

Лекция 1.

ОБЗОР ТИПОВ АНТЕНН; УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА, ДИПОЛЬ ГЕРЦА, ДИАГРАММА НАПРАВЛЕННОСТИ АНТЕННЫ

Антенна – это существенная и нередко самая заметная часть радиосистемы. Нам предстоит понять, как работают антенны, научиться рассчитывать некоторые из них, а на лабораторных занятиях – попрактиковаться в измерении простейших антенных характеристик.

1.1 Краткий обзор типов антенн.

Начнём с краткого (и неполного) обзора типов антенн в зависимости от назначения.

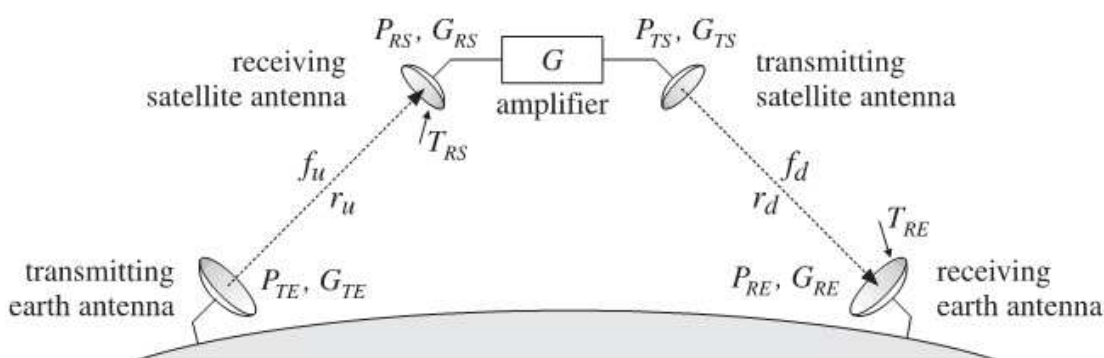


Рис.1.1. Спутниковый ретранслятор

На рис.1.1 представлена упрощённая схема работы спутникового ретранслятора. В ней задействованы две наземные и две спутниковые (бортовые) антенны, две передающие и две приёмные.



Рис.1.2. Антенны спутника связи

Две спутниковые антенны (приёмная и передающая) схемы ретранслятора рис.1.1 совмещены на спутнике, изображённом на рис.1.2, в одной приёмо-передающей антенне. Её размеры превосходят размеры остальных элементов спутника. Эта антенна формирует несколько одновременно функционирующих направленных радиолучей, чтобы обслуживать всю, часто очень существенную, зону покрытия (например, всю территорию России). Кроме основной антенны на спутнике размещено несколько вспомогательных антенн, входящих в командную и телеметрическую радиосистемы. Нечего и говорить, что в процессе выведения спутника на орбиту все антенны должны быть сложены и упрятаны внутрь. Конструкции антенн включают точные и сложные управляемые механизмы. Хотя на схеме рис.1.1 центральный элемент спутника-ретранслятора обозначен как усилитель, на самом деле это устройство, осуществляющее приём и передачу сигнала с преобразованием частоты. Это накладывает дополнительные требования к структуре антенно-фидерной схемы приёмо-передающей антенны. Понятно, что все элементы спутника должны работать сверхнадёжно, потому что исправление погрешностей и ремонт практически невозможны.

В качестве наземных антенн, работающих в системе спутниковой связи, чаще всего используют направленные параболические антенны. Они бывают достаточно простыми, как, например, спутниковые «тарелки» для приёма телевизионных программ, украшающие стены многих жилых домов, но могут быть и более сложными, позволяющими одновременно принимать сигналы от нескольких спутников. Такая антенна показана на рис.1.3.



Рис. 1.3. Многолучевая антенна для приёма спутникового телевидения

В наше время жизнь немыслима без сотовой связи и Интернета. Различного типа антенны есть в каждом мобильном телефоне, во многих модемах компьютеров, а также во всех современных гибридах компьютера и телефона. Некоторые из таких антенн показаны на рис. 1.4,а, 1.4,б, и 1.4,в Производство этих антенн наиболее массовое.

