

# 出版社的资源配置方案

## 摘要:

题中提供了一些关于出版社的抽样调查数据和某出版社在 5 年内的销售量与书号数的信息,我们通过筛选这些信息来合理分配书号而达到出版社的最大利益。在这道题中是我们通过对强势产品的不同定义来提出对书号的不同分配方案。

在模型一中,我们认为单个书号的销售量大的为强势产品,也就是追求利润最大。在剔除了异常数据后使用灰色预测来预测 06 年的各课程单个书号的平均销售量,再应用线性规划求出 72 种课程书号数的初步分配方案。由于事实上总销量不会随书号数线性增加,我们利用市场占有率求得总销量增长率为 0 时的饱和书号数,从而修正不同书号数下的单书号销售量。

在模型二中认为分配需要两步:总社先分配给分社然后分社自行分配。我们给出了一个算法,通过多项式拟和各类 5 年单个书号的平均销售量和总销售量,来对 06 年的书号进行预分配,并和计划的总分配结果相比较,兼顾利润和公平性,对结果进行调整得到最终的分配方案。

在模型三中,附表 2 中体现出的市场占有率,出版社在人们心中的地位以及人们对各种课程的满意度使我们从不同角度定义强势产品,在构造满意度时我们应用了层次分析法对其进行量化,使课程之间具有可比性。在处理这个多目标优化问题时,首先我们用不同的单目标对书号数进行分配,然后将分配结果进行加权求和,也达到了鼓励分社综合改善这些目标的目的。

**关键词:** 灰色预测      线性规划      市场占有率      层次分析法

## 1. 问题重述

资源配置是总社每年进行的重要决策，直接关系到出版社的当年经济效益和长远发展战略。在实际生活中书号捆绑了出版社的资源，主要包括人力资源、生产资源、资金和管理资源等，经过各个部门的运作，形成成本和利润。

某个以教材类出版物为主的出版社，总社领导每年需要针对分社提交的生产计划申请书、人力资源情况以及市场信息分析，将总量一定的书号数合理地分配给各个分社，使出版的教材产生最好的经济效益。一般以增加强势产品支持力度的原则优化资源配置。资源配置完成后，各个分社（分社以学科划分）根据分配到的书号数量，再重新对学科所属每个课程作出出版计划，付诸实施。

根据数据资料，利用数学建模的方法，在信息不足的条件下，提出以量化分析为基础的资源（书号）配置方法，给出一个明确的分配方案，向出版社提供有益的建议。

## 2. 问题分析

这是一个最优化问题，优化的目标是出版社的利益，通过增强强势产品支持力度的原则优化资源配置，其中附录 3 给了我们 01-05 年各课程计划和实际销售量的数据，附表 4 表明 01-05 年实际分得的书号数以及 06 年申请的书号数，附表 5 体现了各个分社的人力资源，首先我们要分析利益的影响因素，从简单考虑，出版社追求的利益就是指利润，利润和销售量和价格有关，我们认为单个书号的销售量可以反映该产品的强势程度，用前 5 年单个书号的销售量可以预测出来 06 年单个书号的销售量，同时书号数与总销售量有一定关系的，书号数的分配制约着总销售量的变化，但这并不是一个线性的关系，需要进行观察构造，通过规划可以求出最优解。

同时我们从附表 2 我们还可以得出一些信息，比如说市场占有率，出版社在人心中的地位以及人们对某出版物的满意度，他们在不同程度上影响着销量以至书号的分配。那么我们如何把这些因素综合起来得出最好的分配方案呢，这显然是一个多目标问题，我们理解强势产品的定义不一样，目标也不一样，考虑分配时则应该把所有的因素都引入到模型中，可以把每个因素按照单目标考虑，然后把目标加权后得到多目标的分配值。

## 3. 模型假设

1. 假定同一课程不同书目价格差别不大，同时销售量相近。
2. 该出版社在定价时保持对所有教材利润率同一。所以使利润最大也就是使总销售总额最大。
3. 假设只考虑那 72 种主要课程，而不考虑各分社的其他课程。
4. 假设在附录中的数据都是合理的，但还是存在一些奇异数据，我们认为他们是错误数据，对其进行排除。
5. 假设分配书号时不仅给当年版次的书分配书号，而且给其它年版次的书分配书号。
6. 不考虑新的人力资源计划。

