



# Teoremas elementales de integración

**Autor:** Saulo Isaac Gasca García

© UVEG. Derechos reservados.

*El contenido de este formato está sujeto a las disposiciones aplicables en materia de Propiedad Intelectual, por lo que no puede ser distribuido, ni transmitido, parcial o totalmente, mediante cualquier medio, método o sistema impreso, electrónico, magnético, incluyendo el fotocopiado, la fotografía, la grabación o un sistema de recuperación de la información, sin la autorización por escrito de la Universidad Virtual del Estado de Guanajuato.*

Algunos de los teoremas de integración más importantes son los siguientes:

- **Teorema de la regla de potencia general**

$$\int k \cdot x^n dx = \frac{k}{n+1} x^{n+1} + C$$

Donde:

$k$  es una constante

$n$  es cualquier número real excepto  $-1$

- **Teorema de la regla de linealidad**

$$\int (af(x) + bg(x)) dx = a \int f(x) dx + b \int g(x) dx$$

- **Teorema de la regla de cambio de variable**

$$\int f(g(x)) \cdot g'(x) dx = \int f(u) du$$

Donde:

$$u = g(x)$$

### Ejemplo



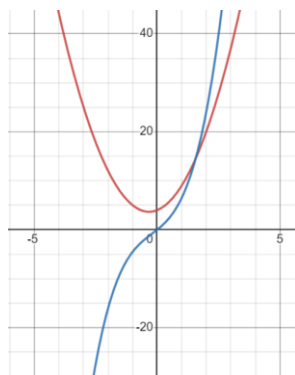
$$\int (3x^2 + 2x + 4) dx$$

Por el teorema de la linealidad aplicamos el teorema de la potencia para cada término:

$$\int (3x^2 + 2x + 4) dx = \int 3x^2 dx + \int 2x dx + \int 4 dx$$

$$\int (3x^2 + 2x + 4) dx = \frac{3}{2} x^3 + x^2 + 4x + C$$

Donde  $C$  es la constante de integración:



**Figura 1.** Gráfica de función  $f(x) = 3x^2 + 2x + 4$  (rojo) y  $f(x) = \frac{3}{2}x^3 + x^2 + 4x$  (azul).

De igual forma existen teoremas para las funciones exponenciales y logarítmicas.

- **Teorema de la exponencial**

$$\int e^x dx = e^x + C$$

- **Teorema del logaritmo natural**

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$$

### Ejemplo



$$\int \left( 2x^2 + 3e^x - \frac{5}{x} \right) dx$$

Aplicamos varios teoremas en este caso:

$$\int \left( 2x^2 + 3e^x - \frac{5}{x} \right) dx = \int 2x^2 dx + \int 3e^x dx - \int \frac{5}{x} dx$$

Teorema de la potencia:

$$\int 2x^2 dx = \frac{2}{3}x^3$$

Teorema de la exponencial:

$$\int 3e^x dx = 3e^x$$

Teorema del logaritmo:

$$-\int \frac{5}{x} dx = -5 \ln|x|$$

Sustituyendo tenemos:

$$\int \left( 2x^2 + 3e^x - \frac{5}{x} \right) dx = \frac{2}{3}x^3 + 3e^x - 5 \ln|x| + C$$

Donde  $C$  es la constante de integración.

Por último, para funciones trigonométricas tenemos:

- Teorema de la tangente

$$\int \sec^2(x) dx = \tan x + C$$

- Teorema de la cotangente

$$\int \csc^2(x) dx = -\cot(x) + C$$

- Teorema de la secante y tangente

$$\int \sec(x) \tan(x) dx = \sec(x) + C$$

- Teorema de la cosecante y cotangente

$$\int \csc(x) \cot(x) dx = -\csc(x) + C$$

## Referencias

- Salazar Guerrero, L. J. y Bahena Román, H. (2017). *Cálculo integral para bachilleratos tecnológicos*. Grupo Editorial Patria. Disponible en la base de datos elibrocatredra.
- Velásquez Bastidas, W. (2014). *Cálculo integral: la integral indefinida y métodos de integración*. Editorial Unimagdalena. Disponible en la base de datos elibrocatredra.