

Национальный исследовательский университет «МЭИ»  
Институт Радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова  
Кафедра Основ радиотехники

Типовой расчет  
По электродинамике

Студент: Жеребин В.Р.

Группа: ЭР-15-15

Москва

2017

## Часть 1. Плоские волны

Плоская электромагнитная волна с линейной поляризацией распространяется в среде с потерями вдоль оси  $x$  в сторону увеличения координаты. Известны и приведены в таблице: относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости среды  $\epsilon$  и  $\mu$ , удельная проводимость среды  $\sigma$ , частоты  $f_1$  и  $f_2$ . Для различных вариантов в начале координат заданы: а) начальная фаза колебаний проекции вектора  $H$  или вектора  $E$  на некоторую ось; б) средняя плотность мощности потерь  $p_{\text{ср}}$  или средняя плотность потока мощности  $P_{\text{ср}}$  или средняя плотность энергии электрического поля  $w_{\text{Эср}}$  или средняя плотность энергии магнитного поля  $w_{\text{мср}}$  (для частоты  $f_1$ ).

| Ось | $\epsilon$ | $\mu$ | $\sigma$ См/м | $f_1$ , ГГц | $f_2$ , ГГц | $\varphi(0)$            | $p_{\text{ср}}$ , мВт/м <sup>3</sup> |
|-----|------------|-------|---------------|-------------|-------------|-------------------------|--------------------------------------|
| $x$ | 6,5        | 2,5   | 0,002         | 0,08        | 0,0015      | $\varphi_{Hy} = -\pi/4$ | 5                                    |

Падение из воздуха в среду.

1. Найдите тангенс угла потерь и угол потерь на частотах  $f_1$  и  $f_2$ .

$$\begin{aligned} \sigma &:= 0.002 & \pi &:= 3.14 \\ f_1 &:= 0.08 \cdot 10^9 & \epsilon &:= \frac{10^{-9}}{36\pi} = 8.846 \times 10^{-12} \\ f_2 &:= 0.0015 \cdot 10^9 & \mu &:= 2.5 \end{aligned}$$

$$\text{tg}\delta_1 := \frac{\sigma}{f_1 \cdot 2 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot \epsilon_0} = 0.069 \qquad \delta_1 := 3.947^\circ$$

$$\text{tg}\delta_2 := \frac{\sigma}{f_2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot \epsilon_0} = 3.692 \qquad \delta_2 := 74.845^\circ$$

2. Рассчитайте и постройте частотные зависимости коэффициента фазы, коэффициента ослабления, длины волны и фазовой скорости по точным формулам (жирная линия) в диапазоне частот, в котором тангенс угла потерь изменяется в пределах от 0.02 до 50. Используйте логарифмический масштаб по оси частот. На этих же графиках покажите кривые, полученные: а) по приближенным формулам для среды с малыми потерями (тонкая линия, в диапазоне, где  $\text{tg}\delta=0,02..1$ ); б) по приближенным формулам для хорошо проводящей (металлоподобной) среды (тонкая штриховая линия, в диапазоне, где  $\text{tg}\delta=1..50$ ). По графикам определите частотные области, в которых приближенные формулы дают погрешность не выше 5%.

Расчет по полным формулам:

$$\beta_{\text{точн.}}(f) := \frac{2\pi \cdot f}{c} \sqrt{\mu \cdot \epsilon} \cdot \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{1 + \left( \frac{\sigma}{2\pi f \cdot \epsilon \cdot \epsilon_0} \right)^2}} \quad \text{— коэффициент фазы}$$

$$\alpha_{\text{точн.}}(f) := \frac{2\pi \cdot f}{c} \sqrt{\mu \cdot \epsilon} \cdot \sqrt{\frac{-1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{1 + \left( \frac{\sigma}{2\pi f \cdot \epsilon \cdot \epsilon_0} \right)^2}} \quad \text{— коэффициент ослабления}$$

$$\lambda_{\text{точн.}}(f) := \frac{2\pi}{\beta_{\text{точн.}}(f)} \quad \text{— длина волны}$$

$$V_{\text{точн.}}(f) := \frac{2\pi \cdot f}{\beta_{\text{точн.}}(f)} \quad \text{— фазовая скорость}$$

