

中国人口增长预测模型

1. 摘要

本文通过对基本人口发展方程的研究，进行多次的改进确定一个切合中国当前人口问题：老龄化加速、出生性别比持续升高乡村人口城镇化这三个特点的模型，分别对短期和长期的人口总量和结构分布进行了预测。

首先，我们给出了人口发展方程的离散形式（模型一），模型一考虑了不同年龄人群的分布，但未能区分男女的死亡率和新生儿的性别比例，不利于对预测人口性别比例的研究。

然后我们提出基于性别的人口发展方程（模型二），将男性和女性的人口数当作两个独立的系统进行发展，总人口趋势由两者共同决定。与模型一相比，模型二更加精确，且利于考查性别比例的变化，容易计算出不同性别、年龄的人口分布。

最后，模型三——基于城镇化的人口修正预测考虑迁移等社会因素的影响，把城市，乡镇和农村作为三个系统，分别应用模型二；同时考虑这三个系统间的人口迁移，即由农村向城市和乡镇迁移，使城镇化比率符合当前社会规律。从而适用于本题几个互相流通的人口系统。

以模型三为基础，我们分别研究短期与长期的人口发展趋势。对于中短期发展的预测我们对每一组参数都进行了细致的观察，我们抽出死亡率，总合生育率，以及出生性别比作为分析每个模型的基本参量。经过对所给数据的分析与验证决定采用所给数据的平均值作为参数对中短期模型进行预测。对于长期预测我们采用单因素分析法，逐一对参量进行分析，针对我国人口增长出现的新特点如老龄化，性别比，城镇化给出相应解答。

本文的特色在于在分析了模型对长期预测的弊端后，根据中国人口在很大程度上取决未来政府实行的政策的特点，从政府的角度出发提出了一种政府最喜欢状态。并以此为求解目标，建立了 Logistic 模型。通过对它进行类似物理中熵扩散模型的基本原理求出了当处于政府最喜欢状态时，总人口的范围。并以此结合模型三说明了 β 这一重要参数的大体取值。

关键词：人口发展模型 总和生育率 老龄化 性别比 城镇化 Logistic

2. 问题重述

中国是一个人口大国，人口问题始终是制约我国发展的关键因素之一。根据已有数据，运用数学建模的方法，对中国人口做出分析和预测是一个重要问题。

近年来中国的人口发展出现了一些新的特点，例如，老龄化进程加速、出生人口性别比持续升高，以及乡村人口城镇化等因素，这些都影响着中国人口的增长。2007年初发布的《国家人口发展战略研究报告》(附录1)还做出了进一步的分析。

研究结果显示世界人口呈现出以下特点：

一是生育水平逐步下降，人口总量经历高速增长后进入增速趋缓时期。发展中国家总和生育率从6.2下降到2.9，发达国家从2.8下降到1.6。据联合国预测，到本世纪中叶，全球人口再生产类型转变将基本完成。

二是人口年龄结构持续老龄化。2000年，世界60岁以上和65岁以上老年人口比重分别达到10%和7%，欧洲为20%和15%。

三是人口素质成为综合国力竞争的核心，在经济社会发展中的作用更加突出。

四是人口城镇化快速发展，城镇人口接近50%。

一个国家的人口特点很大程度上决定了国家的发展。合理的年龄结构，适宜的人口性别比，与发展相适应的乡村人口城镇化比率能长久地促进国家的发展和社会的和谐。因此分析中国的人口特征，预测未来的人口发展趋势，无疑对中国的发展，中华民族的强盛具有无比重要的意义。分析和预测中国人口，功在当代，利及千秋。

试基于人口发展出现的新特点和以往积累的统计资料（可不拘泥于题目中所提供的的数据），建立符合中国实际情况的人口增长模型。由此对中国人口作出中短期和长期趋势的预测。检验模型的合理性，特别指出模型中的优点与不足之处。

3. 问题分析

人口增长预测问题是一个庞大的系统分析问题，表现出诸多的特征，涉及到很多影响因素。个体的出生与死亡率，生育模式，年龄结构构成，性别比例以及人口的流动情况（如迁入，迁出，城镇化）都会影响到人口预测的结果。由于人口预测关乎国家的发展，各国都对人口发展预测研究投入巨大。在中国，进行了多次人口普查，积累了大量的人口统计资料。这些统计资料包括各个年份的人口总数，出生人口数量及出生人口率，人口死亡数量及人口死亡率，市镇乡各年龄层男女比率及死亡率，市镇乡的各年龄育龄妇女的生育率，出生人口性别比等等。

为尽可能准确地预测人口增长，同时又不耗费太多的精力财力，须抓住当前人口问题的特点，对问题进行调研。而目前中国人口增长最突出的特点是：老龄化加速，出生人口性别比持续增高和乡村人口城镇化。因此，要讨论这些问题，在人口的预测模型中必须将对象的年龄，性别，和所在地加以区分，才能反映出上述特点。可以选用转移矩阵来分析人口变化趋势，将人口按性别、年龄分组，按分年龄死亡率和存活率分别推算未来各年的死亡人数和相应各年龄的人数，并按未来各年龄妇女人数与分年龄生育率推算各年的出生人数，以及按分性别、分年龄迁移率推算未来各年的迁移人数。这种模型能反映各年龄层、性别和地域的区别，并方便计算各种反映人口结构特点的指标。

人口预测可按预测期长短分为短期预测（5年以下）、中期预测（5~20年）和长期预测（20~50年）。在参数的确定和结果讨论方面，必须对中短期和长期预测这两种情况分开讨论。中短期预测中所用的各项参数以实际调查所得数据为基础，根据以往变动趋势，

可较准确加以估计，推算结果容易接近实际，现实意义较大。长期预测中未知因素较多，不易把握，受政策的影响大。基于对我国人口基本状况和特征的认识，我们选定总和生育率、出生性别比和死亡率作为预测控制参数，根据政策要求，对这些参数做出假设。为看出不同情况下人口未来发展的差别，可以采取几套不同的假设，做出不同的预测方案，进行比较。在实行计划生育的情况下，可根据各种不同政策要求下的不同预测结果，选择最适合预期目标的方案。

4. 模型假设

- 1) 在预测时间内，不发生大的疫情，灾难或战争等引起人口重大变化的事件；
- 2) 中短期内，总和生育率、死亡率和出生性别比不会发生大的波动，可以以往年平均
值代替预测值；
- 3) 长期人口预测的参数主要由政策决定；
- 4) 90 岁以后各年龄的人口数较少，死亡率具有相同的特征，作为一组数据进行处理；
- 5) 生育模式在预测时间内保持不变，并且假设一胎只生一个；
- 6) 流动人口按城市和乡镇目前的人口总量的比例分配给他们；
- 7) 流入流出人口不改变该地区的人口性别、年龄结构。

5. 符号说明

m ——最大年龄，在此视为 90+

$x(i, t)$ ——第 t 年 i 岁的人数（满 i 周岁而不满 $i+1$ 周岁）， $t = 0, 1, 2, \dots, i = 0, 1, 2, \dots, m$

$k(i, t)$ ——第 t 年 i 岁的人口女性比， $t = 0, 1, 2, \dots, i = 0, 1, 2, \dots, m$

$x_m(i, t)$ ——第 t 年 i 岁的男性人数， $t = 0, 1, 2, \dots, i = 0, 1, 2, \dots, m$

$x_w(i, t)$ ——第 t 年 i 岁的女性人数， $t = 0, 1, 2, \dots, i = 0, 1, 2, \dots, m$

$d(i, t)$ ——第 t 年 i 岁人口的死亡率， $t = 0, 1, 2, \dots, i = 0, 1, 2, \dots, m$

$d_m(i, t)$ ——第 t 年 i 岁男性的死亡率， $t = 0, 1, 2, \dots, i = 0, 1, 2, \dots, m$

$d_w(i, t)$ ——第 t 年 i 岁女性的死亡率， $t = 0, 1, 2, \dots, i = 0, 1, 2, \dots, m$

$b(i, t)$ ——第 t 年 i 岁女性的生育率， $t = 0, 1, 2, \dots, i = 0, 1, 2, \dots, m$

$f(t)$ ——第 t 年出生人口数， $t = 0, 1, 2, \dots$

$f_m(t)$ ——第 t 年出生男婴， $t = 0, 1, 2, \dots$

$f_w(t)$ ——第 t 年出生女婴， $t = 0, 1, 2, \dots$

$\varphi(t)$ ——第 t 年的人口出生性别比, $t = 0, 1, 2, \dots$

$\beta(t)$ ——第 t 年每个育龄妇女平均生育的婴儿数, 即总和生育率

$h(i, t)$ ——第 t 年年龄为 i 周岁的女性生育模式, 用以调整育龄妇女不同年龄生育率的高低

$c(t)$ ——第 t 年的城镇化比率

$move(t)$ ——第 t 年的流动人口数目

6. 模型建立

6.1 模型一: 人口发展方程的离散形式

记 $x(i, t)$ 为第 t 年 i 岁(满 i 周岁而不满 $i+1$ 周岁)的人数, $d(i, t)$ 为第 t 年 i 岁人口的死亡率, 若仅考虑出生率死亡率的影响, 不计迁移等社会因素的影响, 则有

$$d(i, t) = \frac{x(i, t) - x(i+1, t+1)}{x(i, t)} \quad (6.1.1)$$

因此人口的变化关系满足:

$$x(i+1, t+1) = (1 - d(i, t))x(i, t), \quad i = 0, 1, 2, \dots, m-1, t = 0, 1, 2, \dots \quad (6.1.2)$$

