

Национальный исследовательский университет «МЭИ»
Институт Радиотехники и электротехники им В.А. Котельникова

Отчет
О выполнении лабораторной работы №4
«Моделирование следящей системы»

Студент гр. ЭР-15-16
Левашов А.В.
Вариант 6
Преподаватель:
Корогодин И.В.

Москва

2020

Цели работы:

- 1) Применить метод информационного параметра при моделировании радиотехнического устройства;
- 2) Получить опыт моделирования следящей системы;
- 3) Развить навыки обработки данных статистических экспериментов.

1. Постановка задачи

Моделируется следящая система за частотой

Требуется:

- 1) Построить график зависимости динамической ошибки оценивания от полосы следящей системы.
- 2) Построить график зависимости флуктуационной ошибки оценивания от полосы следящей системы.
- 3) Построить график общей среднеквадратической ошибки оценивания частоты от полосы следящей системы.
- 4) Определить шумовую полосу следящей системы, при которой достигается минимум среднеквадратической ошибки оценивания частоты.

Допущения:

- 1) Моделирование будем производить в линейном приближении работы следящей системы по методу информационного параметра.
- 2) Процесс частоты развивается в соответствии с моделью второго порядка как интеграл от винеровского случайного процесса.

2. Математические модели

Значения дисперсии формирующего шума и дисперсии шумов наблюдения выбираются в соответствии с порядковым номером студента по журналу.

Вариант 6, дисперсия формирующего шума $D_\xi = 7$, дисперсия шумов наблюдений $D_\eta = 8$.

Математическая модель процесса частоты:

$$\omega_k = \omega_{k-1} + v_{k-1}T,$$

$$v_k = v_{k-1} + \xi_k T$$

$$\xi_k \sim N(0, D_\xi)$$

$$M[\xi_i \xi_j] = D_\xi \delta_{ij},$$

Начальные значения:

$$\omega_0 = 0$$

$$v_0 = 0$$

Представим эти выражения в векторном виде:

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{F}\mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{G}\xi_k,$$

$$\mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} \omega_k \\ v_k \end{bmatrix}, \mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & T \end{bmatrix}, \xi_k = \begin{bmatrix} 0 \\ \xi_k \end{bmatrix}$$

Алгоритм работы следящей системы относительно информационного параметра:

$$\hat{\omega}_k = \tilde{\omega}_k + K_1 (\omega_{meas,k} - \tilde{\omega}_k),$$

$$\hat{v}_k = \tilde{v}_k + K_2 (\omega_{meas,k} - \tilde{\omega}_k),$$

$$\tilde{\omega}_k = \hat{\omega}_{k-1} + \hat{v}_{k-1}T, \tilde{v}_k = \tilde{v}_{k-1},$$

Инициализационные значения:

$$\hat{\omega}_0 = 0; \hat{v}_0 = 0$$

Коэффициенты определяются шумовой полосой системы Δf :

$$K_1 = \frac{8}{3} \Delta f \cdot T,$$

$$K_2 = \frac{32}{9} \Delta f^2 \cdot T,$$

$\omega_{meas,k}$ - поступившие на k-м шаге измерения частоты.

Алгоритм может быть представлен в векторном виде:

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \begin{bmatrix} \hat{\omega}_k \\ \hat{v}_k \end{bmatrix} = \tilde{\mathbf{x}}_k + \mathbf{K} (\omega_{meas,k} - \tilde{\omega}_k),$$

$$\tilde{\mathbf{x}}_k = \begin{bmatrix} \tilde{\omega}_k \\ \tilde{v}_k \end{bmatrix} = \mathbf{F} \hat{\mathbf{x}}_{k-1}, \mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \end{bmatrix}.$$

3. Тестовое воздействие

Условия:

Исключим формирующий шум наблюдений. Установим полосу СС равной 2 Гц. Установим начальную ошибку слежения на уровне 15 Гц.

Ожидаемый результат:

Следящая система произведет подстройку частоты, ошибка в установившемся режиме будет равняться нулю (ввиду величины астатизма). Характерное время переходного процесса – несколько обратных значений полосы, т.е. для 2 Гц около 1-2 секунд.

