

Решение обратной задачи для потенциальных полей методом особых точек путем анализа высокочастотной компоненты полей с помощью кольцевого преобразования Радона

Alexey Pechnikov
pechnikov@mobigroup.ru
<https://orcid.org/0000-0001-9626-8615> (ORCID)

Предложена модель дипольного потенциала как источника возникновения кольцевых структур в потенциальных полях, исследована зависимость их радиуса и глубины диполя и получены соответствующие коэффициенты для разных методов измерения. Для аналитического и численного изучения и моделирования радиально симметричных структур применяется кольцевое преобразование Радона (КПР) [13,1]. Без ограничения общности метода рассмотрен только случай гравитационного поля [12,1]. Как будет показано, высокочастотной текстуры [11] гравитационного поля достаточно для решения обратной задачи, следовательно, и рельеф и аэрофото и космические снимки могут быть использованы наравне с геопотенциальными полями для решения обратной задачи. В настоящее время опубликовано множество практических работ, использующих преобразование Саксова-Нигарда [12] и другие над космическими и аэрофотоснимками для получения геологически значимых результатов, хотя в этих работах и не приводится сколько-нибудь строгого обоснования возможности использовать данные ДДЗ вместо измерений геофизических полей, настоящая же статья ставит целью показать, как и почему это возможно.

Введение

В практических исследованиях выделяются продуцированные глубинными аномалиями кольцевые структуры разных масштабов как непосредственно при прямом наблюдении на местности, так и в рельефе, на разнодиапазонных аэрофото и космических снимках и в потенциальных геофизических полях (гравиметрическом, геомагнитном, градиенте геотермального поля) [14,15,16,17,18,19,20]. Во многих случаях измерениями подтверждено, что именно одни и те же глубинные структуры проявляются на разнородных исходных данных [14,15,16,18,19,20]. В общем случае известна связь гравиметрического и геомагнитного полей с рельефом [3,4,8,9,10], что объясняет наблюдаемые на местности и снимках структуры рельефа, подобные картине гравитационного поля. Широко распространено использование материалов спутниковой и авиационной стереосъемки для создания цифровой модели рельефа (ЦМР), притом и по моно снимку можно построить ЦМР [4], а второй снимок нужен для уточнения высот. Следовательно, по космическим и аэрофотоснимкам можно выделить высокочастотные составляющие рельефа, которые, в свою очередь, связаны

с высокочастотным гравитационным полем. Сложность практического подтверждения заключается в том, что открыто доступные данные гравиметрических измерений чрезвычайно грубы (измерены с низкой точностью на сетке с шагом 1 км и более). Указанные положения будут далее подтверждены результатами численного решения обратной задачи для диполя, расположенного на произвольной глубине, только лишь по высокочастотной составляющей гравитационного поля. Отметим, что в методе Саксова-Нигарда и других упрощенных методах требуется выделение компоненты (пространственной частоты) потенциального поля, соответствующей определенному диапазону глубин искомого потенциала [12], однако это требование вовсе не является принципиальным ограничением, а лишь особенностью указанных методов, обеспечивающей одновременно и фильтрацию помех и упрощение вычислений.

Известна связь радиусов кольцевых структур и с глубиной залегания продуцирующей их аномалии, при этом коэффициент пропорциональности между радиусом и глубиной считается линейным и в разных работах имеет разные значения [16,17,18]. Далее будет показано, как при различных способах измерения радиуса кольца получаются разные коэффициенты, при этом для практических целей их можно полагать постоянными в широком интервале глубин.

Из решения прямой задачи для одиночного потенциала [1] очевидно, что расположенные вертикально два разноименных потенциала (т.е. структура типа диполь) могут продуцировать кольцевые структуры в плоскости наблюдения. Далее будет показано аналитически и численно возникновение таких визуально различных структур на поверхности для диполя с асимметрией потенциалов. Асимметричный диполь интересен тем, что продуцируемые кольцевые структуры видны без какой-либо фильтрации – таким образом, этот частный случай важен для сопоставления полученных результатов с практическими наблюдениями. Показано два разных метода определения радиуса кольца для поиска центра диполя.

В общем случае произвольного диполя для выделения кольцевых структур необходима пространственная фильтрация. Смысл такой фильтрации заключается в удалении низкочастотных и, соответственно, высокоэнергетических компонент пространственного спектра, на фоне которых более высокочастотные компоненты малой энергии не различимы. Заметим, что соответствующая операция выполняется и в методе Саксова-Нигарда, при этом операции фильтрации и вычисления градиента совмещены для упрощения вычислений. Для анализа радиальных градиентов кольцевого преобразования Радона воспользуемся методами поиска особых точек [21]. Известно, что особые точки, вычисленные по различным геофизическим полям и их градиентам, могут изменять свой тип и при этом сохраняют свое положение, что следует учитывать при сопоставлении результатов анализа различных геофизических полей [21]. В связи с вышеизложенным, интересен факт регистрации кольцевых структур на снежном покрове [14] – вероятно, что однородный снежный покров является природным пространственным фильтром высокой частоты, выявляющим высокочастотную структуру гравитационного поля и в тех случаях, когда без пространственной фильтрации кольцевые структуры не проявляются.

