

Using circular mean Radon transform for numerical solution of inverse gravity problem

Alexey Pechnikov

pechnikov@mobigroup.ru

<https://orcid.org/0000-0001-9626-8615> (ORCID)

Abstract

Provided numerical computation model for inverse gravity problem approximated solutions by circular mean Radon transform for horizontal and vertical pair of masses.

Введение

Как было показано в работах [1] и [2], с помощью кольцевого преобразования Радона (КПР) можно получить аналитическое и численное решения модифицированной обратной задачи гравитики для некоторых конфигураций источников. Под модифицированной обратной задачей понимается не исходный гравитационный потенциал, а его градиенты. Ниже будет рассмотрено обобщенное численное решение для восстановления сложных конфигураций источников.

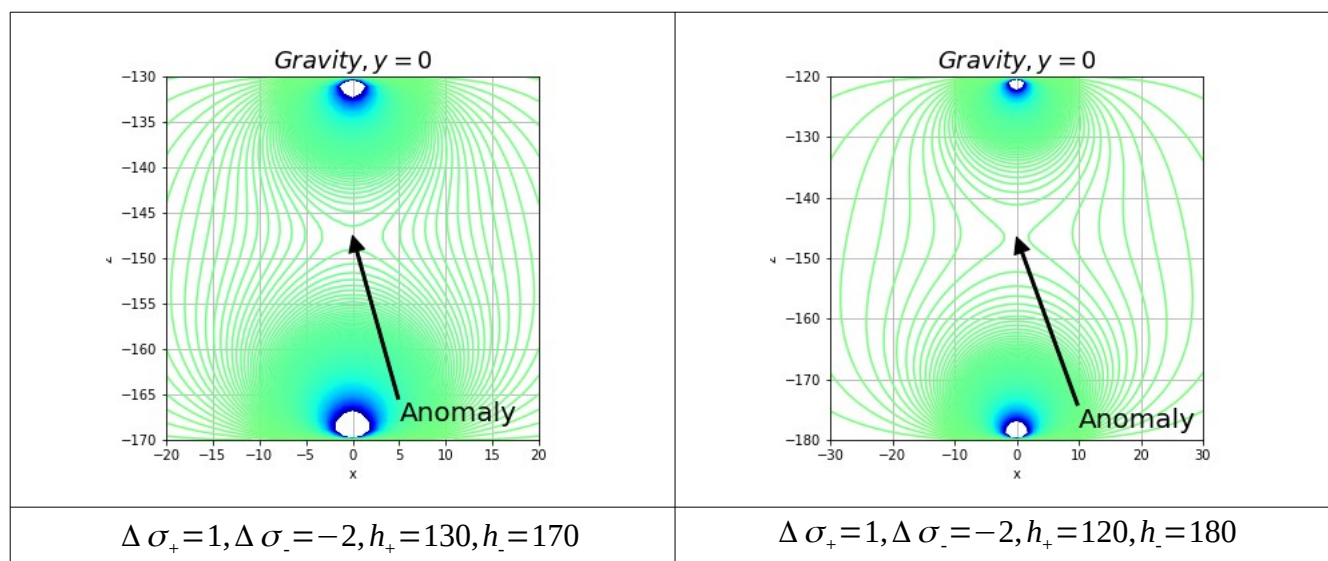
Основной целью представленных материалов является доказательство того, что описываемый метод позволяет восстановить положение точек перегиба гравитационного потенциала между источниками для различных конфигураций гравитационных источников. При рассмотрении непрерывной среды переменной плотности она может быть представлена в виде куба из трехмерных ячеек заданного размера и, таким образом, требуемая точность определяется размером ячейки. Сила гравитационного взаимодействия убывает обратно пропорционально квадрату расстояния, поэтому искажения, вносимые не смежными ячейками модели, достаточно малы. В зависимости от амплитуды плотностных аномалий выбирается размер ячейки для численной модели так, что погрешность вычислений не превышает выбранный размер ячейки. Ниже будет показано, как расстояние между источниками (т.е. размер ячейки в случае модели непрерывной среды) и величина аномалий плотности влияют на точность полученного решения.

Численная модель

Моделирование проведено на сетке с шагом 1м, далее единица измерения будет опущена. Распределение аномальной силы тяжести $\Delta g(x, y)$ на поверхности $z=0$ представляет собой вертикальную компоненту поля силы тяжести от заданных гравитационных потенциалов источников [1], [2]. Положительные аномальные плотности и их глубины обозначим $\Delta \sigma_+$ и h_+ соответственно, и отрицательные

$\Delta\sigma_+$ и h_- соответственно. Источниками гравитационного потенциала будем полагать точечные аномалии плотности с объемом, равным объему шара радиусом $R=10\text{м}$ и аномальной плотностью $\Delta\sigma$, так что их аномальная масса равна $\Delta M = (4/3)\pi \cdot R^3 \cdot \Delta\sigma$.

