

Лекция 4.

ХАРАКТЕРИСТИКИ СИММЕТРИЧНОГО ВИБРАТОРА (продолжение)

4.1 Изменение диаграммы направленности симметричного вибратора в зависимости от длины

Диаграмма направленности малого вибратора описывается функцией

$$F(\vartheta) = \sin \vartheta$$

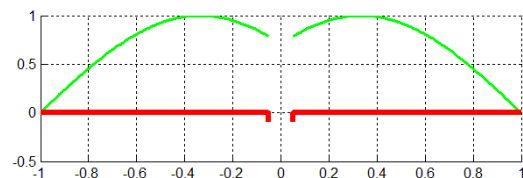
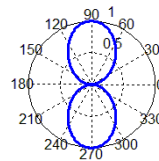
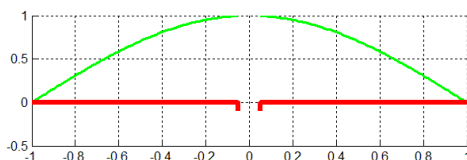
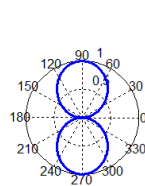
На прошлой лекции мы вычислили диаграмму направленности симметричного вибратора произвольной длины, исходя из знания распределения тока:

$$F(\vartheta) = \sin \vartheta \int_{-l}^l \sin k(l - |z|) e^{ikz \cos \vartheta} dz = 2 \sin \vartheta \frac{\cos(kl \cos \vartheta) - \cos kl}{1 - (\cos \vartheta)^2};$$

На рис.4.1 приведена таблица значений КНД и графиков распределения тока и диаграмм направленности вибраторов разной длины:

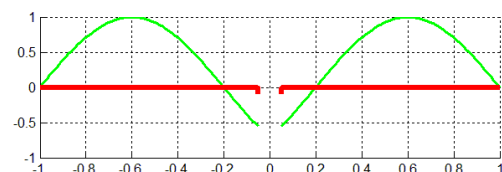
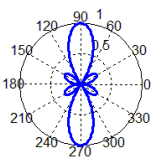
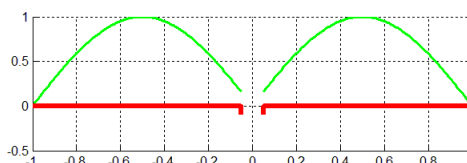
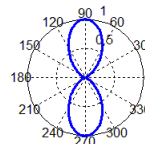
$2l = 0.5\lambda$; КНД=2.15 дБ;

$2l = 0.75\lambda$; КНД=2.75 дБ



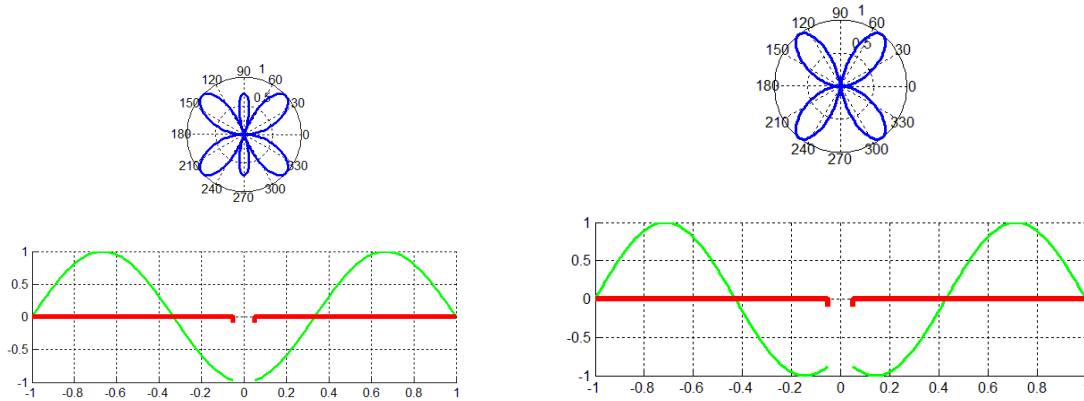
$2l = \lambda$; КНД=3.82 дБ;

