

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

МОСКОВСКИЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

Б.Л. КОГАН

**ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ
АНТЕНН**

Учебное пособие
по курсу
«Устройства СВЧ и антенны»
для студентов, обучающихся по направлению «Радиотехника»

Под редакцией В.В. Бодрова

УДК 621.396
К ...

*Утверждено учебным управлением МЭИ
в качестве учебного пособия для студентов*

*Подготовлено на кафедре антенных устройств
и распространения радиоволн*

Рецензенты: докт. техн. наук, проф. В.А. Калошин,
канд. техн. наук, доцент С.Е. Чадов

Коган Б.Л.

Поляризационные характеристики антенн: учебное пособие./
Б.Л. Коган; под редакцией В.В. Бодрова. — М.: Издательский дом
МЭИ, 2011. — 42 с.

ISBN

Рассмотрены различные способы выражения поляризационных характеристик антенн. При монохроматическом излучении и приёме применяются аналитические формы выражения в виде комплексных амплитуд декартовых составляющих электрического поля и параметров Стокса, а также наглядные формы в виде годографа электрического вектора и сферы Пуанкаре. С целью обучения инженерным методам расчёта антенн для работы в режиме поляризационного уплотнения введено понятие идеальной антенны, не создающей паразитную поляризацию ни в каких направлениях зоны излучения. На примере зеркальных антенн и их облучателей приведено описание способов построения реальных антенн, приближающимся по поляризационным характеристикам к идеальным.

ISBN

Московский энергетический институт

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	4
Комплексные амплитуды и годограф вектора электрического поля в плоской монохроматической волне.	4
Параметры Стокса и сфера Пуанкаре.....	7
Уплотнение поляризационных каналов в линиях связи.	12
Пространственные поляризационные диаграммы элементарных излучателей различных типов. Условия отсутствия кроссполяризации.....	13
Облучатели осесимметричных зеркальных антенн. Кроссполяризация в таких антеннах. Типы используемых облучателей.....	19
Возникновение паразитной поляризации в несимметричных зеркальных антеннах	24
Возникновение поляризационных искажений при отклонении оси антенны.....	27
Преобразование направления оси пространственной поляризационной диаграммы в результате отражения от несимметрично облучённого эллипсоида или гиперboloида.	29
Свободные от кроссполяризации несимметричные двухзеркальные антенны Кассегрена и Грегори.....	33
<i>Контрольные вопросы.</i>	35
Приложение 1. Формулы для полей излучения элементарных источников.	37
Приложение 2. Вывод тригонометрических соотношений для несимметричных облучателей без кроссполяризации.....	40
Библиографический список.....	42

Введение.

В плоской электромагнитной волне, распространяющейся в свободном пространстве, можно выделить два линейно независимых решения системы уравнений Максвелла. Эти решения позволяют образовать независимые поляризационные каналы связи. Состояния поляризации характеризуются годографом электрического вектора \mathbf{E} в плоскости, ортогональной направлению распространения волны. В данном пособии предполагается, что зависимость комплексных векторов электромагнитного поля от времени гармоническая ($e^{i\omega t}$). В этом случае годограф вектора \mathbf{E} может быть либо отрезком прямой линии, либо окружностью, либо эллипсом, что соответствует линейной, круговой и эллиптической поляризации. В дальней зоне любой антенны излучённая волна **локально плоская** и тоже может быть охарактеризована своей поляризацией, распределённой по бесконечно удалённой сфере. В предлагаемом учебном пособии описаны способы выражения поляризационных характеристик, требования к ним и некоторые методы их выполнения.

Поляризационные характеристики плоской электромагнитной волны, (или же волны другого типа, но для какого-то одного определённого направления), в антенной технике могут быть описаны с помощью двумерного комплексного вектора электрического поля, годографа временной зависимости вектора \mathbf{E} , четырёх вещественных параметров Стокса и, наглядно, с помощью «**сферы Пуанкаре**».

Задачи антенной техники приводят также к необходимости сравнивать поляризационные характеристики различных излучателей по разным направлениям зоны излучения. Особенно важно это для облучателей зеркальных антенн и антенных решёток при работе их в режиме поляризационного уплотнения.

Комплексные амплитуды и годограф вектора электрического поля в плоской монохроматической волне.

Будем считать, что линия связи ортогональна плоскости $\{X, Y\}$. Электромагнитные поля передающей и приёмной антенн в некоторой точке линии связи в дальней зоне антенн описываются двумя комплексными векторными амплитудами, соответственно, \mathbf{E}_1 и \mathbf{E}_2 , а каждая комплексная амплитуда имеет две декартовы составляющие

$$\mathbf{E}_1 = E_{1x} \mathbf{e}_x + E_{1y} \mathbf{e}_y; \mathbf{E}_2 = E_{2x} \mathbf{e}_x + E_{2y} \mathbf{e}_y; \quad (1)$$

($\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y$ - единичные векторы в направлении осей X и Y).

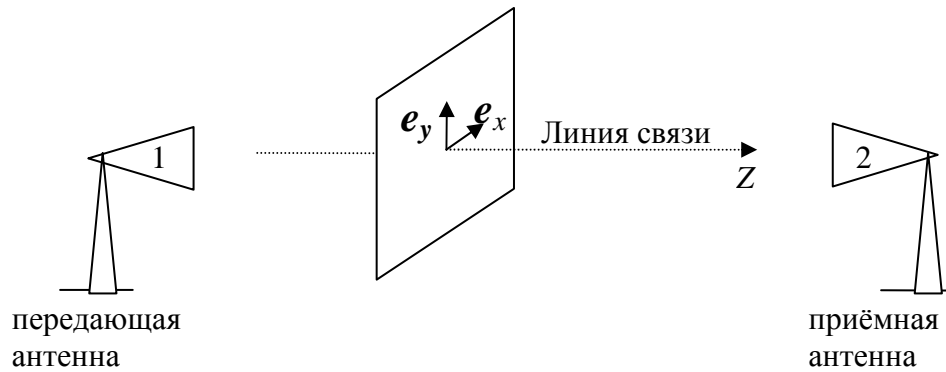


Рис.1. Линия связи двух антенн

Комплексные амплитуды однозначно связаны с годографом вещественного электрического вектора в плоскости $\{X, Y\}$. Годограф - это кривая, представляющая собой геометрическое место концов вектора \mathbf{E} , значения которого в разные моменты времени отложены от общего начала. Функции декартовых составляющих вектора электрического поля от времени обозначим $e_x(t), e_y(t)$. Для них справедливы зависимости:

$$\begin{aligned} e_x(t) &= \sqrt{2} \operatorname{Re}(E_x e^{i\omega t}) = \sqrt{2} |E_x| \cos(\alpha_x + \omega t) \\ e_y(t) &= \sqrt{2} \operatorname{Re}(E_y e^{i\omega t}) = \sqrt{2} |E_y| \cos(\alpha_y + \omega t) \end{aligned} \quad (2)$$

Модули и аргументы комплексных амплитуд определяют, соответственно, величину и начальную фазу составляющих вещественного электрического вектора. Коэффициент $\sqrt{2}$ добавлен из условия нормировки усреднённой мощности по периоду колебаний T : $\frac{1}{T} \int_0^T (\sqrt{2} \cos(\alpha + \omega t))^2 dt = 1$.

Любой двумерный вещественный вектор может быть представлен комплексным числом, поэтому временную зависимость электрического вектора можно записать в следующем виде:

$$\mathbf{e}(t) = e_x(t) + ie_y(t) = \sqrt{2} (|E_x| \cos(\alpha_x + \omega t) + i |E_y| \cos(\alpha_y + \omega t)) \quad (3)$$

(Следует заметить, что комплексные числа в этой записи и в комплексных амплитудах имеют разный физический смысл - аргумент комплексного числа в записи (3) определяет пространственное положение вектора, тогда как в комплексной амплитуде временную фазу.) Выразим в (3) косинусы через экспоненты по формуле Эйлера: $\cos \alpha = (e^{i\alpha} + e^{-i\alpha})/2$, и соберём подобные члены при экспонентах:

$$\mathbf{e}(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} (E_x + iE_y) e^{i\omega t} + \frac{1}{\sqrt{2}} \overline{(E_x + iE_y)} e^{-i\omega t} \quad (4)$$

(Черта сверху над буквой или буквенным выражением обозначает комплексное сопряжение.) Мы получили представление электрического вектора в некоторой точке линии связи в виде суммы двух векторов, вращающихся с одинаковой круговой частотой, но в разные стороны. Экспоненты определяют вращающиеся единичные векторы, а множители перед ними дают длину и начальное положение слагаемых векторов. Вектор, соответствующий первому слагаемому с течением времени вращается по часовой стрелке, если смотреть в направлении передачи сигнала (в направлении оси Z – на рис.1 от передающей антенны к приёмной), и определяет поле правой круговой поляризации. Второе слагаемое соответствует вектору, вращающемуся против часовой стрелки, и отвечает левой круговой поляризации. Сумма двух вращающихся векторов определяет эллипс поляризации. Большая ось эллипса соответствует моменту времени, когда направления вращающихся векторов совпадают, а малая – когда они противоположны.

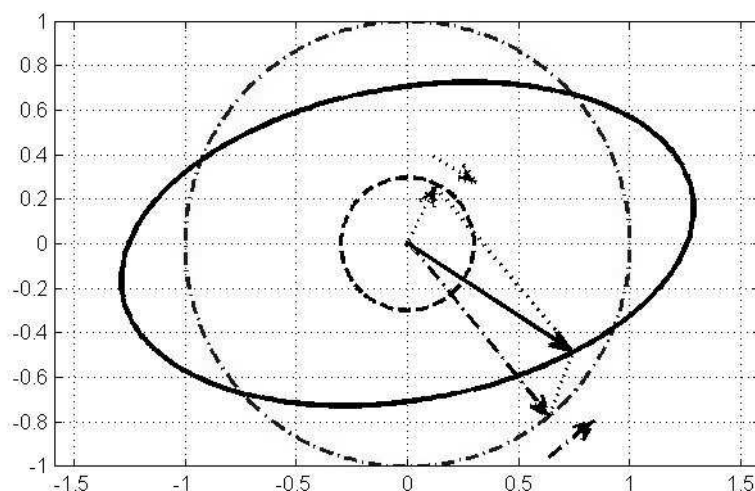


Рис.2 Эллипс поляризации, образованный суммой волн круговой поляризации правого и левого направления вращения.

Множители при экспонентах в (4) выражают комплексные амплитуды правой и левой круговых поляризаций через комплексные амплитуды декартовых составляющих:

$$E_r = \frac{1}{\sqrt{2}}(E_x + iE_y); E_l = \frac{1}{\sqrt{2}}(E_x - iE_y) \quad (5)$$

Из рис. 2 следует, что большая полуось эллипса равна сумме длин векторов E_r и E_l , малая – разности, а коэффициент эллиптичности, как отношение полуосей эллипса, может быть выражен формулой:

$$k = \frac{|E_r| - |E_l|}{|E_r| + |E_l|} \quad (6)$$

Обращаясь к рис. 2 и формулам (4) и (5) найдём α - направление большой оси эллипса поляризации. Для этого представим комплексные амплитуды E_r и E_l в экспоненциальной форме:

$$E_r = |E_r| e^{i\alpha_r}; \quad E_l = |E_l| e^{i\alpha_l}$$

Углы α_r и α_l соответствуют угловому положению векторов на рис. 2 в начальный момент времени $t = 0$. Направление α большой оси эллипса соответствует совпадению направлений векторов, вращающихся в противоположные стороны. Приравнивание углов поворота приводит к уравнениям:

$$\begin{aligned} \alpha &= \alpha_r + \omega t; \\ \alpha &= -\alpha_l - \omega t; \end{aligned} \quad (7)$$

Складывая уравнения, получим угол наклона большой оси эллипса:

$$\alpha = (\alpha_r - \alpha_l) / 2 \quad (8)$$

Параметры Стокса и сфера Пуанкаре.

Поляризационный коэффициент передачи мощности вдоль линии связи (рис.1) $T(E_1, E_2)$ - это нормированный квадрат модуля скалярного произведения двумерных векторов электрического поля E_1 и E_2 (1):

$$T(E_1, E_2) = \frac{|(E_1, \bar{E}_2)|^2}{|E_1|^2 |E_2|^2} = \frac{|E_{x1} \bar{E}_{x2} + E_{y1} \bar{E}_{y2}|^2}{(|E_{x1}|^2 + |E_{y1}|^2)(|E_{x2}|^2 + |E_{y2}|^2)} \quad (9)$$

Раскроем квадрат модуля в числителе выражения (6)

$$T = \frac{|E_{x1}|^2 |E_{x2}|^2 + 2 \operatorname{Re}(E_{x1} \bar{E}_{y1}) \operatorname{Re}(E_{x2} \bar{E}_{y2}) + \operatorname{Im}(E_{x1} \bar{E}_{y1}) \operatorname{Im}(E_{x2} \bar{E}_{y2}) + |E_{y1}|^2 |E_{y2}|^2}{(|E_{x1}|^2 + |E_{y1}|^2)(|E_{x2}|^2 + |E_{y2}|^2)} \quad (10)$$

Числитель и знаменатель формулы (10) для поляризационного коэффициента можно выразить через вещественные **поляризационные параметры Стокса** $\{I, Q, U, V\}$, стандартное определение которых для векторов поля передающей антенны даётся выражениями [2]

$$I_1 = |E_{x1}|^2 + |E_{y1}|^2; \quad Q_1 = |E_{x1}|^2 - |E_{y1}|^2; \quad U_1 = 2 \operatorname{Re}(E_{x1} \bar{E}_{y1}); \quad V_1 = 2 \operatorname{Im}(E_{x1} \bar{E}_{y1}); \quad (11)$$

Аналогичными выражениями, с заменой индекса 1 на 2, определяются параметры Стокса приёмной антенны $\{I_2, Q_2, U_2, V_2\}$.

