристики, нелинейные цепи, цепи и сигналы, случайные процессы);

- ▼ клавиша вверху справа – для выбора изучаемых характеристик случайных процессов (осциллограммы, дифференциальные и интегральные законы распределения, энергетические спектры, ненормированные и нормированные корреляционные функции);
- ▼ клавиши в третьей строке снизу – для выбора математической модели формируемого процесса (клавиша слева – тип сигнала, клавиша посередине – тип закона распределения шума, клавиша справа – тип энергетического спектра шума);
- ▼ клавиши во второй строке снизу – для выбора математической модели рассматриваемой цепи (клавиша слева – тип нелинейного элемента, клавиша справа – тип линейного частотного фильтра);
- ▼ клавиша справа от экрана (над таблицей) – для смены отображаемых параметров математических моделей (параметры процесса, параметры цепи).
- Клавишами отображения (над экраном) включите отображение нужных и отключите отображение ненужных характеристик:
  - клавиша «Расч.вх» – расчетная характеристика входного процесса (рассчитанная по выбранной математической модели процесса);
  - клавиша «Генер» – характеристика сформированного процесса («измеренная» компьютером на «входе» цепи);
  - клавиша «Измер» – характеристика преобразованного процесса («измеренная» компьютером на «выходе» цепи);
  - клавиша «Расч.вых» – расчетная характеристика выходного процесса (рассчитанная по выбранным математическим моделям процесса и цепи).
- С помощью клавиш управления (в верхнем ряду, слева направо) вы можете, если необходимо:
  - загрузить заранее подготовленный файл конфигурации;
  - установить все параметры подсистемы «по умолчанию»;
  - загрузить файл конфигурации с диска;
  - сохранить текущую конфигурацию подсистемы;
  - вызвать помощь;
  - выйти из системы.
- При необходимости исследования отдельных реализаций случайного процесса пользуйтесь клавишей «Пауза». Она останавливает работу подсистемы, фиксируя конкретную реализацию.
- При необходимости усреднения характеристик случайного процесса по многим реализациям пользуйтесь клавишей «Усреднение». При отключенном режиме усреднения анализируется только одна (текущая) реализация.
- При наличии детерминированной составляющей входного процесса вы можете, если необходимо, синхронизировать отображаемые реализации клавишей «Синхронизация». При отключенном режиме синхронизации отображаются реализации формируемого процесса со случайной начальной фазой.
- Клавишей «Точность» установите точность воспроизведения спектра сигнала. Учтите, что с повышением точности увеличивается время обработки сигнала.
- Клавишей «График / Схемы / Формулы» задайте один из трех режимов отображения информации. На экран можно вывести: либо графики изучаемых

процессов и характеристик; либо схему, на основании которой проводится математическое моделирование выходного процесса; либо формулы, характеризующие выбранную математическую модель.

- Обратите внимание на информационную панель в верхнем ряду (посередине, между клавишами смены подсистемы и выбора изучаемых характеристик). Она показывает режим работы подсистемы – «Физический эксперимент» или «Математическое моделирование». (Приведенные ниже лабораторные работы №№ 7 - 10 выполняются в режиме математического моделирования).

### **Формирование входного процесса**

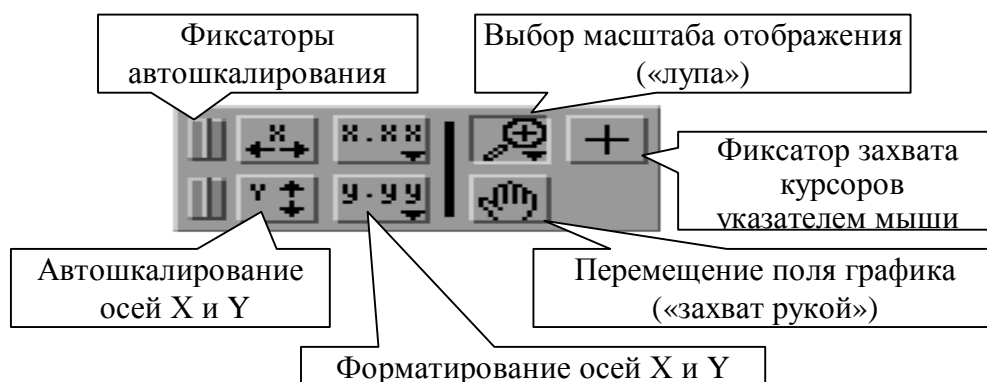
- Клавишами выбора формируемого процесса (третья строка снизу) выберите тип детерминированной составляющей («сигнал») и тип случайной составляющей («шум»).
- Переключателем «Точность» (под таблицей параметров) выберите требуемую точность воспроизведения спектра.
- Введите в таблицу параметры входного сигнала и шума (*вводимые значения частоты будут округляться в соответствии с выбранной точностью*).

### **Форматирование графиков**

Для управления графиками служит блок регуляторов (рис.1), расположенный под экраном справа.

Регуляторы позволяют:

- выключатели автошкалирования (крайние слева) — включить или выключить непрерывное автошкалирование по каждой оси;
- кнопки «x» и «y» (если они «отжаты») — произвести одноразовое автошкалирование по соответствующей оси;
- «лупа» — изменить масштаб отображения. Из открывающегося меню можно выбрать варианты:
  - 1) растянуть выделенный прямоугольник;
  - 2) растянуть выделенный интервал горизонтальной оси;
  - 3) растянуть выделенный интервал вертикальной оси;
  - 4) вернуться к предыдущему масштабу;
  - 5) растянуть изображение от указанной точки;
  - 6) сжать изображение к указанной точке;
- «захват рукой» — передвигать графики по экрану;
- «+» — захватить курсор указателем мыши и переместить его.

