

层次分析思想在出版社资源配置中的应用

摘要

针对出版社的资源配置问题,本文建立了基于利润最大化的逐层最优模型和模糊综合评判模型,都能帮助出版社在市场信息不足的情况下得出最优决策。

模型一采用层次分析法的思想,先由各分社根据一定的原则制定使自己利润最大化的书号分配方案。总社在书号总数量一定的情况下,根据分社提交的信息,通过对各分社利润加权使总社利润达到最大,建立线性规划模型。求得各权重系数并据此确定为各分社分配书号数的比例。其中,针对市场信息的不足,分别利用简单的数据拟合和灰色预测模型来预测销售量等市场信息;同时,我们认为经济效益由当前经济效益和长远经济效益两部分组成,并由此引入强势系数的概念,即综合考虑当前强势程度和未来强势程度的强势产品评价准则,对所有课程划分强势等级;在进行书号分配时,定义属于不同强势等级的课程有不同的偏差率,即偏离该课程申请书号数的比例,本着增加强势产品出版力度的原则对分配方案进行约束。

模型二采用基本的模糊综合评判方法,直接从总社角度考虑各分社市场占有率、市场占有率、满意度和人类资源 4 项影响因素。通过分析 5 年来 4 项影响因子和销售量的走势,确定各影响因子的权重,并由此给出总社为分社分配书号数的方案。对模型一作检测,二者误差率很小。

由于引入部分人为因素确定的系数,我们在灵敏度分析中详细分析了模型的稳定性。

此外,在模型拓展中,我们还提出了一种基于通信网分配 IP 地址策略的模型和资源预留模型。

最后,根据两种量化模型的分析结果,一致得到以下建议:

- (1)、加强与学校合作力度;
- (2)、可根据具体情形,动态调节当前经济效益和长远经济效益比例来追求当前资金量或追求竞争力。

关键字

逐层最优模型 模糊综合评判 数据拟合 强势系数 经济效益

问题分析

由于出版社 A 的总社领导每年需要针对分社提交的生产计划申请书、人力资源情况以及市场信息分析,将总量一定的书号数合理地分配给各个分社,使出版的教材产生最好的经济效益。因此,要得到资源配置方法,就要知道如何分配书号使利润最大。从题目附件 4 中,我们知道题目中已假设所有教材的利润率同一,所以求利润最大等价于求销售额最大。而求销售额必须知道每个学科所属的各个课程的实际销售量和单价。其中,单价即为表中课程均价;而 2006 年的实际销售量和书目分配方案的关系可以由前几年的统计数据拟合预测得到。

由于各个分社提交的需求书号总量远大于总社的书号总量,总社一般以加强强势产品支持力度的原则优化资源配置。因此,我们需要知道哪些产品为强势产品。而一个产品是否为强势产品由它的市场占有率和满意度决定。

由此分析可知,应首先获取:各种出版物的市场占有率和满意度、各学科所属的各个课程的销售额和课程均价等基本信息;再根据基本信息按照如下步骤进行求解:

- 步骤一: 建立基于利润最大化的逐层分析模型的基本结构;
- 步骤二: 由题目中给出的调查问卷数据,我们得到从 2001 到 2005 五年来各分社所属的各个课程的实际销售量和得到的书号数,由此进行拟合预测 2006 年的实际销售量和分配的书号数的关系;
- 步骤三: 由预测得到的各分社各个课程的销售额和课程均价,由此计算得出总的销售额,进而表示出利润;
- 步骤四: 由表中各种出版物的市场占有率及其获得方式(新旧情况)得到其市场占有率,而各分社的各个课程的满意度通过对其 4 项满意度数据求均值得到;进而得到强势系数来刻画每种产品的强势程度;
- 步骤五: 由题目中的调查问卷我们可以得到分配书号时的一些约束条件,将这些约束连同之前得到的强势程度函数一同作为分社分配模型的约束条件,而此模型的决策变量就为分社书号分配方案;
- 步骤六: 再通过分社向总社提交信息,总社确定给各个分社的书号分配方案;
- 步骤七: 提出模糊综合评判模型,作为辅助检测。

模型假设

1. 图书市场健康正常运转。
2. A 出版社只关心课程代码为 1~72 的课程图书销售给其带来的经济效益。
3. 各分社在实际工作中人力资源的调度是相对灵活的。

符号约定

- N 要分配的书号数的总量
 G 总社预测的 2006 年总利润
 G_i 分社 i 预测的该社 2006 年总利润
 S_i 分社 i 预测的该社 2006 年总销售额
 α 各种教材同一的利润率
 m_{ij} 分社 i 所属课程 j 的 2006 年销售量 ($i = 1, \dots, 9$)
 u_{ij} 分社 i 所属课程 j 的课程均价 ($i = 1, \dots, 9$)
 x_{ij} 分社 i 所属课程 j 的 2006 年分配的书号数 ($i = 1, \dots, 9$)
 X_i 分社 i 2006 年分配的总书号数 ($i = 1, \dots, 9$)
 b_{ij} 分社 i 所属课程 j 的 2006 年申请的书号数 ($i = 1, \dots, 9$)
 B_i 各分社在 2006 年申请的总书号数 ($i = 1, \dots, 9$)
 β_{ij} 分社 i 所属课程 j 的强势系数 ($i = 1, \dots, 9$)
 n $n = 1, 2, \dots$ 表示分别对应各个年份 2001, 2002, ...
 a_{ijn} 分社 i 所属课程 j 在第 n 年的单位书号销售量 ($i = 1, \dots, 9$)
 s_{ijn} 分社 i 所属课程 j 在第 n 年的满意度 ($i = 1, \dots, 9$)
 O_{ijn} 分社 i 所属课程 j 在第 n 年的市场占有率 ($i = 1, \dots, 9$)
 γ_{ijn} 分社 i 所属课程 j 在第 n 年的市场占有率 ($i = 1, \dots, 9$)
 k_{ij} 分社 i 所属课程 j 书号数的增长率 ($i = 1, \dots, 9$)

模型建立与求解

一. 模型一：基于利润最大化的逐层最优模型

总社领导每年根据分社提交的生产计划, 将总量一定的书号数合理地分配给各个分社, 使出版的教材产生最好的经济效益。首先, 各分社根据自己的市场信息分析和人力资源情况, 建立各自书号量与效益的量化模型; 总社从全局统筹, 依据线性规划做出最优决策; 分社再根据所分得的书号量, 重新确定自己的出版计划。模型的整体结构如图 1 所示:

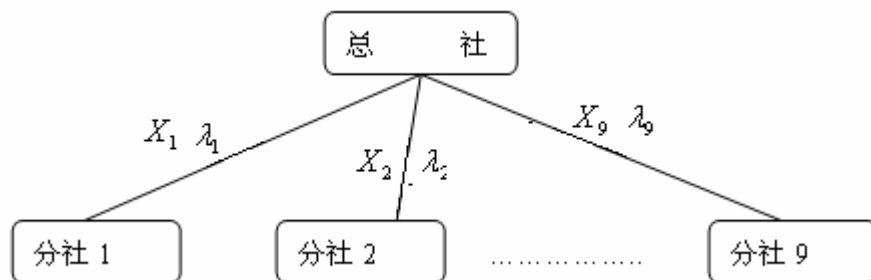


图 1 书号分配层次

1. 模型一的建立

出版社在书号分配的过程中会优先考虑当前的经济利益,同时也会考虑到其销售的长远利益。基于此,引入强势系数刻画某出版物在当前产生的经济效益和长远发展潜力。

1.1 底层——分社书号分配模型

$$\text{目标函数: } \text{Max} \quad G_i = \sum_{j=1}^{t_i} (a_{ij6} \cdot x_{ij}) \cdot u_{ij} \cdot \alpha$$

$$\text{决策变量: } x_{ij}$$

$$\text{约束条件: } \sum_{j=1}^{t_i} x_{ij} = X_i \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\sum_{j=1}^{t_i} x_{ij} \leq f_j \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$\frac{b_{ij} - x_{ij}}{b_{ij}} \leq D_{ij \max} \quad \dots\dots\dots(3)$$

$$x_{ij} \in Z \quad \dots\dots\dots(4)$$

$$1 \leq i \leq 9, 1 \leq j \leq t_i$$

模型说明:

