ЭУМК

УСТРОЙСТВА СВЧ И АНТЕННЫ

Лекция 2.

ПОЛЯРИЗАЦИОННАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА, МАГНИТНЫЙ ДИПОЛЬ, ТУРНИКЕТНАЯ АНТЕННА, ЭЛЕМЕНТАРНЫЙ ИСТОЧНИК ОДНОНАПРАВЛЕННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ - ЭЛЕМЕНТ ГЮЙГЕНСА

2.1. Различные выражения поляризационных характеристик

Разберёмся более подробно с поляризационными характеристиками. В формуле (1-13) поляризационный множитель полей излучения представлен в виде разложения комплексной амплитуды по ортам сферической системы координат. Ограничимся рассмотрением поляризационной характеристики электрического поля, поскольку из соотношений (1-5) следует, что поляризационная характеристика магнитного поля отличается от характеристики электрического поля только поворотом на 90° против часовой стрелки, если смотреть в сторону бесконечности.

Разложение комплексных амплитуд по ортогональному базису однозначно связано с годографом вещественного электрического вектора в плоскости, натянутой на векторы $\boldsymbol{e}_\vartheta$ и $\boldsymbol{e}_\varphi$.. Годограф - это кривая, представляющая собой геометрическое место концов вектора $\boldsymbol{E}$, значения которого в разные моменты времени отложены от общего начала. Функции декартовых составляющих вектора электрического поля от времени обозначим $e_\varphi(t), e_\vartheta(t)$. Для них справедливы зависимости:

$$\begin{gathered}\tilde{E}_\varphi(t)=\sqrt{2}Re\left(E_\varphi e^{i\omega t}\right)=\sqrt{2}\left|E_\varphi\right|\cos\left(\alpha_\varphi+\omega t\right)\\ \tilde{E}_\vartheta(t)=\sqrt{2}Re\left(E_\vartheta e^{i\omega t}\right)=\sqrt{2}\left|E_\vartheta\right|\cos\left(\alpha_\vartheta+\omega t\right)\end{gathered}. \qquad (2\text{-}1)$$

Модули и аргументы комплексных амплитуд определяют, соответственно, величину и начальную фазу составляющих вещественного электрического вектора. Коэффициент $\sqrt{2}$ добавлен из условия нормировки усреднённой мощности по периоду колебаний T:

$$\frac{1}{T}\int_0^T\left(\sqrt{2}\cos\left(\alpha+\omega t\right)\right)^2 dt=1.$$

Любой двумерный вещественный вектор может быть представлен комплексным числом, поэтому временную зависимость электрического вектора можно записать в следующем виде:

$$\tilde{\boldsymbol{E}}(t)=\tilde{E}_\varphi(t)+i\tilde{E}_\vartheta(t)=\sqrt{2}\left(\left|E_\varphi\right|\cos\left(\alpha_\varphi+\omega t\right)+i\left|E_\vartheta\right|\cos\left(\alpha_\vartheta+\omega t\right)\right) \qquad (2\text{-}2)$$

(Следует заметить, что комплексные числа в этой записи и в комплексных амплитудах имеют разный физический смысл - аргумент комплексного числа в записи (3-2) определяет пространственное положение вектора, тогда как в комплексной амплитуде временную фазу.) Выразим в (2-2) косинусы через экспоненты по формуле Эйлера: $\cos\alpha=\left(e^{i\alpha}+e^{-i\alpha}\right)\Big/2$, и соберём подобные члены при экспонентах:

$$\tilde{\boldsymbol{E}}(t)=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(E_\varphi+iE_\vartheta\right)e^{i\omega t}+\frac{1}{\sqrt{2}}\left(E_\varphi-iE_\vartheta\right)^* e^{-i\omega t}. \qquad (2\text{-}3)$$

