

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский университет ИТМО»

09.03.04 Программная инженерия

Системное и прикладное программное обеспечение



Лабораторная работа №6  
По дисциплине «Вычислительная математика»  
Вариант № 1

Выполнила студентка группы Р3213:

Авшистер Ольга Аркадьевна

Преподаватель:

Машина Екатерина Алексеевна

г. Санкт-Петербург 2024 г.

## Цель работы

Решить задачу Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений численными методами

## Рабочие формулы

Метод Эйлера:

$$y_{i+1} = y_i + hf(x_i, y_i)$$

Метод Рунге-Кутты 4-го порядка:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4),$$

$$k_1 = h \cdot f(x_i, y_i)$$

$$k_2 = h \cdot f(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{k_1}{2})$$

$$k_3 = h \cdot f(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{k_2}{2})$$

$$k_4 = h \cdot f(x_i + h, y_i + k_3)$$

Метод Адамса:

$$y_{i+1} = y_i + hf_i + \frac{h^2}{2}\Delta f_i + \frac{5h^3}{12}\Delta^2 f_i + \frac{3h^4}{8}\Delta^3 f_i$$

## Листинг программы

```
def euler(f, y0, x0, xn, h):  
    n = int((xn - x0) / h)  
    x = np.linspace(x0, xn, n + 1)  
    y = np.zeros(n + 1)  
    y[0] = y0  
    for i in range(n):  
        y[i + 1] = y[i] + h * f(x[i], y[i])  
    return x, y
```

```
def runge_kutt(f, y0, x0, xn, h):  
    n = int((xn - x0) / h)  
    x = np.linspace(x0, xn, n + 1)  
    y = np.zeros(n + 1)  
    y[0] = y0
```

```

for i in range(n):
    k1 = h * f(x[i], y[i])
    k2 = h * f(x[i] + h / 2, y[i] + k1 / 2)
    k3 = h * f(x[i] + h / 2, y[i] + k2 / 2)
    k4 = h * f(x[i] + h, y[i] + k3)
    y[i + 1] = y[i] + (k1 + 2 * k2 + 2 * k3 + k4) / 6
return x, y

```

```

def adams(f, y0, x0, xn, h, m):
    n = int((xn - x0) / h)
    x = np.linspace(x0, xn, n + 1)
    y = np.zeros(n + 1)
    y[0] = y0
    for i in range(m):
        y[i + 1] = y[i] + h * f(x[i], y[i])
    for i in range(m, n):
        y[i + 1] = y[i] + h * (
            55 * f(x[i], y[i]) - 59 * f(x[i - 1], y[i - 1]) + 37 * f(x[i - 2], y[i - 2]) - 9 * f(x[i - 3],
                y[i - 3])) / 24
    return x, y

```

## Примеры и результаты работы программы

Выберите дифференциальное уравнение:

1.  $3x + 7y$

2.  $y + \cos(2x)$

3.  $x^3 + y$

2

Введите  $y_0$ ,  $x_0$ ,  $x_n$ ,  $h$ ,  $e$

1 0 1 0,1 0,1

Точность метода Эйлера по правилу Рунге: 0.052873695457275716

Точность метода Рунге-Кутта по правилу Рунге: 2.0748416638127764e-07

Точность метода Адамса: 0.1

x Euler Runge-Kutt Adams

```
--- -----  
0 1      1      1  
0.1 1.2    1.20966 1.2  
0.2 1.41801 1.43724 1.41801  
0.3 1.65191 1.68062 1.65191  
0.4 1.89964 1.93779 1.89964  
0.5 2.15927 2.20699 2.1645  
0.6 2.42923 2.48689 2.44027  
0.7 2.70839 2.77669 2.72499  
0.8 2.99622 3.07632 3.01906  
0.9 3.29293 3.3865 3.3232  
1 3.5995 3.70888 3.6389
```

Выберите дифференциальное уравнение:

1.  $3x + 7y$

2.  $y + \cos(2x)$

3.  $x^3 + y$

3

Введите  $y_0$ ,  $x_0$ ,  $x_n$ ,  $h$ ,  $e$

1 0 1 0,1 0,01

Точность метода Эйлера по правилу Рунге: 0.00883740115485073

Точность метода Рунге-Кутта по правилу Рунге: 1.0036034521950418e-09

Точность метода Адамса: 0.01

x Euler Runge-Kutt Adams

```
-----  
0 1      1      1  
0.025 1.025 1.02532 1.025  
0.05 1.05063 1.05127 1.05063  
0.075 1.07689 1.07789 1.07689  
0.1 1.10383 1.1052 1.10383
```

0.125	1.13145	1.13321	1.1318
0.15	1.15978	1.16196	1.16053
0.175	1.18886	1.19149	1.19001
0.2	1.21872	1.22182	1.2203
0.225	1.24939	1.25299	1.25144
0.25	1.2809	1.28505	1.28346
0.275	1.31332	1.31804	1.31641
0.3	1.34667	1.35201	1.35034
0.325	1.38101	1.38701	1.3853
0.35	1.4164	1.4231	1.42134
0.375	1.45288	1.46033	1.45853
0.4	1.49052	1.49877	1.49692
0.425	1.52938	1.53849	1.5366
0.45	1.56953	1.57956	1.57762
0.475	1.61105	1.62205	1.62006
0.5	1.65401	1.66605	1.664
0.525	1.69848	1.71163	1.70954
0.55	1.74456	1.7589	1.75675
0.575	1.79233	1.80793	1.80573
0.6	1.8419	1.85883	1.85657
0.625	1.89334	1.91171	1.90939
0.65	1.94678	1.96666	1.96429
0.675	2.00232	2.02381	2.02137
0.7	2.06006	2.08327	2.08077
0.725	2.12014	2.14516	2.1426
0.75	2.18267	2.20963	2.207
0.775	2.24778	2.27679	2.27409
0.8	2.31561	2.34679	2.34403
0.825	2.3863	2.41977	2.41694
0.85	2.46	2.4959	2.493
0.875	2.53685	2.57533	2.57235
0.9	2.61702	2.65822	2.65517
0.925	2.70067	2.74475	2.74162

0.95	2.78798	2.83509	2.83188
0.975	2.87911	2.92944	2.92615
1	2.97426	3.02797	3.0246

## Вывод

В результате выполнения данной лабораторной работы были изучены различные (одношаговые и многошаговые) методы нахождения решения задачи Коши для диф. уравнений: методы Эйлера, Рунге-Кутта, Адамса и Милна. Также мы научились находить погрешности этих методов по правилу Рунге, изучили методы прогноза и коррекции.