Национальный исследовательский университет
«МЭИ»
Институт радиотехники и электроники
Кафедра радиотехнических систем
Основы теории радиосистем и комплексов радиоуправления

Расчетное задание
по курсу
Основы теории радиосистем и комплексов радиоуправления

Вариант № 3

Группа: ЭР-15-15
ФИО студента: Жеребин В.Р.
ФИО преподавателя: Замолодчиков В.Н.

Оценка: _______________
Дата: _______________
Подпись: _______________

Москва
2020

1 ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ

На рисунке 1 приведена упрощенная структурная схема радиозвена со следящим гироприводом (следящего угломера, координатора) и части звена "автопилот-снаряд" (АС), входящих в состав системы радиоуправления.

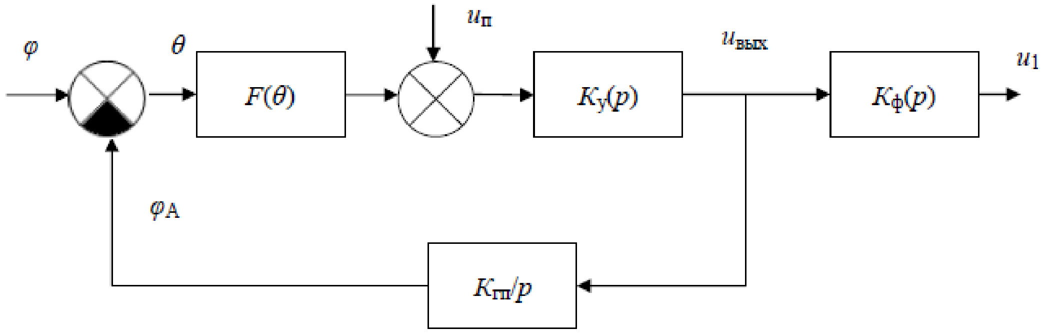

Рисунок 1 – упрощенная структурная схема

На рисунке 1 обозначены:

$\varphi(t) = Vt + \dfrac{at^2}{2}$ – закон изменения во времени углового положения линии визирования цели в стабилизированной системе координат;

$\varphi_A(t)$ – угловое положение равносигнального направления антенной системы;

$\theta(t)$ – ошибка угломера;

$u_n(t)$ – помеховая составляющая выходного напряжения пеленгатора (дискриминатора);

$F(\theta) = A \cdot \sin(\alpha\theta)$ – дискриминационная характеристика (ДХ);

$K_y(p) = K_{y2} \dfrac{pT_1 + 1}{p(pT_{ум} + 1)}$ – операторный коэффициент передачи (ОКП) усилителя мощности;

$K_{ГП} / p$ – ОКП гиропривода;

$K_Ф(p) = \dfrac{1}{pT_Ф + 1}$ – ОКП фильтра на входе звена АС;

Таблица 1. Параметры ДХ и фильтра, и исходные данные для расчета. $T_{ум} = 0,01$ с, $K_{ГП} = 1 \dfrac{гард}{c \cdot B}$

A, [В]	*B*, [В/град]	*Tф*, [с]	α, [град$^{-1}$]	*Ку2* [с$^{-1}$]	T_1, [с]	*V*, град/с	*a*, [град/с^2]
15	7	0,1	0,4	3,5	0,5	0	0,5

2 ЗАДАНИЕ С УЧЕТОМ ДАННЫХ ПО ВАРИАНТУ

1.Рассчитать и построить ДХ, с учетом данных табл. 1. Определить крутизну ДХ.

2.Определить условия устойчивости следящего угломера.

3.Определить для линеаризованного угломера, при $F(\theta)=S_Д\theta$ и $u_п(t)=\xi(t)$, где ξ - белый шум со спектральной плотностью $S_\xi(\omega)=S(0)=10^{-4}$ В²·с, математическое ожидание m_θ и среднеквадратичное отклонение (СКО) $\sigma_\theta=\sqrt{D\{\theta\}}$ ошибки θ в установившемся режиме.

4. Используя метод статистической линеаризации, рассчитать и построить зависимости $m_\theta=f_1(S(0))$ и $\sigma_\theta=f_2(S(0))$.