4. Проверка модели в тестовых условиях

Составлена программа компьютерной модели в Matlab:

```
clear all; clc; close all;

Tmax = 3600;
t = 0.05:0.05:Tmax;
T = t(length(t))-t(length(t)-1);
F = [1 T; 0 1];
G = [0 0; 0 T];
Band = 0.1:0.1:3; %Полоса СС
Polosa = Band;
Polosa_stop=2;
K1 = (8/3)*Polosa*T;
K2 = (32/9)*(Polosa.^2)*T;
Dksi_ist = 7;
Dn_ist= 8;
Dksi =Dksi_ist*1;
Dn = Dn_ist*0;
FF = filtr( Dksi, Dn, F,G, K1,K2, Polosa, Polosa_stop, t);
wist = FF.wist;
delta_w= FF.delta_w;
RMS_Omega = FF.RMS_Omega;

figure(1);
plot(t , delta_w/(2*pi),'k');
xlabel('t, s'); ylabel('\Delta \omega, Hz');
title(['Bandwidth = ' num2str(Band(FF.i)) 'Hz']);
grid on;

figure(2);
plot(t, wist/2/pi,'b');
hold on;
plot(t, (wist + delta_w)/2/pi,'k');
xlabel('t, s'); ylabel('\omega, Hz');
title(['Bandwidth = ' num2str(Band(FF.i)) 'Hz']);
grid on;

figure(3)
hold on
plot(Polosa, FF.RMS_Omega, 'k');

Dksi = Dksi_ist*0;
Dn = Dn_ist*1;

FF = filtr( Dksi, Dn, F,G, K1,K2, Polosa, Polosa_stop, t);
plot(Polosa, FF.RMS_Omega, 'b');

Dksi = Dksi_ist*1;
Dn = Dn_ist*1;
FF = filtr( Dksi, Dn, F,G, K1,K2, Polosa, Polosa_stop, t);
plot(Polosa, FF.RMS_Omega, 'r');
grid on;
xlabel('Bandwidth, Hz'); ylabel('RMS \omega, Hz');
```

```

function FF = filtr( Dksi, Dn, F,G, K1,K2, Polosa, Polosa_stop, tk)
for i = 1:length(Polosa)
xist = [0 0]';
xest = [0 0]';
xextr = F*xest;
for k=1:length(tk)
    ksi = sqrt(Dksi)*randn(1,1);
    xist = F*xist + G*[0;ksi];
    wist(k) = xist(1); % Истинное значения
    n = sqrt(Dn)*randn(1,1);
    wmeas = wist(k) + n;
    xest = xextr + [K1(i);K2(i)] * (wmeas - xextr(1));
    xextr = F*xest;
    delta_w (k) = xest(1)-wist(k);% Ошибка оценивания
end
if Polosa(i) == Polosa_stop
FF.delta_w = delta_w;
FF.wist = wist;
end
RMS_Omega(i) = sqrt ( mean (delta_w.^2) );
end
FF.RMS_Omega = RMS_Omega;
FF.i = i;
end

```

Получим зависимости реакции системы:

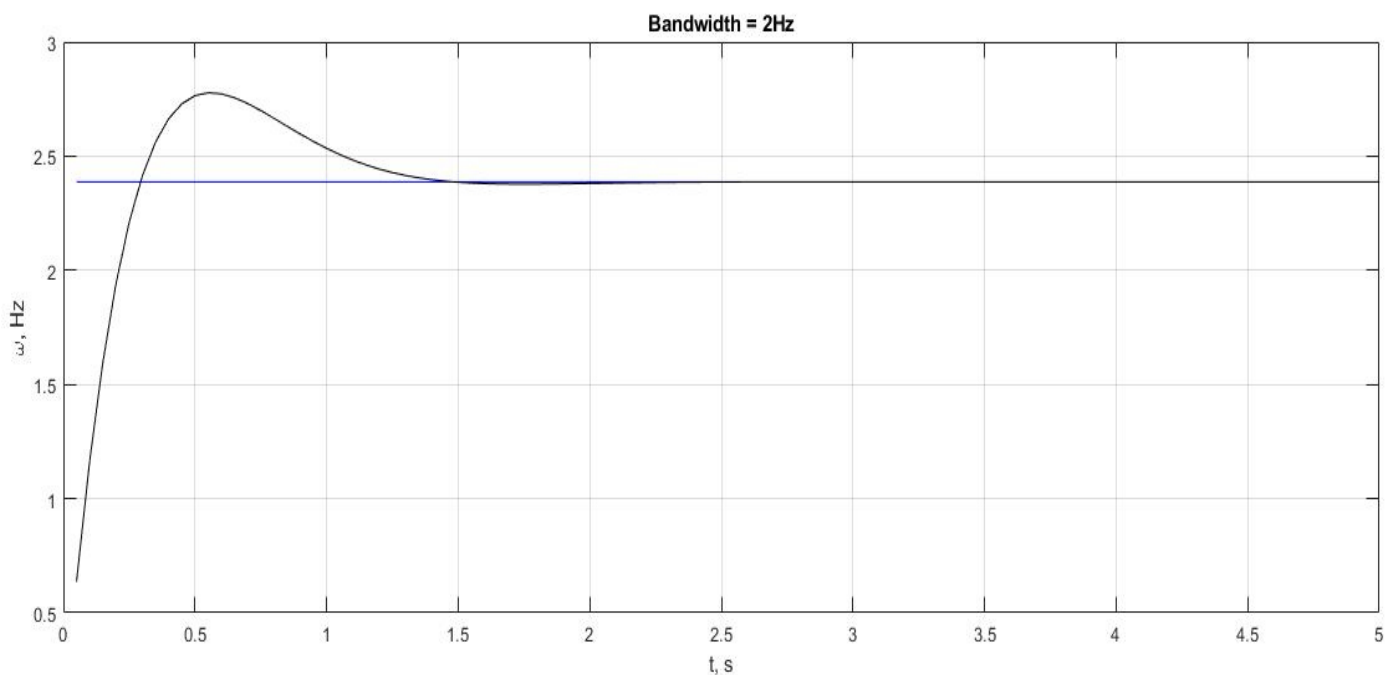


Рисунок 1 – Процесс частоты (синий) и его оценка (черный)

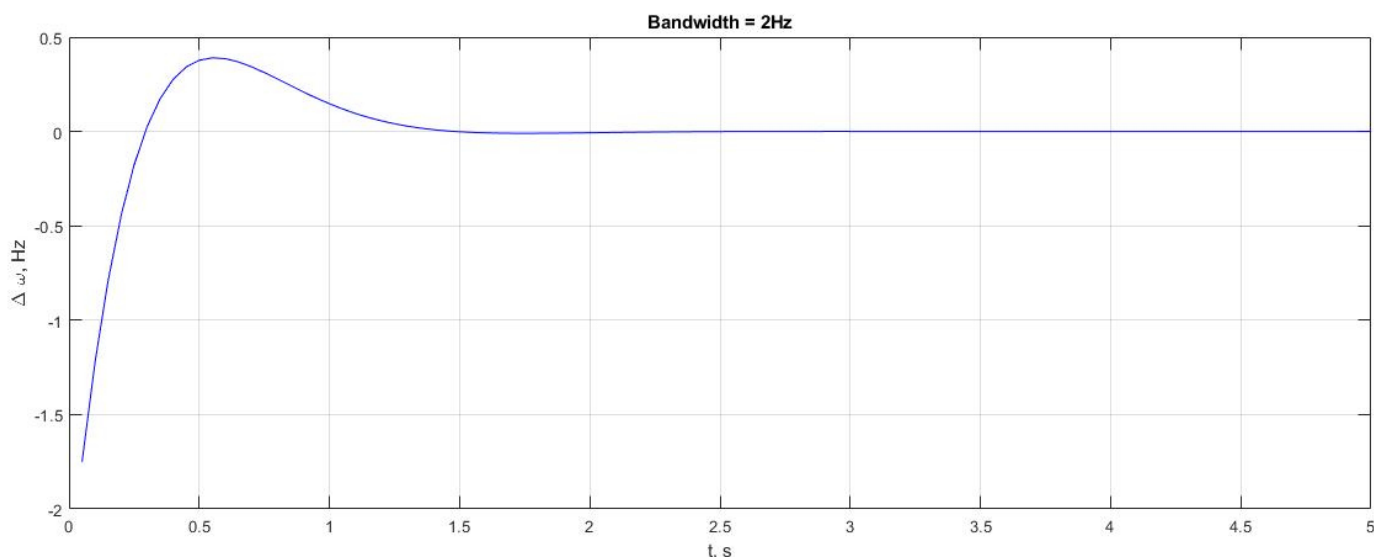


Рисунок 2 – Ошибка оценивания частоты

Графики истинного процесса частоты и оценки частоты приведены на рисунке 1, график ошибки оценивания частоты – на рисунке 2.

Можно сделать вывод: система слежения успешно отрабатывает начальную ошибку. Характерное время переходного процесса около 2 с, что соответствует ожидаемому при полосе СС 2 Гц.

