CURS 2

Funcții

- Surjectivă: $\left.\begin{array}{l} f: A \to B \\ b \in B \\ a \in A \end{array}\right| \Rightarrow f(a) = b \; ; \; f(A) = B$

- Compunere: $\left.\begin{array}{l} A \xrightarrow{f} B \xrightarrow{g} C \\ g \circ f : A \to C \end{array}\right| \Rightarrow g \circ f(A) = g(f(A))$

Proprietăți
- asociativă
- nu e comutativă
- el. neutru: 1_A $\quad f \circ 1_A = f$
- injectivă $\Rightarrow g \circ f \Rightarrow$ doar f e inj
- surjectivă

(T) $f: A \to B$ inversabilă $\Rightarrow f^{-1}: B \to A$ inversabilă $\Leftrightarrow$ bij

(T) $A \xrightarrow{f} B \xrightarrow{g} C \Rightarrow g \circ f$ inversabilă și $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$
unde f, g inv.

Produsul cartezian

$I = \emptyset$ și A mulț. oarecare

- Familie de elemente din A indexată după I: $f: I \to A$

$f = (a_i)_{i \in I}$, unde $a_i = f(i)$

$(a_i)_{i \in I} = (a_1, a_2, a_3, \dots a_n)$ n-uplu

- Reuniunea familiei $(A_i)_{i \in I}$

$\bigcup_{i \in I} A_i = \{x \mid \exists i \in I, x \in A_i\}$

- Intersecția familiei $(A_i)_{i \in I}$

$\bigcap_{i \in I} A_i = \{x \mid \forall i \in I, x \in A_i\}$

- Proprietăți: $\begin{cases} A \cap (\bigcup_{i\in I} A_i) = \bigcup_{i\in I}(A \cap A_i) \\ A \cup (\bigcap_{i\in I} A_i) = \bigcap_{i\in I}(A \cap A_i) \end{cases}$

- Produsul cartezian / direct:

$\prod_{i\in I} A_i = \{ f : I \to \bigcup_{i\in I} A_i \mid f(i) \in A_i, \forall i \in I \}$

$\prod_{i\in I} A_i = \{ (a_i)_{i\in I} \mid a_i \in A_i \ \forall i \in I \}$

$A^I = \{ f : I \to A \}$

- Axioma alegerii: $(A_i)_{i\in I}$ familie nevidă

$\prod_{i\in I} A_i \neq \emptyset$

Relații de echivalență

A, B mulțimi și ρ - submulț. $\rho \subseteq A \times B$

- Relație binară: $\rho \subseteq A \times B$
- Relație echivalentă: $\forall a, b, c \in A$
  - → relație binară ρ
  - → $a \rho a$ reflexivitate $\Rightarrow (a,a) \in \rho$
  - → $a \rho b$ simetrie $\Rightarrow (a,b) \in \rho$ și $(b,a) \in \rho$
  - → $\left.\begin{matrix} a \rho b \\ b \rho c \end{matrix}\right| \Rightarrow$ tranzitivitate $\Rightarrow a \rho c$
- Antisimetria: $a \rho b$ și $b \rho a \Rightarrow a = b$

(T) $A \neq \emptyset$ și ρ rel de $\equiv$ pe A, atunci clasele de $\equiv$ au prop:
- → $a \in [a]\ \forall a \in A$, $[a] \neq \emptyset$
- → $[a] = [b] \Leftrightarrow a \rho b$
- → $[a] = [b]$ sau $[a] \cap [b] = \emptyset \Rightarrow$ cls de $\equiv$
- → $\cup$ tuturor $[\ ]$ este A