

## Статистические характеристики огибающей суммы сигнала и шума

### Плотность вероятности огибающей суммы сигнала и шума (распределение Райса)

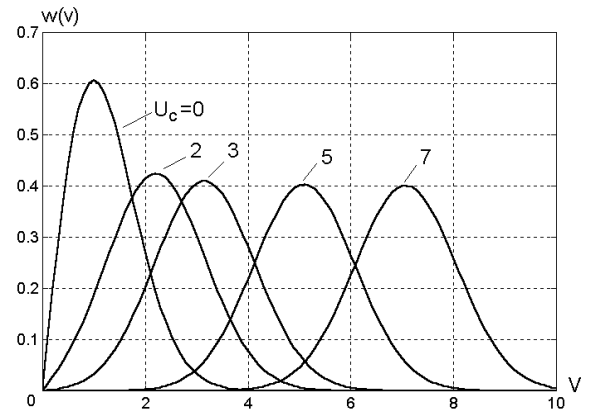
$$w(V) = \frac{V}{U_{\text{ш}}^2} I_0 \left( \frac{V U_c}{U_{\text{ш}}^2} \right) \exp \left( -\frac{V^2 + U_c^2}{2U_{\text{ш}}^2} \right), \quad V \geq 0$$

при  $U_c=0$  (распределение Релея):

$$w(V) = \frac{V}{U_{\text{ш}}^2} e^{-\frac{V^2}{2U_{\text{ш}}^2}}, \quad V \geq 0$$

при  $U_c/U_{\text{ш}} \gg 1$  (нормальное распределение):

$$w(V) \approx \frac{1}{U_{\text{ш}} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(V-U_c)^2}{2U_{\text{ш}}^2}}, \quad V \geq 0$$



Плотность вероятности при  $U_{\text{ш}}=1$

### Математическое ожидание, дисперсия и АКФ огибающей

$$\bar{V} = U_{\text{ш}} M(a), \quad \sigma_V^2 = U_{\text{ш}}^2 N^2(a), \quad K_V(\tau) \approx \frac{4-\pi}{2} U_{\text{ш}}^2 \left[ b_1(a) \psi(\tau) + b_2(a) \psi^2(\tau) \right], \quad \text{где } a = U_c / U_{\text{ш}}$$

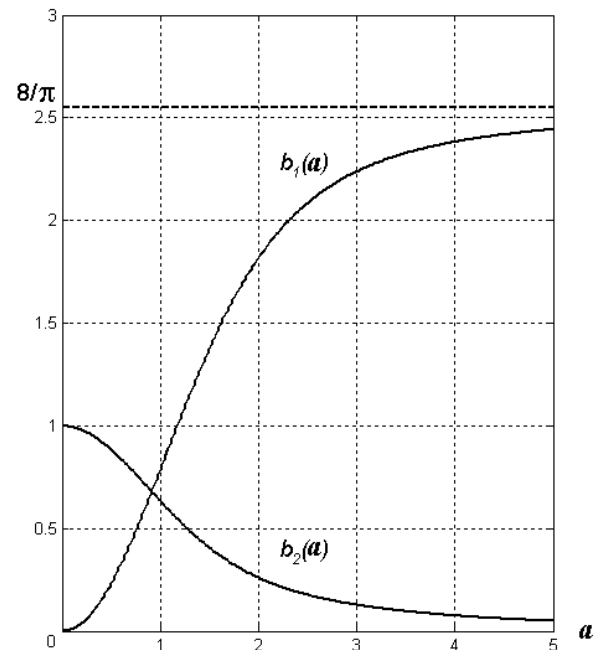
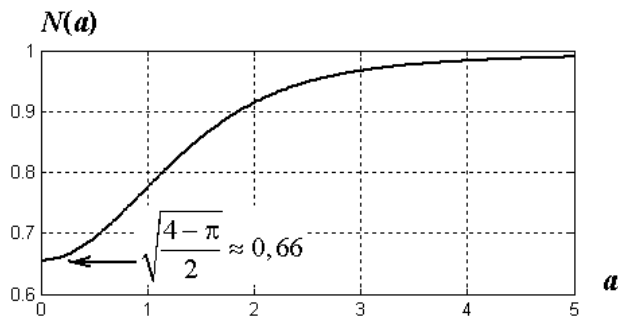
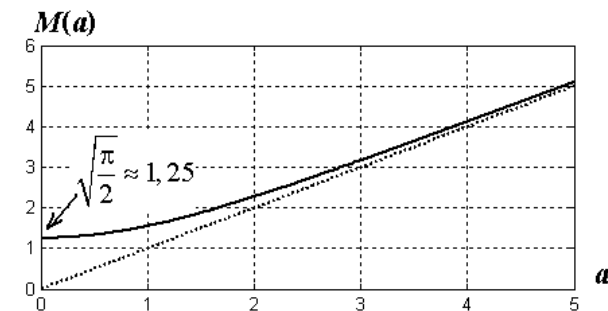
$$M(a) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} e^{-\frac{a^2}{4}} \left[ \left( 1 + \frac{a^2}{2} \right) I_0 \left( \frac{a^2}{4} \right) + \frac{a^2}{2} I_1 \left( \frac{a^2}{4} \right) \right], \quad M(a) \approx \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left( 1 + \frac{a^2}{4} \right) \quad \text{при } a \ll 1$$

