Tamislav Alexia
grupa 132

Geometrie euclidiană plană

Axiomele geometriei euclidiene plane sunt:

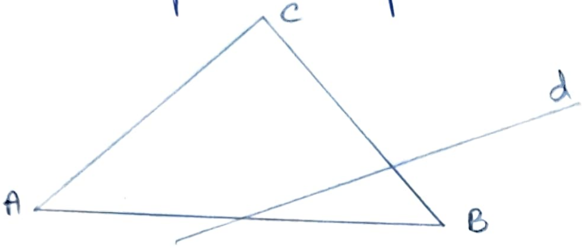
1) Între două puncte se poate duce o linie dreaptă.
2) Orice linie dreaptă poate fi prelungită nelimitat.
3) Se poate descrie un cerc de centru dat și de rază dată.
4) Toate unghiurile drepte sunt congruente între ele.
5) Dacă o linie dreaptă, care intersectează alte două linii drepte, formează, de o aceeași parte a sa, două unghiuri interne având suma mai mică decât două unghiuri drepte, cele două linii menționate se vor intersecta, dacă sunt prelungite, de partea în care suma unghiurilor este mai mică decât două unghiuri drepte

Proprietăți de ordonare:

1) Dacă punctul B se găsește între punctele A și C, atunci punctele A, B, C sunt coliniare și distincte și B se găsește între C și A.
2) Dacă A, B sunt două puncte distincte, atunci există cel puțin un punct C astfel încât B să se găsească între A și C.

3) Dacă punctul B se găsește între A și C, atunci A nu se găsește între C și B

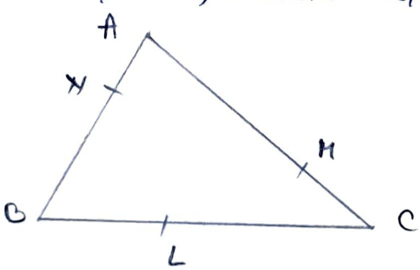
4) (Axioma lui Pasch) Dacă A, B, C sunt 3 puncte necoliniare și dacă dreapta d e situată în același plan cu punctele, astfel încât d trece printr-un punct situat între B și C, atunci dreapta d trece printr-un punct situat între A și B (și nu



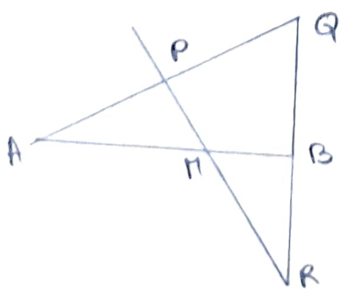
trece prin niciun punct între A și C).

5) Fiind date 3 puncte distincte și coliniare A, B, C astfel încât A nu este între B și C, iar C nu este între B și A, cu siguranță punctul B va fi între A și C.

6) Dacă A, B, C sunt 3 puncte necoliniare și dacă L, M, N sunt 3 puncte astfel încât L e între B și C, M între A și C și N între A și B, atunci L, M, N nu sunt coliniare



7) Fiind date două puncte distincte A, B, există cel puțin un punct M situat între A și B

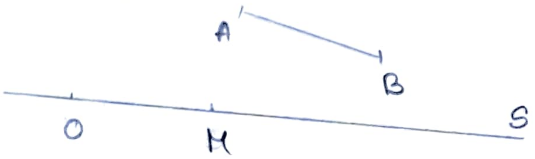


8) Dacă A, B, C, D sunt puncte astfel încât B e între A și C, și C e între B și D, atunci B, D sunt între A și D

9) Dacă C este între D și A, și B e între A și C, atunci B e între A și D, iar C între B și D.