$2l = 1.25\lambda$; КНД=5.16 дБ



$$2l = 1.5\lambda; \text{КНД}=3.47 \text{ дБ};$$

$$2l = 1.75\lambda; \text{КНД}=3.25 \text{ дБ}$$



$$2l = 2\lambda; \text{КНД}=4.03 \text{ дБ};$$

$$2l = 2.25\lambda; \text{КНД}=4.87 \text{ дБ}$$

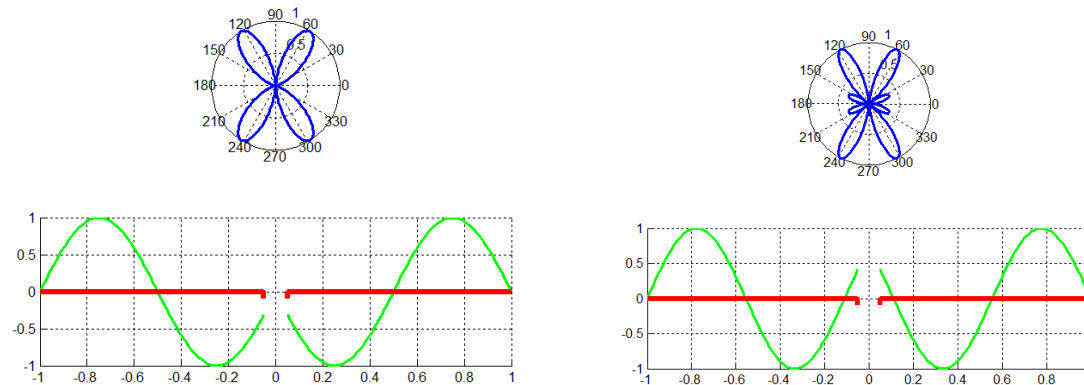


Рис. 4.1 Диаграммы направленности вибраторов разной длины

4.2 Сопротивление излучения. Диполь Герца. Симметричный вибратор.

Для вычисления входного сопротивления симметричного вибратора обратимся к полученной модели симметричного вибратора в виде отрезка длинной линии холостого хода. Входное сопротивление этой линии $Z_a \approx W_a / i \operatorname{tg}(kl)$ чисто реактивно (емкостное при малой длине вибратора). Антенна с таким сопротивлением не может излучать, так как отсутствуют потери мощности на излучение. У входного сопротивления антенны кроме реактивной части должна быть активная часть. Вычислим активную часть для очень малого вибратора. Распределение тока в таком вибраторе, согласно формуле (3-16) из предыдущей лекции: $I_z(z) = I_n \sin k(l - |z|)$. При маленьких значениях kl и $z < l$ значения синуса можно аппроксимировать аргументом $I_z(z) = I_n k(l - |z|)$.

Воспользуемся законом сохранения энергии, согласно которому потери мощности в (идеально проводящем) вибраторе равны потерям мощности на излучение, в предположении, также, что в окружающей вибратор среде нет потерь. Мощность излучения можно найти, проинтегрировав поток мощности излучения по бесконечно удалённой сфере.

$$P = \frac{1}{2} R |I(0)|^2 = \oint\!\!\!\oint S r^2 \sin \vartheta d\vartheta d\varphi \quad (4-1)$$

В формуле (4-1)

R - входное сопротивление,

r - радиус удалённой сферы,
 S - величина вектора Пойнтинга.

Согласно формуле (1-16) величина вектора Пойнтинга в дальней зоне $S = \frac{1}{2W_0}|E|^2$, а по

формуле (3-25) можно получить следующее выражение величины модуля электрического вектора в дальней зоне, излучённого малым вибратором:

$$|E| \approx \frac{|I(0)|W_0 kl}{4\pi r} \sin \vartheta,$$

Следовательно, величину вектора Пойнтинга малого вибратора можно получить по формуле:

$$S = \frac{|I(0)|^2 W_0 (kl)^2 \sin^2 \vartheta}{32\pi^2 r^2}$$

Подставляя это выражение в (4-1) и с учётом того, что $W_0 \approx 120\pi$, получим равенство:

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{2} R |I(0)|^2 = \oint \oint \frac{|I(0)|^2 W_0 (kl)^2 \sin^2 \vartheta}{32\pi^2} \sin \vartheta d\vartheta d\varphi = \\ &= \frac{|I(0)|^2 W_0 (kl)^2}{32\pi^2} 2\pi \int_0^\pi \sin^3 \vartheta d\vartheta \approx \frac{(kl)^2}{12\pi} 120\pi |I(0)|^2 = 10(kl)^2 |I(0)|^2 \end{aligned}$$