Расчет по приближенным формулам для сред с малыми потерями:

$$\beta_{\text{м.п.}}(f) := \frac{2\pi \cdot f}{c} \sqrt{\mu \cdot \epsilon}$$

$$\alpha_{\text{м.п.}}(f) := \frac{\sigma}{2} \cdot Z_0 \cdot \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$$

$$\lambda_{\text{м.п.}}(f) := \frac{c}{f \cdot \sqrt{\epsilon \cdot \mu}}$$

$$V_{\text{м.п.}}(f) := \frac{c}{\sqrt{\mu \cdot \epsilon}}$$

Расчет по приближенным формулам для магнитодиэлектрических сред без потерь:

$$\beta_{\text{б.п.}}(f) := \sqrt{\frac{2 \cdot \pi \cdot f \cdot \mu \cdot \mu_0 \cdot \sigma}{2}}$$

$$\alpha_{\text{б.п.}}(f) := \sqrt{\frac{2 \cdot \pi \cdot f \cdot \mu \cdot \mu_0 \cdot \sigma}{2}}$$

$$\lambda_{\text{б.п.}}(f) := 2\pi \cdot \sqrt{\frac{2}{2\pi \cdot f \cdot \mu \cdot \mu_0 \cdot \sigma}}$$

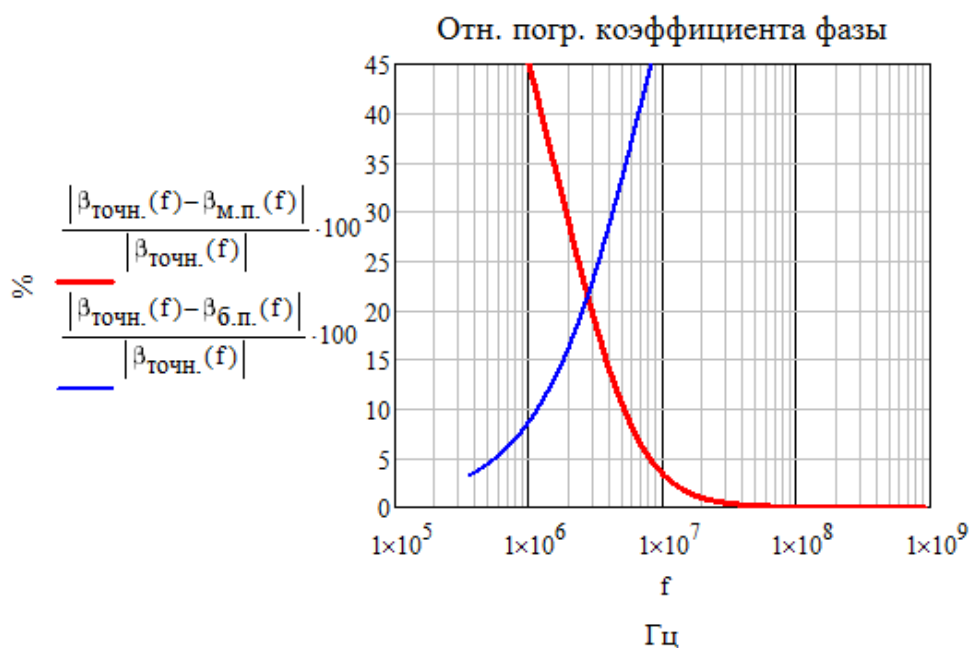
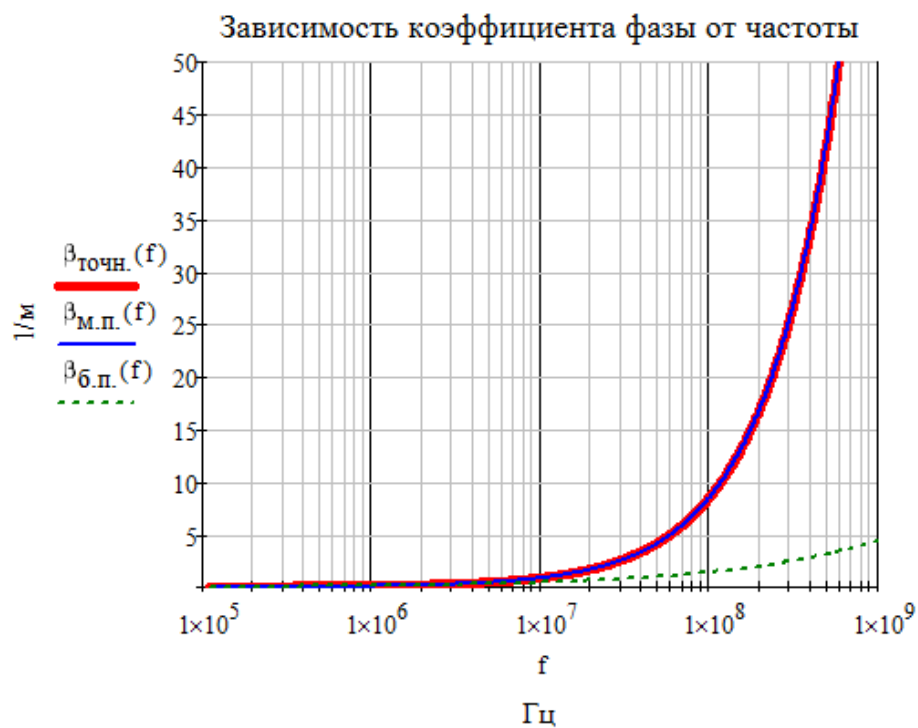
$$V_{\text{б.п.}}(f) := \sqrt{\frac{(4\pi \cdot f)}{\mu \cdot \mu_0 \cdot \sigma}}$$