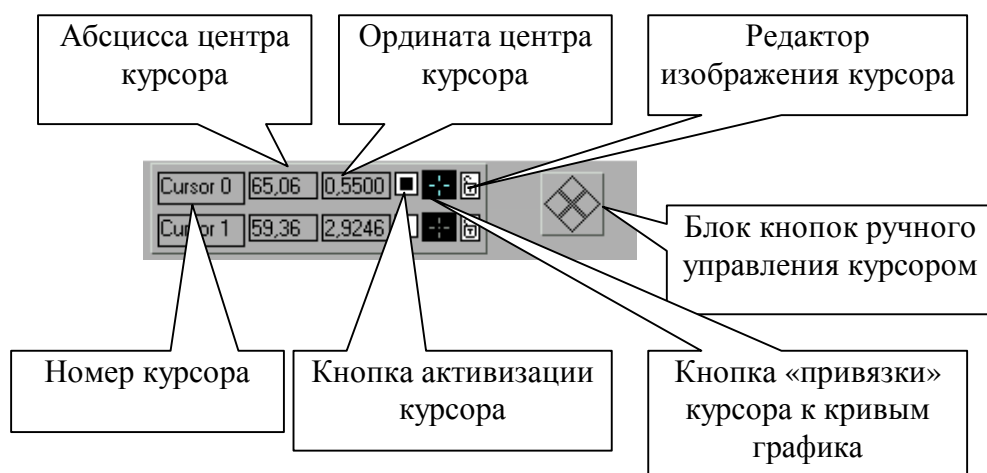


**Рис.1. Блок управления графиками**

### **Работа с курсорами**

С помощью курсоров можно измерить характерные значения напряжения, времени, частоты и т.п. в любой точке экрана. Для работы с курсорами служат блоки управления (рис.2), расположенные под экраном:

- посередине — блок кнопок «ручного» управления. Этими кнопками можно перемещать «активные» (отмеченные «■») курсоры;
- слева — редактор курсоров. В каждой строке имеет 6 позиций (слева направо):
  - 1 – номер курсора;
  - 2 – абсцисса центра курсора;
  - 3 – ордината центра курсора;
  - 4 – кнопка активизации курсора («активный» отмечается «■»);
  - 5 – редактор изображения курсора (при потере курсора — «Bring to Center»);
  - 6 – переключатель «привязки» курсора к графикам.



**Рис.2. Блоки управления курсорами**

### **Правила выполнения лабораторных работ в лаборатории**

Подготовка к лабораторному занятию заключается в изучении соответствующего раздела курса (по учебнику или конспекту лекций) и выполнении домашнего задания.

Отчет по домашнему заданию представляется каждым студентом индивидуально. Если отчет не представлен или выполнен неудовлетворительно, то студент к лабораторной работе не допускается.

В процессе выполнения лабораторного задания студенты, как правило, зарисовывают (с экрана) различные графики. Графики можно зарисовывать «от руки», но с примерным соблюдением масштаба. На зарисованных графиках должны быть приведены шкалы значений измеряемых величин и указаны условия эксперимента.

Выполнив лабораторное задание, следует, не выключая установку, предъявить результаты преподавателю.

По окончании занятия (после приема результатов работы преподавателем) следует выключить установку и навести порядок на рабочем месте.

**Отчет** по лабораторной работе представляется каждым студентом индивидуально. Он должен содержать:

- 1) материалы домашней подготовки;
- 2) исправление выявленных в них ошибок;
- 3) оформленные результаты выполнения лабораторного задания — указанные в задании графики, таблицы и пр.;
- 4) анализ обнаруженных расхождений между вашими исходными теоретическими представлениями и экспериментальными фактами либо вывод об отсутствии таких расхождений.

**Защита** выполненной работы осуществляется каждым студентом индивидуально. При оценке работы студента учитываются:

- 1) уровень подготовки к лабораторному занятию;
- 2) качество выполнения лабораторного задания;
- 3) качество представленного отчета;
- 4) уровень усвоения основных вопросов, изучаемых в работе. Примерные контрольные вопросы приведены в описании каждой работы.

## ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ

Ниже приведены описания четырех лабораторных работ по курсу «Статистическая радиотехника». Работы посвящены изучению основных понятий теории случайных процессов.

Лабораторные занятия проводятся фронтальным методом. На выполнение каждой лабораторной работы отводятся 4 академических часа. Домашняя подготовка к каждой работе рассчитана также на 4 часа.

### Лабораторная работа № 1. ЗАКОНЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

**Цель** работы — освоить основные понятия теории случайных процессов, в первую очередь понятия дифференциального и интегрального законов распределения случайного процесса.

Изучаются следующие **основные вопросы**:

1) понятие случайного процесса и его реализаций; 2) понятие плотности вероятности (дифференциального закона распределения) случайного процесса; 3) понятие функции распределения (интегрального закона распределения) случайного процесса; 4) связь дифференциального и интегрального законов распределения между собой и с характером реализаций; 5) понятие стационарного случайного процесса, эргодического случайного процесса; 6) характер реализаций и законы распределения некоторых типовых случайных процессов; 7) применяемая в данной работе методика экспериментального определения законов распределения.