Из выражений параметров Стокса I и Q каждой из антенн следуют формулы:

$$2|E_x|^2 = I + Q; \quad 2|E_y|^2 = I - Q; \quad (12)$$



После подстановки их, а также выражений параметров Стокса U и V в (10) получим следующее выражение поляризационного коэффициента:

$$T = \frac{I_1 I_2 + Q_1 Q_2 + U_1 U_2 + V_1 V_2}{2 I_1 I_2}; \quad (13)$$

Геометрическую интерпретацию этого выражения можно получить, если заметить, что параметры Стокса (11) связаны между собой соотношением:

$$Q^2 + U^2 + V^2 = I^2 \quad (14)$$

Соотношение (14) означает, что параметры Стокса определяют на сфере радиуса I точку с декартовыми координатами $\{Q, U, V\}$. Эту сферу называют «*сферой Пуанкаре*» (рис. 3), в честь французского математика, применявшего наглядное изображение поляризаций в оптических исследованиях. Параметр Стокса I соответствует интенсивности поля.

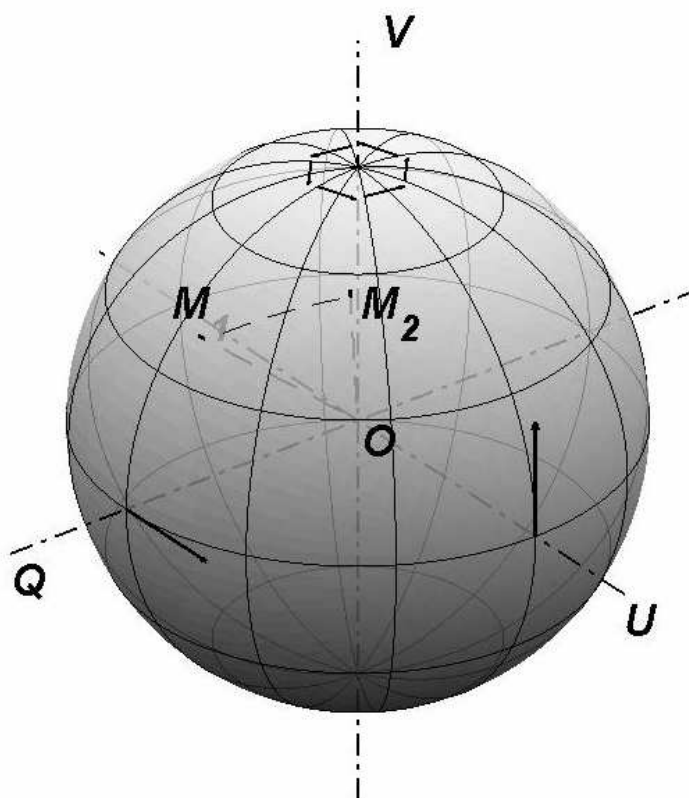


Рис. 3. Сфера Пуанкаре.

На сфере Пуанкаре различные поляризационные характеристики представлены в наиболее симметричном виде. Пусть поляризационному состоянию передающей и приёмной антенн отвечают на сфере Пуанкаре две точки: точка M_1 с координатами $\{Q_1, U_1, V_1\}$ и M_2 с координатами $\{Q_2, U_2, V_2\}$, и пусть угол между векторами OM_1 и OM_2 равен β . Поляризационный коэффициент передачи мощности зависит только от этого угла

и описывается формулой: $T = \frac{1}{2}(1 + \cos(\beta)) = \cos^2(\beta/2)$, которая следует непосредственно из выражения (13).

Для ортогональных поляризаций, соответствующих противоположным точкам на сфере, угол β равен π , при этом поляризационный коэффициент T равен нулю. **Поляризационная развязка** (в децибелах) в общем случае определяется величиной

$$A = 10 \lg \left(\frac{1}{T} \right) = 20 \lg \left| \sec \left(\frac{\beta}{2} \right) \right| \quad (15)$$

На рис.4 показана зависимость поляризационной развязки от угла β для «почти» ортогональных поляризаций.

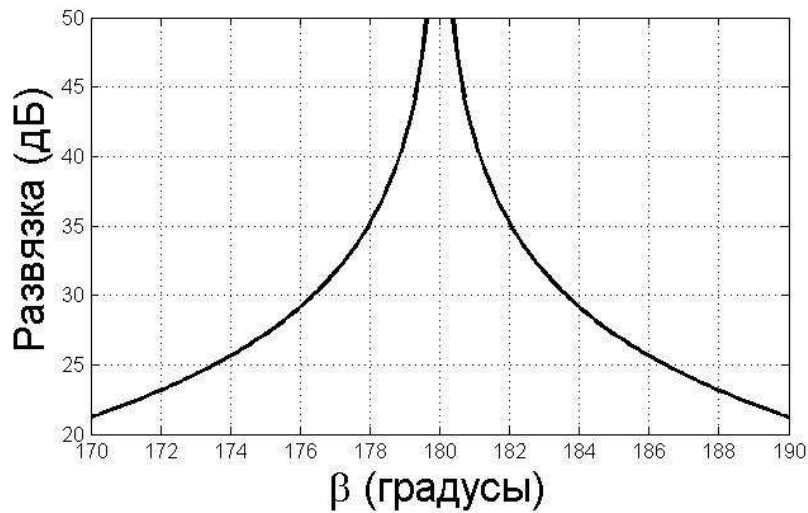


Рис. 4. Зависимость поляризационной развязки от величины дуги большого круга между точками M_1 и M_2 сферы Пуанкаре.

Для получения дальнейших выводов полезно параметры Стокса, заданные выражениями (11), выразить через комплексные составляющие круговых поляризаций E_r, E_l , воспользовавшись формулами (5). Из них следует, что

$$E_x = \frac{1}{\sqrt{2}}(E_r + E_l); \quad E_y = \frac{-i}{\sqrt{2}}(E_r - E_l); \quad (16)$$

Используя (16), получим новые формулы для параметров Стокса:

$$I = |E_r|^2 + |E_l|^2; \quad Q = 2 * \operatorname{Re}(E_r \bar{E}_l); \quad U = 2 * \operatorname{Im}(E_r \bar{E}_l); \quad V = |E_r|^2 - |E_l|^2 \quad (17)$$

Эти выражения очень похожи на предыдущие выражения (11). Преимущество их в том, что, благодаря выбранному базису круговых поляризаций, выражения стали симметричными относительно полярной оси сферы Пуанкаре.

Если на сфере Пуанкаре ввести сферические координаты – широту $\varphi \left(-\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2} \right)$, соответствующую параллелям на рис.3, и долготу $\lambda \left(-\pi \leq \lambda \leq \pi \right)$, соответствующую меридианам, то декартовые и сферические координаты каждой точки сферы будут связаны формулами:

$$Q = I \cos \varphi \cos \lambda, \quad U = I \cos \varphi \sin \lambda, \quad V = I \sin \varphi \quad (18)$$

Покажем, что полюса сферы Пуанкаре соответствуют двум круговым поляризациям. Действительно, для правой круговой поляризации $E_l = 0$, значит, согласно (17), $|E_r|^2 = I = V$, а это выполняется, согласно (18), только при $\varphi = \pi/2$, то есть, в точке северного полюса. Аналогичным образом получается, что южный полюс сферы Пуанкаре соответствует левой круговой поляризации.

На экваторе сферы Пуанкаре $V = 0$, следовательно $|E_r| = |E_l|$. Годограф электрического вектора в этом случае образован суммой двух векторов равной длины, вращающихся в противоположных направлениях, (согласно (4-5)). Суммарный вектор $e(t)$ представляет собой при этом пульсирующее поле, а эллипс поляризации вырождается в линию.

Докажем теперь, что

- долгота каждой точки экватора на сфере Пуанкаре равна удвоенному углу отклонения вектора \mathbf{E} от оси X ,
- все точки сферы, кроме полюсов и точек экватора, соответствуют полям эллиптической поляризации, точки северной полусферы – эллиптической поляризации правого направления вращения, точки южной – левого направления,
- коэффициент эллиптичности определяется значением тангенса половинной широты

$$k = \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} \quad (19)$$

а угол наклона большой оси эллипса по отношению к оси X равен половине долготы.

- Для противоположных точек сферы Пуанкаре, соответствующих ортогональным поляризациям, направления больших осей эллипсов ортогональны, а направления вращения векторов \mathbf{E} по эллиптической траектории противоположны.

Из (17) следует, что параметр V (рис.3) положителен для эллиптической или круговой поляризации правого направления вращения,

$$|E_r| > |E_l|,$$

отрицателен для эллиптической или круговой поляризации левого направления вращения и равен нулю для линейной поляризации.

Из (6) следует, что $\frac{2k}{1+k^2} = \frac{|E_r|^2 - |E_l|^2}{|E_r|^2 + |E_l|^2}$. Но, согласно (17) $\frac{V}{I} = \frac{|E_r|^2 - |E_l|^2}{|E_r|^2 + |E_l|^2}$,

поэтому для точек сферы выполняется равенство:

$$\frac{V}{I} = \frac{2k}{1+k^2} = \sin \varphi \quad (20)$$

Поскольку равенством $\sin \varphi = 2 \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} / \left(1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\varphi}{2} \right)$ выражается связь синуса с

тангенсом половинного угла, можно заключить, что справедливо выражение (19) коэффициента эллиптичности через тангенс половинного угла.

Q и U - декартовы координаты точки на любой параллели сферы Пуанкаре (см. рис. 2), и вместе с тем, согласно (17), Q и U - это действительная и мнимая части комплексного числа $(E_r \bar{E}_l)$. Следовательно, долгота λ на сфере Пуанкаре равна аргументу этого числа, или же

$$\lambda = \alpha_r - \alpha_l \quad (19)$$

Из (19) и (8) следует, что угол наклона большой оси эллипса равен половине долготы на сфере Пуанкаре.

Итак, поляризационный коэффициент T может принимать значения от 0 до 1. Значение $T = 1$ отвечает согласованным поляризациям. В этом случае направления осей и соотношения длин осей эллипсов поляризации передающей и приёмной антенн, а также направление вращения векторов поля совпадают, соответствующие точки на сфере Пуанкаре также совпадают, а параметры Стокса $\{Q, U, V\}$ пропорциональны с положительным коэффициентом пропорциональности. Значение $T = 0$ соответствует ортогональным поляризациям, при этом, отношение длин осей эллипсов поляризации совпадают, но направления больших осей ортогональны, а векторы поля вращаются в противоположные стороны. Ортогональным поляризациям отвечают на сфере Пуанкаре противоположные точки, а параметры Стокса $\{Q, U, V\}$ хотя и пропорциональны, но с отрицательным коэффициентом пропорциональности.

Для согласования поляризаций, или же, наоборот, «развязки» по поляризациям в антенной технике применяются разные методы: поворот антенны вокруг направления связи, регулировку амплитуд и фаз базисных составляющих поля, например, E_x и E_y , использование поляризаторов и мостовых устройств СВЧ. Устройства регулировки поляризации могут быть как механическими, так и электронными. Методы регулировки поляризации и некоторые соответствующие устройства описаны в учебниках по антеннам и технике СВЧ, а также в статьях технических журналов.

Уплотнение поляризационных каналов в линиях связи.

Расширению технических возможностей при организации радиосвязи, также как и в любой отрасли техники, способствует экономное расходование природных ресурсов. Некоторые из этих ресурсов уникальны и принадлежат всему человечеству. К таким относятся: частотный ресурс, геостационарная орбита Земли, поляризационные каналы. В данном пособии рассматриваются некоторые технические вопросы, связанные с экономным расходованием частотного ресурса - обеспечением одновременной работы по двум поляризационным каналам в одной частотной полосе. Такой режим называют **режимом поляризационного уплотнения**.

Для простоты будем рассматривать линейно поляризованные волны с вектором E , параллельным оси X (горизонтальная поляризация) или Y (вертикальная поляризация). Поток информации определяется выделенной частотной полосой. Создание возможности передачи вдвое большего потока информации в этой полосе частот обеспечивается независимой передачей разной информации по двум поляризационным каналам. Если электромагнитные поля, несущие потоки с разной информацией, имеют не ортогональные поляризации, они будут создавать помеху друг другу. Чтобы удерживать уровень помехи, создаваемой вторым поляризационным каналом, в допустимых пределах, к устройствам, предназначенным для преобразования поляризации, предъявляют определённые требования по поляризационной развязке. Допустимой обычно считают поляризационную развязку 27-35 дБ. При таких величинах развязки, согласно графику на рис.3, поляризация приёмной антенны на сфере Пуанкаре отклонена от поляризации, ортогональной поляризации передающей антенны, не более чем на 2° - 5° .