5. Результаты моделирования

После завершения тестирования была выполнена основная программа моделирования.

Для увеличения объема статистики время одного эксперимента увеличено до 60 минут.

Начальные значения векторов состояния оцениваемого процесса и фильтра приравнены друг другу.

На первом этапе построен график динамической ошибки в зависимости от полосы СС (рисунок 3, черный график). Для этого дисперсия флотационных шумов приравнена нулю, а дисперсия формирующего шума установлена номинальной ($D_{\xi} = 7$).

На втором этапе построен график флуктуационной ошибки. Для этого дисперсия формирующих шумов уменьшена до нуля (частота постоянна), а дисперсия шумов наблюдений выставлена в соответствии с вариантом задания ($D_\eta = 8$) (рисунок 3, синий график).

На третьем этапе построен график (рисунок 3, красный график) зависимости общей среднеквадратической ошибки оценивания при значениях дисперсиях шумов ($D_\xi = 7, D_\eta = 8$).

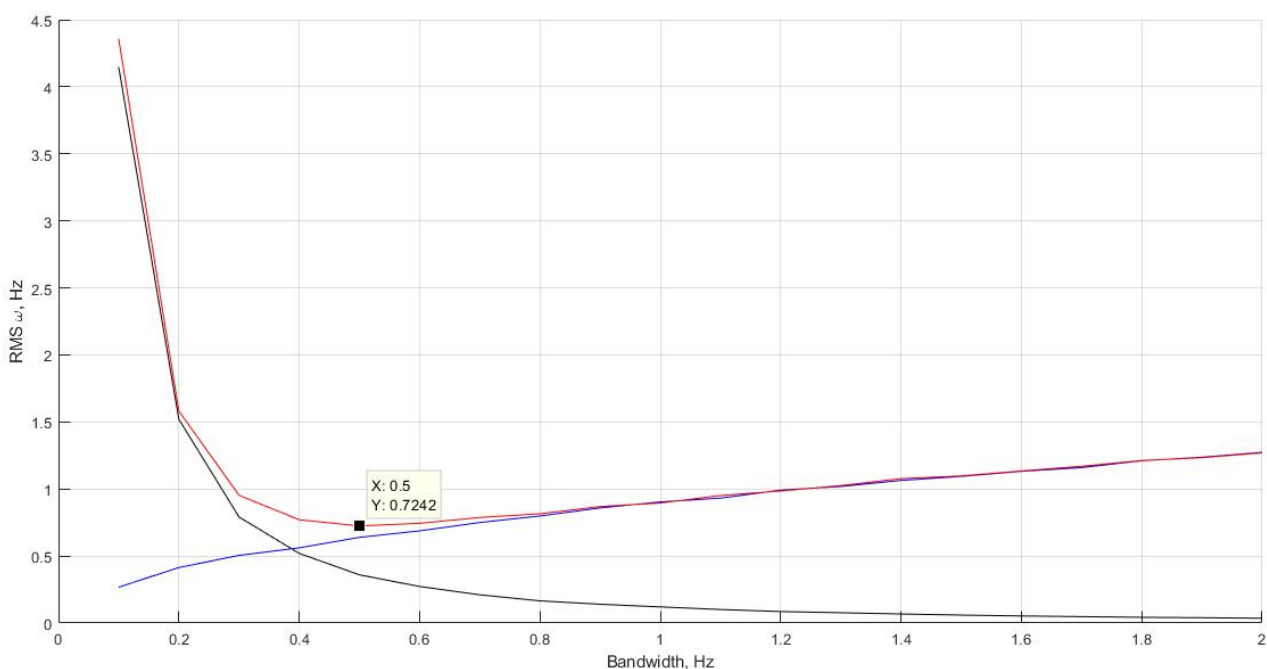


Рисунок 3 — Среднеквадратическая ошибка оценивания: общая (красный), динамическая (черный), флуктуационная (синий)

Минимум среднеквадратической ошибки слежения при заданных условиях достигается при полосе СС 0.5 Гц.

6. Анализ результатов моделирования

Поставленные цели моделирования выполнены:

1) найдены графики динамической, флуктуационной и общей среднеквадратической ошибки слежения в зависимости от полосы СС;

2) определена полоса СС, при которой достигается минимум среднеквадратической ошибки слежения; она составила 0.5 Гц.

Результат моделирования соответствует ожидаемому результату. Проведение новых итераций моделирования и уточнение модели не требуется.