(Звёздочка у скобки обозначает комплексное сопряжение содержимого скобки.) Мы получили представление электрического вектора в некотором направлении излучения в виде суммы двух векторов, вращающихся с одинаковой круговой частотой, но в разные стороны. Экспоненты определяют вращающиеся единичные векторы, а множители перед ними дают длину и начальное положение слагаемых векторов. Вектор, соответствующий первому слагаемому с течением времени вращается по часовой стрелке, если смотреть в направлении от источника в сторону бесконечности, и определяет поле правой круговой поляризации. Второе слагаемое соответствует вектору, вращающемуся против часовой стрелки, и отвечает левой круговой поляризации. Сумма двух вращающихся в противоположном направлении векторов определяет эллипс поляризации (рис.2.1). Большая ось эллипса соответствует моменту времени, когда направления вращающихся векторов совпадают, а малая – когда они противоположны.

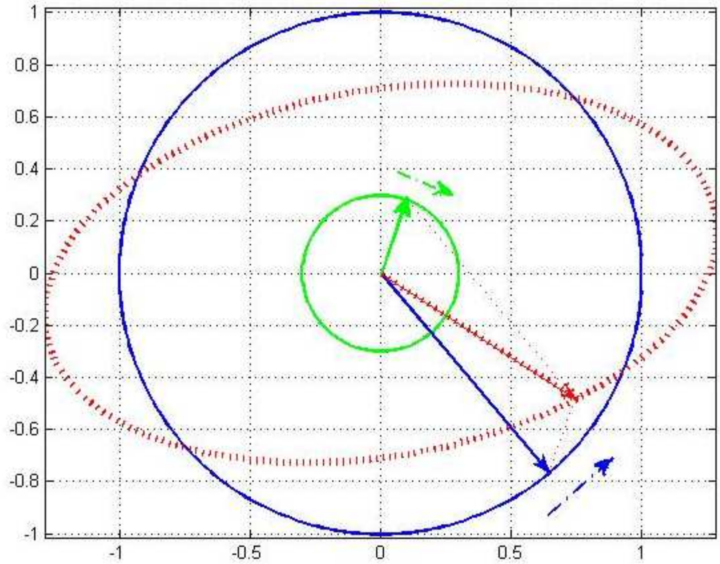

Рис. 2.1. Эллипс поляризации, образованный суммой волн круговой поляризации правого и левого направления вращения

Множители при экспонентах в (2-3) выражают комплексные амплитуды правой и левой круговых поляризаций через комплексные амплитуды декартовых составляющих:

$$E_r = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(E_\varphi + iE_\vartheta\right);\ E_l = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(E_\varphi - iE_\vartheta\right) \qquad (2\text{-}4)$$

На рис. 2.1 видно, что большая полуось эллипса равна сумме длин векторов E_r и E_l, малая – разности, а коэффициент эллиптичности, как отношение полуосей эллипса, может быть выражен формулой:

$$k_{el} = \frac{|E_r| - |E_l|}{|E_r| + |E_l|} \qquad (2\text{-}5)$$

Обращаясь рис. 2.1 и формулам (2-3) и (2-4), найдём α - направление большой оси эллипса поляризации. Для этого представим комплексные амплитуды E_r и E_l в экспоненциальной форме:

$$E_r = |E_r| e^{i\alpha_r};\quad E_l = |E_l| e^{i\alpha_l}$$

Углы α_r и α_l соответствуют угловому положению векторов на рис. 2.1 в начальный момент времени $t = 0$. Направление α большой оси эллипса соответствует совпадению направлений векторов, вращающихся в противоположные стороны. Приравнивание углов поворота приводит к уравнениям:

$$\begin{aligned} \alpha &= \alpha_r + \omega t; \\ \alpha &= -\alpha_l - \omega t; \end{aligned} \qquad (2\text{-}6)$$

Складывая уравнения, получим угол наклона большой оси эллипса:

$$\alpha = \left(\alpha_r - \alpha_l\right)/2 \qquad (2\text{-}7)$$

Мы выяснили, как найти ориентацию и форму эллипса поляризации, зная коэффициенты разложения комплексной амплитуды вектора электрического поля $E_\vartheta(\vartheta,\varphi),\, E_\varphi(\vartheta,\varphi)$ по ортам сферической системы координат. А можно ли этот эллипс «увидеть» в процессе эксперимента? Известны несколько способов измерения поляризационной характеристики. В одном из этих способов измерение осуществляются при приёме сигнала излучения на вращающийся диполь, или другую антенну линейной поляризации. Ось вращения совпадает с направлением излучения, в котором мы хотим узнать поляризационную характеристику. Измерительная установка показана на рис.2.2.