Из этого равенства следует, что при малых значениях «электрической» длины вибратора частотная зависимость активной части входного сопротивления описывается формулой:

$$R \approx 20(kl)^2 \text{ [Ом]} \quad (4-2)$$

Если в выражении (4-2) ток в точке питания заменить на ток в пучности $I_n = I(0)/\sin(kl)$, то отвечающее ему сопротивление, известное как **сопротивление излучения**, при малых длинах вибратора описывается выражением:

$$R_{rad} \approx 20(kl)^4$$

Полное входное сопротивление вибратора складывается из ранее вычисленной реактивной и активной частей:

$$\begin{aligned} W_a &= 120 \left(\ln \frac{l}{a} - 1 \right); \quad R \approx 20(kl)^2 \\ Z_a &\approx \frac{W_e}{i \operatorname{tg}(kl)} + \dots + 20(kl)^2 + \dots \approx \frac{W_e}{i(kl)} + \dots + 20(kl)^2 + \dots \end{aligned}$$

Полученное выражение позволяет рассчитать частотную зависимость входного сопротивления вибратора только на таких частотах, когда длина плеча меньше $l \leq \frac{\lambda}{10}$. На

рис. 4.2 показаны изменения входного сопротивления симметричного вибратора в большем частотном диапазоне.

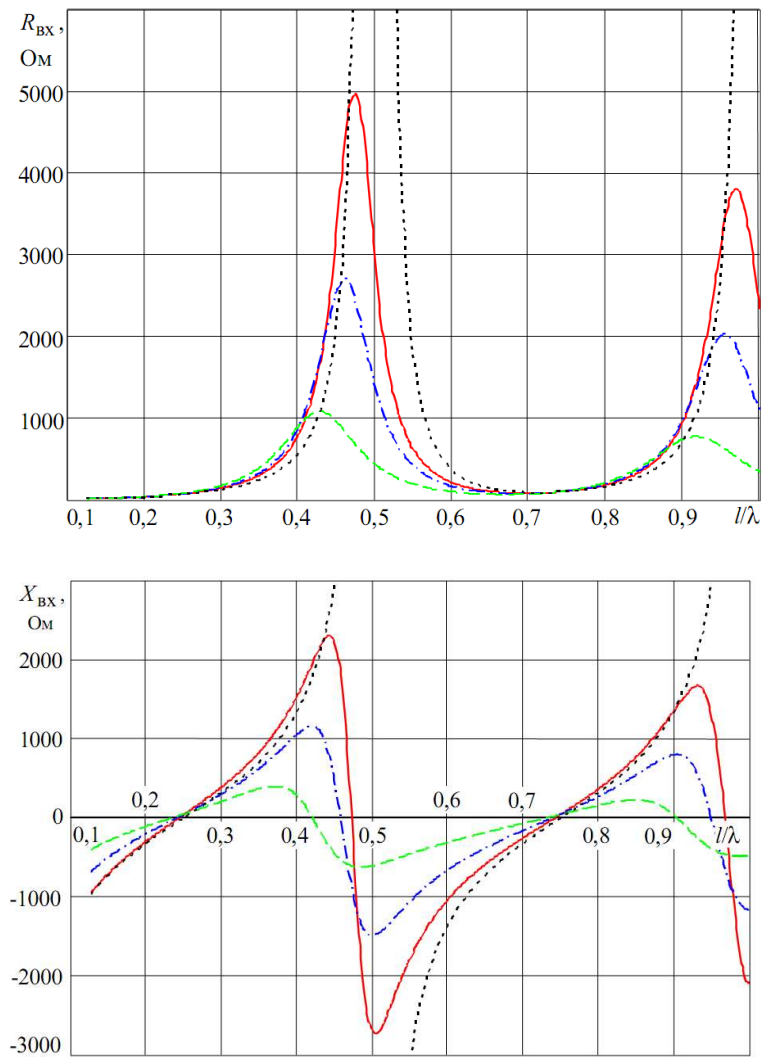


Рис. 4.2. Входное сопротивление симметричного вибратора в зависимости от отношения l/λ .