Определить критическое значение $S(0)_{кр}$, при котором происходит срыв слежения в угломере. Сопоставить полученные значения m_θ и σ_θ с апертурой (линейным участкам) ДХ.

5. Исследовать работу системы при $u_п(t)=U_п\cos(\Delta\Omega_п t)$. Полагая $F(\theta)=S_Д\theta$, построить АЧХ от точки приложения $u_п$ до точки u_1 и определить наиболее опасную частоту гармонической помехи $\Delta\Omega_п$ с точки зрения подавления полезной составляющей напряжения $u_{вых}$ помехой в нелинейности ограничителя команд $f(u_1)$.

3 РЕШЕНИЕ

1. Расчет и построение ДХ. Расчет крутизны ДХ.

ДХ описывается выражением: $F(\theta)=A\cdot\sin(\alpha\theta)=15\cdot\sin(0,4\cdot\theta)$. График, описывающий ДХ, изображен на рисунке 2. По оси абсцисс отложены углы ошибки угломера θ в градусах, а по оси ординат – значения амплитуды ДХ в вольтах.

Крутизна ДХ определяется производной в точке $\theta=0$:

$$S_Д=\left.\frac{dF(\theta)}{d\theta}\right|_{\theta=0}=\left.\frac{dA\cdot\sin(\alpha\theta)}{d\theta}\right|_{\theta=0}=A\alpha\cdot\cos(\alpha\cdot\theta)\Big|_{\theta=0}=A\alpha=15\cdot 0,4=6\left[\frac{В}{град}\right]$$

2. Определение условий устойчивости следящего угломера

Для определения устойчивости системы, воспользуемся алгебраическим критерием устойчивости. Для этого нужно определить коэффициенты замкнутой системы из характеристического уравнения (ХУ). ХУ получается в результате приравнивания к нулю знаменателя ОКП системы.

$$K_{\varphi\theta}(p)=\frac{K_{прям}(p)}{1+K_{раз}(p)}=\frac{1}{1+S_Д K_У(p)\dfrac{K_{ГП}}{p}}=\frac{1}{1+S_Д K_{у2}\dfrac{pT_1+1}{p(pT_{ум}+1)}\dfrac{K_{ГП}}{p}}=$$