#### Домашнее задание

Изучите вышеперечисленные основные вопросы. Рекомендуются учебник [1] (глава 6), учебное пособие [2] и конспект лекций.

1. Для пилообразного колебания со случайной равновероятной фазой (амплитуда  $A_0$ , среднее значение  $\bar{x} = 0$ ):

- изобразите характер реализаций  $x(t)$  (3÷4 характерные реализации на одном графике);
- изобразите характер законов распределения — дифференциального  $p(x)$  и интегрального  $F(x)$  (графики расположите один под другим, на осях укажите характерные значения  $p$ ,  $F$  и  $x$ );
- изобразите характер семейства  $p(x)$  для различных значений  $A_0$ ;
- выпишите формулы для  $p(x)$  и эффективного значения  $\sigma$ .

2. Выполните указанное в п.1 задание для других периодических колебаний со случайной равновероятной фазой (амплитуда  $A_0$ ,  $\bar{x} = 0$ ):

- трапецевидного;
- гармонического;
- прямоугольного («меандра»).

3. Для стационарного нормального случайного процесса (среднее значение  $\bar{x}$ , эффективное значение  $\sigma$ ):

- изобразите характер реализаций  $x(t)$ ;
- выпишите формулу для  $p(x)$ ;



- изобразите характер законов распределения — дифференциального  $p(x)$  и интегрального  $F(x)$  (графики расположите один под другим, на осях укажите характерные значения  $p$ ,  $F$  и  $x$ );
- изобразите характер семейства  $p(x)$  для различных значений  $\bar{x}$  ( $\sigma = \text{const}$ ) и семейства  $p(x)$  для различных значений  $\sigma$  ( $\bar{x} = 0$ ).

### **Лабораторное задание**

Лабораторное исследование проводится в режиме математического моделирования: реализации случайных процессов формируются компьютером (в виде последовательностей случайных чисел), а законы распределения сформированных процессов «измеряются» компьютером по известным из курса методикам.

#### ***Подготовка установки к работе***

Включите генераторно-измерительную систему для изучения случайных процессов (ярлык «Случайные процессы» на рабочем столе). Включите отображение формируемого процесса («Генер») и отключите отображение других процессов.

#### ***1. Пилообразное напряжение со случайной фазой***

Сформируйте пилообразное напряжение со случайной равновероятной фазой (частота  $f$  — согласно таблице заданий). В режиме «Осциллограммы» наблюдайте характер реализаций  $x(t)$  при различных значениях  $A_0$  (обратите внимание на роль клавиши «Синхронизация»). Посмотрите, как меняются при этом законы распределения — дифференциальный  $p(x)$  и интегральный  $F(x)$  (переключаясь в соответствующие режимы отображения). Уловите тенденцию изменения законов распределения при изменении  $A_0$  в широких пределах.

Посмотрите, как влияет частота  $f$  на реализации и законы распределения.

«Измеренные» законы распределения сравнивайте с рассчитанными по соответствующим формулам (включив отображение «Расч.вх»).

Для заданных значений  $A_0$  и  $f$  зарисуйте семейство реализаций  $x(t)$  и семейства законов распределения  $p(x)$  и  $F(x)$  (здесь и далее графики  $p(x)$  и  $F(x)$  строите в одном масштабе по  $x$  и расположите один под другим).

#### ***2. Трапецевидное напряжение со случайной фазой***

Сформируйте трапецевидное напряжение со случайной равновероятной фазой и аналогично п.1 изучите его реализации и законы распределения.

#### ***3. Гармоническое напряжение со случайной фазой***

Сформируйте гармоническое напряжение со случайной равновероятной фазой и аналогично п.1 изучите его реализации и законы распределения.

#### ***4. Прямоугольное напряжение со случайной фазой***

Сформируйте прямоугольное напряжение («меандр») со случайной равновероятной фазой и аналогично п.1 изучите его реализации и законы распределения.

#### ***5. Стационарный нормальный случайный процесс***

Сформируйте стационарный нормальный случайный процесс. Наблюдайте его реализации и законы распределения при различных значениях  $\bar{x}$  и  $\sigma$  (при наблюдении законов распределения обратите внимание на роль клавиши «Усреднение»). Уловите тенденцию изменения законов распределения при изменении  $\bar{x}$  и  $\sigma$  в широких пределах.

«Измеренные» законы распределения сравнивайте с рассчитанными по соответствующим формулам (включив отображение «Расч.вх»).

Для заданных значений  $\bar{x}$  и  $\sigma$  зарисуйте характер реализаций  $x(t)$  и семейства законов распределения  $p(x)$  и  $F(x)$ .

## **6. Нелинейные преобразования случайного процесса**

6.1. Сформированный в п.5 стационарный нормальный случайный процесс ( $\bar{x} = 0$ ,  $\sigma$  – согласно таблице заданий) преобразуйте с помощью нелинейного преобразователя с характеристикой  $y = k \cdot |x|$ . Для этого выберите из меню соответствующий нелинейный элемент (двухполупериодный выпрямитель) и включите индикацию преобразованного процесса («Измер»).

Наблюдайте реализации преобразованного процесса  $y(t)$  и его законы распределения при различных значениях коэффициента преобразования ( $k$ ).

