

Соснин В.В., Балакшин П.В. Введение в параллельные вычисления. – СПб: Университет ИТМО, 2019. – 51 с.

В пособии излагаются основные понятия и определения теории параллельных вычислений. Рассматриваются основные принципы построения программ на языке «Си» для многоядерных и многопроцессорных вычислительных комплексов с общей памятью. Предлагается набор заданий для проведения лабораторных и практических занятий.

Учебное пособие предназначено для студентов, обучающихся по магистерским программам направления «09.01.04 – Информатика и вычислительная техника», и может быть использовано выпускниками (бакалаврами и магистрантами) при написании выпускных квалификационных работ, связанных с проектированием и исследованием многоядерных и многопроцессорных вычислительных комплексов.

Рекомендовано к печати Ученым советом факультета компьютерных технологий и управления, 8 декабря 2015 года, протокол №10.**НЕТ!!!!**



Университет ИТМО – ведущий вуз России в области информационных и фотонных технологий, один из немногих российских вузов, получивших в 2009 году статус национального исследовательского университета. С 2013 года Университет ИТМО – участник программы повышения конкурентоспособности российских университетов среди ведущих мировых научно-образовательных центров, известной как проект «5 в 100». Цель Университета ИТМО – становление исследовательского университета мирового уровня, предпринимательского по типу, ориентированного на интернационализацию всех направлений деятельности.

© Университет ИТМО, 2019

© Соснин В.В., Балакшин П.В., 2019

Введение

В настоящее время большинство выпускаемых микропроцессоров являются многоядерными. Это касается не только настольных компьютеров, но и в том числе мобильных телефонов и планшетов (исключением пока являются только встраиваемые вычислительные системы). Для полной реализации потенциала многоядерной системы программисту необходимо использовать специальные методы параллельного программирования, которые становятся всё более востребованными в промышленном программировании. Однако методы параллельного программирования ощутимо сложнее для освоения, чем традиционные методы написания последовательных программ.

Целью настоящего учебного пособия является описание практических заданий (лабораторных работ), которые можно использовать для закрепления теоретических знаний, полученных в рамках лекционного курса, посвященного технологиям параллельного программирования. Кроме этого, в пособии в сжатой форме излагаются основные принципы параллельного программирования, при этом теоретический материал даётся тезисно и поэтому для полноценного освоения требуется использовать конспекты лекций по соответствующей дисциплине.

При программировании многопоточных приложений приходится решать конфликты, возникающие при одновременном доступе к общей памяти нескольких потоков. Для синхронизации одновременного доступа к общей памяти в настоящее время используются следующие три концептуально различных подхода:

1. **Явное использование блокирующих примитивов** (мьютексы, семафоры, условные переменные). Этот подход исторически появился первым и сейчас является наиболее распространённым и поддерживаемым в большинстве языков программирования. Недостатком метода является достаточно высокий порог вхождения, т.к. от программиста требуется в "ручном режиме" управлять блокирующими примитивами, отслеживая конфликтные ситуации при доступе к общей памяти.
2. **Применение программной транзакционной памяти** (Software Transactional Memory, STM). Этот метод проще в освоении и применении, чем предыдущий, однако до сих пор имеет ограниченную поддержку в компиляторах, а также в полной мере он сможет се-

бя проявить при более широком распространении процессоров с аппаратной поддержкой STM.

3. **Использование неблокирующих алгоритмов** (lockless, lock-free, wait-free algorithms). Этот метод подразумевает полный отказ от применения блокирующих примитивов при помощи сложных алгоритмических ухищрений. При этом для корректного функционирования неблокирующего алгоритма требуется, чтобы процессор поддерживал специальные атомарные (бесконфликтные) операции вида "сравнить и обменять" (cmpxchg, "compare and swap"). На данный момент большинство процессоров имеют в составе системы команд этот тип операций (за редким исключением, например: "SPARC 32").

Предлагаемое вниманию методическое пособие посвящено первому из перечисленных методов, т.к. он получил наибольшее освещение в литературе и наибольшее применение в промышленном программировании. Два других метода могут являться предметом изучения углублённых учебных курсов, посвящённых параллельным вычислениям.

Авторы ставили целью предложить читателям изложение основных концепций параллельного программирования в сжатой форме в расчёте на самостоятельное изучение пособия в течение двух-трёх месяцев. При использовании пособия в технических вузах рекомендуется приведённый материал использовать в качестве односеместрового учебного курса в рамках бакалаврской подготовки студентов по специальности "Программная инженерия" или смежных с ней. Однако приводимые примеры практических заданий могут быть при желании адаптированы для использования в магистерских курсах.