又记 $b(i, t)$ 为第 t 年 i 岁女性的生育率, 则 $b(i, t)$ 可分解为:

$$b(i, t) = \beta(t)h(i, t) \quad (6.1.3)$$

其中 $h(i, t)$ 为第 t 年年龄为 i 周岁的女性生育模式, 表示育龄妇女不同年龄生育率的高低,

育龄区间为 $[i_1, i_2]$, $h(i, t)$ 满足:

$$\sum_{i=i_1}^{i_2} h(i, t) = 1 \quad (6.1.4)$$

对(3)式求和, 得到

$$\beta(t) = \sum_{i=i_1}^{i_2} b(i, t) \quad (6.1.5)$$

$\beta(t)$ 表示第 t 年每个育龄妇女平均生育的婴儿数, 即总和生育率, 或生育胎次, 是控制人口的重要参数。

记 $k(i, t)$ 为第 t 年 i 岁的人口女性比，则第 t 年出生人口数为：

$$f(t) = \sum_{i=i_1}^{i_2} b(i, t)x(i, t) = \beta(t) \sum_{i=i_1}^{i_2} h(i, t)x(i, t) \quad (6.1.6)$$

记 $d_0(t)$ 为第 t 年出生婴儿的死亡率，即第 t 年出生但未活到人口统计时刻的婴儿比例，则第 t 年存活下来的婴儿数即

$$x(0, t) = [1 - d_0(t)]f(t) \quad (6.1.7)$$

$i = 0$ 时，由(6.1.2)式、(6.1.6)式和(6.1.7)式可得

$$x(1, t+1) = [1 - d_0(t)][1 - d(0, t)]\beta(t) \sum_{i=i_1}^{i_2} h(i, t)k(i, t)x(i, t) \quad (6.1.8)$$

记 $b'(i, t) = [1 - d_0(t)][1 - d(0, t)]h(i, t)k(i, t)$ ，上方程可简化为：

$$x(1, t+1) = \beta(t) \sum_{i=i_1}^{i_2} b'(i, t)x(i, t) \quad (6.1.9)$$

引入年龄向量：

$$X(t) = [x(1, t), x(2, t), \dots, x(m, t)]^T \quad (6.1.10)$$

存活率矩阵：

$$A(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1-d(1, t) & 0 & & \vdots \\ \vdots & 1-d(2, t) & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 1-d(m-1, t) & 0 \end{bmatrix}_{m \times m} \quad (6.1.11)$$

出生率矩阵：

$$B(t) = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & b'(i_1, t) & \dots & b'(i_2, t) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & & & & & & \dots & 0 \\ \vdots & & & & & & & & \vdots \\ 0 & \dots & & & & & & \dots & 0 \end{bmatrix}_{m \times m} \quad (6.1.12)$$

将上述关系表述为：

$$X(t+1) = A(t)x(t) + \beta(t)B(t)X(t) \quad (6.1.13)$$

上式即为人口发展方程的向量形式。以 2005 年为起始年，由题目所提供的统计资料确定 $A(t), B(t)$ 的取值，再确定 $\beta(t)$ 的值后，即可预测人口的发展趋势。

6.2 模型二：基于性别的人口发展方程

模型一假定男女死亡率相等，且并未考虑新生儿的性别比例，不利于对预测人口性

别比例的研究。本模型改进了模型一，将男性和女性的人口数当作两个独立的系统进行发展，总人口趋势由两者共同决定。与模型一相比，模型二更加精确，且利于考查性别比例的变化。

记 $x_m(i, t)$, $x_w(i, t)$ 分别为第 t 年 i 岁的男性人数和女性人数, $d_m(i, t)$, $d_w(i, t)$ 分别为第 t 年 i 岁的男性死亡率和女性死亡率。类同于(6.1.2)式, 可得女性人口发展的差分方程(以下仅写出女性人口发展方程, 男性人口发展方程只需把 w 改为 m):

$$x_w(i+1, t+1) = [1 - d_w(i, t)]x_w(i, t), \quad i = 0, 1, 2, \dots, m-1, t = 0, 1, 2, \dots \quad (6.2.1)$$

第 t 年出生人口数为:

$$f(t) = \sum_{i=i_1}^{i_2} b(i, t)x_w(i, t) = \beta(t) \sum_{i=i_1}^{i_2} h(i, t)x_w(i, t) \quad (6.2.2)$$

其中新生女婴数:

$$f_w(t) = f(t) \cdot \frac{100}{\varphi(t) + 100} \quad (6.2.3)$$

其中, $\varphi(t)$ 为第 t 年的出生性别比, 即每出生 100 名女婴则出生 $\varphi(t)$ 名男婴。

记 $d_{w0}(t)$ 为第 t 年出生女婴的死亡率, 即第 t 年出生但未活到人口统计时刻女婴比例, 则第 t 年存活下来的女婴数为:

$$\begin{aligned} x_w(0, t) &= [1 - d_{w0}(t)]f_w(t) \\ &= \frac{100}{\varphi(t) + 100} [1 - d_{w0}(t)]\beta(t) \sum_{i=i_1}^{i_2} h(i, t)x_w(i, t) \end{aligned} \quad (6.2.4)$$

同理, 记 $b'_w(i, t) = \frac{100}{\varphi(t) + 100} [1 - d_{w0}(t)][1 - d_w(0, t)]h(i, t)$, 女性人口数量向量 $X_w(t)$ 、出生

率矩阵 $B_w(t)$, 存活率矩阵 $A_w(t)$ 均与(6.1.10)~(6.1.13)同形式, 则可将上述关系表述为:

$$X_w(t+1) = A_w(t)X_w(t) + \beta(t)B_w(t)X_w(t) \quad (6.2.5)$$

同理, 男性人口发展方程为:

$$X_m(t+1) = A_m(t)X_m(t) + \beta(t)B_m(t)X_m(t) \quad (6.2.6)$$

其中 $b'_m(i, t) = \frac{\varphi(t)}{\varphi(t) + 100} [1 - d_{m0}(t)][1 - d_m(0, t)]h(i, t)$ 。

总人口发展过程模型为:

$$X(t+1) = X_w(t+1) + X_m(t+1) \quad (6.2.7)$$

以 2005 年为起始年, 由统计数据确定 $A_w(t), B_w(t), A_m(t), B_m(t)$, 并确定 $\beta(t)$ 和 $\varphi(t)$,

即可预测人口的发展过程。根据该模型能够分别预测出未来男性女性人口量的变化规律，老龄化趋势。根据参数所取值的不同，可以进行人口增长的中短期和长期预测。

6.3 模型三： 基于城镇化的人口修正预测

模型二将男性和女性的人口数当作两个独立的系统进行发展，根据它很容易计算出不同性别、年龄的人口分布。但是模型二与模型一都基于一个重要假设：仅考虑出生率死亡率的影响，不计迁移等社会因素的影响，因而只适用于一个独立的人口系统。

模型三以模型二为基础，把城市，乡镇和农村作为三个系统，分别应用模型二；同时考虑这三个系统间的人口迁移，即由农村向城市和乡镇迁移，使城镇化比率符合当前社会规律。

记城市、乡镇和农村第 t 年 i 岁的人口数分别为 $xc(i,t)$, $xz(i,t)$, $xx(i,t)$ ，其他变量、矩阵都作类似定义，分别应用模型二。例如城市人口发展方程以矩阵形式表示为：

$$\begin{aligned} XC(t+1) &= XC_w(t+1) + XC_m(t+1) \\ &= AC_w(t)XC_w(t) + \beta c(t)BC_w(t)XC_w(t) + AC_m(t)XC_m(t) + \beta c(t)BC_m(t)XC_m(t) \end{aligned} \quad (6.3.1)$$

同理，乡镇人口发展方程的矩阵形式：

$$XZ(t+1) = XZ_w(t+1) + XZ_m(t+1) \quad (6.3.2)$$

农村人口发展方程的矩阵形式：

$$XX(t+1) = XX_w(t+1) + XX_m(t+1) \quad (6.3.3)$$

定义城镇化比率：

$$\text{城镇化} = \frac{\text{城镇人口}}{\text{全国人口}} = \frac{\text{城市人口} + \text{乡镇人口}}{\text{全国人口}} \quad (6.3.4)$$