Расчет диапазона частот:

$$\text{tg}\delta 1 := 0.02 \quad f_{1\text{г}} := \frac{\sigma}{\text{tg}\delta 1 \cdot 2 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot \epsilon_0} = 2.769 \times 10^8$$

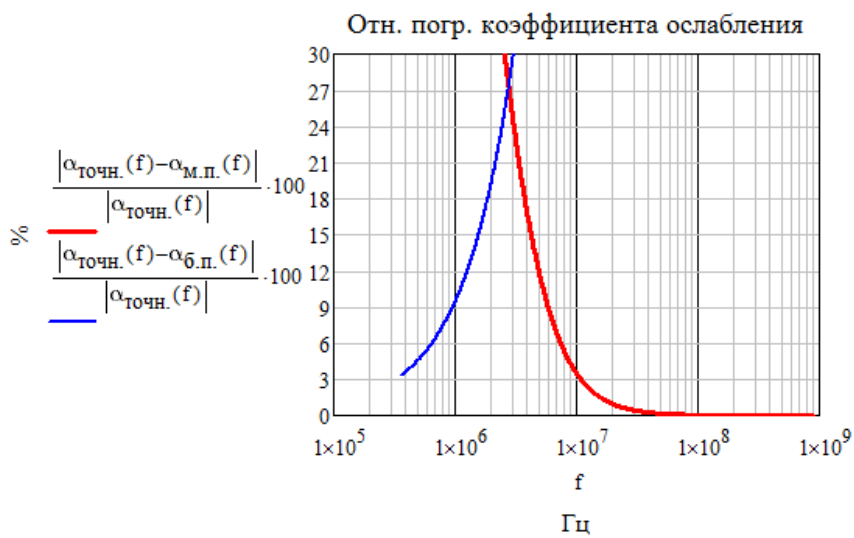
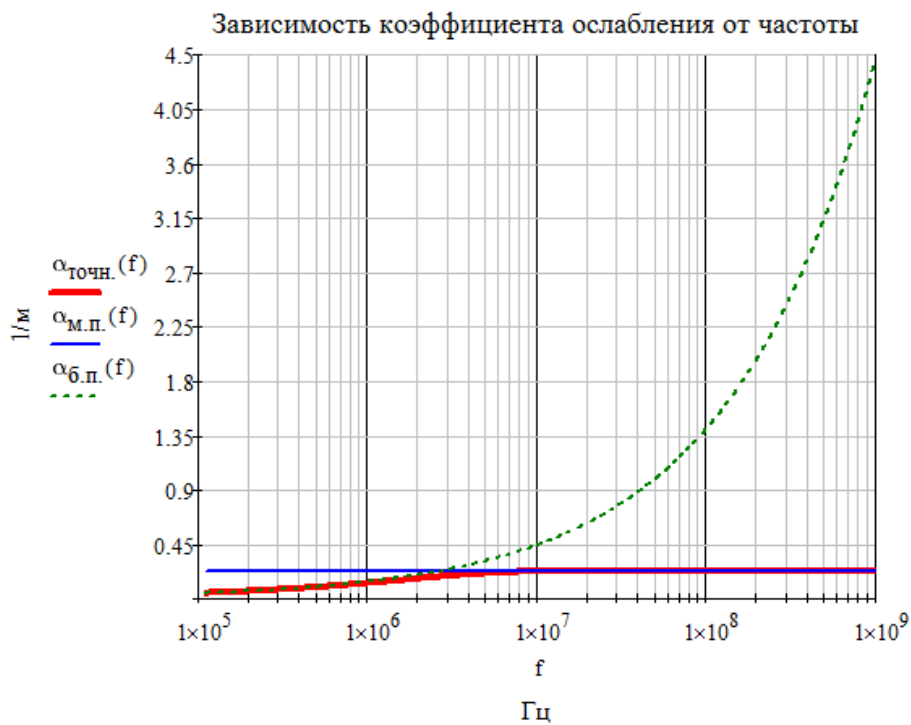
$$\text{tg}\delta 2 := 1 \quad f_{2\text{г}} := \frac{\sigma}{\text{tg}\delta 2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot \epsilon_0} = 5.538 \times 10^6$$

