

Университет ИТМО  
МФ КТиУ, Ф ПИиКТ

**Лабораторная работа №1**  
**Дисциплина «Вычислительная математика»**

Решение системы линейных алгебраических уравнений СЛАУ

**Выполнил:**  
Студент группы Р3210

**Касымов Тимур**

**Преподаватель:**  
Машина Арина  
Алексеевна

г. Санкт-Петербург  
2024

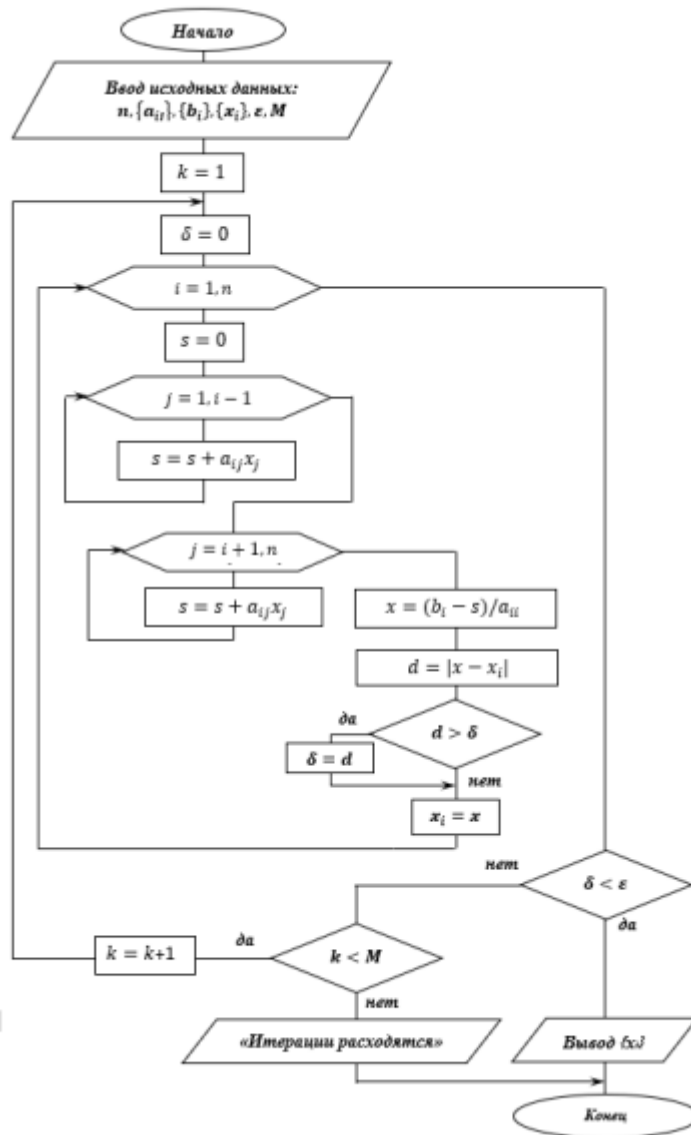
Метод Простых итераций (или метод простой итерации) - это численный метод для приближенного решения уравнений или систем уравнений. Он основан на идее преобразования исходного уравнения в эквивалентное уравнение, которое может быть решено итерационно. Основная идея метода заключается в следующем: пусть дано уравнение  $f(x) = 0$ , где  $f(x)$  - некоторая функция. Метод Простых итераций предлагает преобразовать это уравнение к виду  $x = g(x)$ , где  $g(x)$  - другая функция. Затем начальное приближение  $x_0$  выбирается произвольным образом, и затем последовательно вычисляются значения  $x_1 = g(x_0)$ ,  $x_2 = g(x_1)$ ,  $x_3 = g(x_2)$ , и так далее.

Таким образом, получается последовательность приближений  $x_0, x_1, x_2, \dots$ . Условие сходимости метода Простых итераций обычно проверяется через анализ производной функции  $g(x)$ . Для того чтобы метод сходился, необходимо, чтобы модуль производной  $g'(x)$  был меньше 1 на всей области сходимости. Если это условие выполняется, то последовательность  $x_0, x_1, x_2, \dots$  сходится к решению уравнения  $f(x) = 0$ . Выбор начального приближения  $x_0$  также оказывает влияние на сходимость метода. Неподходящее начальное приближение может привести к расходимости или замедлению сходимости. Поэтому важно выбирать начальное приближение близкое к истинному решению уравнения.