Частотная зависимость входного сопротивления зависит от толщины вибратора. Чем тоньше вибратор, тем острее проявляются резонансные свойства, для реактивной части на всех частотах. При длине плеча четверть длины волны $l/\lambda=0.25$ реактивная часть сопротивления проходит через нуль, наблюдается последовательный резонанс. Активная же часть при небольших l/λ от толщины вибратора не зависит. При последовательном резонансе активная часть любых симметричных вибраторов примерно равна 73 Ома. Вблизи длины плеча пол длины волны наблюдается параллельный резонанс, который резко выражен на активной и реактивной частях входного сопротивления. На более высоких частотах эти эффекты повторяются.

Распределение тока по вибратору аналогично распределению тока по отрезку длиной линии с условием холостого хода на конце. Исходя из этого, входное сопротивление симметричного вибратора можно описать формулой, близкой к формуле входного сопротивления отрезка линии передачи холостого хода с потерями:

$$Z_{\dot{a}\ddot{o}} = Z_{\dot{a}} \left(1 - i \frac{\alpha}{k}\right) \operatorname{cth}(\alpha l + ik\xi l)$$

Поправочные коэффициенты α , ξ зависят от l/a .

Более точные результаты могут быть основаны на аппроксимации входного импеданса симметричного вибратора следующей электрической схемой:

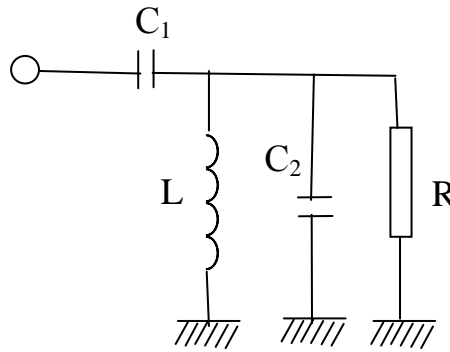


Рис. 4.3. Эквивалентная схема входного сопротивления симметричного вибратора

В этой схеме наблюдается и последовательный и параллельный резонансы. Входной импеданс антенны определяется по этой схеме выражением:

$$Z_A = \frac{1}{i\omega C_1} + \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{i\omega L} + i\omega C_2} = \frac{1}{i\omega C_1} + \frac{i\omega L \left[(1 - \omega^2 LC_2) - \frac{i\omega L}{R} \right]}{(1 - \omega^2 LC_2)^2 + \left(\frac{\omega L}{R} \right)^2}; \quad (4.3)$$

Возможны разные варианты выбора элементов схемы.

1. Для симметричного вибратора известно, что при малых значениях kl импеданс симметричного вибратора определяется выражением:

$$Z_A \sim 20(kl)^2 - j \frac{120(\ln \frac{l}{a} - 1)}{kl};$$

Известно также, что последовательный резонанс входного сопротивления происходит, когда $\frac{l}{\lambda} \approx 0.25$, но всё же немного меньше. Иногда используют приближение

(Баланис): $\frac{l}{\lambda_0} \approx 0.24 \frac{l}{l+a}$, при этом $Z_A \approx 73 + j0$ (Ом). Если обозначить

$k_0 l = 2\pi \frac{l}{\lambda_0}$, $R_0 = 73$, $X_0 = 0$, то из 4-х условий можно определить 4 элемента схемы:

$$\frac{1}{C_1} = W_a = 120(\ln \frac{l}{a} - 1); \quad R = R_0 + \frac{1}{R_0 (k_0 l C_1)^2};$$

$$L = \sqrt{20R}; \quad k_0 l C_2 = \frac{1}{k_0 l L} - \frac{1}{R R_0 (k_0 l C_1)};$$

2. Более точная аппроксимация, основанная на численном электродинамическом моделировании электрического монополя в программе HFSS, приводит к следующим выражениям параметров последовательного резонанса входного сопротивления:

$$\frac{l}{\lambda_0} \approx 0.237 - \frac{0.553}{l/a} \frac{l/a - 7.06}{l/a + 10 - \frac{106}{l/a}}$$

$$R_0 \approx 76 - 0.19 \frac{W_a - 177}{(W_a/52 - 2)^2 + 1} \text{ (Ом)}$$

Эта аппроксимация применима при $l/a \geq 8$ и $0 < l/\lambda \leq 0.5$.

