

Университет ИТМО
МФ КТиУ, Ф ПИиКТ

Лабораторная работа №1
Дисциплина «Вычислительная математика»

Решение системы линейных алгебраических уравнений СЛАУ

Выполнил:
Студент группы Р3210
Ценеков Дмитрий

Преподаватель:
Машина Екатерина
Алексеевна

г. Санкт-Петербург
2024

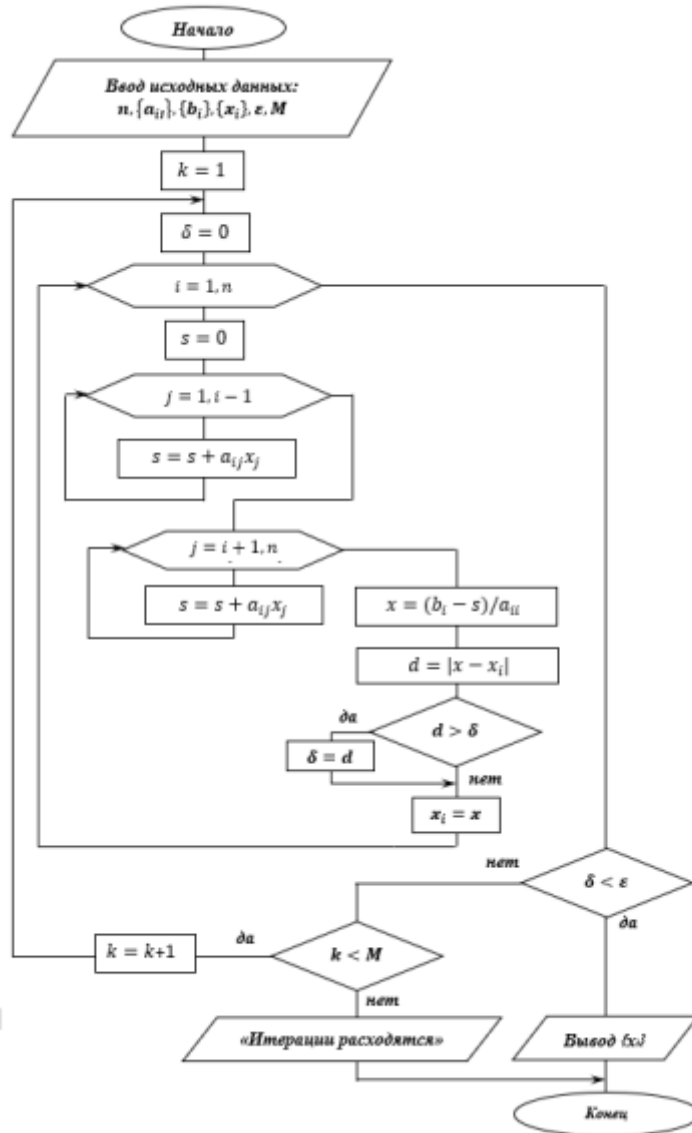
Метод Простых итераций (или метод простой итерации) - это численный метод для приближенного решения уравнений или систем уравнений. Он основан на идее преобразования исходного уравнения в эквивалентное уравнение, которое может быть решено итерационно. Основная идея метода заключается в следующем: пусть дано уравнение $f(x) = 0$, где $f(x)$ - некоторая функция. Метод Простых итераций предлагает преобразовать это уравнение к виду $x = g(x)$, где $g(x)$ - другая функция. Затем начальное приближение x_0 выбирается произвольным образом, и затем последовательно вычисляются значения $x_1 = g(x_0)$, $x_2 = g(x_1)$, $x_3 = g(x_2)$, и так далее.

Таким образом, получается последовательность приближений x_0, x_1, x_2, \dots . Условие сходимости метода Простых итераций обычно проверяется через анализ производной функции $g(x)$. Для того чтобы метод сходился, необходимо, чтобы модуль производной $g'(x)$ был меньше 1 на всей области сходимости. Если это условие выполняется, то последовательность x_0, x_1, x_2, \dots сходится к решению уравнения $f(x) = 0$. Выбор начального приближения x_0 также оказывает влияние на сходимость метода. Неподходящее начальное приближение может привести к расходимости или замедлению сходимости. Поэтому важно выбирать начальное приближение близкое к истинному решению уравнения.

