一个数学家的叹息

按书页数计：61-70，南昌豆妈

61

不真诚），但是如果你不愿意做个真诚的人，你永远也不是个真正的老师。教学是开放与诚实，是能分享兴奋之情的能力，是对教学的热爱。没有这些，世界上所有的教育学位都不能帮助你，反之有了这些，教育学位就完全是多余的。

事实很简单，学生不是外星人。他们对于美和模式是有反应的，和所有人一样具有好奇的天性。只要和他们说说话！更重要的，听他们说话！

辛普利西奥：好的，我了解数学是一种艺术，而我们没让人们有机会接触它。但是对学校而言，这不是相当深奥又陈义过高的要求吗？我们又不是要在这里培育出哲学家，我们只是要人们能够具备基本的算术能力，让他们在社会上能够生存。

萨尔维亚蒂：不是这样！学校里的数学课开心的许多事，都和社会上的生存能力无关——例如代数和三角函数。这些学习和日常生活完全没有关联。我只是在建议，如果我们要将这类课题。

62

放入大部分学生的基本教育之中，我们就要用活生生的、符合自然天性的方式来做。同时，如同我先前说过的，一门学科碰巧具有一些世俗上实际的用途，不代表我们必须将这个用途当作教导和学习的焦点。就像是，为了填写汽车监理所的表格。就像是，为了填写汽车监理所的表格，我们需要阅读能力，但是这不是我们教导孩子们阅读的原因。我们教他们阅读是为了更高的目的，希望他们能够接触美妙及有意义的观念。强迫三年级的孩子填写采购单及报税表，用这类的方式教导孩子阅读，不仅冷酷，也是行不通的！我们学习东西是因为它现在吸引我们，而不是为了将来可能有用。但这却正好是我们要孩 子学习数学的原因！

辛普利西奥：可是三年级的学生不需要会做算术吗？

萨尔维亚蒂：为什么？你要训练他们计算427加389吗？这可不是八岁的孩子会问的问题。大多数的成年人都不能完全了解带小数点的算术，而你却期望三年级的孩子能有清楚的观念？或

63

是你根本不在意他们是否了解？要做那样的技巧训练，实在是太早了。当然我们也可以这样做，但是我认为最终是弊多于利。最好还是等到他们对数字的好奇心天性发生了再来教。

辛普利西奥：那么，我们在这些小孩的数学课程该做些什么呢？

萨尔维亚蒂：玩游戏呀！教导他们西洋棋、象棋、围 棋、五子棋和跳棋，什么都好。自已设计游戏、猜谜。让他们处于需要推论推理的情境。不要担心符号和技巧，协助他们成为积极主动，有创造力的数学思考家。

辛普利西奥：这样听起来好像我们会冒很大的风险。如果我们大幅降低算术的重要性，结果使得学生不会加法和减法，那怎么办呢？

萨尔维亚蒂：我认为远比这个更大的风险是创造出缺乏任何创意表达的学校，在那里学生就是背记一大堆日期、公式、单字，然后在制式的测验中反刍他们记进去的东西——“在今天储备

64

明日的劳动力！“

辛普利西奥：但是肯定有一些数学事实，是受过教育的人应该要知道的。

萨尔维亚蒂：是的，其中最重要的一个事实就是：数学是人类为了乐趣所做出来的一种艺术型态！好吧，如果人们知道关于像是数字和形状的一些基本知识，的确很好。但是这不会来自于死记硬背的记忆、操练、讲课、习题。你是靠实作来学习的，你记得的是对你来说重要的东西。有几百万的成年人的脑袋里还记得“2A分之-B加减开根号B平方减4AC”（译注3），但是完全不知道这是什么意思。原因就在于他们从来没有机会自已去发现或发明这类东西。他们从来都没能碰到一个让他们着迷的问题，可以让他们思考、可以让他们感受挫折、可以让他们燃起渴望，渴望有解决的技巧或方法。从来没有人告诉过他们。

译注3：一元二次方程式公式解：

65

人类与数字的历史——古巴比伦楔形泥版（Babylonian problem tablets）、莱因德纸草书（Rhind Papyrus）(译注4)、《计算书》（Liber Abaci）(译注5)、《大技术》（Ars Magna）(译注6)。更重要的是，甚至没给他们机会对问题产生好奇心；答案总在问题提出来之前就给了。

辛普利西奥：但是我们没有那么多时间可以让每一位学生自已发明数学！人类可是花上了好几个世纪才发现毕氏定理的。你怎能期望一般的孩子能做到？

萨尔维亚蒂：我并不是期望那样。让我们说清楚，我抱怨的是，数学课程表中完全没有艺术与发明、历史与哲学、背景与远景。这不表示不需要

译注4：埃及纸草文件，撰写日期可以追溯到西元前1800年左右，

苏格兰裔古物研究家Alexander Henry Rhind于1858年在埃及买下这份文件，为有关圆周率计算最早的文献。

译注5：斐波那契（Leonardo Fibonacci,1170-1250）所著，斐式

数列即出自该书。

译注6：1545年卡达诺（Cardano）于该书中发表三次言程的求根公

式。

66

符号、技巧及知识基础的开发。这些当然都要。我们应该两者都需要。如果我反对钟摆太偏向某方向，不表示我要它全然地摆向另一个方向，不表示我要它全然地摆向另一个方向。但事实是，人们在过程中学到的东西最多。对于诗的真正鉴赏并不是记得一大堆诗作，而是来自于自已的创作。