Решение прямой задачи для асимметричного вертикального диполя

Рассмотрим решение прямой задачи гравиразведки для двух идеальных шаров положительной и отрицательной избыточной массы M_+ и M_- , расположенных на глубине h_+ и h_- от поверхности так, что центры шаров совпадают с началом координат поверхности [1]. Избыточная масса определяется через аномальную плотность σ и объем V как $M = \sigma V$ и она положительна, когда плотность шара превосходит плотность среды, и отрицательна, когда плотность шара меньше плотности среды. В этом случае зависимость аномалии силы тяжести Δg от радиальной координаты x определяется формулой

$$\Delta g(x) = GM_+ \frac{h_+}{(x^2 + h_+^2)^{3/2}} + GM_- \frac{h_-}{(x^2 + h_-^2)^{3/2}} \quad (1)$$

где G – гравитационная постоянная, M_+ и M_- – избыточные массы шаров, x – расстояние от начала координат на поверхности.

Обозначим кольцевое преобразование Радона (КПР) [1] от аномалии силы тяжести $R_{\Delta g}$, так что $R_{\Delta g}(x, -z)$ равно среднему значению $\Delta g(x)$ в кольце радиуса z с центром в точке x , а $R_{\Delta g}(-z) = R_{\Delta g}(0, -z)$ есть среднее значение $\Delta g(x)$ в кольце радиуса z с центром в начале координат. В силу круговой симметрии гравитационного поля двух центрированных шаров (1):

$$R_{\Delta g}(-z) = \Delta g(z) \quad (2)$$

Численное решение обратной задачи для асимметричного вертикального диполя

Гравитационное поле (1) имеет достаточно сложную форму, поэтому далее мы перейдем от аналитического рассмотрения к численному моделированию.

Рассмотрим возникновение кольцевых структур при определенных значениях параметров. Мы можем получить кольцо в решении (1), когда производная $\Delta g(x)$ равна нулю при x отличном от 0 и, следовательно, в решении присутствует еще один экстремум $x_{ext} \neq 0$, который и определяет положение кольца. Пусть в начале координат гравитационные поля аномальных масс компенсируют друг друга, так что

$$R_{\Delta g}(0) = 0 \quad (3)$$

откуда

$$\frac{M_+}{M_-} = -\frac{h_+^2}{h_-^2} \quad (4)$$

При $h_+ > h_-$ кольцо имеет минимум при $x=0$ и максимум в $x_{ext} \neq 0$, а при $h_+ < h_-$ наоборот – значения $\Delta g(x)$ изменяют знак. Ниже для определенности будем полагать $h_+ > h_-$.

За глубину залегания центра аномальных масс h обозначим

$$h = \frac{h_+ + h_-}{2} \quad (5)$$

и для оценки влияния расстояния между массами введем безразмерный параметр

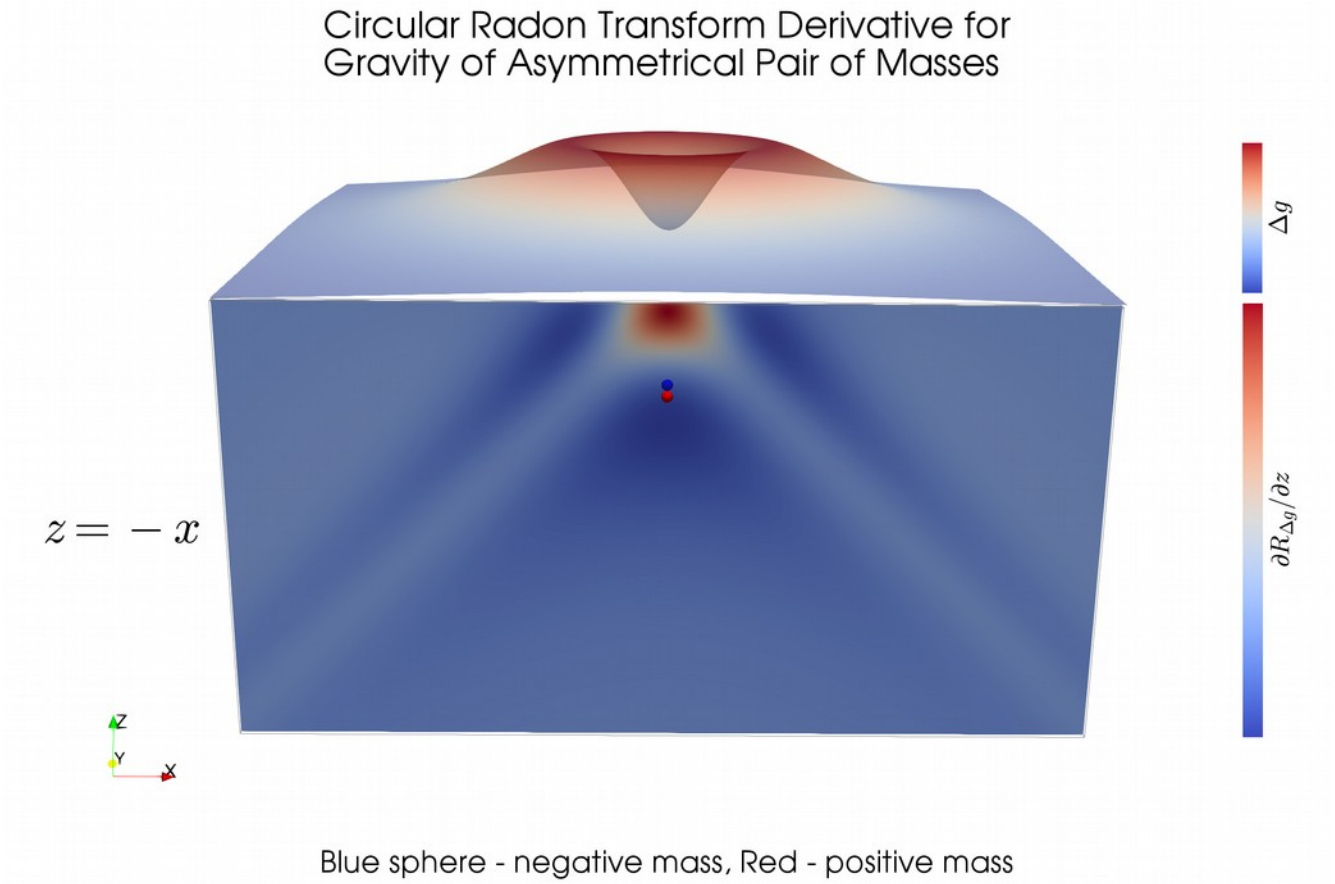
$$\Delta h = \frac{h_+ - h_-}{h_+ + h_-} = \frac{h_+ - h_-}{2h} \quad (6)$$