$$=\frac{p^2(pT_{ум}+1)}{p^2(pT_{ум}+1)+S_Д K_{у2}K_{ГП}(pT_1+1)}$$

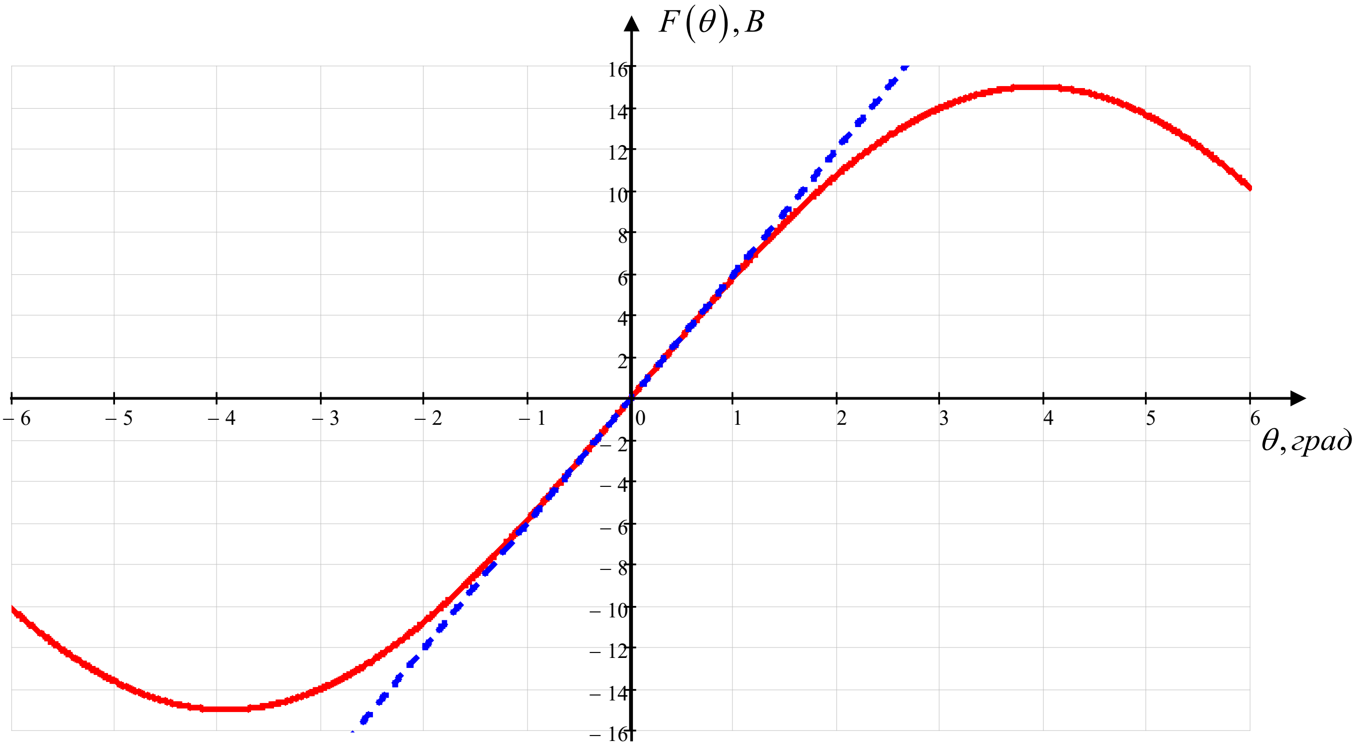

Рисунок 2 – ДХ следящего угломера

Перейдем к передаточной функции

$$K_{\varphi\theta}(s) = \frac{s^2\left(sT_{ум}+1\right)}{s^2\left(sT_{ум}+1\right)+S_Д K_{у2} K_{ГП}\left(sT_1+1\right)}$$

Рассмотрим ХУ вида:

$$A(s) = a_n s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \ldots + a_1 s + a_0 = 0$$

Порядок ХУ определяется максимальной степенью n, и для данного случая равен 3:

$$s^2\left(sT_{ум}+1\right)+S_Д K_{у2} K_{ГП}\left(sT_1+1\right)=0$$

$$T_{ум}s^3 + s^2 + S_Д K_{у2} K_{ГП} T_1 s + S_Д K_{у2} K_{ГП} = 0$$

Коэффициенты ХУ:

$$\begin{cases} a_0 = S_Д K_{у2} K_{ГП} \\ a_1 = S_Д K_{у2} K_{ГП} T_1 \\ a_2 = 1 \\ a_3 = T_{ум} \end{cases}$$

Условия устойчивости для $n = 3$

$$\begin{cases} a_i > 0, i = \overline{0,3} \\ a_1 a_2 > a_0 a_3 \end{cases}$$

Проверка условий устойчивости

$$\begin{cases} a_0 = S_Д K_{у2} K_{ГП} = 6 \cdot 3,5 \cdot 1 = 21\left[c^{-2}\right] > 0 \\ a_1 = S_Д K_{у2} K_{ГП} T_1 = 6 \cdot 3,5 \cdot 1 \cdot 0,5 = 10,5\left[c^{-1}\right] > 0 \\ a_2 = 1 > 0 \\ a_3 = T_{ум} = 0,01\left[c\right] > 0 \end{cases}$$

Условие $a_i > 0, i = \overline{0,3}$ выполняется

$$a_1 a_2 > a_0 a_3$$

$$S_Д K_{у2} K_{ГП} T_1 \cdot 1 > S_Д K_{у2} K_{ГП} \cdot T_{ум}$$

$$10,5\left[c^{-1}\right] > 0,21\left[c^{-1}\right]$$

Условие $a_1 a_2 > a_0 a_3$ выполняется. Все условия выполняются, значит система устойчива.

3. Определение для линеаризованного угломера математическое ожидание m_θ и СКО σ_θ ошибки θ в установившемся режиме.