Изменяя  $\bar{x}$  в широких пределах ( $0 \leq |\bar{x}| \leq 3\sigma$ ), наблюдайте за изменениями преобразованного процесса (реализациями и законами распределения).

Для заданных параметров ( $\bar{x} = 0$ ,  $k = 1$ ,  $\sigma$  – согласно таблице заданий) зарисуйте характер реализаций исходного и преобразованного процессов и их законы распределения  $p_x(x)$  и  $p_y(y)$  (на одном графике).

6.2. Выполните указанное в п.6.1 задание для нелинейного преобразователя с характеристикой  $y = 1(x) \cdot k \cdot x$  (однополупериодный выпрямитель).

## **7. Аддитивная смесь сигнала и шума**

Сформируйте аддитивную смесь одного из изученных в пп.1÷4 «квазидетерминированных» сигналов (на выбор) и изученного в п.5 стационарного нормального шума.

Наблюдайте реализации и законы распределения полученной смеси при различных соотношениях  $A_0$  и  $\sigma$  (меняя их в широких пределах).

Зарисуйте характер реализаций и законы распределения  $p(x)$  для трех случаев ( $A_0 \ll \sigma$ ,  $A_0 \approx \sigma$ ,  $A_0 \gg \sigma$ ).

## **Контрольные вопросы**

1. Дайте определение понятий: случайный процесс; реализация случайного процесса; плотность вероятности (дифференциальный закон распределения) случайного процесса; функция распределения (интегральный закон распределения) случайного процесса; стационарный случайный процесс; эргодический случайный процесс.

2. Как связаны между собой характер реализаций случайного процесса и его дифференциальный закон распределения? интегральный закон распределения? среднее значение? дисперсия? эффективное значение?

3. Как объяснить вид дифференциальных и интегральных законов распределения случайных процессов, рассматриваемых в данной работе?

4. Как вы себе представляете применяемую в данной работе методику экспериментального определения дифференциальных и интегральных законов распределения случайных процессов.

## Лабораторная работа № 2.

# КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ ФУНКЦИИ И ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ СПЕКТРЫ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

**Цель** работы — освоить основные понятия теории случайных процессов, а именно понятия корреляционной функции и энергетического спектра случайного процесса.

Изучаются следующие **основные вопросы**:

1) понятие случайного процесса и его реализаций; 2) понятие корреляционной функции случайного процесса (ненормированной, нормированной); 3) понятие энергетического спектра случайного процесса; 4) связь корреляционной функции и энергетического спектра между собой и с характером реализаций; 5) характер реализаций, корреляционные функции и энергетические спектры некоторых типовых случайных процессов; 6) применяемая в данной работе методика экспериментального определения корреляционных функций и энергетического спектра.

### Домашнее задание

Изучите вышеперечисленные основные вопросы. Рекомендуются учебник [1] (глава 6; § 7.1), учебное пособие [2] и конспект лекций.

1. Для гармонического колебания со случайной равновероятной фазой (амплитуда  $A_0$ ):

- изобразите характер реализаций  $x(t)$  (3÷4 характерные реализации на одном графике);
- выпишите формулы для корреляционной функции  $R(\tau)$  и энергетического спектра  $W(\omega)$ ;
- изобразите характер  $R(\tau)$  и  $W(\omega)$  (на осях укажите характерные значения  $R$ ,  $\tau$ ,  $\omega$ ).

2. Для стационарного нормального случайного процесса с прямоугольным энергетическим спектром (наивысшая частота спектра  $\omega_b$ , эффективное значение  $\sigma$ ):

- выпишите формулы для корреляционной функции  $R(\tau)$  и энергетического спектра  $W(\omega)$  процесса;
- изобразите характер  $R(\tau)$  и  $W(\omega)$  (на осях укажите характерные значения  $R$ ,  $\tau$ ,  $W$ ,  $\omega$ );
- изобразите характер семейства  $R(\tau)$  и семейства  $W(\omega)$  для различных значений  $\omega_b$ ;
- изобразите характер реализаций  $x(t)$  для различных значений  $\omega_b$ .

3. Выполните указанное в п.2 задание для стационарного нормального случайного процесса с корреляционной функцией  $R(\tau) = \sigma^2 \exp(-\beta|\tau|)$  (характер семейств  $R(\tau)$  и  $W(\omega)$  и характер реализаций  $x(t)$  изобразите для различных значений  $\beta$ ).

### Лабораторное задание

Лабораторное исследование проводится в режиме математического моделирования: реализации случайных процессов формируются компьютером (в виде последовательностей случайных чисел), а корреляционные функции и

энергетические спектры сформированных процессов «измеряются» компьютером по известным из курса методикам.

### ***Подготовка установки к работе***

Включите генераторно-измерительную систему для изучения случайных процессов (ярлык «Случайные процессы» на рабочем столе). Включите отображение формируемого процесса («Генер») и отключите отображение других процессов.

#### ***1. Гармоническое напряжение со случайной фазой***

Сформируйте гармоническое напряжение со случайной равновероятной фазой («точность» 0,5 кГц, частота  $f_0$  – согласно таблице заданий). В режиме «Осциллограммы» наблюдайте характер реализаций  $x(t)$  при различных значениях  $A_0$  и частоты  $f_0$  (обратите внимание на роль клавиши «Синхронизация»). Переходя в режимы «Корреляционные функции» и «Энергетические спектры», посмотрите, как выглядят соответственно корреляционная функция  $R(\tau)$  и энергетический спектр  $W(f)$ . Уловите тенденцию изменения  $R(\tau)$  и  $W(f)$  при изменении  $A_0$  и  $f_0$  в широких пределах.