Выполним численный расчет на равномерной сетке 2001×2001 ячеек размером $2\text{ м} \times 2\text{ м}$ для следующих значений параметров, где мы задаем аномалии массы через соответствующие радиусы и аномалии плотности:

$h_+ = 205\text{ м}$	$h_- = 195\text{ м}$
R_+ получено согласно (4)	$R_- = 5\text{ м}$
$\Delta \sigma_+ = 1\text{ г/см}^3$	$\Delta \sigma_- = -1\text{ г/см}^3$

Таблица 1. Параметры модели.

В силу степенного уменьшения значений $\Delta g(x)$, мы могли бы получить более точный результат на неравномерной сетке, но практические измерения обыкновенно проводятся с постоянным шагом, так что и мы используем равномерную сетку.



Изображение 1. Численное решение прямой задачи.

На изображении 1 показано решение прямой задачи $\Delta g(x)$ и соответствующие ему значения производной $\frac{\partial R_{\Delta g}(z)}{\partial z}$. Решение обратной задачи может быть получено разными способами, далее мы рассмотрим некоторые из них.

Решение 1. Решение обратной задачи путем вычисления положения минимума производной по z от КПР. Радиус кольца x_{ext} определим как координату, при которой достигается минимум производной $\Delta g(x)$:

$$\left. \frac{\partial \Delta g(x)}{\partial x} \right|_{x_{ext}} = \min \left(\frac{\partial \Delta g(x)}{\partial x} \right) \quad (7)$$

Аналогичное условие для значений КПР запишем как

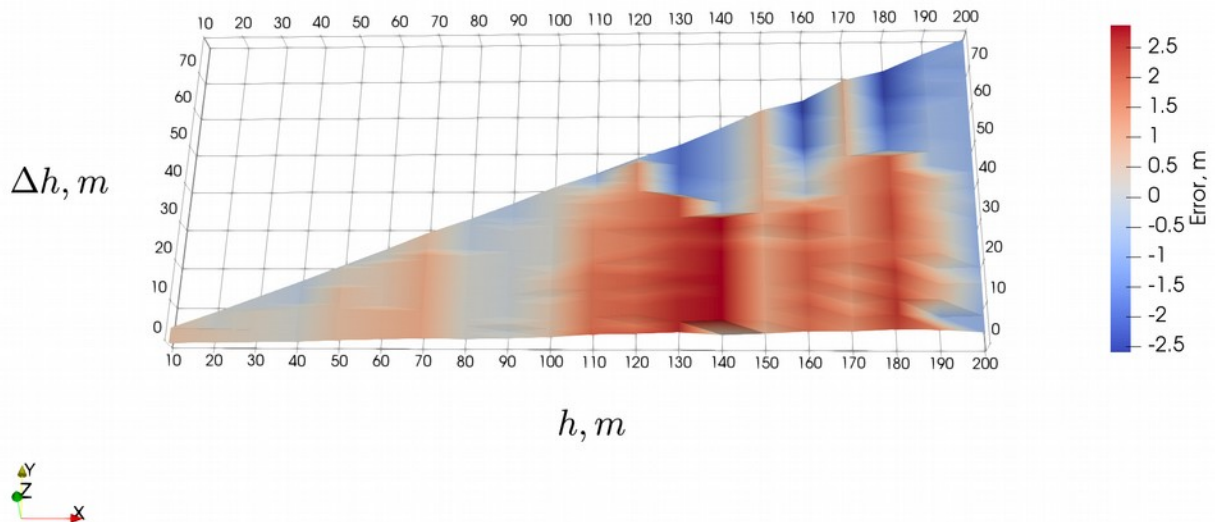
$$\left. \frac{\partial R_{\Delta g}(z)}{\partial z} \right|_{z=-h} = \min \left(\frac{\partial R_{\Delta g}(z)}{\partial z} \right) \quad (8)$$

Положим, что h линейно зависит от x_{ext} :

$$h \approx -\alpha x_{ext} \quad (9)$$

Исследуем теперь вычисляемые значения h_{num} в зависимости от заданных h и Δh для проверки допущения (9). На рисунке 2 показано, как вычисленное согласно (8) значение положения центра масс h_{num} отличается от истинного.

