Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский университет ИТМО»

Факультет Программной Инженерии и Компьютерной Техники

Лабораторная работа по дисциплине Вычислительная Математика №1 «Решение системы линейных алгебраических уравнений СЛАУ»

Вариант 12
“Метод Гаусса-Зейделя”

Преподаватель: Машина Екатерина Алексеевна

Выполнил: Печкуров Данила Алексеевич

Группа: P3208

Санкт-Петербург, 2024г

Цель работы:

Изучение и практическое применение метода Гаусса-Зейделя для решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ).

Описание метода:

Суть метода заключается в следующем:

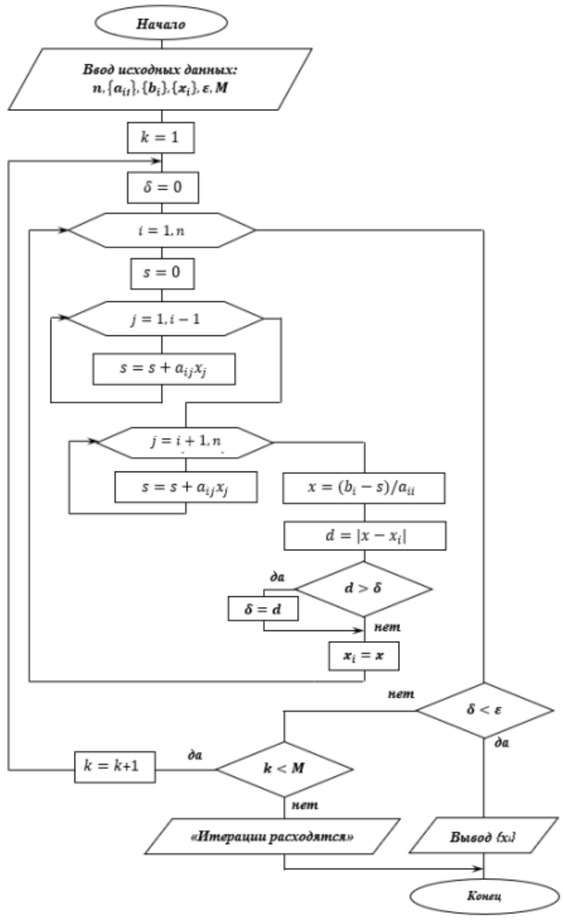
1. Для неизвестных задаются начальные приближённые значения.
2. Система позволяет вычислить более точные значения неизвестных на первом шаге (на первой итерации).
3. Используя найденные значения неизвестных, можно ещё более уточнить их на второй итерации и так далее.

Для нахождения значения i-го неизвестного на каждой итерации используются значения предыдущих неизвестных, уже найденные на данной итерации.

Итерационный процесс продолжается до тех пор, пока все значения xi(k) не станут достаточно близкими к xi(k-1).

Блок-схема метод Гаусса-Зейделя

n – порядок матрицы,
ε – погрешность вычислений,
a_{ij}, b_i – коэффициенты и правые части уравнений системы,
x_i – начальные приближения,
M – максимально допустимое число итераций,
k – порядковый номер итерации;
i – номер уравнения, а также переменного, которое вычисляется в соответствующем цикле;
j – номер элемента вида $a_{ij}x_j^{(k)}$ или $a_{ij}x_j^{(k-1)}$ в правой части соотношения.
Итерационный процесс прекращается либо при выполнении условия: $\max\limits_{1\le i\le n}\left|x_i^{(k)} - x_i^{(k-1)}\right| < \varepsilon$, либо при $k = M$, т.е. итерации не сходятся.



Листинг программы:

```
def gauss_seidel(A, b, x0, tol, max_iter):
    # Функция для решения СЛАУ методом Гаусса-Зейделя
    n = len(b)
    x = x0.copy()
    iterations = 0
    residual = float('inf')

    while residual > tol and iterations < max_iter:
        # Итеративный процесс метода Гаусса-Зейделя
        x_new = x.copy()
        for i in range(n):
            x_new[i] = (b[i] - dot_product(A[i][:i], x_new[:i]) - dot_product(A[i][i + 1:], x[i + 1:])) / A[i][i]

        residual = norm([x_new[i] - x[i] for i in range(n)])  # Вычисление невязки
        x = x_new.copy()
        iterations += 1

    return x, iterations
```

Пример и результаты работы программы:

```
Выберите способ загрузки матрицы (клавиатура/файл/случайная): клавиатура
Введите размерность матрицы: 3
Введите коэффициенты 1 строки через пробел: 5 -1 3 5
Введите коэффициенты 2 строки через пробел: 1 -4 2 20
Введите коэффициенты 3 строки через пробел: 2 -1 5 10
Введите точность: 0.001
Введите максимальное количество итераций: 20
Решение:
x1 = -0.7353691299840002
x2 = -4.485349067776
x3 = 1.3970778384384002
Количество итераций: 7
```

Вывод:

В ходе реализации данной лабораторной работы я ознакомился с работой алгоритма Гаусса-Зейгеля, пред-
назначенного для решения совместных определенных систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ).
Данный алгоритм относится к виду итерационных: решение системы (если оно существует) достигается путем
приближения за счет конечного числа итераций