

10.04.2024

Seminar 4

Expresii regulate (RegEx)

- RegEx (Σ) = cuvinte peste $\Sigma \cup \{ (,), +, \cdot, *, \emptyset, \lambda \}$
- \downarrow reuniune \downarrow putere \downarrow concatenare
 \downarrow reuniune

1) $\emptyset, \lambda \in \text{RegEx}$; $a \in \text{RegEx} \forall a \in \Sigma$

2) dacă $e_1, e_2 \in \text{RegEx} \Rightarrow$

- 3) $(e_1 + e_2) \in \text{RegEx}$
- 3) $(e_1 \cdot e_2) \in \text{RegEx}$
- 4) $e^* \in \text{RegEx}$

Transformările RegEx \rightarrow AFN- λ

① $L = \emptyset$ și $e = \emptyset$



② $L = \{ \lambda \}$ și $e = \lambda$



③ $\{ a \mid a \in \Sigma \} = L$

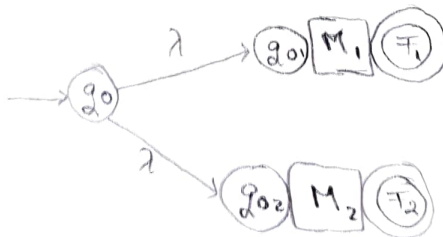
$e = a$



④ $L = L_1 \cup L_2$

$e = e_1 + e_2$

$F = F_1 \cup F_2$



⑤ $L = L_1 \cdot L_2$

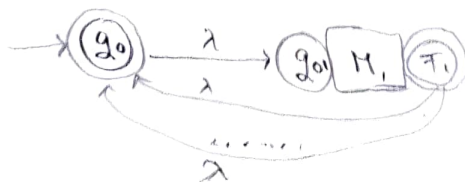
$e = e_1 \cdot e_2$



⑥ $L = (L_1)^*$

$e = e_1^*$

$F = F_1 \cup \{ q_0 \}$



Transformare NFA- $\lambda \rightarrow \text{RegEx}$

Pas 1: Transformăm NFA- $\lambda \rightarrow \text{AFE}$ (automat finit extins)

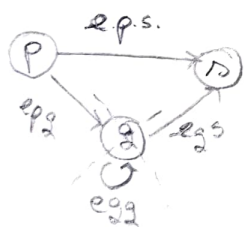
funcție de etichetare $et: Q \times Q \rightarrow \text{RegEx}(\Sigma)$

(reunim simbolurile aflate pe aceeași săgeată)

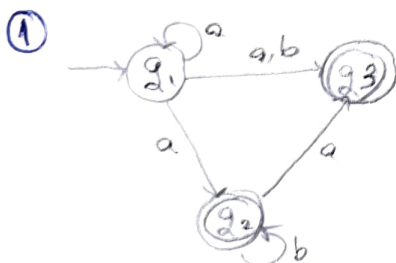
Pas 2: Dacă starea init. este și finală sau dacă \exists săgeți care vin către starea init., atunci adăugăm o nouă stare init. din care ducem $\epsilon \rightarrow$ cu λ către fosta stare init.

Pas 3: Dacă \exists mai multe st. finale sau de $\exists \epsilon \rightarrow$ care pleacă din st. finală \Rightarrow adăugăm o nouă unică st. finală spre care ducem $\epsilon \rightarrow$ cu λ din fosta st. finală.

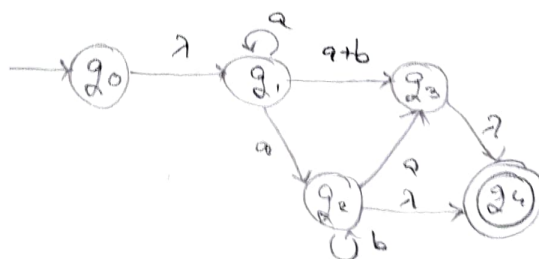
Pas 4: Pe rând, în orice ordine, eliminăm fiecare st. dif. de cea inițială și finală



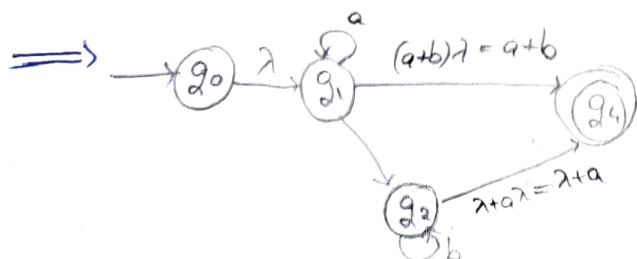
$$\epsilon + \epsilon \cdot q \cdot (\epsilon q)^* \cdot \epsilon$$