Трудность обеспечения этого условия усугубляется тем, что для антенн, работающих в режиме поляризационного уплотнения, требования по развязке должны быть выполнены не только в каком-то одном главном направлении излучения или приёма, а во всём секторе рабочих углов. У облучателей зеркальных антенн телесный угол этого сектора может превышать полусферу. Жёсткие требования предъявляются к антеннам спутниковых ретрансляторов, работающих тоже в довольно широком секторе углов, например, при создании «глобального» луча. В наземных антеннах спутниковой связи часто требуется подстройка по поляризации двух поляризационных каналов одновременно, конечно, с сохранением поляризационной развязки. Представим себе геостационарный спутник связи, ретранслирующий по двум линейным ортогональным поляризациям различные телевизионные программы. Обычно один канал поляризован в плоскости геостационарной орбиты (горизонтальная поляризация H), а другой – в плоскости меридиана точки стояния спутника (вертикальная поляризация V).



Рис.5. Видимая часть дуги геостационарной орбиты

Из пункта расположения наземной антенны над местным горизонтом видна дуга геостационарной орбиты (рис.5). Когда точка стояния геостационарного спутника и антенна расположены в плоскости одного меридиана (спутник находится в верхней точке дуги геостационарной орбиты), основные поляризационные каналы спутника H и V совпадают, соответственно, с горизонтальным и вертикальным поляризационными каналами наземной антенны. Если же меридианы точки стояния спутника и места расположения наземной антенны не совпадают, основные поляризационные каналы спутника (вдоль дуги и перпендикулярно ей) для наземной антенны будут наклонными. В результате, в каждый из поляризационных каналов наземной антенны будут проходить частично сигналы обоих каналов спутника. От помехи, создаваемой «чужой» поляризацией, может избавить поворот поляризационных каналов наземной антенны. Чтобы уменьшить эту зависимость, иногда, но не всегда, для главных поляризационных каналов спутников используют круговую поляризацию. Выбор типа поляризационных каналов в системе связи зависит от многих факторов, в число которых входят особенности выделенного частотного диапазона и условия распространения радиоволн.

Пространственные поляризационные диаграммы элементарных излучателей различных типов. Условия отсутствия кроссполяризации.

Как же обеспечить отсутствие кроссполяризационной помехи во всём секторе рабочих углов? В этом разделе сопоставляются **пространственные поляризационные диаграммы** различных типов элементарных излучателей. Под пространственной поляризационной диаграммой антенны понимается распределение направлений электрического вектора по сфере в дальней зоне, зависимость направления электрического вектора от сферических углов, определяющих точку наблюдения на сфере. Как известно, в дальней зоне антенны векторы излучённого поля касаются бесконечно удалённой сферы. Хотя в заглавии раздела говорится об элементарных излучателях, выводы данного раздела не ограничиваются ими, а распростра-

няются на более широкий класс антенн. Это связано с тем, что поляризационные характеристики и пространственные поляризационные диаграммы антенной решётки одинаково направленных излучателей совпадают с поляризационными характеристиками и пространственными поляризационными диаграммами одного излучателя. В данном пособии понятие пространственной поляризационной диаграммы применяется к источникам линейно поляризованного излучения, но это понятие может быть применено и в общем случае.

Начнём с пространственной поляризационной диаграммы элементарного электрического вибратора – электрического диполя Герца. Будем считать, что два поляризационных канала образованы вертикальным и горизонтальным электрическими диполями. Для каждого диполя вектор E лежит в плоскости меридиана, проходящей через ось диполя. На рис.6 слева показаны линии поля вектора E вертикального диполя. Стрелочкой обозначено главное направление излучения, которое выбрано в произвольном направлении плоскости экватора. На рисунке справа пунктиром показаны направления, ортогональные поляризациям вертикального диполя. Сплошными же линиями показаны направления поляризации горизонтального диполя.

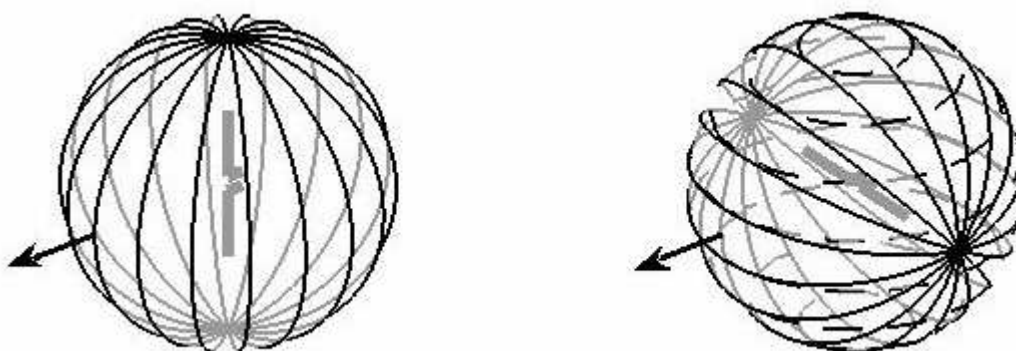


Рис. 6 Линии вектора E вертикального и горизонтального электрических диполей в косом направлении не перпендикулярны друг другу.

Мы видим, что только в главных плоскостях, проходящих через оси диполей и направление главного излучения, поляризации ортогональны. Во всех же остальных («косых») направлениях линии поляризации горизонтального диполя пересекаются с пунктирными линиями, которые ортогональны поляризациям вертикального диполя, и, тем самым, создают поляризационную помеху. Хотя электрический диполь в каждом направлении линейно поляризован, реализовать с его помощью два независимых и развязанных поляризационных канала невозможно.

Сделанный вывод целиком и полностью относится и к элементарному магнитному диполю. Из рассмотренного примера также очевидно, что пару излучателей, образующих два ортогональных поляризационных канала, составляют соосные диполи: электрический и магнитный. Однако этому варианту присущи недостатки, наиболее существенные из которых будут проанализированы в данном пособии в ходе исследования характеристик зеркальных антенн с различными типами облучателей.

Рассмотрим теперь наиболее важный для приложений тип элементарных излучателей – элементарный источник однонаправленного излучения или элемент Гюйгенса [1]. Линейно поляризованный элемент Гюйгенса образован совокупностью двух ортогональных диполей, электрического и магнитного. Соотношение амплитуд и фаз их полей выбрано так, что в одном направлении, ортогональном плоскости диполей, их излучение складывается, а в другом обнуляется. Нормированные диаграммы направленности элемента Гюйгенса в сферической системе координат с полярной осью (осью Z) вдоль направления максимального излучения, (перпендикулярного плоскости диполей), и началом отсчёта азимутальной координаты φ от плоскости, проходящей через ось электрического диполя (ось X), определяются выражениями:

$$E_{\vartheta} = -0.5(1 + \cos \vartheta) \cos \varphi; \quad E_{\varphi} = 0.5(1 + \cos \vartheta) \sin \varphi; \quad (22)$$

(Вывод этих выражений содержится в приложении 1).

Электрический диполь элемента Гюйгенса, повернутого на угол 90° вокруг направления максимального излучения, направлен вдоль оси Y . Поле излучения этого элемента Гюйгенса выражается теми же формулами (22), если в них заменить азимутальную координату φ на φ' , отсчитываемую от плоскости, проходящей через ось Y . Угловые координаты φ и φ' связаны соотношением:

$$\varphi = \varphi' - \pi/2,$$

из которого следует, что

$$\cos \varphi' = -\sin \varphi; \quad \sin \varphi' = \cos \varphi.$$

Значит, поле излучения повернутого элемента Гюйгенса, поляризованного вдоль оси Y , определяется выражениями:

$$E'_{\vartheta} = 0.5(1 + \cos \vartheta) \sin \varphi; \quad E'_{\varphi} = 0.5(1 + \cos \vartheta) \cos \varphi; \quad (23)$$

Вычислив скалярное произведение полей \mathbf{E} и \mathbf{E}' , можно убедиться, что эти поля ортогональны в любом направлении $\{\vartheta, \varphi\}$. Наглядное подтверждение этому даётся рис.7. Линии поляризации вертикального и горизонтального элементов Гюйгенса всюду ортогональны. Такие два излучателя не создают кроссполяризационной помехи друг другу.

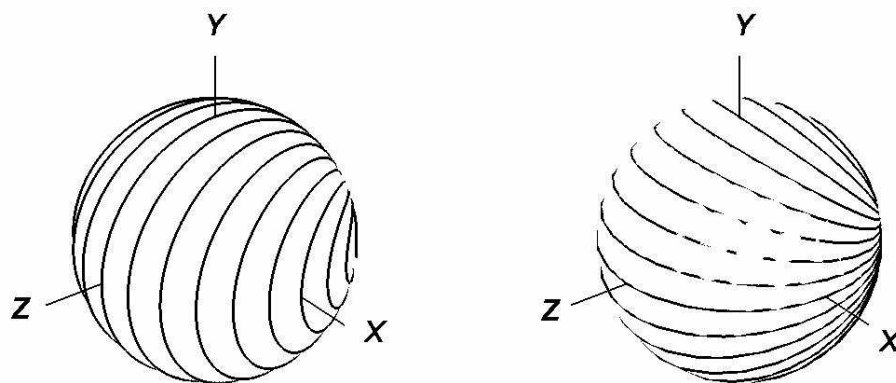


Рис.7 Линии вектора E вертикально и горизонтально поляризованных элементов Гюйгенса ортогональны друг другу в любом направлении

Поляризационная характеристика элемента Гюйгенса обладает ещё одной характерной особенностью. Она наилучшим образом согласуется с традиционным в антенной практике методом измерения характеристик направленности антенны. При таких измерениях испытываемая антенна устанавливается на поворотном устройстве, показанном на рис. 8 справа.

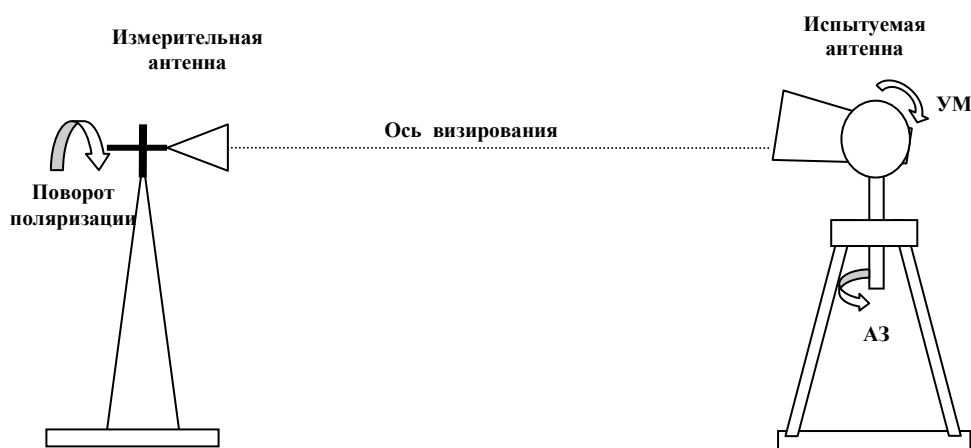


Рис. 8. Вид традиционной установки для измерения диаграмм направленности.

Универсальное поворотное устройство содержит механизм вращения по углу места (УМ) и азимуту (АЗ). Диаграмма направленности измеряется в горизонтальной плоскости при вращении поворотного устройства по азимуту (вокруг вертикальной оси). Угол места испытываемой антенны фиксируется после поворота вокруг горизонтальной (угломестной) оси. Он остаётся постоянным при вращении антенны по азимуту. Горизонтальная угломестная ось вращается вместе с испытываемой антенной. Измерительная (пробная) антенна линейной поляризации (на рис. 8 слева) устанавливается

на одной высоте с угломестной осью поворотного устройства. Ось визирования (линия связи между антеннами) остаётся неподвижной. Для изменения поляризации или измерения поляризационной характеристики измерительная антенна может поворачиваться вокруг оси визирования.

Если в качестве испытуемой антенны выбран элемент Гюйгенса линейной поляризации и поляризация измерительной антенны в начальный момент времени согласована с поляризацией элемента Гюйгенса, то она будет согласована всегда, независимо от азимута и угла места поворотного устройства испытуемой антенны. Если же в качестве испытуемой антенны взять электрический или магнитный диполь, то при изменении азимута и угла места плоскость поляризации измерительной антенны придётся подкручивать для согласования поляризаций измерительной и испытуемой антенн в косых плоскостях.

Рассмотренный вариант пары ортогональных элементов Гюйгенса служит основой формулировки достаточного условия, которому должна удовлетворять антенна, образующая два ортогональных поляризационных канала вместе с повернутым на 90° вторым экземпляром этой антенны.

Пространственная поляризационная диаграмма антенны, свободной от кроссполяризации, должна совпадать с пространственной поляризационной диаграммой элемента Гюйгенса. Амплитудная диаграмма направленности может быть другой. Приведённое условие отсутствия кроссполяризации в технической литературе называют «третьим определением Людвига отсутствия кроссполяризации» [4] по фамилии автора статьи, опубликовавшего сформулированное условие.