Для конкретных значений  $A_0$  и  $f_0$  зарисуйте семейство реализаций  $x(t)$  и семейства  $R(\tau)$  и  $W(f)$ .

#### ***2. Прямоугольное напряжение со случайной фазой***

Сформируйте прямоугольное напряжение («меандр») со случайной равновероятной фазой и аналогично п.1 изучите его реализации, корреляционные функции и энергетические спектры.

#### ***3. Стационарный нормальный случайный процесс, сформированный идеальным фильтром НЧ***

Выберите стационарный нормальный случайный процесс, сформированный идеальным фильтром НЧ («НЧ прямоугольный»). В режиме «Осциллограммы» наблюдайте реализации  $x(t)$  при различных значениях  $\sigma$  и ширины спектра ( $\Pi_{\text{эф}}$ ). Переходя в режимы «Энергетические спектры» и «Корреляционные функции», посмотрите, как выглядят соответственно энергетический спектр  $W(f)$  и корреляционная функция  $R(\tau)$  (обратите внимание на роль клавиши «Усреднение»). «Измеренные» спектры и корреляционные функции сравнивайте с рассчитанными по соответствующим формулам (включив индикацию «Расч.вх»).

Уловите тенденцию изменения  $W(f)$  и  $R(\tau)$  при изменении  $\sigma$  и  $\Pi_{\text{эф}}$  в широких пределах. Установите, влияет ли среднее значение на энергетический спектр и корреляционную функцию.

Для заданных значений  $\sigma$  и  $\Pi_{\text{эф}}$  зарисуйте характер реализаций  $x(t)$  и семейства  $W(f)$  и  $R(\tau)$ .

#### **4. Стационарный нормальный случайный процесс, сформированный однозвенным фильтром НЧ**

Выберите стационарный нормальный случайный процесс, сформированный однозвенным фильтром НЧ («ФНЧ–1») и аналогично п.3 изучите его реализации, энергетические спектры и корреляционные функции.

#### **5. Аддитивная смесь квазидетерминированного сигнала и стационарного нормального шума**

Сформируйте сумму квазидетерминированного сигнала (изученного в п.1 или п.2 – на выбор) и стационарного нормального шума (изученного в п.4). Подберите такую амплитуду сигнала, при которой влияние включения и выключения сигнала на характер реализаций практически не заметно. Сравните степень влияния включения и выключения сигнала на характер реализаций и на корреляционную функцию.

Зарисуйте семейство нормированных корреляционных функций  $r(\tau)$  для выбранного значения  $A_0$  и для  $A_0=0$ .

### **Контрольные вопросы**

1. Дайте определение понятий: корреляционная функция случайного процесса; нормированная корреляционная функция случайного процесса; энергетический спектр случайного процесса.

2. Как связаны между собой характер реализаций случайного процесса и его среднее значение? эффективное значение? дисперсия? корреляционная функция? нормированная корреляционная функция? энергетический спектр?

3. Как объяснить вид корреляционных функций и энергетических спектров случайных процессов, рассматриваемых в данной работе?

4. Каковы основные свойства корреляционной функции стационарного случайного процесса?

5. Каковы основные свойства нормированной корреляционной функции стационарного случайного процесса?

6. Каковы основные свойства энергетического спектра стационарного случайного процесса?

7. Как вы себе представляете применяемую в данной работе методику экспериментального определения корреляционных функций и энергетических спектров случайных процессов?

---

### Лабораторная работа № 3.

## ПРОХОЖДЕНИЕ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ ЧЕРЕЗ ЛИНЕЙНЫЕ ЦЕПИ

**Цель** работы — освоить спектральный метод анализа прохождения случайных процессов через линейные цепи.

Изучаются следующие **основные вопросы**:

1) спектральный метод анализа прохождения случайного процесса через линейную цепь; 2) изменение основных статистических характеристик и характера реализаций случайного процесса при его прохождении через линейную цепь; 3) особенности прохождения случайного процесса через относительно узкополосную цепь; 4) анализ прохождения случайного процесса через линейную цепь в приближении «белого шума» на входе; 5) особенности случайного процесса на выходе узкополосной резонансной цепи

### Домашнее задание

Изучите вышеперечисленные основные вопросы. Рекомендуются учебник [1] (§10.1), учебное пособие [2] и конспект лекций.

1. Теоретически предскажите результаты воздействия случайного процесса с прямоугольным энергетическим спектром  $W_x(\omega) = W_0 \cdot 1(\omega_b - |\omega|)$  на однозвенный фильтр НЧ:

а) выпишите формулы для энергетических спектров  $W_x(\omega)$  и  $W_y(\omega)$ , корреляционных функций  $R_x(\tau)$  и  $R_y(\tau)$  и дисперсий  $\sigma_x^2$  и  $\sigma_y^2$  входного и выходного процессов (формулу  $R_y(\tau)$  запишите для случая, когда частота среза фильтра  $\omega_{cp}$  много меньше наивысшей частоты спектра входного шума  $\omega_b$ );

б) изобразите характер энергетических спектров входного и выходного процессов (оба спектра на одном графике) и характер нормированных корреляционных функций  $r_x(\tau)$  и  $r_y(\tau)$  входного и выходного процессов (обе функции на другом графике) (на осях укажите характерные значения  $W$ ,  $\omega$ ,  $r$ ,  $\tau$ );

в) изобразите характер семейства энергетических спектров выходного процесса (на одном графике) и характер семейства нормированных корреляционных функций выходного процесса (на другом графике) для различных значений частоты среза фильтра  $\omega_{cp}$  (от  $\omega_{cp} \gg \omega_b$  до  $\omega_{cp} \ll \omega_b$ );

г) изобразите характер реализаций выходного процесса  $y(t)$  для различных значений  $\omega_{cp}$ .