Входное воздействие:

$$\varphi\left(t\right) = Vt + \frac{at^2}{2}$$

Изображение входного воздействия определяется по таблице преобразований Лапласа:

$$\Phi\left(s\right) = \frac{V}{s^2} + \frac{a}{s^3}$$

Передаточная функция, полученная в предыдущем пункте расчета:

$$K_{\varphi\theta}\left(s\right) = \frac{s^2\left(sT_{ум}+1\right)}{s^2\left(sT_{ум}+1\right) + S_Д K_{у2} K_{ГП}\left(sT_1+1\right)}$$

Нахождение значения ошибки θ в установившемся режиме при помощи теоремы о предельном значении оригинала:

$$\theta_{уст} = \lim_{s\to 0} sK_{\varphi\theta}\left(s\right)\Phi\left(s\right) = \lim_{s\to 0} s\frac{s^2\left(sT_{ум}+1\right)}{s^2\left(sT_{ум}+1\right) + S_Д K_{у2} K_{ГП}\left(sT_1+1\right)}\left(\frac{V}{s^2} + \frac{a}{s^3}\right) =$$

$$= \lim_{s\to 0}\left[V\frac{s\left(sT_{ум}+1\right)}{s^2\left(sT_{ум}+1\right) + S_Д K_{у2} K_{ГП}\left(sT_1+1\right)} + a\frac{\left(sT_{ум}+1\right)}{s^2\left(sT_{ум}+1\right) + S_Д K_{у2} K_{ГП}\left(sT_1+1\right)}\right] =$$

$$= \frac{a}{S_Д K_{у2} K_{ГП}} = \frac{0,5}{6 \cdot 3,5 \cdot 1} = 0,024\left[град\right]$$

Математическое ожидание $m_\theta = M\left\{\theta_{уст}\right\} = \theta_{уст} = 0,024\left[град\right]$

Нахождение СКО σ_θ ошибки θ в установившемся режиме:

$$\sigma_\theta^2 = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left|K_{u_n\theta}(j\omega)\right|^2 S_\xi(\omega)\,d\omega = S_\xi(0)\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left|K_{u_n\theta}(j\omega)\right|^2 d\omega$$

ОКП от точки приложения помеховой составляющей до ошибки угломера:

$$K_{u_n\theta}(p) = \frac{K_{прям}(p)}{1+K_{раз}(p)} = \frac{-K_У(p)\dfrac{K_{ГП}}{p}}{1+S_Д K_У(p)\dfrac{K_{ГП}}{p}} = \frac{-K_{у2}\dfrac{pT_1+1}{p\left(pT_{ум}+1\right)}\dfrac{K_{ГП}}{p}}{1+S_Д K_{у2}\dfrac{pT_1+1}{p\left(pT_{ум}+1\right)}\dfrac{K_{ГП}}{p}} =$$

$$= \frac{-K_{у2}K_{ГП}\left(pT_1+1\right)}{p^2\left(pT_{ум}+1\right)+S_Д K_{у2}K_{ГП}\left(pT_1+1\right)} = \frac{-K_{у2}K_{ГП}T_1 p - K_{у2}K_{ГП}}{T_{ум}p^3+p^2+S_Д K_{у2}K_{ГП}T_1 p + S_Д K_{у2}K_{ГП}}$$

Произведем замену p на $j\omega$:

$$K_{u_n\theta}(j\omega) = \frac{-K_{у2}K_{ГП}T_1 j\omega - K_{у2}K_{ГП}}{T_{ум}(j\omega)^3+(j\omega)^2+S_Д K_{у2}K_{ГП}T_1 j\omega + S_Д K_{у2}K_{ГП}}$$

Представим интеграл в виде:

$$J_n = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{B(j\omega)B(-j\omega)}{A(j\omega)A(-j\omega)}d\omega = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left|\frac{B(j\omega)}{A(j\omega)}\right|^2 d\omega = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left|K_{u_n\theta}(j\omega)\right|^2 d\omega$$

Где полиномы:

$$A(j\omega) = a_n(j\omega)^n + a_{n-1}(j\omega)^{n-1}+\ldots+a_1(j\omega)+a_0$$

$$A(j\omega) = T_{ум}(j\omega)^3+(j\omega)^2+S_Д K_{у2}K_{ГП}T_1 j\omega + S_Д K_{у2}K_{ГП}$$

$$\begin{cases} a_3 = T_{ум} \\ a_2 = 1 \\ a_1 = S_Д K_{у2}K_{ГП}T_1 \\ a_0 = S_Д K_{у2}K_{ГП} \end{cases}$$

$$B(j\omega) = b_{n-1}(j\omega)^{n-1} + b_{n-2}(j\omega)^{n-2}+\ldots+b_1(j\omega)+b_0$$

$$B(j\omega) = -K_{у2}K_{ГП}T_1 j\omega - K_{у2}K_{ГП}$$

$$\begin{cases} b_2 = 0 \\ b_1 = -K_{у2}K_{ГП}T_1 \\ b_0 = -K_{у2}K_{ГП} \end{cases}$$