Искомая аномалия гравитационного поля расположена в точке на соединяющем источники отрезке, в которой гравитационные потенциалы источников равны по модулю. Очевидно, что для двух равных по модулю гравитационного потенциала источников эта точка располагается ровно посередине между двумя источниками. Покажем, как графически найдены глубины для аномалий от заданных источников для случая двух не равных по модулю гравитационного потенциала источников.



Изображение 1. Расположение гравитационной аномалии для заданной пары аномалий плотности

Используемый пошаговый порядок работ следующий:

1. Определение пространственного масштаба, в котором проводится решение обратной задачи. На практике масштаб определяется или разрешением доступных исходных данных или предполагаемыми размерами искомых объектов. Все компоненты поля с длиной волны менее требуемого пространственного масштаба являются помехой и должны быть отфильтрованы с помощью фильтра высоких частот (high pass filter).

Поскольку в численной модели исходное распределение поля силы тяжести смоделировано с разрешением 1м, то именно это значение выбрано граничным и применен фильтр высоких частот для удаления более низкочастотных компонент поля.

Примечание: в геофизике принято разделять частотные компоненты гравитационного поля и оперировать с ними отдельно, в частности, операция удаления

низкочастотных компонент известна как редукция Буге и выполняется разными способами.

2. Вычисление 3D куба как значений КПР [1], [2], известного также как фокальное среднее или focal mean. Эта операция подробно рассмотрена в указанных выше статьях и, кроме того, реализована во многих программных ГИС пакетах.

3. К полученному кубу значений КПР необходимо применить преобразование масштаба $z = z/\sqrt{2}$ [1], [2].

4. Вычисление градиента по вертикальной координате для полученного куба значений КПР [2].

5. Полученный куб z-градиента КПР может быть проанализирован разными способами. Для визуализации удобно рассмотреть его градиенты по всем осям.

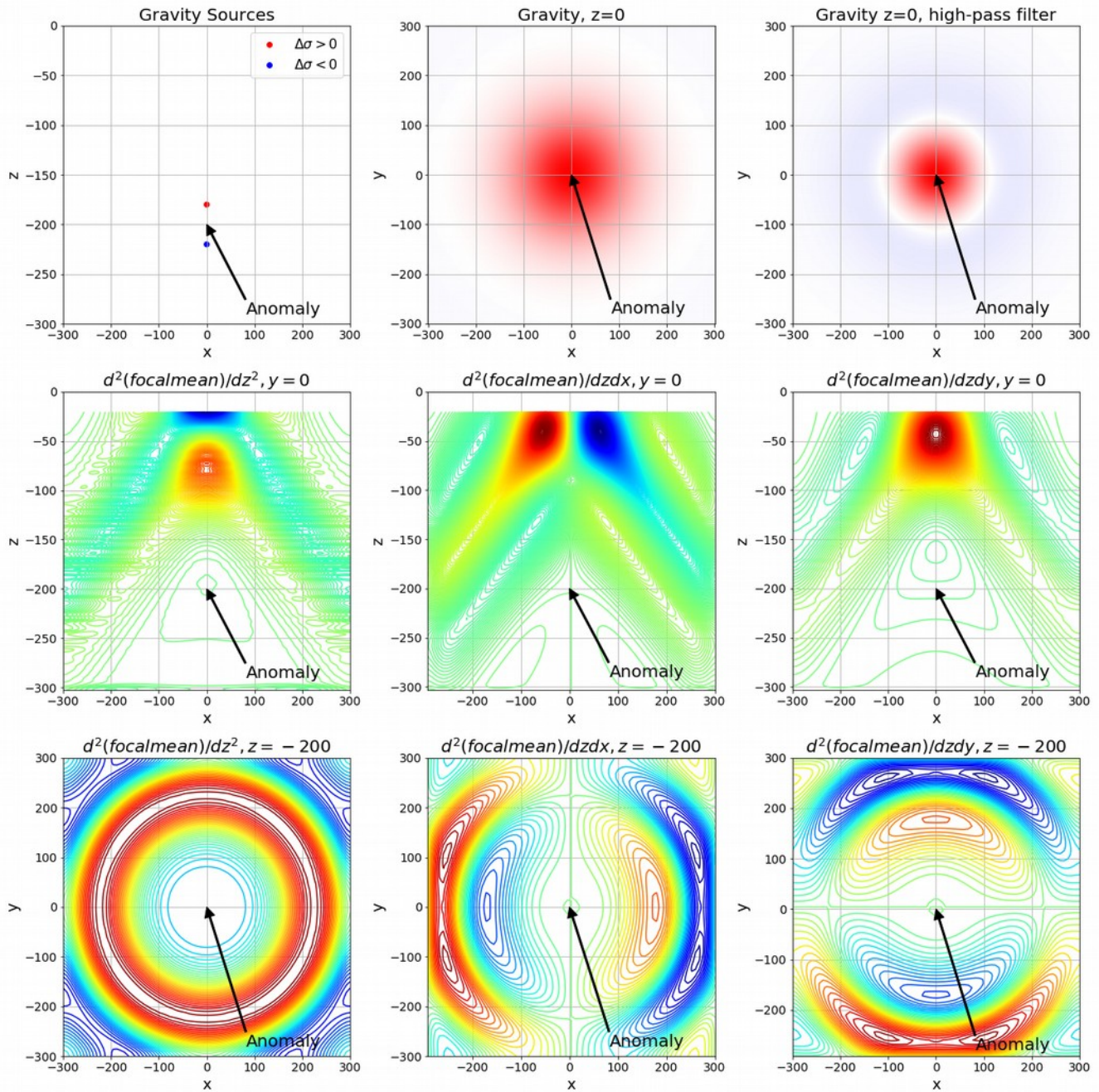
На изображениях ниже для пар источников черными стрелками показано положение истинных гравитационных аномалий и дополнительно красными стрелками отмечено положение определяемых графически аномалий в тех случаях, когда они заметно отличаются. Для сложных конфигураций множественные гравитационные аномалии на изображениях не приведены, отмечены только сами источники.