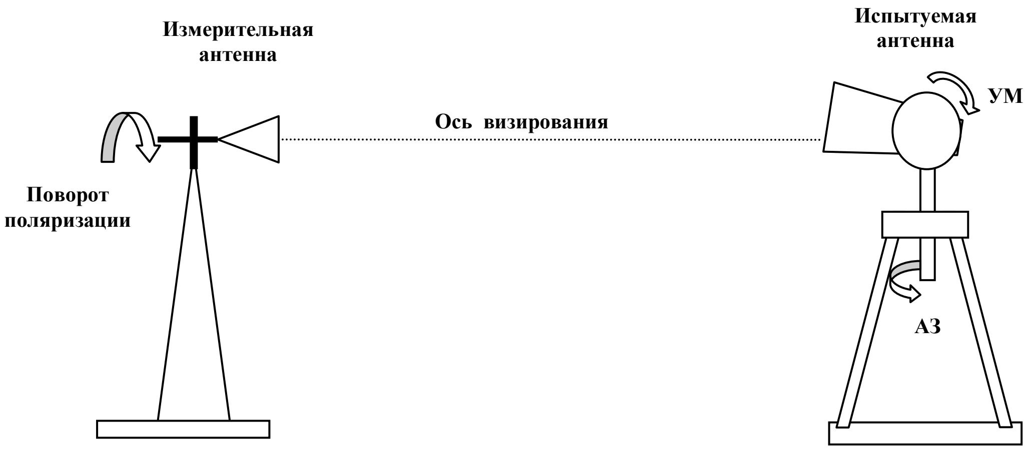

Рис.2.2. Измерительная установка для измерения диаграмм направленности антенны и поляризационных характеристик

Как же будет меняться сигнал в процессе вращения измерительной антенны линейной поляризации? Получим ли мы эллипс, откладывая амплитуду принимаемого сигнала в зависимости от угла поворота?

Пусть большая ось эллипса ориентирована горизонтально. Уравнение эллипса с полуосями a и b в декартовых координатах имеет вид:

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1; \qquad (2\text{-}8)$$

Выразим X и Y через радиальную координату, зависящую от угла поворота φ и пропорциональную силе сигнала, и подставим эти выражения в уравнение (2-8)

$$x=r\cos\varphi;\ y=r\sin\varphi; \Rightarrow r^2\left(\frac{\cos^2\varphi}{a^2}+\frac{\sin^2\varphi}{b^2}\right)=1;$$

$$r=\frac{1}{\sqrt{\dfrac{\cos^2\varphi}{a^2}+\dfrac{\sin^2\varphi}{b^2}}}; \qquad (2\text{-}9)$$

Получили уравнение эллипса в полярных координатах (рис.2.3). А какую же зависимость мы получим при измерении на установке рис. 2.2?

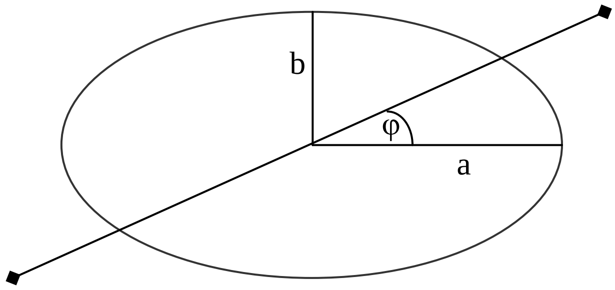

Рис. 2.3. Эллипс поляризации

Сигналы вдоль малой и большой осей эллипса сдвинуты по фазе на **π/2.** Полный комплексный сигнал, который наводится в повёрнутом положении измерительной антенны, пропорционален

