

Limbaje Formale, Automate și Compilatoare

Curs 6

2013-14

- 1 Eliminarea recursivității stângi în gramatici de tip 2
- 2 Automate pushdown
- 3 Legătura dintre automatele pushdown și limbajele de tip 2
- 4 Automate pushdown deterministe

Curs 6

- 1 Eliminarea recursivității stânga în gramatici de tip 2
- 2 Automate pushdown
- 3 Legătura dintre automatele pushdown și limbajele de tip 2
- 4 Automate pushdown deterministe

Recursivitate stângă

- Un neterminal A este **stâng recursiv** dacă există măcar o derivare $A \Rightarrow^+ A\beta$. Dacă gramatica G conține cel puțin un neterminal stâng recursiv, G este **stâng recursivă**.
- Un neterminal A este **stâng recursiv imediat** dacă există o regulă $A \rightarrow A\alpha \in P$.

Eliminarea recursivității stângi imediate:

- Fie $A \rightarrow A\alpha_1 | A\alpha_2 \dots | A\alpha_k | \beta_1 | \dots | \beta_n$ toate regulile care încep cu A (β_1, \dots, β_n nu încep cu A). Fie P_A mulțimea acestor reguli.
- Gramatica G' în care A nu este stâng recursiv imediat:
 - $G' = (N \cup \{A'\}, T, S, P')$
 - $P' = P \setminus P_A \cup \{A' \rightarrow \alpha_1 A' | \dots | \alpha_k A' | \epsilon, A \rightarrow \beta_1 A' | \dots | \beta_n A'\}$

Eliminarea recursivității stângi

- Intrare: $G = (N, T, S, P)$ în formă redusă
- Ieșire: $G' = (N', T, S', P')$, $L(G') = L(G)$, fără recursie stângă

```

1.  Se ordonează  $N$ ; fie  $N' = N = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ 
2.  for( $i = 1$ ;  $i \leq n$ ;  $i++$ ){
3.      while( $\exists A_i \rightarrow A_j \alpha \in P : j \leq i - 1$ ) {
4.           $P = P - \{A_i \rightarrow A_j \alpha\}$ ;
5.          for( $A_j \rightarrow \beta \in P$ )  $P = P \cup \{A_i \rightarrow \beta \alpha\}$ ;
6.      }
7.      Se elimină recursia stângă imediată pentru  $A_i$ 
8.  }
10.  $N'$  este obținută din  $N$  prin adăugarea tuturor
    neterminalilor nou introduși iar  $P'$  este noua mulțime de reguli
  
```

Exemplu

$G = (\{A_1, A_2, A_3\}, \{a, b, c\}, A_1, P)$, unde P :

- $A_1 \rightarrow A_2 a | b$
- $A_2 \rightarrow A_3 b$
- $A_3 \rightarrow A_1 c | c$

Gramatica echivalentă care nu este stâng recursivă:

$G' = (\{A_1, A_2, A_3, A'_3\}, \{a, b, c\}, A_1, P')$, unde P' :

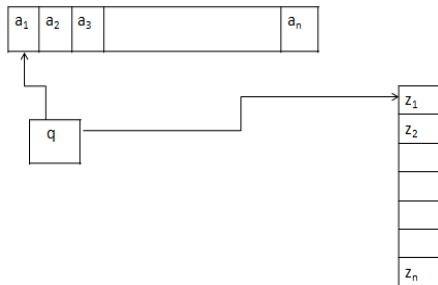
- $A_1 \rightarrow A_2 a | b$
- $A_2 \rightarrow A_3 b$
- $A_3 \rightarrow bcA'_3 | cA'_3$
- $A'_3 \rightarrow bacA'_3 | \epsilon$

Curs 6

- 1 Eliminarea recursivității stângi în gramatici de tip 2
- 2 Automate pushdown
- 3 Legătura dintre automatele pushdown și limbajele de tip 2
- 4 Automate pushdown deterministe

Automate pushdown

- Automat finit + memorie pushdown (stiva)
- Model fizic:



Automate pushdown-definiție

Definiție 1

Un automat pushdown este un 7-uplu: $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, z_0, F)$:

