

$$2. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$$

$$A+B = \begin{pmatrix} 1+4 & -2+(-1) \\ 3+0 & 0+5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$$

$$A \times B = \begin{pmatrix} (1 \cdot 4) + (-2 \cdot 0) & (1 \cdot (-1)) + (-2 \cdot 5) \\ (3 \cdot 4) + (0 \cdot 0) & (3 \cdot (-1)) + (0 \cdot 5) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -11 \\ 12 & -3 \end{pmatrix}$$

$$3. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 3 & -6 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$3A - 2B + 4C = \begin{pmatrix} 3 & 21 \\ 9 & -18 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 10 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 8 & -16 \\ 4 & 4 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 11 & -5 \\ 9 & -12 \end{pmatrix}$$

$$4. \quad A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 5 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Wann $AA^T \sim A^T A$

$$A^T = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$AA^T = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 5 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 4 & 5 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16+1 & 20-2 & 8+3 \\ 20-2 & 25+4 & 10-6 \\ 8+3 & 10-6 & 4+9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17 & 18 & 11 \\ 18 & 29 & 4 \\ 11 & 4 & 13 \end{pmatrix}$$

$$A^T \times A = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 5 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16+25+4 & 4-10+6 \\ 4-10+6 & 1+4+9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 45 & 0 \\ 0 & 14 \end{pmatrix}$$

$$6. A = \begin{pmatrix} \sin x & -\cos x \\ \cos x & \sin x \end{pmatrix} \quad \det A = \begin{vmatrix} \sin x & -\cos x \\ \cos x & \sin x \end{vmatrix} = \sin x \cdot \sin x - \cos x \cdot (-\cos x) = 1 \quad 6.$$

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 4 & 6 \\ 0 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix} \quad \det A = 8 \cdot 5 \cdot 9 = 360$$

(upper triangular)

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 \\ 8 & 9 & 10 \end{pmatrix} \quad \det A = 2 \cdot \begin{vmatrix} 6 & 7 \\ 9 & 10 \end{vmatrix} - 3 \begin{vmatrix} 5 & 7 \\ 8 & 10 \end{vmatrix} + 4 \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} =$$

$$= \cancel{2(6 \cdot 10 - 7 \cdot 9)} - \cancel{3(5 \cdot 10 - 7 \cdot 8)} + \cancel{4(5 \cdot 9 - 6 \cdot 8)} =$$

$$= 2(60 - 63) - 3(50 - 56) + 4(45 - 48) =$$

$$= -6 + 18 - 12 = 0$$

7. $\det(A) = 4$

$$\det(A^2) = 4 \cdot 4 = 16 \quad (\text{на } 2 \text{ элемента } \det(AB) = \det A \cdot \det B)$$

$$\det(A^T) = 4 \quad (\det A^T = \det A)$$

$$\det(2A) = 4 \quad (\text{при умножении на } 2 \text{ все } \det \text{ умножаются на } 2)$$

$$8) A = \begin{pmatrix} -2 & 7 & -3 \\ 4 & -14 & 6 \\ -3 & 7 & 13 \end{pmatrix}$$

$\det A = 0$ / м.к. строки
1 и 2 линейно зависимы
(м.к. строки пропорциональны на -2)

9) 9.. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$

3x 3 $\text{columns} = \text{columns } 1 \leq n = 2$
 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$
 $\text{Rank } A = 2$

$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & 5 & 6 \end{pmatrix}$

3x 3 $\text{columns} = \text{columns } 1 \leq n = 2$
 $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 5 & 6 \end{pmatrix}$
 $\text{Rank } A = 3$