$$N(a) = \sqrt{2 + a^2 - M^2(a)}$$

$$M(a) \approx \sqrt{a^2 + 1} \quad \text{при } a > 1$$

$$b_1(a) = \left\{ a e^{-\frac{a^2}{4}} \left[ I_0 \left( \frac{a^2}{4} \right) + I_1 \left( \frac{a^2}{4} \right) \right] \right\}^2,$$

$$b_2(a) = \left[ e^{-\frac{a^2}{4}} I_0 \left( \frac{a^2}{4} \right) \right]^2 + \left[ e^{-\frac{a^2}{4}} I_1 \left( \frac{a^2}{4} \right) \right]^2$$



## Энергетический спектр огибающей смеси сигнала и шума на выходе БНЧ с прямоугольной АЧХ

$$G_V(f) \approx G_{V1}(f) + G_{V2}(f)$$

$$G_{V1}(f) = b_1(a)(4 - \pi)G_0K_0^2, \quad f \in [0, \Pi_{\text{ш}}/2]; \quad G_{V2}(f) = b_2(a)(4 - \pi)G_0K_0^2 \frac{\Pi_{\text{ш}} - f}{\Pi_{\text{ш}}}, \quad f \in [0, \Pi_{\text{ш}}]$$

$G_0$  – спектральная плотность белого шума на входе БВЧ;

$K_0$  – коэффициент усиления БВЧ по напряжению;

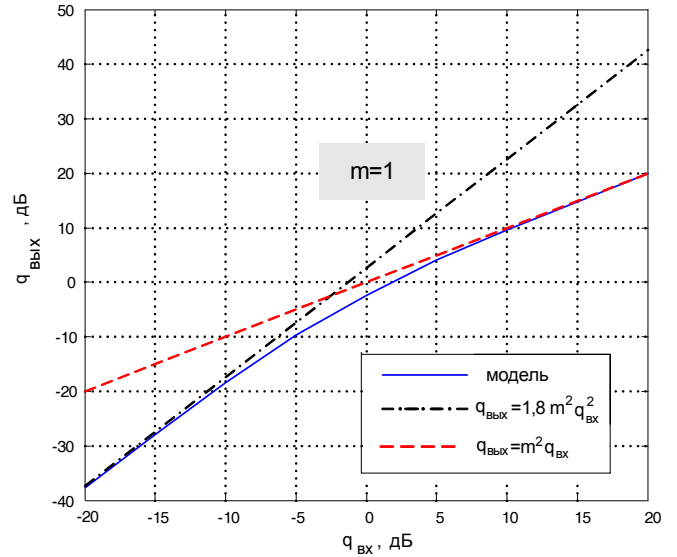
$\Pi_{\text{ш}}$  – шумовая полоса пропускания БВЧ.