- (1) 目标函数表示取得最大利润;
- (2) 约束 1 为分社 i 的书号总量限制;
- (3) 约束 2 为分社 i 的人力资源限制;
- (4) 约束 3 为强势系数对书号分配量的限制,即该课程的书号分配量和申请量的偏差率必须限定在一个指定范围内;
- (5) 约束 4 表示书号数必须为整数。

1.2 顶层——总社书号分配模型

$$\text{目标函数: } \text{Max} \quad G = \sum_{i=1}^9 \lambda_i \cdot G_i$$

$$\text{决策变量: } X_i$$

$$\text{约束条件: } \sum_{i=1}^9 X_i = N \quad \dots\dots\dots(5)$$

$$0.5 \cdot B_i \leq X_i \leq B_i \quad \dots\dots\dots(6)$$

模型说明：

- (1) 目标函数表示通过对各分社利润的加权使得总社利润最大；
- (2) 约束 5 表示总社 A 的书号总量限制；
- (3) 约束 6 表示分配给分社 i 的书号总量限制。

2. 模型一的求解

对此逐层最优模型的求解分为两步：

第一步：确定各分社的书号分配方案；

第二步：总社对各分社的书号分配方案。

对各分社的书号分配我们以分社 1 计算机类为例来说明。

2.1 2006 年实际销售量和分配的书号数的关系

由题目附件说明中得知实际销售量表示由分配到的书号数计算的总销售量，我们以分社 1 计算机类课程 C++程序设计（课程号为 1）为例预测各个课程的销售量。

统计前五年实际销售量和分配到的书号数量：

表 1 2001 ~ 2005 年 C++程序设计的实际销售量和得到的书号数

年份	2001	2002	2003	2004	2005
实际销售量	1240	1243	1850	2641	2692
得到的书号	10	11	12	11	12

(1) 方法一：通过数据拟合预测 2006 年实际销售量

对一门固定的课程，每年的销售量会有一些的变化，每年的书号分配情况也不尽相同，它们随年份的变化规律可能不是那么明显，但是对一个固定的年份 n ，其单位书号的平均销售量 a_{jn} 往往是一个定值，即每一个书号对应印制一定数量的书，它和年份是密切相关的，且可以统计其变化规律。

表 2 2001 ~ 2005 年 C++程序设计的单位书号的平均销售量

年份	2001	2002	2003	2004	2005
销售量/书号数	124	113	154.17	240.09	224.33

平均销售量随年份的变化如下：

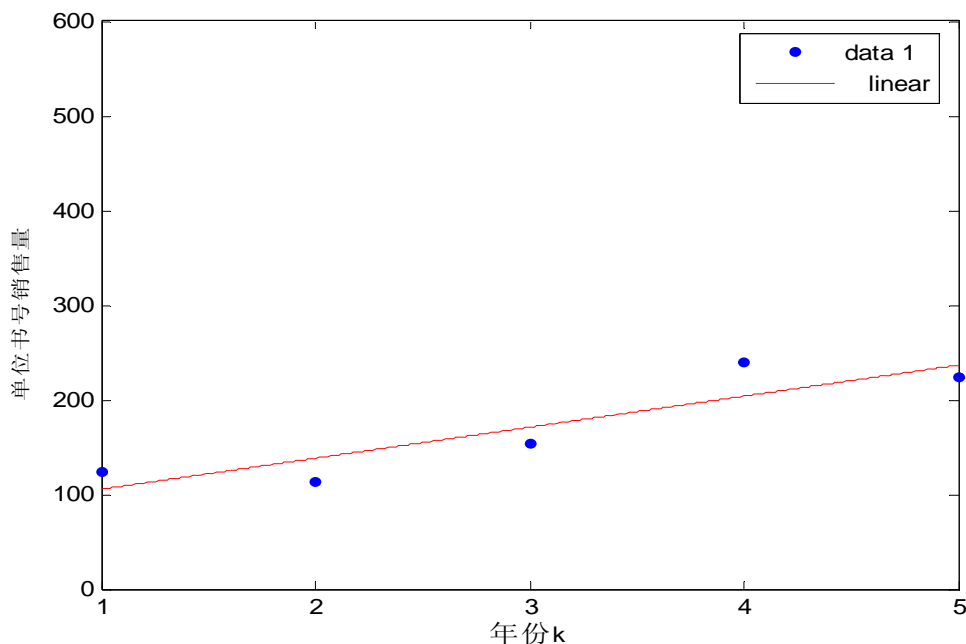


图 2 单位书号销售量随年份变化情况

我们可以看到单位书号销售量随年份呈近似的线性增长关系，运用 matlab 通过数据拟合得出：

$$a_{1ln} = 33 \cdot n + 73, \quad (n = 1, 2, \dots) \quad \dots\dots\dots(7)$$

可得 2006 年 C++程序设计单位书号销售量 $a_{116} = 269$ ，已设 2006 年该课程的分配书号数为 x_{11} ，则该课程在 2006 年的实际销售量预测为：

$$m_{11} = a_{116} \cdot x_{11} = 269 \cdot x_{11} \quad \dots\dots\dots(8)$$

(2) 方法二：通过灰色预测得到 2006 年实际销售量

在数据量不大的情况下，用数据拟合的方法来预测实际销售量和分配书号数的关系往往具有一定的偏差，为此我们引入了灰色预测模型[1]，对之前所得结果给予进一步检验和校正。

这里的灰色预测是以 GM (1, 1) 模型为基础的，即一阶一个变量的微分方程模型。设原始变量为数列 $p^{(0)} = (p^{(0)}(1), p^{(0)}(2), \dots, p^{(0)}(n))$ ，做一次累加生成，得：

$$\begin{aligned} p^{(1)} &= (p^{(1)}(1), p^{(1)}(2), \dots, p^{(1)}(n)) \\ &= (p^{(1)}(1), p^{(1)}(1) + p^{(0)}(2), \dots, p^{(1)}(n-1) + p^{(0)}(n)) \end{aligned}$$

建立白化形式的微分方程模型：

$$\frac{dp^{(1)}}{dt} + ap^{(1)} = u$$

而我们建模的实质就是确定微分方程的系数。

设 $\hat{a} = (a, u)^T$, 用最小二乘法求得:

$$\hat{a} = (B^T B)^{-1} B^T Y_1$$

$$\text{其中, } B = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}(p^{(1)}(1) + p^{(1)}(2)) & 1 \\ -\frac{1}{2}(p^{(1)}(2) + p^{(1)}(3)) & 1 \\ \dots & \dots \\ -\frac{1}{2}(p^{(1)}(n-1) + p^{(1)}(n)) & 1 \end{pmatrix} \quad Y_1 = \begin{pmatrix} p^{(0)}(2) \\ p^{(0)}(3) \\ \dots \\ p^{(0)}(n) \end{pmatrix}$$

所以可求得系数 a, u , 方程的解为

$$p^{(1)}(j+1) = \left(p^{(0)}(1) - \frac{u}{a} \right) e^{-aj} + \frac{u}{a}, \quad (j=0, 1, \dots, n, \dots) \quad \dots\dots\dots(9)$$