2. Теоретически предскажите результаты воздействия случайного процесса с энергетическим спектром  $W_x(\omega) = W_0$  («белого шума») на фильтры с различными АЧХ — однозвенный фильтр НЧ и фильтр НЧ с прямоугольной АЧХ:

а) выпишите формулы для энергетических спектров  $W_y(\omega)$ , корреляционных функций  $R_y(\tau)$  и дисперсий  $\sigma_y^2$  выходных процессов;

б) для вышеуказанных фильтров с одинаковой частотой среза изобразите характер энергетических спектров выходных процессов (оба спектра на одном графике) и характер нормированных корреляционных функций  $r_y(\tau)$  выходных процессов (обе функции на другом графике) (на осях укажите характерные значения  $W$ ,  $\omega$ ,  $r$ ,  $\tau$ ).

3. Теоретически проанализируйте воздействие случайного процесса с равномерным дифференциальным законом распределения  $p_x(x) = 1(A-|x|) / (2A)$  на фильтр НЧ. Для этого изобразите (на одном графике) характер дифференциальных законов распределения  $p_y(y)$  выходного процесса для различных значений частоты среза фильтра (варьируя ее в широких пределах).

4. Аналогично п.1(а,б,г) теоретически предскажите результаты воздействия случайного процесса на узкополосный одноконтурный полосно-пропускающий фильтр.

### **Лабораторное задание**

Лабораторное исследование проводится в режиме математического моделирования: реализации случайного процесса формируются компьютером (в виде последовательностей случайных чисел) и подаются на вход «цифрового фильтра» (представляющего собой математическую модель рассматриваемой цепи), а статистические характеристики процессов на входе и выходе цифрового фильтра измеряются компьютером по методикам, известным из предыдущих лабораторных работ.

#### ***Подготовка установки к работе***

Включите генераторно-измерительную систему для изучения случайных процессов (ярлык «Случайные процессы» на рабочем столе). Включите отображение входного и выходного процессов («Генер» и «Измер») и отключите отображение других процессов. Установите «точность» 0,5 кГц.

#### **1. Прохождение нормального шума через *фильтры НЧ* с различными полосами пропускания**

Сформируйте нормальный шум с прямоугольным энергетическим спектром ( $\bar{x} = 0$ ,  $\sigma_x$  и  $f_b$  — из таблицы заданий) и подайте его на однозвенный фильтр НЧ ( $k_0 = 1$ ,  $f_{cp} = f_b$ ).

- В режиме «Энергетические спектры» наблюдайте спектры на входе и выходе фильтра при различных значениях его частоты среза  $f_{cp}$  (меняя ее в широких пределах). Здесь и далее работайте с включенной клавишей «Усреднение», учитывая, что при высокой точности (0,125÷0,5 кГц) усреднение результатов измерений происходит медленно.

Зарисуйте семейство энергетических спектров – спектр входного шума и спектры выходного шума для трех значений  $f_{cp}$  (из таблицы заданий).

- В режиме «Нормированные корреляционные функции» наблюдайте нормированные корреляционные функции на входе и выходе фильтра при различных значениях  $f_{cp}$  (меняя ее в широких пределах).

Зарисуйте семейство нормированных корреляционных функций – входного шума и выходного шума для трех значений  $f_{cp}$  (из таблицы заданий).

- В режиме «Корреляционные функции» измерьте  $\sigma_y$  на выходе фильтра при тех же значениях  $f_{cp}$ .
- В режиме «Осциллограммы» сравните характер реализаций входного шума и выходного шума при тех же значениях  $f_{cp}$ .

## **2. Прохождение нормального шума через относительно узкополосные фильтры НЧ с частотными характеристиками разного вида**

Входной шум (тот же, что и в п.1) подайте на НЧ-фильтр Баттерворта ( $k_0=1$ ,  $f_{cp}=f_{cp, мин}$  из таблицы заданий).

Изменяя порядок фильтра ( $n$ ) и тем самым изменяя форму его частотной характеристики, наблюдайте изменение характеристик выходного процесса.

Зарисуйте семейство энергетических спектров и семейство нормированных корреляционных функций для  $n=1$  и  $n=12$ .

## **3. Нормализация шума при его прохождении через относительно узкополосную цепь**

Сформируйте широкополосный шум («белый шум») с равномерным дифференциальным законом распределения ( $\bar{x}=0$ ,  $A=1$  В) и подайте его на однозвенный фильтр НЧ ( $f_{cp}=1$  МГц).

В режиме «Дифференциальные законы распределения» наблюдайте и сравните законы распределения на входе и выходе фильтра. Уменьшая частоту среза фильтра в широких пределах, убедитесь в «нормализации» шума на выходе относительно узкополосной цепи.