Уровень кроссполяризации может быть измерен экспериментально на традиционной измерительной установке, описанной выше. Испытуемая антенна свободна от кроссполяризации, если после согласования поляризаций испытуемой и измерительной антенн в главном направлении, поляризации будут согласованы при любом азимуте и угле места поворотного устройства. Уровень кроссполяризации испытуемой антенны определяется величиной угла подкрутки γ измерительной антенны, необходимого для согласования поляризации в направлениях, отличных от главного. Уровень кроссполяризации в децибелах определяется формулой:

$$A = 20 \lg |\sin \gamma| \quad (24)$$

Чтобы антенна была поляризована так же, как элемент Гюйгенса вертикальной поляризации, её излучение должно описываться выражением:

$$\begin{aligned} E_{\vartheta}(\vartheta, \varphi) &= f(\vartheta, \varphi) \sin \varphi, \\ E_{\varphi}(\vartheta, \varphi) &= f(\vartheta, \varphi) \cos \varphi \end{aligned} \quad (25)$$

Аналогично, чтобы антенна была поляризована как элемент Гюйгенса горизонтальной поляризации, её излучение должно описываться выражением:

$$E_{\vartheta}(\vartheta, \varphi) = -f(\vartheta, \varphi) \cos \varphi,$$

$$E_{\varphi}(\vartheta, \varphi) = f(\vartheta, \varphi) \sin \varphi$$

Амплитудная функция $f(\vartheta, \varphi)$ не должна обращаться в нуль в рабочем секторе углов, а в остальном произвольна. Излучение антенны правой круговой поляризации описывается выражениями:

$$E_{\vartheta} = f(\vartheta, \varphi) e^{i\varphi}; \quad E_{\varphi} = -iE_{\vartheta}, \quad (26)$$

а антенны левой круговой поляризации аналогичными выражениями:

$$E_{\vartheta} = f(\vartheta, \varphi) e^{-i\varphi}; \quad E_{\varphi} = iE_{\vartheta}$$

В рассмотренных примерах антенны имеют совершенно разные поляризации, но одинаковые амплитудные диаграммы направленности. Поляризационные свойства этих антенн объединяет одна особенность - они имеют одну и ту же **ось пространственной поляризационной диаграммы**, в данном случае, совпадающую с полярной осью сферической системы координат, осью Z. Направление этой оси может не совпадать с направлением максимального излучения. В антеннах с поляризационным уплотнением конкретный вид поляризации антенны (линейная, круговая или эллиптическая) обычно зависит от способа возбуждения её входных каналов и реализуется в фидерной схеме. Важная характеристика антенны, свободной от кроссполяризации, не зависящая от вида её возбуждения, определяется направлением **оси пространственной поляризационной диаграммы**, совпадающей с осью соответствующего элемента Гюйгенса. В общем случае для антенны, свободной от кроссполяризации, направление оси пространственной поляризационной диаграммы может быть произвольным.

Если излучение антенны содержит только составляющие Фурье первой азимутальной гармоники (относительно оси диаграммы направленности), то достаточным условием отсутствия кроссполяризации является равенство диаграмм направленности (по амплитуде и фазе) в E- и H- плоскостях антенны. Для антенны, поляризованной вдоль оси Y в главном направлении, это условие, которому должны удовлетворять функции $\{E_{\vartheta}(\vartheta, \varphi), E_{\varphi}(\vartheta, \varphi)\}$ имеет следующий вид:

$$E_{\vartheta}\left(\vartheta, \frac{\pi}{2}\right) = E_{\varphi}(\vartheta, 0) \quad (27)$$

Это условие выполняется, если амплитудная диаграмма обладает осевой симметрией относительно оси поляризационной диаграммы, то есть, функция $f(\vartheta, \varphi)$ не зависит от φ .

При наличии у антенны кроссполяризации равенство (27) не выполняется, а уровень кроссполяризации антенны зависит от разности диаграмм направленности в двух плоскостях:

$$A = 10 \lg \left\{ \frac{1}{2} \frac{|E_{\vartheta}(\vartheta, \pi/2) - E_{\varphi}(\vartheta, 0)|^2}{|E_{\vartheta}(\vartheta, \pi/2) + E_{\varphi}(\vartheta, 0)|^2} \right\} \text{ (дБ)} \quad (28)$$

Для элемента Гюйгенса, поляризованного вдоль оси Y в главном направлении, согласно формулам (23), условие (27) выполняется. Диаграмма направленности образует кардиоиду в обеих плоскостях. Для диполей условие равенства диаграмм направленности в главных плоскостях не выполняется. В плоскости E электрического диполя диаграмма направленности имеет форму восьмёрки, а в плоскости H – круга. Для магнитного диполя формы диаграмм направленности в плоскостях E - и H - меняются местами.

Облучатели осесимметричных зеркальных антенн. Кроссполяризация в таких антеннах. Типы используемых облучателей.

В данном разделе показано, что поляризационные характеристики осесимметричных зеркальных антенн в существенной мере определяются поляризационными характеристиками облучателя. Будем предполагать, что осесимметричное зеркало находится в дальней зоне облучателя, а размеры зеркала много больше длины волны. Эти предположения позволяют при расчёте отражения от зеркала пользоваться геометрической оптикой. Предположим также, что фазовый центр облучателя расположен в фокусе зеркальной системы, а максимум излучения облучателя направлен вдоль оси системы к вершине зеркала. Начнём с однозеркальной параболической антенны, облучаемой элементом Гюйгенса.

В сферической системе координат $\{\tilde{r}, \tilde{\vartheta}, \tilde{\varphi}\}$ с началом в фазовом центре элемента Гюйгенса, помещённым в фокус параболоида, электрическое поле элемента Гюйгенса, поляризованного в главном направлении вдоль оси Y , в дальней зоне описывается выражениями (23) (Их вывод имеется в приложении 1).

$$E'_{\vartheta} = 0.5(1 + \cos \vartheta) \sin \varphi; \quad E'_{\varphi} = 0.5(1 + \cos \vartheta) \cos \varphi; \quad (23')$$

Для расчёта излучения параболического зеркала нам нужно с учётом отражения от зеркала преобразовать составляющие поля в плоскость апертуры зеркала, проходящей через фокус ортогонально фокальной оси. Для этого в геометрооптическом приближении сначала нужно учесть изменение амплитуды поля при распространении излучения от фокуса параболоида до его поверхности. Расстояние от фокуса до параболоида по лучу, составляющему с фокальной осью угол ϑ , равно $2f/(1 + \cos \theta)$, где f – фокусное расстояние параболоида.

Амплитуда поля сферической волны при распространении по законам геометрической оптики меняется обратно пропорционально расстоянию,

поэтому амплитуда составляющих поля у поверхности зеркала, с точностью до постоянного множителя, определяются выражениями:

$$E'_\vartheta = 0.25(1 + \cos \vartheta)^2 \sin \varphi; \quad E'_\varphi = 0.25(1 + \cos \vartheta)^2 \cos \varphi; \quad (29)$$

После отражения от поверхности параболоида сферическая волна переходит в плоскую. Поперечные составляющие переходят опять в поперечные, при этом, ортогональность их сохраняется. Составляющая E_ϑ переходит в радиальную составляющую поля в плоскости апертуры, а составляющая E_φ сферической волны снова в E_φ , но уже для плоской волны в цилиндрической системе координат $\{z, r, \varphi\}$.

Введём нормированную радиальную координату t в плоскости апертуры:

$$t = tg \frac{\vartheta}{2} = \frac{r}{2f}. \quad (30)$$

Она обращается в единицу на расстоянии $2f$ от фокальной оси. Компоненты поля (29) в плоскости апертуры, с учётом замены (30) переходят, (опять таки с точностью до постоянного множителя), в следующую форму:

$$E_t = \frac{\sin \varphi}{(1 + t^2)^2} \quad E_\varphi = \frac{\cos \varphi}{(1 + t^2)}$$

Осталось стандартным методом преобразовать полярные компоненты $\{E_t, E_\varphi\}$ в декартовые $\{E_x, E_y\}$, воспользовавшись соотношениями:

$$t^2 = x^2 + y^2, \quad \cos \varphi = x/t, \quad \sin \varphi = y/t$$

$$E_x = E_r \cos \varphi - E_\varphi \sin \varphi$$

$$E_y = E_r \sin \varphi + E_\varphi \cos \varphi$$

В результате получим:

$$E_x = 0, \quad E_y = (1 + x^2 + y^2)^{-2} \quad (31)$$

Итак, в плоскости апертуры поле элемента Гюйгенса всюду после отражения от параболоида имеет лишь одну составляющую.

Для сравнения рассмотрим другой вариант возбуждения параболоида – электрическим диполем, ориентированным вдоль оси Y . Исходное поле такого диполя описывается выражениями:

$$E_\vartheta = \cos \vartheta \sin \varphi, \quad E_\varphi = \cos \varphi.$$

(Вывод выражений полей диполей, ориентированных вдоль осей X и Y , содержится в приложении 1.) В результате аналогичных преобразований получим следующие выражения, описывающие амплитуду составляющих поля в плоскости апертуры параболоида:

$$E_x = \frac{-2xy}{(1+x^2+y^2)^2}, \quad E_y = \frac{(1+x^2-y^2)}{(1+x^2+y^2)^2} \quad (32)$$

На рис. 9 показаны картины распределения поля в плоскости апертуры для обоих вариантов возбуждения параболоида.

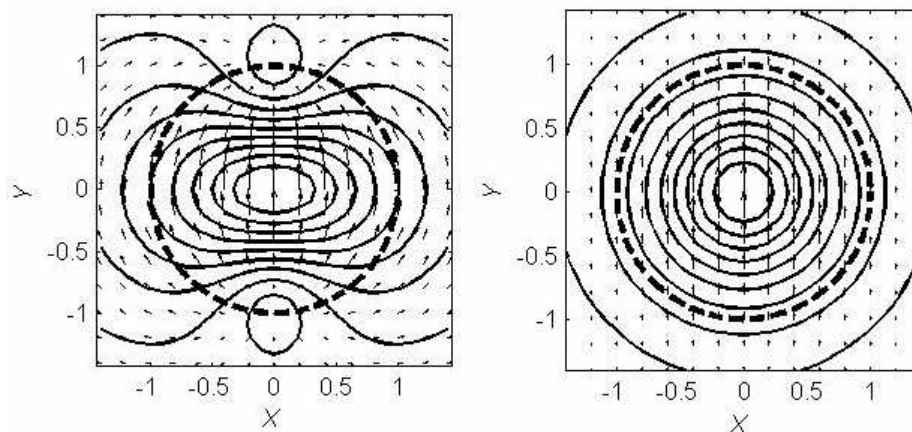


Рис. 9 Картины поля в плоскости апертуры параболической антенны, в фокусе которой установлен либо электрический диполь, либо элемент Гюйгенса.

Слева показана картина поля в плоскости апертуры параболической антенны, в фокусе которой установлен вертикальный электрический диполь. Сплошными линиями показаны линии уровня амплитуды поля (с шагом 0.1), нормированной в центре к единице. Стрелочками, длина которых пропорциональна амплитуде, показано направление вектора \mathbf{E} . Пунктирная окружность соответствует апертуре 180-градусного зеркала, фокус которого находится в плоскости кромки зеркала. Поле обращается в нуль в нижней и верхней точках кромки 180-градусного зеркала. Через эти точки проходит ось диполя.

Основная поляризация в апертуре вертикальная, паразитная – горизонтальная. В главных плоскостях диаграммы направленности диполя – вертикальной и горизонтальной, паразитная поляризация не возникает. Она компенсируется при интегрировании вследствие симметрии распределения поля по апертуре. В косых плоскостях возникает кроссполяризационная составляющая. Здесь симметрия не помогает. Помимо того, что возникновение этой составляющей ведёт к потере полезной мощности излучения, она создаёт препятствия в работе антенны в режиме поляризационного уплотнения. С таким облучателем зеркальная антенна может работать лишь в узком секторе углов вблизи максимума излучения.

Доля паразитной составляющей уменьшается по мере уменьшения диаметра апертуры зеркала при постоянном фокусном расстоянии. Это соответствует уменьшению угла облучения зеркала из фокуса и уменьшению

глубины зеркала. Особенно велика доля паразитного излучения, когда угол облучения превышает 180° .

В правой половине рис. 9 показана картина поля в апертуре зеркала, для случая, когда в фокусе установлен элемент Гюйгенса, максимум излучения которого направлен вдоль фокальной оси. Обозначения в этой части рисунка те же, что и слева. Паразитная поляризация не возникает вовсе, вне зависимости от глубины зеркала. Это связано с отсутствием кроссполяризационной составляющей у элемента Гюйгенса.

Левая часть рис.9 позволяет понять, что электрический и магнитный диполи не имеет смысла использовать в качестве облучателей зеркальных антенн, несмотря на то, что они образуют пару излучателей с ортогональными полями излучения во всех направлениях. Излучение зеркальной антенны с такими излучателями содержит паразитную кроссполяризационную компоненту. На этом основании можно считать, что и сами эти диполи не свободны от кроссполяризации. По образному выражению П. Вуда - английского специалиста по зеркальным антеннам, поляризационные характеристики облучателя «наследуются» зеркалом [3].