辛普利西奥：是的，但是在写出自已的诗作之前，你必须学会字母。创作的过程总要有个起点。你必须先会走，才会跑。

萨尔维亚蒂：不，你必须有追求的目标。孩子们可以在学习阅读和写作的同时，写诗和故事。一个六岁小孩写的作品是很神奇的，拼字和标点错误无损于作品的美好。即使是很小的孩子都能创作歌曲，而他们并不知道用的是什么音调或节拍。

辛普利西奥：但数学不是和那些不同吗？数学不是有自已的语言，必须学会各种符号，才能应用吗？

萨尔维亚蒂：完全不是。数学不是一种语言，它是一场探索。音乐家选择用小小的黑色音符来简化他

67

们的想法，难道就是“说另一种语言”吗？如果是这样，对于还在学步的孩子以及他们创作出来的曲子，那并不是阻碍。的确有些数学缩写符号是经过好几个世纪的演化，但那些符号并不是重点。大部份的数学都是和朋友在喝咖啡时做出来的、在餐巾纸上画图当中做出来的。数学是而且一直都是相法、理念，而一个有价值 的理念是远远超越符号的，超越人们选 来代表这项理念的符号。正如高斯（Carl Friedrich Gauss）曾经说过的：“我们需要的是想法，不是符号。”

（What we need are notions,not notations）

辛普利西奥：但是数学教育的目的之一，不就是在帮助学生以更精确及逻辑的方式思考，并开发他们的“量化推理技巧”吗？那些定义和公式，不都使我们学生的心智更犀利吗？

萨尔维亚蒂：不是的。如果目前的制度有任何效果的话，正好是使心智变迟钝的反效果。任何一种心智敏锐，都是来自于自已解决问题，而不是

68

被告知如何解决。

辛普利西奥：但是那些有兴趣走科学或工程路线的学生呢？他们不是需要传统课程提供的训练吗？

萨尔维亚蒂：有多少个修习文学课的学生日后成为作家的？那不是我们教授文学的目的，也不是学生修习文学的目的。我们教授文学是为了启发每个人，不是只训练未来的专业人士。无论如何，科学家或工程师最有价值的技术，是能够有创意地思考和独立地思考。大家最不需要就是被训练。

69

**数学课程**

学校里教的数学让人最难忍受的地方，还不是它遗漏了什么——

我们的数学课里不做真正的数学——而是取而代之的东西：破坏性

的错误资讯混乱堆积出来的所谓“数学课程纲要”（mathematics

curriculum)。现在该让我们仔细看看学生们到底面对什么困境——

他们面对的所谓数学是什么，以及在这个过程中他们受到什么样的

伤害。

这个所谓的数学课程纲要，最令人震惊的是它的僵化。尤其对

高年级学生更是如此。每个学校、每个城市、每个州，都用完全同

样的方法、完全同样的次序教数学。而大部份的人对这种“老大哥”

的掌控，并不感到困拢，只是顺从地接受这种数学课程“标准范

本”，把这当作是数学本身。

这就紧密地连结到我所谓的“阶梯的迷 思”（ladder myth）

——数学可以安排成一系列“主题”，一个比一个更进阶，或“更

高级”。目的是在使学校里的数学成为

70

一项“兑赛”——有些学生“超前”其他人，而家长则担心自已的

孩子会比别人“落后”。然而，这个竞赛到底要引导我们奔向何处？

在终点线上等待我们的又是什么？答案是，这是个没有目标的可悲

竞赛。到最后，你是被我们的数学教育给欺骗了，而你根本就不知

道。

真正的数学不是“易开罐”（打开瓶盖，东西就在里面）“代

数 二“（Algebra二）从来就不是一个理念。问题自然会引导你到

它要你去的地方。*艺术不是竞赛。*阶梯迷思是这个科目的错误形象，

而一个遵照标准课纲授课的老师，强化了这个迷思，使得他或她无

法看清数学是一个完整的有机体。因此，我们有了一套没有历史观

点、没有主题连贯性的数学课纲，支离破碎地收集了分类的主题和

技巧，依解题程序的难易程度凑合在一起。

本来应该是发现和探索的过程，我们却用规则和规定取代了。

我们从来没听学生说过“我想看看如果给一个数字负的指数，那会

有意义吗？结果我发现如果选择以这样方式来表示倒数，会得到非

常有趣的规律模式。”取而代之的是，老师和教科书直接给出“负

指数规