Табличный интеграл для $n = 3$:

$$J_3 = \frac{b_2^2 a_0 a_1 + \left(b_1^2 - 2b_0 b_2\right)a_0 a_3 + b_0^2 a_2 a_3}{2a_0 a_3\left(a_1 a_2 - a_0 a_3\right)} =$$

$$=\frac{0^2 S_Д K_{у2} K_{ГП} S_Д K_{у2} K_{ГП} T_1+\left(\left(-K_{у2} K_{ГП} T_1\right)^2-2\left(-K_{у2} K_{ГП}\right)0\right) S_Д K_{у2} K_{ГП} T_{ум}+\left(-K_{у2} K_{ГП}\right)^2 T_{ум}}{2 S_Д K_{у2} K_{ГП} T_{ум}\left(S_Д K_{у2} K_{ГП} T_1-S_Д K_{у2} K_{ГП} T_{ум}\right)}=$$

$$=\frac{\left(-K_{у2} K_{ГП} T_1\right)^2 S_Д K_{у2} K_{ГП} T_{ум}+\left(-K_{у2} K_{ГП}\right)^2 T_{ум}}{2 S_Д K_{у2} K_{ГП} T_{ум}\left(S_Д K_{у2} K_{ГП} T_1-S_Д K_{у2} K_{ГП} T_{ум}\right)}=\frac{T_1^2 S_Д K_{у2} K_{ГП}+1}{2 S_Д{}^2\left(T_1-T_{ум}\right)} \approx 0,177$$

СКО ошибки угломера θ в установившемся режиме:

$$\sigma_\theta^2=S_\xi(0) J_3=10^{-4} \cdot 0,177=17,715 \times 10^{-6}\left[град^2\right]$$

$$\sigma_\theta=\sqrt{17,715 \times 10^{-6}}=4,209 \times 10^{-3}[град]$$

4. Используя метод статистической линеаризации, расчет и построение зависимостей $m_\theta=f_1(S(0))$ и $\sigma_\theta=f_2(S(0))$. Определение критического значения $S(0)_{кр}$.

Составим систему уравнений. Для этого определим коэффициенты линеаризации. Для дискриминатора с синусоидальной характеристикой $F(\theta)=A \cdot \sin(\alpha\theta)$:

$$K_0=\frac{A}{m_\theta} \sin(\alpha m_\theta) \exp\left(-\frac{\alpha^2 \sigma_\theta^2}{2}\right)$$

$$K_{12}=A\alpha \cos(\alpha m_\theta) \exp\left(-\frac{\alpha^2 \sigma_\theta^2}{2}\right)$$

Заменим $S_Д$ на K_0 в формуле для m_θ, и $S_Д$ на K_{12} в формуле для σ_θ

Система уравнений:

$$\begin{cases} m_\theta=\dfrac{a}{K_0 K_{у2} K_{ГП}} \\ \sigma_\theta^2=S_\xi(0) \dfrac{T_1^2 K_{12} K_{у2} K_{ГП}+1}{2 K_{12}{}^2\left(T_1-T_{ум}\right)} \\ K_0=\dfrac{A}{m_\theta} \sin(\alpha m_\theta) \exp\left(-\dfrac{\alpha^2 \sigma_\theta^2}{2}\right) \\ K_{12}=A\alpha \cos(\alpha m_\theta) \exp\left(-\dfrac{\alpha^2 \sigma_\theta^2}{2}\right) \end{cases}$$

Решаем данную систему уравнений численным методом, используя программу *MATLAB R2017a*. Листинг программы приведен в приложении 1. По результатам расчета построим графики зависимостей $m_\theta(S(0))$ и $\sigma_\theta(S(0))$ (рисунок 4). Критическим значением $S(0)_{кр}$, при котором происходит срыв слежения угломера, будет являться то значение, при котором дисперсия ошибки начинает резко увеличиваться. По рисунку 4 определяем, что критическое значение $S(0)_{кр} = 18\,B^2 c$.