1 Теоретические основы параллельных вычислений

1.1 История развития параллельных вычислений

Разговор о развитии параллельного программирования принято начинать истории развития суперкомпьютеров. Однако первый в мире суперкомпьютер CDC6600, созданный в 1963 г., имел только один центральный процессор, поэтому едва ли можно считать его полноценной SMP-системой.

Третий в истории суперкомпьютер CDC8600 проектировался для использования четырёх процессоров с общей памятью, что позволяет говорить о первом случае применения SMP, однако CDC8600 так никогда и не был выпущен: его разработка была прекращена в 1972 году.

Лишь в 1983 году удалось создать работающий суперкомпьютер (Cray X-MP), в котором использовалось два центральных процессора, использовавших общую память. Справедливости ради стоит отметить, что чуть раньше (в 1980 году) появился первый отечественный многопроцессорный компьютер Эльбрус-1, однако он по производительности значительно уступал суперкомпьютерам того времени.

Уже в 1994 можно было свободно купить настольный компьютер с двумя процессорами, когда компания ASUS выпустила свою первую материнскую плату с двумя сокетами, т.е. разъёмами для установки процессоров.

Следующей вехой в развитии SMP-систем стало появление многоядерных процессоров. Первым многоядерным процессором массового использования стал POWER4, выпущенный фирмой IBM в 2001 году. Но по-настоящему широкое распространение многоядерная архитектура получила лишь в 2005 году, когда компании AMD и Intel выпустили свои первые двухъядерные процессоры.

На рисунке 1 показано, какую долю занимали процессоры с разным количеством ядер при создании суперкомпьютеров в разное время (по материалам сайта <http://top500.org>). Закрашенные области помечены цифрами 1, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 16 для обозначения количества ядер. Ширина области по вертикали равна относительной частоте использования процессоров соответствующего типа в рассматриваемом году.

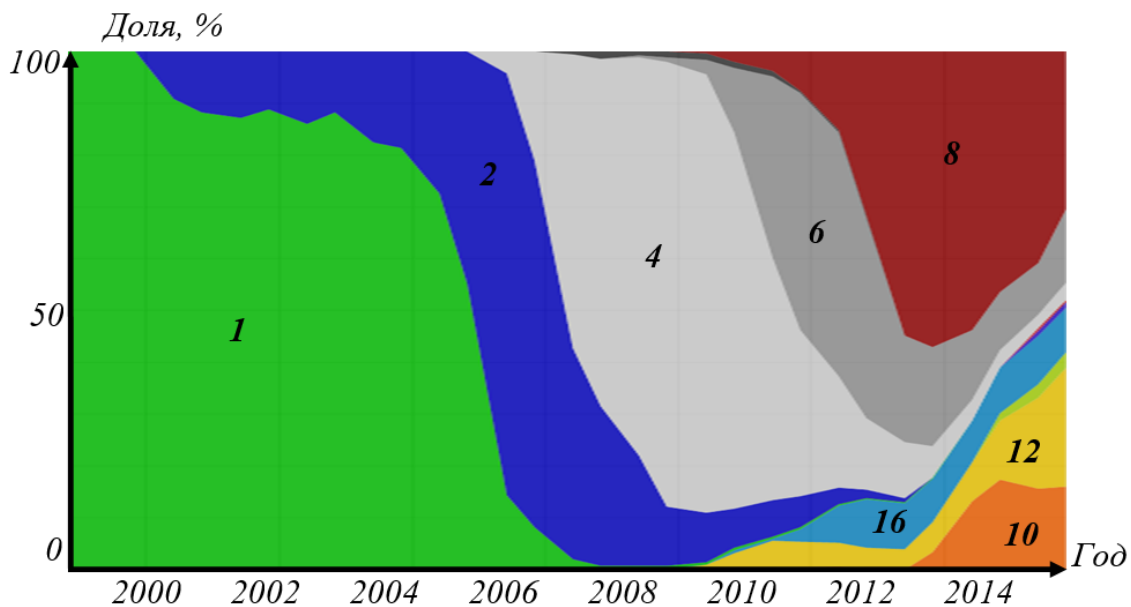


Рис. 1: Частотность использования процессоров с различным числом ядер при создании суперкомпьютеров

Как видим, активное использование двухъядерных процессоров в суперкомпьютерах началось уже в 2002 году, а примерно к 2005 году совершенно сошло на нет, тогда как в настольных компьютерах их применение в 2005 году лишь начиналось. На основании этого можно сделать простой прогноз распространённости многоядерных "настольных" процессоров к нужному году, если считать, что они в общих чертах повторяют развитие многоядерных архитектур суперкомпьютеров.