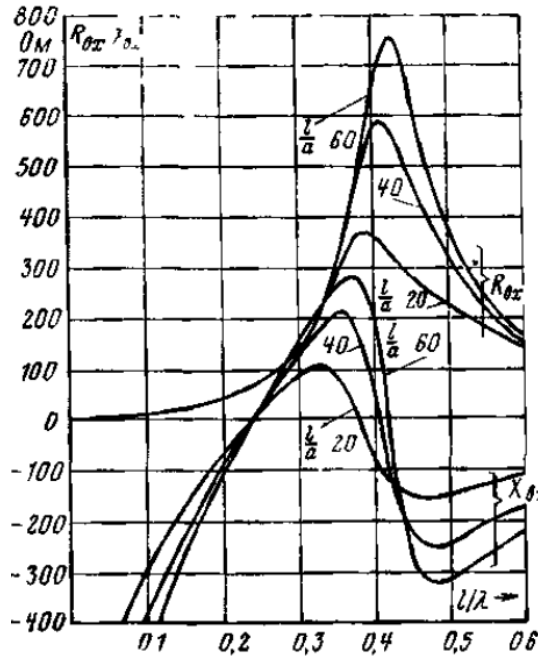


Рис. 4.4. Частотная зависимость входного сопротивления симметричного вибратора

4.3 Симметричный магнитный вибратор

Подобно тому, как с использованием принципа двойственности уравнений Максвелла (1-17) были получены выражения поля излучения элементарного магнитного диполя из аналогичных выражений поля излучения электрического диполя, получим выражения поля излучения симметричного магнитного вибратора.

$$E_{\vartheta} = j \frac{k}{2\pi\omega\epsilon} \frac{I_0^e}{\sin kl} F(\vartheta) \frac{\exp(-jkR)}{R} \Rightarrow H_{\vartheta} = j \frac{k}{2\pi\omega\mu} \frac{I_0^m}{\sin kl} F(\vartheta) \frac{\exp(-jkR)}{R}$$

$$E = W_0 [\mathbf{H}, \mathbf{e}_R] \Rightarrow E_{\varphi} = -j \frac{I_0^m}{2\pi \sin kl} F(\vartheta) \frac{\exp(-jkR)}{R};$$

Диаграмма направленности магнитного вибратора точно такая же, как и у электрического вибратора:

$$F(\vartheta) = \frac{\cos(kl \cos \vartheta) - \cos kl}{\sin \vartheta}; \quad (4-4)$$

Какие же варианты реализации магнитного вибратора применяют в антенной технике? Это маленькая рамка и щелевые антенны.

4.4 Двухсторонняя щелевая антенна

В металлической плоскости прорезается узкая щель длиной $2l$. В центре щели к берегам разреза прикладывается высокочастотное переменное напряжение. Берега разреза подобны длинной линии, закороченной в концах разреза. В этой линии устанавливается распределение напряжения по закону:

$$U(z) = U_n \sin(k(l - |z|)),$$

точно также, как в электрическом вибраторе устанавливается распределение тока. Согласно выражениям (1-3)

$$\mathbf{J}^m = -[\mathbf{n}, \mathbf{E}]; \quad (4-5)$$

- с двух сторон металлической плоскости в пределах разреза возбуждается магнитный ток с поверхностной плотностью \mathbf{J}^m . Хотя напряжённость электрического поля в разрезе с двух сторон металлической плоскости одна и та же, равная отношению напряжения к ширине разреза, магнитные токи, соответствующие плотностям магнитного тока, с разных сторон металла текут в противоположные стороны. Это следствие формулы (1-3-а), в ней нормали с разных сторон плоскости направлены в противоположные стороны. Таким образом, щель в металлической плоскости не вполне аналогична магнитному вибратору. В магнитном вибраторе магнитный ток течёт в одну и ту же сторону, независимо от того, с какой стороны мы на него смотрим. Это иллюстрируется рис. 4.6. На нём слева изображено циркулирующее электрическое поле магнитного вибратора, а справа – электрическое поле двусторонней щели с двух сторон металлической плоскости. Электрические поля при переходе металлической плоскости на другую сторону меняет направление на противоположное.