### Отношение сигнал/шум на выходе линейного АД

$$a \ll 1: \quad q_{\text{ВЫХ}} = \left( \frac{P_c}{P_{\text{ш}}} \right)_{\text{ВЫХ}} \approx \frac{\pi}{2(4 - \pi)} m^2 \left( \frac{P_c}{P_{\text{ш}}} \right)_{\text{ВХ}}^2 \approx$$

$$\approx 1,8 m^2 q_{\text{ВХ}}^2$$

$$a \gg 1: \quad q_{\text{ВЫХ}} = \left( \frac{P_c}{P_{\text{ш}}} \right)_{\text{ВЫХ}} \approx m^2 \left( \frac{P_c}{P_{\text{ш}}} \right)_{\text{ВХ}} = m^2 q_{\text{ВХ}}$$



### Статистические характеристики шума на выходе квадратичного АД

Характеристика АД:  $U_d = bU^2$

Плотность вероятности, математическое ожидание и дисперсия

$$w(U_d) = \frac{1}{2bU_{\text{ш}}^2} e^{-\frac{U_d}{2bU_{\text{ш}}^2}}, \quad U_d \geq 0; \quad \bar{U}_d = 2bU_{\text{ш}}^2; \quad \sigma_{U_d}^2 = (2bU_{\text{ш}}^2)^2$$

АКФ и энергетический спектр

$$K_{U_d}(\tau) = (2bU_{\text{ш}}^2)^2 \psi^2(\tau);$$

$$G_{U_d}(f) = 8b^2G_0^2K_0^4(\Pi_{\text{ш}} - f), \quad f \in [0, \Pi_{\text{ш}}]$$

(в случае БВЧ с прямоугольной АЧХ)

## Статистические характеристики частоты суммы сигнала и шума

Плотность вероятности циклической частоты шума ( $a = 0$ ):

$$w(\omega) = \frac{-\psi_0''}{2 \left[ (\omega - \omega_0)^2 - \psi_0'' \right]^{3/2}},$$

где  $\psi_0'' = \left. \frac{d^2 \psi(\tau)}{d\tau^2} \right|_{\tau=0}$ ,

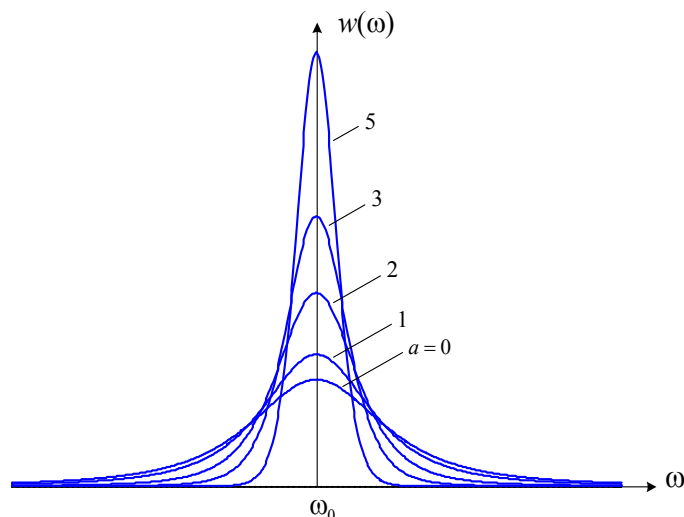
$\psi(\tau)$  – огибающая нормированной АКФ шума,  
 $\omega_0$  – центральная частота АЧХ БВЧ.

Математическое ожидание:  $\bar{\omega} = \omega_0$

Дисперсия:  $\sigma_\omega^2 = \overline{(\omega - \omega_0)^2} \rightarrow \infty$

Среднее абсолютное отклонение:

$$S_\omega = \overline{|\omega - \omega_0|} = \sqrt{-\psi_0''}$$



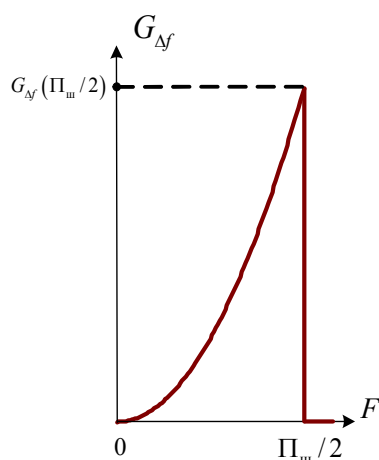
Плотность вероятности циклической частоты при различном отношении сигнал/шум

