$\Leftrightarrow \models \varphi$ și $\models \psi$

ii) $\models \varphi \vee \psi$ dar $\not\models \varphi$ și $\not\models \psi$

$\models v \vee \neg v \Leftrightarrow$ pt $\forall e: V \to \{0,1\}$, $e^+(v \vee \neg v) = 1$

Fie $e_1: V \to \{0,1\}$ a.î. $e_1(v) = 0 \Rightarrow e_1 \not\models v$ (nu e model pt v)

$\Downarrow$ $\not\models v$ (nu e tautologie)

Fie $e_2: V \to \{0,1\}$ a.î. $e_2(v) = 1 \Rightarrow e_2^+(\neg v) = 0$

$\Rightarrow e_2 \not\models \neg v \Rightarrow \not\models \neg v$

SEMINARUL 2 – 16.11.2023

FORMULA NORMALĂ DISJUNCTIVĂ (FND)

FND: $(\_ \cap \_ \cap \_) \cup (\_ \cap \_) \cup (\_ \cap \_)$

FND: $\bigvee_i \left(\bigcap_j L_{ij} \right)$

FORMULA NORMALĂ CONJUNCTIVĂ (FNC)

FNC: $(\_ \cup \_ \cup \_) \cap (\_ \cup \_) \cap (\_ \cup \_)$

FNC: $\bigwedge_i \left(\bigvee_j L_{ij} \right)$

$a \to b \sim \neg a \vee b$

$a \leftrightarrow b \sim (a \to b) \cap (b \to a)$

$\sim (\neg a \vee b) \wedge (\neg b \vee a)$

S1.3

(i) $v_0 \to v_2$

Fie $e : V \to \{0,1\}$, $e(x) = \begin{cases} 1, & x \in [v_0, v_2] \\ 0, & \text{altfel} \end{cases}$

$e^+(v_0 \to v_2) = e^+(v_0) \to e^+(v_2) = 1 \to 1 = 1$

$\Rightarrow e \vDash v_0 \to v_2$

(ii) Fie $e : V \to \{0,1\}$, $e_1(x) = \begin{cases} 1, & x \in [v_0, v_3] \\ 0, & \text{altfel} \end{cases}$ | $e_2(x) = \begin{cases} 0, & x=v_4 \\ & \text{altfel} \end{cases}$

$e_1^+(v_0 \wedge v_3 \wedge \neg v_4) = e^+(v_0) \wedge e^+(v_3) \wedge e^+(\neg v_4)$

$= 1 \wedge 1 \wedge (\neg 0) = 1$

S1.4

φ tautologie $\Leftrightarrow$ pt orice $e : V \to \{0,1\}$, $e^+(\varphi) = 1$

$\Leftrightarrow$ pt orice $e : V \to \{0,1\}$, $\neg e^+(\varphi) = \neg 1$

$\Leftrightarrow$ pt orice $e : V \to \{0,1\}$, $e^+(\neg\varphi) = 0$

$\Leftrightarrow \neg\varphi$ este nesatisfiabilă

S1.5

i) pt orice formulă $\varphi, \psi \in Form$, $\vDash \varphi \cap \psi \Leftrightarrow \vDash \varphi$ și $\vDash \psi$

$\vDash \varphi \cap \psi \Leftrightarrow \forall e : V \to \{0,1\}$, $e^+(\varphi \cap \psi) = 1$

$\Leftrightarrow \forall e : V \to \{0,1\}$, $e^+(\varphi) \cap e^+(\psi) = 1$

$\Leftrightarrow \forall e : V \to \{0,1\}$, $e^+(\varphi) = 1$ și $e^+(\psi) = 1$

$\Leftrightarrow \forall e : V \to \{0,1\}$ $e^+(\varphi) = 1$ și $\forall e_2 : V \to \{0,1\}$ $e_2^+(\psi) = 1$

S2.2

$\varphi = (v_0 \to v_1) \to v_2$

ε_0	ε_1	ε_2	$\varepsilon_0 \to \varepsilon_1$	$(\varepsilon_0 \to \varepsilon_1) \to \varepsilon_2$	
0	0	0	1	0	$D_1 = v_0 \cup v_1 \cup v_2$
0	0	1	1	1	$C_1 = \neg v_0 \cap \neg v_1 \cap v_2$
0	1	0	1	0	$D_2 = v_0 \cup \neg v_1 \cup v_2$
0	1	1	1	1	$C_2 = \neg v_0 \cap v_1 \cap v_2$
1	0	0	0	1	$C_3 = v_0 \cap \neg v_1 \cap \neg v_2$
1	0	1	0	1	$C_4 = v_0 \cap \neg v_1 \cap v_2$
1	1	0	1	0	$D_3 = \neg v_0 \cup \neg v_1 \cup v_2$
1	1	1	1	1	$C_5 = v_0 \cap v_1 \cap v_2$

$\varphi^{FNC} = D_1 \cap D_2 \cap D_3$

$\varphi^{FND} = C_1 \cup C_2 \cup C_3 \cup C_4 \cup C_5$

S2.3

$S = \{ C_1 = \{ \neg v_0, v_1,$

$\sim ((\neg v_1 \cup v_0) \cup v_0) \wedge ((\neg v_1 \cup v_0) \vee \neg v_1)$

$\sim (\neg v_1 \cup v_0 \cup v_0) \wedge (\neg v_1 \cup v_0 \vee \neg v_1)$ (FNC)

$\sim (\neg v_1 \cup v_0) \wedge (\neg v_1 \cup v_0)$ (IDEMPOTENȚA)

$\sim \neg v_1 \cup v_0$ (IDEMPOTENȚA)

ii) $(v_1 \vee \neg v_4) \to (\neg v_2 \to v_3)$

$\sim \neg(v_1 \vee \neg v_4) \cup (\neg v_2 \to v_3)$ înlocuirea implicației

$\sim \neg(v_1 \cup \neg v_4) \cup (\neg\neg v_2 \cup v_3)$ înlocuirea implicației

$\sim \neg(v_1 \cup \neg v_4) \cup (v_2 \cup v_3)$ înloc. dublei negații

$\sim (\neg v_1 \cap \neg\neg v_4) \cup (v_2 \cup v_3)$ De Morgan

$\sim (\neg v_1 \cap v_4) \cup (v_2 \cup v_3)$ reducerea dublei negații

$\sim (\neg v_1 \cap v_4) \cup v_2 \cup v_3$ (FND)

$\sim ((\neg v_1 \cup v_2) \cap (v_4 \cup v_2)) \cup v_3$ DISTRIBUTIVITATE

$\sim (((\neg v_1 \cup v_2) \cup v_3) \cap ((v_4 \cup v_2) \cup v_3))$ DISTRIB

$\sim (\neg v_1 \cup v_2 \cup v_3) \cap (v_4 \cup v_2 \cup v_3)$ (FNC)

$\sim \neg((\neg v_0 \vee v_1) \wedge v_1) \vee v_0$ Înlocuirea implicației

$\sim (\neg(\neg v_0 \vee v_1) \vee \neg v_1) \vee v_0$ De Morgan

$\sim ((\neg\neg v_0 \wedge \neg v_1) \vee \neg v_1) \vee v_0$ De Morgan

$\sim ((v_0 \wedge \neg v_1) \vee \neg v_1) \vee v_0$

$\sim (v_0 \wedge \neg v_1) \vee \neg v_1 \vee v_0$ FND

$\sim (v_0 \wedge \neg v_1) \vee (\neg v_1 \vee v_0)$