## 4. 符号约定

符号	含义
P	出版社的总销售额

$t_k$	k 类学科的课程数
$\text{cost}_i$	第 i 个课程的课程均价
$S_{ij}^{\text{计}}$	第 i 个课程在第 j 年的计划销售量 ( $i=1,2\cdots 72; j=2001,2002\cdots 2005$ )
$S_{ij}^{\text{实}}$	第 i 个课程在第 j 年的实际销售量 ( $i=1,2\cdots 72; j=2001,2002\cdots 2005$ )
$m_{ij}$	第 i 个课程在第 j 年得到的书号数 ( $i=1,2\cdots 72; j=2001,2002\cdots 2005$ )
$q_{ij}^{\text{实}}$	第 i 个课程在第 j 年的每个书号的平均实际销售量 ( $i=1,2\cdots 72; j=2001,2002\cdots 2005$ )
$m_i^{\text{申}}$	第 i 个课程在 2006 年申请的书号数 ( $i=1,2\cdots 72$ )
$m_i$	第 i 个课程在 2006 年分配的书号数 ( $i=1,2\cdots 72$ )
$m_k$	第 k 类分社在 2006 年分配的书号数 ( $i=1,2\cdots 72$ )
$q_i$	第 i 个课程在 2006 年每个书号数的平均预测销售量 ( $k=1,2\cdots 9$ )
$n_k^{\text{测}}$	第 k 类分社的策划人员的数量 ( $k=1,2\cdots 9$ )
$c_k^{\text{测}}$	第 k 类分社的策划人员的工作能力 ( $k=1,2\cdots 9$ )
$n_k^{\text{编}}$	第 k 类分社的编辑人员的数量 ( $k=1,2\cdots 9$ )
$c_k^{\text{测}}$	第 k 类分社的编辑人员的工作能力 ( $k=1,2\cdots 9$ )
$n_k^{\text{校}}$	第 k 类分社的校对人员的数量 ( $k=1,2\cdots 9$ )
$c_k^{\text{校}}$	第 k 类分社的校对人员的工作能力 ( $k=1,2\cdots 9$ )
$\alpha_{ij}$	人们对第 i 个课程在第 j 年的综合满意度
$\beta_{nj}$	出版社 n 在第 j 年在人们心中的平均地位 ( $n=1\cdots 24$ )

## 5. 数学模型

### 5.1 模型的准备:

#### 5.1.1 对数据的处理

(1) 整个题目我们的重点就在销售量上面，一般旧书对于出版社的销售量是没有影响

的，而且旧书的数量很少，所以首先我们把附表 2 中的旧书筛选掉。

(2) 在模型假设中我们假设只考虑 72 种主要课程，所以要对附表 2 中的其它课程进行排除。

(3) 剔除数据中的奇异值。

### 5.1.2 销售量的预测：

对于以教材为主的出版社每年的销售量应该变化比较平稳，所以可以用一些方法进行预测。

首先我们先观察一下附表 3 和附表 4，附表 3 体现了 2001-2005 年各课程计划和销售量  $S_{ij}^{\text{计}}$ ， $S_{ij}^{\text{实}}$ 。而附表 4 说明了 2001-2005 年各课程实际分配的书号数  $m_{ij}$ 。则我们可以得到每个书号的实际销售量为  $q_{ij}^{\text{实}} = S_{ij}^{\text{实}} / m_{ij}$ 。可以通过这 5 年的  $q_{ij}^{\text{实}}$  来预测 06 年的第  $i$  个课程的每个书号的平均实际销售量，得到  $q_i$ 。

这里我们采用灰色预测的方法，假设原来数据为  $x(1), x(2), x(3), x(4), x(5)$ ，预测数据为  $x(6)$ 。

令  $y(k) = k \sum_{i=1}^k x(i) \quad k=1 \cdots 5$ ，其中  $y(k)$  为一次累加生成数据，此序列经多次累加后生成

数列表现为良好的指数增长特性。我们把  $t$  离散化得到下面的式子：

$$y(k+1) = (x(1) - \frac{b}{a})e^{-ak} + \frac{b}{a} \quad k=1 \cdots 5$$

由  $y(k)$  的定义可以得到下面的式子：

$$x(k+1) = y(k+1) - y(k)$$

用最小二乘法求得参数的估计值为：

$$\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = (A^T \cdot A)^{-1} \cdot A^T \cdot B$$

此处  $A, B$  为矩阵，并分别为：

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}[y(1)+y(2)], 1 \\ -\frac{1}{2}[y(2)+y(3)], 1 \\ \cdots \\ -\frac{1}{2}[y(4)+y(5)], 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} x(1) \\ x(2) \\ \cdots \\ x(5) \end{pmatrix}$$

值得让我们考虑的就是我们用 5 年基本不相关的每个书号的平均销售量来预测 06 年的每个书号的平均销售量似乎有些草率，所以我们必须检验灰色预测的可行性。于是我们先构造一个级比：

$$\lambda(k) = \frac{x(k-1)}{x(k)} \quad (k=2 \cdots 5)$$

如果所有的级比  $\lambda(k)$  都落在可容覆盖  $X=(e^{-\frac{2}{n+1}}, e^{\frac{2}{n+1}})$  ( $n=5$ ) 内, 则这些数据就可以用灰色模型来预测。我们通过检验证明大多数预测数据的级比都落在那个范围内, 也有一些是不符合条件的, 数据量很少, 而且完全是因为第 5 年的突变造成的, 我们就对这个预测数据进行一下修正, 使得所以用灰色预测的预测值都是合理的[2]。

这样我们就可以算出每一个科目在 2006 年的每个书号的平均销售量的预测值。

## 5.2 模型一:

### 5.2.1 基本模型

题中提到要增强强势产品, 在此模型中, 我们认为单个书号的销售量高的科目为强势产品。

出版社追求的是经济效益, 所以我们先要使利润最大化。并且通过对附录 3 的数据处理发现每年的总书号数都为 500 个。因为我们在模型假设中已经假设各科目的利润率是相等的, 所以是利润最大就是使出版社的总销售额最大, 同时又根据题中所说的 A 出版社在分配书号时至少保证分给各分社申请数量的一半, 且分社会主观夸大申请的书号数的条件, 建立下面模型:

$$\begin{aligned} \max \quad & P = \sum_{i=1}^{72} q_i * \cos t_i * m_i \\ \text{s. t.} \quad & \begin{cases} \frac{1}{2} * m_i^{\text{申}} \leq m_i \leq m_i^{\text{申}} \\ \sum_i^{t_k} m_i \leq \min(n_k^{\text{测}} * c_k^{\text{测}}, n_k^{\text{编}} * c_k^{\text{编}}, n_k^{\text{校}} * c_k^{\text{校}}) \\ \sum_{i=1}^{72} m_i = 500 \end{cases} \end{aligned}$$