## Энергетический спектр отклонения частоты (в случае БВЧ с прямоугольной АЧХ)

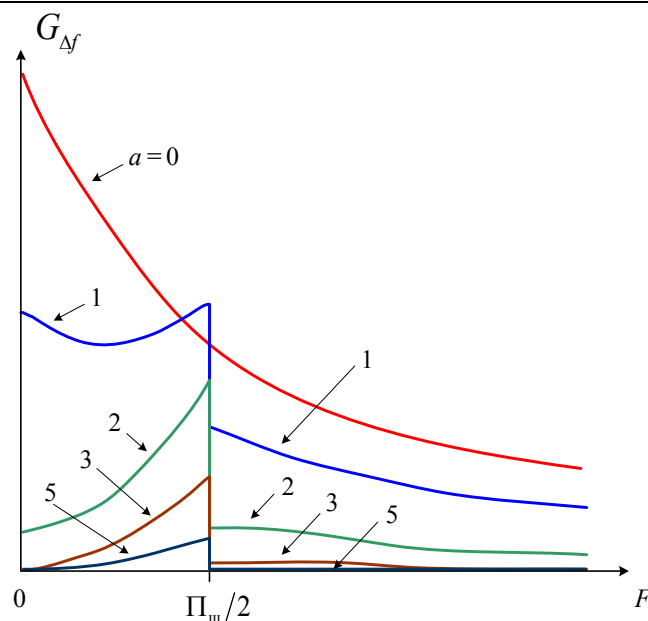
При  $a = \frac{U_c}{U_{ш}} \gg 1$ :

$$G_{\Delta f}(F) \approx \frac{F^2}{U_c^2} G_{U_{ш}^s}(F) = 2G_0 K_0^2 \frac{F^2}{U_c^2},$$

$$F \in [0, \Pi_{ш}/2]$$



$$G_{\Delta f}(\Pi_{ш}/2) \approx \frac{2G_0 K_0^2}{U_c^2} \left( \frac{\Pi_{ш}}{2} \right)^2$$



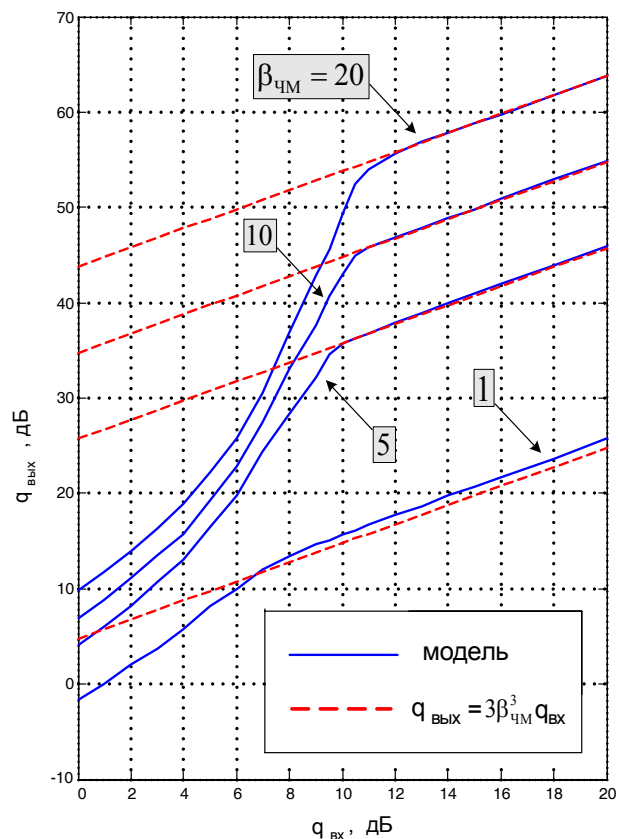
Влияние отношения сигнал/шум на энергетический спектр отклонения частоты суммы сигнала и шума

## Отношение сигнал/шум на выходе БНЧ с прямоугольной АЧХ при действии смеси ЧМ сигнала и шума

При  $a \gg 1$ :

$$q_{\text{вых}} = \left( \frac{P_c}{P_{\text{ш}}} \right)_{\text{вых}} \approx 3\beta_{\text{ЧМ}}^3 \left( \frac{P_c}{P_{\text{ш}}} \right)_{\text{вх}} = 3\beta_{\text{ЧМ}}^3 q_{\text{вх}}$$

$$\beta_{\text{ЧМ}} = \frac{\Delta f_m}{F_m} - \text{индекс модуляции}$$



**Зависимости отношения сигнал/шум на выходе БНЧ от  
отношения сигнал/шум на входе ЧД при различных  
значениях индекса частотной модуляции**