Метод Простых итераций может быть применен для решения различных задач, таких как нахождение корней уравнений, решение систем уравнений, решение интегральных уравнений и других задач. Он имеет простую структуру и легко реализуется на компьютере.

Однако метод Простых итераций может быть медленным и требовать большого числа итераций для достижения требуемой точности. Для улучшения сходимости метода можно применять различные модификации, такие как метод Ньютона или метод секущих.

Блок-схема численного метода



Листинг программы (JS, только численный метод)

```
1 | let matrix_with_b = [...matrix].map((r,i) => r.concat(b[i]));
2 |
3 | const width = matrix[0].length;
4 | const height = matrix.length;
5 |
6 | if (!is_matrix_with_b_valid(matrix_with_b)) return "invalid matrix"
7 | let mat = form_ready_matrix(matrix)
8 | if (!mat) {
9 |     mat = []
10 |     for(let i = 0; i < height; i++) mat.push(i)
11 |     console.log("not enough diagonal dominance")
12 | }
13 | matrix_with_b = mat.map(ind => matrix_with_b[ind]);
14 | let c_matrix = new Array(height).fill(0).map(e => new
Array(width).fill('0'))
15 | for(let i = 0; i < width; i++){
16 |     for(let j = 0; j < width + 1; j++){
17 |         if(i === j){
18 |             c_matrix[i][j] = '0';
19 |             continue;
20 |         }
21 |         c_matrix[i][j] = _(`${j} !== width ? -1 : 1` *
`${matrix_with_b[i][j]} / ${matrix_with_b[i][i]}`)
22 |     }
23 | }
24 | if(!validate_c_matrix(c_matrix)) return "norm of C matrix is not
valid";
25 | let curr_x = c_matrix.map(row=> row[row.length - 1])
26 | let iteration_count=0;
27 | for(let i = 0; i < 10000; i++){
28 |     iteration_count++;
29 |     let prev_x = [...curr_x];
30 |     curr_x = c_matrix.map(coffs => coffs.reduce((acc, el, ind) =>
_(`${acc} + ${prev_x[ind]} * ${el}`), '0'))
31 |     let x_gap = _(`max(${curr_x.map( (x, ind) => math.abs(_(`${x} -
${prev_x[ind]}`))).join(",")})`);
32 |     if(_(`${x_gap} < ${precision}`)) break;
33 | }
34 |
35 | return {vector: curr_x.map((x)=>_floor(`abs(${x}` , precision)),
iteration_count: iteration_count, vector_errors: curr_x.map( (x, ind) =>
_floor(`abs(${x} - ${curr_x[ind]}` , precision))};
```

Тестовые данные

Ввод с клавиатуры

Ввод с файла

Количество знаков после запятой: 300

A randomize

B randomize


2 2 10
10 1 1
2 10 1

14
12
13

Запустить

Ввод с клавиатуры

Ввод с файла



Choose files
or drop files here

Ввод с клавиатуры

Ввод с файла

Количество итераций: 551
Вектор: [1, 1, 1]
Вектор ошибки: [0, 0, 0]

Вывод

- Метод Простых итераций является итерационным численным методом для приближенного решения уравнений или систем уравнений.
- Основная идея метода заключается в преобразовании исходного уравнения в эквивалентное уравнение, которое может быть решено итерационно.
- Для успешной работы метода необходимо выбрать подходящую функцию $f(x)$, которая обеспечит сходимость итераций.
- Условие сходимости метода Простых итераций обычно проверяется через анализ производной функции $f(x)$ и требует, чтобы модуль производной был меньше 1.
- Выбор начального приближения x_0 также оказывает влияние на сходимость метода. Неподходящее начальное приближение может привести к расхождению или замедлению сходимости.
- Метод Простых итераций может быть применен для решения различных задач, таких как нахождение корней уравнений, решение систем уравнений, решение интегральных уравнений и других задач.
- Основным достоинством метода Простых итераций является его простота и универсальность. Однако он может быть медленным и требовать большого числа итераций для достижения требуемой точности.
- Для улучшения сходимости метода можно применять различные модификации, такие как метод Ньютона или метод секущих.