进而可通过 (9) 式进行预测。

针对此题预测课程 C++ 程序设计的实际销售量和分配书号数的关系, 我们取原始数据为单位书号销售量数列:

$$\begin{aligned} p^{(0)} &= (p^0(1), p^0(2), \dots, p^0(5)) \\ &= (a_{111}^0, a_{112}^0, \dots, a_{115}^0) = (124, 113, 154.17, 240.09, 224.33) \end{aligned}$$

由此原始数列得到预测模型, 其中 $a = -0.2130, u = 89.7623$:

$$p^{(1)}(k+1) = (124 + 421.4688)e^{0.2130 \cdot k} - 421.4688,$$

由预测模型, 得到预测值为: 305

$$\text{即: } m_{11} = a_{116} \cdot x_{11} = 305 \cdot x_{11}$$

(3) 分社 1 的 10 门课程 2006 年的实际销售量预测

由上述两种模型预测的实际销售量和分配书号数的关系误差控制在 10% 左右, 能够较好地吻合, 所以其它 9 门课程的实际销售量可用类似的方法预测, 而预测的关键是求 2006 年单位书号销售量 a_{1j6} , 结果如下:

表 3 分社 1 的 10 门课程 2006 年单位书号销售量

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
269.45	356.03	261.23	212.09	144.81	248.61	465.75	70.983	373.23	367.51

已知 2006 年分社 1 各门课程分配的书号数为 x_{1j} , 进而可求得各门课程的实际销售量:

$$m_{1j} = a_{1j6} \cdot x_{1j}, \quad (j=1, \dots, 10) \quad \dots\dots\dots(10)$$

2.2 2006 年各分社总利润

我们已知分社 1 的 10 门课程各个的课程均价 u_{1j} ，又得出各门课程的实际销售量和分配的书号数的关系 (10)，容易求得分社 1 的总销售额为：

$$S_1 = \sum_{j=1}^{10} m_{1j} \cdot u_{1j} = \sum_{j=1}^{10} (a_{1j6} \cdot x_{1j}) \cdot u_{1j} \dots\dots\dots(11)$$

又已知各种教材有同一的利润率 α ，易得分社 1 在 2006 年的预计总利润为：

$$G_1 = S_1 \cdot \alpha \dots\dots\dots(12)$$

2.3 产品强势程度的刻画

出版社在考虑经济效益时会同时考虑当前经济效益和长远经济效益。因此我们在描述一种产品强势与否时必须同时考虑上述两个因素。

提高当前经济效益，就要加强销售量大的图书的出版力度。与此同时，一个出版社要在社会上立足必须有自己的特色产品，这通过出版物的市场占有率可以得到体现，一种出版物的市场占有率越大，表示此出版社对这类图书的垄断地位越强。从长远发展来看，增强特色产品的出版力度对保持出版社的竞争力具有很大的促进。而且产品的市场满意度和变化趋势都会对长远经济效益产生影响。

因此我们认为产品的强势程度由其当前强势程度和未来强势程度两部分组成。

设 $\beta_{ij}^{(0)}$ 表示分社 i 所属课程 j 的当前强势系数，由市场占有率决定；

$\beta_{ij}^{(1)}$ 表示分社 i 所属课程 j 的未来强势系数，由市场占有率和满意度决定。

即

$$\beta_{ij} = \beta_{ij}^{(0)} + \beta_{ij}^{(1)} \dots\dots\dots(13)$$

对于分社 1 的市场占有量 O_{1j6} 可以直接通过统计调查问卷中的数据求均值得到。下面解释市场占有率和满意度的计算方法。

(1) 市场占有率的预测

通过各种出版物的市场占有率及其获得方式（新旧情况）统计各个课程出版物的市场占有率。对分社 i 的课程 j 的所有出版物在第 n 年的市场占有率定义如下：

$$\gamma_{ijn} = \frac{\text{A 出版社分社 } i \text{ 的 } j \text{ 类课程图书在第 } n \text{ 年的新书数量}}{\text{所有出版社所有分社该类课程图书在第 } n \text{ 年的新书数量}}$$

通过观察分社 1 各门课程 5 年具体市场占有率数据，我们发现各个课程的市场占有率在 5 年里基本保持不变，以课程 C++ 程序设计为例，其市场占有率变化如下：

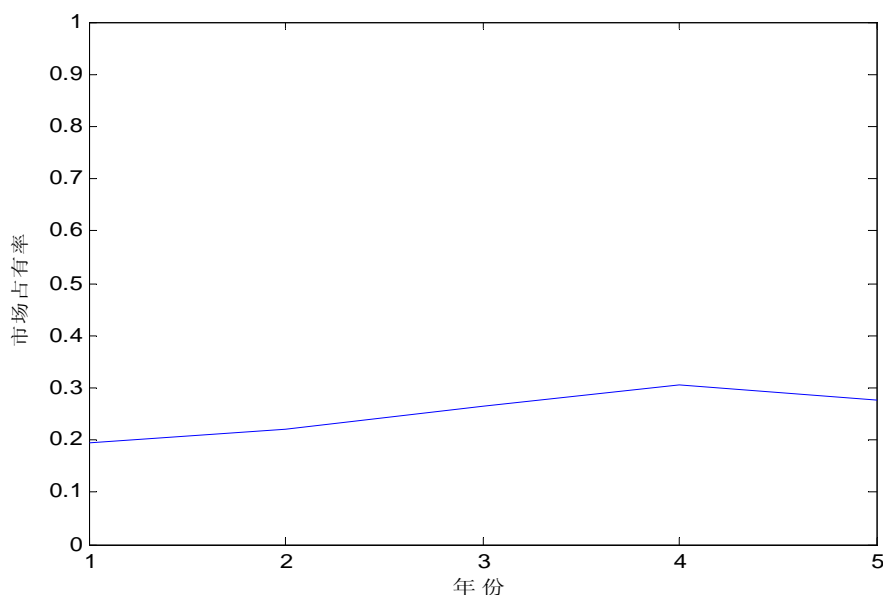


图 3 C++课程设计的市场占有率

拥有一个相对稳定的市场,我们完全可以用前 5 年的市场占有率的平均值作为 2006 年市场占有率的预测值,即市场占有率的预测模型为:

$$\gamma_{ij6} = \frac{1}{5} \cdot \sum_{n=1}^5 \gamma_{ijn} \quad , \quad (i=1,\dots,9 \quad j=1,\dots,t_i) \dots\dots\dots(14)$$

并由此预测出分社 1 各类课程 2006 年的市场占有率 γ_{1j6} :

表 4 分社 1 各门课程出版物 2006 年的市场占有率

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0.25278	0.11006	0.12632	0.10769	0.062632	0.095128	0.27085	0.029435	0.25114	0.26667

(2) 满意度的预测

对一种书的满意度评价包括 4 项: 1.教材内容新颖的满意度、2.课程理论基础扎实的满意度、3.教材印刷及排版质量的满意度、4.教材价格的满意度。

记 \hat{s}_{mn} 表示上述第 m 项在第 n 年的满意度, 其中, $m=1,2,3,4 \quad n=1,2,\dots,5$

则通过对上述 4 项指标满意度求均值得到分社 i 课程 j 第 n 年的满意度为:

$$s_{ijn} = \frac{1}{4} \cdot \sum_{m=1}^4 \hat{s}_{mn}$$

我们观察各门课程 5 年的满意度数据同样可以看出, 各门课程的满意度在 5 年内没有较大的变化, 基本围绕一个中心上下稍微波动, 所以我们取前 5 年的满意度均值作为 2006 年满意度的预测值也是比较合理的。因此, 分社 i 的课程 j 满意度在 2006 年的预测模型为:

$$s_{ij6} = \frac{1}{5} \cdot \sum_{n=1}^5 s_{ijn} = \frac{1}{5} \cdot \sum_{n=1}^5 \left(\frac{1}{4} \cdot \sum_{m=1}^4 \hat{s}_{nm} \right) \dots\dots\dots(15)$$