На показанных далее вертикальных и горизонтальных сечениях гравитационные аномалии соответствуют нулевой кривизне изолиний значений градиентов КПР, то есть их центрам или точкам перегиба. Также могут присутствовать ложные аномалии.

Пара вертикально расположенных источников

$$\Delta \sigma_+ = 1, \Delta \sigma_- = -1, h_+ = 180, h_- = 220, x = 0, y = 0$$

Искомая аномалия гравитационного поля расположена в точке $x=0, y=0, h=200$.

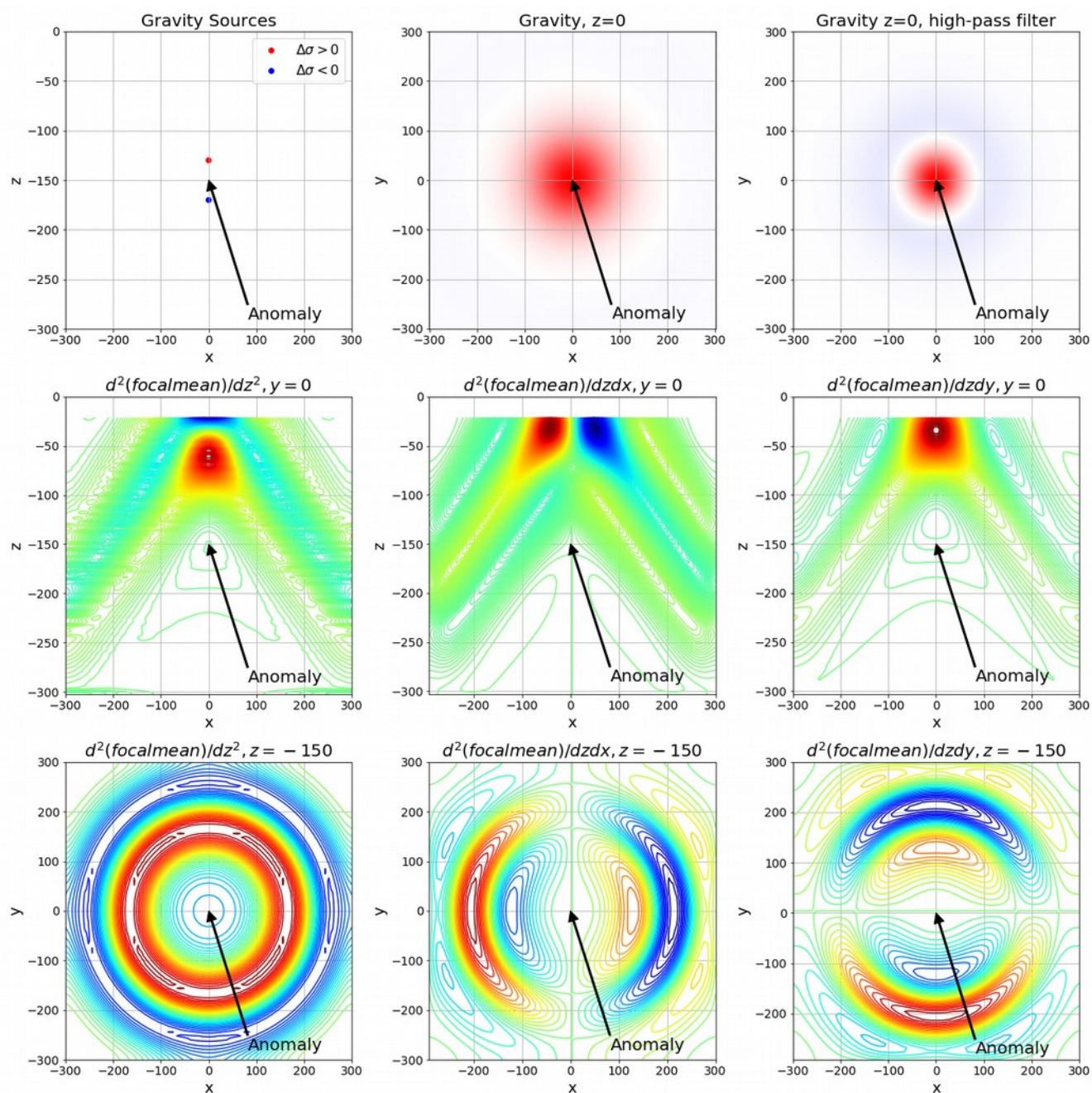


Найденное графическим методом расположение аномалии соответствует ожидаемому.

Пара вертикально расположенных источников

$$\Delta \sigma_+ = 1, \Delta \sigma_- = -1, h_+ = 130, h_- = 170, x = 0, y = 0$$

Искомая аномалия гравитационного поля расположена в точке $x=0, y=0, h=150$.

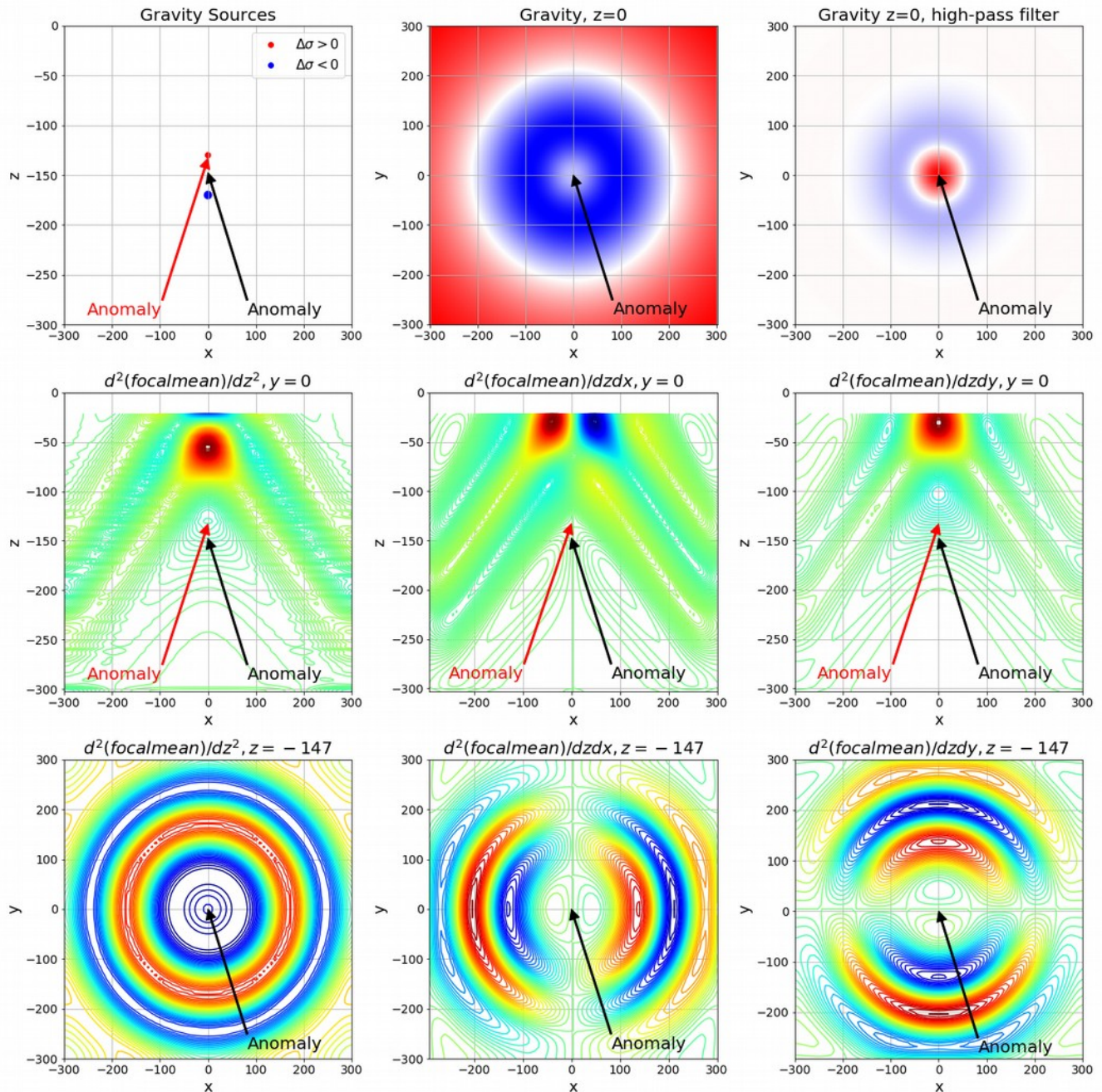


Найденное графическим методом расположение аномалии соответствует ожидаемому.