1.2 Автоматическое распараллеливание программ

Параллельное программирование – достаточно сложный ручной процесс, поэтому кажется очевидной необходимость его автоматизировать с помощью компилятора. Такие попытки делаются, однако эффективность автораспараллеливания пока что оставляет желать лучшего, т.к. хорошие показатели параллельного ускорения достигаются лишь для ограниченного набора простых for-циклов, в которых отсутствуют зависимости по данным между итерациями и при этом количество итераций не может измениться после начала цикла. Но даже если два указанных условия в некотором for-цикле выполняются, но он имеет сложную неочевидную структуру, то его распараллеливание производиться не будет. Виды автоматического распараллеливания:

- *Полностью автоматический:* участие программиста не требу-

ется, все действия выполняет компилятор.

- *Полуавтоматический:* программист даёт указания компилятору в виде специальных ключей, которые позволяют регулировать некоторые аспекты распараллеливания.

Слабые стороны автоматического распараллеливания:

- Возможно ошибочное изменение логики программы.
- Возможно понижение скорости вместо повышения.
- Отсутствие гибкости ручного распараллеливания.
- Эффективно распараллеливаются только циклы.
- Невозможность распараллелить программы со сложным алгоритмом работы.

Приведём примеры того, как с-программа в файле `src.c` может быть автоматически распараллелена при использовании некоторых популярных компиляторов:

- Компилятор GNU Compiler Collection: `gcc -O2 -floop-parallelize-all -ftree-parallelize-loops=K -fdump-tree-parloops-details src.c`. При этом программисту даётся возможность выбрать значение параметра `K`, который рекомендуется устанавливать равным количеству ядер (процессоров). Особенности реализации автораспараллеливания в `gcc` посвящён самостоятельный проект: <https://gcc.gnu.org/wiki/AutoParInGCC>.
- Компилятор фирмы Intel: `icc -c -parallel -par-report file.cc`
- Компилятор фирмы Oracle: `solarisstudio -cc -O3 -xautopar -xloopinfo src.c`

1.3 Основные подходы к распараллеливанию

На практике сложилось достаточное большое количество шаблонов параллельного программирования. Однако все эти шаблоны в своей основе используют три базовых подхода к распараллеливанию:

- **Распараллеливание по данным:** Программист находит в программе массив данных, элементы которого программа последовательно обрабатывает в некоторой функции `func`. Затем программист пытается разбить этот массив данных на блоки, которые могут быть обработаны в `func` независимо друг от друга.

Затем программист запускает сразу несколько потоков, каждый из которых выполняет func, но при этом обрабатывает в этой функции отличные от других потоков блоки данных.

- **Распараллеливание по инструкциям:** Программист находит в программе последовательно вызываемые функции, процесс работы которых не влияет друг на друга (такие функции не изменяют общие глобальные переменные, а результаты одной не используются в работе другой). Затем эти функции программист запускает в параллельных потоках.
- **Распараллеливание по информационным потокам:** Программа представляет собой набор выполняемых функций, причем несколько функций могут ожидать результата выполнения предыдущих. В таком случае каждое ядро выполняет ту функцию, данные для которой уже готовы. Рассмотрим этот метод на примере абстрактного двухядерного процессора, как наиболее сложный для понимания. Структурный алгоритм, изображенный на рисунке 2 состоит из 9 функций, некоторые из которых используют результат предыдущей функции в своей работе. Будем считать, что функция 3 использует результат работы функции 1, а функция 7 - результат функций 4 и 6 и тд, а также функция 5 выполняется по времени примерно столько же сколько функции 7, 8 и 9, вместе взятые. Тогда, на двухъядерной машине этот способ распараллеливания будет оптимальным решением.

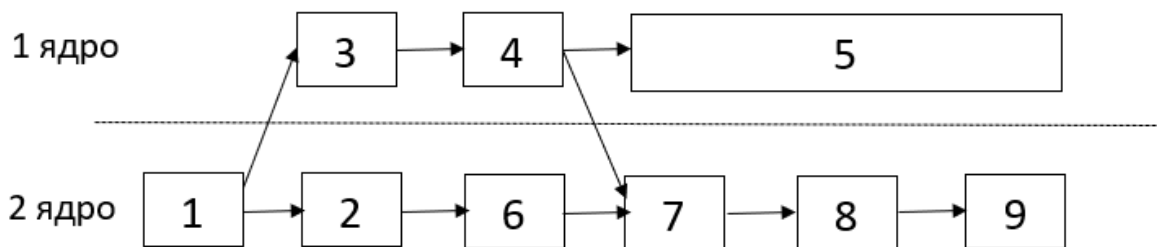


Рис. 2: Пример работы структурного алгоритма на двухъядерном процессоре

Три описанных метода легче понять на аналогии из обыденной жизни. Пусть два студента получили в стройотряде задание подмести улицу и покрасить забор. Если студенты решат использовать распараллелива-

ние по данным, он будут сначала вместе подметать улицу, а затем вместе же красить забор. Если они решат использовать распараллеливание по инструкциям, то один студент полностью подметёт улицу, а другой покрасит в это время весь забор. Распараллелить по информационным потокам эту ситуацию не получится, так как эти два действия никак не зависят друг от друга. Если предположить, что им обоим нужны инструменты для работы, то один из них должен сначала сходить за ними, а потом она оба начнут делать свою работу.

