倒：

你：保罗，我刚才在想你之前说过的问题，将数字排成列，然后我注意到有些数字非常奇特，它们没办法排成任何平整的行列。像十三就是一个例子。

我：你总是可以把十三个排成一列……或是每列一个排成十三列！

你：是的，但是那很无趣呀。任何数字你都可以这样做的。我是指至少排成两列。无论如何，我就开始把这些奇怪的数字列出来，就像这样：

1，2，3，5，7，11，13，17，19，23，29，31，37，41，43，47，…

这个清单似乎会一直继续下去去，但我还找不到它的任何模式。

我：喔，你发现某件非常神秘的事物了。实际上，我们对于你的这些奇怪数字，所知并不太多。我们确实知道的一件事，是它们会一直继续下去——那些不能排成列的数字是无限多的。也许你可心深度去证明这一点。

你：是的，我会好好想想。无论如何，我注意到这份清单上的一件事，就是数字间的间距。随着数字变大，间距似乎通常会变大，但是有时候，你会得到这些小团块，像是17，19还有10，103，它们的距离只有二，这样的情况会持续发生吗？

我：没人知道！你的奇怪数字被称为“质数”（primes），而那些成对的被称为“孪生质数”（prime twins）。它们是否一直出现。这个问题被称为孪生质数猪油（twin prime conjecture）。事实上，这是算述上最有名的未解问题之一。研究这个问题的大多数人（包括我自己）感觉到这可能是真的——孪生质数应该会一直出现——但是没有人能确定这一点。我希望在我有生之年能见到证明，但对此我不是非常乐观。

你：真是诡异呀，这么简单的事物，却变成这么的问题！我还注意到另外一件事，在3，5，7之后，似乎不再出现连续三个质数。这是真的吗？

我：三胞胎质数（prime triplets）！你找到一个很棒的题目。你何不研究一下这个问题，然后看看你会得到什么结果……

（几天之后）

你：我想到我有所发现喔！我找的是三胞胎质数，而我却注意到另一件事：当你有三个连续奇数，其中一个必是三的倍数。例如13，15，17，中间的数字就是5\*3。

我：太棒了！这确实解释了为什么3，5，7是仅有的三胞胎质数——唯一是三的位数的质数就是三本身。现在你只需要找出为什么三个连续奇数中必然包含有三的倍数。

你：这个过程会不会有结束的时候？数学会不会有尽头呢？

我：不会的，因为为题目求解总是会带来新的问题。例如，现在你已经让我开始想五个连续的奇数中是否一定包含有五的倍数……

数学问题就是这样产生的——出自真诚而有意外收获的探索。而这不是生活中每一件伟大事物的动作方式吗？小孩子了解这一点的。他们知道学习和游戏是同一件事。悲哀的是，成年人已经忘却。他们把学习想成是讨厌的工作，所以学习就变成讨厌的工作了。他们的问题是意念所生（intentionality）。

所以我要给你的唯一实用忠告是：游戏就对了！做数学不需要证照。你不需要上课或读书。数学实境是你的，往后的人生你都可以悠游其中。它存在你的想你之中，你可以做你要做的任何事。当然，也包括不做任何事。

如果你刚好是学校里的学生（我为你哀悼），那么请试着不要去与时俱进数学课程中无来由的荒谬。如果你想要的话，你可以真正去余数常来 逃离无聊和厌烦。当你盯着窗外，等待下课铃声之际，能想点有趣的事，这还挺不错的。

如果你是数学老师，那么你更是需要在数学实境中悠游。你的教 学应该是从你自己在丛林中的体验很自然地湧出来，而不是出自那些在紧闭窗户车厢里的假游客观点。所以，丢掉那些愚蠢的课程纲要和教科书吧！然后，你和你的学生可以开始一起做些数学。严肃地说，如果你没有兴趣探索你自己个人的想你宇宙，没有兴趣去发现和尝试了解你的发现，那么你干嘛称自己为数学老师？如果你的学科没有亲身的关系，如果它不能感动你，让你起鸡皮疙瘩，那你必须找其他的工作做。如果你喜欢和小孩相处，你真的想要当老师，那很好——但是去教那些对你真正有意义、你能说出名堂的学科。对这一点诚实是很重要的，否则我想我们这些老师会在无意间对学生造成很大的伤害。而如果你不是学生，也不是老师，仅仅是生活在这个世界上、和其他人一样在寻找爱和意义的人，我希望我有尽力做到让你窥得美妙与纯粹，一个无害且愉悦的活动，数百年来，它带给许多人无法形容的欣喜。

各界好评：

这本书，以于每一位要人事数学教育的人、每一位学龄孩子的家长、每一位负责数学教学的学校或政府官员，都应该是必读之人。

——齐斯·德福林（Keith Devlin）

史丹佛大学教授，《数学的语言》（商周）作者

作者写出了很重要、很平易近人的悲叹和狂喜。他哀叹的是今天数学教育的现状；而他也热切盼望老师们能得到鼓舞，带领学生们体验数学里头十分刺激的“概念的诗意”，而且真的是如此。

——贝利·马祖尔（Barry Mazur）

哈佛大学校数学教授

本书的论述精妙，任何对数学教育有兴趣的人都应该要读。我保证他们会喜欢这个阅读经验，不论他们是否完全同意拉克哈特所写的内容。 ——布莱恩·帮区（Bryan Bunch）

The Kingdom of Infinite Number作者

这本关于数学的简短又中肯的小书，对你我当初学习这个科目的方法提出了强烈的抗议。绘画只是在有数字的区块里涂上颜色吗？落日夕阳只是一系列的光谱及方向的指示吗？拉克哈特主张，数学不只是定义和公式。想要寻回数学课堂上的游戏和欢乐，他告诉我们，需要伏特 只是回复到真正的数学。

——罗伯·克里斯（Robert P. Crease）

《史上最美的十项科学实验 》（脸谱）作者

A Mathematician ‘s Lament

这本薄薄的小书，用最简洁的方式描述数学之美与乐趣所在，并指头今天拿货的数学教育（背公式、大量的习题）而忽略了带领学生思考问题的“过程”；而正是在对数学的思考当中，孩子的心智才会打开，主动产生兴趣。

本书对于美国今日的数学教育做出了沉痛的控诉，然而在台湾，情况也是类似的。我们本来可以给孩子更好的数学体验，让他们数学，有好奇心，这全看我们怎么教。只要那一点点的改变。

作者拉克哈特本来是个杰出的大学数学教授，他发愿来教小孩子基础数学，是希望带给孩子们数学的趣味、和充满想像力的一面，因为数学是一门艺术，重要的是过程，是游戏，是玩，是去做。因此他非常指头“死记硬背”、“强调效率”、“省略思考过程”的教学方式。

他于2002年写成本书的初稿，只有薄薄的25页，然而在史丹佛大学的齐斯·德福林教授的推动下，于“美国数学协会”的杂志上发布后，在数学社群中引起极大的反响，因而出版成书。