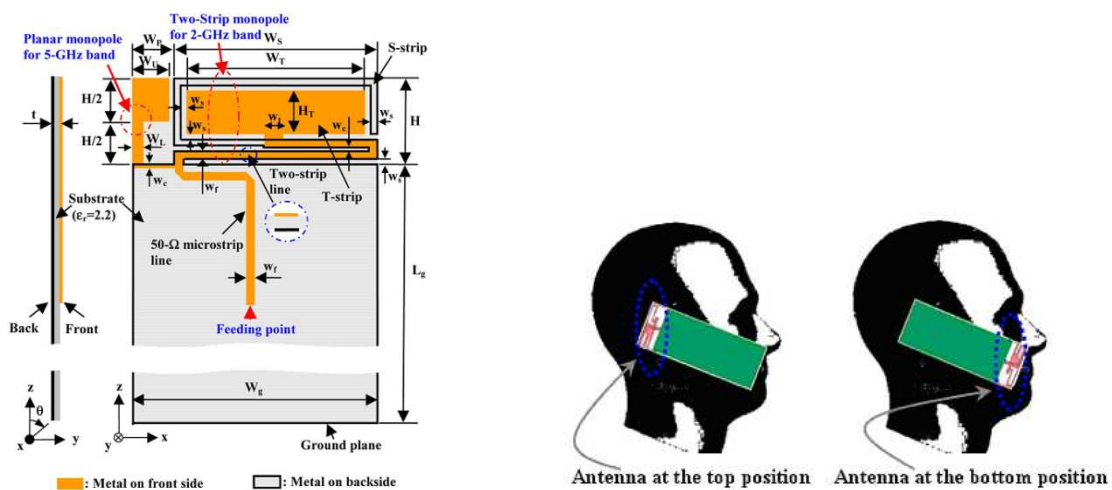


Рис. 1.4,а. Антенна в мобильном телефоне

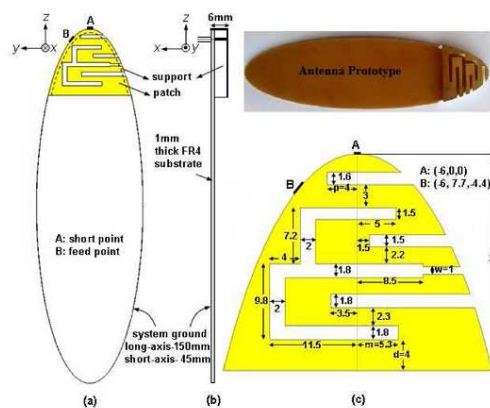


Рис. 1.4,б. Антенна сконструирована с учётом формы аппарата

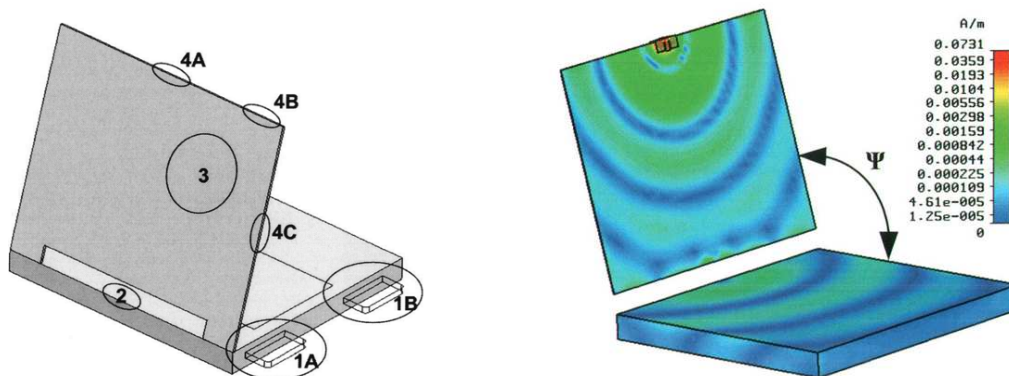


Рис. 1.4,в. Антенны в ноутбуке

В небольших посёлках, а также вдоль автомобильных и железных дорог стоят многочисленные вышки и башни базовых станций сотовой связи (рис.1.5). В городах антенны базовых станций располагают на крышах высоких зданий.



Рис. 1.5. Антенны базовой станции сотовой связи

Радиолокационные станции (рис. 1.6) обычно содержат одну приёмо-передающую антенну достаточно больших размеров

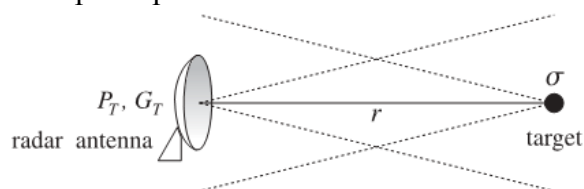


Рис. 1.6. Схема радиолокационной станции.

Радиолокационные антенны могут быть стационарными, как, например, на радиолокационной станции дальнего обнаружения, показанной на рис.1.7. В стенах усечённой пирамиды, образующей станцию, вмонтированы многоэлементные фазированные антенные решётки, позволяющие обнаруживать и сопровождать быстро летящие цели, а также наводить на них средства противодействия.

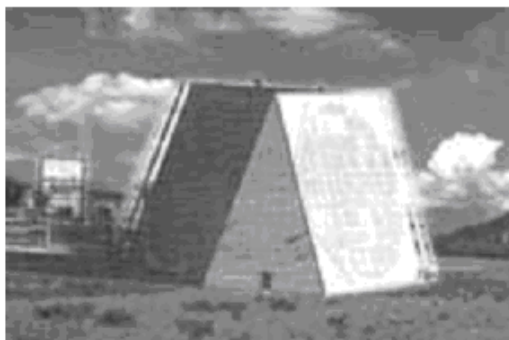


Рис. 1.7. Радар дальнего обнаружения



РЛС "ДОН"

На рис. 1.8 показан танк с радиолокационной фазированной антенной решёткой. Такое техническое решение возникло в результате компромисса между увеличением дальности обнаружения противника и увеличением уязвимости военной машины из-за значительных размеров антенны.