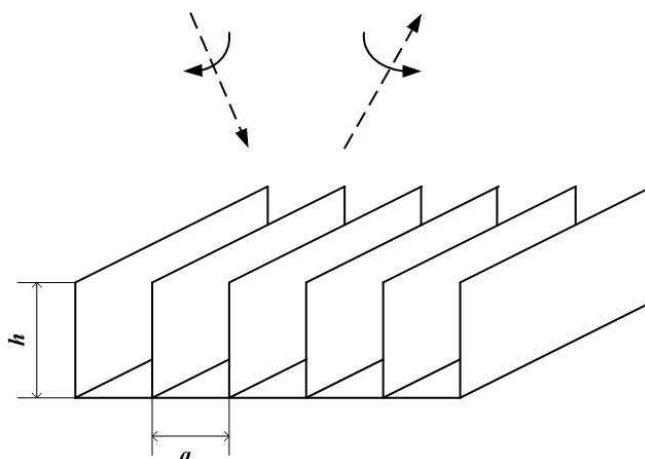


Рис. 10 Ребристая поверхность с четвертьволновыми канавками.

В предыдущем разделе мы видели, что уровень кроссполяризационной компоненты осесимметричного облучателя можно проконтролировать по различию диаграмм направленности в Е и Н плоскостях (формула (28)). Низким уровнем паразитной составляющей характеризуется класс облучателей, при формировании излучения которых используются отражающие свойства специальной ребристой поверхности. Такая поверхность схематически изображена на рис. 10. Глубина канавок h близка к четверти длины волны. Чтобы волна, поляризованная параллельно рёбрам, не проникала в пространство между рёбрами, расстояние между рёбрами делают меньше половины длины волны. В этом случае волна между рёбрами имеет запердельный характер. Изображённая поверхность обладает замеча-

тельным свойством – при падении на неё волны, поляризованной по кругу, отражённая волна также поляризована по кругу, причём с тем же направлением вращения вектора поляризации, что и падающая. Для сравнения, при падении волны круговой поляризации на металлическую плоскость, отражённая волна приобретает противоположное направление вращения.

Свойством подобных поверхностей не искажать поляризационные характеристики пользуются при создании гофрированных рупоров и некоторых других типов антенн, часто используемых в качестве облучателей с низким уровнем кроссполяризации. На рис. 11 показано осевое сечение круглого рупора с гофрированной внутренней поверхностью.

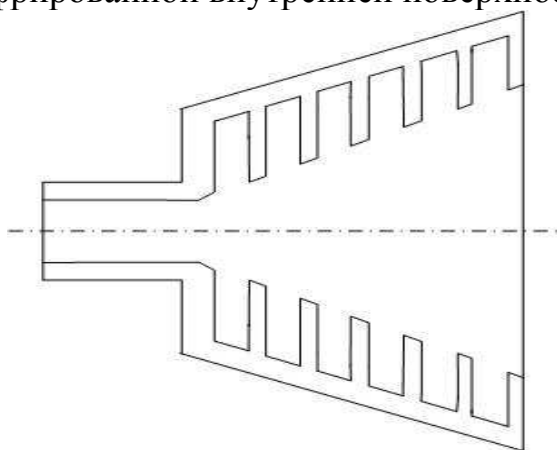


Рис. 11 Гофрированный рупор

Возбудим в подводящем волноводе рупора волну круговой поляризации. При попадании в рупор она будет отражаться от стенок рупора, не меняя при этом направления вращения вектора поляризации. В результате излучения из рупора волна сохранит круговую поляризацию, по меньшей мере, во всём главном лепестке диаграммы направленности. Так как рупор осесимметричный, в нём можно возбудить волну круговой поляризации противоположного направления вращения, равную по амплитуде. Сумма этих волн создаст излучение линейной поляризации, как от элемента Гюйгенса линейной поляризации. На практике для проверки уровня кроссполяризационной развязки измеряют диаграммы направленности облучателя в Е и Н плоскостях и добиваются их равенства с приемлемой точностью за счёт некоторых изменений в конструкции рупора. На рис. 12 показаны рупоры, отличающиеся по конструкции, но при создании которых была использована та же идея применения ребристой поверхности с четвертьволновыми канавками.

Выбор типа ребристой структуры определяется, в основном, размерами облучателя, шириной его диаграммы направленности и принятой технологией производства. В рассмотренных типах облучателей ребристая структура с четвертьволновыми канавками играет роль поляризационного фильтра.

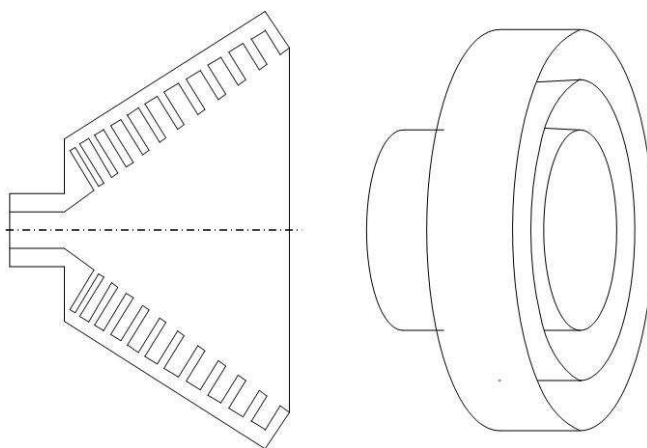


Рис. 12. Скалярный рупор (слева) и облучатель типа открытого конца волновода с ребристым фланцем (справа).

Конструкции, изображённые на рис. 11-12, сложны в изготовлении. Приемлемых поляризационных характеристик можно добиться в более дешёвых конических рупорах с гладкими стенками, но с изломом конической образующей (рис. 13, слева), или же со скачком диаметра, как в двухмодовом рупоре Поттера (рис. 13, справа).

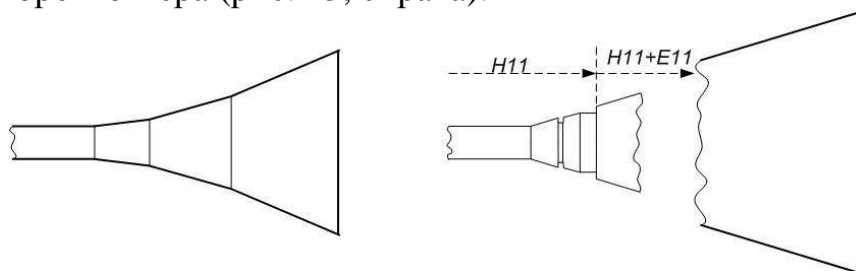


Рис. 13. Конический рупор с изломом образующей (слева) и рупор Поттера (справа).

Возникновение паразитной поляризации в несимметричных зеркальных антеннах

В симметричных зеркальных антеннах негативную роль играют эффекты затенения излучающей апертуры. Избавиться от влияния затенения можно, если вынести облучатель за пределы апертуры. В этом случае сферическая волна излучателя, установленного в фокусе несимметричной вырезки параболоида вращения, после отражения от параболоида преобразуется в плоскую волну, направленную параллельно фокальной оси, и на её пути нет никаких препятствий. Казалось бы, всё хорошо, и мы получили более совершенную антенну. Но не всё так просто. Чтобы в этой антенне уменьшить потери переливания, необходимо направить максимум диаграммы направленности облучателя на зеркало, под углом к фокальной оси. У рассмотренных нами облучателей максимум диаграммы направлен-

ности совпадает по направлению с осью пространственной поляризационной диаграммы, вследствие чего эта ось тоже оказывается отклонённой от фокальной оси параболоида. Разберёмся, какие эффекты при этом возникают. На рис. 14 показана схема образования паразитной поляризации в апертуре такой антенны.

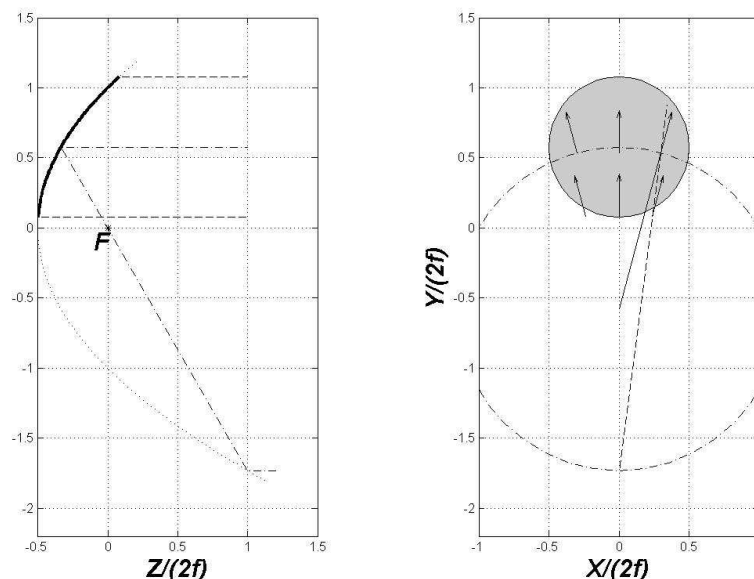


Рис.14 Схема возникновения кроссполяризации в однозеркальной несимметричной вырезке из параболы

В левой части рисунка сплошной линией показано сечение плоскостью симметрии (плоскостью YZ) несимметричного параболического рефлектора, обозначенного буквой R . Параболическое продолжение рефлектора показано пунктиром. Фокальная ось параболоида (ось Z) горизонтальна. В начале координат в фокусе F параболоида помещён облучатель с симметричной диаграммой направленности, отклонённой от фокальной оси. Облучатель свободен от кроссполяризации, а ось его пространственной поляризационной диаграммы совпадает с осью симметрии амплитудной диаграммы направленности. Поскольку поляризационная характеристика облучателя совпадает с поляризационной характеристикой элемента Гюйгенса и не зависит от амплитудной диаграммы направленности, будем считать, для простоты, что в фокус помещён вертикально поляризованный элемент Гюйгенса.

Пунктирной линией, начинающейся из фокуса, показана ось элемента Гюйгенса (ось AB), определяющая направление его максимального излучения. В противоположном направлении оси элемент Гюйгенса не излучает, имеет нуль диаграммы направленности. Построим сечение параболоида плоскостью «экватора» элемента Гюйгенса (рис. 7), проходящей через ось перпендикулярно плоскости симметрии. Сечение имеет форму эллипса, который по ходу лучей плоской волны, отражённой от параболоида, про-

ектируется на плоскость апертуры (плоскость XY) в виде дуги окружности. Окружность показана в правой части рис. 14 пунктиром. В точках экватора вектор поляризации вертикально поляризованного элемента Гюйгенса перпендикулярен плоскости экватора. В плоскости апертуры это показано стрелочками, направление которых совпадает с направлением радиуса на дуге пунктирной окружности, который, как известно, ортогонален касательным направлениям к дуге. Чтобы определить направление вектора поляризации в других точках апертуры, заметим, что все плоскости постоянного направления вектора поляризации для элемента Гюйгенса пересекаются в точке, соответствующей заднему излучению (см. рис. 7). В нашем случае точка пересечения проектируется в нижнюю точку пунктирной окружности. Направление вектора поляризации в плоскости апертуры на любой прямой, проходящей через эту точку, одно и то же и совпадает с направлением в точке пересечения этой прямой с пунктирной окружностью. Поле стрелочек, построенное в соответствии с этим в области излучающей апертуры в правой части рис. 14, определяет поляризационную характеристику однозеркальной несимметричной параболической антенны.

В плоскости симметрии зеркала кроссполяризация отсутствует из-за взаимной компенсации излучения паразитных составляющих. Кроссполяризация возникает в направлениях, отклонённых от плоскости симметрии, существенно снижая сектор углов допустимой работы антенны в режиме поляризационного уплотнения.

Если поляризация элемента Гюйгенса круговая, то излучение облучателя после отражения меняет направление вращения вектора поляризации на противоположное с сохранением круговой поляризации. Кроссполяризация в излучении несимметричной параболы в приближении геометрической оптики не возникает вовсе. Но это не значит, что в режиме поляризационного уплотнения антенна может работать хорошо. На смену вектору паразитной поляризации в плоскости апертуры приходит фазовая ошибка, численно равная углу отклонения вектора линейной поляризации. Знак фазовой ошибки при переходе через плоскость симметрии меняется на противоположный, также как и знак вектора паразитной поляризации для случая линейной поляризации. Это приводит к наклону фазового фронта в плоскости апертуры в боковом направлении и смещению в этом направлении максимума диаграммы направленности. Причём для ортогональных круговых поляризаций смещение максимума происходит в противоположных направлениях. За счёт этого при работе в режиме поляризационного уплотнения эффективность зеркальной антенны снижается.

Таким образом, при любой поляризации облучателя отклонение оси поляризационной диаграммы облучателя от фокальной оси параболоида приводит к эффектам, снижающим эффективность работы однозеркальной параболической антенны в режиме поляризационного уплотнения.