Numeric reconstruction accuracy of Center mass position by Circular Radon Transform



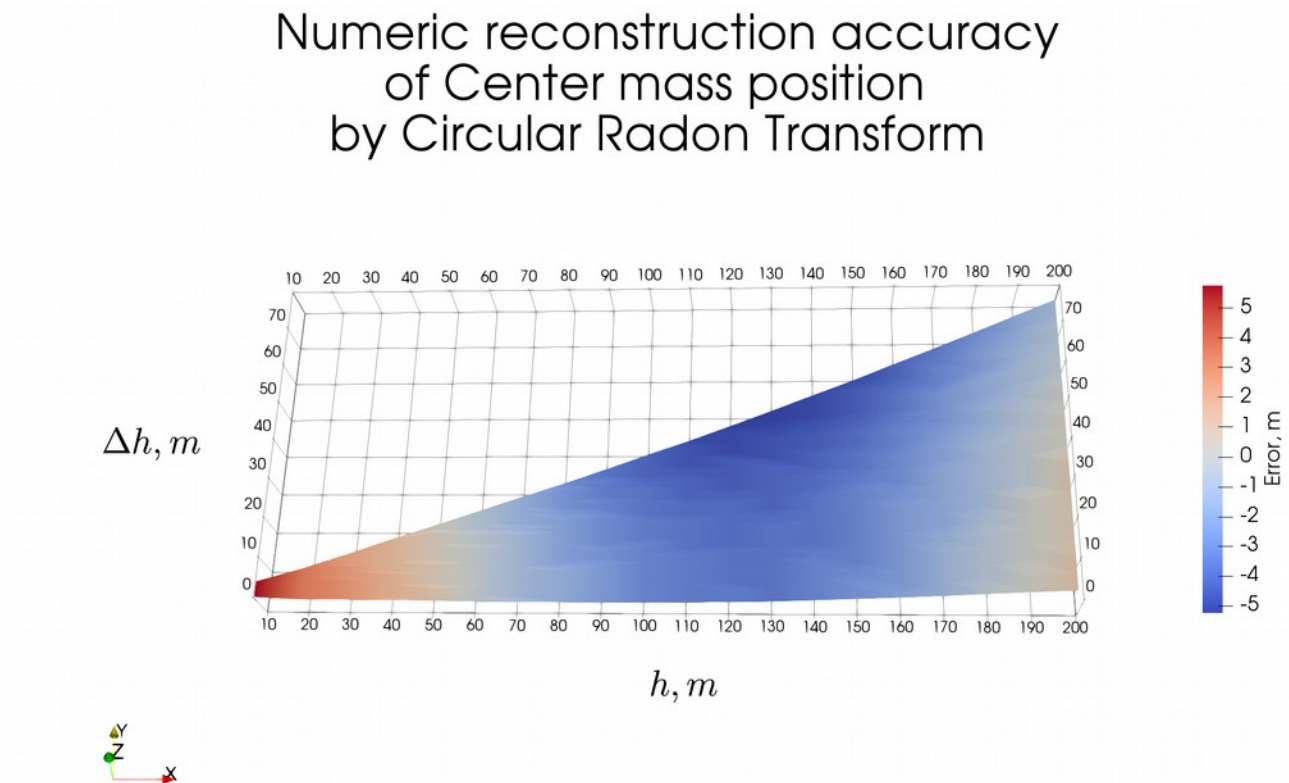
Изображение 2. Зависимость точности численного решения обратной задачи от значений параметров согласно (8), (9) для $\alpha=0.785$

Решение 2. Решение обратной задачи путем вычисления дисперсии распределения. Как показано в [1], при зашумленных данных более точные результаты мы можем получить, используя некоторые статистические характеристики вместо отдельных измерений в характерных точках (даже если это не отдельные измерения, а результат некоторого усреднения полученных измерений по кольцу). Определим

радиус наблюдаемого кольца как среднюю точку $\bar{x}_{2\sigma}$ той части кольца, где модуль $\Delta g(x)$ превышает два стандартных отклонения:

$$\bar{x}_{2\sigma} = \frac{\max(x)_{|\Delta g(x)| > 2\sigma_{\Delta g}} + \min(x)_{|\Delta g(x)| > 2\sigma_{\Delta g}}}{2} \quad (10)$$

На рисунке 3 показано, как вычисленное согласно (10) значение положения центра масс h_{num} отличается от истинного.