用数学符号表示为：

$$c(t) = \frac{\sum_i [xc(i,t) + xz(i,t)]}{\sum_i [xc(i,t) + xz(i,t) + xx(i,t)]} \quad (6.3.5)$$

$c(t)$ 表示城镇化随时间变化的函数，是由目前实际情况和今后政策决定的。

由上式可推算出第 t 到第 $t+1$ 年间走出农村的流动人口数为：

$$\text{move}(t) = \sum_i xx(i, t+1) - [1 - c(t+1)] \sum_i [xc(i, t+1) + xz(i, t+1) + xx(i, t+1)] \quad (6.3.6)$$

按照假设 6)，流动人口按城市和乡镇目前的人口总量的比例分配给他们，则各地区人口总量修正为：

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_i xc'(i, t+1) = \sum_i xc(i, t+1) + move(t) \frac{\sum_i xc(i, t+1)}{\sum_i [xc(i, t+1) + xz(i, t+1)]} \\ \sum_i xz'(i, t+1) = \sum_i xz(i, t+1) + move(t) \frac{\sum_i xc(i, t+1)}{\sum_i [xc(i, t+1) + xz(i, t+1)]} \\ \sum_i xx'(i, t+1) = \sum_i xx(i, t+1) - move(t) \end{array} \right. \quad (6.3.7)$$

再按照假设 7)，流入流出人口不改变该地区人口的性别、年龄结构，则修正后的人口分布与修正前相同。

求解时，先确定函数 $c(t)$ ，按年迭代计算各地区人口数量分布，再按式(6.3.6)~(6.3.7)修正，将修正后的结果迭代回式(6.3.1)~(6.3.3)即可。

7. 模型求解

以上三个模型中，模型三考虑最全面，易于根据模型分析人口趋势和指标，并且同时适用与中短期预测与长期预测。因此以下均按照模型三进行求解。

7.1 中短期预测与分析

7.1.1 模型参数计算

➤ 出生率

按照 $\beta(t) = \sum_{i=i_1}^{i_2} b(i, t)$ 计算 01~05 各年总和生育率，列表如下（由于 SARS 的影响，03 年

数据出现异常，故求平均值是剔除了 03 年的数据）：

表 1. 历年总和生育率

	城	镇	乡
2005 年	0.926	1.278	1.654
2004 年	1.048	1.347	1.687
2003 年	0.095	0.132	0.168
2002 年	0.960	1.203	1.653
2001 年	1.002	1.189	1.604
平均值(剔除 03)	0.984	1.254	1.649

按各地区育龄妇女总数对 β 值加权平均，可以得到全国妇女总和生育率为 1.375。根据国家计划，30 年内应该把总和生育率控制在 1.8 以内才能将人口峰值控制在 15 亿。按照现在的总和生育率，并不需要再降低总和生育率。我们推测存在隐瞒黑户不报等状况，

导致普查得到总和生育率低于实际值，中短期预测仍采用 1.8 作为全国妇女总和生育率。

由 $h(i,t) = \frac{b(i,t)}{\beta(t)}$ 可计算出生育模式 $h(i,t)$ ，以城市妇女为例，作图如下：

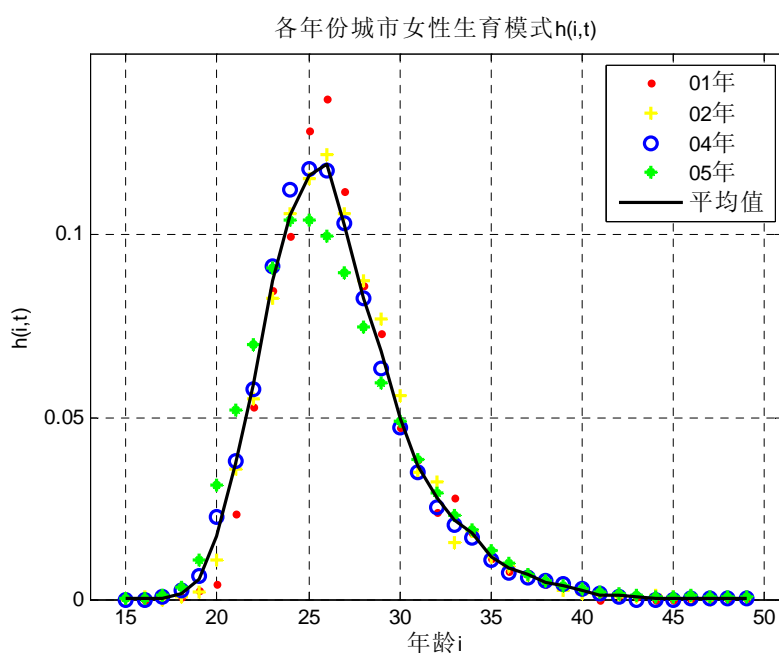


图 1. 各年份城市女性生育模式图

由图可见生育模式很稳定，随年份波动很小。中短期预测中取其平均值作为生育模式是合适的。

➤ 死亡率

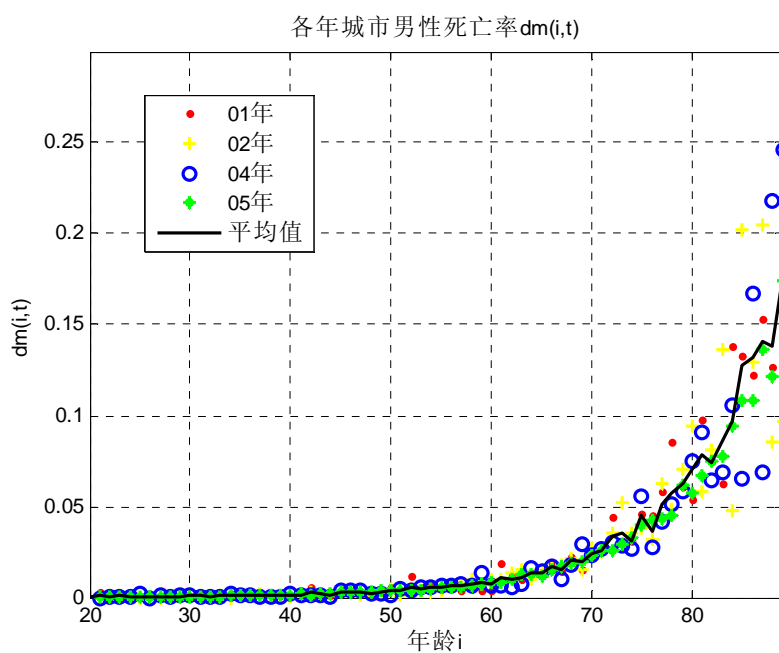


图 2. 各年份城市男性死亡率

各地区人口死亡率随年龄变化的趋势是一致的，随着年龄的增大死亡率明显升高，年与年之间波动明显。资料显示随着医疗水平的提高，死亡率将按年份呈递减趋势。但是整体趋势变化非常缓慢，因此中短期预测取平均值代替。

➤ 城镇化比率

下表列出了 1995 年至 2005 年间的城镇化比例（数据来自国家统计局人口统计年鉴）：

表 2. 城镇化比率(%)

年份	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005
城镇化	29.04	30.48	31.91	33.35	34.78	36.22	37.66	39.09	40.53	41.76	42.99

对这些数据做线形拟合：

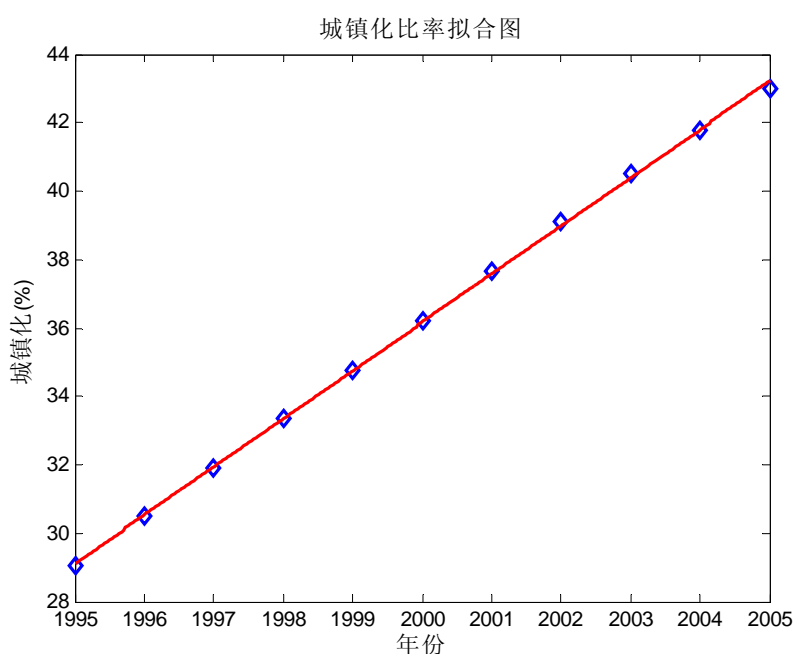


图 3. 城镇化比率中短期拟合图

拟合结果为：

$$c(t) = 1.41t - 2381.7 \quad (7.1.1)$$

可以看出数据的线形性非常好，残差水平为 0.32，中短期内可采用线形模型预测城镇化比率。当然，长期预测使用线形模型不可行，否则农村人口将趋于 0。长期预测中城镇化比率与政策相关，在以后的预测中将予以重新讨论。