Сопоставим полученные значения m_θ и σ_θ с апертурой (линейным участкам) ДХ (рисунок 2). Определим максимальную ошибку угломера

$$\theta_{\max}\left(S(0)_{кр}\right) = m_\theta\left(S(0)_{кр}\right) + 3\sigma_\theta\left(S(0)_{кр}\right) = 7{,}357°$$

Пределы линейного участка ДХ составляют $\theta = \pm 3{,}9°$. Следовательно максимальная ошибка угломера, при котором происходит срыв слежения, превышает значения для линейного участка ДХ.

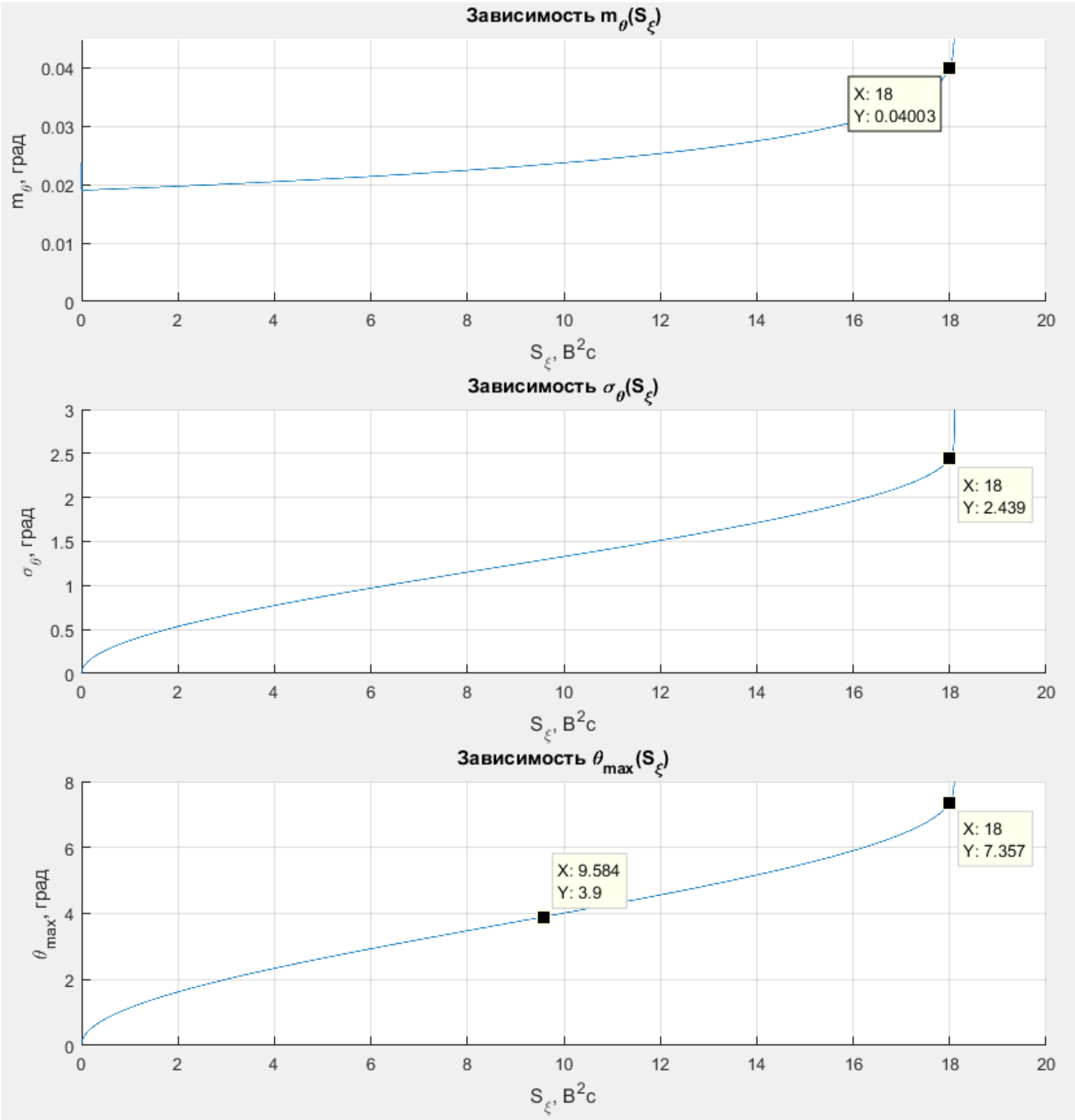

Рисунок 4 – зависимости $m_\theta\left(S(0)\right)$, $\sigma_\theta\left(S(0)\right)$ и $\theta_{\max}\left(S(0)\right)$

5. Исследование работы системы при $u_n(t) = U_n \cos(\Delta\Omega_n t)$.