并由此预测出分社 1 各门课程出版物在 2006 年的满意度 s_{1j6} :

表 5 分社 1 各门课程出版物 2006 年的满意度

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2.8759	2.8646	1.875	3.03	2.7083	2.9624	2.7511	2.925	2.8663	2.8938

(3) 书号数变化趋势的预测

为了预测分社 i 所属课程 j 书号数的变化趋势 k_{ij} , 可采用对前五年书号数的变化情况进行粗略线性拟合的方法(由于我们并不关心某课程书号数的具体变化情况, 只是为了通过观察其未来走势预测其长远经济效益, 因此只需粗略得到直线斜率) 确定变化趋势值, 这里我们求出全部课程发展趋势如图 4 所示:

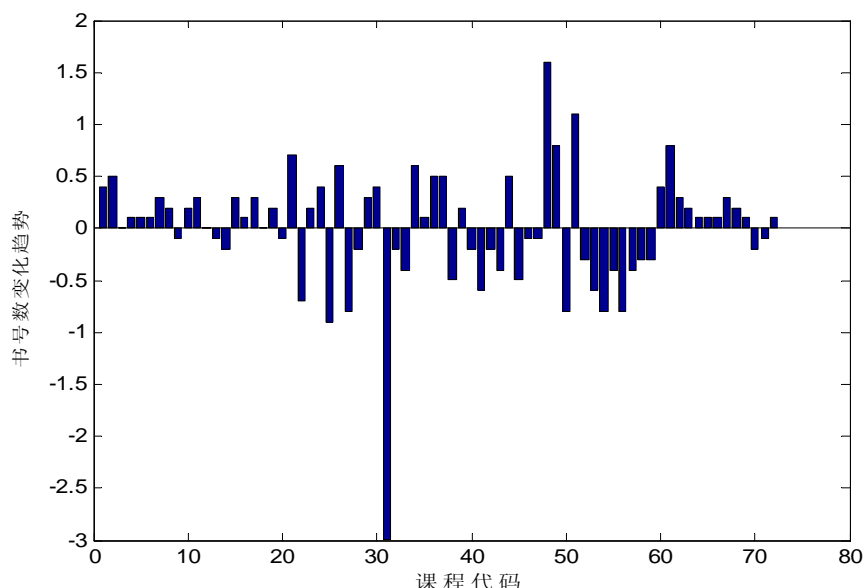


图 4 所有课程书号数变化趋势

其中: $k_{ij} > 0$ 表示书号数的分配量有增强趋势;
 $k_{ij} < 0$ 表示书号数的分配量有减弱趋势;
 $k_{ij} = 0$ 表示书号数的分配量没有明显变化趋势。
其绝对值大小表示增强或减弱的程度。

(4) 产品强势系数的计算

通过观察历年的统计分析各门课程 5 年来的销售量、市场占有率、市场占有率和满意度的走势, 以 C++课程为例, 如图 4 所示:

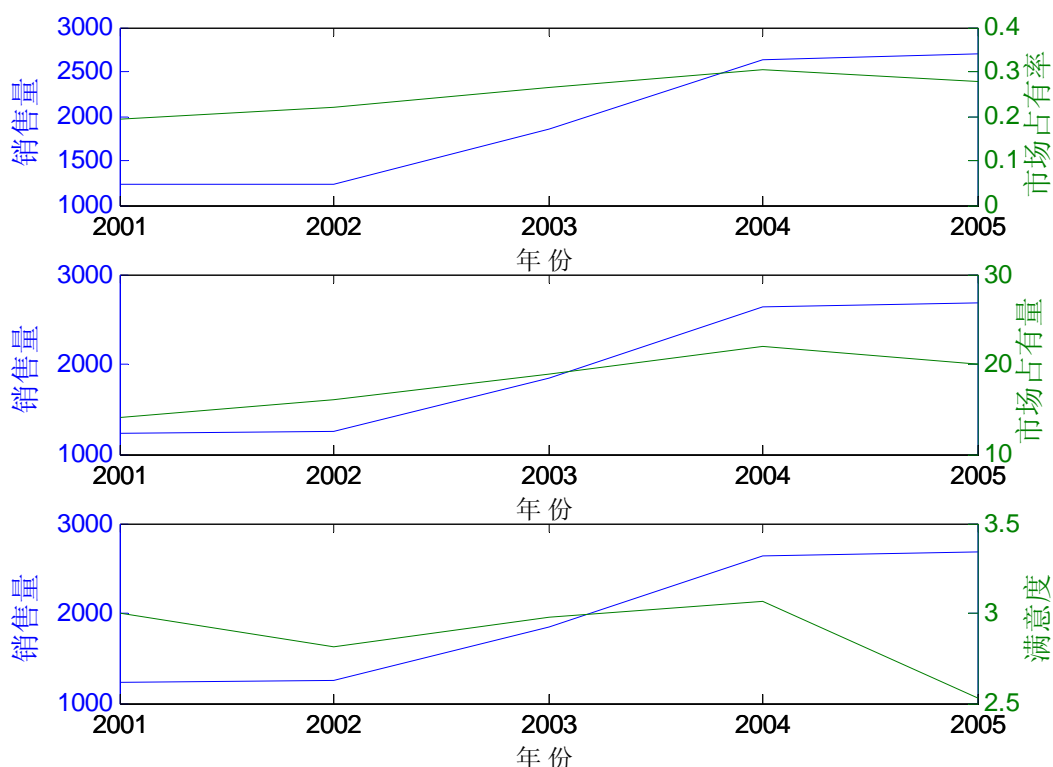


图 5 C++课程设计 4 项指标 5 年走势图

由上图看出：市场占有率和销售量的走势基本一致，市场占有率和销售量的走势只有细微差别，而满意度对其影响较小。

一个出版社的最终目的无非是取得更大的经济效益，这就要提高图书的销售量。因此销售量在一定程度上可以和一个产品的强势与否关联起来。基于此，我们认为：市场占有率在绝大程度上决定了产品的强势程度，满意度对其有少量影响。

由以上分析，我们通过对三个影响因素加权的方法刻画产品的强势系数。设 w_1, w_2, w_3, w_4 分别表示市场占有率、市场占有率、满意度、书号数变化趋势的权重。通过观察历年数据，取 $w_1 = 0.65, w_2 = 0.25, w_3 = 0.05, w_4 = 0.05$ 。则：当前强势系数：

$$\beta_{ij}^{(0)} = 0.65 \cdot \tilde{O}_{ij6}$$

未来强势系数：

$$\beta_{ij}^{(1)} = 0.25 \cdot \tilde{\gamma}_{ij6} + 0.05 \cdot \tilde{s}_{ij6} + 0.05 \cdot k_{ij}$$

总强势系数：

$$\beta_{ij} = 0.65 \cdot \tilde{O}_{i6} + 0.25 \cdot \tilde{\gamma}_{i6} + 0.05 \cdot \tilde{s}_{i6} + 0.05 \cdot k_{ij} \quad , \quad (i = 1, \dots, 72) \quad (16)$$

其中 \tilde{O}_{ij6} 、 $\tilde{\gamma}_{ij6}$ 和 \tilde{s}_{ij6} 分别为 O_{ij6} 、 γ_{ij6} 和 s_{ij6} 的归一化数据（都除以最大值），则可得到分社 1 的各门课程的强势系数。

为了综合比较 A 出版社的各门课程的相对强势程度并由此给出等级划分，我们采用类似统计分社 1 信息的方法计算出所有分社 72 门课程出版物的强势系数 β_{ij} ，如图 5 所示。