$$\text{tg}\delta 3 := 50 \quad f_{3\text{г}} := \frac{\sigma}{\text{tg}\delta 3 \cdot 2 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot \epsilon_0} = 1.108 \times 10^5$$



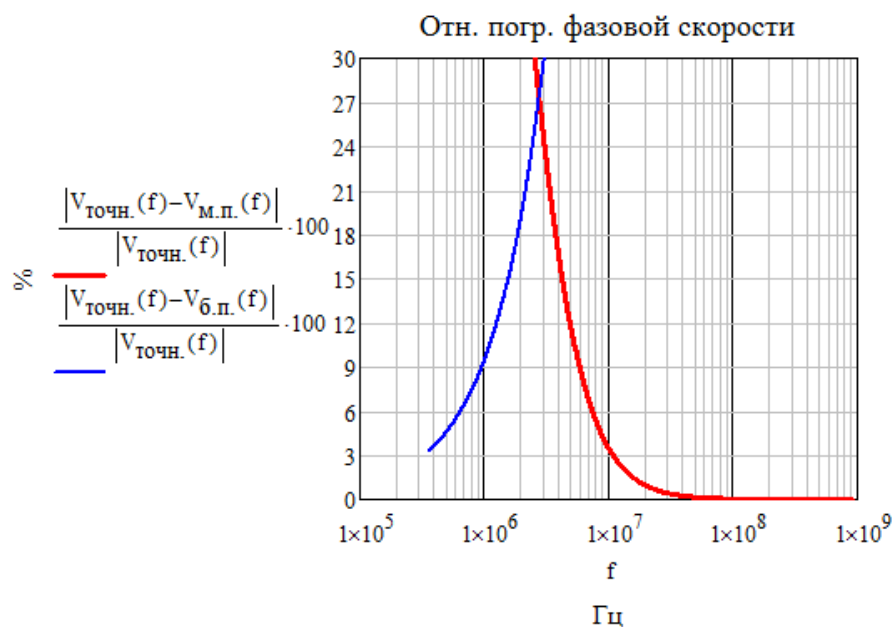
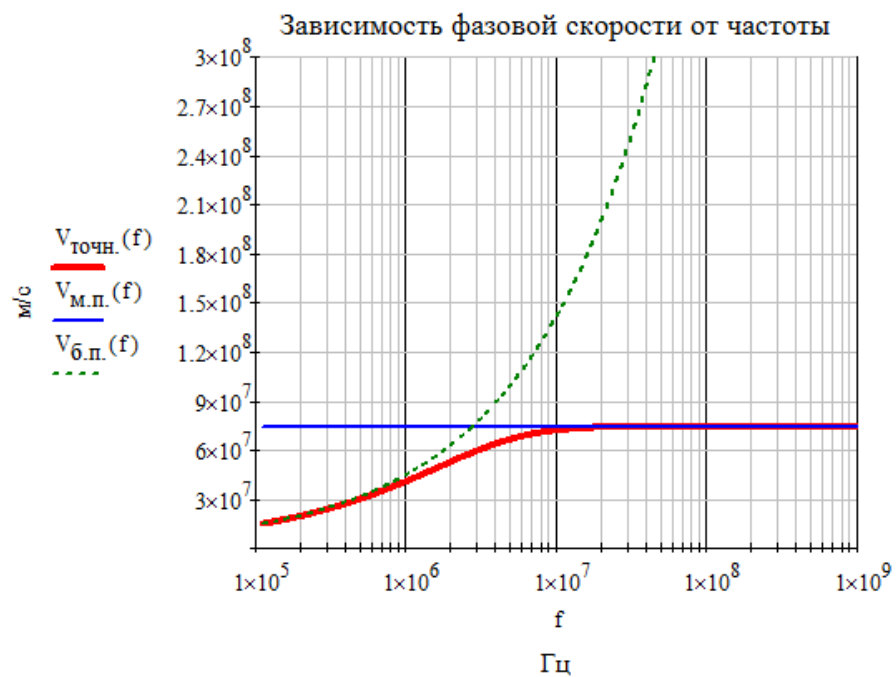
На частоте меньше 1 МГц формула для больших потерь дает погрешность меньше 5%.