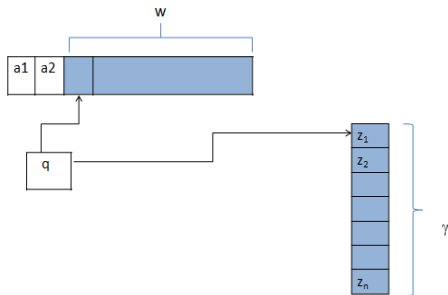
- *Q este mulțimea (finită) a stărilor*
- *Σ este alfabetul de intrare*
- *Γ este alfabetul memoriei pushdown (stivei)*
- *$q_0 \in Q$ este starea inițială*
- *$z_0 \in \Gamma$ este simbolul inițial din stivă*
- *$F \subseteq Q$ este mulțimea stărilor finale*
- *$\delta : Q \times (\Sigma \cup \{\epsilon\}) \times \Gamma \rightarrow 2^{Q \times \Gamma^*}$*

Modelul este nedeterminist

Configurația unui automat pushdown

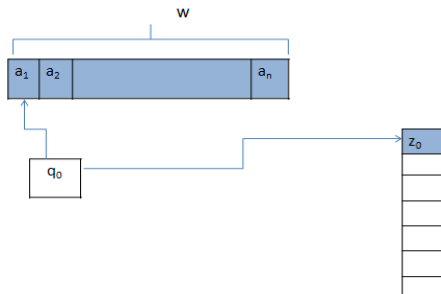
Configurație: $(q, w, \gamma) \in Q \times \Sigma^* \times \Gamma^*$

1 : γ (primul simbol din γ) reprezintă vârful stivei



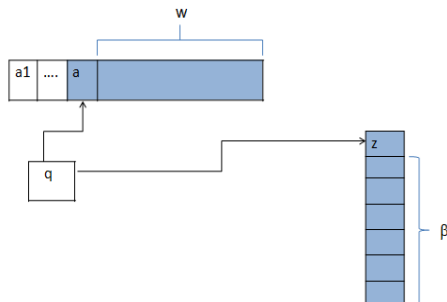
Automate pushdown

Configurație inițială: $(q_0, w, z_0) \in Q \times \Sigma^* \times \Gamma^*$



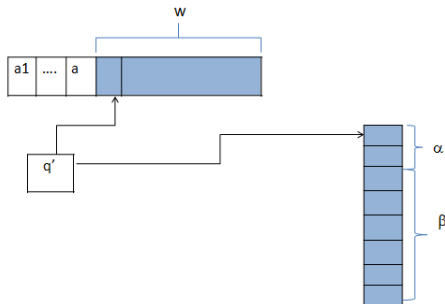
Relația de tranziție între configurații

- Configurația curentă $(q, aw, z\beta)$ și $(q', \alpha) \in \delta(q, a, z)$
 $(q, q' \in Q, a \in \Sigma \cup \{\epsilon\}, z \in \Gamma, \alpha, \beta \in \Gamma^*)$



Relația de tranziție între configurații

- $(q, aw, z\beta) \vdash (q', w, \alpha\beta)$



Relația de tranziție între configurații

Fie $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, z_0, F)$ un automat pushdown.

- Relația de tranziție între configurații:

$(q, aw, z\beta) \vdash (q', w, \alpha\beta)$ dacă $(q', \alpha) \in \delta(q, a, z)$

$(q, q' \in Q, a \in \Sigma \cup \{\epsilon\}, z \in \Gamma, \alpha, \beta \in \Gamma^*)$

- Calcul: închiderea reflexivă și tranzitivă a relației de mai sus: dacă C_1, \dots, C_n configurații astfel încât:

$$C_1 \vdash C_2 \vdash \dots \vdash C_n$$

se scrie: $C_1 \vdash^+ C_n$ dacă $n \geq 2$, $C_1 \vdash^* C_n$, dacă $n \geq 1$

Limbajul recunoscut

Prin stări finale (dacă $F \neq \emptyset$)

$$L(M) = \{w \in \Sigma^* \mid (q_0, w, z_0) \vdash^* (q, \epsilon, \gamma), q \in F, \gamma \in \Gamma^*\}$$

Prin golirea stivei (dacă $F = \emptyset$)

$$L_\epsilon(M) = \{w \in \Sigma^* \mid (q_0, w, z_0) \vdash^* (q, \epsilon, \epsilon), q \in Q\}$$