Пара вертикально расположенных источников

$$\Delta \sigma_+ = 1, \Delta \sigma_- = -2, h_+ = 130, h_- = 170, x = 0, y = 0$$

Искомая аномалия гравитационного поля расположена в точке $x=0, y=0, h \sim 147.5$.

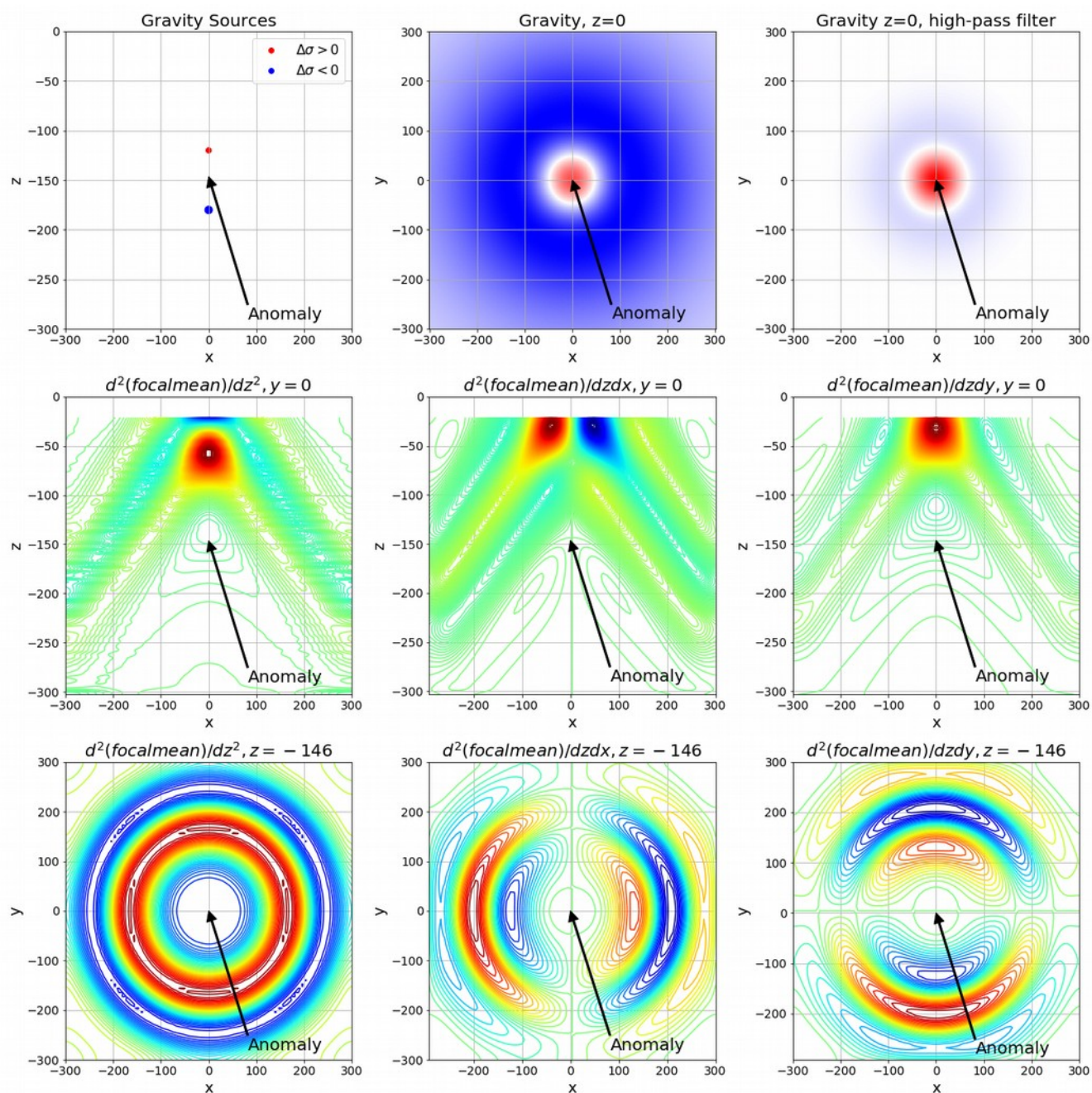


Здесь красной стрелкой обозначена найденная графически аномалия, которая теперь отличается от истинной, обозначенной черной стрелкой. Ошибка определения положения аномалии составляет $\sim 15\text{м}$ по глубине, что составляет $\sim 1/3$ расстояния между заданными аномалиями плотности.