Зарисуйте семейство дифференциальных законов распределения — входного шума ( $p_x$ ) и выходного шума ( $p_y$ ) для двух значений частоты среза фильтра ( $f_{cp}=1$  МГц и  $f_{cp}=f_{cp, макс}$ ).

В режиме «Осциллограммы» сравните характер реализаций входного шума и выходного шума при тех же значениях  $f_{cp}$ .

## **4. Прохождение шума через узкополосную резонансную цепь**

Сформируйте широкополосный нормальный шум («белый шум»,  $\bar{x}=0$ ,  $\sigma_x=1$  В) и пропустите его через одноконтурную резонансную цепь («Колебательный контур»).

- В режиме «Энергетические спектры» наблюдайте спектры на выходе цепи при различных значениях  $f_p$  и  $Q$ , меняя их в широких пределах. (Не забывайте про клавишу «Усреднение» и дожидайтесь ясной картины усредненного спектра).

Зарисуйте семейство энергетических спектров — спектр входного шума и спектр выходного шума для заданных значений  $f_p$  и  $Q$ .

- В режиме «Нормированные корреляционные функции» наблюдайте нормированные корреляционные функции на выходе цепи при различных значениях  $f_p$  и  $Q$  (меняя их в широких пределах).

Зарисуйте семейство нормированных корреляционных функций для входного и выходного шума (при заданных  $f_p$  и  $Q$ ).

- В режиме «Осциллограммы» наблюдайте и сравните характер реализаций входного и выходного шума.

## **5. Фильтрация сигнала из смеси сигнала с шумом**

Сформируйте аддитивную смесь гармонического сигнала со случайной фазой ( $U_m=1$  В,  $f_0$  — из таблицы заданий) и широкополосного нормального шума («белый шум»,  $\bar{x}=0$ ,  $\sigma_x=2$  В).



В режиме «Осциллограммы» сравните степень влияния включения и выключения сигнала на характер реализаций следующих случайных процессов:

- а) сформированной смеси сигнала и шума на входе цепи;
- б) процесса на выходе однозвенного фильтра НЧ ( $f_{\text{ср}}=f_0$ );
- в) процесса на выходе одноконтурной резонансной цепи ( $f_p=f_0$ ,  $Q$  — из таблицы заданий).

Зарисуйте три характерные реализации.

### Контрольные вопросы

1. Что такое спектральный метод анализа прохождения случайного процесса через линейную цепь?
  2. Как, пользуясь спектральным методом, найти энергетический спектр выходного процесса? его корреляционную функцию? дисперсию? эффективное значение? среднее значение?
  3. Как при прохождении случайного процесса через линейную цепь изменяется его энергетический спектр? корреляционная функция? дисперсия? эффективное значение? среднее значение? характер реализаций?
  4. В каких случаях при анализе прохождения случайного процесса через линейную цепь шум на входе цепи можно считать белым?
  5. В каком случае при прохождении случайного процесса через линейную цепь происходит его нормализация?
  6. Каковы специфические особенности случайного процесса на выходе узкополосной резонансной цепи?
-

## Лабораторная работа № 4. УЗКОПОЛОСНЫЕ СЛУЧАЙНЫЕ ПРОЦЕССЫ

**Цель работы** — освоить основные понятия теории узкополосных случайных процессов, в первую очередь понятие огибающей случайного процесса.

Изучаются следующие **основные вопросы**:

1) понятие узкополосного случайного процесса; 2) особенности статистических характеристик — энергетического спектра, корреляционной функции, закона распределения — и характера реализаций узкополосного случайного процесса; 3) понятие суммы гармонического колебания и узкополосного случайного процесса; 4) понятия огибающей и сдвига фазы узкополосного случайного процесса, огибающей и сдвига фазы суммы гармонического колебания и узкополосного случайного процесса; 5) статистические характеристики и характер реализаций огибающей узкополосного случайного процесса; 6) статистические характеристики и характер реализаций огибающей суммы гармонического колебания («сигнала») и узкополосного случайного процесса (шума) при различном отношении сигнал / шум.

### Домашнее задание

Изучите вышеперечисленные основные вопросы. Рекомендуются учебник [1] (§ 7.3), учебное пособие [2] и конспект лекций.

1. Изобразите характер реализаций:

- а) узкополосного случайного процесса;
- б) огибающей узкополосного случайного процесса.

2. Изобразите характер реализаций:

- а) «аддитивной смеси» (суммы) гармонического сигнала и узкополосного шума (частота сигнала равна центральной частоте спектра шума, амплитуда сигнала в три раза больше эффективного значения шума);
- б) огибающей вышеуказанной суммы сигнала и шума.

3. Выпишите формулы для дифференциальных законов распределения:

- а) узкополосного нормального шума;
- б) огибающей узкополосного нормального шума;
- в) огибающей суммы гармонического сигнала и узкополосного нормального шума (амплитуда сигнала много больше эффективного значения шума).

4. Изобразите характер семейства дифференциальных законов распределения огибающих (пп.3б,3в) для различных значений амплитуды сигнала.

5. Выпишите формулы для корреляционных функций и энергетических спектров:

- а) узкополосного нормального шума с равномерным (прямоугольным) энергетическим спектром;
- б) огибающей вышеуказанного узкополосного шума;
- в) огибающей суммы гармонического сигнала и вышеуказанного узкополосного шума (амплитуда сигнала много больше эффективного значения шума).