### 5.2.2 模型的修正:

1. 我们可以看出如果按照上面考虑, 只要我们把书号数多分配给单个书号销售量高的科目少分配给单个书号销售量少的科目就可以满足利润最大化, 但是这显然不符合实际情况。

根据附录中的数据, 01-05 年的书号分配数基本在一个平均值上上下下波动, 而总销售量基本呈现一个上升趋势, 我们认为, 在不改变原分配原则的基础上, 同科目书号的单书号销售量随年份增长呈现有规律的变化趋势。

对于不同科目书籍, 在同一年份内的销售量与分配书号数的比值呈现一定的正相关, 而对于同一科目书籍在同年份内, 书号数与销售量之间的关系, 附录中没有明显的信息。我们认为, 书号作为一种出版资源, 随着它的数量增加, 发行量也随之增加。而在发行量逐渐增加的过程中, 该科目书籍的销售市场会呈现一个逐渐饱和的趋势, 从而使得单书号销售量下的销售量逐渐减小。也就是出现了阻滞增长现象。

阻滞趋势的构造方法:

以书号数为横坐标, 单本销量为纵坐标构造  $x$ - $y$  平面, 取按原分配规律会分配的实际书号值作为  $x_0$ , 相应的预测单本销量为  $y_0$ , 取本年计划分配书号为  $x_1$ , 相应的预测计划单书号销售量为  $y_1$ 。我们认为已经分配的书号数是基本合理的, 在书号数增大的过程中,

单号销量呈现一个下降趋势，而当书号数很小时，科目的总销售量呈现一定的增长趋势，但是当书号数增长到一定值时总的销售量的增长就会变得很缓慢，也就是开始时的单一书号的销售量随书号的增长而增长，后来单一书号的销售量随书号的增长而下降，这样就构造了书号数-总销量曲线。这个曲线起到了一个修正关系，说明对于一个强势科目来说并不是书号数越多越好。假设某科总的销售量为  $y$ , 书号数为  $x$ , 则单个书号的销售

量为  $\frac{y}{x}$ , 而  $\frac{d^2y}{dx^2} < 0$ :

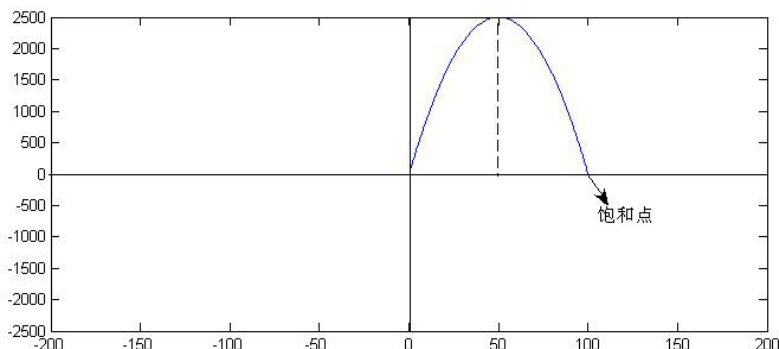
其中  $r$  为固有增长率，当  $y = y_m$  时，增长率为 0。

也可以求解得到：

$$y = rx(1 - \frac{x}{x_m}), y(x_0) = y_0$$

我们认为在市场占有率达到 100%后，书号的增加相对于总销量的增加达到了一个饱和状态，而在之间的比较短的曲线段（在  $(\frac{m_i}{2}, m_i)$  区间内），我们用  $\frac{dy}{dx}$  的变化趋势近似  $y/x$  的变化趋势。

如图所示：销售量增长率减少到 0 的点称为饱和点



图一：书号数-单个书号销售量之间的关系

我们近似认为市场占有率=该占有率下分配的书号数/饱和书号数，可以求得饱和书号的个数。因此函数过  $(0, 0)$  点，饱和点，以及我们预测得到的  $(m_i, q_i)$ ，从而可以得出该曲线。

2. 从附表 5 我们发现数学类那行  $\max(n_3^{\text{测}} * c_3^{\text{测}}, n_3^{\text{编}} * c_3^{\text{编}}, n_3^{\text{校}} * c_3^{\text{校}}) \geq \min(\sum_{i=21}^{30} m_{i1} \cdots \sum_{i=21}^{30} m_{i5})$ ,

也就是说对于数学分社来说 01-05 年都会出现人力资源不足的现象，这是不符合实际的，因此我们将其看成平均后的误差和量化误差，所以要在人力资源约束条件中加入一个浮动范围。

在这里定义一个权值  $r = \frac{\max(\sum_{i=21}^{30} m_{i1} \cdots \sum_{i=21}^{30} m_{i5})}{\min(n_3^{\text{测}} * c_3^{\text{测}}, n_3^{\text{编}} * c_3^{\text{编}}, n_3^{\text{校}} * c_3^{\text{校}})}$ ，把这个权值加权在模型的

约束条件中，得到经过误差处理后的人力资源量，并且把约束条件改为：

$$\sum_i^{t_k} m_i \leq r * \min(n_k^{\text{测}} * c_k^{\text{测}}, n_k^{\text{编}} * c_k^{\text{编}}, n_k^{\text{校}} * c_k^{\text{校}})。$$