Пара вертикально расположенных источников

$$\Delta \sigma_+ = 1, \Delta \sigma_- = -2, h_+ = 120, h_- = 180, x = 0, y = 0$$

Искомая аномалия гравитационного поля расположена в точке $x=0, y=0, h \sim 146.5$.

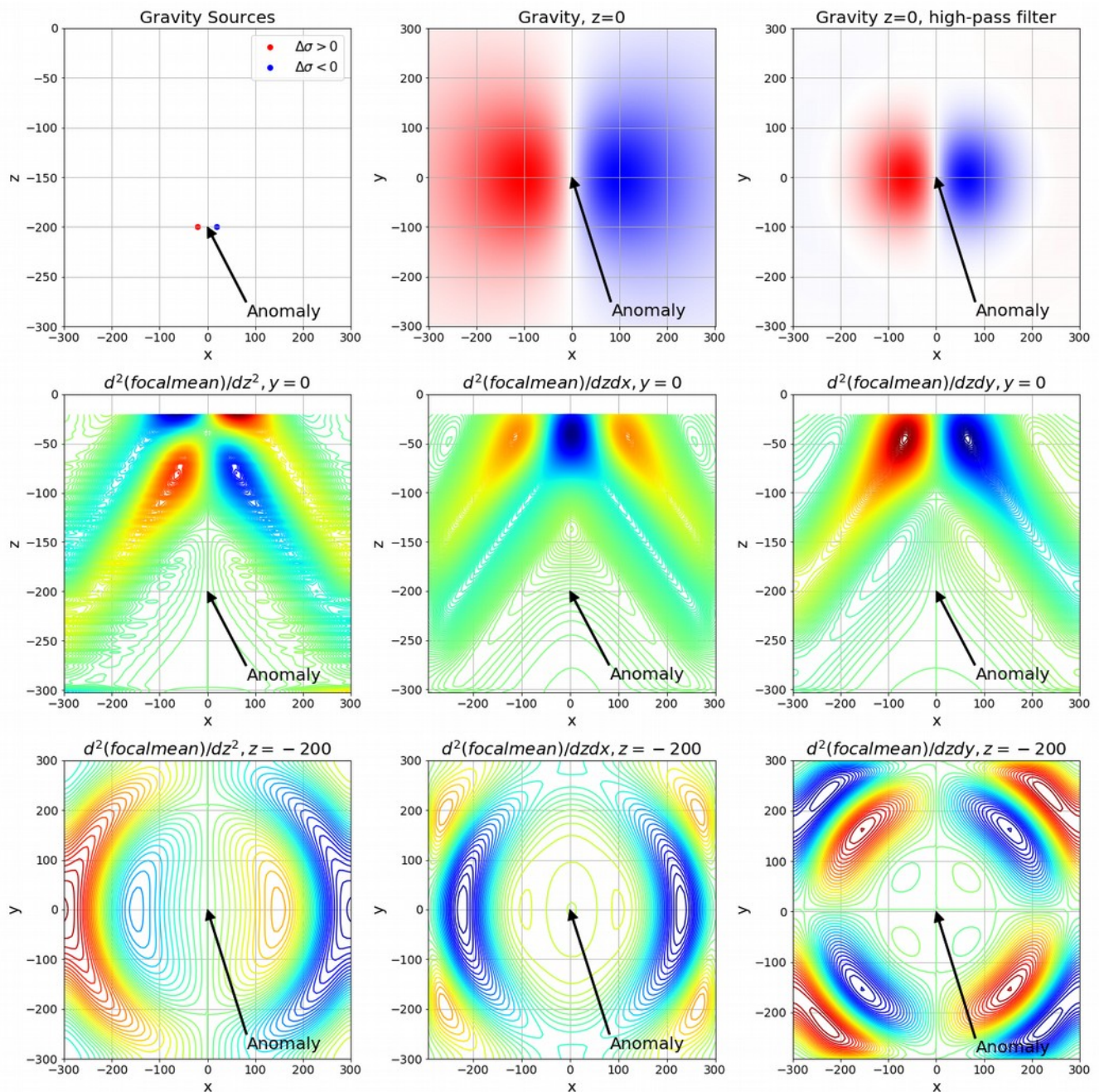


Ошибка определения положения аномалии составляет ~ 10 м по глубине, что составляет $\sim 1/6$ расстояния между заданными аномалиями плотности.

