

Examen

1. Fie $A, B, C \in L$, distincte două câte două. Notăm

while $\neg(B = 0)$ **do** **if** $B \leq A$ **then** $A := A - B$ **else** $\{C := A; A := B; B := C\}$

cu **Pgm**.

- (a) (2 puncte) Să se descrie formal execuția lui **Pgm**, dintr-o stare inițială σ cu $\sigma(A) = 0$, $\sigma(B) = 6$, folosind semantica operațională big-step SAU cea small-step.
- (b) (2 puncte) Fie $X, N \in V$. Să se arate că enunțul Hoare

$$\{B = X\} \text{Pgm} \{\exists N(N * A = X)\}$$

este demonstrabil.

- (c) (2 puncte, bonus) Dacă valorile inițiale ale lui A și B sunt numere naturale, să se demonstreze, folosind logica Hoare, că programul calculează cel mai mare divizor comun.
- (d) (1 punct, bonus) Dacă valorile inițiale ale lui A și B sunt numere naturale, să se demonstreze că execuția programului se termină.
2. (2 puncte) Considerăm o semnătură de ordinul I în care avem: f simbol de funcție de aritate 2; g și h simboluri de funcție de aritate 1; a constantă. Fie x, y, z variabile. Aplicați algoritmul de unificare din curs, pe rând, pentru mulțimile de ecuații:

$$\{f(x, g(y)) = f(h(z), g(h(a))), y = h(z)\};$$

$$\{f(x, a) = f(g(y), y), y = f(x, x)\}.$$

Explicitați aplicarea fiecărui pas, menționând pasul, ecuația folosită și mulțimea nouă de ecuații obținută după aplicarea pasului.

3. (2 puncte) Găsiți o SLD-respingere pentru următorul program Prolog:

$p(X, f(Y)) \text{ :- } q(X), q(Y).$

$q(f(X)) \text{ :- } r(X).$

$r(a).$

și ținta:

$$p(Y, X)$$

În plus, precizați valorile variabilelor din țintă în substituția calculată.

4. (2 puncte) Fie λ -termenii

$$x(\lambda z.(y z)), \quad a(xy)(x(yz)).$$

Să se găsească un tip al lor (folosind algoritmul de inferență sau sistemul de deducție) sau să se arate că nu pot avea tip (folosind algoritmul de inferență sau un argument matematic).

5. (2 puncte) În demonstrarea echivalenței dintre semanticele operaționale big-step și small-step, în implicația de la small-step la big-step, cazul instrucțiunii **if** a fost lăsat ca exercițiu în curs. Să se demonstreze acest caz.