### 5.3 模型二：

在模型一中总社已经把各个科目的分配书号数得到，分社不会被分配任务，但有时总社需要针对分社提供的信息来把总书号数分配给各个分社，然后各个分社再根据自己的情况分配所得到的书号数给各个不同科目，于是我们建立了第二个模型，这个模型分为两步：

#### 1. 首先总社要分配给 9 个分社：

下面我们提出一个算法：

1) 首先分社给总社提供总的申请书号数以及预测的总销售额，总社通过分社以往单个书号销售量来预测来年的销售额，并按照预测销售额的好坏来给分社分发书号数。

我们取  $O_j = \sum_i S_{ij}^{\text{实}} * \text{cost}_i / \sum_i m_{ij}$  作为分社在第 j 年每个书号的平均销售额，通过二次拟和

2001-2005 年的销售额来预测 2006 年的销售额为  $O_6$ 。通过分社给总社上交的预测总销

售额 P 与 2006 年预测的每个书号平均销售额  $O_6$  来计算分配书号数的基数  $m_k = P / O_6$ 。

2) 我们依然拿单个书号的平均销售额最大的做为强势产品，来调整分配给各分社的书号数。由于书号总数有限制为 500 个，我们将上面求得书号总数  $\sum_k m_k$  判断是否超过或

低于书号总数，如果  $\sum_k m_k < 500$ ，则在平均销售额最大的分社增加书号数并且不断更新

平均销售额直到它的平均销售额小于次大的分社，如此循环直到把多余的书号数分发出去；如果  $\sum_k m_k > 500$ ，则在平均销售额最小的分社减少投入书号数并且不断更新平均销

售额直到它的销售量大于次小的分社，如此循环直到把多出来的书号数减掉。这样进行调整分配的书号数来使分配达到近似优。

#### 2. 然后各个分社再自行分配：

利用类似于总社的分配方法来分配分社各科的书号数。我们把  $O_{ij} = S_{ij}^{\text{实}} * \text{cost}_i / m_{ij}$  作为第 i 个课程在第 j 年的平均销售额并进行二次拟和预测该课程在 06 年的销售额为  $O_{i6}$ ，

并通过 2006 预测的销售量  $p_i$  来计算分配书号数基数  $m_{i6} = P_i / O_{i6}$ 。同样将上面所求得分社的书号总数  $\sum_j m_{ij}$  判断是否超过了该类分得的书号数，并按同样上面的调整方法调整

各科的书号数。

### 5.4 模型三：

前面的模型我们只考虑了一些利润因素，但是对于实际来说，还有很多因素我们要反映到模型中。比如市场占有率对于模型的影响，还有人们对出版社的喜好程度和人们出版物的满意度都会造成书号的分配变化。下面我们一一进行讨论：

#### 5.4.1 对市场占有率的分析

下表为我们根据附录 2 总结出来的从 2001 年到 2005 年 A 出版社的各分社在所有调查的出版社中的市场占有率。

	2001 年	2002 年	2003 年	2004 年	2005 年	平均值
计算机类	13.99%	14.72%	16.44%	16.63%	17.24%	15.80%
经管类	26.19%	27.35%	29.43%	30.59%	31.98%	29.11%
数学类	56.32%	57.35%	60.36%	61.90%	63.66%	59.92%
英语类	5.94%	3.19%	6.16%	7.22%	8.26%	6.15%
两课类	33.50%	34.42%	34.95%	36.84%	40.27%	36.00%
机械类	57.85%	60.99%	66.37%	68.61%	77.58%	66.28%
化工类	43.62%	48.94%	48.94%	53.19%	58.51%	50.64%
地理类	85.98%	87.85%	88.79%	87.85%	90.65%	88.22%
环境类	73.40%	76.60%	76.60%	86.17%	95.74%	81.70%

表一：5 年各学科的市场占有率

从表中可以看出各类的市场占有率随着年份的增加都略有增长。但变化不大，所以我可以用这 01-05 年的市场占有率的平均值来反映 06 年的市场占有率的趋势，这样是可行的。

并且可以看出不同的类别的市场占有率都各不相同。显然地理类的市场占有率最高，高达 88.22%，英语类的最少，只有 6.15%，我们在这里可以认为市场占有率高的为强势产品。认为市场占有率表现的是某种产品在这个市场上的竞争力，也就是优化的目标不再只是利润，而且要保证 A 出版社的一些分社在市场上的竞争力，所以我们在分配书号数的时候应优先考虑分配给市场占有率高的分社。但是这种优先考虑也不要太明显，因为如果过多地分配给市场占有率高的分社就会出现阻碍市场占有率低的分社的发展的现象，所以在模型二的基础上进行修正。

1. 我们首先按照模型二分配给 9 个分社的算法的第一步，对所有的分社进行预分配书号。

2. 但是这次我们用市场占有率作为强势产品，来调整分配给各分社的书号数。由于书号总数有限制为 500 个，我们设  $\sum_k m_k$  为上面求得书号总数，如果  $\sum_k m_k < 500$ ，则把

$500 - \sum_k m_k$  个书号按相应的比例分配给各个分社，如果  $\sum_k m_k > 500$ ，则把  $\sum_k m_k - 500$  个书号按照上面的比例的相反顺序从已经分配的书号中抽取出来。

因为开始与分配的时候是按照往年的值进行预测分析出来的，所以最后的  $\sum_k m_k$  和 500

之间不会相差太大，所以按照比例分配得到的值相差不会太大，是合理的，既保证了占有率高的分社得到了更多的书号，又保证了占有率低的分社不会跟占有率高的分社产生很大差距。

