Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский университет ИТМО»

09.03.04 Программная инженерия

Системное и прикладное программное обеспечение

Лабораторная работа №3
По дисциплине «Вычислительная математика»
Вариант № 1

Выполнила студентка группы Р3213:

Авшистер Ольга Аркадьевна

Преподаватель:

Машина Екатерина Алексеевна

г. Санкт-Петербург 2024 г.

Цель работы

Найти приближенное значение определенного интеграла с требуемой точностью различными численными методами

Рабочие формулы

Метод левых прямоугольников:

$$\int_a^b f(x)dx = h\sum_{i=1}^{n} y_{i-1}$$

Метод правых прямоугольников:

$$\int_a^b f(x)dx = h\sum_{i=1}^{n} y_i$$

Метод средних прямоугольников:

$$\int_a^b f(x)dx = h\sum_{i=1}^{n} f(x_{i-1/2})$$

Метод трапеций:

$$\int_a^b f(x)dx = h\cdot\left(\frac{y_0+y_n}{2}+\sum_{i=1}^{n-1} y_i\right)$$

Метод Симпсона:

$$\int_a^b f(x) = \frac{h}{3}\left[(y_0+4(y_1+y_3+\dots+y_{n-1})+2(y_2+y_4+\dots+y_{n-2})+y_n)\right]$$

Листинг программы

```
def meth_left_rect():
    n = 2
    cur_s = 10 ** 8
    r = 10 ** 8
    while r > e:
        n *= 2
        h = (b - a) / n
        s = 0
        x = a
        for i in range(n):
            s += f(x)
            x += h
        s *= h
        r = abs(s - cur_s)
        cur_s = s
    return cur_s, n


def meth_right_rect():
    n = 2
    cur_s = 10 ** 8
    r = 10 ** 8
    while r > e:
        n *= 2
        h = (b - a) / n
        s = 0
        x = a + h
        for i in range(n):
            s += f(x)
            x += h
        s *= h
        r = abs(s - cur_s)
```

```
        cur_s = s
    return cur_s, n


def meth_mid_rect():
    n = 2
    cur_s = 10 ** 8
    r = 10 ** 8
    while r > e:
        n *= 2
        h = (b - a) / n
        s = 0
        x = a + h / 2
        for i in range(n):
            s += f(x)
            x += h
        s *= h
        r = abs(s - cur_s)
        cur_s = s
    return cur_s, n


def meth_trap():
    n = 2
    cur_int = 10 ** 8
    r = 10 ** 8
    while r > e:
        n *= 2
        h = (b - a) / n
        integ = 0.5 * (f(a) + f(b))
        for i in range(1, n):
            integ += f(a + i * h)
        integ *= h
```

```
        r = abs(integ - cur_int)
        cur_int = integ
    return cur_int, n


def meth_Sim():
    n = 2
    cur_int = 10 ** 8
    r = 10 ** 8
    while r > e:
        n *= 2
        h = (b - a) / n
        integ = f(a) + f(b)
        for i in range(1, n):
            x = a + i * h
            if i % 2 == 0:
                integ += 2 * f(x)
            else:
                integ += 4 * f(x)
        integ *= h / 3
        r = abs(integ - cur_int)
        cur_int = integ
    return cur_int, n
```

Примеры и результаты работы программы

```
Выберите функцию:
1. 3-2x-x^2
2. (2x+1)^5
3. 1/(4x+5)
4. sqrt(x)
3
Выберите метод:
1. Метод прямоугольников
2. Метод трапеций
3. Метод Симпсона
1
Введите пределы интегрирования и точность вычисления в одну строку через пробел
-2 -1 0.01
Интеграл не существует из-за разрыва в точке с отрезка [a, b]
```

```
Выберите функцию:
1. 3-2x-x^2
2. (2x+1)^5
3. 1/(4x+5)
4. sqrt(x)
1
Выберите метод:
1. Метод прямоугольников
2. Метод трапеций
3. Метод Симпсона
1
Введите пределы интегрирования и точность вычисления в одну строку через пробел
1 2 0.01
Метод левых прямоугольников (результат и число разбиения):  (2.3235702514648438, 256)
Метод правый прямоугольников: (результат и число разбиения) (2.3431015014648438, 256)
Метод средних прямоугольников: (результат и число разбиения) (2.33203125, 8)
```

Вычислительная часть

Точно: $\int_0^2(-x^3-x^2-2x+1)dx = -\frac{x^4}{4}-\frac{x^3}{3}-x^2+x\Big|_0^2 = -\frac{26}{3} = -8,6666$

Ньютон-Котес: $= \frac{6\cdot\frac{2-0}{6}}{840}(41\cdot1+216\cdot0,18519+27\cdot(-1,07407)+272\cdot(-3)+$

$+27\cdot(-5,81481)+216\cdot(-9,74074)+41\cdot(-15)) = \frac{1}{420}\cdot(-3639,9986) = -8,66667$

i	0	1	2	3	4	5	6
x_i	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	1	$\frac{4}{3}$	$\frac{5}{3}$	2
y_i	1	$\frac{5}{27}$	$-\frac{29}{27}$	-3	$-\frac{157}{27}$	$-\frac{263}{27}$	-15

Округлим до 5 знаков: $\frac{5}{27}=0,18519$; $-\frac{29}{27}=-1,07407$; $-\frac{157}{27}=-5,81481$; $-\frac{263}{27}=-9,74074$

Средние прямоуг.: $= \frac{1}{5}(\overset{0,789+0,283}{-0,375}-1,233-2,339-3,741-5,487-7,625-10,203-$

$-13,269) = -8,64$

Трапеции: $= \frac{1}{5}\left(\frac{1-15}{2}+0,552-0,024-0,776-1,752-3-4,568-\right.$

$\left.-6,504-8,856-11,672\right) = -8,72$

Симпсон: $= \frac{1}{15}(1-15+4(0,552-0,776-3-6,504-11,672)+2(-0,024-$

$-1,752-4,568-8,856)) = \frac{1}{15}(-14-85,6-30,4) = -8,66667$

Отн. погр.: У метода Симпсона и Ньютона-Котеса $= 0$

У метода ср. прямоуг. $= \frac{-8,64+8,66667}{8,66667} = 0,003$

У метода трапеций $= \frac{-8,72+8,66667}{-8,66667} = 0,006$

Вывод

В результате выполнения данной лабораторной работы были изучены три модификации метода прямоугольнников, метод трапеций и метод Симпсона. С их помощью были вычислены определенные и несобственные интегралы, а также оценки их погрешности по правилу Рунге. У формулы средних прямоугольников и трапеций второй порядок точности, у метода Симпсона – четвертый. И с уменьшением шага разбиения точность увеличивается