Национальный исследовательский университет
«МЭИ»
Институт радиотехники и электроники
Кафедра радиотехнических систем
Основы теории радиосистем и комплексов радиоуправления

Домашнее задание № 2
по курсу
Основы теории радиосистем и комплексов радиоуправления

Группа:	ЭР-15-15
ФИО студента:	Жеребин В.Р.
ФИО преподавателя:	Замолодчиков В.Н.

Оценка:	______________
Дата:	______________
Подпись:	______________

Москва
2020

1 ЗАДАЧА

1.1 Исходные данные

Непрерывный случайный процесс $\lambda(t)$ задан спектральной плотностью $S_\lambda(\omega) = \frac{S_0}{\omega^4}$

Уравнение наблюдений $z(t) = \lambda(t) + \xi(t)$

$\xi(t)$ – белый шум с $\overline{\xi(t)} = 0$, $\overline{\xi(t) \cdot \xi(t-\tau)} = S_\xi \cdot \delta(\tau)$

1.2 Задание

Найти алгоритм формирования несмещенной оценки процесса $\lambda(t)$ с минимальной среднеквадратичной ошибкой в любой момент времени по доступным наблюдениям.

Построить структурную схему фильтра.

Записать алгоритм расчета коэффициента фильтра.

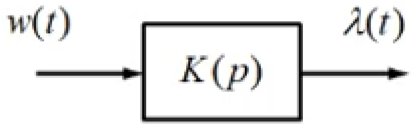
Найти значение коэффициента фильтра в установившемся режиме.

1.3 Решение

Представим информационный процесс как результат прохождения белого шума через формирующий фильтр.

$$S_\lambda(\omega) = S_0|K(j\omega)|^2 = S_0 K(j\omega) K(-j\omega)$$

$$S_\lambda(\omega) = \frac{S_0}{(j\omega)^2 \cdot (-j\omega)^2}$$



$$K(j\omega) = \frac{1}{(j\omega)^2}$$

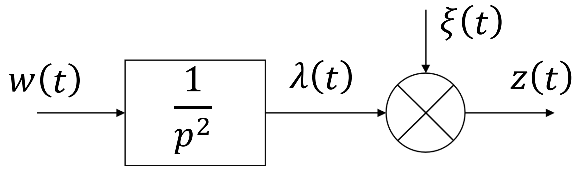
$$K(p) = \frac{1}{p^2}$$

В результате приходим к представлению информационного процесса в виде дифференциального уравнения.

$$\lambda(t) = K(p)w(t)$$

$$p^2\lambda(t) = w(t)$$

$$\frac{d^2\lambda(t)}{dt^2} = w(t)$$



Уравнение состояния.

$$\frac{d\lambda(t)}{dt} = \mu(t) \qquad \overline{w(t)} = 0 \qquad \overline{w(t) \cdot w(t-\tau)} = Q \cdot \delta(\tau), Q = S_0$$

$$\frac{d\mu(t)}{dt} = w(t)$$

Уравнение наблюдения.

$$z(t) = \lambda(t) + \xi(t) \qquad \overline{\xi(t)} = 0 \qquad \overline{\xi(t) \cdot \xi(t-\tau)} = S_\xi \cdot \delta(\tau), R = S_\xi$$

Предположим, что процесс представлен компонентом многомерного марковского процесса, задаваемого системой линейных дифференциальных уравнений в векторно-матричной форме

$$\frac{d\overline{x}}{dt} = F(t) \cdot \overline{x}(t) + B(t) \cdot \overline{u}(t) + G(t) \cdot \overline{w}(t)$$

$$\frac{d}{dt}\begin{vmatrix}\lambda(t)\\ \mu(t)\end{vmatrix} = \begin{vmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix}\lambda(t)\\ \mu(t)\end{vmatrix} + \begin{vmatrix}0\\ 1\end{vmatrix} \cdot w(t)$$

$$\lambda(t) = H(t) \cdot \overline{x}(t)$$

$$\lambda(t) = \begin{vmatrix}1 & 0\end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix}\lambda(t)\\ \mu(t)\end{vmatrix}$$

Обозначения

$$\overline{x} = \begin{vmatrix}\lambda(t)\\ \mu(t)\end{vmatrix} \qquad F = \begin{vmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{vmatrix} \qquad H = \begin{vmatrix}1 & 0\end{vmatrix} \qquad G = \begin{vmatrix}0\\ 1\end{vmatrix} \qquad B = 0$$

Алгоритм фильтра

$$\frac{d\hat{\bar{x}}}{dt} = F(t)\cdot\hat{\bar{x}}(t) + B(t)\cdot\overline{u}(t) + K(t)\cdot\left[\overline{z}(t) - H(t)\cdot\hat{\bar{x}}(t)\right]$$

$$\frac{d}{dt}\begin{vmatrix}\lambda(t)\\ \mu(t)\end{vmatrix} = \begin{vmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{vmatrix}\cdot\begin{vmatrix}\lambda(t)\\ \mu(t)\end{vmatrix} + K(t)\cdot\left[\overline{z}(t) - |1 \quad 0|\cdot\begin{vmatrix}\lambda(t)\\ \mu(t)\end{vmatrix}\right]$$

Коэффициент фильтра

$$K(t) = P(t)H^T(t)R^{-1}(t)$$

$$K = \begin{vmatrix}\frac{P}{R} & 0\end{vmatrix}^T$$

Дисперсионное уравнение

$$\frac{dP(t)}{dt} = F(t)P(t) + P(t)F^T(t) + G(t)Q(t)G^T(t) - P(t)H^T(t)R^{-1}(t)H(t)P(t)$$

$$\frac{dP}{dt} = \begin{vmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{vmatrix}P + P\begin{vmatrix}0 & 0\\ 1 & 0\end{vmatrix} + \begin{vmatrix}0\\ 1\end{vmatrix}Q|0 \quad 1| - P\begin{vmatrix}1\\ 0\end{vmatrix}R^{-1}|1 \quad 0|P$$

$$= \begin{vmatrix}0 & P\\ 0 & 0\end{vmatrix} + \begin{vmatrix}0 & 0\\ P & 0\end{vmatrix} + \begin{vmatrix}0 & 0\\ 0 & Q\end{vmatrix} - \begin{vmatrix}\frac{P^2}{R} & 0\\ 0 & 0\end{vmatrix} = \begin{vmatrix}-\frac{P^2}{R} & P\\ P & Q\end{vmatrix}$$

Стационарный режим

$$\frac{dP(t)}{dt} = 0$$

$$\begin{vmatrix}-\frac{P^2}{R} & P\\ P & Q\end{vmatrix} = 0$$