Пара горизонтально расположенных источников

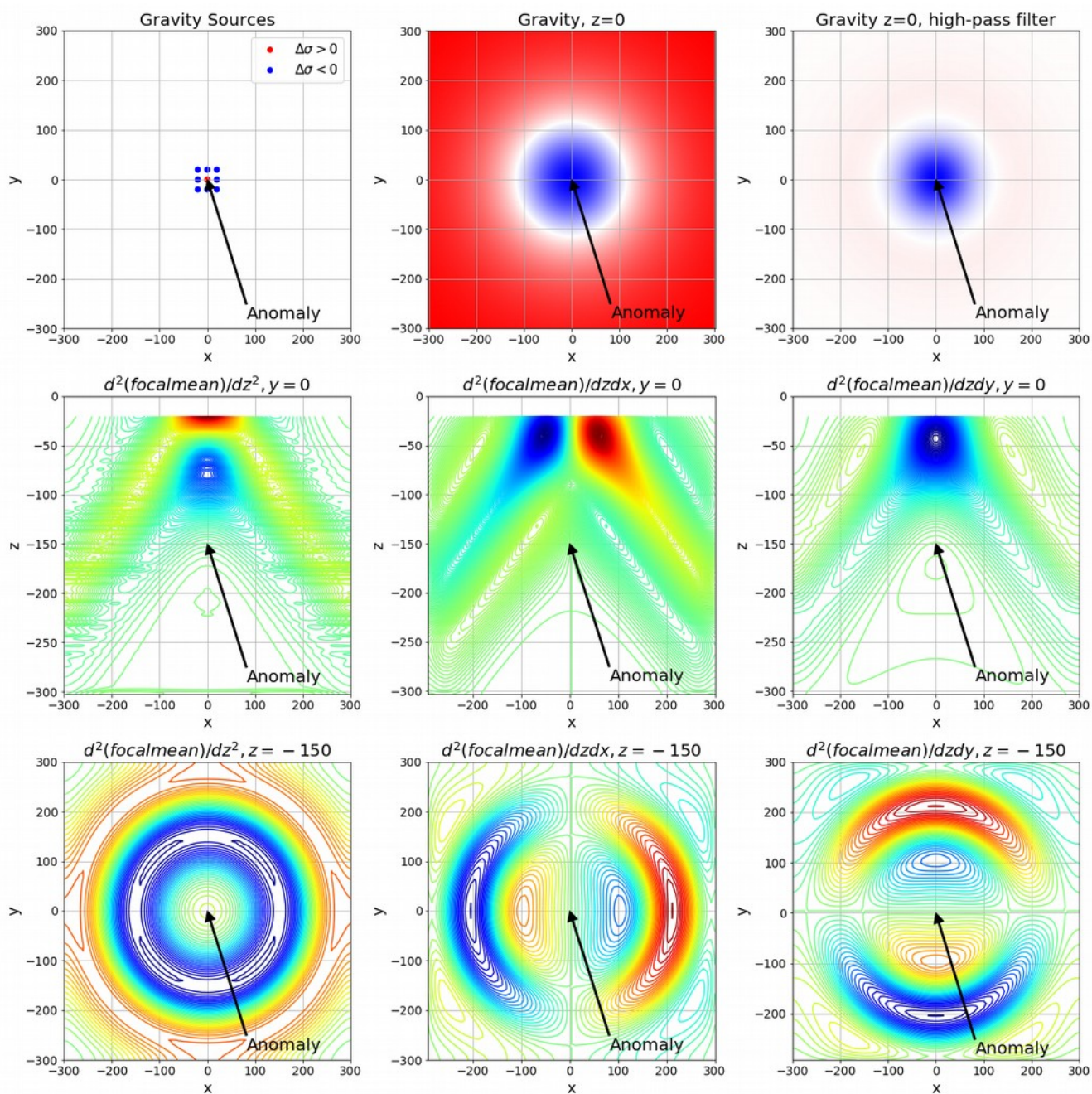
$$\Delta \sigma_+ = 1, \Delta \sigma_- = -1, h = 200, x_+ = -20, x_- = 20, y = 0$$

Искомая аномалия гравитационного поля расположена в точке $x=0, y=0, h=200$.