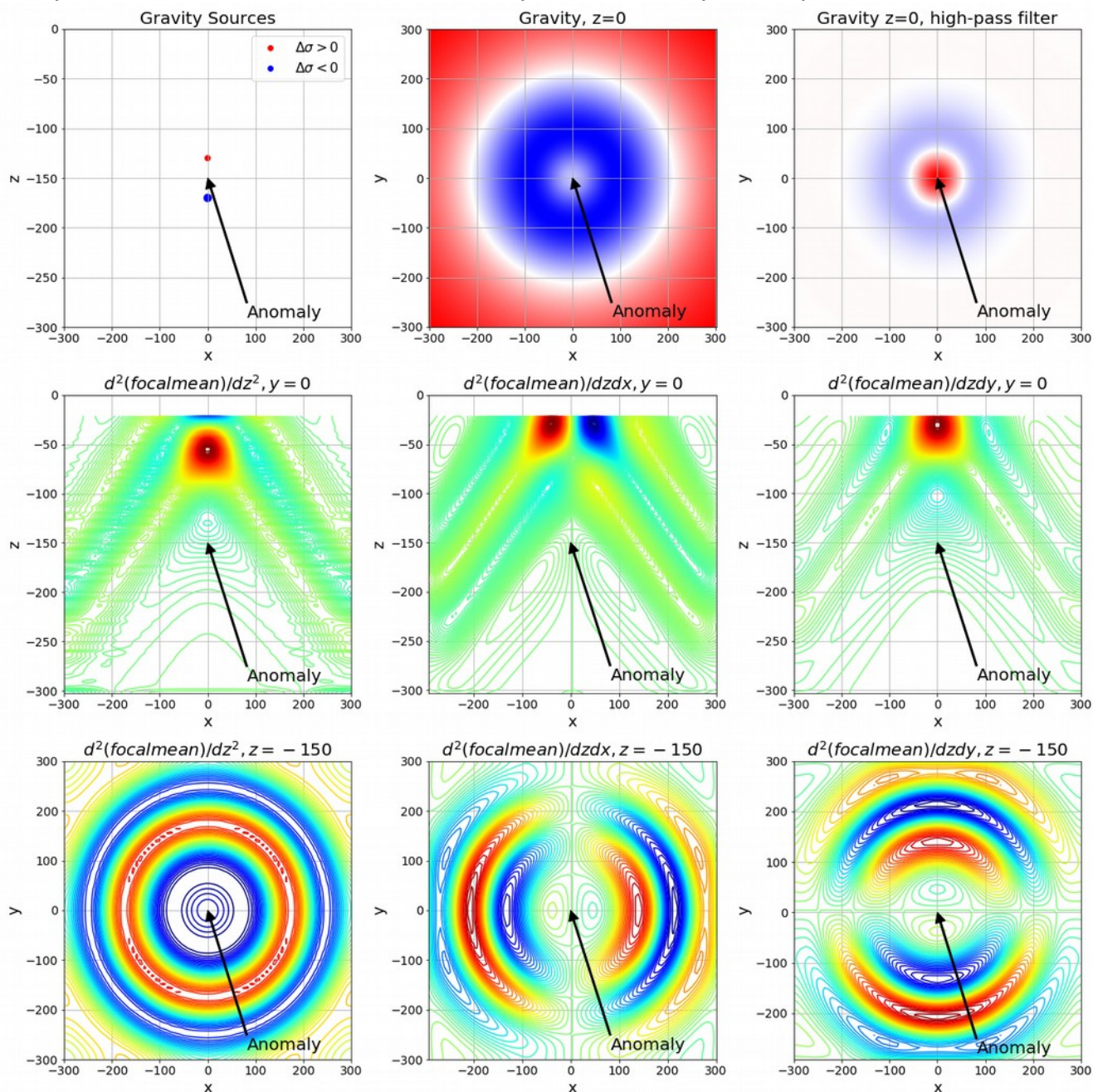
Изображение 3. Зависимость точности численного решения обратной задачи от значений параметров согласно (10), (9) для $\alpha=1$

Численное решение прямой и обратной задачи для симметричного вертикального диполя

