

Национальный исследовательский университет «МЭИ»
Институт Радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова

Лабораторная работа №4
«Решение навигационной задачи по псевдодальномерным измерениям»

Студент: Жеребин В.Р.
Группа: ЭР-15-15

Москва
2019

Цель работы

Решение навигационной задачи состоит в определении текущего вектора состояния. Псевдодальномерный метод измерения относится к позиционным методам. Позиционный метод основан на определении местоположения объекта путем засечек, представляющих собой точку пересечения двух или более линий (поверхностей) положения, относительно известных ориентиров.

Постановка навигационной задачи

Дано:

1. Вектор измерений псевдодальностей (3 измерения):

$$\hat{R} = |\hat{R}_1 \quad \hat{R}_2 \quad \hat{R}_3|^T = |3.19 \quad 2.423 \quad 6.232|^T$$

2. Координаты 3 опорных точек, записанные в векторном виде:

$$\mathbf{x}_1 = |x_1 \quad y_1 \quad z_1|^T = |4.7 \quad 5.09 \quad 0.774|^T$$

$$\mathbf{x}_2 = |x_2 \quad y_2 \quad z_2|^T = |1.579 \quad 0.858 \quad 0.78|^T$$

$$\mathbf{x}_3 = |x_3 \quad y_3 \quad z_3|^T = |9 \quad 3.476 \quad 1.557|^T$$

Найти: расширенный вектор состояния $\chi = |\mathbf{x}^T \quad D'^T|^T$, где $\mathbf{x} = |x_0 \quad y_0 \quad z_0|^T$

Решение навигационной задачи

1. Функциональная связь между измеряемой дальностью и координатами объекта

$$R_i = \sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2 + (z_i - z_0)^2} + c\tau' = \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}\| + D'$$

$$\mathbf{R} = \mathbf{f}(\chi) = \begin{bmatrix} \|\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}\| \\ \|\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}\| \\ \|\mathbf{x}_3 - \mathbf{x}\| \end{bmatrix} + D' \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

2. Применим метод наименьших квадратов (МНК), который минимизирует квадратичную норму вектора невязок

$$\|\hat{\mathbf{R}} - \mathbf{f}(\chi)\| \rightarrow \min$$

3. Для применения МНК найдем градиентную матрицу – производную функции $\mathbf{f}(\chi)$, связывающей вектор измерений с вектором состояния, по вектору состояния χ .

$$\frac{\partial \mathbf{f}(\chi)}{\partial \chi} = \mathbf{H}(\chi) = \begin{bmatrix} \frac{-(x_1 - x_0)^T}{\|\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}\|} \\ \frac{-(x_2 - x_0)^T}{\|\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}\|} \\ \frac{-(x_3 - x_0)^T}{\|\mathbf{x}_3 - \mathbf{x}\|} \end{bmatrix} =$$

$$= - \begin{bmatrix} \frac{x_1 - x_0}{\sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2 + (z_1 - z_0)^2}} & \frac{y_1 - y_0}{\sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2 + (z_1 - z_0)^2}} & \frac{z_1 - z_0}{\sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2 + (z_1 - z_0)^2}} \\ \frac{x_2 - x_0}{\sqrt{(x_2 - x_0)^2 + (y_2 - y_0)^2 + (z_2 - z_0)^2}} & \frac{y_2 - y_0}{\sqrt{(x_2 - x_0)^2 + (y_2 - y_0)^2 + (z_2 - z_0)^2}} & \frac{z_2 - z_0}{\sqrt{(x_2 - x_0)^2 + (y_2 - y_0)^2 + (z_2 - z_0)^2}} \\ \frac{x_3 - x_0}{\sqrt{(x_3 - x_0)^2 + (y_3 - y_0)^2 + (z_3 - z_0)^2}} & \frac{y_3 - y_0}{\sqrt{(x_3 - x_0)^2 + (y_3 - y_0)^2 + (z_3 - z_0)^2}} & \frac{z_3 - z_0}{\sqrt{(x_3 - x_0)^2 + (y_3 - y_0)^2 + (z_3 - z_0)^2}} \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{matrix}$$