7.1.2 人口增长趋势与城镇化的影响

按照国家计划，30 年内应把总和生育率控制在 1.8 以内。然而，以 2005 年为起始年，根据上面建立的模型得到全国总人口趋势图。由图知在以后的人口发展中，人口自然增长率呈现降低趋势，标志着中国进入了人口低增长阶段。在 2025 年以后人口出现负增长。但在一些年份人口增长有略上升的趋势，表明人口增长有反弹的趋势，但不影响较长期人口发展的变化。

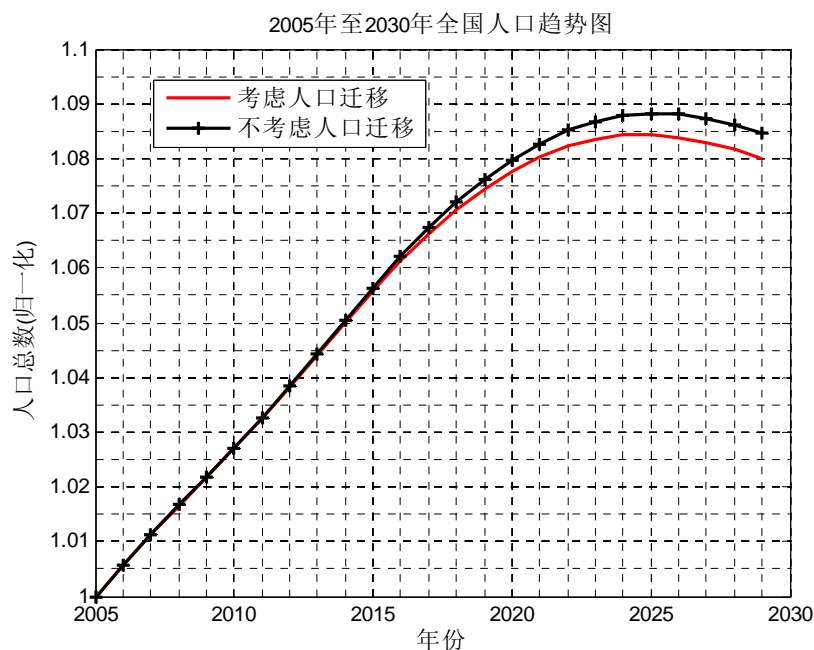


图 4. 全国人口预测(以 05 年归一化)

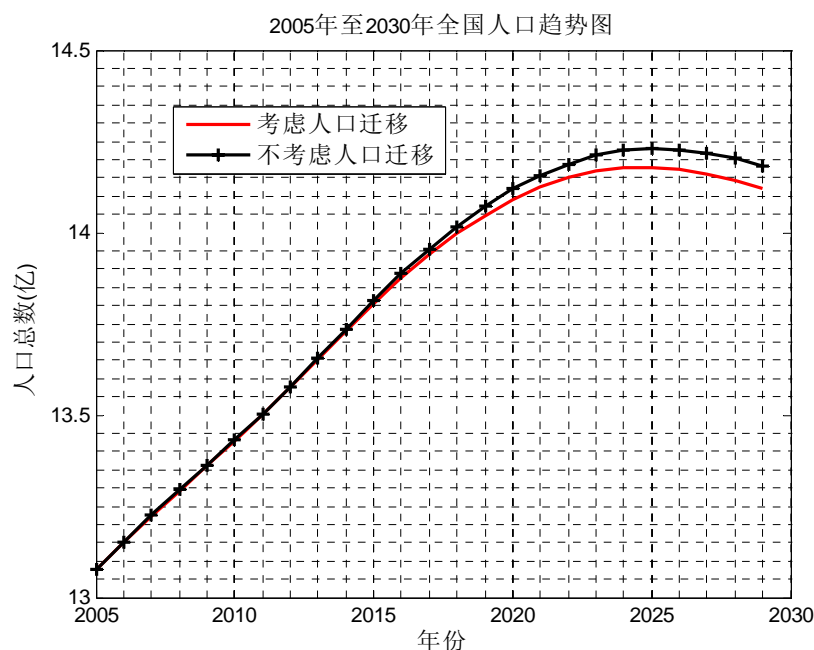


图 5. 全国人口预测

根据模型解得的结果（图 6），按此预测，总人口在 2010 年，2020 年分别达到 13.43 亿人和 14.12 亿人。在 2025 年人口数达到最大值，为 14.23 亿人。与国家人口发展战略研究课题组预测的数据相比，相同年份人口数偏小，人口最高峰出现年份提前。这种结果的出现是由于中短期预测时人口出生率、死亡率仅仅取了附件中给出的各年份平均值而未做详细讨论，导致预测出的人口数偏小，同时人口峰值出现年份提前。

下面给出了城、镇和乡的人口预测结果：

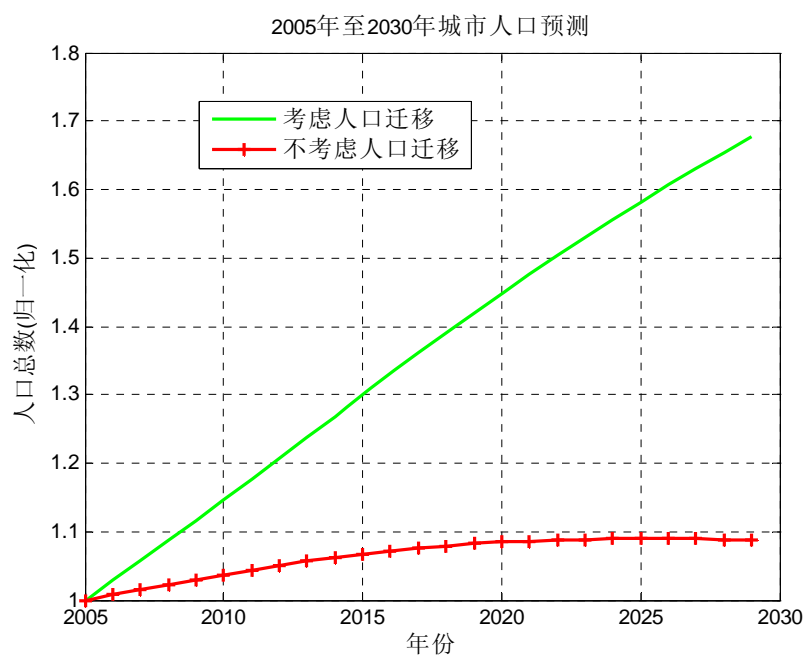


图 6. 城市人口预测(以 05 年归一化)

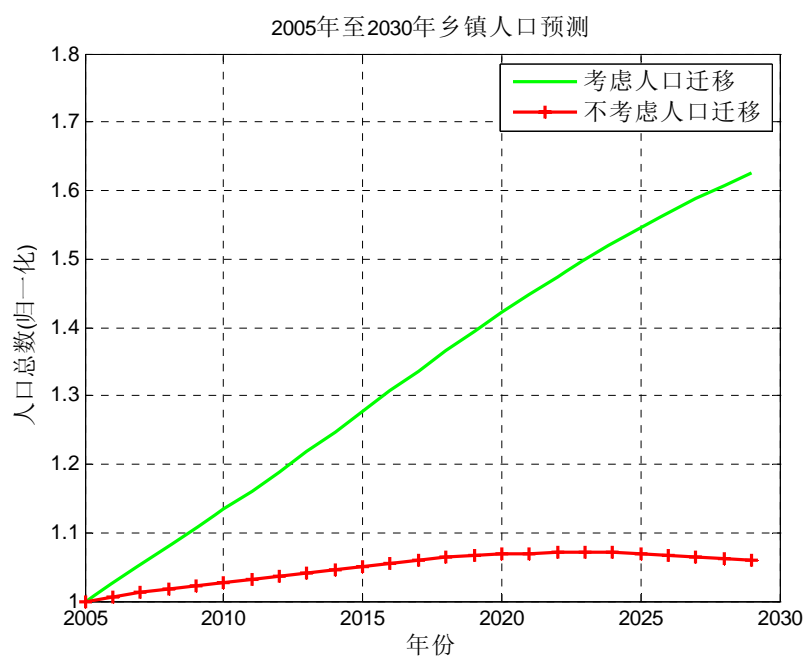


图 7. 乡镇人口预测(以 05 年归一化)