**比例的确定：**把上面的平均市场占有率进行归一化，得到相应的比例分别为：



类别	计算机类	经管类	数学类	英语类	两课类	机械类	化工类	地理类	环境类
比例	0.04	0.07	0.14	0.01	0.08	0.15	0.12	0.2	0.19

表二：按照市场占有率归一化后的比例

#### 5.4.2 出版社在人们心目中地位的分析

从附表 2 我们还可以看出不同的出版社在人们的心中的地位是不同的，我们对于出版社在人们心中的地位进行平均，得到 5 年内 24 个出版社在人们心中的平均地位。

出版社	2001 年	2002 年	2003 年	2004 年	2005 年
P030	3.06	2.37	2.43	2.52	1.49
P044	3	3.08	3.12	3.14	3.16
P063	2.95	2.21	2.22	2.23	2.27
P091	3	3.03	3.03	3.02	3.03
P102	2.98	3.48	3.48	3.48	3.48
P106	2.9	2.51	2.52	2.5	2.48
P110	2.96	2.42	2.56	2.56	2.55
P115	3	2.19	2.2	2.2	2.2
P118	2.99	2.24	2.24	2.25	2.26
P131	3.19	1.99	2	1.99	2.01
P196	3.15	2.14	2.16	2.16	2.16
P199	3.02	2.4	2.4	2.43	2.42
P210	3.05	3.21	3.23	3.24	3.27
P246	3	2.64	2.69	2.72	2.71
P293	3	3.34	3.35	3.34	3.35
P304	3.19	1.4	1.43	1.42	1.46
P307	3.15	2.88	2.88	2.89	2.88
P357	3.02	2.67	2.68	2.68	2.68
P390	3.05	2	2	2	2
P405	3.03	2.22	2.21	2.21	2.21
P416	3.09	3.44	3.45	3.45	3.43
P432	3.01	1.85	1.85	1.84	1.85
P511	3.19	3.2	3.19	3.19	3.23
P534	2.99	2.68	2.7	2.7	2.71

表三：5 年内 24 个出版社在人们心中的平均地位

图中可以看出数越大该出版社在人们心目中的地位越低，对于 A 出版社后四年在人们心目中的地位比第一年要高。

我们还可以发现一些出版社在人们心目中的地位要比 A 出版社高，比如这里最高的是 P304 出版社，通过分析附表 2 我们发现 P304 出版社出版的科目很少，而且大多是化工类，而对于 A 出版社来说化工类并不是他们的强势产品，应该说 A 出版社的化工类的销售量很少，所以 P304 出版社并不会对 A 出版社造成什么影响。

但对于 P030，从附表 3 可以看出它在两课类中与 A 出版社抢占了市场，而且从读者

对这两个出版社的两课类的书的满意度可以看出他们的满意度不相上下。所以 A 出版社在分配书号的时候要多分配给两课类以保证两课类的市场。

通过上面的分析,我们可以看出比 A 出版社在人们心中的地位高的 P131 与 A 出版社的两课类竞争市场, P390 与 A 出版社的数学类竞争市场, P432 与 A 出版社的两课类竞争市场,这样我们可以看出两课类与数学类与其他出版社的竞争比较激烈。所以我们应该在分配书号的时候多分配给两课类和数学类一些。我们同样在模型 2 的基础上进行改进:

1. 首先按照模型二分配给 9 个分社的算法的第一步, 对所有的分社进行预分配书号。
2. 然后来调整分配给各分社的书号数, 这次我们以在其他出版社具有竞争力的科目为强势产品。由于书号总数有限制为 500 个, 我们设  $\sum_k m_k$  为上面求得与分配的书号总数,

如果  $\sum_k m_k < 500$ , 则把  $500 - \sum_k m_k$  个书号按 2: 1 的比例 (因为这几个有竞争力的出版社中两课类与数学类的比例为 2: 1) 分配给各个分社, 如果  $\sum_k m_k > 500$ , 则把  $\sum_k m_k - 500$  个书号弱势产品 (基本不存在竞争力的类别, 在这里指的是化工与环境类) 的预分配的书号中抽取出来。

#### 5.4.3 对满意度的分析:

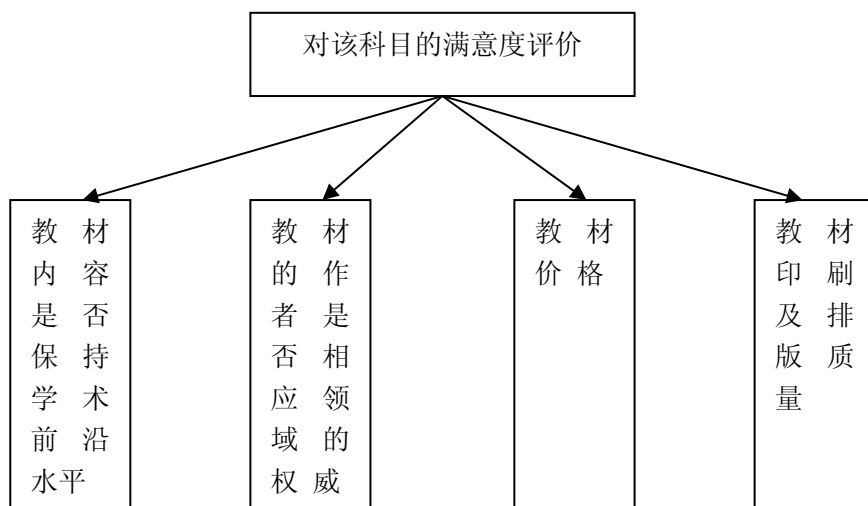


图 1: 影响科目的满意度的因素

1. 由此图可以看出对科目的满意度一般由上面 4 个因素决定。建立模糊评价集:

$U = (U_1, U_2, U_3, U_4)$ ,  $U$  为评价各影响因素的评价集合。

2. 建立评价集

$V = (V_1, V_2, V_3, V_4, V_5)$ , 本文对每一个影响因素的满意度评价集为

$V = \{\text{满意, 较满意, 一般, 较不满意, 很不满意}\}$

3. 应用层次分析法来确定各指标的权重

设一级指标 B 的各指标  $x_i$  ( $i=1, 2, 3, 4$ ) 对目标层 A 的权重分别为:  $B = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ , 其

中  $\sum_{i=1}^4 b_i = 1$ 。二级指标对一级的权重为都为  $W = \{w_{i1}, w_{i2} \cdots w_{i5}\} \quad i = 1, 2, 3, 4$

下面我们利用层次分析法构造成对比较阵

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ \frac{1}{2} & 1 & 2 & 3 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & 1 & 2 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}$$

求出特征向量作为权向量，得到  $B = \{0.46, 0.28, 0.16, 0.1\}$ ，其中  $W$  即为附表二中的评分（1，2，3，4，5）。

最后人们的综合满意度  $\alpha_{ij} = \sum_{t=1}^4 b_t * W_t [1]$

我们通过对附表 2 的分析，可以分别得出 5 年内 9 个分社的综合满意度。

	2001 年	2002 年	2003 年	2004 年	2005 年	平均值
计算机类	3.05	2.77	2.83	2.91	2.76	2.86
经管类	3.20	2.74	2.91	2.82	2.83	2.90
数学类	3.24	2.82	2.82	2.81	2.83	2.90
英语类	3.22	2.77	2.78	2.91	2.85	2.91
两课类	3.21	2.83	2.80	2.81	2.85	2.90
机械类	3.18	2.83	2.83	2.81	2.76	2.88
化工类	3.08	2.81	2.84	2.80	2.93	2.89
地理类	3.22	2.79	2.87	2.81	2.78	2.89
环境类	3.05	2.85	2.85	2.87	2.85	2.89

表四：5 年内 9 个分社的综合满意度

这里我们可以用满意度来定义强势产品。在这 5 年中各类满意度变化幅度不大，所以我们可以用这 5 年的满意度的平均值来反映满意度的变化趋势和各类满意度的大小关系。把满意度大的认为是强势产品。

下面仍然按照模型二的模型进行预分配，然后来调整分配给各分社的书号数，设  $\sum_k m_k$  为

上面求得与分配的书号总数，如果  $\sum_k m_k < 500$ ，则把  $500 - \sum_k m_k$  个书号按  $\frac{\alpha_k^{\text{均}}}{\sum_{k=1}^9 \alpha_k^{\text{均}}}$  的比例

分配给各个分社，如果  $\sum_k m_k > 500$ ，则把  $\sum_k m_k - 500$  个书号按  $(1 - \frac{\alpha_k^{\text{均}}}{\sum_{k=1}^9 \alpha_k^{\text{均}}}) / 8$  的比例从预

分配的书号中抽取出来。

#### 5.4.4 多目标分配方案:

基于以上谈到的几点, 我们提出了一个关于多目标的分配方案:

分配原则: 根据头一年的销售情况对分社进行奖惩型分配, 从而激励分社内部对书号的合理分配, 我们按比例对三种优化目标进行加权比例分配。

三个目标分别是: 销售利润最大  $O_1$  比例占  $\omega_1=60\%$ ,

市场总体满意度最高  $O_2$  比例占  $\omega_2=20\%$ ,

市场潜力最大  $O_3$  比例占  $\omega_3=20\%$ ,

步骤:

1. 先分配给各个分社所需的最小书号数  $mn_k = \frac{1}{2} * m_k^{\text{中}} \quad (k=1 \cdots 9)$ ;

2. 剩下的书号数按照三个目标的比例分配给三个目标, 即按照  $O_1$  分配  $(500 - mn_k) * \omega_1$  个书号, 按照  $O_2$  分配  $(500 - mn_k) * \omega_2$  个书号, 按照  $O_3$  分配  $(500 - mn_k) * \omega_3$  个书号。

3. 分别以每个目标最优为单一目标, 按其最优分配方案, 分配该目标下的奖励书号给各个类, 各个类被奖励  $m_j(O_i) (i=1..3, j=1..9)$  个书号;

4. 各个学科类分别分配到  $\sum_{i=1}^3 m_k(O_i) + mn_k \quad (i=1..3, k=1..9)$  个书号。

## 6. 模型求解

### 6.1 模型一的求解:

我们先通过灰度预测用 2001-2005 年的各科目的书号平均销售量来预测 06 年该科目的每一书号的平均销售量:

序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
预测单号销售量	294	408	201	188	152	282	520	74	360	399
序号	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
预测单号销售量	1448	1956	371	700	424	599	1095	537	3673	1100
序号	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
预测单号销售量	909	831	8742	1540	1290	2643	485	449	484	2871
序号	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
预测单号销售量	617	436	309	347	565	310	92	566	406	237
序号	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
预测单号销售量	3352	6493	4760	5445	13333	6125	4017	2039	5313	163
序号	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
预测单号销售量	728	676	974	850	421	481	429	128	594	542
序号	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
预测单号销售量	364	686	603	731	311	1682	649	478	635	344