Exemplu

Automat care recunoaște limbajul $\{a^n b^n | n \geq 1\}$:

$$M = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b\}, \{a, z\}, \delta, q_0, z, \{q_2\})$$

$$1 \quad \delta(q_0, a, z) = \{(q_0, az)\}$$

$$2 \quad \delta(q_0, a, a) = \{(q_0, aa)\}$$

$$3 \quad \delta(q_0, b, a) = \{(q_1, \epsilon)\}$$

$$4 \quad \delta(q_1, b, a) = \{(q_1, \epsilon)\}$$

$$5 \quad \delta(q_1, \epsilon, z) = \{(q_2, \epsilon)\}$$

Exemple

- Un automat pushdown ce recunoaște limbajul $\{waw^R \mid w \in \{0, 1\}^*\}$

Exemple

- Un automat pushdown ce recunoaște limbajul $\{waw^R \mid w \in \{0, 1\}^*\}$
 - Fiecare 0 sau 1 citit se introduce în stivă
 - a la intrare produce pregătirea scoaterii a câte un simbol din stiva dacă el coincide cu cel din intrare

Exemple

- Un automat pushdown ce recunoaște limbajul $\{waw^R \mid w \in \{0, 1\}^*\}$
 - Fiecare 0 sau 1 citit se introduce în stivă
 - a la intrare produce pregătirea scoaterii a câte un simbol din stiva dacă el coincide cu cel din intrare

$$M = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{0, 1, a\}, \{0, 1, z\}, \delta, q_0, z, \{q_2\})$$

- 1 $\delta(q_0, i, z) = \{(q_0, iz)\}, (i \in \{0, 1\})$
- 2 $\delta(q_0, i, j) = \{(q_0, ij)\}, (i, j \in \{0, 1\})$
- 3 $\delta(q_0, a, i) = \{(q_1, i)\}$
- 4 $\delta(q_1, i, i) = \{(q_1, \epsilon)\}$
- 5 $\delta(q_1, \epsilon, z) = \{(q_2, \epsilon)\}$

Exemple

- Un automat pushdown ce recunoaște limbajul $\{waw^R \mid w \in \{0, 1\}^*\}$
 - Fiecare 0 sau 1 citit se introduce în stivă
 - a la intrare produce pregătirea scoaterii a câte un simbol din stiva dacă el coincide cu cel din intrare

$$M = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{0, 1, a\}, \{0, 1, z\}, \delta, q_0, z, \{q_2\})$$

- 1 $\delta(q_0, i, z) = \{(q_0, iz)\}, (i \in \{0, 1\})$
 - 2 $\delta(q_0, i, j) = \{(q_0, ij)\}, (i, j \in \{0, 1\})$
 - 3 $\delta(q_0, a, i) = \{(q_1, i)\}$
 - 4 $\delta(q_1, i, i) = \{(q_1, \epsilon)\}$
 - 5 $\delta(q_1, \epsilon, z) = \{(q_2, \epsilon)\}$
- Un automat pushdown ce recunoaște limbajul $\{ww^R \mid w \in \{0, 1\}^*\}$?

Exemple

- Un automat pushdown ce recunoaște limbajul $\{waw^R | w \in \{0, 1\}^*\}$
 - Fiecare 0 sau 1 citit se introduce în stivă
 - a la intrare produce pregătirea scoaterii a câte un simbol din stiva dacă el coincide cu cel din intrare

$$M = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{0, 1, a\}, \{0, 1, z\}, \delta, q_0, z, \{q_2\})$$

- 1 $\delta(q_0, i, z) = \{(q_0, iz)\}, (i \in \{0, 1\})$
 - 2 $\delta(q_0, i, j) = \{(q_0, ij)\}, (i, j \in \{0, 1\})$
 - 3 $\delta(q_0, a, i) = \{(q_1, i)\}$
 - 4 $\delta(q_1, i, i) = \{(q_1, \epsilon)\}$
 - 5 $\delta(q_1, \epsilon, z) = \{(q_2, \epsilon)\}$
- Un automat pushdown ce recunoaște limbajul $\{ww^R | w \in \{0, 1\}^*\}$?
 - Un automat pushdown ce recunoaște limbajul $\{ww | w \in \{0, 1\}^*\}$?