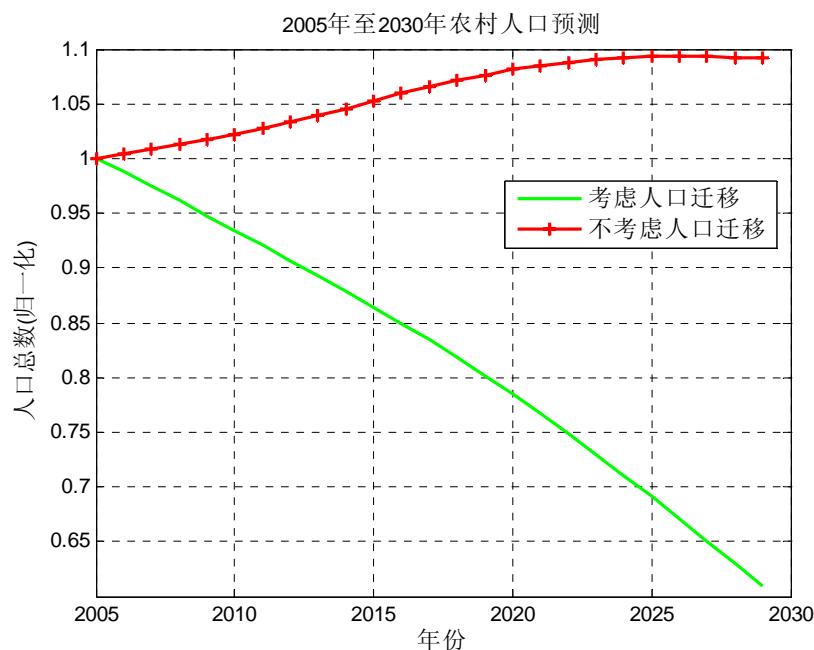


图 8. 农村人口预测(以 05 年归一化)

由上面的预测图可以看出，市，镇人口数均呈现增加的趋势。而乡的人口数则随时间推移逐渐下降。市，镇人口数增加一方面来自于原住人口的自然增长，另一方面来自于城镇化人口数量的增加。引起乡人口数变化的因素包括乡人口的出生，死亡和城镇化引起的人口减少。与镇人数相比，市人口数增加更快。但两者的增长随着时间推移都会减缓。

在中短期的人口预测中，考虑城镇化因素会得到不同的预测结果，对结果的影响可直接由图上看。考虑城镇化因素后，全国的人口总数较之不考虑时有所下降。这是由于城镇化引起市，镇，乡人口数的改变，而三种区域之间出生率，死亡率呈现不同的特点所致。同样，由于乡村人口向市镇人口的转变，市镇人数会有所增加。而由于乡村人口向市镇人口的转变，人口发展趋势有很大改变。

7.1.3 人口老龄化分析

人口老龄化定义：指人口中老年人比重日益上升的现象。一般认为，如果人口中 65 岁及以上老年人口比重超过 7%，或 60 岁及以上老年人口比重超过 10%，那么该人口就属于老年型。

下图绘出了人口年龄结构随时间推移的趋势变化。可看出，随时间推移，人口年龄构成向老龄化方向偏移，且老年人所占比例呈升高趋势。

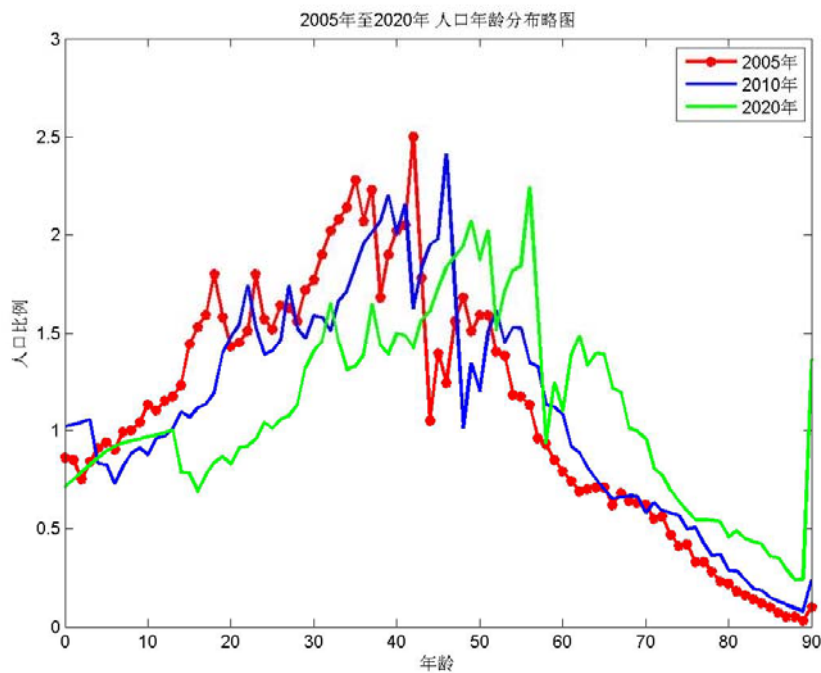


图 9. 2005 至 2020 人口年龄分布略图

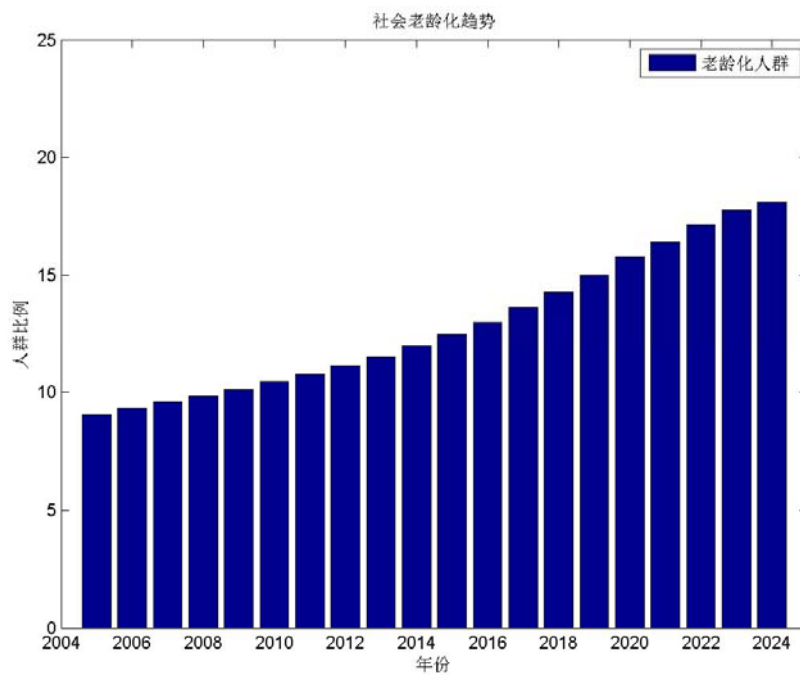


图 10. 老龄人口比例随时间变化图

上图的老龄化人群比例图显示，在 2004 年我国已处于老龄化社会阶段，且老年人口数量日益增多。

表 3. 十年内人口结构(%)

	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
少年	19.56	18.79	18.17	17.62	17.24	16.82	16.59	16.45	16.36	16.40
青壮年	71.39	71.89	72.26	72.57	72.67	72.77	72.67	72.43	72.16	71.62
老年	9.05	9.32	9.57	9.81	10.09	10.41	10.73	11.11	11.48	11.98

	2015	2016	2017	2018	2019	2020
少年	16.41	16.44	16.53	16.62	16.64	16.61
青壮年	71.09	70.55	69.79	69.03	68.25	67.49
老年	12.50	13.01	13.69	14.35	15.11	15.89

注：各种类型人的区分标准为：

0~14：少年； 15~65：青壮年； 65 岁以上：老年。

通过以上图标我们可以清楚地看到中国在 2005 年就已经进入老年型社会（为 9.05%），并且随着时间的推移，这一趋势还在进一步加强,到 2020 年 65 岁以上老年人所占比例已高达 15.1%超出了老年性社会标准的一倍。人口总数已接近 2 亿。