序号	71	72
预测单号销售量	609	1621

表五：06 年 72 个科目的单个书号的平均销售量的预测值

用改进的模型一用 lingo 8.0 求得的 72 个科目所得的书号数：

序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
书号数	9	9	2	3	3	8	6	3	8	4
序号	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
书号数	8	4	2	4	3	3	6	4	6	4
序号	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
书号数	6	19	52	8	14	34	6	3	12	12
序号	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
书号数	20	2	52	11	4	8	3	3	5	3
序号	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
书号数	4	10	8	10	6	8	12	14	9	2
序号	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
书号数	5	8	4	8	2	2	2	2	2	5
序号	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
书号数	4	8	4	4	2	4	4	5	4	3
序号	71	72								
书号数	2	4								

表六：72 个科目所分得的书号数

## 6.2 模型二的求解：

首先我们计算各分社预测的总销售额为：

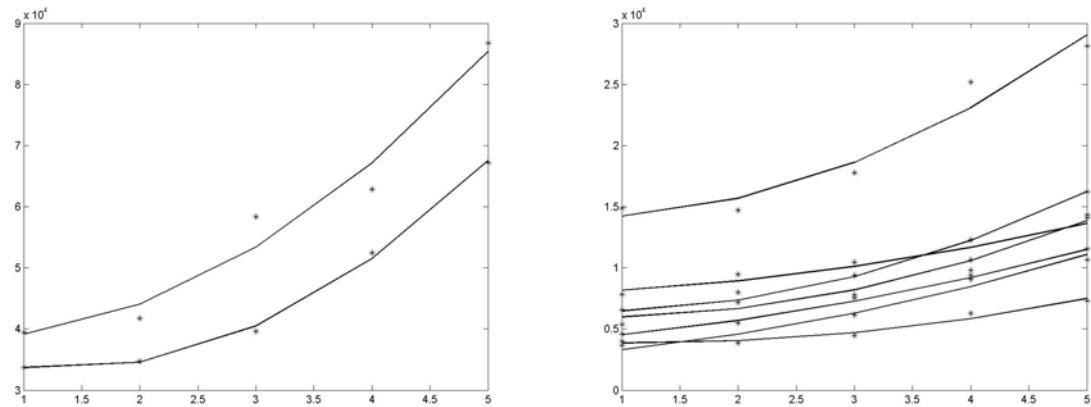
类别	计算机类	经管类	数学类	英语类	两课类
预测总销售额	652724.4	1448152	11937789	1188575	4669994
类别	机械类	化工类	地理类	环境类	
预测总销售额	770161.7	248423.8	453657.8	455693.6	

分别计算 9 类分社的 5 年的平均销售额并进行二次拟和预测出各分社 06 年的平均销售额。

	2001 年	2002 年	2003 年	2004 年	2005 年	2006 年
计算机类	3982.4	3863.1	4484.6	6294.7	7302.9	9629.1
经管类	14864	14716	17785	25197	28145	36523
数学类	33750	34730	39642	52447	67219	88694
英语类	4585.3	5501.7	7535.5	9055.1	11551	14213
两课类	39455	41764	58337	62867	86732	108061
机械类	6548.8	7202.7	9372.5	12291	16228	21320
化工类	3679.9	3849.4	6146.9	9379.9	10667	14182

地理类	7847.8	9471	10469	10671	14093	16018
环境类	5386.4	7981.1	7792.7	9805.2	14340	18021

如图所示：



图一：5 年内数学和两课类的平均销售额的拟和曲线 图二：5 年内其他类的平均销售额的拟和曲线  
通过模型二的算法用 matlab 编程求解得出总社给分社的分配书号数如下。

类别	计算机类	经管类	数学类	英语类	两课类	机械类	化工类	地理类	环境类
书号数	68	40	145	84	56	36	18	28	25

### 6.3 模型三的求解

我们首先对影响分配的几个影响因素分别进行分析，分析他们如何对分配方案进行的改进。

通过对市场占有率的分析得出个各分社的书号的分配为：

类别	计算机类	经管类	数学类	英语类	两课类	机械类	化工类	地理类	环境类
书号数	69	42	138	84	45	39	21	33	29

通过对各出版社在人们心目中的地位可以得出各个分社分得的书号的另一种分配方案为：

类别	计算机类	经管类	数学类	英语类	两课类	机械类	化工类	地理类	环境类
书号数	68	40	143	84	58	36	18	28	25

考虑到人们对各类分社的满意度来分析得到的分配方案：

类别	计算机类	经管类	数学类	英语类	两课类	机械类	化工类	地理类	环境类
书号数	70	43	138	87	46	38	21	30	27

综合考虑利润，市场占有率，人们对各分社的满意度以及各出版社在人们心目中的地位这几个因素得出的分配方案：

类别	计算机类	经管类	数学类	英语类	两课类	机械类	化工类	地理类	环境类
书号数	72	38	147	81	49	39	20	27	26

考虑到多种因素求得的利润肯定没有前面求得的结果优，但这是考虑到了出版社的长远发展战略，肯定不会体现在当年的利润里面的，可见这种分配方法是合理的。

## 7. 模型优缺点

### 7.1 模型的优点：

1. 准确利用了题中提供的数据，并且对数据进行了较透彻的分析，抓住了分析的要点，剔除了一些对目标函数影响不大的数据，很好的完成了数据的提取和应用。
2. 模型二中我们通过前几年的数据进行拟和求解，结果比较接近实际情况，剔除了分社会主观夸大申请的书号数。
3. 模型三考虑了市场占有率，以及对各课程的满意度，进行了优化求解，为出版社长期发展做了计划因素，有利于增强市场的竞争力。