$$U = a\cos\varphi + i\,b\sin\varphi \qquad (2\text{-}10)$$

Амплитуда этого сигнала определяется выражением:

$$|U| = \sqrt{(a\cos\varphi)^2 + (b\sin\varphi)^2} \qquad (2\text{-}11)$$

которое отличается от выражения эллипса в полярных координатах. (2-9).График выражения (1-27) имеет вид «гантельной» кривой, показанной на рис. 2.4. На этом же рисунке показан соответствующий эллипс. График экспериментальной поляризационной характеристики часто называют «поляризационной диаграммой».

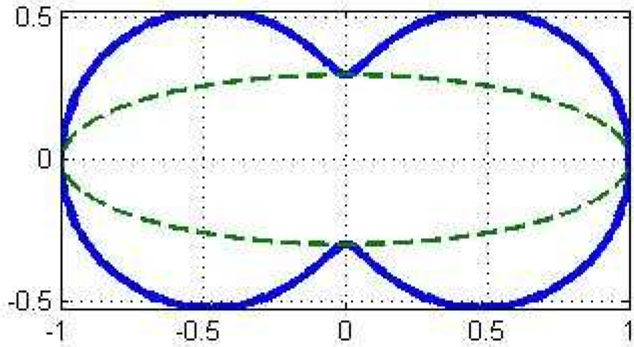

Рис. 2.4. Поляризационная диаграмма и эллипс поляризации

2.2 Магнитный диполь

Продолжим рассмотрение примеров вывода выражений полей излучения в дальней зоне. Для получения выражений поля излучения **магнитного диполя** ещё раз воспользуемся свойством симметрии (двойственности) уравнений Максвелла. Выполним замены (1-17) в выражениях поля электрического диполя Герца (1-5) и (1-9_a). Получим поле излучения магнитного диполя, ориентированного вдоль оси Z

$$\boldsymbol{E} = -\sin\vartheta\, e_\varphi C^m \frac{e^{-ikR}}{R}; \quad \boldsymbol{H} = \sin\vartheta\, e_\varphi W_0^{-1} C^m \frac{e^{-ikR}}{R}; \qquad (2\text{-}12)$$

Мы заменили также выражение коэффициента $C^e = i\dfrac{I^e k l^e}{4\pi}$ на $C^m = i\dfrac{I^m k l^m}{4\pi}$, в котором поменяли индекс e на m и воспользовались соотношениями двойственности (1-17). В этих формулах универсальное соотношение между электрическим и магнитным полем в дальней зоне имеет следующий вид:

$$\frac{E_\varphi}{H_\vartheta} = -W_0; \qquad (2\text{-}13)$$

Для магнитного диполя плоскостями **H** являются все плоскости, проходящие через ось магнитного диполя, а плоскостью **E** – плоскость, ортогональная диполю.

Упражнение 2.1 Вычислить КНД электрического и магнитного диполей, исходя из выражений поля излучения (1-9а) и (2-12).

2.3 Точное выражение для поля произвольно ориентированного магнитного диполя.

$$\boldsymbol{H} = \frac{1}{W_0} I^m \left(kl^m\right) \frac{i}{4\pi} \frac{e^{-ikR}}{R} \cdot$$

$$\left\{ \left[\left[\boldsymbol{e}_I^m, \boldsymbol{e}_R\right], \boldsymbol{e}_R\right] \left(1 + \frac{1}{ikR} + \frac{1}{(ikR)^2}\right) + \left(\boldsymbol{e}_I^m, \boldsymbol{e}_R\right) \boldsymbol{e}_R \frac{2}{ikR}\left(1 + \frac{1}{ikR}\right) \right\}$$

$$\boldsymbol{E} = -I^m \left(kl^m\right) \left[\boldsymbol{e}_I^m, \boldsymbol{e}_R\right] \frac{i}{4\pi} \frac{e^{-ikR}}{R} \left(1 + \frac{1}{ikR}\right)$$

