

基于三层调度策略的病床安排模型

摘要

鉴于医院的实际情况，病房安排应具有及时性，不便于做复杂的计算。因此，我们没有建立复杂的模型去追求理论上的最优解，而是借助一些经典的算法思想得到一些虽简单却很实用、合理的规则，以方便医院对患者作出及时、合理的病房安排。

模型建立的思想源于计算机操作系统 OS 采用各种优化算法调度进程进入 CPU 处理，以期提高 CPU 的利用率及改善系统性能（吞吐量、响应时间）。我们综合考虑了医院的效益和用户的满意度，确定了一个评价指标体系，包括等待时间的均值、方差、极差和平均队长等，用以评价医院病床安排模型的优劣。接着建立了一个包含三层策略、层层递进的层次模型，第一采用高优先权者先分配的方法，挑选出一部分患者；第二层细化模型：将题中所给的手术时间的限制及术前准备时间等做为约束条件，从刚选出的患者中进一步挑选；第三层再次细化：针对术前准备时间这一随机变量，我们得到一定的风险值，根据贝叶斯决策理论中的基于最小风险的贝叶斯决策得到最符合条件的患者为其分配床位。同时，我们考虑外伤患者，因为其紧迫程度最高，具有强占权，当医院一出现空位就为其分配床位。为了验证我们所建模型是否合理，用 matlab 编写仿真程序模拟 FCFS 模型和层次模型，通过对比结果发现所建层次模型是合理的，且比 FCFS 更优。针对第三个问题，我们将表中当时住院病人及等待住院病人的统计情况代入模型二，在病人门诊时即告知其大致入住时间区间。针对第四个问题，我们在问题 2 的层次模型的框架下重新修正了规则集和风险损失表。最后用排队论的思想解决问题五，从服务强度最均衡，平均等待时间最小两个方面分析，得到目标函数及约束条件。

关键词：优先权 作业调度 最小风险 仿真 排队论 非线性规划

一. 问题重述

1.1. 问题背景

医院就医排队是大家都非常熟悉的现象，例如，患者到门诊就诊、到收费处划价、等待住院等，往往需要排队等待接受某种服务。

医院安排病床的特点是患者流量不稳定，且到达时间和治疗所需时间是随机的、可控性很小。所以在合理安排病床方面存在一定的困难，当病床不足时，由于患者等待时间长而产生不满，引起医疗纠纷，造成不良的社会影响。但如果医院盲目增加床位，会造成不必要的资源浪费，所以如何平衡二者，合理安排患者入院，使患者排队等待的时间尽可能减少是医院必须考虑的问题。

1.2. 重述问题：

该医院眼科门诊每天开放，住院部共有病床 79 张。该医院眼科手术主要分四大类：白内障、视网膜疾病、青光眼和外伤。附录中给出了 2008 年 7 月 13 日至 2008 年 9 月 11 日这段时间里各类病人的情况。

外伤疾病通常属于急症，病床有空时立即安排住院，住院后第二天便会安排手术。目前该院是每周一、三做白内障手术，此类病人的术前准备时间只需 1、2 天。如果要做双眼是周一先做一只，周三再做另一只。其他眼科疾病大致住院以后 2-3 天内就可以接受手术，主要是术后的观察时间较长。考虑病床安排时可不考虑手术条件的限制，但考虑到手术医生的安排问题，通常情况下白内障手术与其他眼科手术（急症除外）不安排在同一天做。即这类疾病手术一般不安排在周一、周三。由于急症数量较少，建模时这些眼科疾病可不考虑急症。

当前该住院部对全体非急症病人是按照 FCFS（First come, First serve）规则安排住院，但等待住院病人队列却越来越长，医院方面希望能通过数学建模来帮助解决该住院部的病床合理安排问题，以提高对医院资源的有效利用。首先分析确定合理的评价指标体系，用以评价该问题的病床安排模型的优劣。接着就该住院部当前的情况，建立合理的病床安排模型，以根据已知的第二天拟出院病人数来确定第二天应该安排哪些病人住院。并对新建模型利用提出的指标体系作出评价。作为病人，自然希望尽早知道自己大约何时能住院。能否根据当时住院病人及等待住院病人的统计情况，在病人门诊时即告知其大致入住时间区间。若该住院部周六、周日不安排手术，请你们重新回答问题二，医院的手术时间安排是否应作出相应调整？最后，有人从便于管理的角度提出建议，在一般情形下，医院病床安排可采取使各类病人占用病床的比例大致固定的方案，试就此方案，建立使得所有病人在系统内的平均逗留时间（含等待入院及住院时间）最短的病床比例分配模型。

二. 模型假设

1. 除外伤外其他眼科疾病比较复杂, 不考虑急症。白内障双眼患者需周一做一只眼, 周三做另外一只眼。
2. 考虑病床安排时可不考虑手术限制, 白内障不与其他手术安排在同一天, 其他病症患者一般不安排在周一、三做。
3. 看病花费的时间是独立的, 不会因为医院就诊的人数增多就加快速度。同时看病时单个进行。

三. 符号约定

T_i : 第 i 个人的等待时间 (从门诊时间到入院时间) ($i=1,2,\dots$)

T'_i : 第 i 个人的治疗时间 (从入院到出院时间) ($i=1,2,\dots$)

N : 等待的总患者数

\bar{W} : 平均等待时间

\bar{W} : 平均带权等待时间

η : 优先权

p_i : 白内障单眼患者术前必要准备时间为 i ($i=1,2$) 天的概率

q_j : 白内障双眼患者术前必要准备时间为 j ($j=1,2$) 天的概率

r_k : 其他病症患者术前必要准备时间为 k ($k=2,3$) 天的概率

λ : 单位时间内平均到达的患者数 (平均到达时间)

$\frac{1}{\lambda}$: 平均到达间隔时间

μ : 单位时间内得到治疗的患者平均数 (平均服务率)

$\frac{1}{\mu}$: 每位患者的平均治疗时间

N : 医院的病床总数(题中已知为 79)

ρ_i : 每张病床的服务强度 ($i=1,2,3,4$)

C_i : 各类病人占用的病床数 ($i=1,2,3,4$)

四. 问题分析

FCFS 这种分配方案不合理, 不满足平均等待时间最少, 再者许多患者的术前准备时间本来为 1~2 天或 2~3 天。但现在病人由于手术时间的限制不能及时手术而只能在

医院空等，我们称此段时间为无效准备时间。无效准备时间增大会引起病人不满，且床位资源也没得到合理的利用。同时此方案也没考虑到外伤患者需要做手术的紧迫性。我们综合考虑了医院的效益和用户的满意度，确定了一个评价指标体系，包括等待时间均值、方差、极差、队长等，来评价医院病床安排模型的优劣。接着我们借用计算机操作系统 OS 的进程调度算法的思想设计出一种更为合理的模型。它是一个包含了三个层次、层层递进的模型，是一个逐步加入约束条件的细化模型。第一层次我们对于不同病症的患者按照优先级高者先治疗，选择的算法是高优先权先调度的算法。首先我们给予外伤患者最高的优先权，即只要有空位，我们就将空床位分配给他。其余四种病症：白内障（单眼），白内障（双眼），青光眼，视网膜疾病可以得到相应的优先权值（由于白内障单眼与双眼的差别较大，所以分开讨论）。第二个层次我们考虑治疗的限制条件，如每周一、三做白内障手术，做双眼是周一先做一只，周三再做另一只，其他病症患者一般不安排在周一、周三做手术。第三个层次要考虑到术前的必要准备时间，因为病人的身体状况不一样的，术前必要准备时间就是一个随机变量，所以在设计时应该考虑医院分配床位时预计要承担一定的风险。综合考虑三个层次即得到一个新的模型。

为了验证新模型的合理性，我们采用两种方法：一，将原始的 349 个数据代入新模型编程实现，通过对比，新建的方案等待时间大大减少，从而证实了新模型更加优化。二，通过仿真产生数据流代入两种模型中，对于得到的结果进行对比分析。

对于问题三利用问题二中的程序可以得到出院时间。针对问题四我们在医院原有的手术约束条件下，添加周六、日不做手术这一新的条件，采用与问题二同样的求解思路，得到医院新的手术安排时间。最后，我们利用排队论中的思想从平均等待时间最小和服务强度最大两个方面建立模型。

五. 问题的求解

5.1 问题一：确定合理的评价体系，来评价该问题的病床安排模型的优劣。

5.1.1 指标一:平均等待时间:

对于患者来说，希望自己的等待时间 T_i 越小越好，而作为医院，则希望使平均逗留时间最短（从入院到出院这段时间），由于术前准备时间、治疗时间在一定程度上是固定的，所以平均逗留时间主要由等待时间来决定，我们考虑通过缩短平均等待时间 W 来减小床位占用时间以提高床位的利用率，而且还可使大多数患者都感到满意。

平均等待时间描述为：

$$W = \frac{1}{N} \left[\sum_{i=1}^N T_i \right] \quad (1)$$

定义带权等待时间为 $\frac{T_i}{T'_i}$ ，则平均带权等待时间为：

$$\bar{W} = \frac{1}{N} \left[\sum_{i=1}^N \frac{T_i}{T_i'} \right] \quad (2)$$

\bar{W} 更能代表医院等待时间的一般水平。但均值易受极端值的影响，在此基础上我们提出指标二。

5.1.2. 指标二： T_i 的标准差，极差

标准差：

例 1. 假设有两种情况：患者 A,B,C 其等待时间分别为 1, 1, 10 天，患者 D,E,F 其等待时间分别 3, 4, 5 天，两种情况下 \bar{W} 均为 4 天，但显然情况一更会引起用户的不满，所以我们应该同时考虑方差或者标准差。方差或标准差都描述了变量值之间的差异，其值越大差异就越大。但方差计算结果给人以夸大差异程度的效果，不易直观地认识观测值的差异程度，同时方差的量纲与观测值也不统一，所以我们选用标准差作为指标。