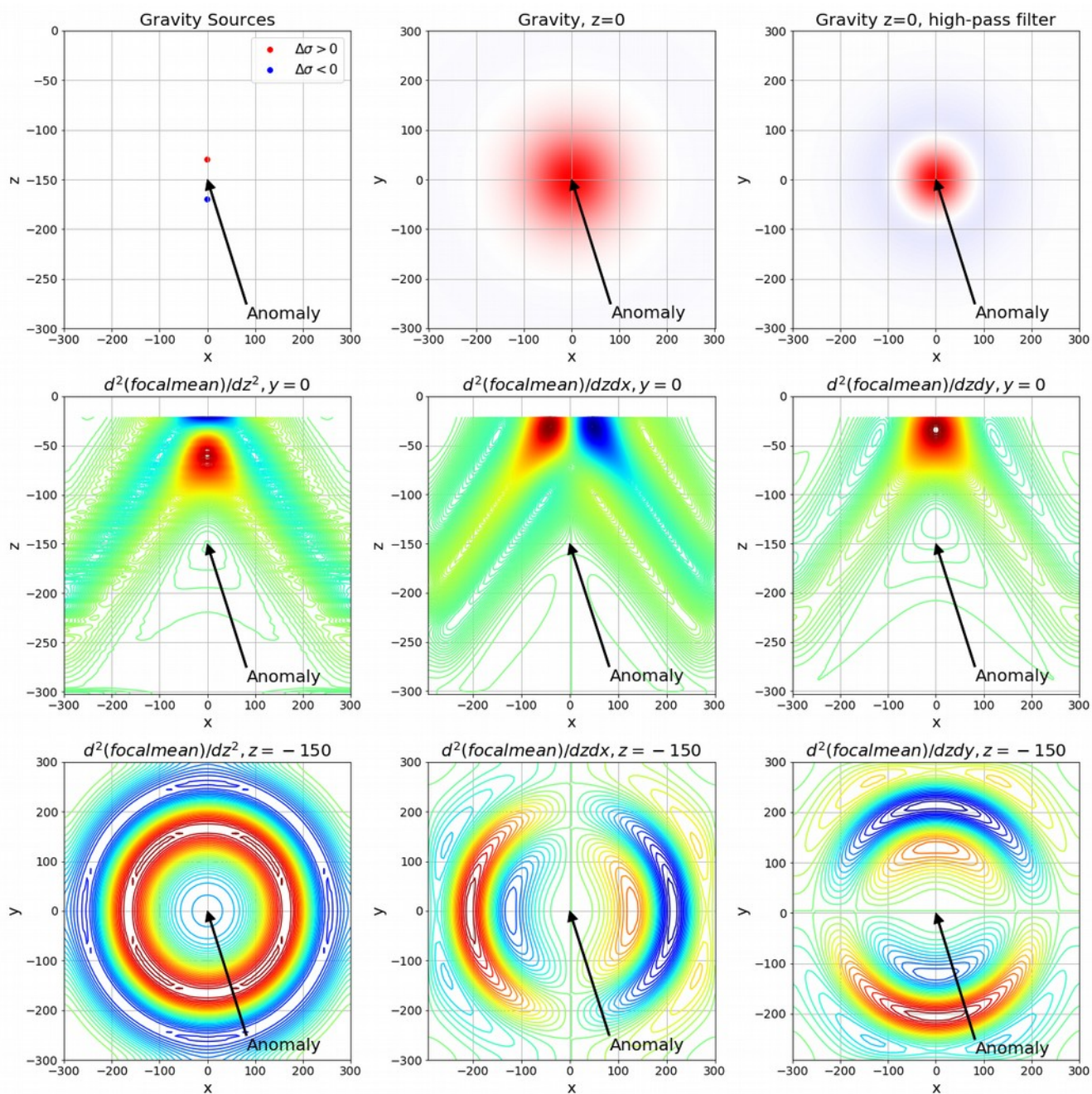
В случае равных потенциалов вертикального диполя на поверхности отсутствуют визуально различимые кольцевых структуры поля. И все же они могут быть обнаружены с помощью пространственной высокочастотной фильтрации, также известной как редуцирование поля и выделение локальной компоненты в терминах геофизики [12] или выделение текстуры в терминах цифровой обработки изображений [11], причем в текстуре значимым является только пространственный

рисунок. Покажем, что для решения обратной задачи достаточно выделить и обработать только высокочастотную текстуру поля.