Возникновение поляризационных искажений при отклонении оси антенны.

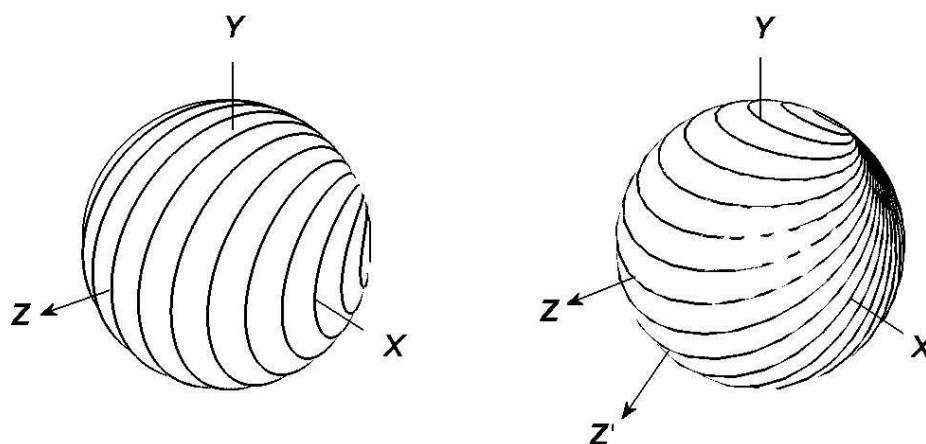


Рис. 7а. Ось одной из поляризационных диаграмм излучения развёрнута.

Эффекты, рассмотренные в предыдущем разделе, возникают при повороте антенны относительно оси системы координат, вдоль которой распространяются электромагнитные волны по ортогональным поляризационным каналам. Наглядно поляризационные искажения можно представить себе, если повернуть одну из поляризационных диаграмм излучения элементов Гюйгенса, изображённых на рис. 7, относительно другой на некоторый угол. Поворот приведёт к нарушению ортогональности линий поляризации почти во всех точках сферы.

При анализе эффектов кроссполяризации несимметричной параболической зеркальной антенны П.Вуд установил [3] связь искажений углов вектора поляризации с величиной сферического избытка сферического треугольника поляризаций. На рис.15 ось z показывает главное направление излучения элемента Гюйгенса в первоначальном положении, а ось z' - после поворота излучателя на угол ϑ_0 . Без ограничения общности рассмотрим частный случай, когда оба элемента Гюйгенса поляризованы параллельно нулевому меридиану, вдоль которого смещается ось. На рисунке изображён сферический треугольник PMP' , образованный дугой ϑ_0 , соединяющей полюсы систем координат, и меридиональными дугами ϑ и ϑ' - соответствующими сферическим координатам (ϑ, φ) и (ϑ', φ') некоторой точки M на сфере в двух сферических системах координат. Согласно формулам (22 - 23) угол отклонения вектора поля излучения элемента Гюйгенса от меридиана в каждой точке сферы дальней зоны зависит только от секторного угла φ и не меняется вдоль меридиана. Поэтому угол ε между векторами электрического поля двух элементов Гюйгенса в точке M

Поскольку в плоскости поворота системы координат сферический треугольник PMP' на рис.15 вырождается в отрезок дуги и имеет нулевую площадь, сферический избыток обращается в нуль, и кроссполяризация отсутствует. При переходе через плоскость поворота функция поляризационной ошибки ϵ меняет знак из-за изменения направления отсчёта углов в треугольнике. Выражение (33'') будет использовано в следующем разделе в процессе оценки поляризационных искажений при отражении от поверхностей 2-го порядка.

Преобразование направления оси пространственной поляризационной диаграммы в результате отражения от несимметрично облучённого эллипсоида или гиперboloида.

У рассмотренных нами облучателей поляризационная диаграмма совпадает с диаграммой элемента Гюйгенса, а направление максимального излучения совпадает с направлением оси поляризационной диаграммы. Для более эффективного облучения несимметричного рефлектора по амплитуде мы отклонили направление максимального излучения от фокальной оси параболоида. При этом ось поляризационной диаграммы также оказалась отклонённой, что и вызвало появление нежелательных поляризационных эффектов. А можно ли создать свободную от кроссполяризации антенну, у которой направление максимального излучения не совпадает с направлением оси поляризационной диаграммы? Применение такой антенны в качестве облучателя позволило бы одновременно минимизировать снижение эффективности из-за переливания мощности облучателя за края зеркала и, при этом, не допустить возникновения паразитной поляризации, благодаря возможности независимого выбора направления оси поляризационной диаграммы облучателя. Такая антенна может быть построена в виде совокупности излучателя, свободного от кроссполяризации, и несимметрично облучённого эллипсоида или гиперboloида.

На рис. 16 показана гипербола с фокусами F_1 и F_2 . Из части гиперболы

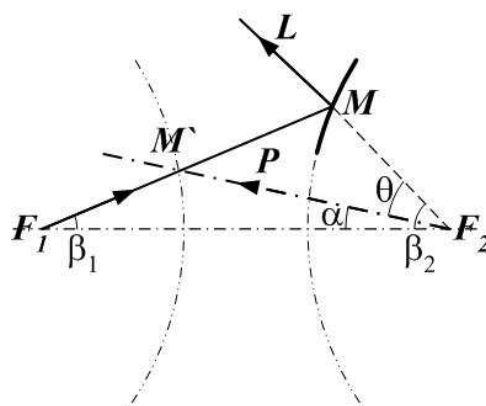


Рис. 16. Преобразование оси поляризационной диаграммы при несимметричном отражении от гиперболы.

вырезано несимметричное зеркало, показанное на рисунке сплошной линией. В фокусе F_1 расположен элемент Гюйгенса с осью, направленной под углом β_1 к фокальной линии гиперболы.

После отражения от гиперболы в точке M луч F_1M , идущий в направлении максимального излучения, отражается от гиперболы, как бы излучается из мнимого фокуса F_2 под углом β_2 к фокальной оси гиперболы в направлении F_2L . Углы β_1 и β_2 связаны известным соотношением:

$$\operatorname{tg} \frac{\beta_2}{2} = \frac{e+1}{e-1} \operatorname{tg} \frac{\beta_1}{2} \quad (34)$$

где e - эксцентриситет гиперболы. Для построения рассматриваемой зеркальной антенны нужно знать также величину угла α отклонения «отражённой» оси поляризационной диаграммы от фокальной оси эллипса. Этот угол определяется выражением:

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{e-1}{e+1} \operatorname{tg} \frac{\beta_1}{2}. \quad (35)$$

Угол ϑ отклонения оси поляризационной диаграммы F_2P от направления луча F_2L связан с углом β_1 отклонения направления элемента Гюйгенса от фокальной оси по формуле:

$$\operatorname{tg} \frac{\vartheta}{2} = \frac{2e}{e^2-1} \sin \beta_1. \quad (36)$$

Вывод тригонометрических соотношений (34)-(36) дан в приложении 2.

Ось поляризационной диаграммы в точке F_1 совпадает с направлением максимального излучения, но «отражение» оси поляризационной диаграммы от гиперболы происходит не в точке M , как у луча, а в точке пересечения оси исходного элемента Гюйгенса с другой полостью гиперболоида – точке M' . Именно через эту точку проходит преобразованная ось F_2P поляризационной диаграммы для мнимого источника отражённых лучей в точке F_2 . Для обоснования этого недостаточно информации, получаемой из рисунка 16, потому что на этом рисунке показаны только лучи главной плоскости, а в главной плоскости поляризационных искажений не возникает. Поляризационные искажения полей излучения источника падающих лучей в точке F_1 и мнимого источника отражённых лучей в точке F_2 можно сравнить с помощью пространственной схемы, изображённой на рис. 17.

На этом рисунке: F_1M и F_2M – падающий и отражённый лучи, проходящие через произвольную точку M (точку отражения) двуполостного гиперболоида, F_1V и F_2A – оси элементов Гюйгенса реального и мнимого источников, лежащие в горизонтальной плоскости. Пунктиром в горизонтальной плоскости показано сечение другой полости гиперболоида. Сферические избытки треугольников ΔP_1M_1V и ΔP_2M_2A согласно (33'), выражаются формулами:

$$\operatorname{ctg} \frac{\varepsilon_1}{2} = \operatorname{ctg} \frac{\vartheta_1}{2} \operatorname{ctg} \frac{\beta}{2} \operatorname{cosec} \varphi + \operatorname{ctg} \varphi;$$

$$\operatorname{ctg} \frac{\varepsilon_2}{2} = \operatorname{ctg} \frac{\vartheta_2}{2} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \operatorname{cosec} \varphi + \operatorname{ctg} \varphi;$$

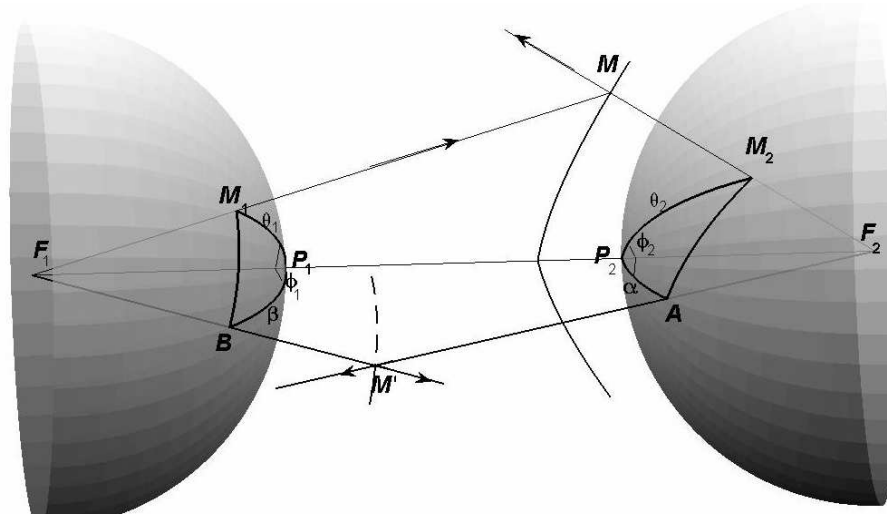


Рис. 17 Сферические треугольники поляризаций

Углы отклонения от оси гиперboloида падающего и отражённого лучей связаны соотношением:

$$\operatorname{tg} \frac{\vartheta_2}{2} = \frac{e+1}{e-1} \operatorname{tg} \frac{\vartheta_1}{2};$$

Чтобы для произвольной точки отражения M сферические избытки рассматриваемых треугольников были равны между собой, углы отклонения осей элементов Гюйгенса от оси гиперboloида должны удовлетворять условию:

$$\operatorname{tg} \frac{\beta}{2} = \frac{e+1}{e-1} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2};$$

Но это условие выполняется в том случае, когда точка пересечения M' осей элементов Гюйгенса принадлежит другой полости гиперboloида. При такой связи ось F_1B поляризационной диаграммы реального источника F_1 преобразуется в ось F_2A поляризационной диаграммы мнимого источника F_2 , как бы отражаясь от другой полости гиперboloида.

Между отражением луча и оси поляризационной диаграммы есть существенная разница. Лучи переносят энергию электромагнитной волны. Отражение электромагнитной волны происходит в результате физического взаимодействия с зеркалом в окрестности точки падения луча. Ось поляризационной диаграммы носит воображаемый характер. Направление этой оси характеризует распределение поляризации во всей диаграмме направленности. Точка отражения оси поляризационной диаграммы фиктивна. Это точка пересечения воображаемой оси поляризационной диаграммы и

математической поверхности второго порядка. Имеются ровно две точки, в которых ось поляризационной диаграммы источника, расположенного в фокусе невырожденной поверхности второго порядка, пересекает эту поверхность: одна точка отражения реального луча, другая – фиктивная точка отражения оси поляризационной диаграммы. Наглядное геометрическое представление о существовании фиктивной точки отражения позволит в следующем разделе получить однозначное решение инженерной задачи проектирования конструкции зеркальной системы.

Аналогичные рассуждения могут быть проведены для случая несимметричного облучения эллипса элементом Гюйгенса.

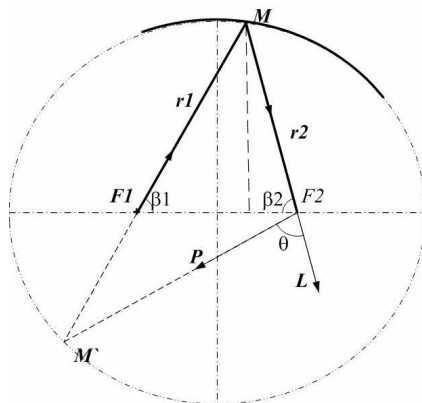


Рис. 18. Преобразование оси поляризационной диаграммы при несимметричном отражении от эллипса

Соответствующая геометрическая схема представлена на рис. 18. На этом рисунке обозначения те же, что и на рис. 16. Здесь также возникает фиктивная точка отражения оси поляризационной диаграммы. Формулы связи (34)-(36) углов $\beta_1, \beta_2, \vartheta$ и α для случая несимметричного облучения эллипса принимают следующий вид:

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\beta_1}{2}\right)\operatorname{tg}\left(\frac{\beta_2}{2}\right)=\frac{1-e}{1+e} \quad (34')$$

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}=\frac{1-e}{1+e}\operatorname{tg}\frac{\beta_1}{2} \quad (35')$$

$$\operatorname{tg}\frac{\vartheta}{2}=\frac{2e}{1-e^2}\sin\beta_1 \quad (36')$$

Вывод их аналогичен выводу формул (34)-(36).