标准差描述为：

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (T_i - \bar{T})^2}$$

极差：

仍然以上面例子为例，情况一中由于等待时间为 10 太长，远超过平均等待的时间，会引起患者 C 的强烈不满。所以我们将极差也作为一个评价指标。

这里我们考虑极差是等待的最大值与平均等待值的绝对差，患者数量相同情况下，极差的大小说明等待时间的集中程度。

极差描述为：

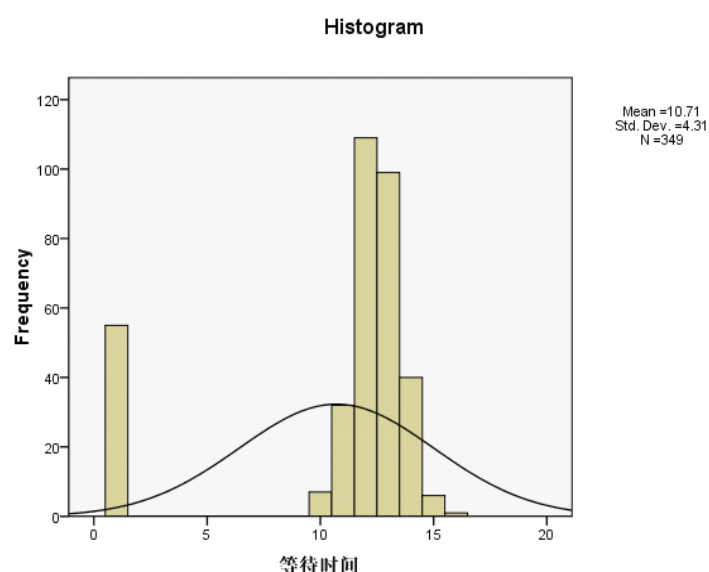
$$R = \max - \min$$

\max 表示等待的最长时间（在一定时间内）。

例如对以往的 349 个数据利用 SPSS 统计软件计算得到患者等待时间的各个指标，并画出更为直观的带正态分布曲线的直方图：

Statistics

等待时间		
N	Valid	349
	Missing	0
Mean		10.71
Std. Deviation		4.310
Range		15



5.2 问题二：就该住院部当前情况，建立合理的病床安排模型。

根据医院现存的病床、治疗条件，我们建立了一个包含三层、层层递进的模型。

5.2.1. 层次I：无损失风险的调度策略

5.2.1.1. 评价FCFS方案

FCFS方案是一种最简单的调度算法，每次调度都是从等待队列中选择一个最先到来的患者分配床位。FCFS是最为公平的分配方案，一般不会引起患者的不满。但是FCFS的不合理在于没有考虑到患者的急迫程度，同时浪费了床铺资源

定理一：FCFS不能使平均等待时间 W 最小

证明：举一反三例说明。

例2：假设现有三个患者A,B,C依次前来门诊，他们需要的治疗时间分别为10, 1, 1天，则按FCFS的分配方案， $W_1 = \frac{0+10+11}{3} = 7$ 天。如果按短作业优先分配方案， $W_2 = \frac{0+1+2}{3} = 1$ 天。显然 $W_2 \leq W_1$ ，由此可知FCFS方案不能使 W 最小。

5.2.1.2. 评价“短作业(SPF)优先”方案

“短作业优先分配”算法，是指每次分配都从等待队列中选择一个治疗时间最短的患者，给其分配床位。

定理二：短作业优先可以使 W 最小

证明：对于 m 个待排序的病人，编号为1, 2, 3…… m ，病人的治疗时间设为 L_1, L_2, \dots

L_m 。利用排列组合原理，其排序种类是 $m!$ ，第 i 个病人的等待时间 T_i 由前 $i-1$ 个病人的

出院时间即服务时间所决定，所以当采用短作业优先分配病床时， $W = \frac{\left(\sum_{j=2}^m \sum_{i=1}^{j-1} L_i \right)}{m}$ ，显

然 W 最短。得证。

但短作业分配算法也存在不容忽视的缺点：

(1) 算法对治疗时间长的患者不利，如例 2 中的 A 患者，逗留时间有 10 增值 12,。更严重的是，如果有一个治疗时间长的患者进入等待队列，由于分配算法总是优先分配给那些治疗时间短的患者，将导致治疗时间长的患者长期得不到治疗，引起不满。

(2) 算法同样没有考虑到外伤患者的紧迫程度，因而不能保证外伤患者会被及时分配病床。

5.2.1.3. 综合考虑两种方案，我们设计了“高优先权先调度”的方案，对于每一个前来就诊的病人，我们都为其设定一个优先权，对于优先权高者我们优先考虑给其分配床位。在设计优先权时遇到下面几个问题，分别提出以及解决。

(1) 优先权——是静态？动态？

分析：静态优先权指预先为患者设定一个固定的优先权值，这种方法简单易行，但是如果采取静态优先权，将会导致优先权较低的患者长时间不能入院得到治疗，从而导致发生难以预料的后果。所以优先权应设置成动态的，动态优先权时指在等待过程中赋予的，可以随着病床的分配或者等待时间的增加而改变的，以便获得更好的分配性能，例如，我们可以规定，在等待的队列中病人随着其等待时间的增长，优先权以 a 速率提高。若所有的病人都具有相同的优先权初值，则显然是最先进入等待队列的病人因其动态优先权变得最高而获得床位，即 FCFS 方案。若所有的病人具有各不相同的优先权初值，那么，优先权初值低的病人，在等待了足够的时间后，其优先权便可能升为最高，从而可能获得病床入院治疗。

(2) a 怎么得到？

解决方法：优先权的变化规律可以描述为：

$$\eta = \frac{W+S}{S} \quad (3)$$

好处：

1. 当病人的等待时间相同，则治疗时间愈短，优先权愈高
此结论已经证明。
2. 当治疗时间相同时，病人的优先权决定于他的等待时间，等待时间愈长，优先权愈高，实现了先来先服务。
3. 对于治疗时间较长的患者，他的优先权可以随等待时间的增加而提高，当等待时间足够长时，他的优先级便可升到很高，从而获得病床。

证明：(3) 式可以化为：

$$\eta = \frac{W+S}{S} = 1 + \frac{W}{S} \quad (4)$$

W 增加， η 增大，即得证。

总之，利用高优先权先分配的方案既照顾到了治疗时间短的病人，使得平均等待时间尽量小，又考虑到了病人到达的先后顺序，同时也不会使治疗时间长的人得不到病床入院治疗。从而兼顾了效率性和公平性。

注：对于外伤患者我们给予其最高的优先权。

5.2.1.4: 模型的改进：

由 (4) 式可知 η 主要由 $\frac{W}{S}$ 决定，为了均衡效率性和公平性，我们把

$\frac{W}{S}$ 调整为 $\frac{W^a}{S^b}$ ，其中 a, b 的值

当 $b=0$ 时， $\frac{W^a}{S^b} = W^a$ ，此时方案退化为 FCFS 分配方案；

当 $a=0$ 时， $\frac{W^a}{S^b} = \frac{1}{S^b}$ ，此时方案退化为 SPJ 分配方案；

当 $a>b$ 时， W 的权重大些，意味着医院更偏重于考虑平均等待时间；
反之

当 $a<b$ 时， S 的权重大些，意味着医院更在乎公平性

5.2.2 层次 II：有确定损失的调度策略

在本题中仅考虑优先权高者优先分配是不合理的，这是由于医院里有医生、术前准备时间等条件的限制仅在周一、三做白内障手术。做双眼是周一先做一只，周三再做另一只，其他病症患者一般不安排在周一、周三做手术。由于以上条件限制，我们制定了一系列的规则，容易验证这些规则之间不存在矛盾。

规则集如下：（除外伤外）

1. 周一优先安排白内障（单眼），其他病症患者
2. 周二优先安排其他病症患者
3. 周三优先安排其他病症患者
4. 周四优先安排其他病症患者
5. 周五优先安排白内障，其他病症患者
6. 周六优先安排白内障（双眼、单眼）或者其他病症患者
7. 周日优先安排白内障（单眼）以及其他病症患者

利用规则集安排病床的方法举例如下。

例 3.周二门诊到达一位白内障患者，如果安排其第二天周三入院，则必须等到下周一手术，而其手术准备时间至多 2 天，因此，应按照规定 2 降低其入院的优先权，以避免其浪费病床资源。

5.2.3 层次 III：最小损失风险的调度策略

本层次主要考虑术前准备时间对医院预测病人出院时间带来的风险（损失），医院应该考虑到不同手术准备时间的情况，假如将术前必要准备时间预测短了，可能会造成混乱，将术前准备时间预测长了则会造成资源浪费，所以应该综合考虑这两种情况。于是我们针对不同的术前准备时间设定了相应的概率，这个概率可以通过对以往数据的统计分析得到。

首先我们将术前准备时间分为两部分。引入定义：无效等待时间，术前必要准备时间。

术前必要准备时间如题中定义为：白内障手术术前准备时间只需 1~2 天，其他眼科疾病术前准备时间为 2~3 天。

实际等待时间=患者第一次手术日期-入院日期 (5)

则：无效等待时间=实际等待时间-必要准备时间 (6)