На частоте больше 10 МГц формула для малых потерь дает погрешность меньше 5%.



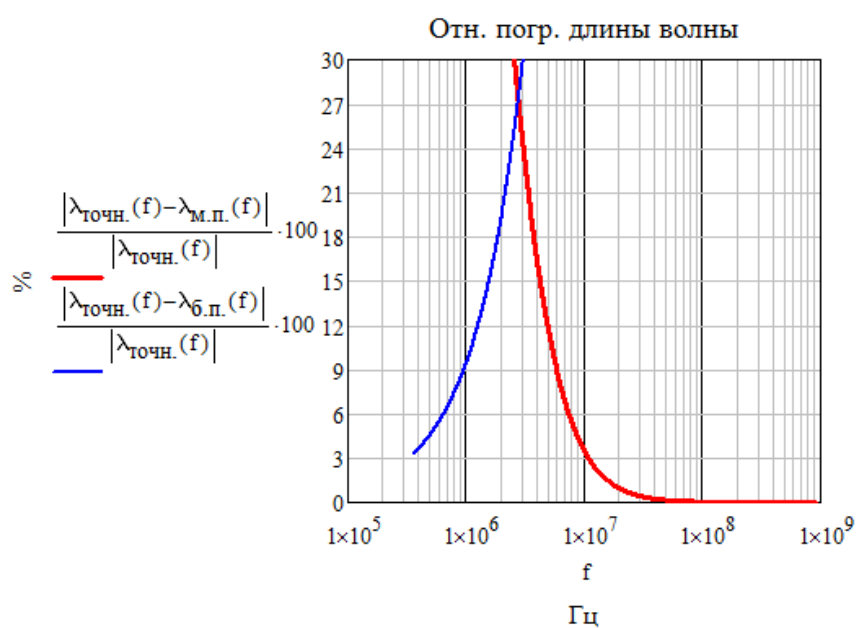
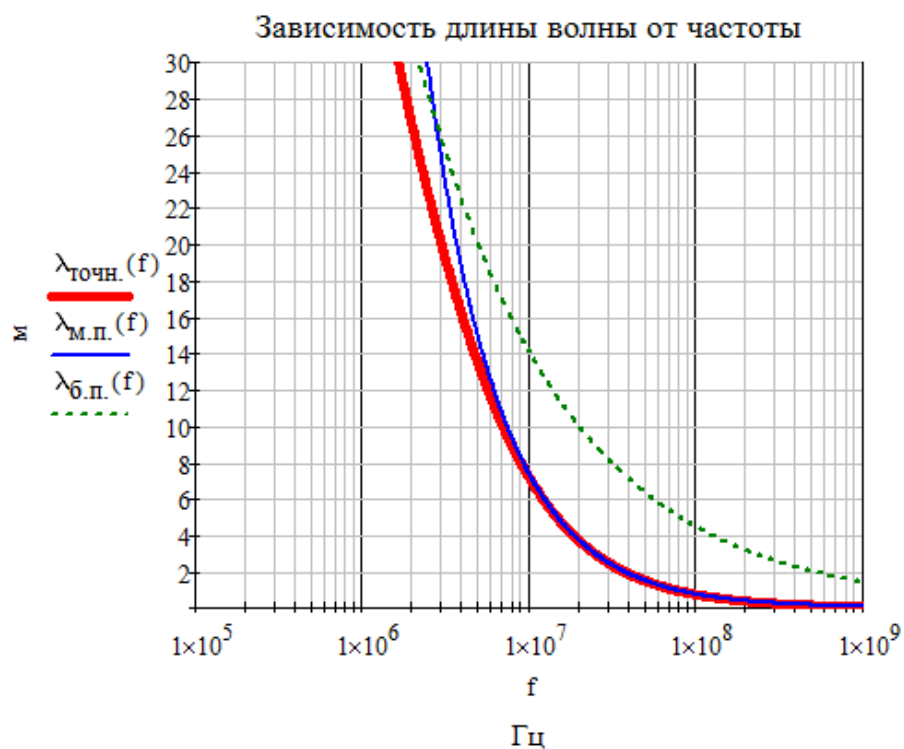
На частоте меньше 1 МГц формула для больших потерь дает погрешность меньше 5%.