Итак, **свободное от кроссполяризации излучение после несимметричного отражения от эллипса или гиперболы остаётся свободным от кроссполяризации.** Но отражение главного луча и оси поляризационной диаграммы от поверхности второго порядка происходит в разных точках, в результате чего эти направления, совпадающие до отражения, после отражения отклоняются друг от друга. Точки отражения луча и оси поляриза-

ционной диаграммы – это всегда две различные точки, в которых первоначальная ось, как и любая другая прямая, проходящая через фокус, пересекается с эллипсом или гиперболой. Если обе эти точки лежат на оси эллипса или гиперболы, отклонения не происходит.

Результаты, изложенные в данном разделе, применяются при построении свободных от кроссполяризации несимметричных двухзеркальных антенн Кассегрена и Грегори, а также при проектировании зеркальных лучеводов, которые часто входят в состав конструкций крупных радиотелескопов и других СВЧ устройств, особенно в миллиметровом диапазоне волн. Другие методы построения несимметричных двухзеркальных антенн, свободных от кроссполяризации, изложены в статьях [6-8].

Свободные от кроссполяризации несимметричные двухзеркальные антенны Кассегрена и Грегори.

При анализе поляризационных характеристик однозеркальной несимметричной параболической антенны было выяснено, что поляризационные искажения не возникают, если в фокусе этой антенны установлен облучатель, ось поляризационной диаграммы которого направлена вдоль фокальной оси к вершине параболоида. В то же время, минимизация потерь мощности за пределы отклонённого от фокальной оси зеркала требует отклонения направления максимального излучения. Принцип построения облучателя с несовпадающими направлениями максимального излучения и оси поляризационной диаграммы изложен в предыдущем разделе. В состав облучателя входит обычный симметричный облучатель без кроссполяризации и несимметричная вырезка эллипсоида или гиперболоида. Применение составного облучателя приводит к двухзеркальной несимметричной антенне. По традиции, в честь создателей оптических двухзеркальных телескопов, антенна, состоящая из несимметричных вырезов параболоида и гиперболоида, называется антенной Кассегрена, а состоящая из вырезов параболоида и эллипсоида - антенной Грегори. Параболоид называется главным зеркалом, а гиперболоид или эллипсоид – вторичным.

Добавление вторичного зеркала в симметричную зеркальную антенну позволяет обеспечить более удобное обслуживание радиотехнических устройств, соединённых с облучателем, а также позволяет осуществить трансформацию фокусного расстояния. В несимметричной антенне к этому добавляются возможности исключения затенения главного зеркала и подавления кроссполяризации.

На рис. 19 показано сечение несимметричной антенны Кассегрена плоскостью симметрии. F – фокус параболоида (первичный фокус), ось параболоида на рисунке направлена горизонтально. Фокальная ось гиперболоида отклонена под углом α от фокальной оси главного зеркала. Один из фокусов гиперболоида совпадает с первичным фокусом F , в другом –

вторичным фокусе F_2 расположен фазовый центр облучателя без кроссполяризации с совпадающими направлениями максимального излучения (главного луча) и оси поляризационной диаграммы. Эти оси отклонены от фокальной оси гиперboloида на угол β_1 . Главный луч отражается от гиперboloида в точке M и из мнимого фокуса F попадает на параболическое зеркало. Направление отражённого от гиперboloида главного луча отклонено от оси параболоида на угол ϑ . Ось параболоида проходит через точку пересечения M' оси облучателя с другой несуществующей физически полостью гиперboloида.

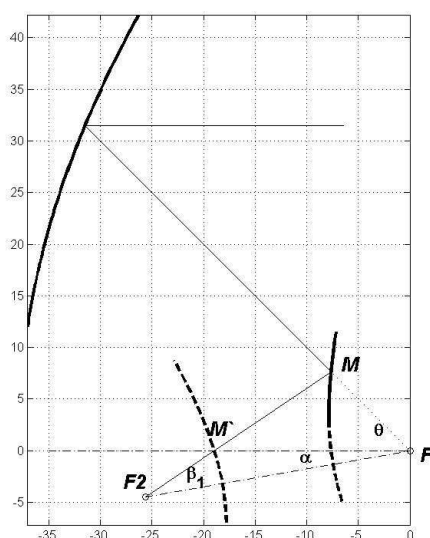


Рис. 19 Свободная от кроссполяризации несимметричная антенна Кассегрена (“offset”)

Углы $\alpha, \beta_1, \vartheta$ связаны между собой и с эксцентриситетом гиперболы e соотношениями (35`)-(36`). Выполнение этих соотношений и совпадение фокальной оси параболоида с направлением FM' обеспечивают отсутствие кроссполяризации в рассматриваемой двухзеркальной антенне.

Среди переменных $\alpha, \beta_1, \vartheta$ и e есть только две независимые. Полностью двухзеркальная антенна однозначно определяется выбором пяти параметров. Набор параметров может быть различным в зависимости от исходных данных для проектирования. Существуют методики расчёта двухзеркальной антенны Кассегрена, обеспечивающие выполнение требований по оптимальному облучению зеркал и недопущению самозатенения, приспособленные к выбору различных наборов независимых параметров [7].

Несимметричная двухзеркальная антенна Грегори строится по аналогичному принципу. Геометрия этой антенны показана на рис. 20. Обозначения здесь такие же, как и на рис. 19 и совпадают с обозначениями на рис. 16.

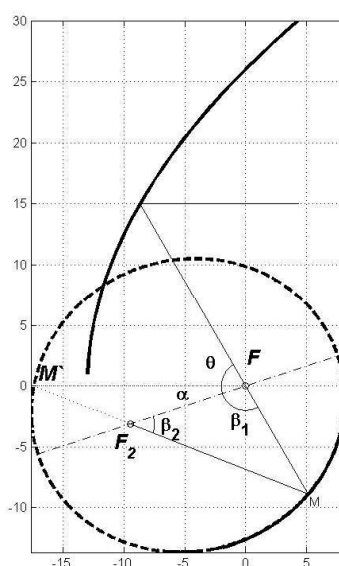


Рис. 20 Свободная от кроссполяризации несимметричная антенна Грегори (“offset”)

Выбор типа антенны Кассегрена или Грегори определяется конструктивными требованиями. Идея построения антенн рассматриваемого типа основана на геометрических соображениях. Тем не менее, низкий уровень поляризационных искажений в правильно построенных несимметричных антеннах Кассегрена и Грегори подтверждается учётом дифракционных поправок, проведенным в некоторых статьях [8]. Антенны обоих типов могут работать в режиме поляризационного уплотнения. Переход от одной линейной поляризации к другой может производиться, несмотря на асимметрию антенны, простым поворотом симметричного облучателя на угол 90° вокруг оси симметрии, совпадающей с направлением главного луча.

Контрольные вопросы.

1. Изобразите возможные формы годографа электрического вектора монохроматической волны.
2. Как связан коэффициент эллиптичности с комплексными амплитудами электрического вектора?
3. Как определить наклон большой оси эллипса поляризации по комплексным амплитудам электрического вектора?
4. Что такое «параметры Стокса» монохроматической волны?
5. Как связаны «параметры Стокса» со «сферой Пуанкаре»?
6. Как найти эллипс поляризации для заданной точки на сфере Пуанкаре?

7. Как найти поляризационный коэффициент связи приёмной и передающей антенн по положению соответствующих точек на сфере Пуанкаре?
8. Дайте определение «поляризационной развязки».
9. Охарактеризуйте работу канала связи в режиме поляризационного уплотнения.
10. Будут ли ортогональны электрические поля двух ортогональных
 - а. электрических вибраторов?
 - б. магнитных вибраторов?
 - с. элементов Гюйгенса?
11. Дайте определение антенны, «свободной от кроссполяризации».
12. Как измерить уровень кроссполяризации с помощью традиционной установки для измерения диаграмм направленности антенн?
13. Что такое «ось пространственной поляризационной диаграммы» для антенны, свободной от кроссполяризации?
14. Как определить уровень кроссполяризации антенны по её диаграммам направленности в E - и H -плоскостях?
15. Как выглядят картины линий поля электрического вектора в плоскости апертуры параболической антенны, если в её фокусе установлен
 - а. элемент Гюйгенса, ось которого направлена в сторону вершины параболы?
 - б. электрический диполь, перпендикулярный фокальной оси?
16. Какими поляризационными свойствами обладает ребристая металлическая поверхность с четвертьволновыми канавками?
17. Какие типы облучателей с низким уровнем кроссполяризации Вы знаете?
18. Изобразите линии поля электрического вектора в апертуре однозеркальной параболической «офсетной» антенны с установленным в её фокусе облучателем, свободным от кроссполяризации.
19. Что характеризует сферический избыток сферического треугольника поляризации?
20. Как преобразуется ось поляризационной диаграммы излучателя, свободного от кроссполяризации, помещённого в фокус
 - а. эллипсоида, при отражении от этого эллипсоида?
 - б. двуполостного гиперboloида при отражении от поверхности этого гиперboloида?
21. Опишите способ построения свободной от кроссполяризации несимметричной двухзеркальной
 - а. антенны Кассегрена,
 - б. антенны Грегори.

Приложение 1. Формулы для полей излучения элементарных источников.

В данном разделе выведены формулы для полей излучения элементарных источников. За основу берутся выражения для поля излучения (поля в дальней зоне) элементарного диполя с электрическим током J^e , длиной l^e , направленного вдоль вектора \mathbf{a} и помещённого в начало координат. Как известно, векторы электромагнитного поля в дальней зоне ортогональны направлению излучения. Магнитный вектор, кроме того, ортогонален направлению электрического диполя, а электрический вектор лежит в той же плоскости и ортогонален магнитному (векторы $\{\mathbf{E}, \mathbf{H}, \mathbf{e}_r\}$ образуют в пространстве правую тройку):

$$\mathbf{H} = C^e [\mathbf{a}, \mathbf{e}_r] \frac{e^{-ikR}}{R}; \quad \mathbf{E} = W_0 [\mathbf{H}, \mathbf{e}_r]; \quad (\text{П1.1})$$

Здесь \mathbf{e}_r - единичный вектор в направлении точки наблюдения, находящейся на расстоянии R от диполя, постоянный коэффициент $C^e = i \frac{J^e k l^e}{4\pi}$ - пропорционален моменту тока диполя.

Поле излучения магнитного диполя может быть получено из этих выражений с помощью принципа двойственности, согласно которому уравнения электромагнитного поля не нарушатся, если совершить замены:

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &\Rightarrow \mathbf{H} & \mathbf{H} &\Rightarrow -\mathbf{E} & \mathbf{j}^e &\Rightarrow \mathbf{j}^m \\ \varepsilon &\Rightarrow \mu & \mu &\Rightarrow \varepsilon & \mathbf{j}^m &\Rightarrow \mathbf{j}^e \end{aligned} \quad (\text{П1.2})$$

В результате, получим выражение поля магнитного диполя:

$$\mathbf{H} = \frac{C^m}{W_0} [\mathbf{e}_r, [\mathbf{e}_r, \mathbf{a}]] \frac{e^{-ikR}}{R}; \quad \mathbf{E} = C^m [\mathbf{e}_r, \mathbf{a}] \frac{e^{-ikR}}{R}; \quad C^m = i \frac{J^m k l^m}{4\pi}; \quad (\text{П1.3})$$

Для выражений векторов полей излучения обычно используют сферическую систему координат. Векторные произведения в формулах для полей в этой системе координат проще всего вычисляются, если воспользоваться следующей таблицей скалярных произведений сферических и декартовых ортов:

	\mathbf{e}_r	\mathbf{e}_ϑ	\mathbf{e}_φ
\mathbf{e}_x	$\sin \vartheta \cos \varphi$	$\cos \vartheta \cos \varphi$	$-\sin \varphi$
\mathbf{e}_y	$\sin \vartheta \sin \varphi$	$\cos \vartheta \sin \varphi$	$\cos \varphi$
\mathbf{e}_z	$\cos \vartheta$	$-\sin \vartheta$	0

$$(\text{П1.4})$$

Произведём вычисления для поля излучения диполя, ориентированного вдоль оси Z, то есть, $\mathbf{a} = \mathbf{e}_z$ в формулах (П1.1-П1.3). В соответствии с таблицей $\mathbf{e}_z = \cos \vartheta \mathbf{e}_r - \sin \vartheta \mathbf{e}_\vartheta$, поэтому:

$$\begin{aligned}
[\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_z] &= [\mathbf{e}_r, \cos \vartheta \mathbf{e}_r - \sin \vartheta \mathbf{e}_\vartheta] = \cos \vartheta [\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_r] - \sin \vartheta [\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\vartheta] = -\sin \vartheta \mathbf{e}_\varphi; \\
[\mathbf{e}_r, [\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_z]] &= -\sin \vartheta [\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\varphi] = -\sin \vartheta (-\mathbf{e}_\vartheta) = \sin \vartheta \mathbf{e}_\vartheta;
\end{aligned}
\tag{П1.5}$$

Получаем знакомые формулы для поля излучения электрического диполя, ориентированного вдоль оси Z [1]:

$$\mathbf{E} = C^e W_0 \sin \vartheta \frac{e^{-ikR}}{R} \mathbf{e}_\vartheta; \quad \mathbf{H} = C^e \sin \vartheta \frac{e^{-ikR}}{R} \mathbf{e}_\varphi; \tag{П1.6}$$

и так же ориентированного магнитного диполя:

$$\mathbf{E} = -C^m \sin \vartheta \frac{e^{-ikR}}{R} \mathbf{e}_\varphi; \quad \mathbf{H} = \frac{C^m}{W_0} \sin \vartheta \frac{e^{-ikR}}{R} \mathbf{e}_\vartheta; \tag{П1.7}$$

Мы видим, что векторы электрического поля одинаково ориентированных электрического и магнитного диполей ортогональны.