Рис. 1.8. Радар секторного обзора

На следующих двух рисунках показаны радиоастрономические антенны, позволяющие решать очень важные научные задачи. На рис.1.9 изображены элементы радиоастрономического диапазонного крестообразного радиотелескопа (ДКР 1000, гор. Пуццино под Серпуховым).



Рис. 1.9. Часть радиоастрономической антенны ДКР 1000

На рис.1.10 показан 32-метровый радиотелескоп радиоастрономической системы «Квазар», расположенный в посёлке Светлом вблизи Санкт-Петербурга.



Рис.1.10. Радиотелескоп системы «Квазар»

Радиоастрономические системы решают не только глобальные научные задачи, связанные с устройством окружающей нас Вселенной, но также сугубо земные, например, задачу

наиболее точной синхронизации часов, а также исследования движения литосферных плит, вызывающего грозные извержения вулканов и землетрясения.

Огромные размеры имеют антенны дальней космической связи, примером которых является 64-метровая антенна ТНА-1500 в Медвежьих Озёрах рис.1.11 (10 км от МКАД по Щёлковскому шоссе)

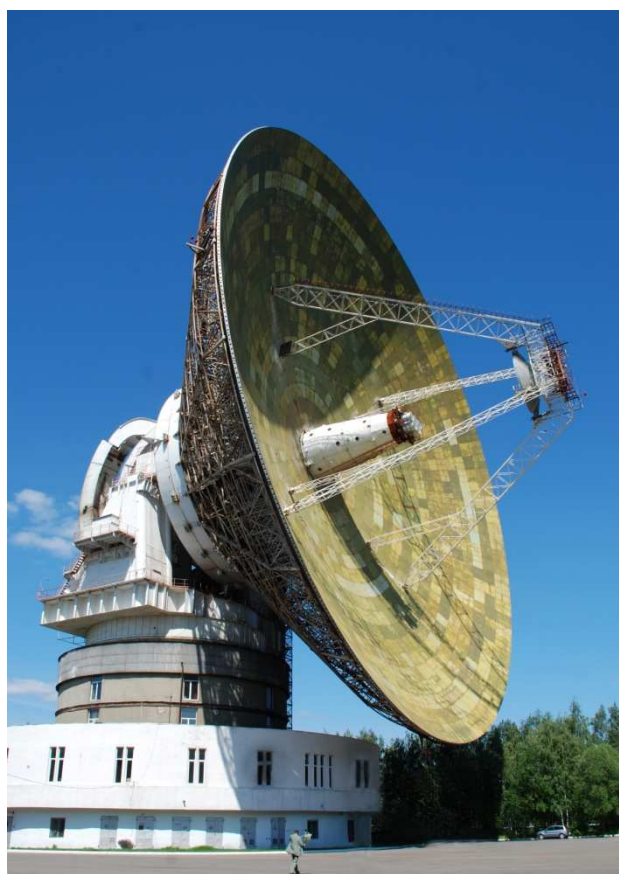


Рис. 1.11. ТНА-1500

В зависимости от назначения к характеристикам различных антенн предъявляются разные требования. Характеристика направленности наземной антенны, осуществляющей радиосвязь с самолётом, должна быть такой, чтобы мощность сигнала, принимаемого на самолёте, не менялась при изменении расстояния (рис. 1.12).

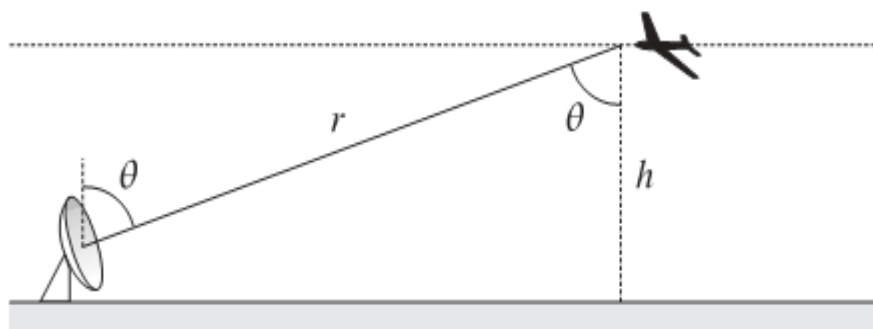


Рис. 1.12. Схема радиосвязи с самолётом

К конструкциям антенн, размещённых на быстро летающих аппаратах обычно предъявляют требование, чтобы они не нарушали аэродинамические характеристики

корпуса аппарата. При выполнении этих требований необходимо знать, как влияет корпус аппарата на характеристики антенн.

В антенной теории и технике известны различные технологии производства и методы расчёта антенн, которые зависят от назначения, диапазона частот и размеров антенн. Простейшие методы расчёта антенн и будут изучаться в нашем курсе.