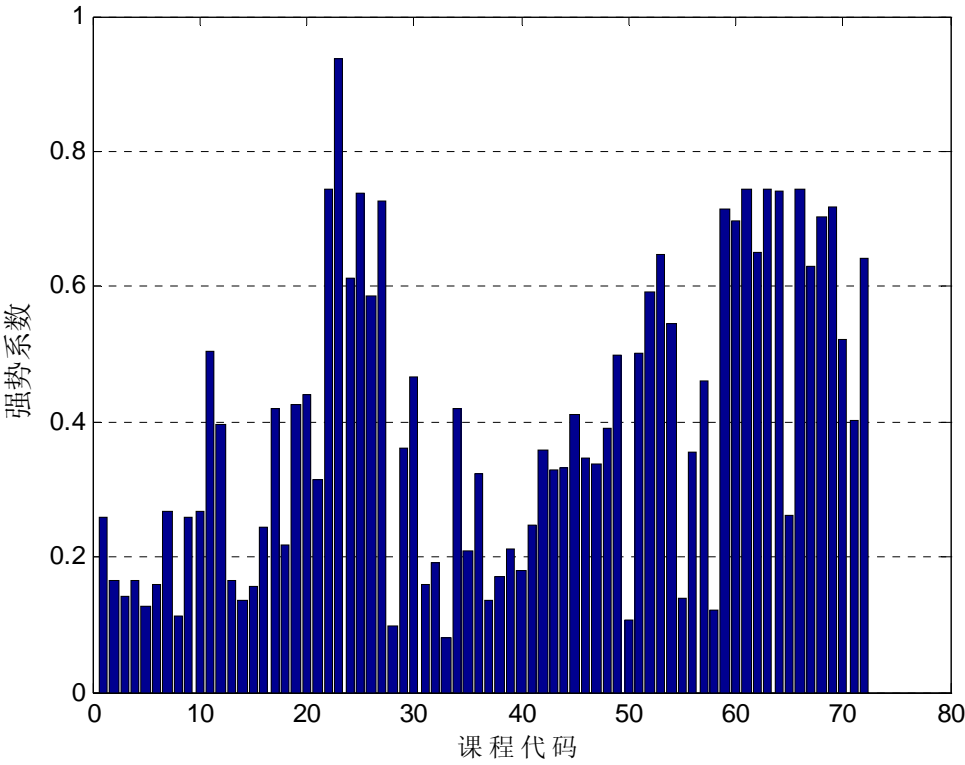


图 6 各课程的强势系数分布

(4) 产品强势程度的分类

由图 5 我们可以发现：

- (1) 课程代码为 22~27 的数学类，课程代码为 59~69 的地理、地质类及部分化工和环境类为 A 出版社的强势学科；其中课程代码为 23 的高等数学为最强势课程；
- (2) 课程代码为 49~54 的机械、能源类为 A 出版社的较强势学科；
- (3) 课程代码为 40~50 的两课类、课程代码为 7~12、17~20 的部分计算机和经管类为中强势学科；
- (5) 其余学科体现不出明显的强势。

由此，根据强势系数我们将学科的强势程度划分为 4 个等级：

表 6 强势程度和强势系数关系对照表

强势系数	0.6 ~ 1	0.4 ~ 0.6	0.2 ~ 0.4	0 ~ 0.2
等级	1	2	3	4

2.4 分社书号分配模型约束条件的引入

- (1) 为获得最大经济效益，各分社给各课程分配的书号数当然是越多越好，但是

对分社 i 来说每年总社分配给它的书号总数 X_i 是一定的，引入约束条件 1:

$$\sum_{j=1}^{t_i} x_{ij} = X_i, \quad (i = 1, 2, \dots, 9)$$

(2) 对于人力资源限制，我们需要考虑 3 类工作人员：1. 策划人员、2. 编辑人员、3. 校对人员。

设 Q_{il} 表示分社 i 中第 l 类工作人员的数量；

C_{il} 表示分社 i 中第 l 类工作人员的平均工作能力，即每人每年最多能够完成的书号个数；

f_i 表示分社 i 的人力资源总量。

根据木桶原理，我们认为分社 i 的人力资源总量由其各类工作人员工作能力总量的最小值决定，即

$$f_i = \min(Q_{il} \cdot C_{il}), \quad \text{其中 } i = 1, 2, \dots, 9 \quad l = 1, 2, 3 \quad \dots \dots \dots (17)$$

并由此计算出 9 个分社的人力资源总量 f_i 如下：

表 7 9 个分社的人力资源情况

分社	1	2	3	4	5	6	7	8	9
人力资源总量	114	114	120	102	111	72	63	63	72

引入约束条件 2:

$$\sum_{j=1}^{t_i} x_{ij} \leq f_j$$

但是实际工作中人员的调度是很灵活的，所以我们可以根据实际情况适当放宽此约束。

(3) 由于分配书号时要增加强势产品支持力度，因此我们也要考虑某课程的强势程度。由题目附表中知：出于本位利益或其他原因考虑，分社会主观夸大各课程申请的书号数，所以分社在实际分配书号数时，如果某学科的强势程度高，就尽量多满足其申请的数量。

设分社 i 的课程 j 实际分配的书号数和申请的书号数的偏差率为 D_{ij} ，定义为：

$$D_{ij} = \frac{b_{ij} - x_{ij}}{b_{ij}} \times 100\%$$

其最大偏差率为 $D_{ij \max}$ 的数值由分社 i 的课程 j 所属的强势等级决定。

表 8 课程最大偏差率和强势等级的对照表

强势等级	1	2	3	4
最大偏差率	25 %	40 %	50 %	55 %

并由此统计出各个分社 72 门课程的最大偏差率 $D_{ij \max}$ 。

2.5 分社书号分配方案的确定

通过以上各步分析计算,我们已经得到模型一中分社书号分配模型中的各个参数的具体表示,记分社 i 的分配方案为 P_i ,则其是关于 X_i 和 x_{ij} 的一个函数。

即

$$P_i = g(X_i, x_{ij})$$

并且分社 i 的最大利润 G_i 是关于分配方案 P_i 的函数,所以最大利润率由 X_i 和 x_{ij} 决定,记为 $G_i(X_i, x_{ij})$

2.6 总社书号分配方案的确定

总社通过分社提交的信息,通过对其利润加权的方法求最大利润,从而确定各个分社利润的权重,再通过此权重为各分社分配数量一定的书号数 $X_i = \lambda_i \cdot N$,其中 $i=1,2,\dots,9$ 。

(1) 约束条件的引入:

a. 通过统计历年数据得出,总社每年分配的书号总数 N 恒为 500。引入约束条件 5:

$$\sum_{i=1}^9 X_i = N$$

b. 由题目附件中可知,为保持工作连续性和对各分社计划一定程度上的认可,A出版社分配给分社 i 的书号数 X_i 至少满足分社申请数量 B_i 的一半。引入约束条件 6:

$$0.5 \cdot B_i \leq X_i \leq B_i$$

(2) 利用 LINGO 求解可得总社给各分社分配的书号总数,进而各分社根据分配到的书号数通过自己的书号分配模型来重新对其所属的各门课程作出出版计划。各分社及各课程的书号分配方案如下:

表 9 各分社及各课程的分配书号数

计算机类										
总计	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
59	10	9	2	3	3	8	7	3	9	5
经管类										
总计	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
37	5	3	2	2	3	4	4	5	6	3
数学类										
总计	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
167	7	29	52	6	18	21	9	3	14	8

英语类										
总计	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
64	18	2	1	14	5	9	3	3	6	3
两课类										
总计	1	2	3	4	5	6	7	8		
55	3	10	8	6	6	7	7	8		
机械、能源类										
总计	1	2	3	4	5	6				
37	11	2	6	10	3	5				
化学、化工类										
总计	1	2	3	4	5	6				
21	2	3	3	2	3	8				
地理、地质类										
总计	1	2	3	4	5	6				
30	6	6	6	6	3	3				
环境类										
总计	1	2	3	4	5	6				
30	6	8	6	4	3	3				