Рассмотрим теперь случай турникетной антенны, когда один электрический диполь ориентирован вдоль оси X, а другой вдоль оси Y. По той же методике, что и выше, получим выражения электрических полей для этого случая.

$$\begin{aligned}
\mathbf{e}_x &= \sin \vartheta \cos \varphi \mathbf{e}_r + \cos \vartheta \cos \varphi \mathbf{e}_\vartheta - \sin \varphi \mathbf{e}_\varphi; \\
\mathbf{e}_y &= \sin \vartheta \sin \varphi \mathbf{e}_r + \cos \vartheta \sin \varphi \mathbf{e}_\vartheta + \cos \varphi \mathbf{e}_\varphi;
\end{aligned}
\tag{П1.8}$$

$$\begin{aligned}
[\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_x] &= \sin \varphi \mathbf{e}_\vartheta + \cos \vartheta \cos \varphi \mathbf{e}_\varphi; \\
[\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_y] &= -\cos \varphi \mathbf{e}_\vartheta + \cos \vartheta \sin \varphi \mathbf{e}_\varphi; \\
[\mathbf{e}_r, [\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_x]] &= -\cos \vartheta \cos \varphi \mathbf{e}_\vartheta + \sin \varphi \mathbf{e}_\varphi; \\
[\mathbf{e}_r, [\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_y]] &= -\cos \vartheta \sin \varphi \mathbf{e}_\vartheta - \cos \varphi \mathbf{e}_\varphi;
\end{aligned}
\tag{П1.9}$$

Электрическое поле диполя, ориентированного вдоль оси X:

$$\mathbf{E} = \{-\cos \vartheta \cos \varphi \mathbf{e}_\vartheta + \sin \varphi \mathbf{e}_\varphi\} \frac{C^e W_0 e^{-ikR}}{R}; \tag{П1.10}$$

И аналогичное выражение для поля диполя, ориентированного вдоль оси Y:

$$\mathbf{E} = \{\cos \vartheta \sin \varphi \mathbf{e}_\vartheta + \cos \varphi \mathbf{e}_\varphi\} \frac{C^e W_0 e^{-ikR}}{R}; \tag{П1.11}$$

Хотя диполи ортогональны, их поля излучения не ортогональны между собой. Скалярное произведение векторов полей на бесконечно удалённой сфере пропорционально функции $\sin^2 \vartheta \sin 2\varphi$, не всюду равной нулю.

Получим теперь поле излучения элемента Гюйгенса. Элемент Гюйгенса образуется системой из двух ортогональных диполей, электрического и магнитного. Будем считать, что электрический диполь ориентирован вдоль оси X, а магнитный вдоль оси Y. Поле электрического диполя дано в

(П1.10). Для получения выражения поля магнитного диполя воспользуемся формулами (П1.3) и (П1.9):

$$\mathbf{E} = C^m \left(-\cos \varphi \mathbf{e}_\vartheta + \cos \vartheta \sin \varphi \mathbf{e}_\varphi \right) \frac{e^{-ikR}}{R}; \quad (\text{П1.12})$$

Вычислим сумму этих полей, предварительно подобрав моменты диполей так, чтобы поля синфазно складывались в направлении оси Z и давали бы в сумме нуль в противоположном направлении. Для этого положим:

$$J^m = J^e W_0; \quad J^e = J; \quad l^e = l^m = l; \quad C^e = C^m W_0; \quad (\text{П1.13})$$

В результате получим:

$$\mathbf{E} = C^e W_0 (1 + \cos \vartheta) \left(-\cos \varphi \mathbf{e}_\vartheta + \sin \varphi \mathbf{e}_\varphi \right) \frac{e^{-ikR}}{R}; \quad (\text{П1.14})$$

Если в этом выражении отбросить множитель $\frac{e^{-ikR}}{R}$ и осуществить нормировку такую, чтобы $\oint\oint |\mathbf{E}|^2 \sin \vartheta d\vartheta d\varphi = 1$, то получим (с точностью до постоянного фазового множителя):

$$E_\vartheta = -\frac{1 + \cos \vartheta}{2} \cos \varphi; \quad E_\varphi = \frac{1 + \cos \vartheta}{2} \sin \varphi; \quad (\text{П1.14}')$$

Приложение 2. Вывод тригонометрических соотношений для несимметричных облучателей без кроссполяризации.

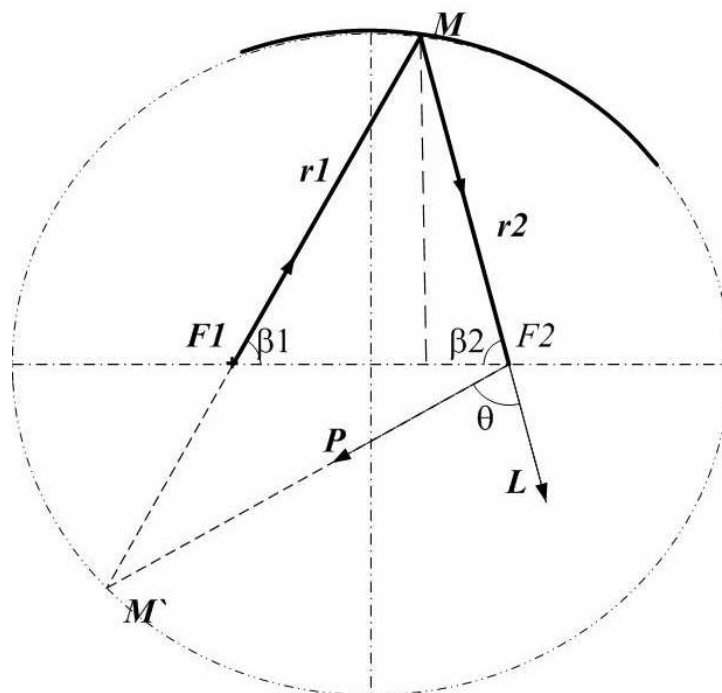


Рис. 18` Геометрия хода лучей в эллипсе.

Выведем тригонометрическую формулу, связывающую величины углов в треугольнике F_1MF_2 с эксцентриситетом эллипсоида на рис. 18`. Расстояние между фокусами в точках F_1 и F_2 обозначим, как обычно, $2c$, большую ось – $2a$. Отношение $e = c/a$ для кривых второго порядка определяет эксцентриситет.

Согласно основному свойству эллипса выполняется соотношение:

$$r_1 + r_2 = 2a \quad (\text{П2.1})$$

Проектируя боковые стороны треугольника F_1MF_2 на основание, получаем:

$$r_1 \cos \beta_1 + r_2 \cos \beta_2 = 2c \quad (\text{П2.2})$$

Проектируя боковые стороны на малую ось, получаем соотношение между длинами боковых сторон:

$$r_1 \sin \beta_1 = r_2 \sin \beta_2 \quad (\text{П2.3})$$

Из этого соотношения выразим r_2 через r_1 и затем подставим в соотношения (П2.1)-(П2.2). Разделив первое из полученных соотношений на второе, и сократив на общий множитель, получим:

$$\frac{\sin \beta_1 \cos \beta_2 + \sin \beta_2 \cos \beta_1}{\sin \beta_1 + \sin \beta_2} = \frac{c}{a} = e \quad (\text{П2.4})$$

Далее, проведём последовательно элементарные тригонометрические преобразования левой части равенства (П2.4) в порядке, соответствующем следующей цепочке равенств:

$$\begin{aligned} \frac{\sin \beta_1 \cos \beta_2 + \sin \beta_2 \cos \beta_1}{\sin \beta_1 + \sin \beta_2} &= \frac{\sin(\beta_1 + \beta_2)}{\sin \beta_1 + \sin \beta_2} = \frac{2 \sin \frac{\beta_1 + \beta_2}{2} \cos \frac{\beta_1 + \beta_2}{2}}{2 \sin \frac{\beta_1 + \beta_2}{2} \cos \frac{\beta_1 - \beta_2}{2}} = \\ &= \frac{\cos \frac{\beta_1 + \beta_2}{2}}{\cos \frac{\beta_1 - \beta_2}{2}} = \frac{\cos \frac{\beta_1}{2} \cos \frac{\beta_2}{2} - \sin \frac{\beta_1}{2} \sin \frac{\beta_2}{2}}{\cos \frac{\beta_1}{2} \cos \frac{\beta_2}{2} + \sin \frac{\beta_1}{2} \sin \frac{\beta_2}{2}} = \frac{1 - \operatorname{tg} \frac{\beta_1}{2} \operatorname{tg} \frac{\beta_2}{2}}{1 + \operatorname{tg} \frac{\beta_1}{2} \operatorname{tg} \frac{\beta_2}{2}} = e \end{aligned} \quad (\text{П2.5})$$

Из последнего соотношения, выражая произведение тангенсов, получим формулу (34'):

$$\operatorname{tg} \frac{\beta_1}{2} \operatorname{tg} \frac{\beta_2}{2} = \frac{1 - e}{1 + e}$$

Применяя это равенство к углам при основании треугольника $F_1 M F_2$, получим:

$$\operatorname{tg} \frac{\pi - \beta_1}{2} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - e}{1 + e}, \quad (\text{П2.8})$$

что эквивалентно соотношению (36'):

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - e}{1 + e} \operatorname{tg} \frac{\beta_1}{2}$$

Для получения (35') выразим угол ϑ через смежные с ним углы:

$$\vartheta = \pi - \alpha - \beta_2. \quad (\text{П2.9})$$

Из этого равенства элементарными выкладками с использованием соотношений (34'), (36') получим следующую цепочку равенств, доказывающих формулу (35'):

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \frac{\vartheta}{2} &= \operatorname{ctg} \frac{\alpha + \beta_2}{2} = \frac{1 - \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \operatorname{tg} \frac{\beta_2}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} + \operatorname{tg} \frac{\beta_2}{2}} = \frac{1 - \frac{1 - e}{1 + e} \operatorname{tg} \frac{\beta_1}{2} \frac{1 - e}{1 + e} \operatorname{ctg} \frac{\beta_1}{2}}{\frac{1 - e}{1 + e} \operatorname{tg} \frac{\beta_1}{2} + \frac{1 - e}{1 + e} \operatorname{ctg} \frac{\beta_1}{2}} = \\ &= \frac{4e}{1 - e^2} \frac{1}{\operatorname{tg} \frac{\beta_1}{2} + \operatorname{ctg} \frac{\beta_1}{2}} = \frac{2e}{1 - e^2} \sin \beta_1 \end{aligned}$$

Формулы (34)-(36) для углов на схеме рис.16, соответствующей несимметричному облучению гиперболы, получаются аналогично.

Библиографический список

1. Марков Г.Т, Сазонов Д.М. Антенны, изд.2, 1975
2. Борн М., Вольф Э. Основы оптики, М.: Наука, ГРФМЛ, 1973. – 719 с.
3. Wood P.J. Reflector antenna analysis and design: P.Peregrinus Lmt. on behalf of the IEE, 1980. (русский перевод: Вуд П. Анализ и проектирование зеркальных антенн. М.: Радио и связь, 1984. – 207 с.)
4. A. C. Ludwig, “The definition of cross polarization”, IEEE Transaction on Antennas and Propagation, v. AP-21, January, 1973, p. 116-119.
5. Степанов Н.Н. Сферическая тригонометрия, изд.2, Л.-М.: ОГИЗ «Гостехиздат», 1948, — 154 с.
6. C. Dragone, “Offset multireflector antennas with perfect pattern symmetry and polarization discrimination”, Bell System Technic Journal, v. 57,no. 7,p.2663-2684, September, 1978
7. C. Granet, “Designing classical offset Cassegrain or Gregorian dual-reflector antennas from combinations of prescribed geometric parameters”, IEEE Antennas and Propagation Magazine, v. 44, no. 3, June, 2002, p. 114-123.
8. W. V. T. Rush, Y. Rahmat-Samii, R. A. Shore, “Derivation and application of the equivalent paraboloid for classical offset Cassegrain and Gregorian antennas”, IEEE Transaction on Antennas and Propagation, v. 38, no. 8, August, 1990, p. 1141-1149.