

Modélisation d'une épidémie

L'année dernière lors d'une visite d'une école d'ingénieur, j'ai découvert que l'évolution de certaines espèces animales dans leur milieu était prédictible grâce aux mathématiques et à l'informatique. Mais cela peut aussi s'étendre à la propagation de maladies infectieuses dans une population. D'ailleurs, la pandémie du Covid-19 suscite l'intérêt de nombreux scientifiques car cela concerne le monde entier. Alors essayer de prévoir l'évolution d'une épidémie comme celle-ci afin de prendre des mesures en conséquence est un enjeu majeur dans notre société actuelle.

Positionnement thématique (ETAPE 1)

MATHEMATIQUES (Analyse), INFORMATIQUE (Informatique pratique).

Mots-clés (ETAPE 1)

Mots-Clés (en français)	Mots-Clés (en anglais)
<i>Modélisation mathématique</i>	<i>Mathematical modelling</i>
<i>Modèle SIR</i>	<i>SIR model</i>
<i>Épidémie</i>	<i>Epidemic</i>
<i>Virus</i>	<i>Virus</i>
<i>taux de reproduction</i>	<i>reproduction rate</i>

Bibliographie commentée

Aujourd'hui, nous faisons face à une épidémie. La Covid-19 est une maladie due à un virus appelé SARS-CoV-2 et qui se traduit par des symptômes comme la fièvre, la toux, la fatigue et la gêne respiratoire et peut même dans le pire des cas entraîner la mort, notamment chez les personnes plus fragiles. Le virus est apparu fin 2019 et s'est rapidement propagé à travers le monde. L'ampleur de cette épidémie fait que de nombreux scientifiques s'y intéressent. Stopper cette épidémie est un grand enjeu en ce moment alors la prédiction de l'évolution de celle-ci va être un outil nécessaire pour accomplir cet objectif [1].

En effet, l'humanité et même les êtres vivants en général doivent régulièrement faire face à des épidémies depuis toujours. Étant données les lourdes conséquences de ces dernières, les scientifiques ont commencé à se pencher au XVIIIe siècle sur le sujet pour tenter de le comprendre et aussi de l'expliquer comme par exemple Bernoulli avec des probabilités. L'épidémiologie est donc une discipline scientifique qui étudie les questions de santé dans une population donnée en regardant la propagation de maladies infectieuses dans le temps et dans l'espace ainsi que les facteurs influant sur la santé des populations. Toutes ces études ont pour but final la recherche et la conception de méthodes d'intervention plus efficaces pour contrer ces fléaux.

Ainsi, les mathématiques ont une place importante dans l'étude de la propagation de maladies infectieuses. Au début du XXe siècle, William Ogilvy Kermack et Anderson Gray McKendrick se

sont intéressés aux maladies infectieuses telles que le paludisme ou la peste en cherchant à comprendre par exemple pourquoi la maladie disparaît sans contaminer tout le monde. Ils ont alors créé des modèles mathématiques pour les décrire. Depuis les années 1950, la modélisation mathématique des épidémies se développe considérablement et s'appuie sur des études probabilistes avec des calculs de probabilités d'infection d'un individu ou des études déterministes pour obtenir un modèle proche de la réalité permettant de prévoir comment la maladie évolue dans le temps [2].

Grâce à des modèles bien choisis pour simplifier la réalité, les mathématiques permettent d'étudier les épidémies en les modélisant par des équations et des paramètres. La modélisation de la maladie au cours du temps peut se faire en général par un système différentiel qui va lier les évolutions des différentes catégories de population (infectés, sains...) avec des paramètres permettant de décrire l'évolution de la maladie (taux d'infection, taux de mortalité...) [3]. Un modèle à retenir est le modèle S-I-R de Kermack et McKendrick qui divise la population en trois groupes : les individus susceptibles d'être infectés par le virus (S), ceux qui sont infectés et peuvent alors infecter les individus susceptibles (I), et les individus retirés (R), c'est-à-dire ni susceptibles ni infectés soit parce qu'ils se sont rétablis de la maladie soit parce qu'ils en sont morts. Ces trois catégories évoluent au cours du temps et interagissent. Le taux de transmission permet de relier (I) à (S) et le taux de guérison (R) à (I). Le système différentiel obtenu permet de prédire l'évolution d'une maladie au sein d'une population totale ($N = S + I + R$) dans laquelle elle est présente au cours du temps [4]. Pour prédire si l'épidémie va s'éteindre ou s'aggraver, le nombre de reproduction de base ou plus communément appelé le paramètre R_0 va être intéressant. Il s'agit du nombre de personnes qui seront contaminées par une personne infectieuse pendant la durée de la contagiosité. Le R_0 correspond au taux de reproduction au début de l'épidémie. On parle ensuite de Reffectif. Il est utilisé en épidémiologie parce qu'il permet de dire si l'épidémie est en voie pour s'éteindre ou si le virus est très contagieux et va continuer de se répandre [5].

Problématique retenue

Comment modéliser avec les mathématiques et les outils informatiques l'évolution d'une épidémie afin de mieux la comprendre et prévoir les influences des différentes mesures prises pour contrer celle-ci ?

Objectifs du TIPE

- Faire les hypothèses pour simplifier le modèle épidémique.
- Modéliser mathématiquement l'évolution d'une épidémie
- A l'aide d'un programme Python, faire des simulations de l'évolution de cette épidémie
- Étudier les effets des différentes mesures prises pour freiner l'épidémie (confinements, vaccin...)

Références bibliographiques (ETAPE 1)

- [1] DR MICHEL NAHON : COVID-19 : mise au point quotidienne : <https://urgences-serveur.fr/covid-19-mise-au-point-quotidienne.html>
- [2] NICOLAS BACAËR : Les difficultés de la modélisation mathématiques des épidémies : <http://www.breves-de-maths.fr/les-difficultes-modelisation-mathematique-epidemies/>
- [3] CORENTIN BAYETTE : Image des mathématiques : <http://images.math.cnrs.fr/Modelisation-d-une-epidemie-partie-1.html>
- [4] ANTOINE HOLLARD : Evolution d'une épidémie : *Bulletin vert de l'Union des professeurs des classes préparatoires scientifiques (été 2020)*. p.57 à 62
- [5] NICOLAS BACAËR : Le paramètre R_0 pour la dynamique des populations dans un environnement périodique : <https://hal.archives-ouvertes.fr/tel-01540200/document>

DOT

- [1] *Septembre : choix du sujet*
- [2] *Octobre : recherches sur les modèles épidémiologiques SIR, SEIR. Début de programmation.*
- [3] *Novembre : choix de la meilleure méthode de programmation entre Euler explicite, Euler implicite et Runge Kutta. Au final, je choisis Euler explicite.*
- [4] *Février-Mars : difficultés pour savoir calculer le nombre de reproduction du virus ; cela conduit à de nombreuses recherches documentaires*
- [5] *Avril-Mai: Imagination de la simulation, réflexion sur problème et pour savoir comment le coder.*