二. 模型二：模糊综合评判模型

总社为分社的书号分配过程是在综合考虑众多因素的基础上作出的科学评判，它的目的是使出版社的各课程书号数数量合理，既满足市场需求、达到较高的经济效益，又能体现本出版社的特色。其实质就是一个综合评判的过程，建立模糊综合评判模型是可能的。

1. 总社书号总量分配

由题目中已知，A 出版社分配给分社 i 的书号数 X_i 至少满足分社申请数量 B_i 的一半，所以总社在分配时不妨先满足各个分社申请量的 50%，这样就可以提前满足分配的最低限约束 6，剩余的书号数再按增加强势产品支持力度的原则优化资源配置。满足各分社基本需求之后剩余的书号数： $\tilde{N} = 125$ 。

2. 影响书号分配的主要因素

由模型一中的分析，我们在众多影响书号分配因素中只考虑市场占有率、市场占有率、满意度和人力资源限制四个因素。9 个分社此四个影响因子的数值预测为：

表 10 各分社四个影响因子预测值

所属分社	人力资源	占有率	满意度	占有量
计算机类	114	0.15708	2.7752	124.2
经管类	114	0.29201	2.8981	242.2
数学类	120	0.59740	2.9273	2572.2
英语类	102	0.06551	2.7972	187.6
两课类	111	0.35536	2.9046	1294.6
机械能源类	72	0.66105	2.6629	145
化学、化工类	63	0.47865	2.4674	42.6
地理、地质类	63	0.88224	2.8641	94.4
环境类	72	0.81505	2.8698	75.8

为方便计算将各个影响因子转化为相对指数,转化方法是以各类相应最小值为基数,其它各类对应值除以该最小值得到对应指数。

表 11 各分社相对指数表

所属分社	人力资源	占有率	满意度	占有量
计算机类	1.8095	2.3978	1.1247	2.9155
经管类	1.8095	4.4576	1.1746	5.6854
数学类	1.9048	9.1194	1.1864	60.38
英语类	1.619	1	1.1337	4.4038
两课类	1.7619	5.4246	1.1772	30.39
机械能源类	1.1429	10.091	1.0792	3.4038
化学、化工类	1	7.3066	1	1
地理、地质类	1	13.467	1.1608	2.216
环境类	1.1429	12.442	1.1631	1.7793

3. 评判因素归一化处理

由公式 $R_{ij}^{(1)} = \frac{R_{ij} - \min(R_{1j}, R_{2j}, \dots, R_{ij})}{\max(R_{1j}, R_{2j}, \dots, R_{ij}) - \min(R_{1j}, R_{2j}, \dots, R_{ij})}$ 对相对指数表进行归一

化处理,得到模糊评判矩阵。其中, $\min(R_{1j}, R_{2j}, \dots, R_{ij})$ 指第 j 个因素的最小值,

$\max(R_{1j}, R_{2j}, \dots, R_{ij})$ 指第 j 个因素的最大值。模糊综合评判矩阵如下:

$$R_{ij}^{(1)} = \begin{pmatrix} 0.89474 & 0.11212 & 0.66928 & 0.032258 \\ 0.89474 & 0.27733 & 0.93651 & 0.078906 \\ 1 & 0.65124 & 1 & 1 \\ 0.68421 & 0 & 0.71711 & 0.057321 \\ 0.84211 & 0.35489 & 0.95064 & 0.49494 \\ 0.15789 & 0.72918 & 0.42509 & 0.040481 \\ 0 & 0.50585 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0.86258 & 0.020478 \\ 0.15789 & 0.91773 & 0.87497 & 0.013125 \end{pmatrix}$$

其中 $R_{ij}^{(1)}$ 表示第 j 类因素对第 i 个对象的评语。

4. 模糊合成

为了全面提高评判结果，并简化计算，这里进一步选取加权平均模糊合成模型。

$$E_i = \sum_{j=1}^4 a_j \cdot R_{ij}^{(1)} \quad \dots\dots\dots(18)$$

$i = 1, 2, \dots, 9 \quad j = 1, 2, 3, 4$

这里 a_j 表示第 j 个影响因子的权系数，它直接反映了对应因子对将要分得的书号数的影响。

由模型一中的分析，我们可以得到市场占有率、市场占有率、满意度对书号分配方案的影响大小，因此，我们确定各影响因子的权重为：

$$a_1 = 0.05 \quad a_2 = 0.25 \quad a_3 = 0.05 \quad a_4 = 0.65$$

分别对应人力资源、市场占有率、满意度、市场占有率。

再运用公式（18）得出综合评判向量：

$$E^T = (0.1272, 0.21218, 0.91281, 0.10733, 0.50007, 0.23776, 0.12646, 0.30644, 0.28961)$$

该向量的相对比值反映书号分配比值，则各分社分得的书号数分别为：

表 12 各分社分得的书号数

计算机类	经管类	数学类	英语类	两课类	机械能源类	化学化工类	地理地质类	环境类
61	38	152	65	59	41	21	34	33

利用模型一和模型二，我们均得到总社给分社分配书号数的方案，作图比较二者差别：

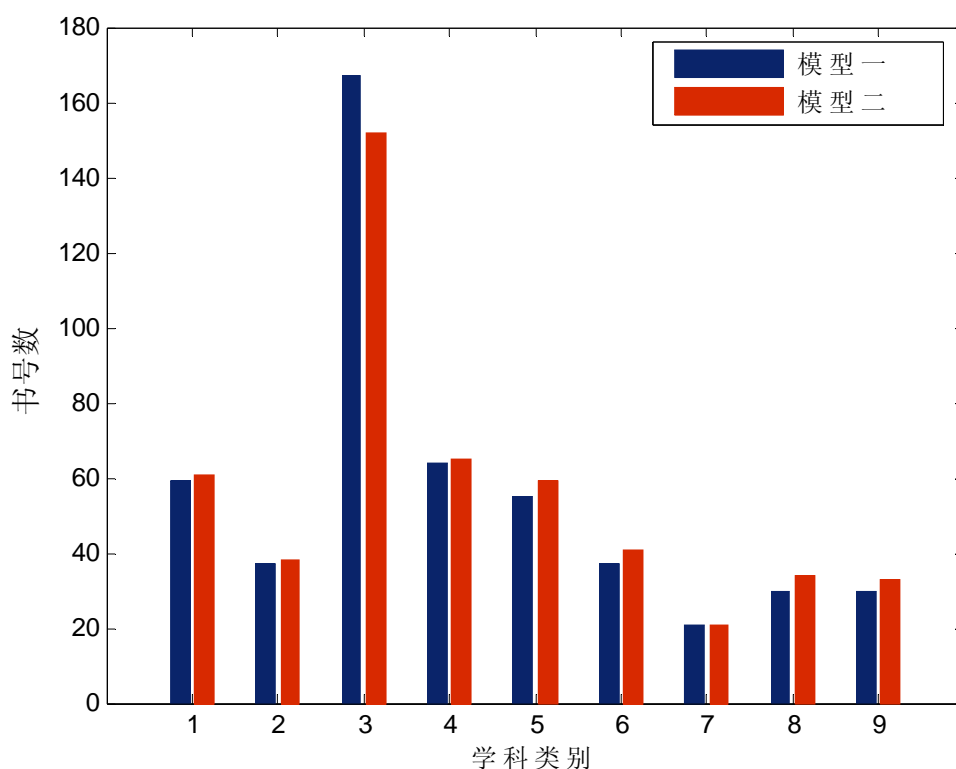


图 7 模型一和模型二分配结果比较

由上图可以看出，模型一和模型二的结果非常接近，其误差率很小，所以我们提出的两个模型在对书号数进行分配时都是比较合理的。

表 13 两种模型分配方案的误差率

分社	计算机类	经管类	数学类	英语类	两课类	机械能源类	化学化工类	地理地质类	环境类
误差率	0.033 898	0.027 027	0.089 82	0.015 625	0.072 727	0.108 11	0	0.133 33	0.1