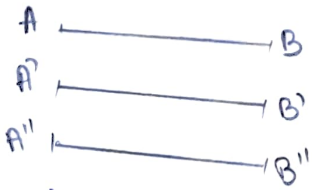
Proprietăți de congruență

1) Fie s = semidreaptă cu originea O și $|AB|$ = segment. Există pe s un singur punct M, astfel încât segmentul $|OM|$ să fie congruent („$\equiv$") cu segmentul $|AB|$.

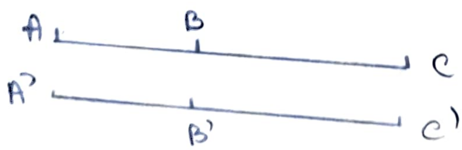


$|OM| \equiv |AB|$

2) Dacă $|AB|$, $|A'B'|$, $|A''B''|$ = segmente astfel încât $|AB| \equiv |A'B'|$ și $|A'B'| \equiv |A''B''|$, atunci avem $|AB| \equiv |A''B''|$, $|AB| \equiv |AB|$ și $|A'B'| \equiv |AB|$.



3) Dacă avem 6 puncte A, B, C, A', B', C' astfel încât B' este între A' și C', B între A și C și $|AB| \equiv |A'B'|$, $|BC| \equiv |B'C'|$, atunci $|AC| \equiv |A'C'|$



4) Fiind date un unghi propriu $\widehat{hk}$ și o semidreaptă s într-un plan p și notând prin p' unul din semiplanele limitate de suportul lui s în planul p, există o singură semidreaptă t în semiplanul p' astfel ca s și t să formeze un unghi congruent cu unghiul $\widehat{hk}$. Orice unghi e congruent cu el însuși.

5) Fiind date 2 triunghiuri ABC și $A'B'C'$ astfel încât $\hat{A} \equiv \hat{A'}$, $|AB| \equiv |A'B'|$ și $|AC| \equiv |A'C'|$, avem și $\hat{B} \equiv \hat{B'}$

Teoremele de congruență a 2 triunghiuri:

1) Dacă ΔABC și $\Delta A'B'C'$ au $\hat{A} \equiv \hat{A'}$, $|AB| \equiv |A'B'|$ și $|AC| \equiv |A'C'|$, atunci ΔABC și $\Delta A'B'C'$ sunt congruente.

2) Dacă ΔABC și $\Delta A'B'C'$ au $|BC| \equiv |B'C'|$, $\hat{B} \equiv \hat{B'}$ și $\hat{C} \equiv \hat{C'}$, atunci cele 2 triunghiuri sunt congruente.

3) Dacă ΔABC și $\Delta A'B'C'$ au $|AB| \equiv |A'B'|$, $|BC| \equiv |B'C'|$ și $|AC| \equiv |A'C'|$, atunci triunghiurile sunt congruente.

Axiomele de continuitate

1) Axioma lui Arhimede: Dacă A, P sunt 2 puncte ale unei semidrepte s cu originea O, există pe s o mulțime finită de puncte $\{A_1, A_2, \dots A_m\}$ astfel încât verifică proprietățile:

a) $A_1 \in |OA_2|$, $A_2 \in |OA_3|$, ... $A_i \in |OA_{i+1}|$, ... $A_k \notin |OA_k|$

b) $|OA_1| \equiv |A_1A_2| \equiv |A_2A_3| \equiv \dots \equiv |A_iA_{i+1}| \equiv \dots \equiv |A_{k-1}A_k|$

c) $P \in |OA_k|$

2) Axioma lui Cantor-Dedekind: Fiind date pe o dreaptă d 2 șiruri de puncte $A_1, A_2, \dots A_i, A_{i+1}, \dots$ și $B_1, B_2, \dots B_i, \dots$ astfel încât, $\forall i \in \mathbb{N}^*$, segmentul $[A_{i+1}, B_{i+1}]$ să fie conținut în segmentul $[A_i, B_i]$, există cel puțin un punct P,

situat pe fiecare din segmentele $[A_1B_1]$, $[A_2B_2]$, ... $[A_iB_i]$...