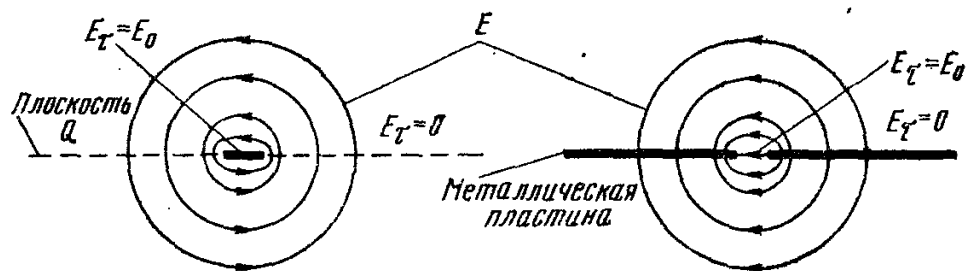


Рис.4.6. Сравнение поля излучения магнитного вибратора и двусторонней щели

Возбуждаемые электромагнитные поля двусторонней щели в каждой полуплоскости эквивалентны полю магнитного вибратора, наложенного на металлическую плоскость. (высота подвеса магнитного вибратора над металлической плоскости стремится к нулю).

4.5 Односторонняя щель в экране

Аналогичным образом можно рассмотреть излучение односторонней щели, показанной на рис. 4.7.

Щель в верхней части рисунка прорезана в стенке прямоугольного резонатора, возбуждаемого штырём, образованным продолжением внутреннего проводника коаксиальной линии. Наружный проводник контактирует с краями отверстия, в которое он вставлен. Магнитный вибратор в щели излучает в пространство, окружающее резонатор. Ниже на рисунке показаны различные варианты щелей, прорезанных в стенках прямоугольного волновода. Эти щели возбуждаются волной H_{01} , распространяющейся внутри волновода.

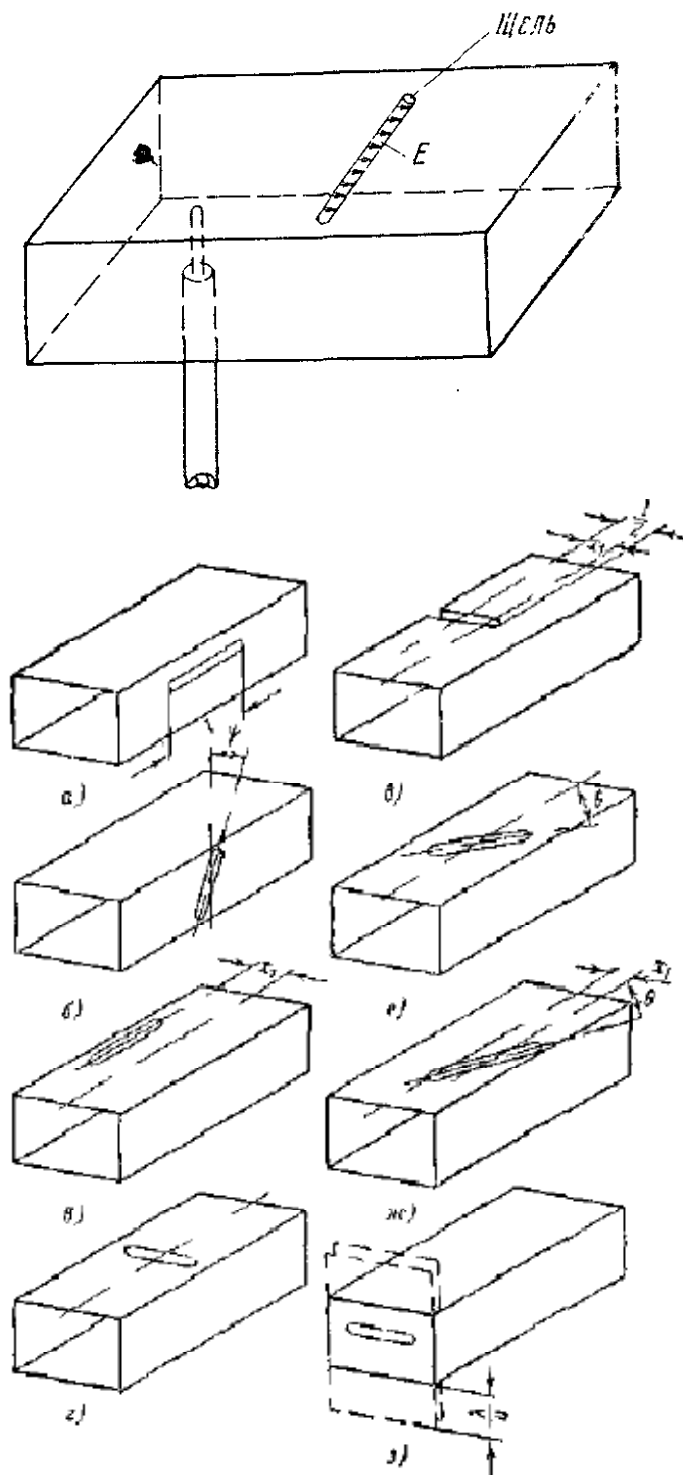


Рис. 4.7. Односторонние щелевые антенны, прорезанные в стенках резонаторов и волноводов