6. Изобразите характер семейства нормированных корреляционных функций огибающих и характер семейства энергетических спектров огибающих для двух («предельных») значений амплитуды сигнала (пп.5б,5в).

## Лабораторное задание

Лабораторное исследование проводится в режиме математического моделирования: реализации узкополосного случайного процесса формируются компьютером (в виде последовательностей случайных чисел), огибающая узкополосного случайного процесса выделяется из исходного процесса путем его пропускания через т.н. «цифровой детектор огибающей» (представляющий собой математическую модель линейного амплитудного детектора с коэффициентом детектирования  $k_d=1$ ), а статистические характеристики процессов на входе и выходе детектора огибающей измеряются компьютером по методикам, известным из предыдущих лабораторных работ.

### *Подготовка установки к работе*

Включите генераторно-измерительную систему для изучения случайных процессов (ярлык «Случайные процессы» на рабочем столе). Выберите режим «Энергетические спектры». Включите индикацию формируемого процесса («Генер»). Установите «точность» 0,5 кГц.

#### **1. Узкополосный случайный процесс и его огибающая**

Сформируйте узкополосный нормальный шум с равномерным (прямоугольным) энергетическим спектром ( $\bar{x} = 0$ ,  $\sigma_x = 1$  В,  $f_n = 495$  кГц,  $f_v = 505$  кГц).

Перейдите в режим «Осциллограммы» и наблюдайте характер реализаций сформированного шума в различных масштабах времени, обращая внимание как на форму огибающей процесса, так и на форму его высокочастотного заполнения. Зарисуйте характерные реализации. После этого установите масштаб времени, позволяющий получить наглядное представление об огибающей процесса.

Выделите огибающую сформированного узкополосного шума, для чего подайте этот шум на «цифровой детектор огибающей» (линейный амплитудный детектор с  $k_d = 1$ ), установите частоту среза фильтра детектора  $f_{cp} = 25$  кГц и включите индикацию сигнала с выхода детектора («Измер»). Наблюдайте и зарисуйте характер реализаций огибающей узкополосного шума.

#### **2. Сумма гармонического сигнала и узкополосного шума и огибающая суммарного процесса**

Добавьте к сформированному узкополосному шуму гармонический «сигнал» (частота 500 кГц). Увеличивая амплитуду сигнала (1 В, 2 В, 3 В), наблюдайте изменение характера реализаций суммарного узкополосного процесса и его огибающей. Зарисуйте характер реализаций для амплитуды сигнала 3 В.

#### **3. Законы распределения изучаемых процессов**

Перейдите в режим «Дифференциальные законы распределения» и, предварительно подобрав соответствующие пределы отображения, зарисуйте на одном графике семейство из трех законов распределения – узкополосного нормального шума ( $\sigma_x = 1$  В), его огибающей, а также огибающей суммы гармонического сигнала (амплитуда 1,5 В и 3 В) и узкополосного нормального шума.

Здесь и далее на зарисованных графиках должны быть приведены шкалы значений измеряемых величин и указаны условия эксперимента.

#### **4. Корреляционные функции изучаемых процессов**

Перейдите в режим «Нормированные корреляционные функции» и, предварительно подобрав соответствующие пределы отображения, зарисуйте на одном графике нормированную корреляционную функцию узкополосного нормального шума, а на другом графике – нормированные корреляционные функции огибающей этого шума и огибающей суммы гармонического сигнала (амплитуда 3 В) и того же шума.

#### **5. Энергетические спектры изучаемых процессов**

Перейдите в режим «Энергетические спектры» и, предварительно подобрав соответствующие пределы отображения, зарисуйте на одном графике энергетический спектр узкополосного нормального шума, а на другом графике – энергетический спектр огибающей этого шума и огибающей суммы гармонического сигнала (амплитуда 3 В) и того же шума.

### **Контрольные вопросы**

1. Что такое узкополосный случайный процесс?
2. Каков характер энергетического спектра, корреляционной функции, закона распределения и реализаций узкополосного случайного процесса?
3. Что такое сумма гармонического колебания и узкополосного случайного процесса?
4. Что такое огибающая и сдвиг фазы узкополосного случайного процесса? суммы гармонического колебания и узкополосного случайного процесса?
5. Как теоретически рассчитать статистические характеристики — закон распределения, среднее значение, дисперсию, эффективное значение, корреляционную функцию, энергетический спектр — огибающей узкополосного нормального случайного процесса? огибающей суммы гармонического колебания («сигнала») и узкополосного нормального случайного процесса (шума) при большом отношении сигнал / шум?
6. Каков характер реализаций огибающей: узкополосного случайного процесса? суммы гармонического колебания и узкополосного случайного процесса при различном отношении сигнал / шум?
7. Как изменяется характер реализаций суммы гармонического колебания и узкополосного случайного процесса при изменении отношения сигнал / шум?
8. Как определить эффективное значение узкополосного высокочастотного шума, если имеющийся вольтметр предназначен для измерения низкочастотных шумов? если при этом исследуемый узкополосный шум действует в сумме с гармоническим сигналом (отношение сигнал / шум достаточно велико)?

## **БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК**

1. **Баскаков С.И.** Радиотехнические цепи и сигналы. – М.: Высшая школа, 2003.
2. **Карташев В.Г., Шалимова Е.В.** Основы теории случайных процессов. – М.: Издательство МЭИ, 2005.