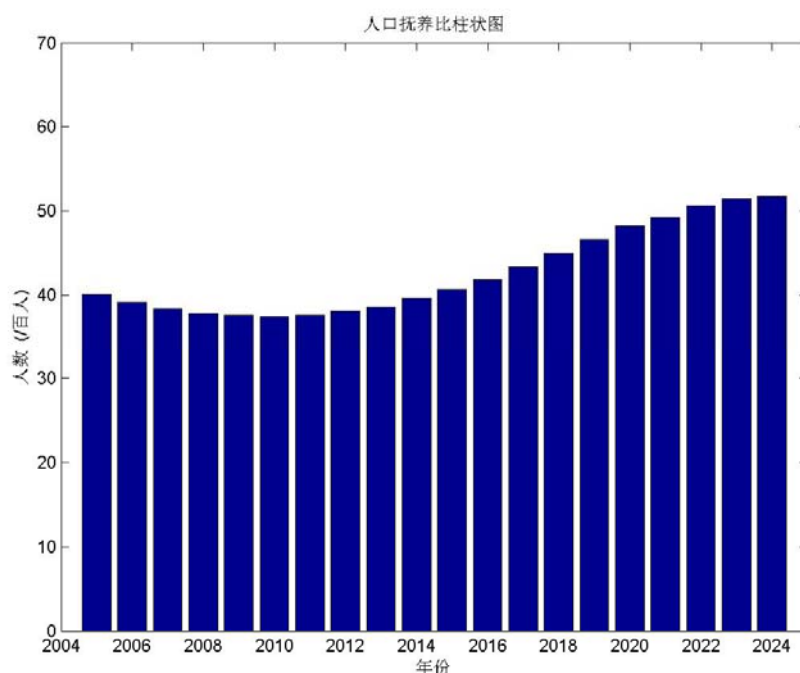


图 11. 人口抚养比随时间变化图

人口抚养比定义：指人口总体中非劳动年龄人口数与劳动年龄人口数之比。通常用百分比表示，说明每 100 名劳动年龄人口大致要负担多少名非劳动年龄人口，用于从人口角度反映人口与经济关系的基本关系。

在未来的时期内，人口抚养比呈增大趋势。预测得到的抚养比变化图与附件 1 中给出的有相同的趋势，且预测所得的抚养率取值大致相同。

7.2 长期预测与分析

与人口增长中短期预测相比，在长期预测的模型中，更多的因素会影响预测的结果，相同因素的影响作用可能会不同。由于影响人口的参数众多，且长期预测参数大都受到政策调控的影响，因此我们采用单一因素分析法，即在保持其它参数不变时，对某一关心的参数进行研究。并在最后综和各个因素，对人口进行长期的预测。

7.2.1 总和生育率

对于总和生育率的取值，我们列出如下几种特殊情况予以讨论：

- 1. 保持附件 2 中的近年总和生育率 1.375；
- 2. 按照附件 1 中建议值 1.8；
- 3. 按照生育更替水平值 2.1；
- 4. 按照调查得到的生育意愿值：农村 1.8，城市 1.56。

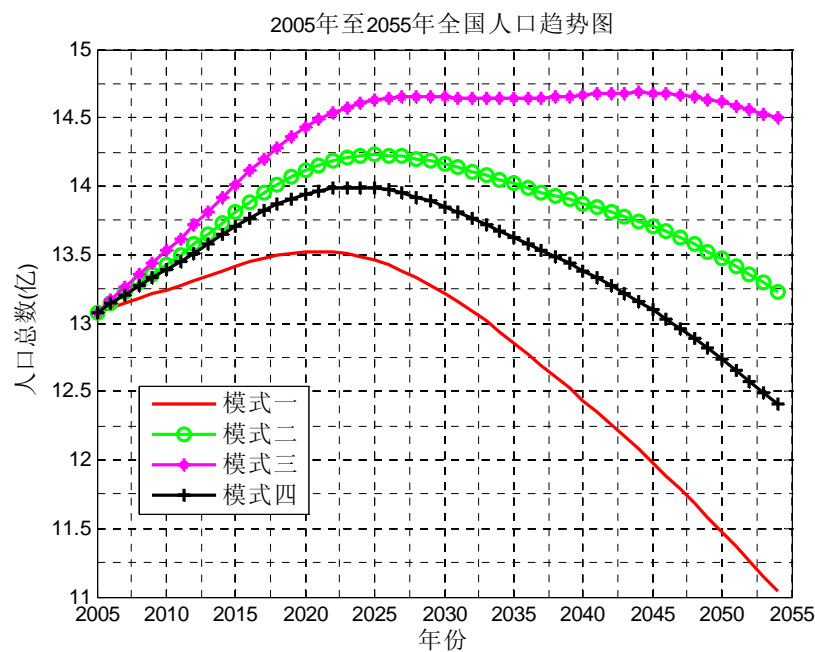


图 12. 不同 β 值对全国总人口的影响

四个模式的人口发展趋势表明由于我国计划生育实行效果显著，再加上人们生育观念的改变无论是按照现有的调查水平，人口建议水平还是人民的生育意愿值，在未来 50 年内人口都将显著减少。尤其是按照实际调查值未来人口在经过小幅上升后迅速减少，而且下降趋势还呈不断增大的态势。按照生育意愿的曲线与实际调查数据趋势相同，不必赘述。模式二是国家提倡的总和生育率。在经过缓慢上升后开始缓慢下降，并表现出一种稳定在某一值的态势。这一趋势最有利于人口的平稳过渡，既平衡了劳动力突然下降所造成的不良后果，又不会再产生最大的人口总数。模式三是一个不衰减标准，体现出了本模型的合理性。

7.2.2 出生性别比

对出生性别比进行拟合，若出生性别比按照拟合的趋势继续线形增大，得到 50 年内男女性别比例如下图：

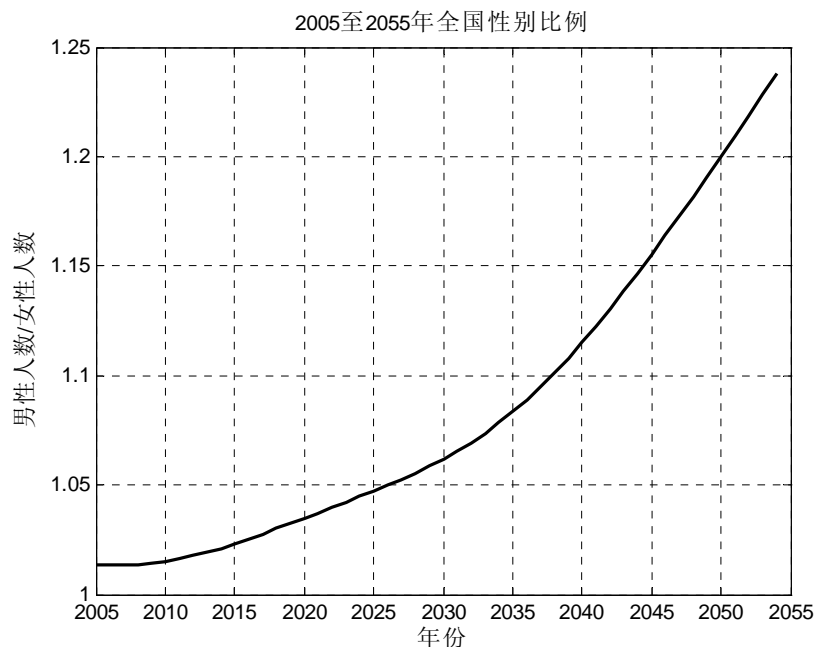


图 13. 2005 至 2055 全国性别比例预测

可以看出由于出生性别比的不断变大，导致从小年龄段开始男女性别比失调不断加剧，最终影响到人口数量的变化。因此，我们对出生性别比的处理方法是立即采用政策干预，遏制其现行增长趋势，使其趋于正常。

性别比的干预公式为：

$$\varphi'(t) = \varphi(t) \cdot e^{-\alpha t} \quad (7.2.1)$$

其中 t 表示从 2005 年开始的第 t 年。假设在 50 年内使出生性别比趋于正常，即自然出生性别比 102~107，计算得到 $\alpha = 0.0023$ 。

在此基础上的各年龄段性别比：

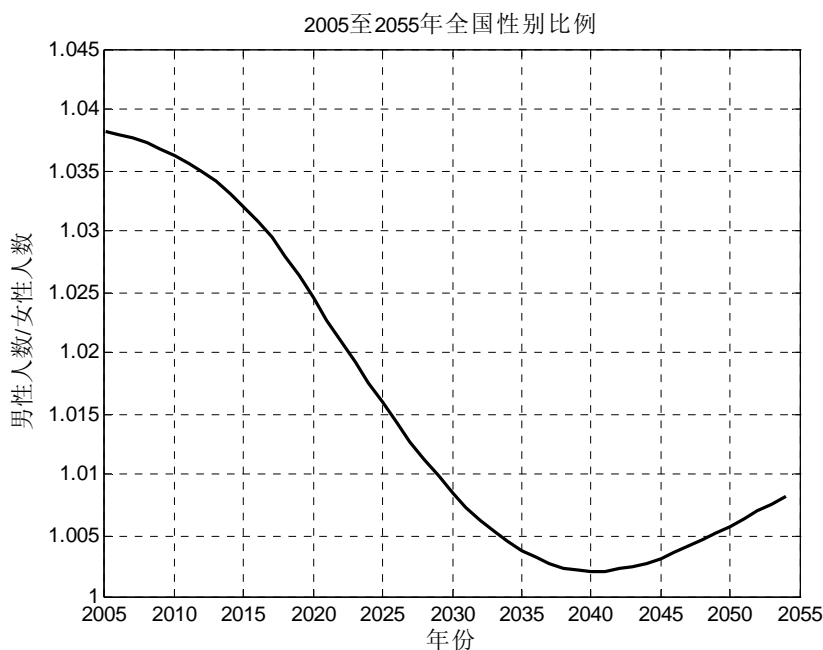


图 14. 2005 至 2055 全国性别比例预测

7.2.3 城镇化

很明显我国城镇化进程不可能按照线形增长长期发展下去。根据可靠资料显示由于近几年来城市发展迅速，很多镇乡人口变成城市人口，但随着城镇化规模的不断加大，城镇化率不可能一直像近几年一样以每年 1.4% 的增速增长。据文献，到 2020 年，中国城镇化率将发展到最大值，中国城镇化将逐渐变缓，最终进入城镇化比率为 0.7~0.8 的平稳区。