На частоте больше 10 МГц формула для малых потерь дает погрешность меньше 5%.



На частоте меньше 1 МГц формула для больших потерь дает погрешность меньше 5%.

На частоте больше 10 МГц формула для малых потерь дает погрешность меньше 5%.



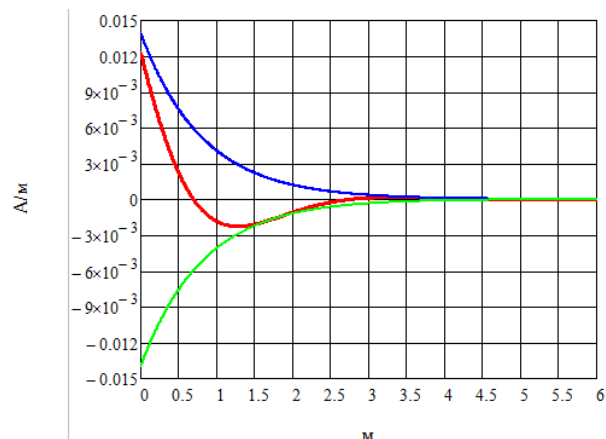
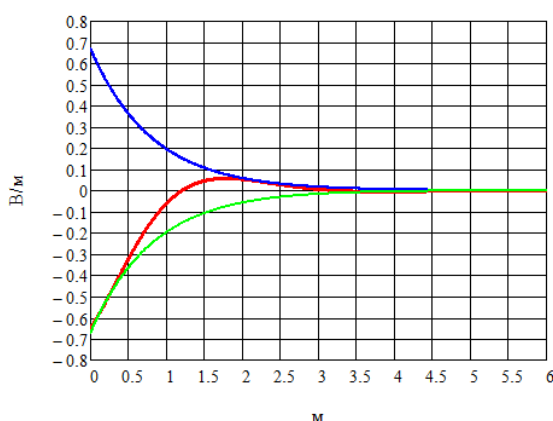
На частоте меньше 1 МГц формула для больших потерь дает погрешность меньше 5%.

На частоте больше 10 МГц формула для малых потерь дает погрешность меньше 5%.