它表示无意义的占用病床资源的时间。显然，无效等待时间越多，病床的有效利用率就越低，病人的平均等待时间就越小。

于是损失就表现为平均无效等待时间增大。根据“基于最小风险的贝叶斯决策”理论，在这个层次我们将选择平均无效等待时间最小的患者入院。

在不同时间不同病种的损失风险如下表所示：

无 效 住 院 时 间	星期一	星期二	星期三	星期四	星期五	星期六	星期天
白 内 障 (双)	q_1*5+q_2*4	q_1*4+q_2*4	q_1*4+q_2*3	q_1*3+q_2*2	q_1*2+q_2*1	q_1*1+q_2*0	q_1*0+q_2*4
白 内 障 (单)	p_1*1+p_2*0	p_1*0+p_2*4	p_1*4+p_2*3	p_1*3+p_2*2	p_1*2+p_2*1	p_1*1+p_2*0	p_1*0+p_2*0
其它	r_1*1+r_2*0	r_1*0+r_2*0	r_1*0+r_2*0	r_1*0+r_2*4	r_1*3+r_2*2	r_1*2+r_2*1	r_1*1+r_2*0

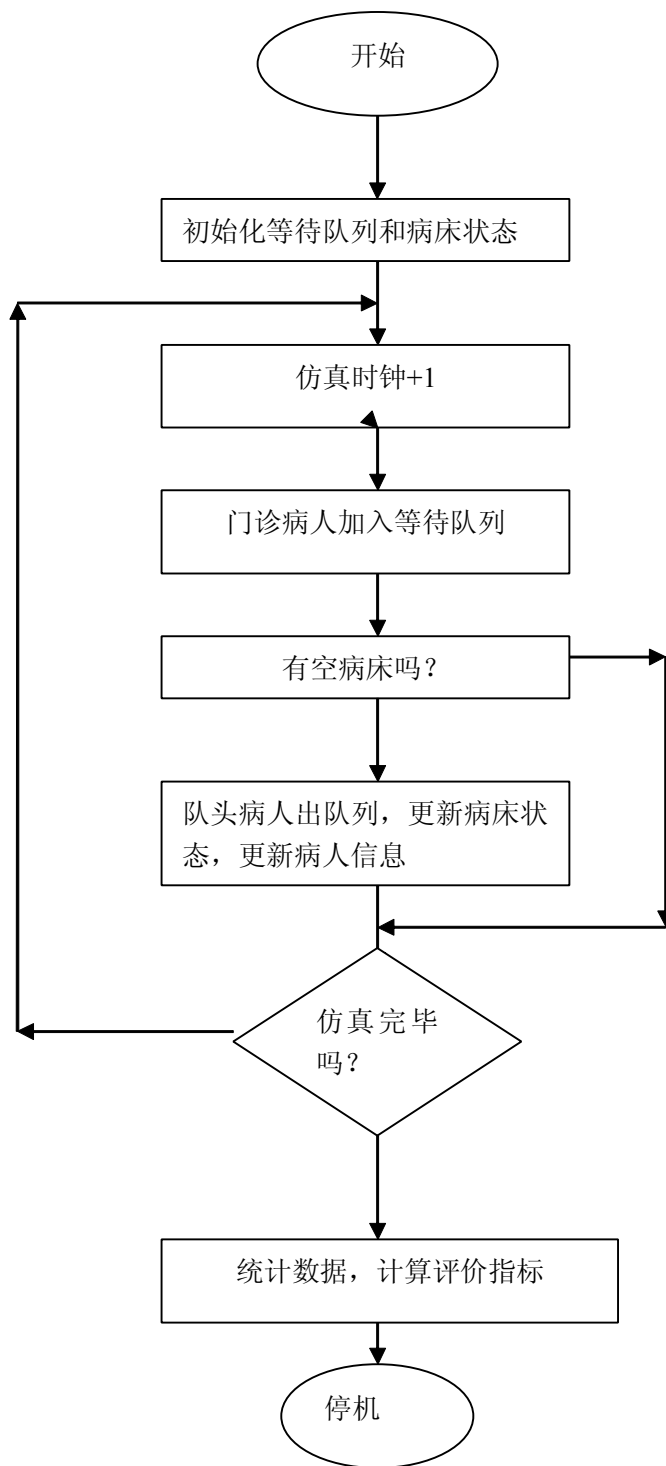
5.2.4 三层次的病床安排模型

综合上述三个层次的安排策略，在一周内的不同时间针对不同门诊病种的病床安排模型如下表所示。

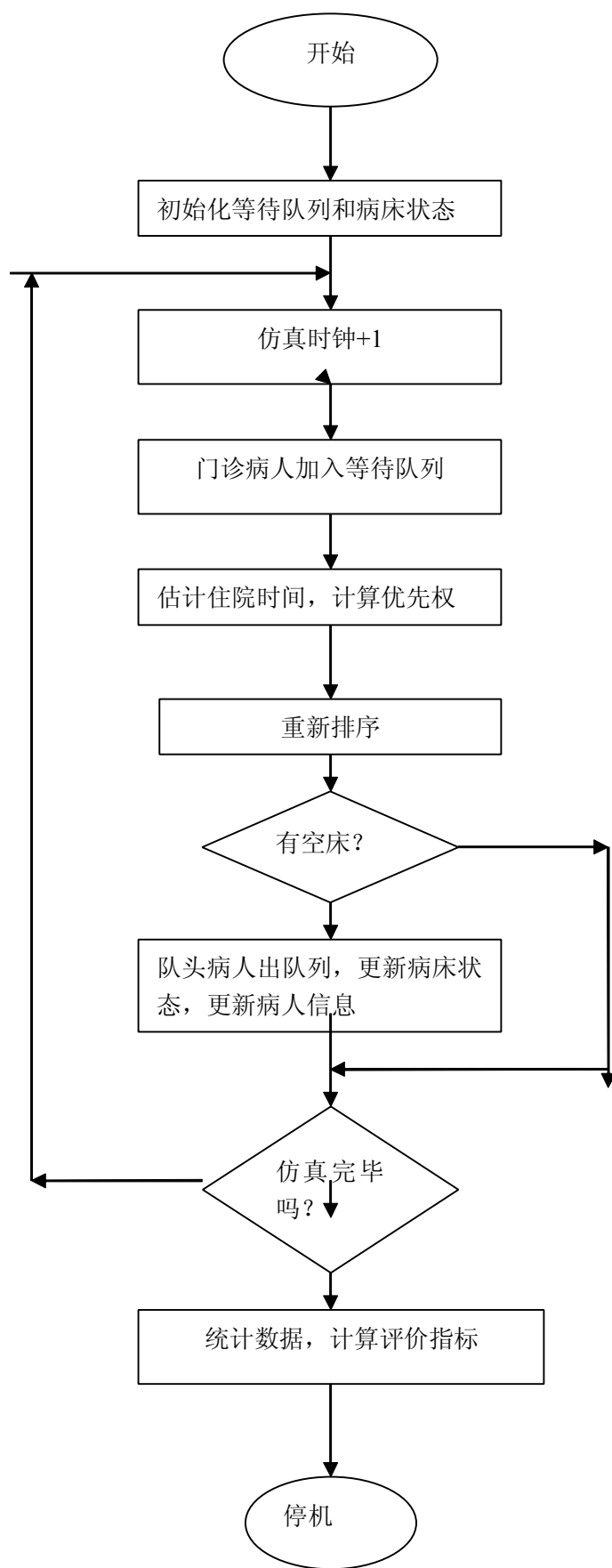
层次	星期一	星期二	星期三	星期四	星期五	星期六	星期天
白 内 障 (双)	III	II	II	II	I	III	I
白 内 障 (单)	II	II	II	II	I	III	II
其它	I	II	I	III	I	III	I

5.2.5 三层次模型评价

通过仿真的方法分别模拟在 FCFS 策略和三层次策略下同一批病人流的运行结果，通过统计数据得到问题一的评价指标值，从而比较二者的优劣。仿真流程如下图所示。



图一 FCFS 策略仿真流程图



图二 三层策略仿真模拟流程图

仿真先来先服务方法模拟表一的数据得到结果如下表格

类型	平均等待时间	平均服务时间	等待时间方差	等待时间极差
白内障（单）	12. 7	5. 2	1. 1	3. 3
白内障（双）	12. 4	8. 5	0. 7	3. 6
其它	12. 5	12. 0	1. 2	2. 5
综合	12. 47	9. 7	1. 03	3. 4

通过仿真三层次方法模拟表一的数据得到结果如下表格

类型	平均等待时间	平均服务时间	等待时间方差	等待时间极差
白内障（单）	12. 1	4.1	0.9	3. 1
白内障（双）	11. 8	7.2	0. 6	3. 4
其它	11. 5	11. 8	1. 2	2. 4
综合	10. 7	9. 1	0. 9	2. 9

注：三层次模型的仿真实例数据见附录 2

结论：通过仿真实验对比发现三层次模型通过减少无效住院时间能明显降低平均服务时间，进而从整体上减小了等待时间，也避免了个别病人等待时间过长的现象，从而减小了等待时间方差和极差。

5.3 问题三：根据当时住院病人及等待住院病人情况，门诊时即告知大致住院区间。

无效住院时间	星期一	星期二	星期三	星期四	星期五	星期六	星期天
Max Min							
白内障（双）	4 3	5 4	4 3	3 2	2 1	1 0	4 0
白内障（单）	1 0	5 4	4 3	3 2	2 1	1 0	1 0
其它	0 0	0 0	0 0	0 0	1 0	1 0	1 0