### 7.2 模型的缺点

1. 在模型一运用线性规划得出的分配方案边界值较多，得出的解应该不是最优解。
2. 模型二提出算法虽然简单易算，但最后算得的利润值要比模型一小一些。
3. 对于出版社的资源，我们假设利润率一样，在实际运用中由于策划和编辑等的总成本相对固定，所以对于多销的强势产品利润率较高。
4. 数据随机性太大，造成数据分析时的困难和一些数据分析的粗糙。
5. 多目标转化为单目标的时候，权值是我们的经验值，并不是准确得到的，具有一定的主观性。

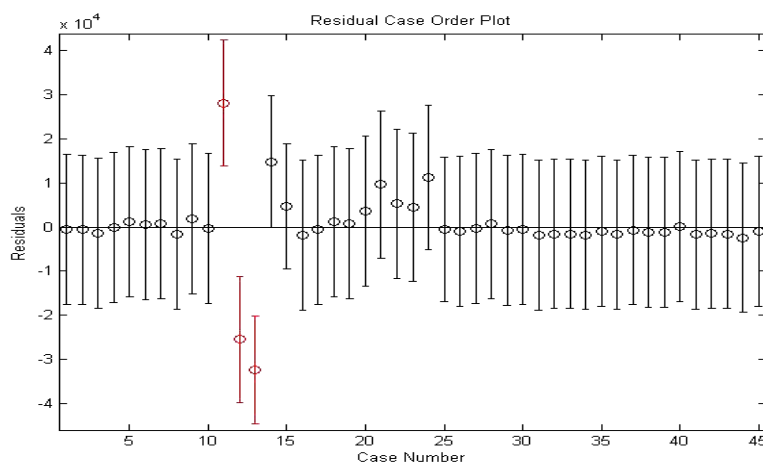
## 8. 灵敏度分析

我们认为准确性在一定程度上决定着最后的分配，这道题中最关键和最基本的附表就是附表 3，也就是 5 年的计划销售量和实际销售量，如果准确性越高，分配越合理。我们可以从最后求得销售额来体现。

我们对计划各类总销售量和实际各类总销售量进行多元线性回归，效果如下：

$r^2$	F	p
0.99 接近 1	5069	$0 < 0.05$

表七：回归效果



可以看出回归效果较好，说明计划销售量和实际销售量存在一个线性关系，由于截距较小，定义准确度为其斜率。

我们把准确度分别提高或降低 5%或 10%，然后得出分配方案以及最终的销售额。  
把准确度降低 10%的分配方案：

类别	计算机类	经管类	数学类	英语类	两课类	机械类	化工类	地理类	环境类
书号数	61	46	151	75	69	33	17	25	23

最终的销售额为：2264 万元。

把准确度降低 5%的分配方案：

类别	计算机类	经管类	数学类	英语类	两课类	机械类	化工类	地理类	环境类
书号数	64	43	147	80	54	42	19	27	24

最终的销售额为：2374 万元。

把准确度提高 5%的分配方案：

类别	计算机类	经管类	数学类	英语类	两课类	机械类	化工类	地理类	环境类
书号数	71	42	141	88	45	38	18	30	27

最终的销售额为：2592 万元。

把准确度提高 10%的分配方案：

类别	计算机类	经管类	数学类	英语类	两课类	机械类	化工类	地理类	环境类
书号数	55	44	148	92	48	35	19	31	28

最终的销售额为：2701 万元。

由上面可以看出准确度对分配方案以及最后的销售额都是有很大影响的。所以我们认为应该提高统计时的准确度。

## 对出版社的建议

通过上面对 A 出版社书号数如何分配的的分析，我们得出了一些结论性的东西，并且想对出版社提出下面的建议：

1. 首先一份很详细的市场调查很重要，要包括很多信息，样本要具有一定的代表性，不但要包括自己出版社的，还要包括其他跟自己有竞争关系的出版社的信息，充分了解读者的需求和读者的评价，这些都能够对以后合理的充分的分配书号提供帮助。
2. 在分配书号的时候不仅要考虑到销售量的问题，还要考虑到市场占有率，人们的满意度等问题，这些都在一定程度上影响着书号的分配。
3. 在分析的时候不但要考虑现在的利润最大，而且要长远考虑，使自己站稳市场，具有一定的市场竞争力，并且在各个类别里横向发展。
4. 增强自己的强势产品，使自己的知名度越来越高。
5. 在制定分配方案的时候可以利用一定的分配原则来激励分社对资源的合理配置。



6. 逐渐提高预测的准确度，使以后预测更加准确，以便以后更好的分配书号，获得更大的利润。

**参考文献：**

- [1]姜启源，谢金星，叶俊《数学模型》北京：高等教育出版社 2003 年
- [2]韩中庚 《数学建模方法及其应用》北京：高等教育出版社 2005 年
- [3]薛定宇，陈阳泉《高等应用数学问题的 MAETLAB 求解》北京：清华大学出版社 2004 年