

COURS 3

LOGICĂ PROPOZITIONALĂ - LIMBAJUL

- Limbajul logicii:
 - o mult. numărărilor de var. $V = \{v_m \mid m \in \mathbb{N}\}$
 - conectori logici: $\neg, \wedge, \rightarrow$
 - paranteze
- Multimea $\text{Sim} := V \cup \{\neg, \rightarrow, (,)\}$ a simbolurilor lui LP
- $\text{Expr} =$ mult. expresiilor; a șiurilor finite de simboluri LP
- Expresia vidă $= \lambda$
- Sim^m mult. șiur. de simboluri de lungime m (are m elemente)
- $\text{Sim}^0 = \lambda$ — $\text{Expr} = \bigcup_{m \in \mathbb{N}} \text{Sim}^m$
- Concatenare: $\varphi = \varphi_0 \dots \varphi_{k-1}$ și $\theta = \theta_0 \dots \theta_{m-1} \Rightarrow \varphi\theta = \varphi_0 \dots \varphi_{k-1} \theta_0 \dots \theta_{m-1}$

FORMULE

- \forall var. propozițională = formulă (sau expresii: $\theta \rightarrow \varphi$)
- $\text{Form} =$ multimea formulare în $\text{Form} \subseteq \text{Expr}$ și e nr.
- Orice formulă derivată a lui φ are propr. P
- $c(\varphi) =$ nr. conectorilor logici din φ și $\text{Var}(\varphi) =$ mult. var. φ
- Principiul recursiei pe formule:

$$\begin{array}{l}
 G_0: V \rightarrow A \\
 G_1: A \rightarrow A \\
 G_2: A \times A \rightarrow A
 \end{array}
 \left| \Rightarrow F: \text{Form} \rightarrow A \right.
 \Rightarrow
 \begin{cases}
 F(v) = G_0(v) \\
 F(\neg \varphi) = G_1(F(\varphi)) \\
 F(\varphi \rightarrow \theta) = \\
 = G_2(F(\varphi), F(\theta))
 \end{cases}$$
- Evaluare/Interpretare: $e: V \rightarrow \{0, 1\}$ \exists $e^+: \text{Form} \rightarrow \{0, 1\}$ unică

$$\text{unde } \begin{cases}
 e^+(v) = e(v) \\
 e^+(\neg \varphi) = \neg e^+(\varphi) \\
 e^+(\varphi \rightarrow \theta) = e^+(\varphi) \rightarrow e^+(\theta)
 \end{cases}$$