Метод Простых итераций может быть применен для решения различных задач, таких как нахождение корней уравнений, решение систем уравнений, решение интегральных уравнений и других задач. Он имеет простую структуру и легко реализуется на компьютере.

Однако метод Простых итераций может быть медленным и требовать большого числа итераций для достижения требуемой точности. Для улучшения сходимости метода можно применять различные модификации, такие как метод Ньютона или метод секущих.

## Блок-схема численного метода



## Листинг программы (JS, только численный метод)

```
let mat = formReadyMatrix(preMatrix)
if (!mat) {
  mat = []
  for (let i = 0; i < height; i++) mat.push(i)
  console.log("not enough diagonal dominance")
  alert("not enough diagonal dominance")
}
matrixWithB = mat.map(ind => matrixWithB[ind]);
let CMatrix = new Array(height).fill(0).map(e => new Array(width).fill(0))
for (let i = 0; i < width; i++) {
  for (let j = 0; j < width + 1; j++) {
    if (i === j) {
      CMatrix[i][j] = 0;
      continue
    }
    CMatrix[i][j] = _(`${j} !== width ? -1 : 1`) * `${matrixWithB[i][j]} /
`${matrixWithB[i][i]}`)
  }
}
if (!validateCMatrix(CMatrix)) {
  alert("norm of C matrix is not valid");
}
let currX = CMatrix.map(row => row[row.length - 1])
let reached_iters = 0;
for (let i = 0; i < maxNumOfIterations; i++) {
  reached_iters = i;
  let prevX = [...currX]
  currX = CMatrix.map(coffs => coffs.reduce((acc, el, ind) => _(`${acc} +
`${(prevX[ind] || 1)}` * `${el}`), 0))
  let xGap = _(`max(`${currX.map((x, ind) => math.abs(_(`${x} -
`${prevX[ind]}`))`).join(",")}`)`)
  if (_(`${xGap} < ${precision}`)) break;
}
console.log(currX)
return [currX, reached_iters+1]
```

## Тестовые данные

A:	<div>15 3 5 1 12 6 9 3 50</div>	B:	<div>14 12 13</div>
----	---	----	-----------------------------

Epsilon

0.01

Precision

3

Max number of iterations

10

Number of columns

5

Number of rows

5

generate random matrix

Choose file or drop file here

Choose File

No file chosen

Submit

calculate

X: 0.726, 0.900, 0.074

Number of iterations until reached precision: 5

localhost:63342 says

norm of C matrix is not valid

OK

Epsilon

0.01

Precision

3

Max number of iterations

10

Number of columns

5

Number of rows

5

generate random matrix

Choose file or drop file here

Choose File

No file chosen

Submit

calculate

X:

## Вывод

- Метод Простых итераций является итерационным численным методом для приближенного решения уравнений или систем уравнений.
- Основная идея метода заключается в преобразовании исходного уравнения в эквивалентное уравнение, которое может быть решено итерационно.
- Для успешной работы метода необходимо выбрать подходящую функцию  $f(x)$ , которая обеспечит сходимость итераций.
- Условие сходимости метода Простых итераций обычно проверяется через анализ производной функции  $f(x)$  и требует, чтобы модуль производной был меньше 1.
- Выбор начального приближения  $x_0$  также оказывает влияние на сходимость метода. Неподходящее начальное приближение может привести к расхождению или замедлению сходимости.
- Метод Простых итераций может быть применен для решения различных задач, таких как нахождение корней уравнений, решение систем уравнений, решение интегральных уравнений и других задач.
- Основным достоинством метода Простых итераций является его простота и универсальность. Однако он может быть медленным и требовать большого числа итераций для достижения требуемой точности.
- Для улучшения сходимости метода можно применять различные модификации, такие как метод Ньютона или метод секущих.