2.3 Турникетная антенна

В качестве следующего примера получим поле излучения **турникетной антенны**, состоящей из двух элементарных электрических диполей, ориентированных вдоль осей X и Y, и запитанных во временной квадратуре. Положим в формулах (1-5)

$$\boldsymbol{e}_{I1} = \boldsymbol{e}_x; \quad \boldsymbol{e}_{I2} = \boldsymbol{e}_y; \quad I_2 = iI_1; \qquad (2\text{-}14)$$

Разложим единичные векторы $\boldsymbol{e}_x, \boldsymbol{e}_y$ по ортам сферической системы координат, воспользовавшись таблицей (1-8), и вычислим с помощью этих разложений векторные произведения, входящие в формулы (1-5):

$$\begin{aligned} \boldsymbol{e}_x &= \sin\vartheta\cos\varphi\boldsymbol{e}_R + \cos\vartheta\cos\varphi\boldsymbol{e}_\vartheta - \sin\varphi\boldsymbol{e}_\varphi; \\ \boldsymbol{e}_y &= \sin\vartheta\sin\varphi\boldsymbol{e}_R + \cos\vartheta\sin\varphi\boldsymbol{e}_\vartheta + \cos\varphi\boldsymbol{e}_\varphi; \end{aligned} \qquad (2\text{-}15)$$

$$\left.\begin{aligned} \left[\boldsymbol{e}_{I1}, \boldsymbol{e}_R\right] &= -\cos\vartheta\cos\varphi\boldsymbol{e}_\varphi - \sin\varphi\boldsymbol{e}_\vartheta \\ \left[\boldsymbol{e}_{I2}, \boldsymbol{e}_R\right] &= -\cos\vartheta\sin\varphi\boldsymbol{e}_\varphi + \cos\varphi\boldsymbol{e}_\vartheta \end{aligned}\right\} \begin{matrix} 1 \\ i \end{matrix}$$

В результате получим:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{H} &= \left(-\cos\vartheta\boldsymbol{e}_\varphi + i\boldsymbol{e}_\vartheta\right) e^{i\varphi} W_0^{-1} C \frac{e^{-ikR}}{R}; \\ \boldsymbol{E} &= \left(-\cos\vartheta\boldsymbol{e}_\vartheta - i\boldsymbol{e}_\varphi\right) e^{i\varphi} C \frac{e^{-ikR}}{R}; \quad C = i\frac{Ikl}{4\pi} \end{aligned} \qquad (2\text{-}16)$$

Нетрудно проверить, что между электрическим полем и магнитным выполняются те же соотношения, что и в предыдущих примерах:

$$\frac{E_\vartheta}{H_\varphi} = -\frac{E_\varphi}{H_\vartheta} = W_0; \qquad (2\text{-}17)$$

Упражнение 2.2 Вычислить КНД турникетной антенны, исходя из выражений поля излучения (2-16).

Поляризационная характеристика определяется соотношением между коэффициентами $E_\vartheta(\vartheta,\varphi), E_\varphi(\vartheta,\varphi)$ при ортах сферической системы координат. В выражениях (2-16) соотношение коэффициентов при ортах зависит от угла **θ**. При **θ =π/2** коэффициент при $\boldsymbol{e}_\vartheta$ в формуле для электрического поля обращается в нуль.

Следовательно, поляризация при **θ =π/2** линейная, совпадающая с направлением вектора $\boldsymbol{e}_\varphi$ (см. рис. 1-13). При **θ =0** и **θ =π** коэффициенты при ортах равны по величине и сдвинуты по фазе на **π/2,.** В этих направлениях поляризация круговая. При выбранной фазировке диполей турникетной антенны она линейно поляризована только в плоскости **θ =π/2**, проходящей через диполи. Это её плоскость **E.** Плоскости **H** у этой антенны нет.