1.2 Уравнения Максвелла; эксперимент Герца

В 60-х годах 19 века английский физик Максвелл предложил описывать физику электромагнитных явлений (экспериментально исследованных Фарадеем) с помощью системы из 20 дифференциальных уравнений с 20-ю неизвестными. Ведущие физики и математики того времени пытались понять суть этих уравнений, часто, не очень то им доверяя. Пытались из уравнений Максвелла выделить описание каких-нибудь знакомых им физических процессов, например, механических. Успех пришёл к немецкому физiku Генриху Герцу. Он свёл систему Максвелла к системе из нескольких дифференциальных уравнений относительно декартовых составляющих 2-х векторных функций: 3-мерного пространства и времени \mathbf{E} и \mathbf{H} :

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{H} &= \epsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mathbf{j}^e; & \operatorname{rot} \mathbf{E} &= -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}; \\ \operatorname{div} \mathbf{E} &= \frac{\rho^e}{\epsilon}; & \operatorname{div} \mathbf{H} &= 0; \end{aligned} \quad (1-1)$$

При записи этих уравнений Герц ещё не использовал векторную символику, называл векторы «направленными величинами» и записывал векторные уравнения как систему 8 скалярных уравнений относительно 6-ти декартовых составляющих этих направленных величин. Векторная алгебра и векторный анализ с операторами ротор и дивергенция появились примерно в то же время в США в работах Гиббса и в Англии у Хевисайда. Хевисайд же придал векторную форму уравнениям Максвелла.

Герц не только упростил форму уравнений Максвелла, но и поставил эксперименты, в которых доказал существование электромагнитных волн, распространяющихся в полном соответствии с уравнениями Максвелла. Лишь после этого физики и математики поверили теории Максвелла. Максвелл не дожил до этого события. При постановке эксперимента Герц создал первую радиосистему, состоящую из антенны, передатчика и приёмника. Тем не менее, он не предполагал возможности широкого практического применения своего открытия.

В теории и технике антенн обычно пользуются уравнениями Максвелла в форме, отличающейся от (1-1). От векторов поля, являющихся функциями пространства и времени, переходят к их спектральным составляющим, которые являются функциями пространства и частоты. Это позволяет заменить дифференцирование по времени алгебраической операцией умножения на частоту. Уравнения Максвелла относительно преобразованных векторов поля, обозначение которых мы, однако, здесь не меняем, записываются в следующем виде:

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = i\omega\epsilon \mathbf{E} + \mathbf{j}^e; \quad \operatorname{rot} \mathbf{E} = -i\omega\mu \mathbf{H} - \mathbf{j}^m; \quad (1-2)$$

Уравнения с дивергенцией из (1-1) являются следствием совокупности уравнений (1-2) и уравнения сохранения (электрического) заряда: $\operatorname{div} \mathbf{j} + \partial \rho / \partial t = 0$;

Уравнения Максвелла (1-2) формально действуют на любых частотах. Но, как известно, на достаточно высоких частотах электромагнитные волны обладают совсем другими свойствами, не совместимыми с уравнениями Максвелла. Например, фотоэффект может проявиться только при воздействии электромагнитных волн с частотой, больше некоторой минимальной. На частотах меньших этой минимальной при сколь угодно большой интенсивности электромагнитного излучения фотоэффект не

проявляется. Этот факт невозможно объяснить, опираясь только на уравнения Максвелла. Нужна квантовая механика. На световых частотах многие явления согласуются и с квантовой механикой и с уравнениями Максвелла. Квантами электромагнитного излучения являются фотоны, которые как и обычные радиоволны должны обладать поляризационными свойствами. А какую поляризацию имеет один фотон? Оказывается, отдельные фотоны могут иметь только круговую поляризацию - правого, либо левого вращения. Из таких фотонов можно составить на этих частотах произвольное излучение. Можно ли такую аналогию провести для уравнений Максвелла? Можно, если ввести новые векторы поля, эквивалентные полю фотонов:

$$\mathbf{F}_r = \mathbf{E} - i\omega_0 \mathbf{H} \quad \mathbf{F}_l = \mathbf{E} + i\omega_0 \mathbf{H}$$

Уравнения Максвелла в свободном пространстве и в отсутствии внешних источников перейдут после такого преобразования в два независимых уравнения:

$$\text{rot} \mathbf{F}_r - k \mathbf{F}_r = 0 \quad \text{rot} \mathbf{F}_l - k \mathbf{F}_l = 0$$

Всю электродинамику можно описать с помощью таких векторов поля правой и левой поляризаций.

1.3 Физическая и инженерная форма уравнений Максвелла

Хотя уравнения (1-1) и (1-2) описывают одну и ту же физическую реальность, но в уравнения (1-2) в качестве источника поля дополнительно входит **магнитный ток** \mathbf{j}^m , в то время, как из курса физики известно, что в природе нет ни магнитных токов, ни магнитных зарядов. За этой формой скрыта разная роль уравнений, используемых физиками и инженерами. Для физиков важно описать явления в их взаимосвязи, вплоть до последних кирпичиков мироздания. Инженеры же разбивают сложную электродинамическую задачу, в которой взаимодействуют между собой антенна, передатчик, приёмник, элементы фильтрации, суммирования и разделения сигналов, на несколько простых подзадач. Сторонние электрические и магнитные токи играют роль элементов связи взаимодействующих устройств, возбуждающих электромагнитное поле.