Echivalența definițiilor privind recunoașterea

Teorema 1

Pentru orice automat pushdown M cu $F = \emptyset$, există un automat pushdown M' cu stări finale astfel ca $L(M') = L_{\epsilon}(M)$.

Echivalența definițiilor privind recunoașterea

Teorema 1

Pentru orice automat pushdown M cu $F = \emptyset$, există un automat pushdown M' cu stări finale astfel ca $L(M') = L_\epsilon(M)$.

Dacă $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, z_0, \emptyset)$, considerăm

$M' = (Q \cup \{q_f, q'_0\}, \Sigma, \Gamma \cup \{z'_0\}, \delta', q'_0, z'_0, \{q_f\})$ cu δ' :

Echivalența definițiilor privind recunoașterea

Teorema 1

Pentru orice automat pushdown M cu $F = \emptyset$, există un automat pushdown M' cu stări finale astfel ca $L(M') = L_\epsilon(M)$.

Dacă $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, z_0, \emptyset)$, considerăm

$M' = (Q \cup \{q_f, q'_0\}, \Sigma, \Gamma \cup \{z'_0\}, \delta', q'_0, z'_0, \{q_f\})$ cu δ' :

- 1 $\delta'(q'_0, \epsilon, z'_0) = \{(q_0, z_0 z'_0)\}$ (fără să citească niciun simbol, M' trece în configurația inițială a lui M)

Echivalența definițiilor privind recunoașterea

Teorema 1

Pentru orice automat pushdown M cu $F = \emptyset$, există un automat pushdown M' cu stări finale astfel ca $L(M') = L_\epsilon(M)$.

Dacă $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, z_0, \emptyset)$, considerăm

$M' = (Q \cup \{q_f, q'_0\}, \Sigma, \Gamma \cup \{z'_0\}, \delta', q'_0, z'_0, \{q_f\})$ cu δ' :

- 1 $\delta'(q'_0, \epsilon, z'_0) = \{(q_0, z_0 z'_0)\}$ (fără să citească niciun simbol, M' trece în configurația inițială a lui M)
- 2 $\delta'(q, a, z) = \delta(q, a, z), \forall q \in Q, a \in \Sigma \cup \{\epsilon\}, z \in \Gamma$ (M' face aceleași tranziții ca și M)

Echivalența definițiilor privind recunoașterea

Teorema 1

Pentru orice automat pushdown M cu $F = \emptyset$, există un automat pushdown M' cu stări finale astfel ca $L(M') = L_\epsilon(M)$.

Dacă $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, z_0, \emptyset)$, considerăm

$M' = (Q \cup \{q_f, q'_0\}, \Sigma, \Gamma \cup \{z'_0\}, \delta', q'_0, z'_0, \{q_f\})$ cu δ' :

- 1 $\delta'(q'_0, \epsilon, z'_0) = \{(q_0, z_0 z'_0)\}$ (fără să citească niciun simbol, M' trece în configurația inițială a lui M)
- 2 $\delta'(q, a, z) = \delta(q, a, z), \forall q \in Q, a \in \Sigma \cup \{\epsilon\}, z \in \Gamma$ (M' face aceleași tranziții ca și M)
- 3 $\delta'(q, \epsilon, z'_0) = \{(q_f, \epsilon)\}, \forall q \in Q$ (M' va trece în starea finală doar dacă stiva lui M este vidă)

Echivalența definițiilor privind recunoașterea

Teorema 2

Pentru orice automat pushdown M cu $F \neq \emptyset$, există un automat pushdown M' cu $F = \emptyset$ astfel ca $L_{\epsilon}(M') = L(M)$.

Echivalența definițiilor privind recunoașterea

Teorema 2

Pentru orice automat pushdown M cu $F \neq \emptyset$, există un automat pushdown M' cu $F = \emptyset$ astfel ca $L_\epsilon(M') = L(M)$.