2.4. **Элемент Гюйгенса линейной поляризации**

Элемент Гюйгенса линейной поляризации - элементарный источник однонаправленного излучения, образован ортогональными, синфазными электрическим и магнитным диполями. Осью элемента Гюйгенса является направление однонаправленного излучения, которое ортогонально плоскости, проходящей через диполи, составляющие элемент Гюйгенса (рис.2.5). Пусть электрический диполь ориентирован вдоль оси Y, а магнитный диполь вдоль оси X. Электрический ток обозначим I^e, будем считать, что магнитный ток в элементе Гюйгенса определяется соотношением $I^m = -W_0 I^e$, где W_0 - волновое сопротивление свободного пространства. Будем также считать, что длины диполей одинаковы и равны l.

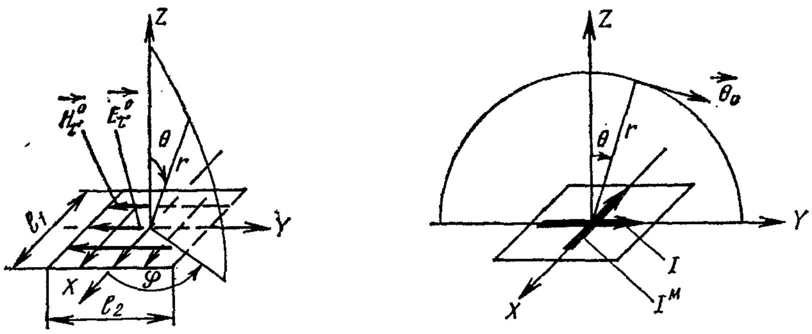

Рис. 2.5. Элемент Гюйгенса

Воспользуемся соотношениями для поля электрического диполя:

$$\boldsymbol{H} = C^e\left[\boldsymbol{e}_I^e, \boldsymbol{e}_R\right]\frac{e^{-ikR}}{R}; \quad \boldsymbol{E} = W_0\left[\boldsymbol{H}, \boldsymbol{e}_R\right]; \quad C^e = i\frac{I^e k l^e}{4\pi} \qquad (2\text{-}18)$$

Выпишем соответствующие формулы для магнитного диполя, используя соотношения симметрии для уравнений Максвелла:

$$-\boldsymbol{E} = C^m\left[\boldsymbol{e}_I^m, \boldsymbol{e}_R\right]\frac{e^{-ikR}}{R}; \quad \boldsymbol{H} = W_0\left[-\boldsymbol{E}, \boldsymbol{e}_R\right]; \quad C^m = i\frac{I^m k l^m}{4\pi} \qquad (2\text{-}19)$$

Ограничимся вычислением суммарного электрического поля, выполнив в его выражениях подстановки, согласно (2-18) и (2-19):

$$\boldsymbol{E} = \left(W_0 I^e k l^e\left[\left[\boldsymbol{e}_I^e, \boldsymbol{e}_R\right], \boldsymbol{e}_R\right] - I^m k l^m\left[\boldsymbol{e}_I^m, \boldsymbol{e}_R\right]\right)\frac{i}{4\pi}\frac{e^{-ikR}}{R}; \qquad (2\text{-}20)$$

В выражении (2-20) сделаем подстановки в соответствии с исходными положениями для элемента Гюйгенса:

$$\boldsymbol{E} = \left(\left[\left[\boldsymbol{e}_y, \boldsymbol{e}_R\right], \boldsymbol{e}_R\right] + \left[\boldsymbol{e}_x, \boldsymbol{e}_R\right]\right)\frac{iW_0 Ikl}{4\pi}\frac{e^{-ikR}}{R}; \qquad (2\text{-}21)$$