В качестве источников в уравнения (1-2) входят объёмные плотности электрических и магнитных токов. В то же время, согласно теореме единственности, электромагнитное поле в какой либо области, свободной от источников, однозначно определяется касательными составляющими поля на границе области. А согласно теореме эквивалентности, эти касательные составляющие можно представить как эквивалентные поверхностные плотности электрических и магнитных токов, которые определяются формулами:

$$\mathbf{J}^e = [\mathbf{n}, \mathbf{H}]; \mathbf{J}^m = -[\mathbf{n}, \mathbf{E}]; \quad (1-3)$$

В формулах (1-3) \mathbf{n} - единичная нормаль к границе, направленная внутрь области, в которой вычисляется поле. Размерности поверхностных плотностей электрического и магнитного токов совпадают с размерностями векторов соответствующих полей (то есть, [А/м] для поверхностной плотности электрического поля и [В/м] для поверхностной плотности магнитного тока. Полный ток, проходящий через элементарный отрезок $d\mathbf{l}$ на поверхности, перпендикулярный вектору плотности тока, равен произведению $\mathbf{J} d\mathbf{l}$, поэтому размерность полного электрического тока [А], а полного магнитного тока [В]. Выражения (1-3) показывают, что магнитные токи возникают тогда, когда взаимодействующие устройства связаны между собой переменным электрическим полем.

1.4 Диполь Герца

Элементарным источником поля, сосредоточенным в одной точке, например, в начале координат, в уравнениях Максвелла (1-2) является электрический диполь.

$$\mathbf{j}^e = \mathbf{e}_I^e I^e \delta(\mathbf{R}); \quad (1-4)$$

Здесь, \mathbf{e}_I^e - единичный вектор, направленный вдоль электрического тока, I^e - величина тока в диполе, $\delta(\mathbf{R})$ – дельта функция, сосредоточенная в начале координат $\mathbf{R} = 0$.

Элементарный электрический диполь был экспериментально смоделирован Герцем, поэтому называется диполем Герца. При решении уравнений Максвелла получаются выражения для поля диполя Герца в дальней зоне:

$$\mathbf{H} = C^e [\mathbf{e}_I^e, \mathbf{e}_R] \frac{e^{-ikR}}{R}; \quad \mathbf{E} = W_0 [\mathbf{H}, \mathbf{e}_R]; \quad \text{где } C^e = i \frac{I^e k l^e}{4\pi} \quad (1-5)$$

В этих формулах \mathbf{e}_R - это единичный вектор, направленный от источника в точку наблюдения, k – волновое число, I^e - ток диполя, $I^e k l^e$ - электрический момент диполя, $R = |\mathbf{R}|$ – расстояние от источника до точки наблюдения, $W_0 = \mu/\epsilon$ - волновое сопротивление среды. Второе уравнение из (1-5) справедливо для любых электромагнитных полей в дальней зоне, а не только для диполя Герца. Под \mathbf{e}_R здесь подразумевается единичный вектор, направленный от начала координат по радиусу сферической системы. Под дальней зоной в формулах (1-5) понимается область пространства, где выполняется неравенство: $kR \gg 1$. Точная формула, справедливая при любом R – более сложная.

Поясним смысл приведённых формул (1-5). Поле меняется по мере удаления от источника по закону $\frac{e^{-ikR}}{R}$, магнитное поле замыкается вокруг тока, поэтому

ортогонально направлению тока и направлению на источник, а значит, пропорционально векторному произведению этих направлений, электрическое поле в дальней зоне поперечно, то есть, ортогонально направлению от источника, кроме того, оно ортогонально магнитному полю. В дальней зоне (для локально плоской волны) отношение величин полей \mathbf{E} и \mathbf{H} равно волновому сопротивлению среды.

Приведём точные формулы излучения диполя Герца, справедливые на любом расстоянии от источника. Для этого воспользуемся связью электрического и магнитного полей с векторным потенциалом.

Выпишем уравнение векторного потенциала в свободном пространстве.

$$\Delta \mathbf{A}^e + k^2 \mathbf{A}^e = -\mathbf{j}^e;$$

Полное решение этого уравнения в свободном пространстве: $\mathbf{A}_p^e = \iiint_V \mathbf{j}_q^e \frac{e^{-ikR_{pq}}}{4\pi R_{pq}} dv_q;$

Для вертикального элементарного диполя: $\iiint_V \mathbf{j}^e dv = I^e l \mathbf{e}_z;$

Выражения электромагнитных полей вертикального диполя получаются в результате следующей цепочки вычислений:

$$\mathbf{A}^e = I^e l \frac{e^{-ikR}}{4\pi R} \mathbf{e}_z; \quad R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2};$$

$$\mathbf{H} = \text{rot} \mathbf{A}^e; \quad \mathbf{E} = -i\omega\mu\mathbf{A}^e + \frac{1}{i\omega\epsilon} \text{grad div} \mathbf{A}^e;$$

$$\mathbf{H} = \text{rot} \mathbf{A}^e = \begin{vmatrix} \mathbf{e}_x & \mathbf{e}_y & \mathbf{e}_z \\ \partial/\partial x & \partial/\partial y & \partial/\partial z \\ 0 & 0 & A_z^e \end{vmatrix} = \frac{\partial A_z^e}{\partial y} \mathbf{e}_x - \frac{\partial A_z^e}{\partial x} \mathbf{e}_y;$$