Dacă $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, z_0, F)$, considerăm

$$M' = (Q \cup \{q_\epsilon, q'_0\}, \Sigma, \Gamma \cup \{z'_0\}, \delta', q'_0, z'_0, \emptyset)$$

Demonstrație

$$M' = (Q \cup \{q_\epsilon, q'_0\}, \Sigma, \Gamma \cup \{z'_0\}, \delta', q'_0, z'_0, \emptyset), \text{ cu } \delta':$$

Demonstrație

$M' = (Q \cup \{q_\epsilon, q'_0\}, \Sigma, \Gamma \cup \{z'_0\}, \delta', q'_0, z'_0, \emptyset)$, cu δ' :

- 1 $\delta'(q'_0, \epsilon, z'_0) = \{(q_0, z_0 z'_0)\}$ (fără să citească niciun simbol, M' trece în configurația inițială a lui M)

Demonstrație

$M' = (Q \cup \{q_\epsilon, q'_0\}, \Sigma, \Gamma \cup \{z'_0\}, \delta', q'_0, z'_0, \emptyset)$, cu δ' :

- 1 $\delta'(q'_0, \epsilon, z'_0) = \{(q_0, z_0 z'_0)\}$ (fără să citească niciun simbol, M' trece în configurația inițială a lui M)
- 2
 - a) $\delta'(q, a, z) = \delta(q, a, z)$, $\forall q \in Q, a \in \Sigma, z \in \Gamma$ (M' face aceleași tranziții ca și M , pentru orice simbol întâlnit)
 - b) $\delta'(q, \epsilon, z) = \delta(q, \epsilon, z)$, dacă $q \in Q \setminus F, z \in \Gamma$ (se fac aceleași ϵ -tranziții ca în M , dacă starea nu este finală)
 - c) $\delta'(q, \epsilon, z) = \delta(q, \epsilon, z) \cup \{(q_\epsilon, \epsilon)\}$, $q \in F, z \in \Gamma$ (daca M ajunge într-o stare finală, M' poate trece într-o stare specială)

Demonstrație

$M' = (Q \cup \{q_\epsilon, q'_0\}, \Sigma, \Gamma \cup \{z'_0\}, \delta', q'_0, z'_0, \emptyset)$, cu δ' :

- 1 $\delta'(q'_0, \epsilon, z'_0) = \{(q_0, z_0 z'_0)\}$ (fără să citească niciun simbol, M' trece în configurația inițială a lui M)
- 2
 - a) $\delta'(q, a, z) = \delta(q, a, z)$, $\forall q \in Q, a \in \Sigma, z \in \Gamma$ (M' face aceleași tranziții ca și M , pentru orice simbol întâlnit)
 - b) $\delta'(q, \epsilon, z) = \delta(q, \epsilon, z)$, dacă $q \in Q \setminus F, z \in \Gamma$ (se fac aceleași ϵ -tranziții ca în M , dacă starea nu este finală)
 - c) $\delta'(q, \epsilon, z) = \delta(q, \epsilon, z) \cup \{(q_\epsilon, \epsilon)\}$, $q \in F, z \in \Gamma$ (daca M ajunge într-o stare finală, M' poate trece într-o stare specială)
- 3 $\delta'(q, \epsilon, z'_0) = \{(q_\epsilon, \epsilon)\}$, dacă $q \in F$ (cazul 2(c), în situația în care în stivă este z'_0)

Demonstrație

$M' = (Q \cup \{q_\epsilon, q'_0\}, \Sigma, \Gamma \cup \{z'_0\}, \delta', q'_0, z'_0, \emptyset)$, cu δ' :

- 1 $\delta'(q'_0, \epsilon, z'_0) = \{(q_0, z_0 z'_0)\}$ (fără să citească niciun simbol, M' trece în configurația inițială a lui M)
- 2
 - a) $\delta'(q, a, z) = \delta(q, a, z)$, $\forall q \in Q, a \in \Sigma, z \in \Gamma$ (M' face aceleași tranziții ca și M , pentru orice simbol întâlnit)
 - b) $\delta'(q, \epsilon, z) = \delta(q, \epsilon, z)$, dacă $q \in Q \setminus F, z \in \Gamma$ (se fac aceleași ϵ -tranziții ca în M , dacă starea nu este finală)
 - c) $\delta'(q, \epsilon, z) = \delta(q, \epsilon, z) \cup \{(q_\epsilon, \epsilon)\}$, $q \in F, z \in \Gamma$ (daca M ajunge într-o stare finală, M' poate trece într-o stare specială)
- 3 $\delta'(q, \epsilon, z'_0) = \{(q_\epsilon, \epsilon)\}$, dacă $q \in F$ (cazul 2(c), în situația în care în stivă este z'_0)
- 4 $\delta'(q_\epsilon, \epsilon, z) = \{(q_\epsilon, \epsilon)\}$, dacă $z \in \Gamma \cup \{z'_0\}$ (M' rămâne în starea q_ϵ și se extrage vârful stivei)