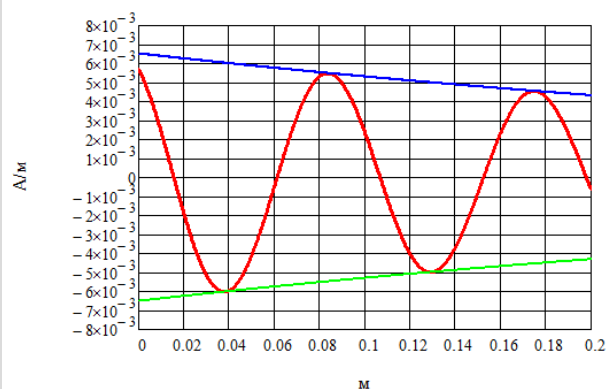
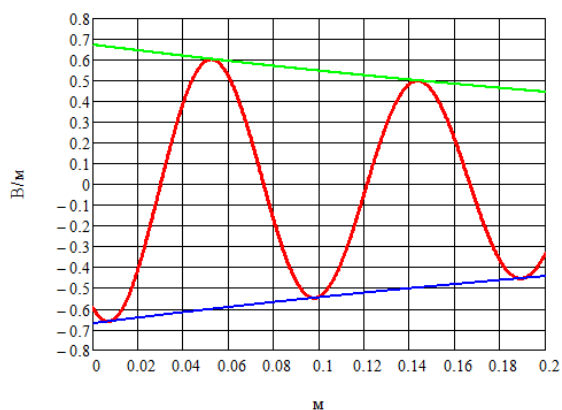
2. Для частот  $f_1, f_2$  и  $f_3$  рассчитайте и сведите в таблицу значения коэффициента фазы, коэффициента ослабления, длины волны, модуля и фазы характеристического сопротивления среды. Получите общие формулы (для Вашего случая) и формулы с конкретными числовыми параметрами (на частотах  $f_1, f_2$  и  $f_3$ ) для зависимостей комплексных амплитуд векторов  $E$  и  $H$  и плотности потока мощности от пространственной координаты и для зависимостей мгновенных значений векторов  $E$  и  $H$  от пространственной координаты и от времени. Для частот  $f_1$  и  $f_2$  рассчитайте и постройте зависимости амплитуды и мгновенных (при  $t = 0$ ) значений проекций векторов  $E, H$  а также модуля вектора  $P_{CP}$  от пространственной координаты распространения волны в пределах от 0 до  $1,5\lambda$ . **Примечание.** Графики для амплитуды совместите с графиками для мгновенных значений. Для каждой частоты все графики приведите на одной странице один под другим в одинаковом масштабе по горизонтали.

| $f$            | 80 МГц  | 1.5 МГц | 10.95 МГц |
|----------------|---------|---------|-----------|
| $\beta(f)$     | 6.758   | 0.197   | 0.952     |
| $\alpha(f)$    | 0.234   | 0.151   | 0.227     |
| $\lambda(f)$   | 0.93    | 31.941  | 6.598     |
| $ Z_c(f) $     | 233.521 | 119.539 | 220.866   |
| $\arg(Z_c(f))$ | 1.98    | 37.423  | 13.41     |

Зависимости амплитуды и мгновенного значения для частоты  $f_1$ .

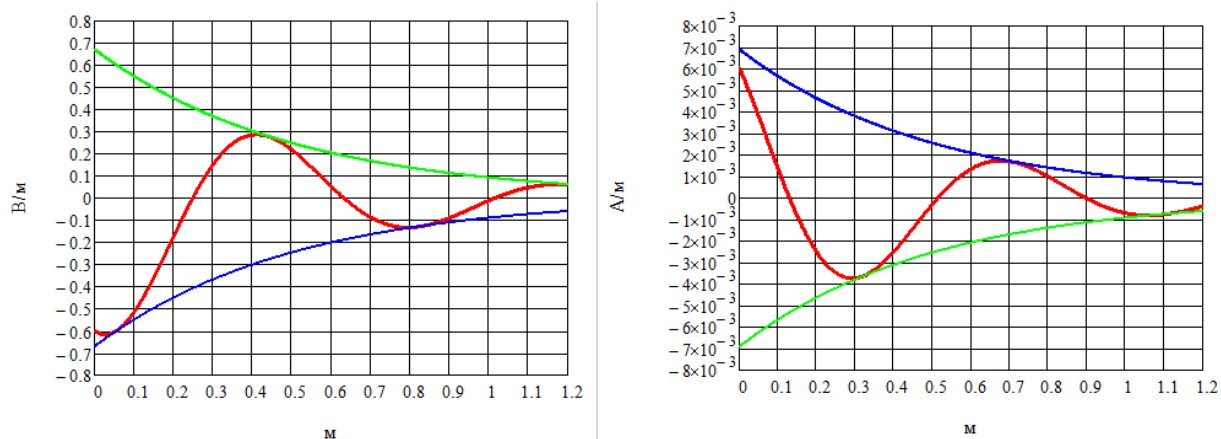


Зависимости амплитуды и мгновенного значения для частоты  $f_2$ .