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial R}{\partial x} \frac{\partial}{\partial R} = \frac{x}{R} \frac{\partial}{\partial R}; \quad \frac{\partial}{\partial R} \frac{e^{-ikR}}{R} = -\frac{e^{-ikR}}{R} \left(ik + \frac{1}{R} \right);$$

$$\frac{y}{R} \mathbf{e}_x - \frac{x}{R} \mathbf{e}_y = -\sin \vartheta \mathbf{e}_\varphi;$$

Таким образом, точное выражение магнитного поля:

$$\mathbf{H} = \frac{Il}{4\pi} \frac{e^{-ikR}}{R} \left(ik + \frac{1}{R} \right) \sin \vartheta \mathbf{e}_\varphi; \quad (1-6)$$

Выпишем также точное выражение поля произвольно ориентированного электрического диполя:

$$\mathbf{E} = W_0 I^e (kl^e) \frac{i}{4\pi} \frac{e^{-ikR}}{R}.$$

$$\left\{ \left[\left[\mathbf{e}_I^e, \mathbf{e}_R \right], \mathbf{e}_R \right] \left(1 + \frac{1}{ikR} + \frac{1}{(ikR)^2} \right) + \left(\mathbf{e}_I^e, \mathbf{e}_R \right) \mathbf{e}_R \frac{2}{ikR} \left(1 + \frac{1}{ikR} \right) \right\} \quad (1-$$

7)

$$\mathbf{H} = I^e (kl^e) \frac{i}{4\pi} \frac{e^{-ikR}}{R} \left[\mathbf{e}_I^e, \mathbf{e}_R \right] \left(1 + \frac{1}{ikR} \right)$$

Для получения точных выражений, справедливых на любом расстоянии от источника, нам пришлось вычислять ротор, пользоваться формулами **векторного анализа**.

Вычисления в дальней зоне используют (более простой) математический аппарат **векторной алгебры** в трёхмерном пространстве. Электромагнитные поля имеют векторный характер. Геометрия любой антенны описывается проще всего в декартовой системе координат, а форма радиоволны, излучённой любой антенной в дальней зоне всегда сферическая. На рис. 1.13 показаны наиболее распространённые системы координат в пространстве. Мы часто будем пользоваться матрицей перехода от декартовых координат к сферическим. (Необходимо вспомнить определение скалярного и векторного произведений, двойного векторного произведения.)

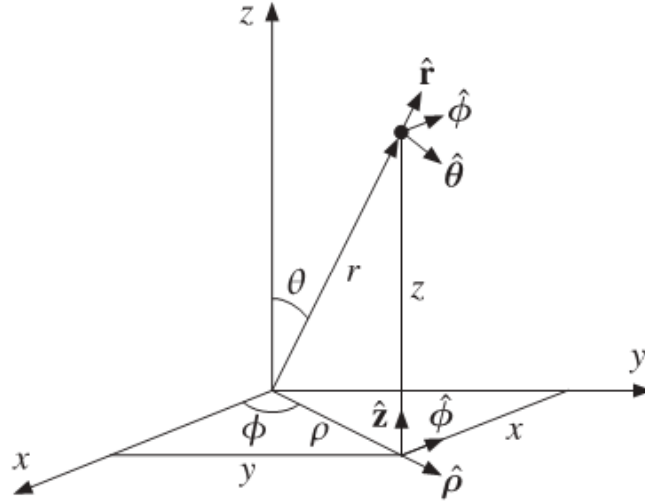


Рис. 1.13. Декартова, цилиндрическая и сферическая системы координат.

Матрица перехода (1-8) состоит из 9-ти скалярных произведений составляющих единичных векторов в двух системах координат:

$$\begin{matrix} & \mathbf{e}_R & \mathbf{e}_\vartheta & \mathbf{e}_\varphi \\ \begin{matrix} \mathbf{e}_x \\ \mathbf{e}_y \\ \mathbf{e}_z \end{matrix} & \begin{pmatrix} \sin \vartheta \cos \varphi & \cos \vartheta \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \vartheta \sin \varphi & \cos \vartheta \sin \varphi & \cos \varphi \\ \cos \vartheta & -\sin \vartheta & 0 \end{pmatrix} \end{matrix} \quad (1-8)$$

Рассмотрим примеры вычисления полей в дальней зоне, и в качестве первого примера получим из (1-5) выражение поля излучения электрического диполя. Будем считать, что ось диполя совпадает с осью сферической системы координат (ось Z декартовой системы). Единичный вектор вдоль направления диполя, заданный в декартовой системе координат, раскладываем по ортам сферической системы. Затем применяем формулы (1-5) и проводим необходимые векторные вычисления.