Curs 6

- 1 Eliminarea recursivității stânga în gramatici de tip 2
- 2 Automate pushdown
- 3 Legătura dintre automatele pushdown și limbajele de tip 2**
- 4 Automate pushdown deterministe

Automatul pushdown echivalent cu o gramatică de tip 2

Teorema 3

Pentru orice gramatică G există un automat pushdown M fără stări finale astfel încât $L_{\epsilon}(M) = L(G)$

Automatul pushdown echivalent cu o gramatică de tip 2

Teorema 3

Pentru orice gramatică G există un automat pushdown M fără stări finale astfel încât $L_{\epsilon}(M) = L(G)$

- Fie $G = (N, T, S, P)$
- Construim $M = (\{q\}, T, N \cup T, \delta, q, S, \emptyset)$ unde:
 - ① $\delta(q, \epsilon, A) = \{(q, \beta) \mid A \rightarrow \beta \in P\}, \forall A \in N$
 - ② $\delta(q, a, a) = \{(q, \epsilon)\}, \forall a \in T$
 - ③ $\delta(q, x, y) = \emptyset$, în restul cazurilor
- $w \in L(G) \Leftrightarrow S \Rightarrow^+ w \Leftrightarrow (q, w, S) \vdash^+ (q, \epsilon, \epsilon) \Leftrightarrow w \in L_{\epsilon}(M)$
- M simulează derivările extrem stângi din G

Exemplu

- $G = (\{x\}, \{a, b\}, x, \{x \rightarrow axb, x \rightarrow ab\})$
- Automatul pushdown echivalent:

$$M = (\{q\}, \{a, b\}, \{a, b, x\}, \delta, q, x, \emptyset)$$

- 1 $\delta(q, \epsilon, x) = \{(q, axb), (q, ab)\}$
- 2 $\delta(q, a, a) = \{(q, \epsilon)\}$
- 3 $\delta(q, b, b) = \{(q, \epsilon)\}$

Gramatica echivalentă cu un automat pushdown

Teorema 4

Pentru orice automat pushdown M există o gramatică G astfel încât
$$L(G) = L_{\epsilon}(M)$$

Gramatica echivalentă cu un automat pushdown

Teorema 4

Pentru orice automat pushdown M există o gramatică G astfel încât $L(G) = L_\epsilon(M)$

- Fie $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, z_0, \emptyset)$
- Construim $G = (N, \Sigma, S, P)$ astfel:
 - $N = \{[qzp] \mid p, q \in Q, z \in \Gamma\} \cup \{S\}$
 - P conține toate regulile de forma:
 - $S \rightarrow [q_0 z_0 q], \forall q \in Q$
 - dacă $(p, \epsilon) \in \delta(q, a, z)$, atunci:

$$[qzp] \rightarrow a$$
 - dacă $(p, z_1 z_2 \dots z_m) \in \delta(q, a, z)$, atunci, pentru orice secvență de stări $q_1, \dots, q_m \in Q$:

$$[qzq_m] \rightarrow a[pz_1 q_1][q_1 z_2 q_2] \dots [q_{m-1} z_m q_m]$$
- Are loc: $[qzp] \Rightarrow^+ w \Leftrightarrow (q, w, z) \vdash^+ (p, \epsilon, \epsilon)$

Curs 6

- 1 Eliminarea recursivității stângi în gramatici de tip 2
- 2 Automate pushdown
- 3 Legătura dintre automatele pushdown și limbajele de tip 2
- 4 Automate pushdown deterministe**

Definiție 2

Automatul pushdown $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, z_0, F)$ este determinist dacă funcția de tranziție $\delta : Q \times (\Gamma \cup \{\epsilon\}) \times \Gamma \longrightarrow 2^{Q \times \Gamma^*}$ îndeplinește condițiile:

- 1 $|\delta(q, a, z)| = 1, \forall a \in \Sigma \cup \{\epsilon\}, \forall q \in Q, \forall z \in \Gamma$
- 2 Dacă $\delta(q, \epsilon, z) \neq \emptyset$ atunci $\delta(q, a, z) = \emptyset, \forall a \in \Sigma$

Un automat pushdown determinist poate avea ϵ -tranziii

Definiție 2

Automatul pushdown $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, z_0, F)$ este determinist dacă funcția de tranziție $\delta : Q \times (\Gamma \cup \{\epsilon\}) \times \Gamma \rightarrow 2^{Q \times \Gamma^*}$ îndeplinește condițiile:

- 1 $|\delta(q, a, z)| = 1, \forall a \in \Sigma \cup \{\epsilon\}, \forall q \in Q, \forall z \in \Gamma$
- 2 Dacă $\delta(q, \epsilon, z) \neq \emptyset$ atunci $\delta(q, a, z) = \emptyset, \forall a \in \Sigma$

Un automat pushdown determinist poate avea ϵ -tranziii

$M = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{0, 1, a\}, \{0, 1, z\}, \delta, q_0, z, \{q_2\})$

- 1 $\delta(q_0, i, z) = \{(q_0, iz)\}, (i \in \{0, 1\})$
- 2 $\delta(q_0, i, j) = \{(q_0, ij)\}, (i, j \in \{0, 1\})$
- 3 $\delta(q_0, a, i) = \{(q_1, i)\}$
- 4 $\delta(q_1, i, i) = \{(q_1, \epsilon)\}$
- 5 $\delta(q_1, \epsilon, z) = \{(q_2, \epsilon)\}$

$L(M) = \{waw^R \mid w \in \{0, 1\}^*\}$

\mathcal{L}_{2DET} - Limbaje de tip 2 deterministe

$$\mathcal{L}_{2DET} = \{L \mid \exists M \text{ automat pushdown determinist astfel ca } L = L(M)\}.$$

- Clasa \mathcal{L}_{2DET} este o clasă proprie a clasei de limbaje \mathcal{L}_2 ($\mathcal{L}_{2DET} \subset \mathcal{L}_2$).
- $\{ww^R \mid w \in \{0,1\}^*\} \in \mathcal{L}_2 \setminus \mathcal{L}_{2DET}$

\mathcal{L}_{2DET} - Limbaje de tip 2 deterministe

$\mathcal{L}_{2DET} = \{L \mid \exists M \text{ automat pushdown determinist astfel ca } L = L(M)\}.$

- Clasa \mathcal{L}_{2DET} este o clasă proprie a clasei de limbaje \mathcal{L}_2
 $(\mathcal{L}_{2DET} \subset \mathcal{L}_2).$
- $\{ww^R \mid w \in \{0,1\}^*\} \in \mathcal{L}_2 \setminus \mathcal{L}_{2DET}$
 $M = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{0,1\}, \{0,1,z\}, \delta, q_0, z, \{q_2\})$
 - 1 $\delta(q_0, i, z) = \{(q_0, iz)\}, (i \in \{0,1\})$
 - 2 $\delta(q_0, i, j) = \{(q_0, ij)\}, (i, j \in \{0,1\}, i \neq j)$
 - 3 $\delta(q_0, i, i) = \{(q_0, ii), (q_1, \epsilon)\}$
 - 4 $\delta(q_1, i, i) = \{(q_1, \epsilon)\}$
 - 5 $\delta(q_1, \epsilon, z) = \{(q_2, \epsilon)\}$

\mathcal{L}_{2DET} - Limbaje de tip 2 deterministe

Definiție 3

O gramatică G este deterministă dacă:

- Orice regulă este de forma $A \rightarrow a\alpha$, unde $a \in T$ iar $\alpha \in (N \cup T)^*$
- Pentru orice $A \in N$, dacă $A \rightarrow a\alpha$, $A \rightarrow b\alpha'$ sunt reguli, atunci $a \neq b$

Pentru orice gramatică deterministă G există un automat pushdown determinist M astfel ca $L(G) = L(M)$