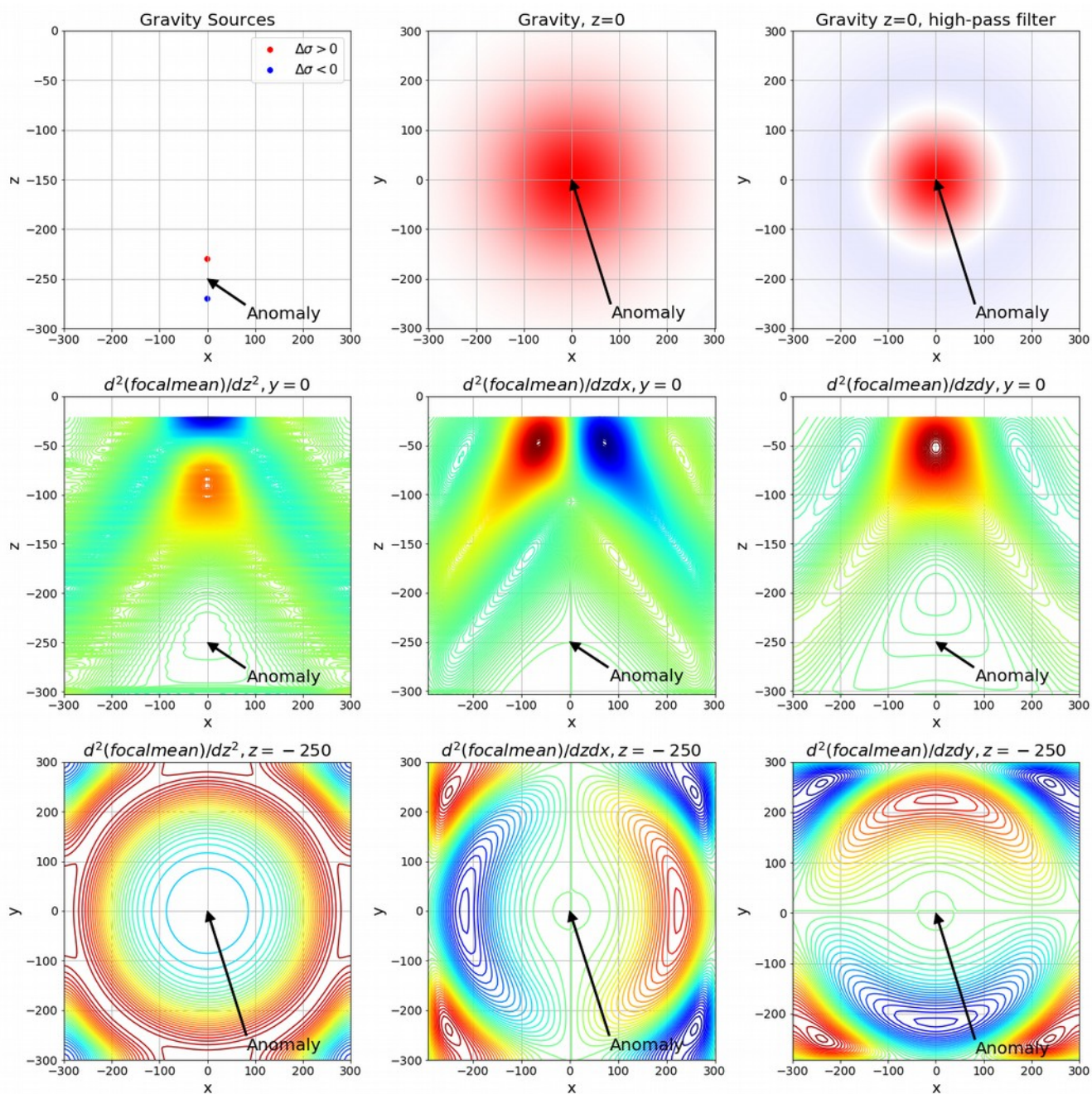
Для всех нижеследующих изображений использовался один и тот же фильтр для выделения пространственного масштаба 1 (вычисления выполнены в безразмерном виде с окном фильтра радиусом 1). Особые точки поля выделяются как точки, в которых меняется поведение изолиний градиентов второго порядка.



Изображение 4. Вертикальный асимметричный диполь (отрицательный потенциал вдвое больше положительного) с центром в точке $z=-150$. Видна кольцевая структура на поверхности. Отношение радиуса к глубине $\alpha=0.707$.



Изображение 5. Вертикальный симметричный диполь с центром в точке $z=-150$. Без фильтрации кольцевая структура на поверхности не видна. Отношение радиуса к глубине $\alpha=0.707$.



Изображение 6. Вертикальный симметричный диполь с центром в точке $z=-250$. Без фильтрации кольцевая структура на поверхности не видна. Отношение радиуса к глубине $\alpha=0.707$.

Выводы

Для асимметричного диполя без пространственной фильтрации наблюдаемого поля решения получены двумя методами. При использовании точечной характеристики – минимума производной КПР, решение оказывается линейно зависящим от этой характеристики, но численный результат имеет значимую ошибку, зависящую от параметра Δh , при этом отношение радиуса кольца к глубине составляет $\alpha=0.785$. Для статистической характеристики – стандартного отклонения от КПР, численный результат устойчив и не зависит от Δh , при этом $\alpha=1$. Таким образом подтверждается, что для разных методов измерения радиуса видимого кольца коэффициент глубины достаточно постоянен для широкого диапазона глубин и при этом отличается.

Для произвольного диполя необходима высокочастотная фильтрация поля и в этом случае также можно определить постоянный коэффициент глубины $\alpha=0.707$, что достаточно близко к значению $\alpha=0.785$, полученному ранее в методе без фильтрации для частного случая асимметричного диполя.

Используя метод особых точек, оказывается достаточным выделить максимально доступную пространственную частоту, соответствующую масштабу двух ячеек сетки вычисления (согласно теореме Найквиста — Шеннона — Котельникова). Показано, что можно использовать одну и ту же пространственную частоту для любой глубины источника. Таким образом, подтверждается достаточность использования лишь высокочастотной текстуры анализируемого поля. Следовательно, оправдано использование данных дистанционного зондирования и рельефа вместо данных гравиметрических измерений.

Полученные результаты свидетельствуют, что для анализа произвольных конфигураций потенциалов необходима высокочастотная фильтрация, не зависящая от их глубин. Обязательное использование полосового фильтра для выделения диапазона глубин не более чем пережиток старых методов, ориентированных на простые палеточные вычисления. Это относится к методу Саксова-Нигарда [12,1] и целому классу методов продолжения поля в верхнее и нижнее полупространство – то, что зачастую считается принципиальным теоретическим ограничением, на самом деле является лишь использованным упрощением. В связи с недоступностью гравиметрических данных высокого разрешения (с шагом десятки или единицы метров), задача их анализа вообще не рассматривается в имеющихся публикациях. В то же время на практике зарегистрированы кольцевые структуры всех масштабов, начиная от субметровых и выше, что сделало необходимым изыскание других исходных данных подходящего разрешения, таких, как цифровая модель рельефа и аэрофото и космические снимки поверхности. Итак, данные дистанционного зондирования не отражают полной структуры гравитационного поля, но могут передать высокочастотную структуру гравитационного поля, которой оказывается достаточно для решения обратной задачи, как это показано в данной работе.