В большем числе случаев решение об использовании метода является очевидным в силу внутренних особенностей распараллеливаемой программы. Выбор метода определяется тем, какой из них более равномерно загружает потоки. В идеале все потоки должны приблизительно одновременно заканчивать выделенную им работу, чтобы оптимально загрузить ядра (процессоры) и чтобы закончившие работу потоки не простаивали в ожидании завершения работы соседними потоками.

1.4 Атомарность операций в многопоточной программе

Основной проблемой при параллельном программировании является необходимость устранять конфликты при одновременном доступе к общей памяти нескольких потоков. Для решения этой проблемы обычно пытаются упорядочить доступ потоков к общим данным с помощью специальных средств – примитивов синхронизации. Однако возникает вопрос, существуют ли такие элементарные атомарные операции, выполнение которых несколькими потоками одновременно не требует синхронизации действий, т.к. эти операции выполнялись бы процессором "одним махом" или – как принято говорить – "атомарно" (т.е. никакая другая операция не может вытеснить из процессора предыдущую атомарную операцию до её окончания).

Таковыми операциями являются практически все ассемблерные инструкции, т.к. они на низком уровне используют только те операции, которые присутствуют в системе команд процессора, а значит могут выполняться атомарно (непрерываемо). Однако при компиляции C программы команды языка C транслируются обычно в несколько ассемблерных инструкций. В связи с этим возникает вопрос о возможном существовании C-команд, которые компилируются в одну ассемблерную инструкцию. Такие команды можно было бы не "защищать" примитивами синхронизации (мьютексами) при параллельном программировании.

Однако оказывается, что таких операций крайне мало, а некоторые

из них могут вести себя как атомарно, так и не атомарно в зависимости от аппаратной платформы, для которой компилируется С-программа. Рассмотрим простейшую команду инкремента целочисленной переменной (тип `int`) в языке С: `w++`. Можно легко убедиться (например, используя ключ `S` компилятора `gcc`), что эта команда будет транслирована в три ассемблерные инструкции (взять из памяти, увеличить, положить обратно):

<code>/*1*/</code>	<code>movl w, %ecx</code>
<code>/*2*/</code>	<code>addl \$1, %ecx</code>
<code>/*3*/</code>	<code>movl %ecx, w</code>

Значит, выполнять операцию инкремента некоторой переменной в нескольких потоках одновременно - небезопасно, т.к. при выполнении ассемблерной инструкции `/*2*/` поток может быть прерван и процессор передан во владение другому потоку, который получит некорректное значение недоинкрементированной переменной.

Логично было бы предположить, что операции присваивания не должны обладать описанным недостатком. Действительно, в Ассемблере есть отдельная инструкция для записи значения переменной по указанному адресу. К сожалению, это предположение не до конца верно: действительно, при выполнении присваивания переменной типа `char` эта операция будет выполнена единой ассемблерной инструкцией. Однако с другими типами данных этого нельзя сказать наверняка. Общее практическое правило можно грубо сформулировать так: "атомарность операции присваивания гарантируется только для операций с данными, разрядность которых не превышает разрядности процессора".

Например, при присваивании переменной типа `int` на 32-разрядном процессоре будет сгенерирована одна ассемблерная инструкция. Однако при компиляции этой же операции на 16-разрядном компьютере будет сгенерировано две ассемблерные команды для независимой записи младших и старших бит.

Следует иметь в виду, что сформулированное правило работает при присваивании переменных и выражений, однако не всегда может выполняться при присваивании констант. Рассмотрим пример С-кода, в котором 64-разрядной переменной `s` (тип `uint64_t`) присваивается большое число, заведомо превышающее 32-разрядную величину:

```
/*1*/      uint64_t s;  
/*2*/      s = 9999999999999999L;
```

Этот код будет транслирован в следующий ассемблерный код на 64-разрядном процессоре:

```
/*1*/      movabsq $9999999999999999, %rsi  
/*2*/      movq   %rsi, s
```

Как видим, операция присваивания была транслирована в две ассемблерные инструкции, что делает невозможным безопасное распараллеливание такой операции.

Сформулированное правило применимо не только к операции присваивания, но и к операции чтения переменной из памяти, поэтому любую из этих операций в потокобезопасной среде придётся защищать мьютексами или критическими секциями.

Особый случай атомарного изменения данных - это изменение структуры. Для этого надо использовать CAS-операцию с указателем на эту структуру. Выполняя такую операцию, процессор создаст вторую структуру данных с заданными полями и сравнит её со старой версией структуры. Если значение хотя бы одного поля поменялось, то он атомарно подменит указатель. В этом есть накладные расходы: даже простое изменение одного поля структуры требует создание полной копии структуры, чтобы потом подменить указатель.