(а – продольная щель в узкой стенке, б - наклонная щель в узкой стенке, в – продольная щель в широкой стенке, г – поперечная щель в широкой стенке, д – смещённая поперечная щель в широкой стенке, е – наклонная щель в широкой стенке, ж – смещённая наклонная щель, з – щель в торце волновода.)

4.6 Излучение рамочной антенны.

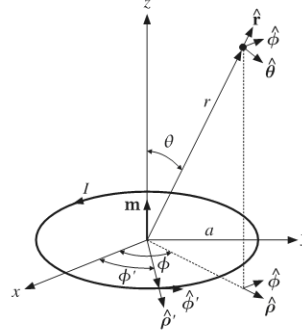


Рис. 4.8. К вычислению ДН рамочной антенны

Получим выражение поля излучения замкнутого металлического кольца радиуса a , обтекаемого высокочастотным током (рис. 4.8) постоянной силы I_0 . Для этого проинтегрируем выражение (4-5) для поля излучения элементарного электрического диполя, ориентированного в каждой точке кольца вдоль него.

$$\mathbf{E} = i \frac{W_0 I_0 k}{4\pi R_0} \int_{loop} [\mathbf{e}_I, \mathbf{e}_R], \mathbf{e}_R e^{ik(\mathbf{r}, \mathbf{e}_R)} d\mathbf{l}; \quad (4-5)$$

Для кольца справедливы следующие векторные соотношения:

$$\begin{aligned} d\mathbf{l} &= a d\psi, \quad \mathbf{e}_I = -\mathbf{e}_x \sin \psi + \mathbf{e}_y \cos \psi; \\ \mathbf{r} &= a (\mathbf{e}_x \cos \psi + \mathbf{e}_y \sin \psi); \\ [[\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_R], \mathbf{e}_R] &= -\cos \vartheta \cos \varphi \mathbf{e}_\vartheta + \sin \varphi \mathbf{e}_\varphi; \\ [[\mathbf{e}_y, \mathbf{e}_R], \mathbf{e}_R] &= -\cos \vartheta \sin \varphi \mathbf{e}_\vartheta - \cos \varphi \mathbf{e}_\varphi; \end{aligned} \quad (4-6)$$

Подставим эти соотношения в (4-5)

$$\mathbf{E} = i \frac{W_0 I_0 k a}{4\pi R_0} \int_0^{2\pi} (\cos \vartheta \sin(\psi - \varphi) \mathbf{e}_\vartheta - \cos(\psi - \varphi) \mathbf{e}_\varphi) e^{ika \sin \vartheta \cos(\psi - \varphi)} d\psi; \quad (4-7)$$

Будем считать, что радиус кольца много меньше длины волны. В этом случае можно воспользоваться приближённым выражением экспоненты.

$$e^{ika \sin \vartheta \cos(\psi - \varphi)} \approx 1 + ika \sin \vartheta \cos(\psi - \varphi);$$

Подставляя его в интеграл (4-7), получим выражение, отличающееся от выражения для поля вертикального элементарного магнитного диполя лишь постоянным множителем.

$$\mathbf{E} = \frac{W_0 I_0 (ka)^2}{4\pi R_0} \sin \vartheta \mathbf{e}_\varphi \quad (4-8)$$

Таким образом, элементарную рамку можно считать ещё одним примером инженерной реализации магнитного диполя. Кстати, рамка может иметь не только форму кругового кольца, кольцо может быть, например, квадратным, или же рамка может быть многовитковой. Сравнивая постоянные множители в формулах (4-8) и (2-12), получим следующее соотношение:

$$I^m(kl^m) = iW_0 I^e(ka)^2$$

При выполнении этого равенства поля излучения магнитного диполя и элементарной рамки одинаковы. Из этого равенства следует, что магнитный момент малой рамочной антенны пропорционален квадрату радиуса, то есть определяется её площадью.