1.门诊为外伤患者：当前等待队列上的外伤患者悉数入院之后，即可轮到该名患者。因此大致入住时间即为拟出院数大于队列中外伤病人数的時候。

2.门诊为白内障患者：其最快服务时间为当拟出院人数大于当前队列上的外伤患者以及排在他前面的白内障患者（未考虑新的急症患者加入队列）。其最迟服务时间为拟出院人数大于当前队列所有患者数。

5.4 问题四：考虑周六、日不手术的病床安排模型

由于加入了周六周日不安排手术的条件，我们相应的对层次 II（有确定损失的调度策略）中的规则集作出调整，新的规则集如下：（除外伤外）

- 1.周一优先安排白内障（单眼），其他病症患者
- 2.周二优先安排其他病症患者
- 3.周三优先安排其他病症患者
- 4.周四优先安排其他病症患者

5. 周五优先安排白内障，其他病症患者
6. 周六优先安排白内障（双眼、单眼）或者其他病症患者
7. 周日优先安排白内障（单眼）以及其他病症患者

利用规则集安排病床的方法举例如下。

例 4.周三门诊到达一位青光眼患者，如果安排其第二天周四入院，因为周六日不安排手术，则必须等到下周二手术，而其手术准备时间至多 3 天，因此，应按照规定 3 降低其入院的优先权，以避免其浪费病床资源。

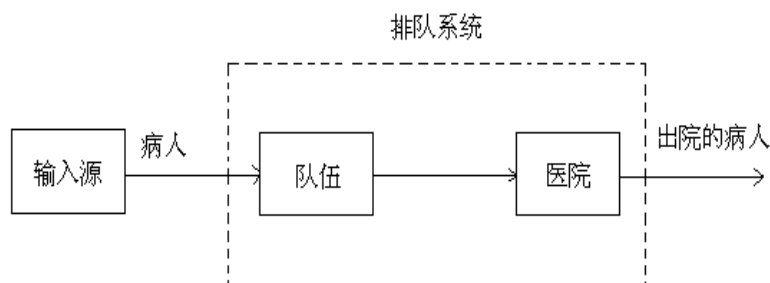
然后，层次 III（最小损失风险的调度策略）的损失风险表调整如下

无效住院时间	星期一	星期二	星期三	星期四	星期五	星期六	星期天
白内障（双）	$q1*5+q2*4$	$q1*4+q2*4$	$q1*4+q2*3$	$q1*3+q2*2$	$q1*2+q2*1$	$q1*1+q2*0$	$q1*0+q2*4$
白内障（单）	$p1*1+p2*0$	$p1*0+p2*4$	$p1*4+p2*3$	$p1*3+p2*2$	$p1*2+p2*1$	$p1*1+p2*0$	$p1*0+p2*0$
其它	$r1*1+r2*0$	$r1*0+r2*2$	$r1*3+r2*3$	$r1*2+r2*1$	$r1*3+r2*2$	$r1*0+r2*1$	$r1*1+r2*0$

5.5 问题五：最佳固定比例的病床分配模型

该问题本质是多服务台的排队问题。

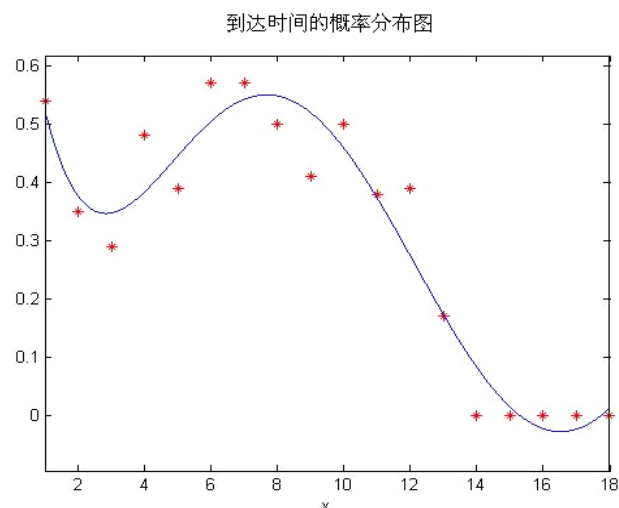
多数排队模型的基本过程：要求得到治疗的病人始终来自一个输入源，病人进入排队系统后加入队伍，在某一时刻按排队规则从队伍中选择一个成员，由医院选择一个成员做手术，康复后病人离开排队系统。如下图描述：



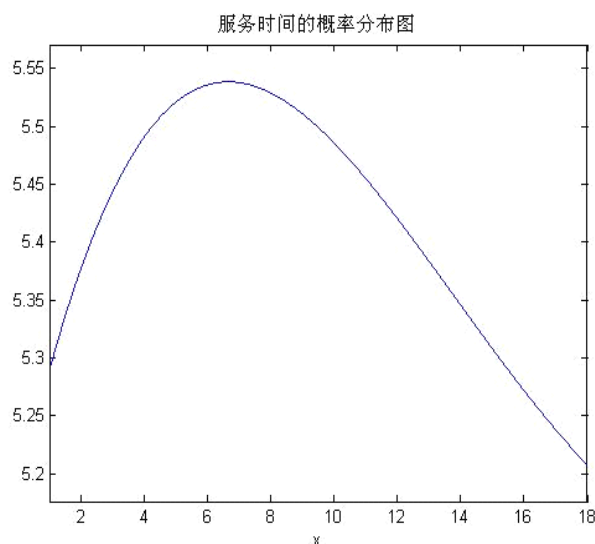
从最短平均等待时间和平均服务强度两个方面建立了两个模型。

5.5.1 模型一：最短平均等待时间的病床分配模型

查询资料可以得知本模型中的排队系统的特点:顾客到达数服从参数为 λ 的 Poisson 分布（或到达间隔时间服从负指数分布），服务时间服从参数为 μ 的负指数分布； λ 和 μ 的值通过对给出的 349 个病例统计分析得出。同时将时间按三天为一组统计得到每组中患者到达的人数，对概率值，进行多形式拟合得到拟合图形如下图三、图四所示。



图三



图四

图一表示到来时间服从的概率分布，图二表示服务时间服从的概率分布。

可以将四类病症：白内障、视网膜疾病、青光眼和外伤的等待队列看做四个并列的服务台。系统容量和顾客源数无限；排队规则为先到先服务的等待制排队系统。利用非线性规划来求得最优解。

$$\text{目标函数为：} \min \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 \frac{(C_i \rho_i)^{C_i}}{C_i! (1 - C_i)^2 \lambda_i} \rho_i^{\frac{\lambda}{\mu C_i}} \left[\sum_{k=0}^{C_i-1} \frac{1}{k!} \rho_i^k + \frac{1}{C_i!} \frac{1}{1 - \rho_i} \rho_i^{C_i} \right]^{-1} \quad (7)$$

$$s.t. \begin{cases} \sum_{i=1}^4 C_i = 79 \\ 0 < C_i < 79 \end{cases} \quad (i=1,2,3,4) \quad (8)$$

通过 Lingo 软件可以求得该非线性规划的最优解。

5.5.2 模型二：服务强度最均衡的病床分配模型

服务强度 $\rho_i = \frac{\lambda_i}{C_i u_i}$, ($i=1, 2, 3, 4$), 其中 C_i 是决策变量, 需要确定的各病种的

的固定床位数。

容易证明当服务强度平衡即 $\rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = \rho_4$ 时, 方差

$$D = \sum_{i=1}^4 (\rho_i - \bar{\rho})^2 \quad \text{达到最小。}$$

$$\text{因此, 建立的目标函数} \quad \min \sum_{i=1}^4 \left(\frac{\lambda_i}{C_i u_i} - 1/4 * \sum_{i=1}^4 \frac{\lambda_i}{C_i u_i} \right)^2 \quad (9)$$

$$\text{约束条件} \quad s.t. \begin{cases} \sum_{i=1}^4 C_i = 79 \\ C_i \text{ 为整数 } (i=1, 2, 3, 4) \end{cases} \quad (10)$$

用 Lingo 软件可以求得该非线性规划的最优解。

六. 模型的评价和推广

1) 模型的优点:

该病床安排模型具有综合性, 均衡考虑了病床安排的效率性与公平性, 既使得总体的等待时间尽可能的小, 又避免了个别病人的等待时间过长。

该病床安排模型具有适时性和动态性, 避免了静态安排策略超过一定时间的失效性。

该病床安排模型具有可调性, 通过调整优先权计算公式中等待时间和服务时间的权重系数, 来适应不同的公平性和效率性的倾向。

2) 模型的缺点:

该模型的评价指标不易从理论上推导计算, 只能通过仿真对比实验的方法观察到其相对先到先服务模型的优越性。

该模型在公平优先和效率优先的权衡尺度上具有一定的主观性, 其优先权的度量指标的合理性无法在理论上严格证明。

七. 参考文献:

1. 杨桂元, 黄己立《数学建模》, 合肥, 中国科学技术大学出版社, 2008
2. 姜启源, 《数学建模(第三版)》, 北京, 高等教育出版社, 2003
3. 汤小丹 梁红兵 哲凤屏 汤子瀛, 《计算机操作系统(第三版)》, 西安, 西安电子科技大学出版社, 2007
4. 边馥萍 侯文华 梁冯珍, 《数学模型方法与算法》, 北京, 高等教育出版社, 2005
5. 刘慧颖, 《MATLABR2007基础教程》, 北京, 清华大学出版社, 2008
6. 王正林 刘明 《精通 MATLAB7》, 北京, 电子工业出版社, 2007
7. 李骥昭 刘义山, 机电产品开发与创新, 第 22 卷第 3 期, 2009