三. 模型结果分析

由两种模型我们求得了两种极为相似的书号数分配方案，经过与前五年分配方案的比较，不难发现以下几点：

1. 数学类分配到的书号数相比前五年相对较大的提高，这是由于数学类图书的市场占有量很大，而出版社为了使当前利益达到最大化，必然会加大出版力度。
2. 地理地质类和环境类被分配到的书号也有较大程度的提高，这也是符合市场规律的。这两类学科的图书一直拥有很大的市场占有率，如果适当增加其书号数，可以充分挖掘其市场潜力，保持本社对这两类学科图书的垄断地位。

3. 其它类学科被分配到的书号相比前几年总有上下波动，这正体现了总社书号总数为定值的特点。在占有量与占有率都不占优势的情况下，可能就不会得到更多的书号数，各个学科之间的书号数总会达到基于总利润最大化的动态平衡。

灵敏度分析

1. 强势系数的灵敏度分析

(1) w_1 以 0.01 为步长变化其它权重不变

以下两幅图分别为 w_1 从 0.61 变化到 0.70 时总利润和分配方式的变化趋势，可以看出， w_1 在 5% 的范围内上下波动时，对总利润和分配方式并无较大影响。

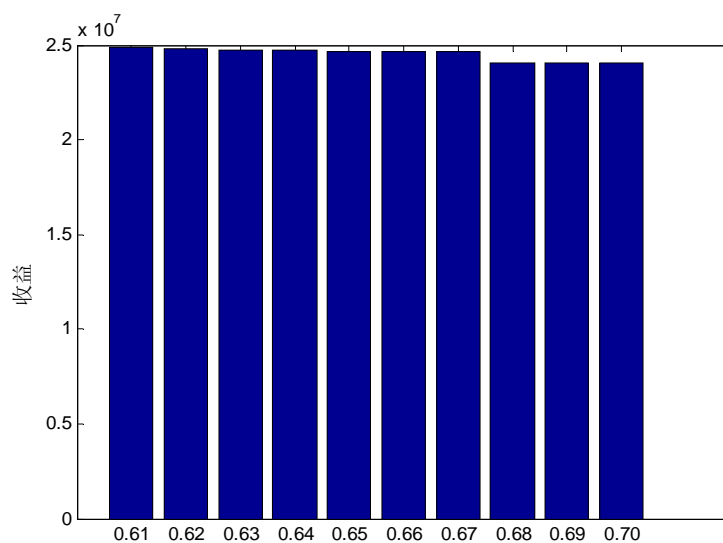


图 8 对总利润的影响

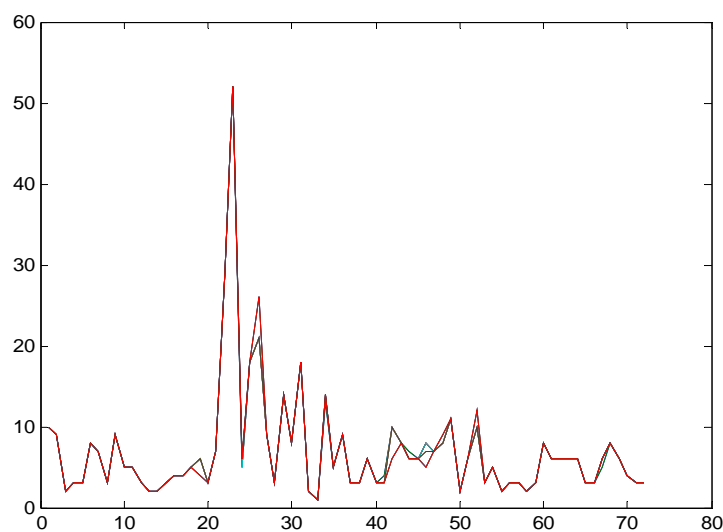


图 9 对分配方式的影响

其中，图 9 横坐标表示第 1 至第 72 种课程，纵坐标表示每种课程分配到的书号数。图中显示出 w_1 从 0.61 以 0.01 为步长变化到 0.70 时的十条曲线。因为大部分曲线已重合，只有微小的变化，所以可得 w_1 的变化对分配方案影响程度极小。

(2) 用同样的方法，我们分析了 w_2, w_3, w_4 的变化对结果的影响，可以得到它们对利润和分配方案的影响程度更小。

2. 最大偏差率的灵敏度分析

表 14 最大偏差率对最大利润的影响

利润波动	强势等级 1	强势等级 2	强势等级 3	强势等级 4
等级最大偏差率 提高 5%	提高 0.5539%	提高 0.7154%	提高 3.6208%	提高 0.8334%
等级最大偏差率 降低 5%	降低 8.7958%	降低 2.8946%	降低 0	降低 0.5708%

由此可见，虽然此最大偏差率的确定包含了人的主观因素，但它对结果的影响是很小的，也说明了此模型的稳定性。

模型的评价

对模型一，其本质上是层次分析法的变形，它把研究对象作为一个系统，按照分解、比较、综合的思维方式进行决策，有利于清晰准确的把握并解决问题，并把定性和定量结合起来，应用范围很广。而且由于问题被类化，涉及到底层时数据量也大大减少，使计算更为简洁。缺点是各个分社的主观影响比较大，如何确定各个权重系数及优势产品的评价等均具有一定的主观色彩，而且如果要解决精度要求很高的问题时，此方法并不适用。

对模型二，其优点是有严密的数学理论作基础，可消除随意性，达到书号分配的科学性，并在一定程度上达到利润最大化；但其对各个影响因子权重系数的确定上仍然具有人为因素，在今后的工作中需要改进。

此外，在计算各分社分配书号的决策时，主要应用了数据拟合的方法求得书号与销售量之间的关系，这样虽然可以具体到每门课程直接求解其分配到的书号数，但由于对于每门课程来说，拟合数据量是相当少的，因此如何提高预测的精确也是有待于改进的地方。

模型拓展

1. 拓展一：预留资源方案

在模型一中，我们的方案是各个分社评估自己产品的强势程度，既考虑当前经济效益又考虑长远经济效益，由此确定各个课程的分配书号数。总社只根据各

个分社提交的信息，通过它们的利润比来分配书号数。

而此资源预留方案是模型一的一种拓展，将评价当前经济效益和长远经济效益交由总社来完成。总社将待分配的书号数分成两部分：满足当前经济效益的书号数和满足长远经济效益的书号数，即单独预留了部分书号来作长远发展战略。通过分析两种效益的比重确定两部分书号数的比例，再对每一部分书号数运用一般分配方案进行分配。

2. 拓展二：基于通信网中 IP 地址分配方法的模型

在现代通信网中，一个广域网是由多个局域网组成的，为实现通信，必须为局域网中的每个主机分配特定的 IP 地址。由 IP 地址的长度决定可以分配的 IP 地址数。

对一个广域网来说，其 IP 地址的位数是一定的，即其拥有的 IP 地址数是一个常量。为每个主机分配 IP 地址的过程为：广域网通过决定 IP 地址的自由位数为每个局域网分配一定数量的 IP 地址，每个局域网再根据一定的原则，比如用户的优先级，对其内的每个主机分配 IP 地址。