2 Показатели эффективности параллельной программы

2.1 Параллельное ускорение и параллельная эффективность

Для оценки эффективности параллельной программы принято сравнивать показатели скорости исполнения этой программы при её запуске на нескольких идентичных вычислительных системах, которые различаются только количеством центральных процессоров (или ядер). На практике, однако, редко используют для этой цели несколько независимых аппаратных платформ, т.к. обеспечить их полную идентичность по всем параметрам достаточно сложно. Вместо этого, измерения проводятся на одной многопроцессорной (многоядерной) вычислительной системе, в которой искусственно ограничивается количество процессоров (ядер), задействованных в вычислениях. Это обычно достигается одним из следующих способов:

- Установка аффинности процессоров (ядер).
- Виртуализация процессоров (ядер).
- Управление количеством нитей.

Установка аффинности. Под аффинностью (processor affinity/pinning) понимается указание операционной системе запускать указанный поток/процесс на явно заданном процессоре (ядре). Установить аффинность можно либо с помощью специального системного вызова изнутри самой параллельной программы, либо некоторым образом извне параллельной программы (например, средствами "Диспетчера задач" или с помощью команды "start" с ключом "/AFFINITY" в ОС MS Windows, или команды "taskset" в ОС Linux). Недостатки этого метода:

- Необходимость модифицировать исследуемую параллельную программу (при использовании системного вызова изнутри самой программы).
- Невозможность управлять аффинностью на уровне потоков, т.к. обычно ОС позволяет устанавливать аффинность только для процессов (при установке аффинности внешними по отношению к параллельной программе средствами).

Виртуализация процессоров (ядер). При создании виртуальной ЭВМ в большинстве специализированных программ (например, VMWare, VirtualBox)

есть возможность "выделить" создаваемой виртуальной машине не все присутствующие в хост-системе процессоры (ядра), а только часть из них. Это можно использовать для имитации тестового окружения с заданным количеством ядер (процессоров). Например, на рисунке 3 показано, что для настраиваемой виртуальной машины из восьми доступных физических (и логических) процессоров доступными являются только три.