鉴于未来中国城镇率的上述特点我们采用 Logistic 模型进行拟和，得到的中国城镇化趋势的预测式为：

$$c(t) = \frac{0.75}{1 + 1.0443 \cdot e^{-0.0501t}} \quad (7.2.2)$$

以此为基础预测的总人口走势为：

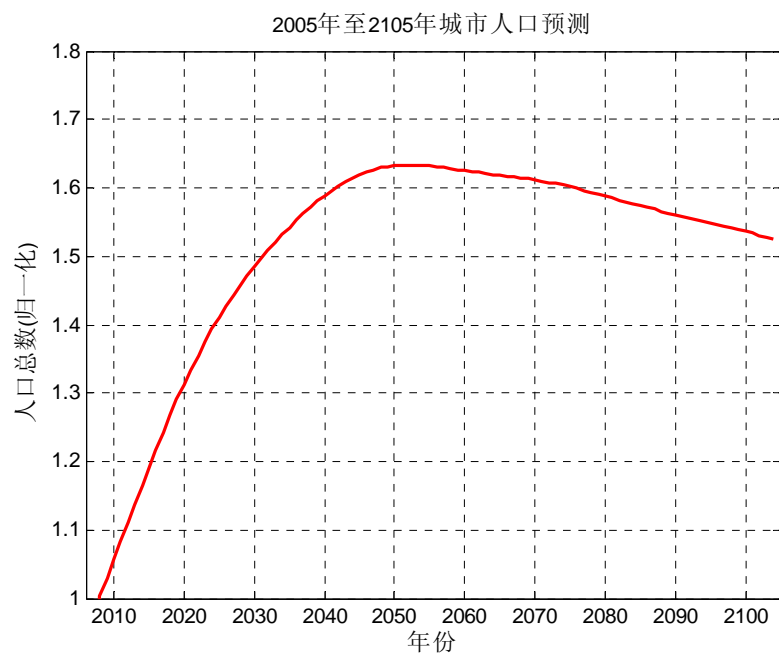


图 15. 2005 至 2105 全国城市人口预测

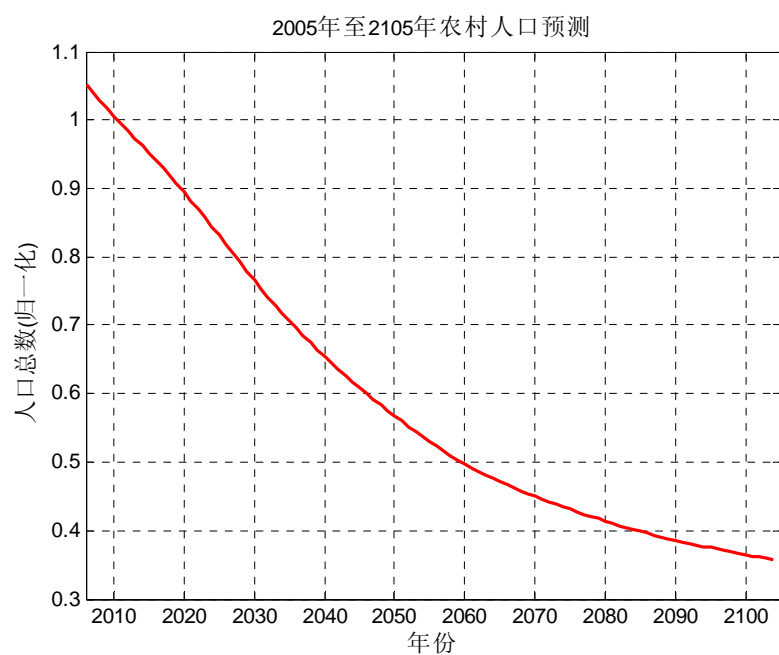


图 16. 2005 至 2105 农村人口预测

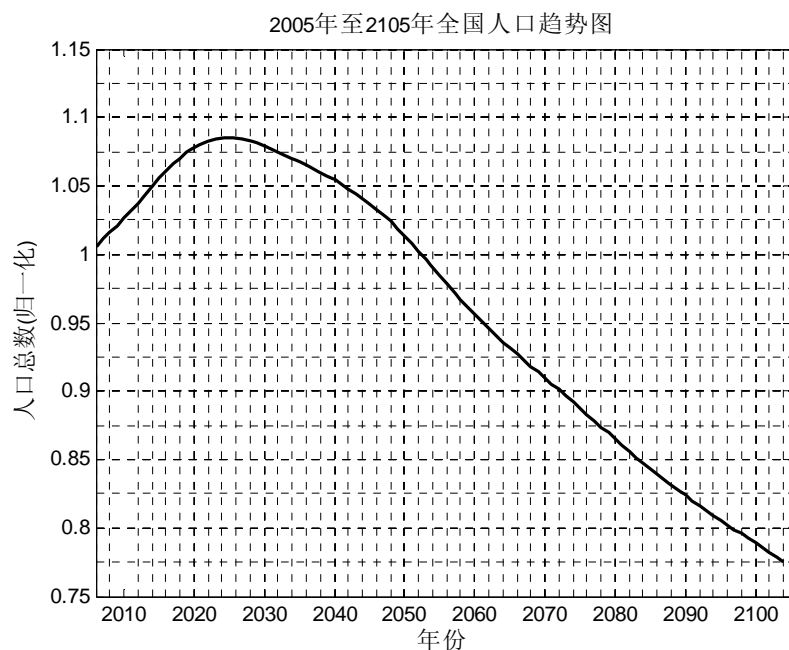


图 17. 2005 至 2105 全国人口趋势图

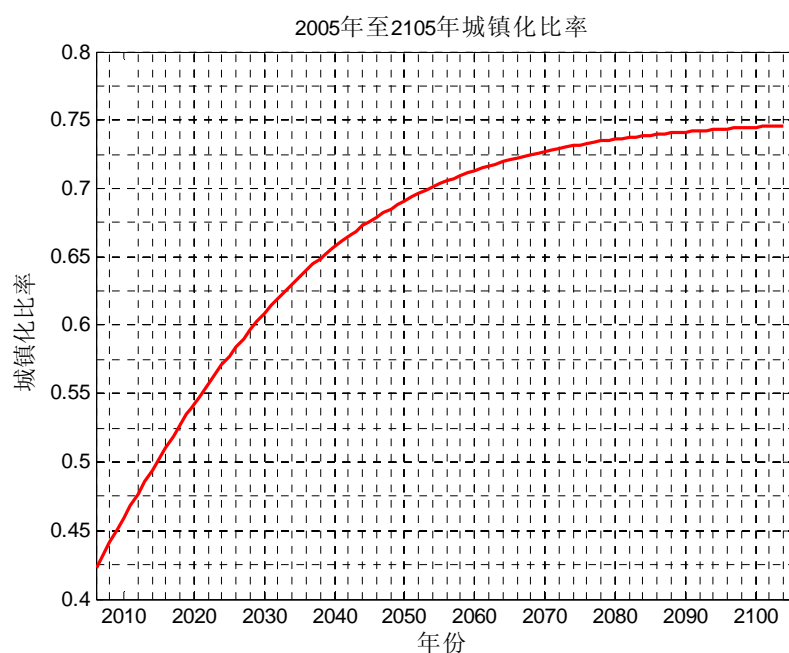


图 18. 2005 至 2105 城镇化比例

从以上各图中我们可以看到城镇化率不断提高到 2100 年左右时接近 0.75，该数据是根据国家发展规划得到的。城镇人口则现增后减，体现出两个阶段的人口发展：第一阶段是 2050 年之前，城镇率的影响占据主要地位，大量的农村人口涌入到城市或由于许多农村发展而变成城镇人口。因此城市人口不断增加，而农村人口则不断下降，它的人口主要到两部分城市和乡。因此乡的人口净增长也成上升趋势。第二阶段是 2050 年后一方面全国总人口数不断下降，城镇人口发展增速也不断减小。因此均呈现出下降趋