Вычислим векторные произведения в (2-21), воспользовавшись разложением ортов $\boldsymbol{e}_x$ и $\boldsymbol{e}_y$ по ортам сферической системы координат, с помощью соотношений (1-8):

$$\begin{aligned} \boldsymbol{e}_x &= \sin\vartheta\cos\varphi\boldsymbol{e}_R + \cos\vartheta\cos\varphi\boldsymbol{e}_\vartheta - \sin\varphi\boldsymbol{e}_\varphi; \\ \boldsymbol{e}_y &= \sin\vartheta\sin\varphi\boldsymbol{e}_R + \cos\vartheta\sin\varphi\boldsymbol{e}_\vartheta + \cos\varphi\boldsymbol{e}_\varphi; \end{aligned} \qquad (2\text{-}22)$$

В итоге получим:

$$\boldsymbol{E} = -i\frac{W_0 Ikl}{4\pi}\;\frac{e^{-ikR_0}}{R_0}\left(1+\cos\vartheta\right)\left(\sin\varphi\boldsymbol{e}_\vartheta + \cos\varphi\boldsymbol{e}_\varphi\right); \qquad (2\text{-}23)$$

Заметим, что выражение в последней скобке в формуле (2-23) соответствует единичному вектору, который поворачивается при изменении угла φ. Амплитудная диаграмма направленности от угла φ не зависит, нормированная амплитудная диаграмма выражается формулой $\left(1-\cos\vartheta\right)/2$ и в полярных координатах изображается кардиоидой (рис. 2.6).

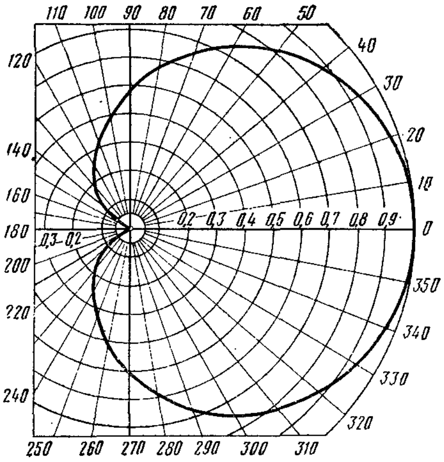

Рис. 2.6. Диаграмма направленности элемента Гюйгенса

У рассмотренного элемента Гюйгенса имеется единственная плоскость **E**, проходящая через электрический диполь и ось элемента, а также единственная плоскость **H**, проходящая через магнитный диполь и ось элемента Гюйгенса.

$$КНД = \frac{\max\left(\left|F\left(\vartheta,\varphi\right)\right|^2\right)}{\dfrac{1}{4\pi}\displaystyle\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi}\left|F\left(\vartheta,\varphi\right)\right|^2 \sin\vartheta d\vartheta} = \frac{4}{\dfrac{1}{2}\displaystyle\int_0^{\pi}\left(1+\cos\vartheta\right)^2 \sin\vartheta d\vartheta} = 3$$

2.5 Элементарный диполь круговой поляризации

Элементарный диполь круговой поляризации состоит из двух, расположенных в одной точке, параллельных диполей, электрического и магнитного. Пусть диполи ориентированы вдоль оси Z. Параметры диполей определяются формулами (2-24).

$$\boldsymbol{I}^e = I\boldsymbol{e}_z; \quad \boldsymbol{I}^m = iIW_0\boldsymbol{e}_z; \quad l^e = l^m = l; \qquad (2\text{-}24)$$

Подставим эти значения в формулу (2-20). В результате получим, после разложения вектора $\boldsymbol{e}_z$ по ортам сферической системы координат и вычисления векторных произведений:

$$\boldsymbol{E} = \frac{W_0\, Ikl}{4\pi}\;\frac{e^{-ikR_0}}{R_0}\sin\vartheta\left(\boldsymbol{e}_\varphi + i\boldsymbol{e}_\vartheta\right); \qquad (2\text{-}25)$$

Амплитудная диаграмма направленности такая же, как у элементарных электрического и магнитного диполей. Поляризационный коэффициент $\left(\boldsymbol{e}_\varphi + i\boldsymbol{e}_\vartheta\right)$ определяет волну левой круговой поляризации в любом направлении. У диполя круговой поляризации нет плоскостей **E** и **H**.