当今对 IP 地址的分配策略有很多，出版社的书号分配方案完全可以借用上述模型，对书号（相当于 IP 地址）进行分配。

对出版社提供建议

通过我们的模型，可以看出：

- (1) 市场上产品的销售主要来源于学校购买方式。
- (2) 出版社的经济效益很大程度上决定于产品的市场占有率、市场占有率、满意度和发展趋势，其中市场占有率主要影响当前经济效益；而其它三项影响长远经济效益。

因此，我们给出两点建议：

- (1) 要获得更大的经济效益，出版社可以加强和学校的合作；
- (2) 出版社在分配书号时不应仅仅着眼于使当前效益达到最大，还应该考虑到某些产品，这些产品虽然现在销售量不是很大，但是它的市场占有率很高，即出版社的特色产品，或者销量上升趋势很明显，市场满意度也较高，它们在将来很可能就会转变为销售量很高的产品，即效益的体现有延迟。而且，一个出版社想在社会上立足，比然要拥有自己的拳头产品，因此从长远来看，加强特色产品的出版力度对该出版社的竞争力有举足轻重的作用。但是二者的比重可以根据各出版社的情况作灵活变动。如果出版社当前处于经济低谷，急需资金来周转，则可以加强当前经济效益的比重；而如果出版社的经济情况已经比较良好，与其一味追求当前经济效益的最大，反倒不如重点关注一下自己的特色产品，一方面可以提高出版社的知名度，另一方面，也许

该产品在将来就是出版社的生命之所在。

参考文献

- [1] 沈继红等。数学建模。哈尔滨工程大学出版社。2000年。
- [2] 沈 思，姜渭洪。图书购置经费分配的模糊综合评判模型。《情报杂志》2002年第9 期。
- [3] 姜启源，谢金星，叶俊。《数学模型（第三版）》。北京，高等教育出版社。2004 年 4 月。
- [4] 苏金明，阮沈勇。《MATLAB 实用教程》。北京，电子工业出版社。2005 年 7 月。

附录

表 1 72 门课程 2006 年预测市场占有率

1	2	3	4	5	6	7	8	9
18.2	20.6	2.4	2.8	2.4	15.4	26.6	1.6	24.6
10	11	12	13	14	15	16	17	18
9.6	36.4	32	6.8	11.8	8.4	11.8	20	20
19	20	21	22	23	24	25	26	27
77.8	17.2	33.6	130.2	1745	33.4	133.4	265.6	26.2
28	29	30	31	32	33	34	35	36
5.6	50.8	148.4	107.6	7	2	25.2	4	17.8
37	38	39	40	41	42	43	44	45
2.6	9	8.8	3.6	51.4	226	119.6	200.4	265
46	47	48	49	50	51	52	53	54
201.8	152.4	78	37.2	1	22	41.8	18.2	24.8
55	56	57	58	59	60	61	62	63
1.8	7.8	9	1.6	4.8	17.6	10	17	17
64	65	66	67	68	69	70	71	72
21.8	3.6	25	13.2	16	19.2	7.2	5.8	14.4

表 2 72 门课程出版物的强势系数 β_{ij}

1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.25816	0.16538	0.14194	0.16654	0.12699	0.15803	0.26715	0.11217	0.25771
10	11	12	13	14	15	16	17	18
0.26653	0.50511	0.39691	0.16544	0.13486	0.157	0.24395	0.41956	0.21822
19	20	21	22	23	24	25	26	27
0.42494	0.43864	0.31505	0.74282	0.9374	0.61351	0.739	0.58621	0.72757
28	29	30	31	32	33	34	35	36
0.099097	0.36016	0.46587	0.15832	0.19209	0.081243	0.42021	0.21021	0.32386
37	38	39	40	41	42	43	44	45
0.13462	0.17143	0.21055	0.17852	0.24655	0.35751	0.32904	0.3311	0.41185
46	47	48	49	50	51	52	53	54
0.34543	0.33836	0.3912	0.49744	0.10561	0.50191	0.59239	0.64672	0.54536
55	56	57	58	59	60	61	62	63
0.13785	0.35655	0.45981	0.12037	0.71401	0.69699	0.74408	0.64979	0.7452
64	65	66	67	68	69	70	71	72
0.7399	0.26169	0.74471	0.62943	0.70422	0.71836	0.52185	0.40288	0.6427

表 3 72 门课程 2006 年单位书号销售量

1	2	3	4	5	6	7	8	9
269.45	356.03	261.23	212.09	144.81	248.61	465.75	70.983	373.23
10	11	12	13	14	15	16	17	18

367.51	1287.8	1867.2	398.03	902.33	402.39	589.44	852.31	553.3
19	20	21	22	23	24	25	26	27
3281.2	1084.5	720.33	865.53	8167.2	1146.2	1439.1	2295.1	603.22
28	29	30	31	32	33	34	35	36
451.97	493.26	2613.1	716.58	434.02	733.87	293.18	439.89	265.08
37	38	39	40	41	42	43	44	45
97.272	682.82	323.7	275.43	5205.4	7130.1	6927.5	4434.4	19987
46	47	48	49	50	51	52	53	54
6421.3	3882.4	1222.9	601.26	248.67	353.03	767.26	1202.8	979.36
55	56	57	58	59	60	61	62	63
803.17	777.8	451.19	192.85	820.62	449.04	220.72	593.69	553.56
64	65	66	67	68	69	70	71	72
739.47	251.62	1450.7	547.63	430.43	573.92	340.25	607.72	1462.3

表 4 72 门课程出版物 2006 年的市场占有率

1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.25278	0.11006	0.12632	0.10769	0.062632	0.095128	0.27085	0.029435	0.25114
10	11	12	13	14	15	16	17	18
0.26667	0.62577	0.46377	0.10677	0.068761	0.10103	0.23137	0.5	0.19558
19	20	21	22	23	24	25	26	27
0.49396	0.52121	0.33267	0.97164	0.91553	0.79524	0.96408	0.69947	0.97037
28	29	30	31	32	33	34	35	36
0.00475	0.40256	0.54269	0.07701	0.16279	0.00178	0.504	0.17252	0.34902
37	38	39	40	41	42	43	44	45
0.1	0.125	0.18274	0.12	0.22525	0.35871	0.33847	0.32343	0.43363
46	47	48	49	50	51	52	53	54
0.34434	0.3478	0.44108	0.62	0.08333	0.62857	0.76	0.85259	0.68889
55	56	57	58	59	60	61	62	63
0.13846	0.41053	0.5625	0.09412	0.96	0.92632	1	0.85	1
64	65	66	67	68	69	70	71	72
0.99091	0.27692	1	0.825	0.94118	0.96	0.65455	0.48333	0.84706

表 5 分社 1 各门课程出版物 2006 年的满意度

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2.8759	2.8646	1.875	3.03	2.7083	2.9624	2.7511	2.925	2.8663
10	11	12	13	14	15	16	17	18
2.8938	2.9354	2.864	2.9963	2.7885	2.8404	2.8952	2.8899	2.7805
19	20	21	22	23	24	25	26	27
2.922	3.0692	2.9625	2.9184	2.9092	2.8938	2.9386	2.947	2.9333
28	29	30	31	32	33	34	35	36
3.0005	2.8747	2.895	2.9263	2.6875	2.515	2.805	3.0729	2.9767
37	38	39	40	41	42	43	44	45

2.1825	2.8016	2.8527	3.1517	2.9237	2.8985	2.8964	2.9046	2.9002
46	47	48	49	50	51	52	53	54
2.9216	2.8508	2.9413	2.8085	1.6167	2.8423	2.9122	2.8342	2.9635
55	56	57	58	59	60	61	62	63
1.5	2.7921	2.9278	1.8583	2.815	2.9111	2.92	2.9896	2.9235
64	65	66	67	68	69	70	71	72
2.9211	2.5583	2.872	2.877	2.8415	2.8871	3.0054	2.7696	2.8381