附录一：

MATLAB 仿真程序

```
function out=FIFO( )
%pa 病人流（1.病人编号，2.病种，3.到达时间，4.入院时间，5.第一次手术，6.第二次手术时间，
%7.出院时间，8.等待时间，9.术前准备时间，10.无效住院时间，11.手术时间，12.术后时间，13.逗留时间）
%病种：1.（白内障（单眼））2.（白内障（双眼））3.（青光眼）4.（视网膜疾病）5.（外伤）
%team 当前排队队列
%hr 医院床位
%初始化

pa=[
1    5    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0
.....
349  5    53    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0];%病人流
pa=int16(pa);
team=[];
hr=350*ones(1,79)
%初始化结束
%更新队列
for day=1:53
    'day'
    day
    team=[team;pa(pa(:,3)==day & pa(:,2)~=5,1)];%今天的非外伤病人加入队尾
    team=[pa(pa(:,3)==day & pa(:,2)==5,1);team];%今天的外伤病人加入队列头
    team
    %更新队列结束
    %wait=day-pa(team(1:length(team),3);
    r=rand(1,79);%随机产生 79 个数
    for j=1:79
        %求解各个床铺的出院日期
        %length(team)~=0
        %hr(j)==350
        %pa(hr(j),7)==day
        if length(team)~=0 & (hr(j)==350 || pa(hr(j),7)==day)
            '有床'
            hr(j)=team(1);%队头患者入院
            pa(hr(j),4)=day;%填入入院时间
            pa(hr(j),8)=day-pa(hr(j),3);%求得等待时间，填入表中
            switch pa(hr(j),2) %首先选择病种
                case 1 %病人为白内障（单眼）患者
                    if mod(day,7)==1 %今天是周一
                        s1=rand(1,1);
                        if s1<0.5
```



```

        pa(hr(j),9)=1;%术前准备时间为 1 天
        pa(hr(j),10)=1;%术前空耗时间为 1 天
        pa(hr(j),11)=1;%进行手术时间为 1 天

    else %s1>=0.5
        pa(hr(j),9)=2;%术前准备时间为 2 天
        pa(hr(j),10)=1;%术前空耗时间为 0 天
        pa(hr(j),11)=1;%进行手术时间为 1 天
    end
elseif mod(day,7)==2 %今天是周二
    s1=rand(1,1);
    if s1<0.5
        pa(hr(j),9)=1;%术前准备时间为 1 天
        pa(hr(j),10)=0;%术前空耗时间为 1 天
        pa(hr(j),11)=1;%进行手术时间为 1 天
    else %s1>=0.5
        pa(hr(j),9)=2; %术前准备时间为 2 天
        pa(hr(j),10)=4; %术前空耗时间为 0 天
        pa(hr(j),11)=1;%进行手术时间为 1 天
    end
elseif mod(day,7)==3 %今天是周三
    s1=rand(1,1);
    if s1<0.5
        pa(hr(j),9)=1;%术前准备时间为 1 天
        pa(hr(j),10)=4;%术前空耗时间为 4 天
        pa(hr(j),11)=1;%进行手术时间为 1 天
    else %s1>=0.5
        pa(hr(j),9)=2;%术前准备时间为 2 天
        pa(hr(j),10)=3;%术前空耗时间为 3 天
        pa(hr(j),11)=1;%进行手术时间为 1 天
    end
elseif mod(day,7)==4 %今天是周四
    s1=rand(1,1);
    if s1<0.5
        pa(hr(j),9)=1;%术前准备时间为 1 天
        pa(hr(j),10)=3;%术前空耗时间为 4 天
        pa(hr(j),11)=1;%进行手术时间为 1 天
    else %s1>=0.5
        pa(hr(j),9)=2;%术前准备时间为 2 天
        pa(hr(j),10)=2;%术前空耗时间为 3 天
        pa(hr(j),11)=1;%进行手术时间为 1 天
    end
elseif mod(day,7)==5 %今天是周五

```

```

        s1=rand(1,1);
    if s1<0.5
        pa(hr(j),9)=1;%术前准备时间为 1 天
        pa(hr(j),10)=2;%术前空耗时间为 2 天
        pa(hr(j),11)=1;%进行手术时间为 1 天
    else %s1>=0.5
        pa(hr(j),9)=2;%术前准备时间为 2 天
        pa(hr(j),10)=1;%术前空耗时间为 1 天
        pa(hr(j),11)=1;%进行手术时间为 1 天
    end
elseif mod(day,7)==6 %今天是周六
    s1=rand(1,1);
    if s1<0.5
        pa(hr(j),9)=1;%术前准备时间为 1 天
        pa(hr(j),10)=2;%术前空耗时间为 2 天
        pa(hr(j),11)=1;%进行手术时间为 1 天
    else %s1>=0.5
        pa(hr(j),9)=2;%术前准备时间为 2 天
        pa(hr(j),10)=1;%术前空耗时间为 1 天
        pa(hr(j),11)=1;%进行手术时间为 1 天
    end
    else %今天是周日
        s1=rand(1,1);
        if s1<0.5
            pa(hr(j),9)=1;%术前准备时间为 1 天
            pa(hr(j),10)=2;%术前空耗时间为 2 天
            pa(hr(j),11)=1;%进行手术时间为 1 天
        else %s1>=0.5
            pa(hr(j),9)=2;%术前准备时间为 2 天
            pa(hr(j),10)=1;%术前空耗时间为 1 天
            pa(hr(j),11)=1;%进行手术时间为 1 天
        end
    end %关于星期的循环
if r(j)<=0.239 %置术后恢复时间
    pa(hr(j),12)=2;
elseif r(j)<=0.826
    pa(hr(j),12)=3;
else pa(hr(j),12)=4;
end
pa(hr(j),13)=pa(hr(j),9)+pa(hr(j),10)+pa(hr(j),11)+pa(hr(j),12);%置逗留时间
case 2 %病人为白内障（双眼）患者
    if mod(day,7)==1 %今天是周一
        s1=rand(1,1);
        if s1<0.5

```

```

        pa(hr(j),9)=2;%术前准备时间为 2 天
        pa(hr(j),10)=6;%术前空耗时间为 6 天
        pa(hr(j),11)=3;%进行手术时间为 3 天
    else %s1>=0.5
        pa(hr(j),9)=2;%术前准备时间为 2 天
        pa(hr(j),10)=5;%术前空耗时间为 5 天
        pa(hr(j),11)=3;%进行手术时间为 3 天
    end
elseif mod(day,7)==2 %今天是周二
    if s1<0.5
        pa(hr(j),9)=1;%术前准备时间为 1 天
        pa(hr(j),10)=5;%术前空耗时间为 5 天
        pa(hr(j),11)=3;%进行手术时间为 3 天
    else %s1>=0.5
        pa(hr(j),9)=2;%术前准备时间为 2 天
        pa(hr(j),10)=4;%术前空耗时间为 4 天
        pa(hr(j),11)=3;%进行手术时间为 3 天
    end
elseif mod(day,7)==3 %今天是周三
    s1=rand(1,2);
    if s1<0.5
        pa(hr(j),9)=1;%术前准备时间为 1 天
        pa(hr(j),10)=4;%术前空耗时间为 4 天
        pa(hr(j),11)=3;%进行手术时间为 3 天
    else %s1>=0.5
        pa(hr(j),9)=2;%术前准备时间为 2 天
        pa(hr(j),10)=3;%术前空耗时间为 3 天
        pa(hr(j),11)=3;%进行手术时间为 3 天
    end
elseif mod(day,7)==4 %今天是周四
    if s1<0.5
        pa(hr(j),9)=1;%术前准备时间为 1 天
        pa(hr(j),10)=3;%术前空耗时间为 3 天
        pa(hr(j),11)=3;%进行手术时间为 3 天
    else %s1>=0.5
        pa(hr(j),9)=2;%术前准备时间为 2 天
        pa(hr(j),10)=2;%术前空耗时间为 2 天
        pa(hr(j),11)=3;%进行手术时间为 3 天
    end
elseif mod(day,7)==5 %今天是周五
    if s1<0.5
        pa(hr(j),9)=1;%术前准备时间为 1 天
        pa(hr(j),10)=2;%术前空耗时间为 2 天
        pa(hr(j),11)=3;%进行手术时间为 3 天

```

```

else %s1>=0.5
    pa(hr(j),9)=2;%术前准备时间为 2 天
    pa(hr(j),10)=1;%术前空耗时间为 1 天
    pa(hr(j),11)=3;%进行手术时间为 3 天
end
elseif mod(day,7)==6 %今天是周六
    s1=rand(1,1);
    if s1<0.5
        pa(hr(j),9)=1;%术前准备时间为 1 天
        pa(hr(j),10)=1;%术前空耗时间为 1 天
        pa(hr(j),11)=3;%进行手术时间为 3 天
    else %s1>=0.5
        pa(hr(j),9)=2;%术前准备时间为 2 天
        pa(hr(j),10)=0;%术前空耗时间为 0 天
        pa(hr(j),11)=3;%进行手术时间为 3 天
    end
    else %今天是周日
        s1=rand(1,1);
        if s1<0.5
            pa(hr(j),9)=1;%术前准备时间为 1 天
            pa(hr(j),10)=0;%术前空耗时间为 0 天
            pa(hr(j),11)=3;%进行手术时间为 3 天
        else %s1>=0.5
            pa(hr(j),9)=2;%术前准备时间为 2 天
            pa(hr(j),10)=6;%术前空耗时间为 6 天
            pa(hr(j),11)=3;%进行手术时间为 3 天
        end
    end %关于星期的循环
if r(j)<=0.239 %置术后恢复时间
    pa(hr(j),12)=2;
elseif r(j)<=0.826
    pa(hr(j),12)=3;
else pa(hr(j),12)=4;
end
pa(hr(j),13)=pa(hr(j),9)+pa(hr(j),10)+pa(hr(j),11)+pa(hr(j),12);%置逗留时间
case {3,4} %病人患者为青光眼或者视网膜患者
    if mod(day,7)==1%今天是周一
        s1=rand(1,1);
        if s1<0.5
            pa(hr(j),9)=2;%术前准备时间为 2 天
            pa(hr(j),10)=1;%术前空耗时间为 1 天
            pa(hr(j),11)=1;%进行手术时间为 1 天

