

Geometrie euclidiană tridimensională

Axiomele geometriei euclidiene tridimensionale sunt aceleași ca cele ale geometriei plane. Mai mult, mai avem următoarele proprietăți:

- 1) prin două linii seante, trece un plan și unul singur.
- 2) prin două linii drepte paralele necangunate, trece un plan și doar unul
- 3) prin trei puncte necoliniare, trece un plan și doar unul
- 4) printr-o linie și un punct în afara acesteia, trece un plan și numai unul

Axiomele de ordonare:

- 1) Dacă un punct B este între A și C , atunci punctele A, B, C sunt coliniare și distincte, și punctul B este între C și A .
- 2) Fînd date 2 puncte distincte A, B , există un punct C astfel încît B să se afle între A și C .
- 3) Fînd date trei puncte coliniare și distincte A, B, C , astfel încît B se afle între A și C , A nu se poate afla între B și C , iar C nu se poate afla între A și B .
- 4) Axioma lui Pasch:
Fînd date, în același plan, trei puncte necoliniare A, B, C

și o dreaptă d , astfel încât d să treacă printr-un punct situat între B și C , dar d să nu treacă prin niciunul din punctele A, B, C , dreapta d va trece fie printr-un punct situat între A și B , fie între A și C .

Axiomele de congruență

1) Axioma punțării congruente a segmentelor:

Fiind date un segment $|AB|$ și o semidreaptă s cu originea O , există pe s un punct P , și numai unul, astfel ca

$$|AB| \equiv |OP|$$

2) Orice segment e congruent cu el însuși. Dacă segmentul

$$|AB| \equiv |CD|, \text{ atunci } |CD| \equiv |AB|. \text{ Dacă } |AB|, |CD|, |EF|$$

sunt segmente astfel încât $|AB| \equiv |CD|$ și $|CD| \equiv |EF|$, atunci

$$|AB| \equiv |EF|$$

3) Axioma de adunare a segmentelor:

Fiind date segmentele $|AC|, |A'C'|$ și punctele $B \in |AC|,$

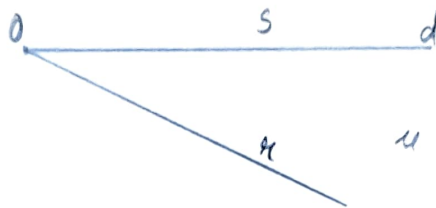
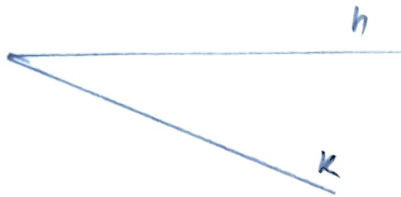
$B' \in |A'C'|$ astfel încât $|AB| \equiv |A'B'|, |BC| \equiv |B'C'|$, avem

$$|AC| \equiv |A'C'|$$



4) Axioma punțării congruente a unghiurilor:

Fiind date un unghi propriu $\hat{h}\hat{k}$, un semiplan π limitat de dreapta d și o semidreaptă $s = d$ cu originea O , există o semidreaptă π și numai una, astfel încât să avem $\pi \subset \pi$ să aibă originea O și $\pi \hat{s} \equiv \hat{h}\hat{k}$. Orice unghi e congruent cu el însuși.



5) Fie $\triangle ABC$ și $\triangle A'B'C'$ două triunghiuri astfel încât $\hat{A} \equiv \hat{A}'$,
 $|AB| \equiv |A'B'|$, $|AC| \equiv |A'C'|$, atunci $\hat{B} \equiv \hat{B}'$