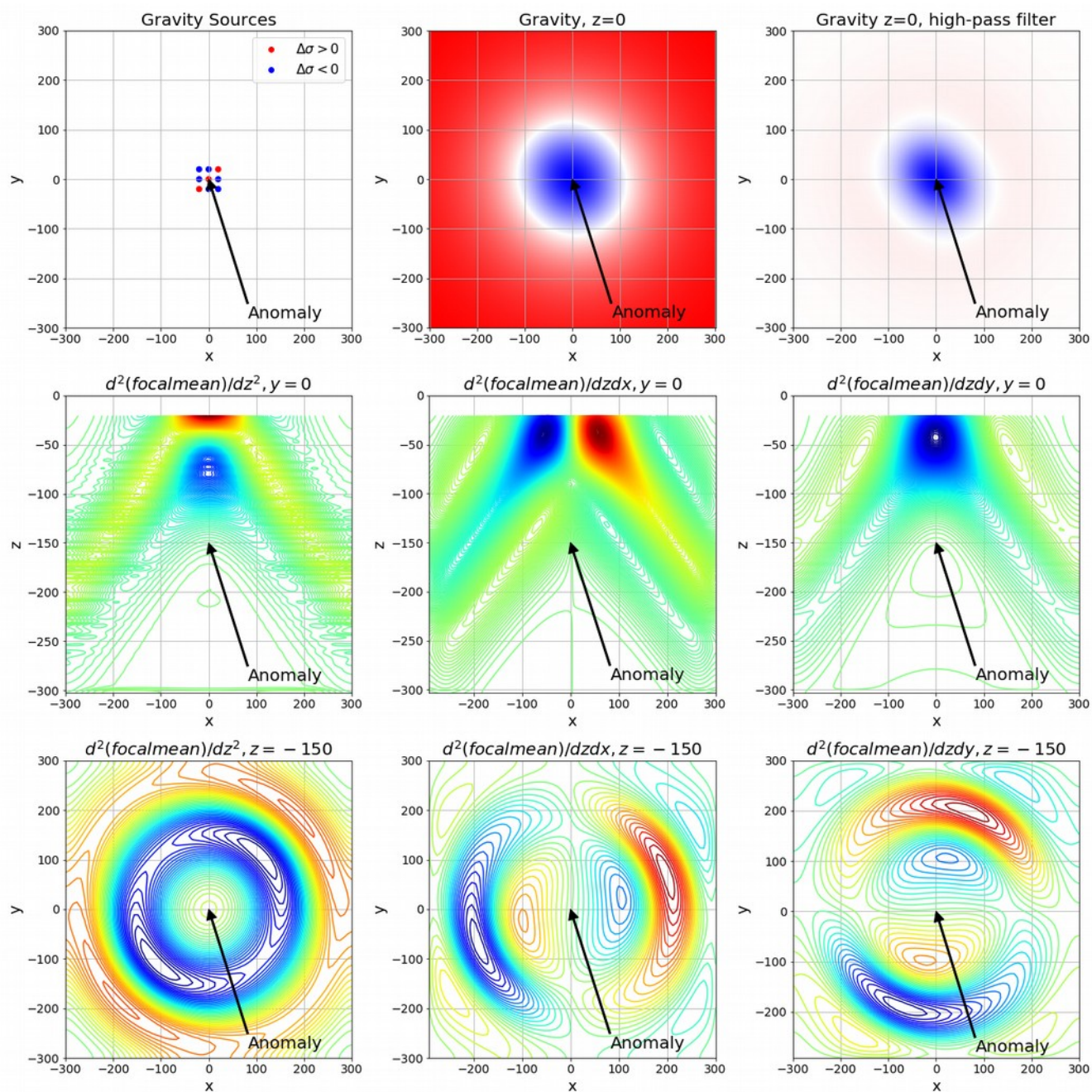
Найденное графическим методом расположение аномалии соответствует ожидаемому.

Горизонтальная квадратная рамка 3x3 с точечным источником в центре
 $\Delta\sigma_+ = 1, \Delta\sigma_- = -1, h = 150, x_- = 0, y_- = 0$



Ошибка определения положения аномалии составляет $\sim 10\text{м}$ по глубине, что составляет $\sim 1/2$ размера ячейки (20м).

Горизонтальный квадрат 3x3 пересекается по диагонали
 $\Delta \sigma_+ = 1, \Delta \sigma_- = -1, h = 150$



Ошибка определения положения аномалии составляет ~10м по глубине, что составляет ~1/2 размера ячейки (20м). Отметим возникновение асимметрии как на поверхности в гравитационном поле при $z=0$, так и в сечении градиентов построенного 3D куба при $z=-200$ м.

Выводы

Как показано выше, использование КПР позволяет получать решение модифицированной обратной задачи гравитики для измеренных значений аномальной силы тяжести на поверхности. Ложные аномалии в случае непрерывной среды будут перекрываться истинными аномалиями и могут искажать истинную картину распределения аномалий плотности. Эта проблема может быть решена путем выбора подходящего масштаба таким образом, чтобы ложные аномалии были или слабее по амплитуде или меньшего пространственного размера и вызванные их наложением искажения были минимальны. Также показано, что при увеличении расстояния между источниками и уменьшении различия аномальных плотностей точность метода увеличивается, при уменьшении расстояния между источниками и увеличении различия аномальных плотностей точность уменьшается.

Список литературы:

- [1] Alexey Pechnikov, Compensation of noise using circular mean Radon transform for the inverse gravity problem, 2018
- [2] Alexey Pechnikov, Using circular mean Radon transform for circular geological structures recognition and 3D geological volume reconstruction, 2018