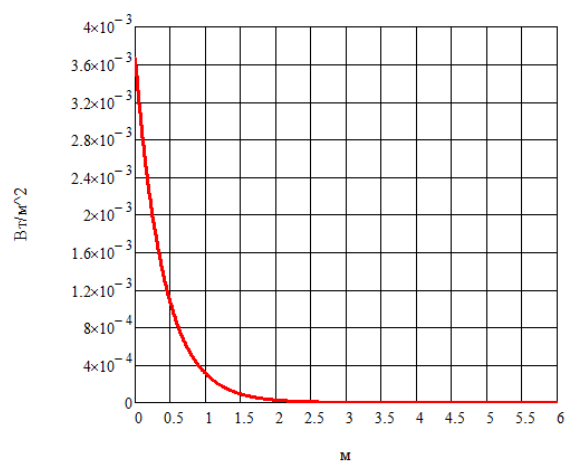




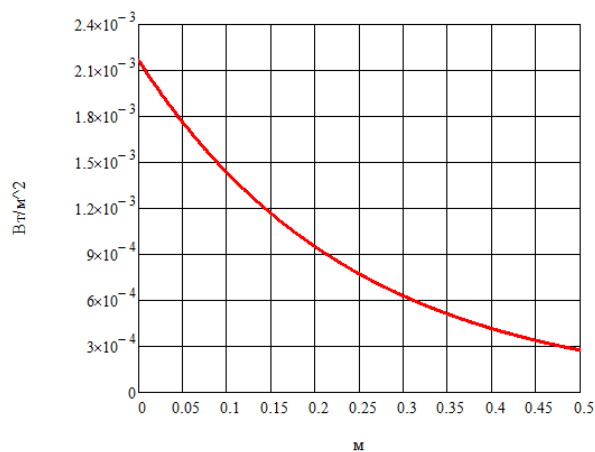
Зависимости амплитуды и мгновенного значения для частоты  $f_3$ .



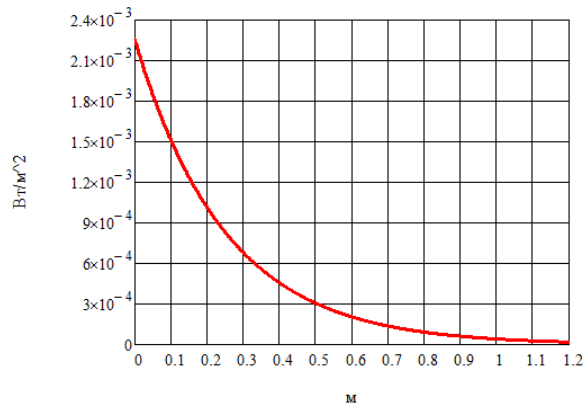
Зависимость плотности потока мощности от координаты распространения:  
для частоты  $f_1$ .



для частоты  $f_2$ .



для частоты  $f_3$ .



### Вывод:

1) При частоте ниже 1 МГц лучше использовать формулы для среды с большими потерями, а при частотах выше 10 МГц – для среды с малыми потерями. На частотах от 1 МГц до 10 МГц приближенные формулы дают большую погрешность. Это объясняется тем, что  $\tan \delta$  обратно пропорционален частоте волны.

2) В среде с потерями временной сдвиг фаз между магнитной и электрической составляющими поля определяется фазой характеристического сдвига среды  $\frac{\delta}{2}$  и частотой  $\omega$  и равен  $\frac{\delta}{2\omega}$ .

Пространственный сдвиг между E и H определяется фазой характеристического сопротивления среды  $\frac{\delta}{2}$  и коэффициентом фазы  $\beta$  и равен  $\frac{\delta}{2\beta}$ . Таким образом, пространственный и временной сдвиги между E и H обратно пропорциональны частоте.

3) На расстоянии  $\lambda$  затухание волны обратно пропорционально частоте.