Полагая $F(\theta) = S_\partial \theta$, построим АЧХ от точки приложения u_n до точки u_1 и определим наиболее опасную частоту гармонической помехи $\Delta\Omega_n$ с точки зрения подавления полезной составляющей напряжения $u_{вых}$ помехой в нелинейности ограничителя команд $f(u_1)$.

Найдем ОКП от точки приложения u_n до точки u_1:

$$K_{u_n u_1}(p) = \frac{K_{прям}(p)}{1 + K_{раз}(p)} = \frac{K_У(p) K_Ф(p)}{1 + S_Д K_У(p)\dfrac{K_{ГП}}{p}} = \frac{K_{у2}\dfrac{pT_1+1}{p(pT_{ум}+1)}\dfrac{1}{pT_Ф+1}}{1 + S_Д K_{у2}\dfrac{pT_1+1}{p(pT_{ум}+1)}\dfrac{K_{ГП}}{p}} =$$

$$= \frac{pK_{у2}(pT_1+1)}{p^2(pT_{ум}+1)(pT_Ф+1) + S_Д K_{у2} K_{ГП}(pT_1+1)(pT_Ф+1)}$$

Для получения АЧХ, проведем замену $p \to j\omega$ в ОКП:

$$K_{u_n u_1}(j\omega) = \frac{j\omega K_{у2}(j\omega T_1+1)}{(j\omega)^2(j\omega T_{ум}+1)(j\omega T_Ф+1) + S_Д K_{у2} K_{ГП}(j\omega T_1+1)(j\omega T_Ф+1)}$$