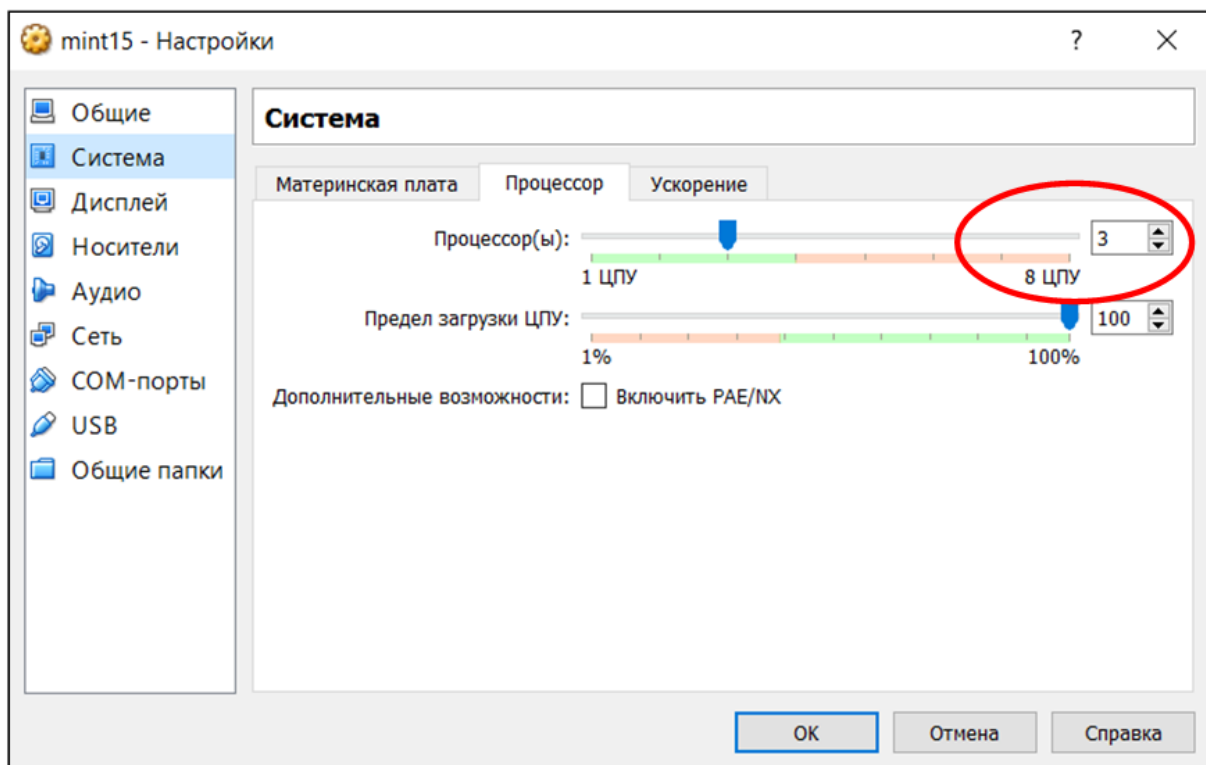


Рис. 3: Выбор количества виртуальных процессоров в Oracle VirtualBox

Недостатком описанного подхода являются накладные расходы виртуализации, которые непредсказуемым образом могут сказаться на результатах экспериментального измерения производительности параллельной программы. Достоинством виртуализации (по сравнению с управляемой аффинностью) является более естественное поведение тестируемой программы при использовании доступных процессоров, т.к. ОС не даётся жёстких указаний, что те или иные потоки всегда должны быть "привязаны" к заранее заданным процессорам (ядрам) – эта особенность позволяет более точно воспроизвести сценарий потенциального "живого" использования тестируемой программы, что повышает достоверность получаемых замеров производительности.

Управление количеством нитей. При создании параллельных программ достаточно часто количество создаваемых в процессе работы про-

граммы нитей не задаётся в виде жёстко фиксированной величины. Напротив, оно является гибко конфигурируемой величиной p , выбор значения которой позволяет оптимальным образом использовать вычислительные ресурсы той аппаратной платформы, на которой запускается программа. Это позволяет программе "адаптироваться" под то количество процессоров (ядер), которое есть в наличии на конкретной ЭВМ.

Эту особенность параллельной программы можно использовать для экспериментального измерения её показателей эффективности, для чего параллельную программу запускают при значениях $p = 1, 2, \dots, n$, где n – это количество доступных процессоров (ядер) на используемой для тестирования многопроцессорной аппаратной платформе. Описанный подход позволяет искусственно ограничить количество используемых при работе программы процессоров (ядер), т.к. в любой момент времени параллельная программа может выполняться не более, чем на p вычислителях. Анализируя измерения скорости работы программы, полученные для различных p , можно рассчитать значения некоторых показателей эффективности распараллеливания (см. ниже).

Параллельное ускорение (parallel speedup). В отличие от применяемого в физике понятия величины ускорения как прироста скорости в единицу времени, в программировании под параллельным ускорением понимают безразмерную величину, отражающую прирост скорости выполнения параллельной программы на заданном количестве процессоров по сравнению с однопроцессорной системой, т.е.

$$S(p) = \frac{V(p)}{V(1)}, \quad (1)$$

где $V(p)$ – средняя скорость выполнения программы на p процессорах (ядрах), выраженная в условных единицах работы в секунду (УЕР/с). Примерами УЕР могут быть количество просуммированных элементов матрицы, количество обработанных фильтром точек изображения, количество записанных в файл байт и т.п.

Считается, что значение $S(p)$ никогда не может превысить p , что на интуитивном уровне звучит правдоподобно, ведь при увеличении количества работников, например, в четыре раза невозможно добиться выполнения работы в пять раз быстрее. Однако, как мы рассмотрим ниже, в экспериментах вполне может наблюдаться сверх-линейное параллельное ускорение при увеличении количества процессоров. Конечно, такой результат чаще всего означает ошибку экспериментатора, однако существуют ситуации, когда этот результат можно объяснить тем, что при уве-

личении количества процессоров не только кратно увеличивается их вычислительный ресурс, но так же кратно увеличивается объём кэш-памяти первого уровня, что позволяет в некоторых задачах существенно повысить процент кэш-попаданий и, как следствие, сократить время решения задачи.

Параллельная эффективность (parallel efficiency). Хотя величина параллельного ускорения является безразмерной, её анализ не всегда возможен без информации о значении p . Например, пусть в некотором эксперименте оказалось, что $S(p) = 10$. Не зная значение p , мы лишь можешь сказать, что при параллельном выполнении программа стала работать в 10 раз быстрее. Однако если при этом $p = 1000$, это ускорение нельзя считать хорошим достижением, т.к. в других условиях можно было добиться почти 1000 кратного прироста скорости работы и не тратить столь внушительные ресурсы на плохо распараллеливаемую задачу. Напротив, при значении $p = 11$ можно было бы считать величину $S(p) = 10$ вполне приемлемой.