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_I^e &= \mathbf{e}_z; \quad \mathbf{e}_z = \cos \vartheta \mathbf{e}_R - \sin \vartheta \mathbf{e}_\vartheta; \\ \mathbf{H} &= C^e [\mathbf{e}_z, \mathbf{e}_R] \frac{e^{-ikR}}{R}; \quad \mathbf{E} = W_0 C^e [[\mathbf{e}_z, \mathbf{e}_R], \mathbf{e}_R] \frac{e^{-ikR}}{R}; \\ [\mathbf{e}_z, \mathbf{e}_R] &= \cos \vartheta [\mathbf{e}_R, \mathbf{e}_R]_r - \sin \vartheta [\mathbf{e}_\vartheta, \mathbf{e}_R] = \sin \vartheta \mathbf{e}_\varphi; \\ [[\mathbf{e}_z, \mathbf{e}_R], \mathbf{e}_R] &= \sin \vartheta [\mathbf{e}_\varphi, \mathbf{e}_R] = \sin \vartheta \mathbf{e}_\vartheta; \end{aligned} \quad (1-9)$$

В результате получаем хорошо известные формулы для поля излучения вертикального электрического диполя Герца, которые фигурировали в курсе изучения электродинамики.

$$\mathbf{H} = \sin \vartheta \mathbf{e}_\varphi C^e \frac{e^{-ikR}}{R}; \quad \mathbf{E} = \sin \vartheta \mathbf{e}_\vartheta W_0 C^e \frac{e^{-ikR}}{R}; \quad C^e = i \frac{I^e k l^e}{4\pi} \quad (1-9,a)$$

Упражнение 1.1 Сравнить точное выражение (1-6) поля излучения электрического диполя с приближённым выражением в дальней зоне (1-6,a).

Можно проверить, что в дальней зоне между электрическим и магнитным полем выполнено соотношение, являющееся следствием универсальной связи, определяемой 2-й формулой (1-5):

$$\frac{E_{\vartheta}}{H_{\varphi}} = W_0 \quad (1-10)$$

Применённый подход позволяет по одной и той же методике получать выражения для поля излучения как угодно ориентированных в пространстве диполей.

1.5 Диаграмма направленности антенны

Поле излучения произвольной антенны в дальней зоне можно записать в следующей форме.

$$\mathbf{E} = \mathbf{p}(\vartheta, \varphi) F(\vartheta, \varphi) \frac{e^{-ikR}}{R} + \Delta \mathbf{E}(R, \vartheta, \varphi); \quad (1-11)$$

В этой формуле электрическое поле представлено в виде двух слагаемых. Второе, несущественное для нас слагаемое, убывает при удалении от антенны на большое расстояние как $1/R^2$. Символически это записывается в виде соотношения:

$$\Delta \mathbf{E}(R, \vartheta, \varphi) = O\left(\frac{1}{R^2}\right); \quad (1-12)$$

Элементы первого слагаемого определяют **поляризационную характеристику** антенны,

$$\mathbf{p}(\vartheta, \varphi) = E_{\vartheta}(\vartheta, \varphi) \mathbf{e}_{\vartheta} + E_{\varphi}(\vartheta, \varphi) \mathbf{e}_{\varphi}; \quad (1-13)$$

разложенную по поперечным ортам сферической системы координат, и **амплитудную диаграмму направленности**, которую часто представляют в виде произведения максимального значения F_{\max} в направлении максимального излучения (ϑ_0, φ_0) и нормированной диаграммы направленности $F_{\text{norm}}(\vartheta, \varphi)$ - комплексной функции на бесконечно удалённой сфере.

$$F(\vartheta, \varphi) = F_{\max} F_{\text{norm}}(\vartheta, \varphi); \quad \max |F_{\text{norm}}(\vartheta, \varphi)| = 1; \quad (1-14)$$

Когда множитель F_{\max} для нас не важен, мы будем его опускать, также как и индекс нормировки. Комплексную диаграмму направленности иногда представляют в виде произведения амплитудного и фазового множителей. Фазовый множитель характеризует отличие волнового фронта излучённой волны от сферического. Если фазовый множитель не меняется на некоторой сфере, центр сферы называют **фазовым центром антенны**. (Вообще говоря, разделение выражения поля излучения антенны на поляризационный и амплитудный множители иногда может носить искусственный характер).

С амплитудной диаграммой направленности антенны связана важная её характеристика – коэффициент направленного действия (КНД, чем больше КНД, тем излучение антенны сильнее направленно).

$$\text{К.Н.Д.} = \frac{S_{\max}}{S_{\text{mid}}} = \frac{4\pi |F|_{\max}^2}{\iint |F(\vartheta, \varphi)|^2 \sin \vartheta d\vartheta d\varphi}; \quad (1-15)$$

В формуле (1-15) S – это распределение величины вектора Пойнтинга по бесконечно удалённой сфере, в числителе максимальное значение этой величины, а в знаменателе – среднее по сфере. Для доказательства второго равенства в (1-15) достаточно воспользоваться определением вектора Пойнтинга и связью векторов \mathbf{E} и \mathbf{H} в дальней зоне (2я формула из (1-5)).

$$\begin{aligned}
\mathbf{E} &= W_0 [\mathbf{H}, \mathbf{e}_R]; \quad \mathbf{H} = \frac{1}{W_0} [-\mathbf{E}, \mathbf{e}_R]; \\
S &= \frac{1}{2} \operatorname{Re} [\mathbf{E}, \mathbf{H}^*] = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[\mathbf{E}, \frac{1}{W_0} [-\mathbf{E}^*, \mathbf{e}_R] \right] = \frac{-1}{2W_0} [\mathbf{E}, [\mathbf{E}^*, \mathbf{e}_R]] = \\
&= \frac{-1}{2W_0} (\mathbf{E}^* (\mathbf{E}, \mathbf{e}_R) - \mathbf{e}_R (\mathbf{E}, \mathbf{E}^*)) = \frac{1}{2W_0} |\mathbf{E}|^2;
\end{aligned} \tag{1-16}$$