```

```

else %s1>=0.5
    pa(hr(j),9)=2;%术前准备时间为 2 天
    pa(hr(j),10)=0;%术前空耗时间为 0 天
    pa(hr(j),11)=1;%进行手术时间为 1 天
end
elseif mod(day,7)==2 %今天是周二
    s1=rand(1,1);
    if s1<0.5
        pa(hr(j),9)=2;%术前准备时间为 2 天
        pa(hr(j),10)=0;%术前空耗时间为 1 天
        pa(hr(j),11)=1;%进行手术时间为 1 天
    else %s1>=0.5
        pa(hr(j),9)=3;%术前准备时间为 2 天
        pa(hr(j),10)=0;%术前空耗时间为 0 天
        pa(hr(j),11)=1;%进行手术时间为 1 天
    end
    elseif mod(day,7)==3 %今天是周三
        s1=rand(1,1);
        if s1<0.5
            pa(hr(j),9)=2;%术前准备时间为 2 天
            pa(hr(j),10)=0;%术前空耗时间为 0 天
            pa(hr(j),11)=1;%进行手术时间为 1 天
        else %s1>=0.5
            pa(hr(j),9)=3;%术前准备时间为 3 天
            pa(hr(j),10)=0;%术前空耗时间为 0 天
            pa(hr(j),11)=1;%进行手术时间为 1 天
        end
    elseif mod(day,7)==4 %今天是周四
        s1=rand(1,1);
        if s1<0.5
            pa(hr(j),9)=2;%术前准备时间为 2 天
            pa(hr(j),10)=0;%术前空耗时间为 0 天
            pa(hr(j),11)=1;%进行手术时间为 1 天
        else %s1>=0.5
            pa(hr(j),9)=3;%术前准备时间为 3 天
            pa(hr(j),10)=0;%术前空耗时间为 0 天
            pa(hr(j),11)=1;%进行手术时间为 1 天
        end
    elseif mod(day,7)==5 %今天是周五
        s1=rand(1,1);
        if s1<0.5
            pa(hr(j),9)=2;%术前准备时间为 2 天
            pa(hr(j),10)=0;%术前空耗时间为 0 天

```

```

        pa(hr(j),11)=1;%进行手术时间为 1 天
else %s1>=0.5
    pa(hr(j),9)=3;%术前准备时间为 3 天
    pa(hr(j),10)=1;%术前空耗时间为 1 天
    pa(hr(j),11)=1;%进行手术时间为 1 天
end
elseif mod(day,7)==6 %今天是周六
    s1=rand(1,1);
    if s1<0.5
        pa(hr(j),9)=2;%术前准备时间为 2 天
        pa(hr(j),10)=1;%术前空耗时间为 1 天
        pa(hr(j),11)=1;%进行手术时间为 1 天
    else %s1>=0.5
        pa(hr(j),9)=3;%术前准备时间为 3 天
        pa(hr(j),10)=0;%术前空耗时间为 0 天
        pa(hr(j),11)=1;%进行手术时间为 1 天
    end
else %今天是周日
    s1=rand(1,1);
    if s1<0.5
        pa(hr(j),9)=2;%术前准备时间为 2 天
        pa(hr(j),10)=0;%术前空耗时间为 1 天
        pa(hr(j),11)=1;%进行手术时间为 1 天
    else %s1>=0.5
        pa(hr(j),9)=3;%术前准备时间为 3 天
        pa(hr(j),10)=1;%术前空耗时间为 0 天
        pa(hr(j),11)=1;%进行手术时间为 1 天
    end
end %星期的循环
if r(j)<=0.006%置术后恢复时间
    pa(hr(j),12)=4;
elseif r(j)<=0.024
    pa(hr(j),12)=5;
elseif r(j)<=0.054
    pa(hr(j),12)=6;
elseif r(j)<=0.156
    pa(hr(j),12)=7;
elseif r(j)<=0.355
    pa(hr(j),12)=9;
elseif r(j)<=0.589
    pa(hr(j),12)=10;
elseif r(j)<=0.755
    pa(hr(j),12)=11;
elseif r(j)<=0.833

```

```

        pa(hr(j),12)=12;
    elseif r(j)<=0.887
        pa(hr(j),12)=13;
    elseif r(j)<=0.917
        pa(hr(j),12)=14;
    else pa(hr(j),12)=15;
    end
    pa(hr(j),13)=pa(hr(j),9)+pa(hr(j),10)+pa(hr(j),11)+pa(hr(j),12);%置逗留时间
    case 5 %病人为外伤患者
        pa(hr(j),9)=1;%术前准备时间为 1 天
        pa(hr(j),10)=0;%术前空耗时间为 0 天
        pa(hr(j),11)=1;%进行手术时间为 1 天
        if r(j)<=0.036 %置术后恢复时间
            pa(hr(j),12)=3;
        elseif r(j)<=0.284
            pa(hr(j),12)=4;
        elseif r(j)<=0.456
            pa(hr(j),12)=5;
        elseif r(j)<=0.620
            pa(hr(j),12)=6;
        elseif r(j)<=0.747
            pa(hr(j),12)=7;
        elseif r(j)<=0.818
            pa(hr(j),12)=8;
        elseif r(j)<=0.903
            pa(hr(j),12)=9;
        else pa(hr(j),12)=10;
        end
    pa(hr(j),13)=pa(hr(j),9)+pa(hr(j),10)+pa(hr(j),11)+pa(hr(j),12); %置逗留时间
    end %switch 的循环
    pa(hr(j),7)=pa(hr(j),13)+pa(hr(j),4);
    team(1)=[]; %对头患者已经入院，将其从队列中删除
    end %if 循环
    end %床位数循环
    end % 天数循环
    pa

```

附录二： 仿真实例：

病人编号	病种	门诊时间	入院时间	第一次手术时间	第二次手术时间	出院时间	等待时间	术前准备时间	无效住院时间	手术时间	术后时间	逗留时间
1	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

4	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	4	1	1	0	0	20	0	2	1	1	15	19
9	2	1	1	0	0	14	0	2	5	3	3	13
10	1	1	1	0	0	6	0	1	1	1	2	5
11	4	1	1	0	0	15	0	2	1	1	10	14
12	2	1	1	0	0	15	0	2	5	3	4	14
13	2	1	1	0	0	16	0	2	6	3	4	15
14	3	1	1	0	0	15	0	2	1	1	10	14
15	4	1	1	0	0	19	0	2	1	1	14	18
16	4	1	1	0	0	11	0	2	0	1	7	10
17	4	2	2	0	0	17	0	3	0	1	11	15
18	1	2	2	0	0	6	0	1	0	1	2	4
19	3	2	2	0	0	15	0	2	0	1	10	13
20	2	2	2	0	0	14	0	1	5	3	3	12
21	4	2	2	0	0	17	0	3	0	1	11	15
22	3	2	2	0	0	16	0	3	0	1	10	14
23	1	2	2	0	0	7	0	1	0	1	3	5
24	1	2	2	0	0	7	0	1	0	1	3	5
25	2	2	2	0	0	13	0	1	5	3	2	11
26	4	2	2	0	0	17	0	3	0	1	11	15
27	3	3	3	0	0	13	0	3	0	1	6	10
28	1	3	3	0	0	12	0	1	4	1	3	9
29	5	3	3	0	0	9	0	1	0	1	4	6
30	2	3	3	0	0	15	0	2	3	3	4	12
31	4	3	3	0	0	22	0	3	0	1	15	19
32	2	3	3	0	0	14	0	2	3	3	3	11
33	4	3	3	0	0	15	0	2	0	1	9	12
34	4	4	4	0	0	17	0	2	0	1	10	13
35	1	4	4	0	0	12	0	2	2	1	3	8
36	4	4	4	0	0	18	0	2	0	1	11	14
37	4	4	4	0	0	14	0	3	0	1	6	10
38	2	4	4	0	0	14	0	2	2	3	3	10
39	2	4	4	0	0	14	0	2	2	3	3	10
40	5	4	4	0	0	11	0	1	0	1	5	7
41	3	4	4	0	0	23	0	3	0	1	15	19
42	2	4	4	0	0	14	0	2	2	3	3	10
43	2	4	4	0	0	14	0	2	2	3	3	10
44	2	4	4	0	0	14	0	2	2	3	3	10
45	2	4	4	0	0	14	0	2	2	3	3	10
46	4	5	5	0	0	19	0	3	1	1	9	14
47	2	5	5	0	0	14	0	2	1	3	3	9

