Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский университет ИТМО»

09.03.04 Программная инженерия

Системное и прикладное программное обеспечение

Лабораторная работа №1
По дисциплине «Вычислительная математика»
Вариант № 1

Выполнила студентка группы Р3213:

Авшистер Ольга Аркадьевна

Преподаватель:

Машина Екатерина Алексеевна

г. Санкт-Петербург 2024 г.

Цель работы

Изучить различные методы решения системы линейных алгебраических уравнений, их особенности, достоинства и недостатки. Реализовать метод Гаусса решения СЛАУ и протестировать его на различных входных данных.

Описание метода

Метод состоит из двух частей: прямого и обратного ходов. Прямой ход метода Гаусса состоит в последовательном исключении неизвестных из уравнений системы. Обратный ход метода Гаусса состоит в последовательном вычислении искомых неизвестных.

Расчетные формулы

Прямой ход:

$$a_{ij}^{(1)} = a_{ij} - \frac{a_{i1}}{a_{11}} a_{1j}\,, i,j = 2,3 \dots n$$

$$b_i^{(1)} = b_i - \frac{a_{i1}}{a_{11}} b_1\,, i = 2,3 \dots n$$

Обратный ход:

$$x_n = b_n^{(n-1)} \big/ a_{nn}^{(n-`1)}$$

$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

$$x_2 = \frac{1}{a_{22}^{(1)}} \left(b_2^{(1)} - a_{23}^{(1)} x_3 - \dots - a_{2n}^{(1)} x_n\right)$$

$$x_1 = \frac{1}{a_{11}} \left(b_1 - a_{12}x_2 - a_{13}x_3 - \dots - a_{1n}x_n\right)$$

Листинг программы

```
def gauss(m):
    n = len(m)
    # ПРЯМОЙ
    p = 0
    for k in range(n):
```

```
    if m[k][k] == 0:
        dop = m[k]
        p += 1
        for i in range(k+1, n):
            if m[i][k] != 0:
                m[k] = m[i]
                m[i] = dop
                break
    for j in range(k + 1, n):
        for i in range(n, k - 1, -1):
            m[j][i] -= m[k][i] * m[j][k] / m[k][k]
tr(m)
d = det(m, p)
if d == 0:
    raise Exception("Метод Гаусса нельзя использовать для матриц с нулевым определителем")
# ОБРАТНЫЙ
vek = v(m)
r(m, vek)
return 1
```

Примеры и результаты работы программы

```
Введите 1, если ввод данных будет происходить из файла. Введите 2, если с клавиатуры. Введите 3 для генерации рандомной матрицы:
Размерность:
4
Матрица:
[1.26, 5.96, 5.26, 1.89, 4.77]
[0.11, 8.26, 6.65, 8.31, 0.82]
[3.61, 7.46, 6.23, 5.77, 5.03]
[1.91, 8.35, 7.97, 0.36, 7.68]
Определитель равен  -35.55
Треугольная матрица:
[1.26, 5.96, 5.26, 1.89, 4.77]
[0.0, 7.74, 6.19, 8.15, 0.4]
[0.0, 0.0, -1.15, 10.47, -8.14]
[-0.0, 0.0, 0.0, 3.18, -3.37]
Вектор неизвестных:  [0.86, 3.24, -2.59, -1.06]
Вектор невязок:  [-0.0, -0.0, 0.0, 0.0]
```

```
Введите 1, если ввод данных будет происходить из файла. Введите 2, если с клавиатуры. Введите 3 для генерации рандомной матрицы: 2
Введите размерность матрицы (<=20)
3
Введите матрицу
4 9 8 5
1 6 7 5
3 2 4 8
Определитель равен  65.0
Треугольная матрица:
[4.0, 9.0, 8.0, 5.0]
[0.0, 3.75, 5.0, 3.75]
[0.0, 0.0, 4.33, 9.0]
Вектор неизвестных:  [1.08, -1.77, 2.08]
Вектор невязок:  [0.0, 0.0, 0.0]
```

Вывод

Как и у любого другого метода решения СЛАУ, у метода Гаусса есть свои достоинства и недостатки. Данный метод является точным и менее трудоемким по сравнению с другими методами, но только если мы говорим про матрицы с небольшой размерностью. С увеличением порядка системы общее количество действий растет очень стремительно. А также нужно постоянно следить за элементами главной диагонали и менять строки местами, если встречается нулевой элемент. Использовать данный метод можно только в случае, когда определитель матрицы не равен нулю.

Если сравнивать данный метод с итерационными методами, можно сказать, что их алгоритмы более сложные, однако в них не накапливаются погрешности, тк точность вычислений в каждой итерации определяется лишь результатами предыдущей итерации и практически не зависит от ранее выполненных вычислений.