В цепочке равенств (1-16) использованы **соотношения симметрии уравнений Максвелла** или **принцип двойственности**, определяемые заменами, при которых уравнения Максвелла (1-2) не меняются:

$$\begin{aligned}
\mathbf{E} &\Rightarrow \mathbf{H} & \mathbf{H} &\Rightarrow -\mathbf{E} & \varepsilon &\Rightarrow \mu \\
\mathbf{j}^e &\Rightarrow \mathbf{j}^m & \mathbf{j}^m &\Rightarrow -\mathbf{j}^e & \mu &\Rightarrow \varepsilon
\end{aligned} \tag{1-17}$$

Кроме этого использована стандартная формула векторной алгебры

$$[\mathbf{a}, [\mathbf{b}, \mathbf{c}]] = \mathbf{b}(\mathbf{a}, \mathbf{c}) - \mathbf{c}(\mathbf{a}, \mathbf{b});$$

и поперечный характер электромагнитных полей в дальней зоне: $(\mathbf{E}, \mathbf{e}_r) = 0$.

В антенной практике часто используют другую характеристику направленности – ширину диаграммы направленности. Её легче измерить, чем КНД.

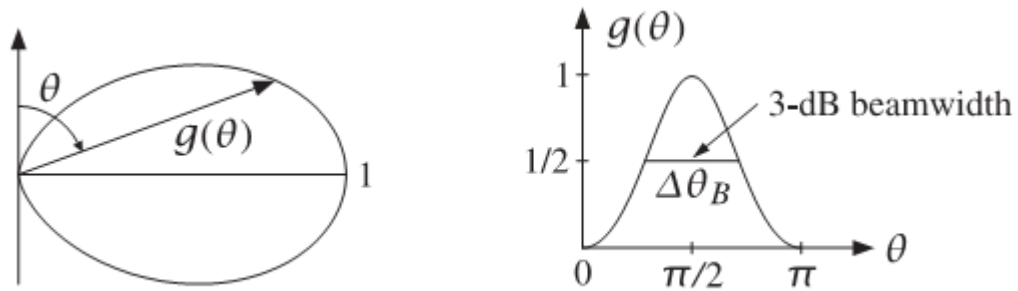


Рис. 1.14. Вид диаграммы направленности в полярной и декартовой системах координат

На рис. 1.14 показано плоское сечение диаграммы направленности по мощности в двух системах координат – полярной и декартовой. На диаграмме в декартовой системе координат показана ширина диаграммы направленности по половинной мощности (или по уровню 3 дБ). Это соответствует уровню поля ~ 0.707 от максимума ДН. На практике (в технике зеркальных антенн) иногда используют другой стандарт – ширину ДН по уровню 10 дБ.

В разложении (1-33) поляризационного множителя $\mathbf{p}(\vartheta, \varphi)$ коэффициенты $E_\vartheta(\vartheta, \varphi)$, $E_\varphi(\vartheta, \varphi)$ могут быть комплексными. Чтобы исключить амплитудные изменения иногда предполагают, что сумма квадратов их модулей равна единице. Если один из этих коэффициентов, в каком то направлении (ϑ, φ) , равен нулю, то излучение в этом направлении линейно поляризовано вдоль орта сферической системы координат. Если фазы коэффициентов $E_\vartheta(\vartheta, \varphi)$, $E_\varphi(\vartheta, \varphi)$ одинаковые или отличаются на π , то поляризация антенны в данном направлении (ϑ, φ) также линейная, но направление линии поляризации повернуто относительно ортов сферической системы координат. Если в каком-то направлении (ϑ, φ) коэффициенты $E_\vartheta(\vartheta, \varphi)$, $E_\varphi(\vartheta, \varphi)$ равны по модулю, а по фазе отличаются на $\pi/2$, то поляризация поля излучения в этом направлении круговая.

Может так оказаться, что в некоторой плоскости, проходящей через начало сферической системы координат, лежат исключительно векторы **E** электрического поля излучения данной антенны, а векторы магнитного поля **H** её пересекают. Такую плоскость в технике антенн называют плоскостью **E** для данной антенны. И наоборот, если в плоскости лежат исключительно векторы **H** магнитного поля излучения, а векторы **E** её пересекают, такая плоскость называется плоскостью **H** антенны. Для электрического диполя, ориентированного вдоль оси Z , векторы поля **E** поляризованы вдоль единичного вектора \mathbf{e}_ϑ , значит все они лежат в плоскостях, проходящих через ось диполя. Все эти плоскости – это плоскости **E** электрического диполя. Соответственно, векторы **H** поля излучения электрического диполя ортогональны этому диполю, поляризованы вдоль единичного вектора \mathbf{e}_φ , следовательно лежат в плоскости, ортогональной диполю. Эта плоскость называется плоскостью **H** электрического диполя.