48	5	5	5	0	0	12	0	1	0	1	5	7
49	2	5	5	0	0	14	0	2	1	3	3	9
50	1	5	5	0	0	12	0	2	1	1	3	7
51	3	5	5	0	0	20	0	3	1	1	10	15
52	4	5	5	0	0	19	0	2	0	1	11	14
53	5	5	5	0	0	12	0	1	0	1	5	7
54	1	5	5	0	0	12	0	2	1	1	3	7
55	2	5	5	0	0	13	0	2	1	3	2	8
56	2	5	5	0	0	14	0	2	1	3	3	9
57	4	5	5	0	0	20	0	3	1	1	10	15
58	4	6	6	0	0	19	0	3	0	1	9	13
59	1	6	6	0	0	13	0	2	1	1	3	7
60	2	6	6	0	0	14	0	2	0	3	3	8
61	4	6	6	0	0	25	0	2	1	1	15	19
62	4	6	6	0	0	22	0	2	1	1	12	16
63	3	6	6	0	0	21	0	3	0	1	11	15
64	1	6	6	0	0	12	0	1	2	1	2	6
65	5	6	6	0	0	12	0	1	0	1	4	6
66	1	6	6	0	0	12	0	2	1	1	2	6
67	3	6	6	0	0	15	0	3	0	1	5	9
68	4	7	7	0	0	25	0	2	0	1	15	18
69	1	7	7	0	0	13	0	1	2	1	2	6
70	2	7	7	0	0	22	0	2	6	3	4	15
71	1	7	7	0	0	13	0	2	1	1	2	6
72	1	7	7	0	0	14	0	1	2	1	3	7
73	5	7	7	0	0	16	0	1	0	1	7	9
74	5	7	7	0	0	19	0	1	0	1	10	12
75	4	7	7	0	0	21	0	3	1	1	9	14
76	4	7	7	0	0	23	0	3	1	1	11	16
77	1	8	8	0	0	14	0	2	1	1	2	6
78	5	8	8	0	0	17	0	1	0	1	7	9
79	2	8	8	0	0	21	0	2	5	3	3	13
80	2	8	8	0	0	20	0	2	5	3	2	12
81	5	8	8	0	0	16	0	1	0	1	6	8
82	1	8	8	0	0	15	0	2	1	1	3	7
83	2	8	8	0	0	20	0	2	5	3	2	12
84	2	8	8	0	0	21	0	2	5	3	3	13
85	2	8	8	0	0	22	0	2	5	3	4	14
86	5	9	9	0	0	18	0	1	0	1	7	9
87	3	9	9	0	0	21	0	2	0	1	9	12
88	1	9	9	0	0	14	0	1	0	1	3	5
89	1	9	9	0	0	15	0	1	0	1	4	6
90	1	9	9	0	0	19	0	2	4	1	3	10
91	4	9	9	0	0	22	0	2	0	1	10	13

92	3	10	12	0	0	27	2	2	0	1	12	15
93	5	10	11	0	0	17	1	1	0	1	4	6
94	1	10	12	0	0	19	2	1	2	1	3	7
95	1	10	12	0	0	19	2	1	2	1	3	7
96	5	10	11	0	0	18	1	1	0	1	5	7
97	1	10	12	0	0	18	2	1	2	1	2	6
98	2	10	12	0	0	21	2	1	2	3	3	9
99	4	10	12	0	0	28	2	3	1	1	11	16
100	1	10	12	0	0	20	2	1	2	1	4	8
101	4	10	12	0	0	24	2	2	0	1	9	12
102	3	10	12	0	0	25	2	2	0	1	10	13
103	4	10	13	0	0	26	3	2	1	1	9	13
104	4	10	13	0	0	27	3	2	1	1	10	14
105	2	10	13	0	0	21	3	1	1	3	3	8
106	1	10	13	0	0	20	3	1	2	1	3	7
107	4	10	13	0	0	27	3	2	1	1	10	14
108	4	11	13	0	0	24	2	3	0	1	7	11
109	4	11	14	0	0	24	3	2	0	1	7	10
110	1	11	14	0	0	21	3	1	2	1	3	7
111	3	11	14	0	0	30	3	3	1	1	11	16
112	4	11	14	0	0	32	3	2	0	1	15	18
113	1	11	14	0	0	21	3	1	2	1	3	7
114	4	11	14	0	0	34	3	3	1	1	15	20
115	1	12	14	0	0	21	2	2	1	1	3	7
116	4	12	14	0	0	29	2	3	1	1	10	15
117	2	12	14	0	0	28	2	2	6	3	3	14
118	4	12	14	0	0	24	2	2	0	1	7	10
119	2	12	14	0	0	20	2	1	0	3	2	6
120	3	13	14	0	0	27	1	2	0	1	10	13
121	1	13	14	0	0	21	1	2	1	1	3	7
122	1	13	14	0	0	22	1	1	2	1	4	8
123	3	13	14	0	0	29	1	3	1	1	10	15
124	5	14	14	0	0	26	0	1	0	1	10	12
125	3	14	15	0	0	29	1	2	0	1	11	14
126	1	14	15	0	0	22	1	2	1	1	3	7
127	2	14	15	0	0	27	1	2	5	3	2	12
128	1	14	15	0	0	22	1	2	1	1	3	7
129	4	14	15	0	0	28	1	2	1	1	9	13
130	5	14	14	0	0	20	0	1	0	1	4	6
131	4	14	15	0	0	29	1	2	0	1	11	14
132	2	14	15	0	0	29	1	2	6	3	3	14
133	3	15	16	0	0	31	1	2	0	1	12	15
134	4	15	16	0	0	26	1	2	0	1	7	10
135	5	15	15	0	0	22	0	1	0	1	5	7

136	3	15	16	0	0	29	1	3	0	1	9	13
137	5	15	15	0	0	24	0	1	0	1	7	9
138	4	15	16	0	0	33	1	3	0	1	13	17
139	3	15	17	0	0	32	2	2	0	1	12	15
140	4	15	17	0	0	29	2	2	0	1	9	12
141	2	15	17	0	0	28	2	2	3	3	3	11
142	3	15	17	0	0	30	2	3	0	1	9	13
143	4	15	18	0	0	35	3	3	0	1	13	17
144	4	15	18	0	0	30	3	2	0	1	9	12
145	3	16	19	0	0	33	3	2	0	1	11	14
146	2	16	19	0	0	28	3	1	2	3	3	9
147	4	16	19	0	0	31	3	3	1	1	7	12
148	1	16	19	0	0	26	3	1	2	1	3	7
149	3	16	19	0	0	34	3	3	1	1	10	15
150	1	17	20	0	0	27	3	2	1	1	3	7
151	4	17	20	0	0	33	3	3	0	1	9	13
152	1	17	20	0	0	26	3	2	1	1	2	6
153	5	17	17	0	0	26	0	1	0	1	7	9
154	2	17	20	0	0	27	3	1	1	3	2	7
155	5	17	17	0	0	23	0	1	0	1	4	6
156	5	18	18	0	0	30	0	1	0	1	10	12
157	3	18	20	0	0	33	2	3	0	1	9	13
158	4	18	20	0	0	31	2	3	0	1	7	11
159	3	18	20	0	0	34	2	3	0	1	10	14
160	3	18	20	0	0	39	2	2	1	1	15	19
161	2	18	20	0	0	28	2	1	1	3	3	8
162	4	18	21	0	0	38	3	2	0	1	14	17
163	5	18	18	0	0	25	0	1	0	1	5	7
164	4	18	21	0	0	41	3	3	1	1	15	20
165	3	18	21	0	0	39	3	2	0	1	15	18
166	4	18	21	0	0	34	3	2	0	1	10	13
167	5	19	19	0	0	28	0	1	0	1	7	9
168	4	19	21	0	0	30	2	2	0	1	6	9
169	2	19	21	0	0	35	2	2	6	3	3	14
170	3	19	21	0	0	41	2	3	1	1	15	20
171	2	19	21	0	0	28	2	1	0	3	3	7
172	2	19	21	0	0	29	2	1	0	3	4	8
173	4	19	21	0	0	35	2	3	1	1	9	14
174	4	19	21	0	0	36	2	2	0	1	12	15
175	5	19	19	0	0	26	0	1	0	1	5	7
176	5	19	19	0	0	31	0	1	0	1	10	12
177	2	19	22	0	0	35	3	2	5	3	3	13
178	4	20	22	0	0	35	2	2	0	1	10	13
179	4	20	22	0	0	36	2	2	1	1	10	14