Эта проблема привела к необходимости определить ещё один показатель эффективности параллельной программы, который бы позволил получить некоторую оценку эффективности распараллеливания с учётом количества процессоров (ядер). Этой величиной является **параллельная эффективность**

$$E(p) = \frac{S(p)}{p} = \frac{V(p)}{p \cdot V(1)} \quad (2)$$

Среднюю скорость выполнения программы $V(p)$ можно измерить следующими двумя *неэквивалентными* методами:

- **Метод Амдала:** рассчитать $V(p)$, зафиксировав объём выполняемой работы (при этом изменяется время выполнения программы для различных p).
- **Метод Густавсона-Барсиса:** рассчитать $V(p)$, зафиксировав время работы тестовой программы (при этом изменяется количество выполненной работы для различных p).

Рассмотрим подробнее каждый из указанных методов в двух следующих подразделах.

2.2 Метод Амдала

При оценке эффективности распараллеливания некоторой программы, выполняющей фиксированный объём работы, скорость выполнения

можно выразить следующим образом: $V(p)|_{w=const} = \frac{w}{t(p)}$, где w – это общее количество УЕР, содержащихся в рассматриваемой программе, $t(p)$ – время выполнения работы w при использовании p процессоров. Тогда выражение для параллельного ускорения примет вид:

$$S(p)|_{w=const} = \frac{V(p)}{V(1)} = \frac{w}{t(p)} = \frac{w}{t(1)} = \frac{t(1)}{t(p)}. \quad (3)$$

Запишем время $t(1)$ следующим образом:

$$t(1) = t(1) + (k \cdot t(1) - k \cdot t(1)) = k \cdot t(1) + (1 - k) \cdot t(1), \quad (4)$$

где $k \in [0, 1)$ – это коэффициент распараллеленности программы, которым мы обозначим долю времени, в течение которого выполняется идеально распараллеленный код внутри рассматриваемой программы. Такой код можно выполнить ровно в p раз быстрее, если количество процессоров увеличить в p раз. Заметим, что коэффициент k никогда не равен единице, т.к. в любой программе всегда присутствует нераспараллеливаемый код, который приходится выполнять последовательно на одном процессоре (ядре), даже если их доступно несколько. Если для некоторой программы $k = 0$, то при запуске этой программы на любом количестве процессоров p она будет решаться за одинаковое время.

Учитывая, что в методе Амдала количество работы остаётся неизменным при любом p (т.к. $w = const$), можно утверждать, что значение k не изменяется в проводимых экспериментах, следовательно можем записать:

$$t(p) = \frac{k \cdot t(1)}{p} + (1 - k) \cdot t(1), \quad (5)$$

где первое слагаемое даёт время работы распараллеленного в p раз идеально распараллеливаемого кода, а второе слагаемое – время работы нераспараллеленного кода, которое не меняется при любом p . Подставив формулу (5) в (3), получим выражение

$$S(p)|_{w=const} = \frac{t(1)}{t(p)} = \frac{t(1)}{\frac{k \cdot t(1)}{p} + (1 - k) \cdot t(1)} = \frac{1}{\frac{k}{p} + 1 - k},$$

которое перепишем в виде

$$S(p)|_{w=const} = S_A(p) = \left(\frac{k}{p} + 1 - k \right)^{-1} \quad (6)$$

более известном как **закон Амдала** – по имени американского учёного Джина Амдала, предложившего это выражение в 1967 году. До сих пор

в специализированной литературе по параллельным вычислениям именно этот закон является основополагающим, т.к. позволяет получить теоретическое ограничение сверху для скорости выполнения некоторой заданной программы при распараллеливании.

График зависимости параллельного ускорения от количества ядер изображен на рисунке 4:

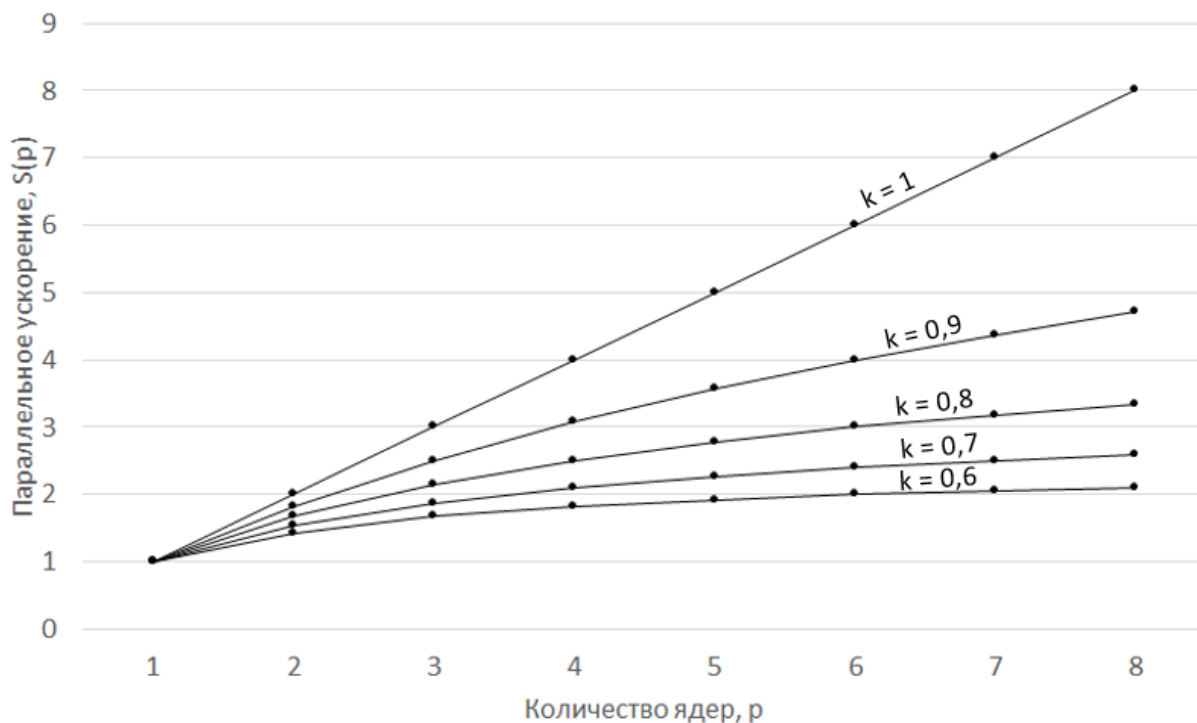


Рис. 4: График зависимости параллельного ускорения от количества ядер по Амдалу

Отметим, что выражение для расчёта параллельной эффективности при использовании метода Амдала можно получить, объединив формулы (2) и (6), а именно:

$$E_A(p) = (k + p - p \cdot k)^{-1} \quad (7)$$

Важным допущением закона Амдала является идеализация физического смысла величины k , состоящая в предположении, что идеально распараллеленный код будет давать линейный прирост скорости работы при изменении p от 0 до $+\infty$. При решении реальных задач приходится ограничивать этот интервал сверху некоторым конечным положительным значением p_{max} и/или исключать из этого интервала все значения, не кратные некоторой величине, обычно задающей размерность задачи.

Например, код программы, выполняющей конволюционное кодирование независимо для пяти равноразмерных файлов, может давать линейное ускорение при изменении p от 1 до 5, но уже при $p = 6$ скорее всего покажет нулевой прирост скорости выполнения задачи (по сравнению с решением при $p = 5$). Это объясняется тем, что конволюционное кодирование, также известно как "свёрточное" является принципиально нераспараллеливаемым при кодировании выбранного блока данных.

2.3 Метод Густавсона-Барсиса

При оценке эффективности распараллеливания некоторой программы, работающей фиксированное время, скорость выполнения можно выразить следующим образом: $V(p)|_{t=const} = \frac{w(p)}{t}$, где $w(p)$ – это общее количество УЕР, которые программа успевает выполнить за время t при использовании p процессоров. Тогда выражение (1) для параллельного ускорения примет вид:

$$S(p)|_{t=const} = \frac{V(p)}{V(1)} = \frac{w(p)}{t} : \frac{w(1)}{t} = \frac{w(p)}{w(1)}. \quad (8)$$

Запишем количество работы $w(1)$ следующим образом:

$$w(1) = w(1) + (k \cdot w(1) - k \cdot w(1)) = k \cdot w(1) + (1 - k) \cdot w(1), \quad (9)$$

где $k \in [0, 1)$ – это уже упомянутый ранее коэффициент распараллеленности программы. Тогда первое слагаемое можно считать количеством работы, которая идеально распараллеливается, а второе – количество работы, которую распараллелить не удастся при добавлении процессоров (ядер).

При использовании p процессоров количество выполненной работы $w(p)$ очевидно станет больше, при этом оно будет состоять из двух слагаемых:

- количество нераспараллеленных условных единиц работы $(1 - k) \cdot w(1)$, которое не изменится по сравнению с формулой (9).
- количество распараллеленных УЕР, объём которых увеличиться в p раз по сравнению с формулой (??), т.к. в работе будет задействовано p процессоров вместо одного.

Учитывая сказанное, получим следующее выражение для $w(p)$:

$w(p) = p \cdot k \cdot w(1) + (1 - k) \cdot w(1)$, тогда с учетом формулы (8) получим: $\frac{w(p)}{w(1)} = \frac{p \cdot k \cdot w(1) + (1 - k) \cdot w(1)}{w(1)}$, что позволяет записать:

$$S(p)|_{t=const} = S_{GB}(p) = p \cdot k + 1 - k \quad (10)$$

Приведённое выражение называется **законом Густавсона-Барсиса**, который Джон Густавсон и Эдвин Барсис сформулировали в 1988 году.