Pas 1, 2, 3 \Rightarrow



Pas 4 \Rightarrow
pt q3



Pas 4
pt q2

$$\begin{aligned} & (a+b) + a \cdot b^* (\lambda + a) = \\ & = a + b + ab^* + ab^* a = \\ & = b + ab^* + ab^* a \end{aligned}$$

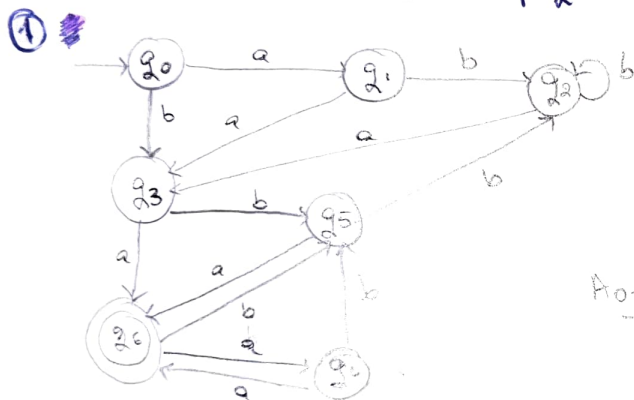
Pas 4

pt q_1

$$\begin{aligned} & \xrightarrow{q_0} \xrightarrow{a^*(b+ab^*+ab^*a)} = \\ & = a^*b + a^*ab^* + a^*a b^*a \end{aligned} \xrightarrow{q_4}$$

Algoritm minimizare DFA

- Se dă un DFA (complet definit). Se cere să se construiască un DFA echivalent cu un nr. minim de stări.
- stări echivalente $= \forall p, q \in Q, p \equiv q \Leftrightarrow \forall w \in \Sigma^*, \hat{\delta}(p, w) \in F \Leftrightarrow \hat{\delta}(q, w) \in F$
- stări separabile $\Leftrightarrow \forall p, q \in Q, p \not\equiv q \Leftrightarrow \exists w \in \Sigma^*, \hat{\delta}(p, w) \in F \Leftrightarrow \hat{\delta}(q, w) \notin F$



Alg. cu partiționarea mulțimii stărilor
(complex. \leftarrow , curs)

$A_0 = Q \setminus F$	a	b
q_0	$q_1 \in A_0$	$q_3 \in A_0$
q_1	$q_3 \in A_0$	$q_2 \in A_0$
q_2	$q_3 \in A_0$	$q_4 \in A_0$
q_3	$q_6 \in B_0$	$q_5 \in A_0$
q_4	$q_6 \in B_0$	$q_2 \in A_0$
q_5	$q_6 \in B_0$	$q_2 \in A_0$
$B_0 = F$	q_6	$q_2 \in A_0$
	$q_4 \in A_0$	

	a	b
$A_1 \left\{ \begin{array}{l} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \end{array} \right.$	$q_1 \in A_1$	$q_3 \in B_1$
	$q_3 \in B_1$	$q_2 \in A_1$
	$q_3 \in B_1$	$q_2 \in A_1$
$B_1 \left\{ \begin{array}{l} q_3 \\ q_4 \\ q_5 \end{array} \right.$	$q_6 \in C_1$	$q_5 \in B_1$
	$q_6 \in C_1$	$q_5 \in B_1$
	$q_6 \in C_1$	$q_2 \in A_1$
$C_1 \left\{ q_6 \right.$	$q_4 \in B_1$	$q_5 \in B_1$

	a	b
$A_2 \left\{ q_0 \right.$	$q_1 \in B_2$	q_3
$B_2 \left\{ \begin{array}{l} q_1 \\ q_2 \end{array} \right.$	$q_3 \in C_2$	$q_2 \in B_2$
	$q_3 \in C_2$	$q_2 \in B_2$
$C_2 \left\{ \begin{array}{l} q_3 \\ q_4 \end{array} \right.$	$q_6 \in E_2$	$q_5 \in D_2$
	$q_6 \in E_2$	$q_5 \in D_2$
$D_2 \left\{ q_5 \right.$	$q_6 \in E_2$	q_2
$E_2 \left\{ q_6 \right.$	q_4	

$$q_1 = q_0, \quad q_2 = q_4$$

DFA minimal