Список литературы:

- [1] Alexey Pechnikov, Robust Depth Estimation Using Circular Mean Radon Transform for the Inverse Potential Problem, 2018
https://github.com/mobigroup/articles/blob/master/gravity/sphere_radon.pdf
- [2] Канушин, В.Ф. Моделирование аномалий силы тяжести с учетом данных о рельефе Земли в условиях неполной гравиметрической изученности: дис. на соиск. учен. степ. кандидата технических наук / В.Ф. Канушин. -Новосибирск, 1984. - 293 с.
<http://www.dissercat.com/content/modelirovanie-anomalii-sily-tyazhesti-s-uchetom-dannykh-o-relefe-zemli-v-usloviyakh-nepolnoi>
- 3] Канушин В. Ф., Ганагина И. Г., Голдобин Д. Н. МОДЕЛИРОВАНИЕ АНОМАЛЬНОГО ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ В АРКТИЧЕСКОМ БАССЕЙНЕ. Интерэкспо Гео-Сибирь, 2011
<https://cyberleninka.ru/article/v/modelirovanie-anomalnogo-gravitatsionnogo-polya-v-arkticheskom-bassejne>
- [4] Построение цифровых моделей рельефа по результатам интерферометрической обработки радиолокационных изображений ALOS PALSAR, GEOMATICS №1'2008
https://en.sovzond.ru/upload/iblock/2e2/2008_01_006.pdf, <http://geomatica.ru/clauses/47/>
- [5] Сусанина О.М. Геологическое строение доюрского комплекса Западной Сибири по гравиметрическим и магнитометрическим данным: дис. на соиск. учен. степ. кандидата геолого-минералогических наук / О.М. Сусанина. -Москва, 2012
<http://earthpapers.net/geologicheskoe-stroenie-doyurskogo-kompleksa-zapadnoy-sibiri-po-gravimetricheskim-i-magnitometricheskim-dannym>
- [7] Григорьев Г.С. Признаки соляно-купольной тектоники в региональном гравитационном поле. Конференция «Ломоносов 2016»
- [8] Орлов В.К. Анализ и выделение связи аномалий Буге с высотами рельефа: дис. на соиск. учен. степ. кандидата физико-математических наук / В.К. Орлов. -Ленинград, 1984. - 149 с.
<http://www.dissercat.com/content/analiz-i-vydelenie-svyazi-anomalii-buge-s-vysotami-relefa>
- [9] Харт П. (ред.) Земная кора и верхняя мантия. М.: МИР, Москва, 1972. — 640с.
<http://www.geologam.ru/literature/4>
- [10] С.Ю. Соколов, Тектонические элементы Арктики по данным мелкомасштабных геофизических полей. Геотектоника, 2009, №1, стр. 23–38
<http://atlantic.ginras.ru/download/papers/sokolov-2009-1-OCR.pdf>
- [11] Красильников Н.Н. Цифровая обработка 2D и 3D изображений, Учеб. пособие. — СПб.: БХВ-Петербург, 2011. — 608 с.

- [12] Saxov, S., & Nygaard, K. (1953). RESIDUAL ANOMALIES AND DEPTH ESTIMATION. GEOPHYSICS, 18(4), 913–928. doi:10.1190/1.1437945
- [13] E. T. Quinto, Radon transforms on curves in the plane, Lectures in Applied Mathematics: Tomography, Impedance Imaging and Integral Geometry, 30 (1994), 231-244.
- [14] Фивенский Ю.И. Использование материалов аэрокосмических съёмок для изучения земной коры / Географический факультет МГУ, 2006.
- [15] Фивенский Ю.И. Малые кольцевые структуры рыхлых отложений земной коры / Научное открытие. Диплом ОТП РАН № 02-д/02 от 22 октября 2002.
- [16] Жуков В.Т., Лазарев Г.Е., Фивенский Ю.И. Комплексный анализ и прогноз месторождений углеводородного сырья и экологических характеристик по данным аэрокосмических характеристик по данным аэрокосмической съемки, 1997.
- [17] Дурандин А.В., Калинин А.Т. Интерпретация гравитационного и магнитного полей на основе компьютерных ГИС технологий. Разведка и охрана недр №10, 2000
- [18] Харченко В.М., Автореферат диссертации по теме "Структуры центрального типа, их связь с месторождениями полезных ископаемых (на примере объектов Предкавказья и сопредельных территорий)"
<http://earthpapers.net/strukтуры-tsentralnogo-tipa-ih-svyaz-s-mestorozhdeniyami-poleznyh-iskopaemyh>
- [19] Ворошилов В.Г., РУДОГЕННЫЕ ГЕОХИМИЧЕСКИЕ ПОЛЯ И КОЛЬЦЕВЫЕ СТРУКТУРЫ
- [20] Делемень И.Ф., Кольцевые структуры как индикаторы глубинного строения современных гидротермальных систем Камчатки
- [21] Утюпин Ю.В., Мишенин С.Г. Площадная локализация источников геопотенциальных. полей на основе метода особых точек. Геология и геофизика 53 (10), 1445-1452