4. Находим вектор состояния \mathbf{x} , пользуясь итеративным алгоритмом:

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{x}_{k-1} + \left(\mathbf{H}(\mathbf{x})^T \cdot \mathbf{H}(\mathbf{x}) \right)^{-1} \cdot \mathbf{H}(\mathbf{x})^T \cdot (\hat{\mathbf{R}} - \mathbf{f}(\mathbf{x}_{k-1}))$$

$\mathbf{x}_0 = [0 \ 0 \ 0]^T$ – начальное приближение, k – номер итерации;

Критерий останова:

$$\|\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_{k-1}\| \leq \varepsilon$$

$\varepsilon = 10^{-3}$ – требуемая точность

Расчет навигационной задачи

Для расчета используется программа *MATLAB R2017a*, листинг программы представлен в приложении. Сведем полученные результаты в таблицу.

Таблица 1. К расчету вектора координат объекта

№ итерации	$\ \mathbf{x}_k - \mathbf{x}_{k-1}\ $	Координаты объекта		
		x	y	z
0	-	0	0	0
1	16,0839	5,518	2,353	-14,924
2	14,6213	-2,085	2,949	-2,449
3	8,4326	5,314	2,388	-6,455
4	6,0121	1,596	1,989	-1,747
5	2,0404	3,383	2,683	-1,047
6	0,8145	3,094	2,436	-0,325
7	0,1635	3,091	2,501	-0,175
8	0,0114	3,09	2,5	-0,163
9	$5,7043 \times 10^{-5}$	3,09	2,5	-0,163

Расчет с требуемой точностью произведен за 9 итераций. Координата по z оказалась отрицательной, что исключено и является ошибкой, это связано с неточными изменениями дальностей и геометрическим фактором опорных точек. «Истинные» координаты объекта: $[3,038 \ 2,941 \ 1,87]^T$.

Приложение 1

Листинг программы MATLAB

```
close all; clear all; clc;

c = 3e8;
tay = 1e-6;

%R = [5.45; 9.99; 2.473];
R = [3.19; 2.423; 6.232];
X1 = [4.7; 5.09; 0.774];
X2 = [1.579; 0.858; 0.78];
X3 = [9; 3.476; 1.557];
%x = [0; 0; 0];
D = c*tay;
Ksi = [0; 0; 0; D];

epsilon = 1e-3;
epsi = 10;
k_iter = 0;

while (epsi>=epsilon)
    f1 = Ksi(4) + sqrt((X1(1)-Ksi(1))^2 + (X1(2)-Ksi(2))^2 + (X1(3)-
Ksi(3))^2);
    f2 = Ksi(4) + sqrt((X2(1)-Ksi(1))^2 + (X2(2)-Ksi(2))^2 + (X2(3)-
Ksi(3))^2);
    f3 = Ksi(4) + sqrt((X3(1)-Ksi(1))^2 + (X3(2)-Ksi(2))^2 + (X3(3)-
Ksi(3))^2);
    f = [f1; f2; f3];

    %% первая строка
    H11 = (X1(1)-Ksi(1))/f1;
    H12 = (X1(2)-Ksi(2))/f1;
    H13 = (X1(3)-Ksi(3))/f1;
    %% вторая строка
    H21 = (X2(1)-Ksi(1))/f2;
    H22 = (X2(2)-Ksi(2))/f2;
    H23 = (X2(3)-Ksi(3))/f2;
    %% третья строка
    H31 = (X3(1)-Ksi(1))/f3;
    H32 = (X3(2)-Ksi(2))/f3;
    H33 = (X3(3)-Ksi(3))/f3;

    H = -[H11 H12 H13 1;
          H21 H22 H23 1;
          H31 H32 H33 1];

    Ksi_old = Ksi;
    Ksi = Ksi + inv(H'*H)*H'*(R - f);

    epsi = sqrt((Ksi(1)-Ksi_old(1))^2 + (Ksi(2)-Ksi_old(2))^2 + (Ksi(3)-
Ksi_old(3))^2);
    k_iter = k_iter + 1
end
```