势。总体说该模型较正确的说明了在未来一百年内城市，镇，乡的发展趋势。

8. 模型优缺点分析

模型一假定男女死亡率相等，且并未考虑新生儿的性别比例，不利于对预测人口性别比例的研究。本模型改进了模型一，将男性和女性的人口数当作两个独立的系统进行发展，总人口趋势由两者共同决定。与模型一相比，模型二更加精确，且利于考查性别比例的变化。

模型二将男性和女性的人口数当作两个独立的系统进行发展，根据它很容易计算出不同性别、年龄的人口分布。但是模型二与模型一都基于一个重要假设：仅考虑出生率死亡率的影响，不计迁移等社会因素的影响，因而只适用于一个独立的人口系统。

模型三以模型二为基础，把城市，乡镇和农村作为三个系统，分别应用模型二；同时考虑这三个系统间的人口迁移，即由农村向城市和乡镇迁移，使城镇化比率符合当前社会规律。

总体讲这三个模型逐渐细化了构成人口的各部分的自我发展，极大方便了我们研究人口的各个组成部分。与其它整体把握的模型相比有很大的优势。但也正因为这个优点也潜伏着一些问题：

1. 靠每年迭代取得下一年数据。会产生累积误差。迭代次数越多误差越大，因此其对长期的数据预测的准确性会产生一定的影响。
2. 参数众多，这三个模型的特点就是分析细致，将人口数目细化到各年龄数。但这样同样造成了参数繁冗，误差较大的弊端。
3. 参数较细致变化趋势难以预测。例如我们在模型求解过程中分析性别比例的变化时，即使统计近十年的平均出生性别比，也不能准确的得到一个能较好的反映其未来发展趋势的曲线。因此我们采用了简单的线性曲线。用以体现性别比对人口的影响。这就可能导致在长期预测中加大累积误差的影响。

9. 模型扩展

由于在前面所列模型及其改进中存在着由于累积误差而使人口长期预测可能出现较大偏离的可能。根据中国国情，人口率很大一部分是按照政府的措施变化的，例如解放初期人口的爆炸式增长和 90 年代的计划生育对人口的显著影响。我们改换思路从政府的角度考虑未来人口的走势。作为政府对待人口增长的态度主要有三种

1. 人口净增长率过高，为了限制自然增长率而实行类似计划生育的政策。如我国。
2. 人口净增长率过低，为了增加自然增长率而实行鼓励生育的政策。如一些发达国家。
3. 人口净增长率约为 0，政府对人口增长处于一种监察状态，并未采取措施控制。如部分拉美国家。

显然，三种状态政府的投入由高到低，而人民满意度却是由低到高。

我们把第三种状态定为政府期望状态，即政府希望通过调整政策并采取一定的措施将人口逐步控制在某一范围内。以使人口净增长率能够在没有政府干预的前提下基本稳定在 0 左右。以减少政府的出面干预。

模型假设：

1. 未来中国人口趋于稳定，不会出现由于人为或非人为的因素而出现较大波动的波峰

和波谷。

2. 中国所能承受的最大人口限度为 16 亿（摘自《陈卫 孟向京：中国人口容量与适度人口问题研究》）
3. 在达到某一范围后，人口增长将不受政府干预而是由各人所占的资源决定的。

模型建立：

根据假设三，从人口生态学的角度出发，随着人口数量 x 的不断增长，人口数量日益接近环境条件所允许的饱和水平，因此，抑制人口继续增长的作用也在加强，人口增长率也逐渐变小，并最终趋于零，当人口具有零增长率的时候，人口数量就达到了该区域所能承受的最大人口数量（ k ）设人口出生率 $\omega(x)$ 死亡率 $u(x)$ 和人均增长率 $\frac{1}{x} \frac{dx}{dt}$ 分别为：

$$\begin{cases} \omega(x) = a_1 - b_1 x \\ u(x) = a_2 + b_2 x \\ \frac{1}{x} \frac{dx}{dt} = \omega(x) - u(x) = (a_1 - a_2) - (b_1 + b_2)x \end{cases} \quad (9.1)$$

则人口演化过程可以用下面的逻辑斯蒂Logistic方程来表述

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = rx(l - \frac{x}{k}) \\ x|_{t=0} = x_0 \end{cases} \quad (9.2)$$

其中 $r = a_1 - a_2, k = \frac{(a_1 - a_2)}{(b_1 + b_2)}$

方程中右端的非线性项 $-\frac{r}{k}x^2$ 称为抑制项，对人口增长起抑制作用
解方程得：

$$x = \frac{k}{1 + (\frac{k}{x_0} - 1)e^{-rt}} \quad (9.3)$$

求解目标：基本Logistic模型的人口自主稳定范围。

模型求解：

人口系统是一个非线性开放系统，具有耗散结构特征，因此对人口系统的稳定性可通过稳定性判据来判定。根据耗散结构理论处于非平衡线性区的系统的稳定性可通过最小熵产生原理 $\frac{dp}{dt} \leq 0$ 来判定。

由于求解过程较为复杂且与人口问题基本无关，因此本论文只列出最终结果：

$$\frac{k}{2} \leq x \leq (1 + \frac{1}{\sqrt{3}}) \frac{k}{2} \quad (k \text{ 为系统所能承受的最大人口数量})$$

因此我们可以得到中国的人口稳定范围为：

$$8 \leq x \leq 12.6$$

即当人口总数稳定在 8~12.6 亿范围内后，人口净增长将约趋于 0。

该模型与第三个模型的综合分析：

由于该模型从整体指标下手，而且是从政府的角度建立的，因此对于长期总体人口预测有很大的借鉴意义。这一点与模型三恰好互补。因此我们可以将这两个模型结合起来。让预测结果同时满足这两个模型的约束条件。即确定适当的 β 值使人口总数最后稳定在 8~12.6 亿这一范围。由于时间原因，我们没有具体对数据进行计算但根据四种总和生育率模式的预测图可以看出达到政府期望状态的值应该在 1.8 到 2.1 之间。

10. 对中国人口政策的建议

1. 加强有关消除性别歧视的教育，尤其是对乡村。可以适当对女孩家庭给予一定的鼓励。我们通过对数据统计发现 0~5 岁的男女比例明显大于其它年龄段，由于在实际中婚龄男性一般期望自己的配偶比自己小几岁，因此若现在加大对性别比的控制，还是有可能将未来所谓的几千万光棍的问题平稳解决的，否则性别比将会进一步增大差距，并在大约二十年后，其影响渐渐显现出来。对社会的安定造成威胁。
2. 做好迎接老年社会的准备，这一过程可能会花 50 年或更长的时间。政府应该尽快加大对相关基础设施的建设。
3. 人口红利作用减弱，劳动人口总量减少，政府应该注重对人才的素质培养。加大对教育的投入力度。使中国逐步摆脱劳动密集型社会，向科技密集型社会转变。
4. 继续实行计划生育政策，现阶段中国正面临着一个新的人口出生高峰。政府应该积极应对，做好人口的平稳过渡。
5. 加大人口普查的力度。人口普查是国家详细了解我国人口状况的重要方式。但我们通过所给附件中数据的分析发现有一些数据并不准确，有的甚至存在矛盾。
6. 实施人口政策要逐步实现从惩罚向激励的转变。通过对全部数据的分析，我们得出中国人口再过约 20 到 30 年将会有一个较大幅度的下降。也就是说，在 80 年代所出台的计划生育政策开始渐渐产生影响。因此为了维持我国劳动力不会出现短缺的问题，政府应该一方面做好农村人口的转移工作即加大对农民的教育投资，另一方面，应该时刻监视我国人口的发展趋势。防止人口出现反反弹。

11. 参考文献

- [1] 姜启源等，数学模型（第三版），北京：高等教育出版社，2003
- [2] 国家统计局人口和就业统计司，中国人口统计年鉴—2006，北京：中国统计出版社，2006
- [3] 新华网，2005 年我国农村孕产妇及婴儿的死亡率是城市的 2 倍多，
http://www.zj.xinhuanet.com/newscenter/2006-11/17/content_8540209.htm,
2006-11-17
- [4] 博客中国，以人为本，用科学的发展观看待人口问题，
<http://beijingdaxue.bokee.com/668260.html>，2005-02-03

- [5] 国家文件，人口发展“十一五”和2020年规划简介，
<http://www.hebrkjs.gov.cn/xinxi/news/2007124/2007124170309.htm>，2007-01
- [6] 孙祥等，matlab 7.0 基础教程，北京：清华大学出版社，2005
- [7] 王晓东，计算机算法设计与分析（第2版），北京：电子工业出版社，2004
- [8] 杨超，运筹学，北京：科学出版社，2004