

## Setul 14

de probleme și exerciții de matematică  
( relative la integrale duble și triple )

**S14.1** Să se calculeze aria suprefetei limitată de curba  $(a_1x + b_1y + c_1)^2 + (a_2x + b_2y + c_2)^2 = 1$ , unde  $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2 \in \mathbb{R}$  sunt așa încât  $a_1b_2 - a_2b_1 \neq 0$ .

**S14.2** Să se calculeze aria suprefetei limitată de curba

$$\left(\frac{x}{a}\right)^p + \left(\frac{y}{b}\right)^p = 1,$$

unde  $a, b$  și  $p$  sunt parametri din  $\mathbb{R}_+^*$ .

**S14.3** Să se calculeze:

- a)  $\iint_D (x^2 + y) \, dx \, dy$ , unde  $D$  este domeniul limitat de curbele  $x = y^2$  și  $y = x^2$ ;
- b)  $\iint_D \frac{x^2}{y^2} \, dx \, dy$ , unde  $D$  este domeniul limitat de curbele  $y = \frac{1}{x}$  și  $y = x$ , cu  $x \in [1, 2]$  ;
- c)  $\iint_D \frac{x}{x^2 + y^2} \, dx \, dy$ , unde  $D$  este domeniul limitat de curbele  $y = x$  și  $y = \frac{x^2}{4}$ .

**S14.4** Să se calculeze:

- a)  $\iiint_D \frac{1}{(x + y + z)^3} \, dx \, dy \, dz$ , unde  $D = [1, 2] \times [1, 2] \times [1, 2]$ ;
- b)  $\iiint_D xyz \sin(x + y + z) \, dx \, dy \, dz$ , unde  $D$  este domeniul mărginit de planele  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$  și  $x + y + z = \frac{\pi}{2}$ .

**S14.5** Prin trecerea la coordonate cilindrice, să se calculeze volumul corpului mărginit de suprafețele

$$x^2 + y^2 - 3z = 0 \text{ și } (x^2 + y^2)^2 = 9(x^2 - y^2).$$

**S14.6** În ce raport este împărțit volumul sferei

$$x^2 + y^2 + z^2 = 4z$$

de către suprafața  $x^2 + y^2 + z = 4$ ?

**S14.7** Să se analizeze convergența/divergența integralei

$$\iint_D \frac{dx \, dy}{\sqrt{x^2 + y^2}},$$

unde  $D = \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_+$ .

#### Bibliografie orientativă

1. Irinel Radomir, Andreea Fulga - *Analiză matematică. Culegere de probleme*, Editura Albastră, Cluj-Napoca, 2005.
2. S. Găină, E. Câmpu, Gh. Bucur - *Culegere de probleme de calcul diferențial și integral, vol. III*, Editura Tehnică, București, 1967.
3. M. Postolache ( coord. ), Ariana Pitea, D. Cioroboiu - *Calcul integral. Exerciții și probleme*, Editura "Fair Partners", 2010.