180	4	20	22	0	0	34	2	2	0	1	9	12
181	1	20	22	0	0	27	2	1	1	1	2	5
182	4	20	22	0	0	35	2	2	1	1	9	13
183	2	20	22	0	0	34	2	2	5	3	2	12
184	3	21	22	0	0	36	1	2	1	1	10	14
185	2	21	23	0	0	35	2	1	5	3	3	12
186	3	21	23	0	0	35	2	2	0	1	9	12
187	4	21	23	0	0	41	2	2	0	1	15	18
188	2	21	24	0	0	35	3	2	3	3	3	11
189	1	21	24	0	0	34	3	1	4	1	4	10
190	2	21	24	0	0	35	3	2	3	3	3	11
191	4	21	24	0	0	39	3	3	0	1	11	15
192	4	21	25	0	0	38	4	3	0	1	9	13
193	4	21	25	0	0	39	4	2	0	1	11	14
194	4	21	26	0	0	46	5	3	1	1	15	20
195	2	22	26	0	0	34	4	2	1	3	2	8
196	4	22	26	0	0	46	4	3	1	1	15	20
197	2	22	26	0	0	35	4	2	1	3	3	9
198	5	22	22	0	0	33	0	1	0	1	9	11
199	2	22	26	0	0	34	4	2	1	3	2	8
200	1	22	26	0	0	33	4	2	1	1	3	7
201	4	23	27	0	0	44	4	3	0	1	13	17
202	4	23	27	0	0	43	4	3	0	1	12	16
203	1	23	27	0	0	34	4	1	2	1	3	7
204	1	23	27	0	0	33	4	1	2	1	2	6
205	3	23	27	0	0	40	4	2	1	1	9	13
206	4	24	27	0	0	43	3	2	1	1	12	16
207	1	24	27	0	0	34	3	1	2	1	3	7
208	2	24	27	0	0	35	3	2	0	3	3	8
209	1	24	28	0	0	35	4	1	2	1	3	7
210	4	24	28	0	0	42	4	3	1	1	9	14
211	1	24	28	0	0	34	4	1	2	1	2	6
212	2	24	28	0	0	42	4	2	6	3	3	14
213	2	24	28	0	0	41	4	2	6	3	2	13
214	5	24	24	0	0	36	0	1	0	1	10	12
215	4	24	28	0	0	43	4	3	1	1	10	15
216	1	24	29	0	0	36	5	2	1	1	3	7
217	2	24	29	0	0	42	5	2	5	3	3	13
218	2	24	29	0	0	44	5	2	6	3	4	15
219	4	24	29	0	0	44	5	2	1	1	11	15
220	4	25	29	0	0	48	4	2	1	1	15	19
221	4	25	29	0	0	48	4	2	1	1	15	19
222	1	25	29	0	0	37	4	2	1	1	4	8
223	1	25	29	0	0	36	4	2	1	1	3	7

224	4	25	30	0	0	42	5	2	0	1	9	12
225	4	25	30	0	0	47	5	2	0	1	14	17
226	2	25	30	0	0	42	5	1	5	3	3	12
227	2	25	30	0	0	42	5	1	5	3	3	12
228	1	25	30	0	0	40	5	2	4	1	3	10
229	2	25	30	0	0	43	5	2	4	3	4	13
230	5	25	25	0	0	31	0	1	0	1	4	6
231	1	25	31	0	0	40	6	1	4	1	3	9
232	2	25	31	0	0	41	6	2	3	3	2	10
233	5	25	25	0	0	30	0	1	0	1	3	5
234	3	25	31	0	0	44	6	3	0	1	9	13
235	4	26	31	0	0	46	5	3	0	1	11	15
236	5	26	26	0	0	36	0	1	0	1	8	10
237	4	26	31	0	0	45	5	3	0	1	10	14
238	4	26	32	0	0	45	6	2	0	1	10	13
239	2	26	33	0	0	41	7	1	2	3	2	8
240	4	26	33	0	0	45	7	2	0	1	9	12
241	4	26	33	0	0	51	7	2	0	1	15	18
242	3	26	33	0	0	47	7	3	1	1	9	14
243	4	27	33	0	0	45	6	3	1	1	7	12
244	1	27	33	0	0	41	6	1	2	1	4	8
245	4	27	33	0	0	45	6	3	1	1	7	12
246	2	27	34	0	0	42	7	2	0	3	3	8
247	1	28	34	0	0	40	6	1	2	1	2	6
248	2	28	34	0	0	42	6	2	0	3	3	8
249	3	28	34	0	0	48	6	3	0	1	10	14
250	5	28	28	0	0	36	0	1	0	1	6	8
251	5	28	28	0	0	35	0	1	0	1	5	7
252	2	28	34	0	0	42	6	2	0	3	3	8
253	1	28	34	0	0	41	6	1	2	1	3	7
254	4	28	34	0	0	48	6	2	1	1	10	14
255	4	29	34	0	0	47	5	2	1	1	9	13
256	3	29	34	0	0	47	5	3	0	1	9	13
257	4	29	34	0	0	48	5	2	1	1	10	14
258	4	29	34	0	0	53	5	3	0	1	15	19
259	2	29	35	0	0	48	6	2	6	3	2	13
260	4	29	35	0	0	48	6	2	0	1	10	13
261	1	30	35	0	0	43	5	2	1	1	4	8
262	2	30	35	0	0	42	5	1	0	3	3	7
263	2	30	35	0	0	48	5	2	6	3	2	13
264	1	30	35	0	0	43	5	1	2	1	4	8
265	2	30	35	0	0	41	5	1	0	3	2	6
266	1	30	35	0	0	42	5	1	2	1	3	7
267	4	30	35	0	0	48	5	2	0	1	10	13

268	4	31	35	0	0	47	4	3	1	1	7	12
269	1	31	35	0	0	43	4	1	2	1	4	8
270	4	31	36	0	0	48	5	2	0	1	9	12
271	4	31	36	0	0	46	5	2	0	1	7	10
272	4	31	36	0	0	50	5	2	0	1	11	14
273	2	31	36	0	0	50	5	2	6	3	3	14
274	3	31	36	0	0	55	5	2	1	1	15	19
275	2	31	36	0	0	49	5	2	5	3	3	13
276	2	31	37	0	0	48	6	2	4	3	2	11
277	2	31	39	0	0	48	8	2	2	3	2	9
278	2	31	39	0	0	49	8	2	2	3	3	10
279	4	31	39	0	0	53	8	3	0	1	10	14
280	4	31	40	0	0	59	9	3	1	1	14	19
281	5	32	32	0	0	44	0	1	0	1	10	12
282	3	32	40	0	0	55	8	3	1	1	10	15
283	4	32	40	0	0	55	8	2	0	1	12	15
284	2	32	41	0	0	50	9	2	0	3	4	9
285	2	32	41	0	0	49	9	2	0	3	3	8
286	2	32	41	0	0	49	9	1	1	3	3	8
287	4	33	41	0	0	54	8	3	0	1	9	13
288	4	33	41	0	0	56	8	2	1	1	11	15
289	2	33	41	0	0	49	8	2	0	3	3	8
290	4	33	41	0	0	56	8	2	1	1	11	15
291	1	33	41	0	0	48	8	1	2	1	3	7
292	3	33	41	0	0	57	8	2	1	1	12	16
293	2	33	41	0	0	49	8	1	1	3	3	8
294	3	33	42	0	0	56	9	2	0	1	11	14
295	4	33	42	0	0	51	9	3	1	1	4	9
296	5	34	34	0	0	41	0	1	0	1	5	7
297	4	34	42	0	0	52	8	2	0	1	7	10
298	2	34	42	0	0	55	8	2	6	3	2	13
299	2	34	42	0	0	50	8	1	0	3	4	8
300	2	34	42	0	0	50	8	1	0	3	4	8
301	1	34	42	0	0	49	8	1	2	1	3	7
302	1	35	42	0	0	48	7	1	2	1	2	6
303	4	35	42	0	0	55	7	2	0	1	10	13
304	5	35	35	0	0	47	0	1	0	1	10	12
305	5	35	35	0	0	43	0	1	0	1	6	8
306	2	35	42	0	0	55	7	2	6	3	2	13
307	4	35	42	0	0	55	7	2	0	1	10	13
308	5	35	35	0	0	41	0	1	0	1	4	6
309	2	35	42	0	0	55	7	2	6	3	2	13
310	2	36	43	0	0	57	7	2	6	3	3	14
311	5	36	36	0	0	42	0	1	0	1	4	6

312	2	36	43	0	0	56	7	2	5	3	3	13
313	4	36	43	0	0	54	7	2	1	1	7	11
314	1	36	43	0	0	50	7	2	1	1	3	7
315	1	36	43	0	0	49	7	1	1	1	3	6
316	5	36	36	0	0	43	0	1	0	1	5	7
317	2	36	43	0	0	56	7	2	6	3	2	13
318	3	36	43	0	0	56	7	2	0	1	10	13
319	1	36	43	0	0	48	7	1	1	1	2	5
320	2	36	44	0	0	56	8	1	5	3	3	12
321	1	36	44	0	0	53	8	2	4	1	2	9
322	4	37	44	0	0	60	7	3	0	1	12	16
323	1	37	44	0	0	55	7	2	4	1	4	11
324	1	38	44	0	0	49	6	1	0	1	3	5
325	5	38	38	0	0	44	0	1	0	1	4	6
326	5	38	38	0	0	44	0	1	0	1	4	6
327	1	38	45	0	0	54	7	1	4	1	3	9
328	5	39	39	0	0	47	0	1	0	1	6	8
329	1	39	45	0	0	55	6	1	4	1	4	10
330	1	40	46	0	0	54	6	1	3	1	3	8
331	5	40	40	0	0	48	0	1	0	1	6	8
332	1	41	46	0	0	55	5	1	3	1	4	9
333	5	41	41	0	0	47	0	1	0	1	4	6
334	1	43	46	0	0	54	3	1	3	1	3	8
335	1	43	46	0	0	53	3	2	2	1	2	7
336	5	43	43	0	0	48	0	1	0	1	3	5
337	1	43	47	0	0	55	4	2	1	1	4	8
338	5	44	44	0	0	55	0	1	0	1	9	11
339	5	44	44	0	0	50	0	1	0	1	4	6
340	1	44	47	0	0	54	3	1	2	1	3	7
341	5	45	45	0	0	57	0	1	0	1	10	12
342	5	45	45	0	0	54	0	1	0	1	7	9
343	5	45	45	0	0	57	0	1	0	1	10	12
344	5	47	47	0	0	54	0	1	0	1	5	7
345	5	47	47	0	0	54	0	1	0	1	5	7
346	5	50	50	0	0	61	0	1	0	1	9	11
347	5	51	51	0	0	61	0	1	0	1	8	10
348	5	52	52	0	0	58	0	1	0	1	4	6
349	5	53	53	0	0	62	0	1	0	1	7	9
350	5	100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