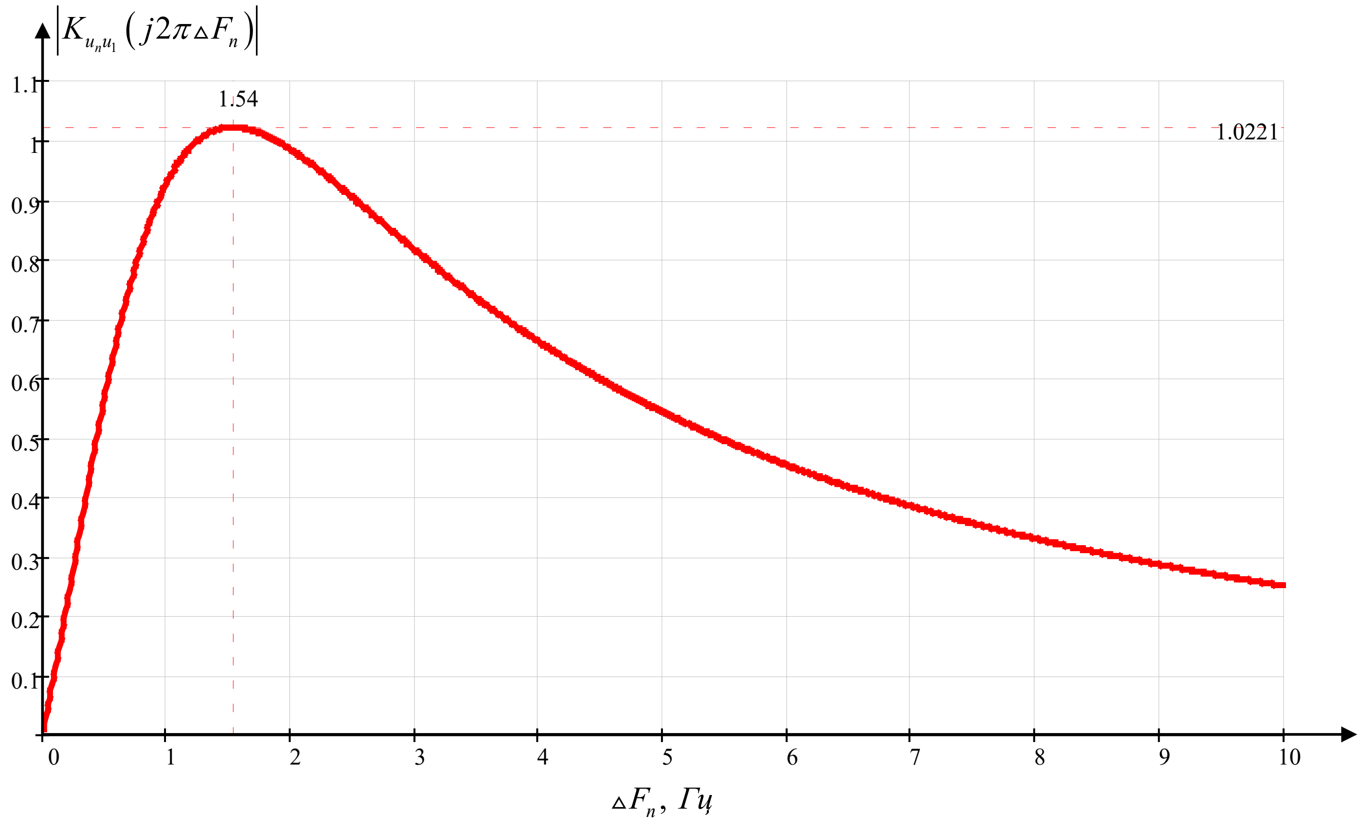

Рисунок 4 – АЧХ от точки приложения u_n до точки u_1

Графически определяем, что наиболее опасная частота гармонической помехи $\Delta F_n = 1,54\ Гц$.

4 ПРИЛОЖЕНИЕ

Приложение 1. Листинг программы MATLAB для пункта №4

```
clear all; close all; tic;
format long;

A = 15;
B = 7;
Tf = 0.1;
a = 0.4;
Ky2 = 3.5;
T1 = 0.5;
alpha = 0.5;
Tym = 0.01;
Kgp = 1;
Sd = 6;
%Sksi = 1e-4;

K0(1) = Sd;
K1(1) = Sd;

Sksi = 0:0.001:20;
N = length(Sksi);

for i = 1:N
   m_theta(i) = alpha / (K0(i) * Ky2 * Kgp);
   %D_theta(i) = Sksi(i) * ((-T1^2 * Kgp + (1 / (K1(i) * Ky2)))/(2 * K1(i) * Ky2 *
(Tym - T1)));
   D_theta(i) = Sksi(i) * ((T1^2 * K1(i) * Ky2 * Kgp + 1) / (2 * K1(i)^2 * (T1 -
Tym)));
   sigma_theta(i) = sqrt(D_theta(i));

   K0(i+1) = (A / m_theta(i)) * sin(alpha * m_theta(i)) * exp(-((alpha *
sigma_theta(i))^2)/2);
   K1(i+1) = A * alpha * cos(alpha * m_theta(i)) * exp(-((alpha *
sigma_theta(i))^2)/2);
end

theta = m_theta + 3*sigma_theta;

figure
subplot(3,1,1)
hold on; grid on;
ylim([0 0.045]);
plot(Sksi,m_theta);
title('Зависимость m_\theta(S_\xi)')
ylabel('m_\theta, град');
xlabel('S_\xi, B^2c');

subplot(3,1,2)
hold on; grid on;
ylim([0 3]);
plot(Sksi,sigma_theta);
title('Зависимость \sigma_\theta(S_\xi)')
ylabel('\sigma_\theta, град');
xlabel('S_\xi, B^2c');

subplot(3,1,3)
hold on; grid on;
```

```
ylim([0 8]);
plot(Sksi,theta);
title('Зависимость \theta_{max}(S_\xi)')
ylabel('\theta_{max}, град');
xlabel('S_\xi, B^2c');
```